



UIT

NORGES  
ARKTISKE  
UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk (ILP)

# Fremtidens skole er snart en realitet. Er kommende lærere klare for å møte den?

*En kvalitativ studie om lærerstudenters forståelse av matematiske resonnement*

Masteroppgave LRU-3903. Mai, 2018

**Fredrik Melheim Bråteng**







## Forord

Denne oppgaven markerer slutten på min femårige utdanning ved Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved UiT – Norges arktiske universitet. Prosessen har til tider vært krevde og frustrerende, men samtidig svært lærerik. Jeg må takke mine medstudenter for fem flotte år fylt av gode diskusjoner, artige stunder og ikke minst en del timer kortspill.

Jeg ønsker også å rette en stor takk til mine informanter for at de stilte opp i en hektisk hverdag slik at oppgaven ble en realitet. I tillegg ønsker jeg å rette en stor takk til min veileder, Arne Jakobsen ved Universitetet i Stavanger, for å stille opp til enhver tid og for gode konstruktive tilbakemeldinger. Avslutningsvis må jeg også takke min bror for korrekturlesing da jeg selv hadde sett meg blind på oppgaven.

Tromsø, 2018

Fredrik Melheim Bråteng



## Sammendrag

Bakgrunn for prosjektet er rapporten Norsk offentlig utredning (NOU) 2015:8 (2015) hvor det foreslås en ny strukturering av dagens skolematematikk. I henhold til rapportens forslag om dybdelæring har masteroppgavens fokus vært på lærerstudenters forståelse av matematiske resonnement. I denne masteroppgaven har jeg prøvd å besvare følgende forskningsspørsmål:

- *Hva legger lærerstudenter i begrepet matematiske resonnement og hvordan harmonerer det med eksisterende teori?*
- *Hvilke kriterier på oppgaver mener de må være tilstede for å kunne stimulere elevers resonnementskompetanse?*

Studien er en kvalitativ, kognitiv studie med et konstruktivistisk kunnskapssyn. Det ble gjennomført halvstrukturerte intervjuer med åtte lærerstudenter hvor 60 studiepoeng i matematikk eller mer var et krav. Analyseprosessen bestod av en tematisk og i hovedsak deduktiv analyse gjennom rammeverkene til Lithner (2008) og Smith og Stein (1998b). Avslutningsvis ble rammeverket til Ball, Thames og Phelps (2008) benyttet for å se hvordan deres forståelse påvirket deres matematikkdiraktiske kunnskaper.

Studien viste at lærerstudentene hadde en god forståelse av ulike former for matematiske resonnement. Begreper som argumentasjon, kreativitet, forståelse, og formelle og uformelle metoder tydet det på at de har en god innsikt hva det innebærer å kunne resonnerer. Videre hadde studentene innsikt i hvilke kriterier som kan bidra til en økt resonnementskompetanse hos elevene: elevenes forutsetninger og oppgavens kognitive krav.

I lys av kunnskapene Ball mfl. (2008) påpeker er viktig for å være en god matematikklærer kan jeg dermed hevde at informantene har god kompetanse – med hensyn på matematiske resonnement innen: faglig innhold og elever, og faglig innhold og undervisning. Læreplan- og horisontkunnskap kom ikke frem av studien om de hadde kunnskap på, men heller kunnskap om. Spesialisert fagkunnskap, en kunnskap innen matematisk fagkunnskap, ble også diskutert gjennom blant annet fem undervisningstiltak (tasks of teaching) i henhold til veiledningssituasjoner. Lærerstudentenes kompetanse synes å være tilstede for å kunne gjennomføre disse undervisningstiltakene på en måte som fordrer til matematiske resonnement hos eleven.



# Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	2
1.1	Bakgrunn for prosjektet.....	2
1.2	Forskningsspørsmål.....	6
1.3	Oppgavens struktur.....	7
2	Teori.....	8
2.1	Oppgavens rammeverk.....	8
2.2	Matematisk fag og fagdidaktisk kunnskap.....	9
2.3	Matematiske resonnement.....	12
2.3.1	Adaptive reasoning.....	12
2.3.2	Imitative og kreative resonnement.....	13
2.4	Hva påvirker en oppgave.....	17
2.5	Grader av kognitive krav på oppgaver.....	19
2.6	Sammenhengen mellom matematiske resonnement og oppgavens kognitive krav ..	20
3	Metodiske valg.....	22
3.1	Forskningsdesign.....	22
3.1.1	Informanter.....	23
3.1.2	Halvstrukturert intervju.....	25
3.1.3	Transkripsjon.....	27
3.1.4	Analytiske valg.....	27
3.2	Vurdering av studien.....	29
3.2.1	Reliabilitet.....	30
3.2.2	Validitet.....	31
3.2.3	Forskningens begrensninger.....	32
3.3	Etiske betraktninger.....	34
4	Analyse og funn.....	36

4.1	Matematiske resonnement – lærerstudentenes forståelse og fokus .....	36
4.1.1	Forståelsen deres av et resonnement .....	36
4.1.2	Praktisering, endring og veiledning .....	40
4.2	Kategorisering av oppgavene .....	42
4.2.1	Oppgave 1 .....	43
4.2.2	Oppgave 2 .....	46
4.2.3	Oppgave 3 .....	47
4.2.4	Oppgave 4 .....	49
5	Diskusjon.....	52
5.1	Kunnskap om faglig innhold og elever.....	52
5.2	Kunnskap om faglig innhold og undervisning .....	53
5.3	Læreplankunnskap og horisontkunnskap .....	54
5.4	Spesialisert fagkunnskap .....	55
6	Avslutning .....	58
6.1	Videre forskning .....	60
	Referanseliste .....	62
	Vedlegg 1 .....	67
	Vedlegg 2 .....	69
	Vedlegg 3 .....	71
	Vedlegg 4 .....	72



## Figurliste

Figur 1: Komponenter som undervisningskunnskap består av (Ball mfl., 2008, s. 403), Oversatt av (Fauskanger, Mosvold & Bjuland, 2010). .....	10
Figur 2: Et rammeverk for imitative og kreative resonnement (Lithner, 2008). Min oversettelse .....	15



# 1 Innledning

NOU 2015:8 (2015) *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser* ble overrakt fra Ludvigsenutvalget til regjeringen 15. juni 2015. Bakgrunnen for rapporten var at utvalget ledet av Sten Ludvigsen ble oppnevnt ved kongelig resolusjon til å vurdere grunnopplæringens fag mot krav til kompetanse i fremtidens samfunns- og arbeidsliv. I rapporten kommer det frem at fagene burde omlegges fra den eksiterende overflatelæringen til et fokus på dybdelæring. Dette innebærer å vektlegge en helhetlig og tverrfaglig forståelse med blant annet færre kompetansemål slik at stoffmengden reduseres. I rapporten eksemplifiseres det i tillegg hva som kan vektlegges i matematikk for at elever kan bli matematisk kompetent. Her vises det til fem grunnleggende komponenter som må være tilstede for å inneha en god matematisk kompetanse. Utvalget hevder forståelse, beregning, anvendelse (strategisk tankegang), resonnering og engasjement er en nødvendighet (NOU 2015:8, 2015, s. 57). Komponentene er gjensidig avhengig av hverandre og må utvikles parallelt. Likevel, *resonneringskompetanse*,<sup>1</sup> som er en av komponentene innen matematikk anses som den viktigste og blir kort beskrevet i rapporten. Dette bygger på Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) sin forståelse av matematiske resonnement gjennom begrepet «adaptive reasoning».

Den nye læreplanen er per dags dato planlagt å være ferdigstilt høsten 2020 (Utdanningsdirektoratet, 2017b). I skrivende stund er det dermed to år til den skal tas i bruk i skolen. Samtidig kan en påpeke at flere liknende prosjekter har som mål å utvikle rammeverk for elevers kompetanse (Kunnskapsdepartementet, 2016). Lærerstudenters forståelse av matematiske resonnement er derfor dagsaktuelt og et interessant tema å undersøke nærmere. I kapittel 1.1 vil jeg gå nærmere inn i forskning som støtter Ludvigsenutvalgets forslag om større vektlegging av en helhetlig forståelse innenfor matematikk. Jeg vil samtidig ta for meg forskning om hvordan skolen per dags dato er klar for denne endringen.

## 1.1 Bakgrunn for prosjektet

Synet på skolefaget matematikk har de senere år endret seg ved at matematikkfaget har gått fra å være et fag bygget på et statisk strukturert system med fokus på fakta, prosedyrer og konsepter

---

<sup>1</sup> Blir nærmere beskrevet i kapittel 2.3 med utgangspunkt i Lithner (2008) og Kilpatrick, Swafford og Findell (2001)

til å bli et fag med fokus på en mer dynamisk og utforskende prosess (Schoenfeld, 2016). I Norge kan en se samme tendenser ved for eksempel NOU 2015:8 (2015) *Fremtidens skole – Fornyelse av fag og kompetanser*. En slik endring forutsetter et større fokus på å benytte seg av matematiske verktøy, stille spørsmål, utforske mønstre og kunne argumentere for ens resonnementer (Burton, 1984; Schoenfeld, 2016). For å muliggjøre dette er det vesentlig at klasserommet tilbyr et miljø og oppgaver hvor det er mulighet for elever å utfordre seg selv (Schoenfeld, 1994). Hvis en ønsker at elever skal lære å verifisere og validere sine løsninger, og stille seg kritisk til andres løsninger må de få kjennskap til situasjoner der motsigelser og paradokser oppstår (Powell mfl., 2009). Gjennom sin forskning fant Powell mfl. (2009) ut at elever drar fordeler av utfordrende oppgaver både på kort og lang sikt. Utfordrende oppgaver definerer de som oppgaver individet ikke kan løse med prosedyrer eller algoritmer og derfor må finne opp egne løsningsmetoder for å løse problemet. Dette er i tråd med det Smith og Stein (1998b) kategoriserer som å gjøre matematikk og som Lithner (2008) kategoriserer som kreative resonnement.

Ross (1998) understreker at selve fundamentet i matematikk er evnen til å resonnerer. Han bruker en analogi til naturvitenskap og drar paralleller til at verifisering i matematikk forekommer gjennom logiske resonnementer på lik linje som verifisering gjennom observasjon i naturvitenskapen. Han påstår at uten evne til å resonnerer vil matematikk bestå av å følge et sett av prosedyrer og imitere eksempler uten å selv forstå hvorfor det gir mening. Et eksempel kan være lærerens form for undervisning hvor en løsning på problemet blir presentert i klasserommet før elevene selv skal løse et liknende problem. Dette kan bli sett på av elevene som et godt eksempel på hvordan en skal resonnerer for å løse oppgaven (Bergqvist & Lithner, 2012; Henningsen & Stein, 1997). Hvis fokuset kun er på imitative resonnementer kan elevene dermed ende opp med en overflatisk forståelse av matematikken (Lithner, 2008).

Rapporten *Mange og store utfordringer* (Grønmo & Onstad, 2012) ble presentert i 2012 og er basert på TEDS-M 2008 (Teacher Education and Development Study in Mathematics) (Tatto, 2008). TEDS-M er en internasjonal komparativ studie av lærerstudenters matematikkunnskaper fra 17 ulike land (Grønmo & Onstad, 2012, s. 9). Studien så på rene matematikk- og matematikdidaktikkunnskaper, og i Norge inkluderte studien de daværende utdanninger allmennlærerutdanning (ALU), allmennlærerutdanning med ekstra fordypning i matematikk (ALU+) og PPU/master-studenter. ALU og ALU+ var da kvalifisert til å undervise fra 1.-10.

trinn i matematikk og PPU/master-studenter var kvalifisert til å undervise på ungdomstrinnet og i videregående skole. Rapporten legger frem at norske lærerstudenter presterte dårligere enn sammenlikningsland på både rene matematikkunnskaper og i matematikdidaktikk, der sistnevnte er en konsekvens av førstnevnte. Læreres matematikkunnskaper reflekteres igjen hos elevene, noe TIMSS og PISA viser (Grønmo & Onstad, 2012).

I en studie av 30 matematikklærere utført av Mosvold og Fauskanger (2015) hvorav 15 underviste på småtrinnet, 10 på mellomtrinnet og 5 på ungdomstrinnet fant de varierende kunnskaper i matematikk og matematikdidaktikk. Studien tok utgangspunkt i en flervalgstest av undervisningskunnskap i matematikk (UKM) utviklet i USA der lærere får flervalgsspørsmål knyttet til utfordringer som matematikklærere møter i sin undervisning. Kunnskapen som ble testet var bygget på Ball mfl. (2008) sin praksisbaserte teori UKM, som tok utgangspunkt i de utfordringer lærere møter i sin undervisning. På bakgrunn av dette utviklet de et rammeverk av kunnskapstypene lærere må inneha for å undervise i matematikk. Hill, Sleep, Lewis og Ball (2007) utviklet deretter flervalgstester som kan måle deler av UKM. Mosvold og Fauskanger (2015) videreutviklet testene ved å tilføye en mer åpen del som baserte seg på refleksjoner i etterkant av spørsmålene der de fikk forklare tankene deres angående spørsmålene. Dette gav de anledning til å se på sammenhengen mellom det lærerne svarte, og hvilken forståelse de hadde. Forståelsen baserte seg på Skemp (1976) sine begreper *relasjonell* og *instrumentell* forståelse. Relasjonsforståelse er forståelse av matematiske sammenhenger og det kan dras paralleller til «pedagogical content knowledge<sup>2</sup>» (Mosvold & Fauskanger, 2015). Relasjonell forståelse hos lærere viser seg dermed å være en viktig faktor for at elever skal utvikle gode matematikkunnskaper. Instrumentell forståelse er en mer overflatisk forståelse som baserer seg på prosedyrekunnskap.

Resultatene i studien påpeker de en må bruke med forsiktighet da det viser seg at lærernes svar ikke alltid samsvarer på oppgaver av ulike oppgaveformat (Mosvold & Fauskanger, 2015). Dette illustrerer at å måle læreres kunnskaper innenfor eksempelvis matematikk er vanskelig. Hvilke instrumenter en skal benytte seg av, hvordan en skal analysere datamaterialet og

---

<sup>2</sup> «Pedagogical content knowledge» bygger på Shulman (1987), videreutviklet av Ball mfl. (2008) og blir beskrevet i kapittel 2.2 gjennom begrepet fagdidaktikk

hvordan det skal tolkes og brukes er derfor en sammensatt og utfordrende oppgave (Mosvold & Fauskanger, 2015).

Kjærnsli og Olsen (2013) påpeker at elevene i norske klasserom får lite muligheter til å synliggjøre og bekrefte sin læring. En undersøkelse viser at elevene mener lærerne tar i bruk få virkemidler for å stimulere elevenes kognitive aktivitet og fokuset ligger på løsning av standardiserte problemer (Kjærnsli & Olsen, 2013; Nosrati & Wæge, 2014). Dette bekrefter Alseth, Breiteig og Brekke (2003), som sier at matematikklasserom i Norge fokuserer på tradisjonell undervisning i form av at læreren først presenterer emnet, deretter går gjennom et eksempel på tavlen, før elevene til slutt gjør oppgaver fra boka. De påpeker at fagstoffet blir presentert ved en enkel forklaring som er etterfulgt av stort fokus på bestemte fremgangsmåter. Dette strider med målsettingen til gjeldende læreplan (K-06) som påpeker at elever må lære seg å tenke, resonnere og løse problemer på egenhånd (Nosrati & Wæge, 2014).

Læreren er en viktig faktor for at elever skal prestere i matematikk (Brophy, 1986; Hattie, 2009; Hill, Rowan & Ball, 2005; Monk, 1994; Tygret, 2017). Hiebert og Grouws (2007) påpeker at det er læreren som setter rammene for undervisningen gjennom mål, forventninger, tidsaspektet til ulike tema, oppgaver o.l. Læreren er dermed ansvarlig for hvilken matematisk kompetanse elevene sitter igjen med. Begrenser lærerens handlinger seg til å fokusere på algoritmer, vil elevene også gjøre dette. Dermed er det læreren som gir elevene muligheten til å utvikle resonnementskompetansen (Hiebert & Grouws, 2007). Videre hevder Smith og Stein (1998a) at rammene lærerne setter for oppgaver og hvordan de bistår og interagerer med elevene i prosessen med å løse oppgaver, har innvirkning på hva elevene sitter igjen med av kunnskap. Det er dermed utslagsgivende at lærere kan matematikken, gir oppgaver som fordrer kognitive utfordringer hos den enkelte elev og veileder elevene på en hensiktsmessig måte som bidrar til økt forståelse.

Andelen av forskning som eksisterer på norske lærerstudenters og læreres kunnskaper i matematikkfaget er dermed liten. Forskningen som foreligger viser dog at Norge har en vei å gå i forhold til andre land. Lærerstudenter presterer under pari i forhold til sammenlikningsland både i rene matematikkunnskaper og fagdidaktikk. I etterkant av rapporten *Mange og store utfordringer* (Grønmo & Onstad, 2012) har studieløpet fra den tidligere allmennlærerutdanningen blitt delt i to – GLU 1-7 og GLU 5-10. Høsten 2017 ble flere



omstruktureringer iverksatt noe som innebefattet at grunnskolelærerutdanningene ble integrerte masterutdanninger hvor oppdelingen av undervisningskvalifikasjoner ble opprettholdt som 1.-7. og 5.-10 (Utdanningsdirektoratet, 2017a). I tillegg har kravet for opptak til lærerutdanningen gått fra karakteren 3 i matematikk til karakter 4. Samtidig har kravet for å undervise i matematikk på mellomtrinnet blitt minimum 30 studiepoeng og 60 studiepoeng for å undervise på ungdomsskolen (Utdanningsdirektoratet, 2015).

## 1.2 Forskningsspørsmål

Formålet med studien er å se på hvordan lærerstudenter med minimum 60 studiepoeng i matematikk forstår begrepet matematiske resonnement. Med utgangspunkt i deres forståelse av begrepet ønsker jeg også å se på hvilke kjennetegn/kriterier de legger til grunne for at oppgaver skal kunne stimulere elevers resonnementskompetanse. Kompetansen til elever innenfor resonnement kan påvirkes av flere faktorer (Hiebert & Grouws, 2007) enn det jeg ønsker å se på, men på grunn av studiens rammer, i hovedsak tidsaspektet, vil det være hensiktsmessig å fokusere på én av faktorene. Stein og Lane (som sitert i Smith og Stein, 1998b) hevder at størst læringsutbytte i matematikk kommer av oppgaver som blir implementert på en måte som krever en høyere grad av kognitive tenkning og resonnering.

Forskningsspørsmålet er dermed todelt og består av følgende to spørsmål:

- *Hva legger lærerstudenter i begrepet matematiske resonnement og hvordan harmonerer det med eksisterende teori?*
- *Hvilke kriterier på oppgaver mener de må være tilstede for å kunne stimulere elevers resonnementskompetanse?*

Resonnementskompetanse har vært et begrep benyttet i forskning uten noen spesifikk enighet om hva kompetansen innebærer. Kilpatrick mfl. (2001) og Lithner (2008) har derimot utarbeidet definisjoner basert blant annet på empiri. Det vil i dette forskningsspørsmålet derfor falle naturlig at resonnementskompetanse er det Lithner (2008) anser som kreative resonnement<sup>3</sup>. Det andre forskningsspørsmålet tar ikke for seg elevtilpasninger eller deres

---

<sup>3</sup> Se kapittel 2.3

forutsetninger. Likevel har jeg følgelig vektlagt elevens forutsetninger i analysen og diskusjonen da den er vesentlig for oppgavers kognitive krav (Smith & Stein, 1998b).

### **1.3 Oppgavens struktur**

I kapittel 2 presenteres teori som oppgaven bygger på. Hensikten med teoridelen er tredelt. Først presenteres teori om viktigheten av læreres kunnskap i matematikk, med hovedvekt på fagdidaktikk (pedagogical content knowledge). Videre i kapittel 2.3 presenteres teorien som danner rammeverket for resonnement og generell teori om matematiske resonnement. Avslutningsvis i kapittel 2.5 presenteres teorien som la grunnlaget for valg av oppgaver til intervjuene og kriteriene for oppgaver som analysen og diskusjonen er basert på.

I kapittel 3 presenteres kunnskapssyn og med utgangspunkt i dette begrunnes valg av metodologi, metode, informanter og analytiske valg. Videre drøftes kvaliteten i studien gjennom begrepene reliabilitet og validitet, og forskningens begrensninger. Kapitlet avsluttes med hvilke forskningsetiske hensyn som er tatt

I kapittel 4 vil en presentasjon og analyse av datamaterialet gjennomføres i lys av rammeverkene om matematiske resonnement og kognitive krav til oppgaver som er presentert i kapittel 2. Videre vil uttalelser fra informantene benyttes for å eksemplifisere hvordan analyseprosessen er gjennomført.

I kapittel 5 diskuteres funnene i kapittel 4 opp mot teorien presentert i kapittel 2 og da med vekt på matematisk fag og fagdidaktisk kunnskap.

I kapittel 6 oppsummeres de viktigste funnene gjort i studiet og et svar på forskningsspørsmålet blir presentert. Avslutningsvis diskuteres forslag til videre forskning på området.

## 2 Teori

Kapitlet vil kort ta for seg hvilken form for rammeverk analysen bygger på og viktigheten av et rammeverk. Videre vil det gi innsyn i viktigheten av fagdidaktisk kunnskap, et begrep brukt av Shulman (1987) og videreutviklet av Ball mfl. (2008). Deretter vil teori om hva matematiske resonnementer er bli presentert med vekt på Kilpatrick mfl. (2001) sin forståelse, før Lithner (2008) sitt rammeverk som bygger på empiriske undersøkelser legges frem. Avslutningsvis presenteres et rammeverk for oppgaver basert på Smith og Stein (1998b).

### 2.1 Oppgavens rammeverk

Et rammeverk er en struktur for ideer som er med på å legge grunnlaget for det en ønsker å forske på. Lester (2005) hevder at ved å benytte seg av et rammeverk bidrar det til å danne seg et bilde av og vise vei i forskningen og det har minst fire fordeler:

1. Før selve forskningen er igangsatt vil rammeverket bidra til å konseptualisere studiens design.
2. Legger grunnlaget for hvordan en skal forstå og tolke data.
3. Lar oss overskride sunn fornuft.
4. Hjelper oss å utvikle en dyp forståelse for fenomenet.

Lester (2005) hevder at det eksistere tre ulike former for rammeverk: teoretiske rammeverk; praktiske rammeverk; konseptuelle rammeverk. Jeg vil benytte meg av konseptuelle rammeverk som baserer seg på og tar utgangspunkt i teori. Et konseptuelt rammeverk brukes til å begrunne sine funn i stedet for å forklare sine funn (Lester, 2005). Rammeverkene i oppgaven bygger som nevnt på Lithner (2008) sin forståelse av resonnementskunnskap, Smith og Stein (1998b) sin grader av kognitive utfordringer på oppgaver og Ball mfl. (2008) sin utredning av fagdidaktisk kunnskap.

## 2.2 Matematisk fag og fagdidaktisk kunnskap

Undervisning inkluderer å lage koblinger mellom matematiske emner og hjelpe elever med å utarbeide koblinger og sammenhenger i deres kompetanse (Ball & Bass, 2002). Dette bygger på funn gjort av Shulman (1987), hvor han i slutten av 1980-årene påpekte syv typer kunnskap en lærer måtte inneha. Begrepet fagdidaktisk kunnskap var et av kjernebegrepene, er en sammensetting av faginnhold og pedagogikk, og er en forståelse og kunnskap unik for lærere. Begrepet mente han identifiserer de karakteristiske delene av kunnskapen om hvordan en underviser. Shulman (1987) startet med en antagelse om at all form for undervisning tar utgangspunkt i en «tekst». Dette kan være lærebøker, pensum eller læreplan. Med bakgrunn i dette må en lærer benytte seg av pedagogisk resonnering. Det omhandler å ta «teksten», det læreren allerede forstår, og gjøre det tilgjengelig for elevene. Shulman beskriver dette som en syklus med fem punkter: 1) «comprehension», 2) «transformation», 3) «instruction», 4) «evaluation» og 5) «reflection». Forståelse (comprehension) er at læreren vet hvordan matematiske ideer som skal vektlegges. Videre må de forstå det de underviser og helst på flere måter, samtidig som de må kunne skape koblinger og se sammenhenger mellom ideer som er relatert til hverandre. Transformasjon (transformation) handler om hvordan en kan gjøre de gitte ideene tilgjengelig for elevene. Ideen fremlegges så for elevene i undervisningen (instruction), før den neste fasen evaluering (evaluation) forekommer – der læreren sjekker elevens forståelse angående ideene. Det kan skje gjennom å stille spørsmål, prøver o.l., samtidig som den omhandler en refleksjon av sin egen gjennomførelse. I den siste fasen refleksjon (reflection) skal læreren reflektere over egen praksis og eventuelt gjøre endringer til neste forståelsesfase.

Ball mfl. (2008) påpekte viktigheten av denne formen for kunnskap, men samtidig at begrepet ikke har utviklet seg siden Shulman tok det i bruk og at det derfor har vært implisitt. Gjennom prosjektene «Mathematics Teaching and Learning to Teach» og «Learning Mathematics for Teaching» har Ball mfl. (2008) rettet fokus mot fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap for å skape en eksplisitt forståelse for begrepet, og for å videre utvikle et rammeverk. De påpeker at det er utarbeid hovedsakelig for matematikk, men dog kan elementer være relevant for andre fag. Modellen presenteres under (figur 1).



Figur 1: Komponenter som undervisningskunnskap består av (Ball mfl., 2008, s. 403), Oversatt av (Fauskanger, Mosvold & Bjuland, 2010).

Modellen bygger på empirisk data og er delt i to hovedområder: Fagkunnskap og fagdidaktisk kunnskap. Fagkunnskap inneholder allmenn fagkunnskap, matematisk horisontkunnskap og spesialisert fagkunnskap. Allmenn fagkunnskap er matematisk kunnskap og ferdigheter brukt i andre sammenhenger enn bare undervisning. Det omhandler å bruke begreper og notasjon korrekt, og å gjøre riktige utregninger for å løse et matematisk problem. Denne kunnskapen er det viktig at lærere innehar slik at de har en forståelse for det de underviser (Ball mfl., 2008). Spesialisert fagkunnskap er unik for undervisning og krever en unik matematisk forståelse og evne til å resonnerer. Kunnskapen involverer blant annet å gjenkjenne mønstre i elevfeil og vite om en ikke-standard prosedyre kan generaliseres. Videre innenfor spesialisert fagkunnskap nevner Ball mfl. (2008) «tasks of teaching», som omhandler undervisningstiltak læreren har i forbindelse med presentasjon av stoff, høre på elevenes begrunnelser og evaluere elevarbeider. De nevner en rekke tiltak, men jeg anser fem av undervisningstiltakene som relevant for mitt forskningsspørsmål og datamateriale:

- 1) Evaluere hvor plausibel elevens begrunnelse er (ofte raskt).
- 2) Gi eller evaluere matematiske begrunnelser.
- 3) Stille produktive matematiske spørsmål.
- 4) Velge representasjoner for spesielle formål.
- 5) Bruke eksempler til å poengtere et matematisk poeng.

Horisontkunnskap, den siste kunnskapen innenfor fagkunnskap, er forståelse av matematikk som ligger utenfor «pensum». Læreren må altså kunne se sammenhengen mellom matematiske tema over tid. Med andre ord, hvordan de matematiske kunnskapene elevene sitter på kan bygges videre på.

Fagdidaktisk kunnskap inneholder følgende tre underkategorier: Kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning og læreplankunnskap. Førstnevnte er en kombinasjon av å kjenne sine elever og matematikken. Det handler om å vite om vanlige oppfatninger eller misoppfatninger blant sine elever. Eksempelvis må en kunne forutse hvordan elever møter en oppgave i regi av hvilke strategier og tankeprosesser de gjør seg, og om de finner oppgaven utfordrende eller ei. Kunnskap om faglig innhold og undervisning kombinerer matematisk kunnskap og pedagogiske grep. Det handler om valg en tar før, under og etter undervisningen, og kan være innhold, eksempler og representasjoner en legger vekt på i undervisningen. Den siste kategorien, læreplankunnskap, omhandler alle programmer laget for undervisning i det gitte emnet eller temaet, på et gitt nivå, og all materiell en kan benytte seg av i henhold til de ulike programmene (Shulman, 1986). Han skiller også mellom lateral og vertikal pensumkunnskap. Lateral pensumkunnskap omhandler å se sammenhengen mellom innholdet i for eksempel matematikk og et annet fag undervist i skolen. Et eksempel kan være forhold i matematikk og å bruke og forstå kart i kroppsøving og samfunnsfag. Vertikal pensumkunnskap går derimot på å forstå og å ha kunnskap om de foregående og senere temaene i et gitt emne.

Kunnskapene som er nevnt hevder Ball mfl. (2008) er en nødvendighet for at en lærer skal fungere i hverdagen i henhold til hvordan en underviser, evaluerer elevarbeid og i kommunikasjon med elevene. Fagdidaktisk kunnskap fungerer som en brobygger mellom den akademiske og praktiske delen av matematikken gjennom amalgam kunnskap som kombinerer kjennskap til innholdet med kjennskap til elevene og pedagogikken. Undervisning er et begrep de mener dekker alt en lærer må gjøre for å understøtte læringen til elevene. Implisitt ligger selve undervisningsøkten i dette, men også planleggingsfasen, evaluering og skole-hjem samarbeid er sentrale faktorer. Den mest fundamentale faktoren for undervisning er dog å kunne



faget en underviser (Ball mfl., 2008). Lærere må ha en *konseptuell* og relasjonell<sup>4</sup> forståelse for matematikken samtidig som de besitter kunnskap innenfor fagdidaktisk kunnskap. Konseptuell forståelse er å forstå matematiske ideer, begreper og operasjoner. En viktig indikasjon på konseptuell forståelse er evnen til å representere matematiske situasjoner på ulike måter og vurdere hvilke representasjoner som kan være mest egnet til ulike formål (Kilpatrick mfl., 2001).

## **2.3 Matematiske resonnement**

Margolinas (som sitert i Dreyfus, 1999, s. 85) hevder at det finnes en rekke situasjoner hvor elever har behov for å resonnerer i matematikk. Eksempelvis i samarbeid med medelever hvor en skal overbevise dem hvorfor en omformodning har rett; hvis en medelev spør om hjelp; hvis en lærer ønsker å ta del i tankeprosessen for å kunne hjelpe eleven; evaluere elevens fremgang; eller prøver å få eleven å gå fra en deskriptiv forklaring til en forklaring gjennom begrunnet, logisk tenkning. Dette forutsetter at læreren har en forståelse for hva matematiske resonnement innebærer og hvordan en kan fremme matematiske resonnement hos elever.

Silver (1994) foreslår at skolematematikken burde implementere begrunnelser i alle oppgaver elever løser. Begrunnelser eller argumenter er en viktig del av, og legger grunnlaget for et resonnement. Kilpatrick mfl. (2001) støtter dette og påpeker at et resonnement gjøres på bakgrunn av etablert kunnskap og forståelse hvor målet er å løse liknende matematiske problemer. I tillegg påpeker de at utviklingen av resonnementskompetansen forekommer over en lengre tidsperiode. Dermed er det viktig at elever allerede fra ung alder får kjennskap til matematiske resonnement. Nedenfor vil jeg gå dypere inn på hva et resonnement er, og ulike former for resonnement.

### **2.3.1 Adaptive reasoning**

Basert på en rekke faktorer som: analyse av skolematematikk; egne erfaringer som lærere og studenter; deres synspunkt på matematisk kompetanse; forståelse av matematikk en trenger i samfunnet; litteraturgjennomgang av forskning innenfor kognitiv psykologi; og utdanning i matematikk har Kilpatrick mfl. (2001) utarbeidet begrepet «mathematical proficiency»

---

<sup>4</sup> Beskrevet i kapittel 1.1

(matematisk kompetanse<sup>5</sup>). Begrepet er overordnet og dekker de fleste aspektene innen matematisk kompetanse. De påpeker dog at ingen begrep kan dekke alle aspektene vedrørende matematisk kompetanse. Likevel hevder de at komponentene innen matematisk kompetanse er en nødvendighet for å lære matematikk. De fem ulike komponentene de opererer med er: 1) «conceptual understanding» (forståelse), 2) «procedural fluency» (beregning), 3) «strategic competence» (anvendelse), 4) «adaptive reasoning» (resonnering) og 5) «productive disposition» (engasjement). Kilpatrick mfl. (2001) påpeker viktigheten av at de ulike komponentene ikke er individuelle, men en del av en kompleks helhet. Komponentene er gjensidig avhengig av hverandre i utviklingen av matematiske kompetanse. En kan dermed ikke fokusere på bare noen av komponentene, men alle fem og samspillet dem imellom.

Resonnering er likevel selvet limet i matematikken (Kilpatrick mfl., 2001). Dette er evnen til å tenke logisk og tilpasse tenkningen til ulike situasjoner. Begrepet mener de er en utvidelse av den typiske tanken om matematiske resonneringer som inneholder formelle bevis og deduktiv resonnering. I tillegg inneholder begrepet uformelle bevis og evne til å begrunne og argumentere for sine påstander, og intuitiv og induktiv resonnering. Deduktive resonnering vil si å gå ut fra etablerte sannheter eller teorier for å løse et matematisk problem. På andre siden finner vi induktive resonnering som går fra enkeltobservasjoner til det generelle (Kilpatrick mfl., 2001). En viktig del av resonnering er evnen til å kunne begrunne sin løsning og ståsted. Begrunnelser definerer de som «provide sufficient reason for» (Kilpatrick mfl., 2001, s. 130), og dette tolker jeg som en form for argumentasjon. Videre er derfor bevis en form for begrunnelse, men ikke alle begrunnelser er bevis. Bevis følger derfor en logisk tankegang eller slutning, mens en begrunnelse bygger på argumentasjon og resonneringer.

### **2.3.2 Imitative og kreative resonnering**

Lithner (2008) påpeker at resonnering er et mye brukt begrep hvor det har blitt tatt utgangspunkt i en felles konsensus for begrepet blant forskere på feltet, uten at begrepet har vært eksplisitt. I hans rammeverk har han definert resonnering som:

---

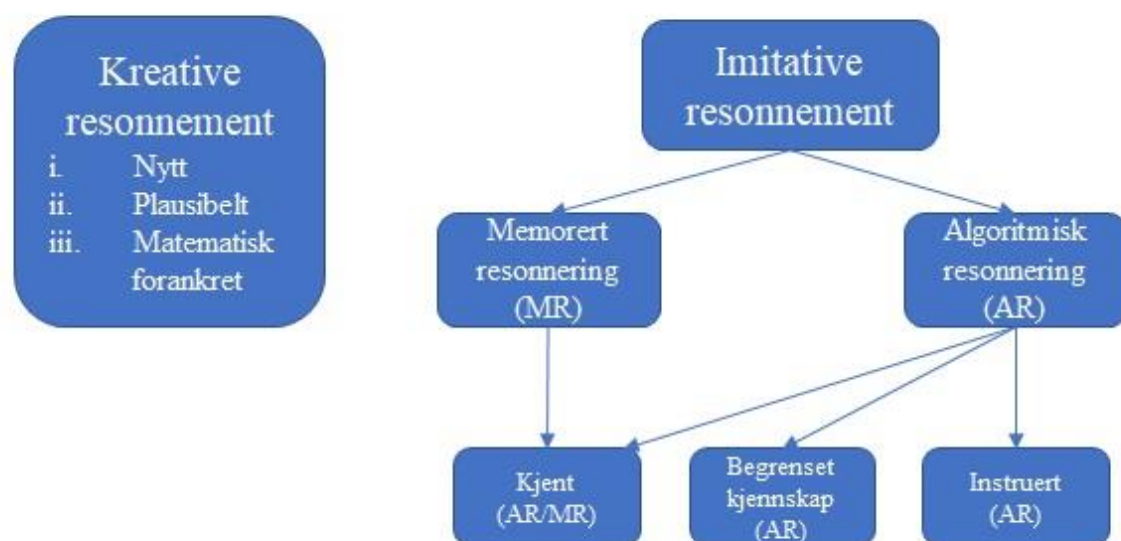
<sup>5</sup> Oversettelsen av begrepene innen matematisk kompetanse er hentet fra NOU 2015:8 (2015).

Den rekken av tanker en gjør seg for å fremme en påstand og ende opp med en konklusjon. Dette behøver ikke være basert på formell logikk, ei heller bevis, og kan være ukorrekt såfremt det gir mening til den som fører resonnementet og personen kan begrunne sitt syn. (Lithner, 2008, s. 257) Min oversettelse

Ut fra denne definisjonen kan en plassere Lithner (2003) sitt syn på argumentasjon som en viktig del av resonneringsprosessen. Han hevder et argument er ens evne til å overbevise seg selv og andre at resonnementet er korrekt (Lithner, 2003). Med andre ord kan resonnementer bli sett på som selve tankeprosessen, som et produkt av prosessen eller som begge deler. Lithner (2003) foreslår en strukturert firestegs prosess i møte med oppgaver hvor en ikke vet hvordan en skal møte den. Videre hevder Lithner (2008) at denne prosessen brukes i møte med alle oppgaver. Slik jeg tolker disse to utsagnene er at ved tilfeller oppgaven eller svaret på oppgaven er automatisert, behøver en ikke å gå gjennom denne prosessen. Et eksempel kan være hvor en ungdomsskoleelev får oppgaven  $2+3=$ . I dette tilfellet vil mest sannsynlig eleven ha automatisert svaret og behovet for et resonnement er derfor ikke nødvendig. I møte med oppgaver som ikke er automatiserte vil en derimot gå gjennom denne prosessen:

- 1) Møter oppgaven: Problemet oppstår hvis det ikke er opplagt hvordan en skal fortsette.
- 2) Valg av strategi: Prøve å velge en strategi som en tror kan løse oppgaven. Dette kan være støttet av et predikert argument, altså vil strategien bidra til å løse problemet?
- 3) Implementere strategien: Løste strategien problemet? Kan være støttet av et verifisert argument, altså hvorfor fungerte strategien.
- 4) Konklusjon: Et resultat har fremkommet.

Resonnementer deler Lithner (2008) igjen i to hovedtyper: *Kreative resonnement* (creative reasoning) og *imitative resonnement* (imitative reasoning), hvorav imitative resonnementer er å bruke pugget kunnskap (rote learning) i kjente situasjoner, mens kreative resonnement er å bruke etablert kunnskap (konseptuell og relasjonell) i møte med nye og ukjente situasjoner. Nedenfor presenteres en modell om de ulike formene for resonnementer:



Figur 2: Et rammeverk for imitative og kreative resonnement (Lithner, 2008). Min oversettelse

## Imitative resonnement

Ut fra modellen kan en se at imitative resonnement har to underkategorier: *memorerte resonnement* og *algoritmiske resonnement*. Et memorert resonnement beskriver Lithner (2008) som:

1. Valg av strategi er basert på å rekonstruere et ferdig svar.
2. Implementeringen av strategien forekommer ved å kun skrive den ned.

Lithner (2008) hevder at all oppgaveløsning til dels bygger på gjenskapelse av noe allerede kjent, men at strategien i seg selv kun er hensiktsmessig i tre tilfeller. De tre tilfellene er oppgaveløsning som spør etter fakta, definisjoner eller bevis. Memorerte resonnementer stammer fra erfaringer gjennom læringsmiljøet, ens forståelse av lærte fakta og ens overbevisninger (Lithner, 2008). Algoritmiske resonnementer baserer seg i større grad på å gjenske algoritmer. Gérard (1998) definerer en algoritme som en effektiv regel eller ett sett av effektive regler en kan benytte seg av å løse et spesifikt problem. Algoritmen muliggjør en løsning på problemet ved et visst antall steg som ender i et svar, eller vise at det ikke eksiterer noe svar. Lithner (2008) derimot mener at alle prosedyrer en har kjennskap til på forhånd skal

anses som algoritmer. Et eksempel kan være å se krysningspunktet mellom to funksjoner i en grafisk fremstilling for å se ved hvilket tidspunkt de tilsvarer det samme. Prosedyrer og algoritmer er derfor i denne oppgaven sidestilte begrep. Algoritmisk resonnement forekommer ved at:

1. Strategien er å gjenkjenne en algoritme som kan løse problemet.
2. De gjenværende resonnementene er triviell og kun en slurvfeil kan føre til feil.

Det finnes tre ulike former for algoritmiske resonnementer. Kjent algoritmiske resonnementer forekommer av at en gjenkjenner en type problem og en kan derfor benytte seg av en kjent algoritme. Begrenset algoritmisk resonnement er tilfeller hvor en møter oppgaver hvor en har overflattisk kunnskap om oppgaven og hvordan den kan løses. Dette kan for eksempel være gjett og sjekk helt til man finner et svar som virker fornuftig. Avslutningsvis fremhever Lithner (2008) guidet algoritmiske resonnement hvor en belager seg på en ekstern kilde i form av eksempler i bøker, eller fra en person, der sistnevnte ofte er en lærer eller medelev. En av de største ulempene med imitative resonnement er at den analytiske og konseptuelle tankeprosessen ikke alltid er tilstede. Dette kan medføre at prosessen fra øyeblikket en blir presentert en oppgave til en løsning har forekommet er uten en gyldig begrunnelse av valgt strategi. Samtidig kan *metakognisjon* være fraværende, noe som kan resultere i mekanisk operasjon hvor unødvendig feil kan forekomme. Metakognisjon bidrar til å utelukke slike feil da det innebærer evnen til selvregulering, overvåkning og kontroll over ens egne tankeprosesser (Schoenfeld, 2016).

### **Kreative resonnement**

Lithner (2008) trekker frem at kreative resonnementer ikke behøver å være utfordrende. Hans definisjon inkluderer også helt elementære resonnement. Videre påpeker han at algoritmisk resonnering er mest utbedret, mens kreative resonnementer forekommer sjelden hos elever. For at et resonnement skal være kreativt mener Lithner (2008) at tre betingelser må være oppfylt:

1. Nyskapende – resonneringssekvensen er ny eller en glemt sekvens er rekonstruert
2. Plausibel – argumenter som støtter hvorfor den valgte strategien er plausibel eller korrekt
3. Matematisk forankret – argumentene er matematisk forankret

Kreativitet er en tankeprosess som er fleksibel der ulike tilnærminger utprøves og tilpasses til den gitte situasjonen og hvor en ikke blir opphengt i en spesifikk løsningsmetode (Lithner, 2008). I motsetning til imitative resonnementer vil det derimot ikke være mulig med en prosess som ikke består av en analytisk og konseptuell tankegang. Lithner (2008) trekker frem tre kompetanser som er viktig i hans rammeverk: 1) ferdigheter i problemløsning 2) ferdigheter til å resonnerer og 3) konseptuell forståelse<sup>6</sup>. Niss og Højgaard (2011, s. 49) definerer en kompetanse som: «a mathematical competency is a well-informed readiness to act appropriately in situations involving a certain type of mathematical challenge». Lithner (2008) hevder at ved å inneha disse kompetansene vil en øke ens evne til å utføre kreative resonnement. Problemløsningskompetanse hevder Niss (som sitert i Lithner, 2008, s. 269) inkluderer å identifisere, presentere og spesifisere ulike typer problemer og løse dem – hvis mulig på ulike måter. Samtidig ligger det i ordet at det skal være et problem, altså utfordrende. Niss og Højgaard (2011) hevder resonnementskompetanse er å følge og vurdere en rekke argumenter, hva et matematisk bevis er og ikke er, og hvordan resonnementer ender i bevis. Med andre ord er det evnen til å bruke uformelle og formelle argumenter til å gi et gyldig bevis. Deres syn på resonnement virker derfor å være smalere enn Lithner (2008) og Kilpatrick mfl. (2001).

Lithner (2008) og Kilpatrick mfl. (2001) operer med ulike begreper innenfor resonnering. Likevel finner man en sammenheng mellom det Kilpatrick mfl. (2001) presenterer som formelle bevis og deduktive resonnement, og det Lithner (2008) ser på som imitative resonnement. Samt kan det trekkes paralleller mellom induktive resonnementer, uformelle bevis og evne til å argumentere opp mot Lithner (2008) sitt begrep kreative resonnementer.

## 2.4 Hva påvirker en oppgave

Doyle (1988) definerer en *akademisk oppgave* om noe som inneholder fire ulike komponenter: 1) et mål (kompetansemål, ferdighetsmål o.l.) eller et sluttprodukt som skal presenteres, 2) operasjoner og forutsetninger for å kunne nå målet, 3) ressurser i form av lærebøker, notater og samarbeid med medstudenter og 4) oppgavens betydning og vektlegging i form av for eksempel karakterer. I tillegg vil læreren kunne påvirke oppgavens utforming, og dermed elvenes læringsutbytte (Doyle, 1988; Henningsen & Stein, 1997; Stein, Grover & Henningsen, 1996) i

---

<sup>6</sup> Redegjort for i kapittel 2.2



form av rammene som settes for oppgaven. Dette kan være visse kriterier, hvordan oppgaven formuleres og valg som blir tatt i prosessen fra oppgaven blir laget til hva elevene sitter igjen med. Doyle (1983) mener at oppgaver påvirker elever i den forstand at det retter oppmerksomheten til spesifikke aspekter av innholdet og hvordan det skal prosesseres. Oppgaver i seg selv vil derfor ha en innvirkning på hvordan elever tolker og løser den. Samtidig skal læreren være en ressurs og veileder for elevene gjennom løsningsprosessen, noe som også vil påvirke elevenes valg av strategier, selve prosessen og sluttproduktet (Doyle, 1988). Med andre ord, bare oppgaven i seg selv behøver ikke være utslagsgivende for det kognitive aspektet, men hvordan den formidles (Henningsen & Stein, 1997; Stein mfl., 1996).

Henningsen og Stein (1997) og Stein mfl. (1996) benytter seg av modell som viser prosessen oppgavene går gjennom fra utviklernes ide, til kunnskapen elevene sitter igjen med etter å ha løst oppgaven. Utviklers idé og hensikt med oppgaven behøver dermed ikke å bli en reell situasjon da oppgavene blir påvirket på hvert enkelt nivå i modellen. Lærenes tolkning av oppgaven og hvordan den legges frem for elevene kan videreføre utviklers hensikt, eller ta en helt ny retning. Videre påvirker klasserommiljøet, lærers fremleggelse og elevers forutsetninger hva elevene til slutt sitter igjen med. Henningsen og Stein (1997) påpeker at oppgaver er med på å gi en kontekst på hvordan elever tenker og lærer matematikken. Dette kan bidra til å smalle eller utvide elevers syn på matematikken. Hvorav førstnevnte er å se matematikk som noe rett frem og til slutt sitte igjen med en løsning, mens et videre syn bidrar til å se helheten i matematikken. Med andre ord bidrar oppgavene med å gi elevene erfaring med hva det vil si å gjøre matematikk og dermed forme deres syn på hva matematikk handler om.

Det kognitive aspektet av en oppgave viser til de kognitive prosessene som er nødvendig for å løse en oppgave. Mange oppgaver krever kun memorering i den forstand at man har sett liknende oppgaver før og dermed kan kjenne igjen og reprodusere tidligere informasjon (Doyle, 1988; Lithner, 2000, 2003, 2008). Ved et smalt syn kan elevene jobbe med matematikk som ikke utfordrer deres kognitive evner. Tre karakteristikk viser at elever ikke jobber på et høyt kognitivt nivå: 1) fokus på mekanisk bruk av prosedyrer (ingen forståelse av underliggende betydning), 2) usystematisk utforskning (må ha en form for systematisk struktur, for eksempel foreslår Schoenfeld (1994) heuristikk), 3) aktiviteter med intet matematisk fokus (Henningsen & Stein, 1997). Et smalt syn forsterkes ved bruk av oppgaver som fokuserer på imitative resonnement, effektivitet og nøyaktighet. Svaret vektlegges dermed mest og selve veien eller

prosessen til svaret kan sees på som irrelevant, noe som igjen kan resultere i at elevene ikke utvikler en konseptuell forståelse.

## 2.5 Grader av kognitive krav på oppgaver

Når en skal klassifisere en oppgave som god må en ifølge Smith og Stein (1998b) ta hensyn til to faktorer: *elevenes forutsetninger* og *oppgavens kognitive krav*. Forutsetningene vil være elevenes alder, klassetrinn, kunnskap og erfaringer, og normer og forventninger som stilles til arbeidet deres i klasserommet (Smith & Stein, 1998b, s. 344). Kognitive krav forteller hvor krevende oppgaven er og det skiller mellom lavere-grads kognitive oppgaver og høyere-grads kognitive oppgaver (Smith & Stein, 1998a). Lavere-gradsoppgaver skiller igjen mellom memorering og prosedyrer uten tilknytning, hvorav førstnevnte karakteriseres som laveste grad av kognitive krav. Memorering handler i stor grad om å reprodusere fakta, regler, formler eller definisjoner uten noen form for underliggende forståelse for de respektive eksemplene. Prosedyrer uten tilknytning er algoritmisk. Med dette menes det at fokuset er å produsere et korrekt svar uten noen form for forklaring eller forståelse for algoritmen (Smith & Stein, 1998b, s. 348).

Høyere-grads kognitive oppgaver deles opp i prosedyrer med tilknytning og å gjøre matematikk. Prosedyrer med tilknytning er det tredje høyeste nivået hvor fokuset er på prosedyrer, men hvor en forståelse for de matematiske konseptene og ideene bak er en nødvendighet. De er ofte representert på ulike måter som diagrammer, symboler, konkretisering og problemsituasjoner. De krever en viss kognitiv innsats da prosedyrer kan brukes, men ikke slavisk da det kreves at elevene for å løse oppgaven jobber med de konseptuelle ideene som prosedyrene bygger på (Smith & Stein, 1998b, s. 348). Å gjøre matematikk stiller de høyeste kognitive kravene da det kreves kompleks og ikke-algoritmisk tenkning. Elevene må utforske og forstå matematiske konsepter, prosesser eller sammenhenger. Det kreves at elevene overvåker sin egen kognitive prosesser og eksaminerer oppgaven for å utelukke løsninger som ikke kan benyttes. Samt må eleven benytte seg av relevant kunnskap og tidligere erfaringer (Smith & Stein, 1998b, s. 348).

## **2.6 Sammenhengen mellom matematiske resonnement og oppgavens kognitive krav**

Høyere-grads kognitive oppgaver ble beskrevet i kapittel 2.5 hvor det snakkes om en konseptuell forståelse i matematikken. Dette gjelder både for å forstå prosedyrer, finne egne løsninger og analysere oppgaven. Ser en dette opp mot matematiske resonnement som er presentert gjennom Lithner (2008) og Kilpatrick mfl. (2001) sin forståelse som ble redegjort for i kapittel 2.3 kan en finne klare likhetstrekk. Begge tar for seg at resonnementer bygger på tanker, begrunnelser og argumenter, derav vil en konseptuell forståelse være viktig. Dette er i stor grad i overensstemmelse med det Smith og Stein (1998b) påpeker kjennetegner høyere-grads kognitive oppgaver. Lithner (2008) på sin side nevner også imitative resonnementer med begrepene memorerte- eller algoritmiske resonnementer. Hans beskrivelse av dette samsvarer i stor grad med det Smith og Stein (1998b) anser som lavere-grads kognitive oppgaver gjennom begrepene memorering og prosedyrer uten tilknytning.



## 3 Metodiske valg

I dette kapitlet presenteres de metodiske valgene som ble gjort på bakgrunn av forskningsspørsmålet. I kapittel 3.1 argumenteres det for forskningsdesign og videre redegjøres det for metodiske valg. Videre i kapittel 3.2 blir kvaliteten i studien drøftet gjennom begrepene validitet og reliabilitet, og forskningens begrensninger. Avslutningsvis presenteres det i kapittel 3.3 de etiske betraktningene som er gjort gjennom hele studien.

### 3.1 Forskningsdesign

Oppgavens forskningsdesign er utarbeidet på bakgrunn av metodologi, epistemologi og forskningsspørsmål. Dette har igjen lagt grunnlaget for analyseprosessen og til slutt funnene som ble gjort. Creswell (2014) opererer med fire ulike forskningsparadigmer en studie kan havne inn under: postpositivisme; konstruktivisme; transformativ; pragmatisk. Et forskningsparadigme forteller hvordan verdenssyn en har, hvordan kunnskap konstrueres og hvor ideene innenfor verdenssynet er med på å forme våre valg (Creswell, 2014). Konstruktivismen, et utbredt forskningsparadigme, ser på etablering av kunnskap som en sosial interaksjon eller diskusjon med andre personer der en er ute etter deres subjektive mening om et fenomen (Creswell, 2014). Kvalitativ forskning er derfor en ofte sett tilnærming ved et konstruktivistisk kunnskapssyn da informanters forståelse vil være vanskelig å få frem gjennom en kvantitativ studie (Caelli, Ray & Mill, 2003; Creswell, 2014; Postholm, 2010). Kvalitative studier lar forskeren gå dypere til verks med et mindre antall informanter enn i en kvantitativ forskning. Kvantitativ forskning ønsker i større grad et bredt representativt utvalg som legger grunnlag for generalisering (Creswell, 2014).

Formålet med min studie er å få et innblikk i lærerstudenters forståelse av matematiske resonnementer. På bakgrunn av dette ønsker jeg altså å se på hva lærerstudenter legger i begrepet matematiske resonnement og deres tolkning og forståelse av begrepet. Målet er derfor ikke å generalisere hva lærerstudenter generelt tenker om matematiske resonnement, men å gå mer i dybden for å få en bedre forståelse for hvordan de forstår begrepet. Kognitiv psykologi hevder at en kvalitativ kognitiv studie prøver å undersøke de kognitive strukturene og prosessene, og læreres tolkninger og forståelse når det gjelder resonnement (Cobb, 2007). Battista mfl. (2009) hevder at denne formen for deskriptive studier kan gi innsikt i hvordan elever lærer, eller i dette tilfellet hvordan lærerstudenter mener elevers

resonnementskompetanse kan stimuleres og videreutvikles. Det forutsetter at en kan undersøke hver enkelt informants mentale prosesser får å få innblikk i hva de tenker om temaet. Da dette ikke er mulig må de mentale prosessene gjøres tilgjengelig gjennom språk, noe som medfører at kunnskapen skapes mellom meg og informantene i en sosial sammenheng. Dette er i overenstemmelse med et konstruktivistisk syn hvor målet er å ta utgangspunkt i, og stole mest mulig på informantenes tanker om fenomenet en studerer (Creswell, 2014). Studien vil derfor være en kvalitativ kognitiv studie med et konstruktivistisk kunnskapssyn.

Det eksistere en rekke tilnærminger innenfor kvalitativ forskning som blant annet fenomenologi; etnografi; kasusstudie; narrativ; grounded theory; generisk kvalitativ metode (Creswell, 2014; Percy, Kostere & Kostere, 2015). Hva en ønsker svar på, altså forskningsspørsmål, og hvilket kunnskapssyn en innehar avgjør hvilken tilnærming som egner seg for den respektive forskningen. Med utgangspunkt i mitt forskningsspørsmål og kunnskapssyn falt valget på en generisk kvalitativ metode. Metodologien hevder Percy mfl. (2015) egner seg når en skal se på personers subjektive meninger, holdninger eller reflektere over egne erfaringer. Caelli mfl. (2003) hevder metodologien søker en av to ting: Enten kombinerer man flere metodologier eller tilnærminger, eller så tar man ingen av deres synspunkt i betraktning. Videre, i likhet med Percy mfl. (2015) påpeker de at metodologien generelt søker å forstå erfaringer eller hendelser. Percy mfl. (2015) argumentere også for at metodologien er hensiktsmessig når en i forkant har en forståelse av det en undersøker og hvor en ønsker informantenes syn eller perspektiver på fenomenet. Da rammeverkene for oppgaven og analysen var satt før datainnsamlingen startet, hadde jeg i stor grad snevret inn hva jeg ønsket å se etter og teori jeg kunne ta utgangspunkt i. Studien virket først å være fenomenologisk, men da hensikten ikke var informantenes opplevelser omkring deres tro eller meninger angående matematiske resonnement ble en fenomenologisk tilnærming utelukket (Percy mfl., 2015). Jeg var ute etter hvordan deres forståelse for matematiske resonnement harmonerte med etablert teori, og dermed ikke hvordan det har påvirket dem.

### **3.1.1 Informanter**

Oppgavens formål var å se på lærerstudenters forståelse av matematiske resonnement. Det nye kravet om 60 studiepoeng for å undervise i matematikk på ungdomsskolen var derfor en medvirkende faktor for valg av informanter (Kunnskapsdepartementet, 2016). Lærerstudenter med minimum 60 studiepoeng i matematikk/matematikkdidaktikk ble dermed et kriterium, noe



som innebar lektorstudenter med matematikk som første- eller andrefag. Utvalget ble dermed ifølge Thagaard (2013) begrenset til kriteriebasert. Denne formen for utvalg har som hensikt å aktivt søke etter informanter ved en spesiell form for kunnskap (Thagaard, 2013). I tillegg til stortingets nye krav om antall studiepoeng presiserer Kilpatrick mfl. (2001) at enkelte forskere hevder at evnen til å resonnerer ikke er til stede før i 12-års-alderen. Selv om yngre barn viser evne til å resonnerer (Kilpatrick mfl., 2001) ble derfor lærerstudenter med fremtidig kompetanse til å undervise i matematikk på mellomtrinnet, ungdomsskolen og videregående valgt.

Kontakt med lærerstudentene fikk jeg ved en muntlig forespørsel hvor jeg fortalte kort om prosjektets formål. Ved interesse fikk studenten et informasjonsskriv og samtykkeskjema (se vedlegg 1) som inneholdt opplysninger om prosjektets formål, deltakerens rettigheter og en signaturlinje som de skrev under på ved eventuell deltakelse. Informasjon som ble gitt før intervjuene mente jeg var hensiktsmessig da matematiske resonnement er et komplekst tema. Informasjonen de fikk på forhånd kunne derfor bidra til tanker om temaet før de ble intervjuet, noe som kan ha vært en bidragsyter til at informantenes svar ble mer fyldig.

Totalt ble det intervjuet åtte lærerstudenter hvor alle åtte ble en del av det endelige datamaterialet, analysen og rapporten. Percy mfl. (2015) hevder at en i generisk kvalitativ metode i utgangspunktet er ute etter et representativt utvalg. Metoden er ofte ute etter et bredere utvalg enn andre kvalitative tilnærminger da en ønsker flere meninger og ideer om det en undersøker. Det hadde derfor vært ønskelig å få flere enn åtte informanter, men på grunn av oppgavens tidsramme lot ikke dette seg gjøre. I etterkant viste dog åtte informanter seg å gi en form for metning da det etter hvert i intervjuene ikke kom opp så mange nye aspekter (Christoffersen & Johannessen, 2012; Creswell, 2014). Samtidig hevder Christoffersen og Johannessen (2012) at ved datainnsamling fra homogene grupper trenger forskeren færre informanter. Homogene grupper er når informantene oppfyller mange av de samme kriteriene som i dette tilfellet var blant annet lærerstudenter, minimum 60 studiepoeng i matematikk og fremtidig kvalifisert for å jobbe på de samme klassetrinnene i skolen. Ved en homogen gruppe vil en ifølge Christoffersen og Johannessen (2012) dermed oppnå en raskere metning enn ved en heterogen gruppe.

### 3.1.2 Halvstrukturert intervju

I generisk kvalitativ metode ønsker en å få innblikk i informantenes syn på fenomenet som skal undersøkes. Percy mfl. (2015) påpeker at det undersøkes reelle hendelser og problemer og at en derfor må være systematisk i datainnsamlingen. Dette innebærer halvstrukturert eller strukturerte intervju, spørreskjema eller deltakende observasjon. Spørreskjema kunne vært en mulig metode å benytte seg av, men det vil ikke gitt meg like fyldig datamateriale som intervju. I tillegg tillot datainnsamling gjennom intervju å rette opp eventuelle uklarheter jeg hadde til deres svar, noe som ville vært mer utfordrende med spørreskjema. Halvstrukturerte intervju styres til dels av tema og rekkefølge på spørsmål kan variere, men det åpner samtidig opp for at informantene og intervjueren kan samtale om andre ting (Christoffersen & Johannessen, 2012). Valget falt derfor på et halvstrukturert intervju, noe som åpnet for muligheten til å stille oppfølgingsspørsmål til informantene underveis hvis når det var ting jeg ønsket utdypning om (Percy mfl., 2015; Postholm, 2010). Alle intervjuene ble utført på et grupperom på informantenes respektive universitet, noe som ifølge Christoffersen og Johannessen (2012) kan føre til en trygg og avslappet atmosfære uten forstyrrelser.

Før gjennomføringen påpeker Christoffersen og Johannessen (2012) og Creswell (2014) at en må lage seg en intervjuguide (se vedlegg 2) bestående av temaer en ønsker å ta opp. Teorien oppgaven belager seg på la føringer og formet temaene og oppgavene jeg ønsket å ta opp i intervjuene. I følge Christoffersen og Johannessen (2012) kan intervjuguiden deles inn i to deler: før intervjuet og selve intervjuet. Fasene inneholder ulike informasjon som skal formidles til informanten. Før selve intervjuet hadde de fått utlevert et samtykkeskjema (se vedlegg 1) med studiens formål og deres rettigheter. Intervjusituasjonen startet med at jeg presenterte meg selv og informerte kort om prosjektet og deres rettigheter. Det ble spurt om tillatelse til å ta opp intervjuet på en båndopptaker og påpekt at informantenes anonymitet skulle ivaretas ved bruk av pseudonymer. I tillegg ble det Christoffersen og Johannessen (2012) kaller faktaspørsmål benyttet før selve intervjuet startet. Informantene ble spurt om hvor mange studiepoeng de hadde i matematikk og eventuell arbeidserfaring fra de hadde fra skolen utenom praksis. Den typen spørsmål hevder de er med på å skape en relasjon og et tillitsforhold til informanten (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Selve intervjuet deler Christoffersen og Johannessen (2012) opp i introduksjonsspørsmål, overgangsspørsmål og nøkkelspørsmål. Ved å åpne intervjuet med spørsmål om de hadde hørt

om begrepet matematiske resonnement og hva de i så fall la i begrepet går inn under introduksjonsspørsmål. Det har til hensikt å høre informantens egne erfaringer rundt temaet en ønsker å utforske (Christoffersen & Johannessen, 2012). Videre er overgangsspørsmål bindeleddet mellom introduksjonsspørsmål og nøkkelspørsmål. Her ble informantene blant annet spurt om hvordan de selv hadde erfaring med resonnement i egen undervisning o.l. Til slutt ble nøkkelspørsmålene stilt ved at informantene skulle ta stilling til oppgaver<sup>7</sup> og avgjøre hvorvidt de kunne stimulere til resonnementskompetanse hos elever.

Ifølge Christoffersen og Johannessen (2012) må intervjuet avsluttes på en ryddig måte. Dette ble gjort i form av å informere at det var to spørsmål igjen, noe som indikerte at intervjuet snart var over. Da alle spørsmålene var gjennomgått ble det satt av tid til eventuelle spørsmål eller kommentarer informantene måtte ha slik at informantene følte de fikk sagt alt de ønsket. Til slutt takket jeg så mye for deltakelse for å vise min takknemmelighet for at de stilte opp.

### **Pilotintervju**

Før de planlagte intervjuene ble det utført et pilotintervju med en student som i samme tidsrom som meg skrev sin masteroppgave i matematikdidaktikk. I løpet av intervjuet med studenten fikk jeg jeg erfare hvordan det var å intervju noen. Denne erfaringen bidro til at jeg følte meg mer komfortabel i de reelle intervjuene i etterkant. I etterkant av intervjuet fikk jeg konstruktive tilbakemeldinger som bidro til noen små endringer. Prøveintervjuet var i utgangspunktet ment som kun pilotintervju, men da intervjuet gikk bra og informanten kun hadde noen små tilbakemeldinger ble dataen fra intervjuet tatt med i datamaterialet jeg satt igjen med til slutt.

### **Oppgaver til intervjuene**

Til intervjuene ble det valgt ut fem oppgaver lærerstudentene skulle ta et standpunkt til (se vedlegg 3) Oppgavene ble analysert før intervjuene og representerte tre av de høyeste nivåene Smith og Stein (1998b) kategoriserer etter. Oppgave 1 ble først presentert på nivået å gjøre matematikk, for så å bli presentert som prosedyrer uten tilknytning (oppgave 1.2). Oppgave 2 og 3 kan kategoriseres på to ulike nivå. Med elevens forutsetninger tatt i betraktning kan de plasseres under enten lavere-gradsnivå (prosedyrer uten tilknytning), eller på høyere-gradsnivå

---

<sup>7</sup> Se kapittel 3.1.2 – underoverskrift oppgaver til intervjuene for min kategorisering av oppgavene

(prosedyrer med tilknytning). Oppgave 4, den siste oppgaven, ble som oppgave 1 kategorisert som å gjøre matematikk. Nivådifferensieringen på oppgavene begrunnes med at informantene skulle bli presentert med ulike nivå, og dermed ha mulighet til å ta stilling til hvilke faktorer som påvirket oppgavens kognitive krav.

Analysen av oppgavene var en utfordrende prosess da ulike faktorer påvirker hva oppgaven skal kategoriseres som. I etterkant av min egen analyse tok jeg derfor kontakt med to medstudenter som i skrivende stund skrev masteroppgaven sin om lærebokanalyse. De hadde brukt samme rammeverk som meg selv og var derfor kjent med rammeverket ved å ha analysert flere hundre oppgaver. Jeg fikk de til å kategorisere oppgavene sammen med meg og vi kom til konsensus på hvilke kategorier de hørte inn under. Dette viste seg å være det samme som jeg selv hadde kommet frem til og jeg kunne derfor med større sikkerhet hevde at oppgavene var kategorisert riktig.

### **3.1.3 Transkripsjon**

Kvale og Brinkmann (2015) hevder intervju samtalen blir mer oversiktlige og strukturert når en transkriberer. Transkripsjon kan derfor fungere som en metode for å kvalitetssikre datamaterialet en har innhentet. At jeg transkriberte selv bidro til at analysen startet i det jeg begynte å transkribere materialet. Selve transkripsjonen ble gjennomført på bokmål og hvor ord, tonefall og kroppsspråk ol. uten betydning for å forstå informantenes mening ble utelatt. Kvale og Brinkmann (2015) presiserer at det ikke finnes en mal på hvordan en skal transkribere, men at en må ta hensyn til det en ønsker å undersøke. Da jeg var ute etter en subjektiv forståelse av et matematisk begrep var det derfor ikke nødvendig å fokusere på de språklige aspektene. I løpet av transkripsjonsprosessen hvor det var en usikkerhet på hva som ble sagt ble det tatt kontakt med informant for en oppklaring. I etterkant av transkripsjonen ble i tillegg hver setning hørt over på nytt samtidig som jeg leste over hver setning for å forsikre meg om at det som var transkribert var i overenstemmelse med hva som faktisk ble sagt. De 8 intervjuene endte med ca. 75 sider ren transkripsjon.

### **3.1.4 Analytiske valg**

Rammeverkene for oppgaven ble presentert i teoridelen og med utgangspunkt i rammeverkene ble en tematisk analyse benyttet. Tematisk analyse prøver å beskrive mønstre i data og kan være basert på allerede eksisterende rammeverk. Denne formen for analyse hevder Braun og Clarke

(2006) er en fleksibel metode og derfor lett tilgjengelig for uerfarne forskere. Percy mfl. (2015) sier tematisk analyse kan brukes i kvalitative studier hvor en har brukt intervju som datainnsamlingsmetode. Braun og Clarke (2006) skiller mellom tematisk deduktiv eller induktiv analyse. Videre skiller de mellom semantisk eller en latent analyse. Fokuset for min analyse var på å beskrive det informantene sa gjennom et eksisterende rammeverk uten å gå forbi det uttalte, ideologier og gjøre antagelser. Analysen er dermed det Braun og Clarke (2006) anser som en tematisk deduktiv semantisk analyse. Selv om analysen i utgangspunktet baserte seg på allerede eksisterende teori og derfor hadde en deduktiv tilnærming påpeker Percy mfl. (2015) at en tematisk analyse likevel åpner opp for egne kategorier.

Braun og Clarke (2006) foreslår en analytisk tilnærming bestående av seks faser. Dette er kun ment som inspirasjon og ikke som en slavisk oppskrift som må følges. De påpeker at hvert enkelt prosjekt er forskjellig, og derfor må analyseres ulikt. Min analyse har likevel tatt utgangspunkt i disse seks fasene og vil bli beskrevet under:

Fase 1: Gjøre seg kjent med datamaterialet: Allerede mens jeg intervjuet studentene fikk jeg en innsikt i hvordan de forstod matematiske resonnement. I løpet av intervjuene begynte jeg å se lik- og ulikheter mellom informantenes svar og deres tanker rundt temaet. I transkriberingen som jeg selv utførte så jeg disse sammenhengene enda tydeligere og begynte å gjøre meg opp noen tanker. Etter alle 8 intervjuene var transkribert leste jeg over hvert av intervjuene for å få et oversiktlig bilde over datamaterialet mitt og hvilke data jeg satt med.

Fase 2: Utvikle innledende koder: I den andre fasen tok jeg for meg hvert enkelt intervju og merket interessante setninger og ord informantene hadde kommet med. Dette foregikk gjennom rammeverkene for oppgaven. Et eksempel var Caroline som snakket om tankeprosesser. Dette ble kodet som uuttalt argumentasjon. Likevel var det til dels en induktiv tilnærming da alt av interesse ble markert. I løpet av prosessen gikk disse kodene igjen flere ganger og ble derfor fargekodet slik at det var lettere å se sammenhenger på tvers av intervjuene. Da intervjuene var gransket flere ganger og kodene var satt reduserte jeg datamaterialet fra 75 til 10 sider. I tillegg ble svarene fra hver informant kategorisert etter spørsmål fra intervjuguiden slik at det ble enklere å se hva hver enkelt hadde svart innenfor samme spørsmål.

Fase 3: Utvikle tema: I fase tre handler det om å organisere koder under potensielle overordnede tema som kan presentere datamaterialet på en mer oversiktlig måte. I denne fasen begynner en

analysene ved å ta for seg de ulike kodene, se på deres meningsinnhold og plassere de inn under samme tema. Den deduktive prosessen så på hvilke koder som hørte til under temaene jeg hadde fra de teoretiske rammeverkene Lithner (2008) og Smith og Stein (1998b). Eksempelvis ble koden uformelle metoder plassert inn under temaet kreative resonnement.

Fase 4: Gjennomgå/granske temaene: I denne fasen skal en se om det er sammenheng mellom temaene og om temaene er representativ for datamaterialet. Siden temaene allerede var laget på bakgrunn av eksisterende rammeverk var ikke denne fasen nødvendig.

Fase 5: Definere og navngi temaene: En pågående analyseprosess hvor en skal raffinere temaene slik at unødvendig data lukes ut. I tillegg skal en fastslå beskrivende og dekkende navn for hvert enkelt tema. Temaene var som nevnt gitt på forhånd, men datamaterialet ble videre analysert og redusert for å luke ut data som ikke bidro til å besvare forskningsspørsmålet. Datamaterialet ble i denne fasen redusert fra 10 til 6 sider.

Fase 6: Produsere en rapport: Siste del av analysen finner sted. Her skal en velge ut utsagn som representerer datamaterialet, analysere dem og koble dem til teori. I løpet av fase fem var datamaterialet både analysert og koblet opp mot teorien gjennom kodene og temaene kodene var plassert under. Utsagnene for hver kode som representerte informantenes uttalelser bra ble så valgt, og begrunnelser for hvorfor de havnet inn under de respektive temaene blir presentert i analysen<sup>8</sup>

## 3.2 Vurdering av studien

Kvaliteten i studien vil bli beskrevet gjennom begrepene validitet og reliabilitet, og avsluttes med forskningens begrensninger. Det gjøres derimot ofte et skille i begrepsbruken av kvantitative og kvalitative studie. I kvalitative studier er begrepene ofte byttet ut med troverdighet (reliabilitet) og gyldighet (validitet) (Grønmo, 2004). Likevel hevder Grønmo (2004) at begrepene innehar samme betydning i kvantitative og kvalitative studier, men vurdering av kvaliteten må gjøres forskjellig i de ulike tilnærmingene. Dermed velger jeg å forholde meg til reliabilitet og validitet.

---

<sup>8</sup> Analysen redegjøres for i kapittel 4

I kvalitative studier er forskeren selv forskningsinstrumentet og derfor viktig at en legger frem sine perspektiver og meninger slik at leseren kan få et innblikk i hvordan forskeren har påvirket forskningsarbeidet (Postholm, 2010, s. 35). Dette forsøkes i de neste kapitlene om reliabilitet og validitet. Videre hevder Cohen, Morrison og Manion (2007) høy reliabilitet er en forutsetning for høy validitet.

### 3.2.1 Reliabilitet

Reliabilitet handler i utgangspunkt om repliserbarhet, altså om prosjektet ville fått samme resultat hvis det ble gjennomført av en annen (Thagaard, 2013). Da mitt kunnskapssyn er konstruktivistisk vil dette ikke gjelde for rapporten. Repliserbarhet er knyttet til nøytralitet (Thagaard, 2013), noe som ikke vil være mulig i dette prosjektet da kunnskapen er subjektiv. Den eksterne reliabiliteten vil derfor ikke bli vektlagt i denne oppgaven.

Intern reliabilitet handler om å gjøre forskningen transparent (Thagaard, 2013). Dette vil si at en gir en detaljert beskrivelse av forskningsstrategi og analyseprosessen. Samtidig vil det å beskrive det teoretiske ståstedet som legger grunnlaget for tolkningene øke den interne reliabiliteten. Tidligere i dette kapitlet har jeg etterstrebet å gjøre forskningen så transparent som mulig gjennom å redegjøre for hvorfor studien havner inn under konstruktivismen. Valg av metode har jeg tidligere argumentert for og dette har vært med på å sørge for at dataen har blitt systematisk og hensiktsmessig innhentet gjennom halvstrukturerte intervju etterfulgt av transkripsjon av datamaterialet. Oppgavene som ble brukt i intervjuene ble som nevnt i kapittel 3.1.2 analysert av to medstudenter da det er vanskelig å kategorisere oppgaver etter hvilke kognitive krav de stiller. De kom frem til samme konklusjon som meg og dette var med på å styrke min analyse på informantenes «kategorisering» av oppgavene. Transkripsjonen ble som påpekt tidligere lest og sjekket opp mot lydfilet for å se at utgangspunktet for analyseprosessen ikke inneholdt feil, noe Creswell (2014) hevder vil bidra til en økt reliabilitet. I teoridelen ble så rammeverkene presentert for å gi et innblikk i hva analysen og diskusjonen belaget seg på.

Analyseprosessen ble utført basert på de seks fasene Braun og Clarke (2006) foreslår og har bidratt til en systematisk gjennomgang og analyse av datamaterialet. Det må likevel tas i betraktning de synene jeg selv har på matematiske resonnement og viktigheten av det i skolematematikken. Selv om jeg etter beste evne har prøvd å legge bort mine subjektive

meninger har forforståelsen min gjennom hele prosjektet formet mine valg og dermed funnene som ble gjort. På tross av dette er min oppfatning at reliabiliteten er høy da jeg har gjort mitt syn og mine valg transparent for leseren.

### 3.2.2 Validitet

Det skilles mellom indre og ytre validitet. Indre validitet er om forskeren undersøker det en faktisk sier en skal undersøke, og ytre validitet er studiens generaliserbarhet (Patel & Davidson, 2011). En sammenheng mellom forskningsspørsmål og datamateriale er derfor en nødvendighet. Valg av metodologi, metode, teori og av informanter vil derfor påvirke om forskningen har en høy eller lav validitet. Videre påpeker Winter (2000) at validiteten kan økes gjennom, ærlighet, rike beskrivelser og at forskerens forforståelse legges frem slik at tolkningene i størst mulig grad blir objektive. Patel og Davidson (2011) påpeker at det ofte er stor variasjon i kvalitative studier og dermed vanskelig å definere spesifikke kriterier for å oppnå kvalitet i studien. Videre hevder de selve forskningsprosessen fra start til slutt må være beskrevet slik at leseren kan danne seg et bilde av hva som er gjort, og valg som er tatt. Dette vil bidra til å øke studiens validitet (Patel & Davidson, 2011). Gronlund (som sitert i Cohen mfl., 2007, s. 133) hevder validitet skal bli sett på som en grad av og ikke som noe absolutt. Derfor må en streve for minst mulig ugyldighet og mest mulig gyldighet.

For å få et innblikk i lærerstudenters forståelse av matematiske resonnement og kjennetegn de mener stimulerer elevers resonnementskompetanse fant jeg det mest hensiktsmessig å benytte et halvstrukturert intervju. Det gav mulighet til å stille spørsmål basert på eksisterende teori, samtidig som lærerstudentene kunne komme med andre utsagn som ikke var tenkt ut på forhånd. Informantene var som beskrevet i kapittel 3.1.1 basert på et kriteriebasert utvalg da dette var hensiktsmessig for å kunne svare på forskningsspørsmålet. Videre har jeg prøvd å beskrive mine valg, argumentert for dem, og kommet med eksempler der jeg har følt det var nødvendig for å vise mine tolkninger.

Grønmo (2004) påpeker at kompetansevaliditet bedømmes etter forskerens kompetanse innenfor forskningsfeltet. Da dette er mitt første møte med forskningsfeltet utenom en bachelorgrad som ble gjennomført som et aksjonsforskningsprosjekt er min kompetanse lav. For å kompensere for min manglende kompetanse ble det som beskrevet i kapittel 3.1 benyttet generisk kvalitativ metode og kapittel 3.1.4 om tematisk analyse som ofte egner seg for uerfarne



forskere (Caelli mfl., 2003). Det ble som nevnt i kapittel 3.1.2 også gjennomført et pilotintervju for å oppleve en intervjusituasjon fra intervjueren sitt perspektiv og for å utbedre intervjuguiden. Dette er en tilpasningen som er mulig i kvalitativ forskning (Christoffersen & Johannessen, 2012) og Grønmo (2004) hevder dette kan øke validiteten. Pilotintervjuet ble som nevnt en del av det endelige datamaterialet, men det må påpekes at dette var etter en nøye avveining for hvilke konsekvenser dette kunne medføre. Siden det bare ble gjort små justeringer anså jeg det heller som en styrke med én informant mer, enn som en svekkelse.

Ytre validitet er en form for generaliserbarhet. I kvalitative studier snakker en derimot ikke om å generalisere globalt, at resultatene er universelle, men om resultatene kan overføres til liknende situasjoner (Kvale & Brinkmann, 2015). Det skilles mellom tre former for generalisering: naturalistisk, statistisk og analytisk (Kvale & Brinkmann, 2015). Naturalistisk generalisering er hvordan en leser kan gjenkjenne seg i funnene som fremkommer i rapporten. Funnene, eller hver enkelt lærerstudents stille kunnskap blir dermed eksplisitt. Studien vil derfor ikke presentere alle lærerstudenters syn på resonnement, men lærerstudenter som leser rapporten kan kjenne seg igjen i det som blir presentert.

### **3.2.3 Forskningens begrensninger**

Kritikk av metode er et underkapittel ofte sett i mastergradsoppgaver. Jeg velger derimot å bruke forskningens begrensninger. Bakgrunnen for dette er at alle de metodiske valgene som er tatt er forankret i eksisterende akseptert teori og jeg ser dermed ingen grunn til og har ingen grunnlag for å kritisere denne teorien. Det er dog en rekke begrensninger med studien som jeg ønsker å belyse. Før jeg går i gang vil jeg videre påpeke at alle begrensningene selvsagt ikke kan vektlegges, men begrensningene som blir presentert anser jeg som de viktigste.

#### **Metodiske valg**

Studien er en kvalitativ, kognitiv studie med et konstruktivistisk kunnskapssyn. Dette forutsetter at jeg kan ekstrahere informantenes tanker. Da dette ikke er mulig blir tankene fremlagt i en sosial sammenheng – kunnskapen skapes dermed i intervjusituasjonen. En av ulempene med dette er at det ikke finnes en objektiv sannhet. Kunnskapen som dannes er situasjonsbestemt og dermed subjektiv. Dette bidrar til å svekke den eksterne validiteten eller studiens generaliserbarhet. Likevel må en ha i tankene at dette ikke er målet med en kvalitativ studie (Cohen mfl., 2007).

Mosvold og Fauskanger (2015) påpeker at det kan være vanskelig å måle læreres matematikkunnskaper. Hvordan instrumenter en skal benytte seg av er i seg selv en utfordring. Ved å benytte meg av mixed methods hadde jeg anvendt flere instrumenter, benyttet flere analyser og kunne dermed fått mer pålitelig data. En fordel med mixed methods er nettopp at en kunne sett på informantens kunnskaper innen resonnement gjennom å bruk flervalgstester, for så å intervju dem og sett om resultatene hadde samsvart. Et liknende prosjekt er gjort av Mosvold og Fauskanger (2015)<sup>9</sup>

Valget av generisk kvalitativ metode kan sees på som en begrensning og det er basert på to faktorer. For det første har det ikke vært en entydig enighet om hva generisk kvalitativ metode er. Percy mfl. (2015) har presentert en oversikt over hva de legger i metoden og sammenliknet den med andre tilnærminger i kvalitativ forskning. Grunnen til tvetydighet kan ha vært på grunn av graden av handlingsfriheten en har i tilnærmingen, noe som tar meg til det neste punktet. Caelli mfl. (2003) hevder at en enten kombinerer flere ulike tilnærminger eller så tar man ikke i det store og hele dere synspunkt i betraktning. En går dermed vekk fra godt etablerte forskningstradisjoner med typiske kjennetrekke til en mer flytende tilnærming. Selv om jeg har presentert og argumentert for mine valg i kapitlet kan bruken av generisk kvalitativ metode gjøre leseren usikker på hvordan jeg har gått frem og hva jeg faktisk har gjort.

Avslutningsvis, til tross for at deduktiv analyse er lett tilgjengelig for uerfarne forskere (Braun & Clarke, 2006) – har den sine begrensninger. Ved å benytte seg av allerede eksisterende teori og bruke den som utgangspunkt i analyseprosessen vil en kunne gå glipp av bredden og helheten i datamaterialet. Jeg har dog åpnet opp for en induktiv fase i analysen som til dels kan gjøre opp for den begrensningen.

### **Informantenes og egne forutsetninger**

Creswell (2014) påpeker også at ikke alle er like godt artikulert og oppfinnsom av seg. Selv om informantene på forhånd fikk en oversikt over hva vi skulle snakke om, trenger enkelte mer tid for å finne de rette ordene og fremme sine synspunkter. Gjennom intervjuet prøvde jeg å la informantene få tid til å tenke uten å bryte inn for raskt. Dette opplevde jeg enkelte ganger som

---

<sup>9</sup> Prosjektet er kort presentert i kapittel 1.1

vanskelig da følelsen av pinlig stillhet kunne få overtaket på meg. Etter hvert som intervjuene gikk sin gang følte jeg selv at jeg ble flinkere på det, og gjennom å lytte på intervjuene fikk jeg bekreftet at tenkerommet, altså pausene, ble lengre etter hvert i datainnsamlingsprosessen. En annen faktor av betydning var informantenes evne til å ordlegge seg muntlig og skriftlig. Hvis de er flinkere å ordlegge seg skriftlig enn muntlig kan det ha bidratt til et mindre beskrivende og fyldig datamateriale da det ble brukt intervju i stedet for spørreskjema. Dog tenker jeg at lærerstudenter er vant til å formulere seg muntlig gjennom øvelse i fag på universitetet og praksis ved skoler.

Fra oppgavens start til ferdigstilling har jeg arbeidet individuelt med oppgaven. Forskeren selv er det viktigste instrumentet i kvalitativ forskning og jeg har derfor hatt en stor innvirkning på resultatene (Postholm, 2010). Objektivitet har derfor vært vanskelig å oppnå. Analysen spesielt er derfor preget av mine subjektive syn og tolkninger. Dette må derfor tas i betraktning når en ser på funnene som er gjort. Prosjektet har fra start til slutt også vært en konstant læringsprosess, noe som har gjort meg oppmerksom på ting jeg ville gjort annerledes hvis forskningen skulle vært gjennomført på nytt

### **3.3 Etiske betraktninger**

Fra planleggingsfasen til studiets slutt må en ta hensyn til de forskningsetiske aspektene forskningen innebærer. Dette handler om rettigheter deltakere har, hvordan en går frem for å få kontakt med informanter, selve prosessen og i etterkant når data skal oppbevares og publiseres (Thagaard, 2013). I planleggingsfasen ble det sendt søknad til NSD (Norsk senter for forskningsdata – se vedlegg 4) om studiets formål og gang. Søknaden ble før forskningsprosessen startet godkjent. Opprinnelig skulle prosjektet ta utgangspunkt i lærere, men grunnet dårlig respons fra eventuelle informanter ble dette endret til lærerstudenter. Det ble derfor tatt kontakt med NSD på nytt for å høre om endringsmelding måtte sendes til NSD. Dette viste seg å ikke være tilfelle da små endringer i utvalg ikke var meldepliktig.

Christoffersen og Johannessen (2012, s. 41-42) nevner tre hensyn en som forsker må ta: informantenes rett til selvbestemmelse og autonomi; forskerens plikt til å respektere informantenes privatliv; forskerens ansvar for å unngå skade. I søken på informanter ble det utlevert et samtykkeskjema med informasjon om studie og informantenes rettigheter som blant annet innebar fritt informert samtykke og at de kunne trekke seg når som helst uten noen form

for konsekvenser (Kvale & Brinkmann, 2015). Skjemaet ble så underskrevet av hver enkelt informant før intervjuene ble gjennomført. I etterkant av datainnsamlingen ble informantene gitt pseudonymer og informasjon om hvilke universitet studentene studerte ved ble utelatt for å minimere sjansen for informanter skulle ha mulighet til å bli gjenkjent. Punktet om å unngå skade mener jeg også er ivaretatt da spørsmålene i intervjuene omhandlet temaer som ikke berørte følsomme eller sårbare områder hos den enkelte informant. De etiske betraktningene omhandler også å bevare informantenes integritet. I kapittel 3.1.3 ble dette nevnt gjennom at materialet ble transkribert og i etterkant at transkripsjonene ble undersøkt slik at det var forenlig med det informantene faktisk hadde uttalt. I tillegg ble det også som nevnt tatt kontakt med informant hvis det var noen ord fra intervjuet jeg var usikker på. Datamaterialet ble under hele prosessen oppbevart i henhold til NSDs forskrifter og ble etter studiets avslutning destruert.

## 4 Analyse og funn

Kapitlet vil presentere de ulike funnene som ble gjort i forskningen og baserer seg på de gjeldende rammeverkene beskrevet i kapittel 2.3 og 2.5, og er i overensstemmelse med analyseprosessen det ble redegjort for i kapittel 3.1.4. Med utgangspunkt i oppgavens forskningsspørsmål og funnene som er gjort vil analysen presenteres først – deretter vil dette diskuteres i kapittel 5 i lys av Ball mfl. (2008) sitt rammeverk. I kapittel 4.1 vil deres forståelse av og hvordan de har tatt hensyn til matematiske resonnement i egen undervisning presenteres, før oppgavedelen av intervjuene vil bli presentert i kapittel 4.2

### 4.1 Matematiske resonnement – lærerstudentenes forståelse og fokus

Seks av de åtte informantene sa at de hadde hørt om matematiske resonnement gjennom sin undervisning på universitetet. I etterkant av intervjuene ble jeg derimot kontaktet av Lukas da han ønsket å endre sitt svar angående dette. I intervjusituasjonen kom han ikke på at han hadde hørt om matematiske resonnement gjennom undervisningen. Dermed var antallet syv av åtte. Den siste informanten, Martin, sa at hans idé av matematiske resonnement var gjennom egen skolegang. Fem informanter påpekte at matematiske resonnement var noe som først ble rettet fokus mot første semesteret i studiets femte år, altså siste semester før de skulle begynne på masteroppgaven. Hva som var tilfellet for de to siste informantene kan antydes til å være det samme da alle studentene studerte ved samme universitet.

#### 4.1.1 Forståelsen deres av et resonnement

Meg: Ok. Har lyst å høre om, har du hørt om begrepet matematiske resonnement? Og i så fall hva tenker du når du hører begrepet?

Matematiske resonnement ble av fire av informantene nevnt som blant annet:

Caroline: Altså det første jeg tenker når jeg hører resonnement er at det har noe ting med tankeprosesser å gjøre.. ja, at det noe vi gjør oppe i hodet for å prøve å finne ut av et problem.

Lukas: En rekke matematiske tanker, en rekke tanker man gjør seg når man gjør noe matematisk.

Petter: ... ja hvordan man, elevene tenker for å komme seg frem til en besvarelse innenfor matematikk.

Martin: ... da tenker jeg at det er de refleksjonene eller prosessene man, man gjør underveis i en oppgaveløsningsprosess for å komme frem til et svar da.

Likheten til informantene var at de nevnte tanker, prosesser eller tankeprosesser en selv gjør seg i møte med et problem. Samtlige av disse ble kodet til argumenter hvilket er noe Lithner (2008) påpeker er en del av matematiske resonnement. Tankeprosesser tolket jeg som uttalte argumenter en selv gjør inne i hodet. Argumenter derimot tolket jeg som at det enten kan være egne tanker inne i hodet, eller utalte muntlig eller skriftlig som en begrunnelse. Argumentene en gjør seg er der selve resonnementet starter, og de avgjørende faktorene for hvilket resonnement en ender opp med er ens forutsetninger og oppgavens kognitive krav (Smith & Stein, 1998b). Dette skal ikke diskuteres mer her da videre diskusjon vil gjøres i kapittel 4.2. Videre nevnte fire av informantene eksplisitt argumenter på overnevnte spørsmål, hvorav kun Even sin uttalelse presenteres:

Even: ... altså ut fra et problem eller en oppgave som gis, at de klarer å.. for seg selv klarer å si ulike argument for å komme frem til.. en løsning eller konklusjon da.

Ut fra informantenes svar ble det kodet at samtlige av informantene mente argumenter var en del av resonnement som til slutt skal bidra til et svar eller en konklusjon. Videre kan en se at fire informanter på overnevnte spørsmål nevnte både uformelle og formelle metoder. Her presenteres to av informantenes utsagn:

Truls: ... et resonnement er unikt for hver elev.. liker jeg å tenke.. du trenger ikke å følge en formell.. metode, men ofte bærer det preg av ulike.. formelle matematiske metoder ...

Heidi: Altså det er jo begge deler egentlig, men når man først tenker sånn selv så blir det jo det jo egentlig løsningsmetoder som allerede er kjent.. sånn sett. Men det er jo egentlig begge deler for dem skal kunne utvikle nye strategier eller kunnskap som dem ikke har fra før.

Slik jeg tolket Truls sitt utsagn henviser han til uformelle metoder eller strategier når han sier at en ikke trenger å følge en formell metode. Det at det ofte bærer preg av ulike formelle metoder ble tolket og kodet som algoritmisk resonnering. Heidi refererte i dette utsagnet til

både etablerte og egne metoder. Etablerte metoder ble som hos Truls kodet til algoritmisk resonnering. Uformelle metoder eller strategier ble kodet under kreative resonnement da det virket å henvise til metoder elevene har kommet opp med på egen hånd.

Videre var uttalelsene til fire av informantene på spørsmålet mer utfordrende og kode:

Sondre: ... at den finnes ulike typer for hva som kan være resonnering.

Martin: ... i oppgaver der du går ut over det oppskriftsmessige så må dem jo resonner seg frem til hva, altså hva oppgaven spør etter, hva slags strategier kan jeg bruke ... en viss form for resonnement også i de automatiserte prosessene.

Lukas: ... hvilken som helst oppgave da, så.. setter man i gang og tenker en tankeprosess og gjør man jo enkelte matematiske resonnement vil jeg si ... Altså de kan være resonnementer på ulike nivåer, resonnementer om at hvorfor  $2+3=5$ , hva betyr det, altså ja, sånne ting, sånne resonnementer. Eller så kan det være på et høyere nivå ...

Caroline: ... kanskje litt an på om oppgaven er kjent for deg. Altså hvis.. la oss si da at.. oppgaven er veldig enkel.. hvis du spør meg hva er  $2+2$ , så har jeg et automatisert svar ...

Sondre nevnte at det finnes ulike typer resonnement. Han henviste direkte til Lithner (2008) sine fire steg i intervjuet og det kunne derfor tolkes dit hen at ulike typer resonnementer kan være de imitative og kreative resonnementene han siktet til. Martin på sin side nevnte der du går ut over det oppskriftsmessige og i mindre grad i de automatiserte prosessene. Ut over det oppskriftsmessige ble kodet som uformelle metoder og de automatiserte ble kodet som memorert resonnering som er en subkategori til imitative resonnement (Lithner, 2008). Videre påpekte Lukas ved hvilken som helst oppgave og nevnte også ulike nivåer av resonnement. Eksempelet med  $2+3=5$  tydeliggjør at han mente på et lavt nivå, hvor det i dette tilfellet i likhet med Martin, ble kodet som memorert resonnering. På høyere nivå kan være både algoritmiske og kreative resonnementer, eller en av det nevnte. Caroline i likhet med Martin nevnte at noe kan være automatisert, derav kodet til memorert resonnement. En kan altså se ut fra analysen at samtlige informanter snakket om både kreative og imitative resonnement under intervjuene. For å styrke dette funnet snakket fem av informantene om kreativitet som en faktor ved møte med for eksempel oppgaver:

Meg: Hvis vi fortsetter å snakke litt om.. resonnement da.. hva mener, hva tenker du er selve essensen i det å kunne resonnerer?

Nedenfor presenteres tre uttalelser:

Petter: ... vi snakket om det der å kunne løsrive seg og tenke litt.. utenfor boksen, problemløsende, være litt.. at kreativitet ser jeg på som veldig essensielt ...

Martin: ... til andre løsninger da, til andre kreative måter å se på oppgaven, andre kreative måter å hente inn informasjon ...

Even: ... den her kreative.. handler i mye større grad om å finne ut.. løsningen eller lage ditt eget resonnement på veien.

Av de tre uttalelsene informantene kom med kan en se at kreativitet virker å være en viktig del av resonnementer. Hvis kreativitet anses som viktig vil det være naturlig å tolke det dit at informantene er opptatt av at elever skal ha mulighet til å utforske og prøve seg frem i matematikken. Dette virker i så fall å være et steg i motsatt retning av hva som er praktisert ifølge forskning. For at elever skal ha denne muligheten vil oppgaver som krever et høyere kognitivt nivå være et krav (Smith & Stein, 1998b). Hvilke tanker informantene hadde om oppgavene som ble presentert i intervjuet analyseres i kapittel 4.2.

Argumenter, imitative og kreative resonnementer ble direkte eller indirekte uttalt av samtlige åtte informanter. Videre ble forståelse eksplisitt påpekt av syv av informantene som en nøkkelfaktor for å kunne bedrive et resonnement, mens én nevnte det implisitt. I møte med hvilken form for resonnement ble ikke uttalt eksplisitt, men en kan tillate seg å tolke det mot kreative resonnement da flere av informantene påpekte at en resonnerer i mindre grad i møte med oppgaver som ble utført etter prosedyrer eller var automatisert. Syv av informantene svarte også at de mener resonnement er en viktig del av matematikken, mens en informant påpekte at det var den viktigste delen.

Selv om de påpekte viktigheten av matematiske resonnement kan det likevel virke som at imitative resonnementer har preget matematikkundervisningen:

Meg: Tenker du at det er.. på en måte deres egne veier begrunnelser da. Eller argumenter eller hva du kalte det?



Petter: Det kommer litt an på. Jeg ser jo for meg at.. undervisningen i dag.. sånn som vi har erfart og lest i teorien så, så er det veldig, så tror jeg elevene er ganske fastbundet i regler og algoritmer og at man bruker dem i resonnementene sine.

Petter trakk her frem fra egne erfaringer og teori at imitative resonnementer er overrepresentert i den norske skolen. Dette diskuteres og kommer til dels mer frem i neste kapittel hvor informantenes praksis redegjøres for.

#### 4.1.2 **Praktisering, endring og veiledning**

I egen praksis eller gjennom å være vikar kom det fram at fem av informantene ikke har hatt særlig fokus på matematiske resonnement i egen undervisning. På slutten av intervjuet stilte jeg følgende spørsmål:

Meg: Da ønsker jeg bare å takke så mye for din deltakelse. Før vi runder av lurer jeg bare på om det er noe mer du ønsker å snakke om eller utdype?

Petter: Skulle ønske jeg visste om resonnement tidligere slik at jeg kunne ha prøvd det ut i praksis. Hvordan elevene møtte slike oppgaver, hvordan de tenker når de møter slike oppgaver og hvordan de for eksempel kommuniserer med hverandre.

Flere av informanter hadde liknende uttalelser og det kan derfor virke som driven for å fokusere på matematiske resonnement var tilstede, men uvitenheten har vært en av faktorene som stoppet de fra å prøve det ut i praksis. Andre aspekter som tydet på å ha vært en begrensende faktor er praksislærers ønske eller gamle ukeplaner de har tatt utgangspunkt i når oppgaver skulle velges ut:

Meg: Når du har hatt undervisning så har du sikkert gitt oppgaver, gitt litt lekser osv. Har du hovedsakelig benyttet deg av bøker eller andre ressurser? Og eventuelt hvorfor?

Martin: Nei, det kommer faktisk litt an på praksislærer .... så jeg har ikke noe imot de egentlig å bruke de, altså oppgaver som er i bøker.. men det igjen det trener bare de uttrykkene ofte og den, den, den løsningsdelen av en oppgave. Fungere sikkert kjempefint til det.

Flere av informantene påpekte at gamle planer ofte var rettet mot bruk av bøker. I tillegg nevnte tre av informantene i likhet med Martin at de hadde tatt utgangspunkt i bøker etter praksislærers ønske. Det ligger ikke eksplisitt at bruken av bøker kan føre til lite matematiske resonnement, men kodingsarbeidet tydet til nettopp dette.

Det er viktig å presisere at det er informantenes egen oppfatning av bøker som kommer frem og ikke min egen. Det kan eksempelvis sees fra utsagnet til Martin som står overfor. Hva han eksakt la i «uttrykkene» og «løsningsdelen» kan diskuteres, men min oppfatning av uttrykk er at oppgaven er presentert gjennom symboler eller tall og dermed eksplisitt «sier» hvordan prosedyre en kan bruke for å løse oppgaven. Denne formen for oppgaver havner inn under det Smith og Stein (1998b) kategoriserer som en oppgave som krever lavere grad av kognitive utfordringer, eller mer spesifikt prosedyrer uten tilknytning. Undervisningen de har bedrevet virker derfor å helle mot det den tradisjonelle undervisningsformen i Norge (Alseth mfl., 2003; Kjærnsli & Olsen, 2013; Nosrati & Wæge, 2014). En positiv faktor er dog at flere av informantene påpekte at de vil ta mer hensyn til matematiske resonnement i fremtiden.

Under intervjuet ble informantene også spurt om veiledningssituasjoner. Her er det viktig å ta i betraktning at dette er hvordan de med nåværende kunnskap mener en skal veilede elever og ikke hvordan de har gjort det:

Meg: Enn sånn i veiledningssituasjoner med elever, la oss si at de kanskje står fast da. Hvordan tenker du man burde veilede elever?

Her presenteres fire uttalelser:

Caroline: At man får dem til å snakke og forklare.. hva dem har gjort, hvorfor dem har gjort det, hvordan de har tenkt.

Sondre: ... at de selv forteller hva er det de gjør for noe, gjerne stille spørsmål til det de har gjort, for da får du på en måte tenke hva er det egentlig de tenker ... stille spørsmål hvorfor gjør du det her, hvorfor fungerer det her.

Even: ... stille de rette spørsmålene, ikke bare si et svar ... hvordan du begrunner og kommer frem til den løsningen der. Det er det som faktisk viser at eleven har forstått matematikken, forstått hva de har gjort, de har forstått problemet, de har forstått løsningen sin.

Petter: ... veilede på en måte som.. som får eleven til å tenke fremfor at man fjerner for eksempel.. det matematiske innholdet eller tar bort utfordringen i oppgaven.

Utsagnene ovenfor illustrerer hva informantene vektlegger i veiledningssituasjoner. En kan se at informantene mener man skal veilede elevene i stedet for å gi de et svar. Videre påpekte

samtligte av informantene at en er ute etter elevenes begrunnelser for det de har gjort. Hva har elevene tenkt, hvordan har de gått frem og hvorfor har de gått frem på den måten. Videre nevnte også to av informantene på spørsmålet om veiledningssituasjoner følgende:

Even: ... jeg er ikke så veldig interessert i om svaret ditt er helt rett, men jeg er interessert i hvordan du har tenkt.

Petter: ... man er så opptatt av at eleven skal få riktig svar at man tar bort det matematiske innholdet i et problem ...

Even sa dirkete at han vektla prosessen i større grad enn selve svaret. Dette påpekte også Petter gjennom sin uttalelse. Han sier at det ofte er lett å legge seg opp i elevens svar, noe han mener kan ta bort det matematiske innholdet. Henningsen og Stein (1997) støtter dette og mener det kan bidra til at elevene får et smalt syn, noe som kan føre til elevene ikke jobber på et høyt kognitivt nivå. Ved et dypdykk i datamaterialet og hva informantene egentlig mente kan det virke som samtligte informanter er mer opptatt av prosessen enn selve svaret. Som nevnt påpekte alle at elevene må begrunne det de har gjort. Begrunnelsen eller argumentasjon er nettopp prosessen – hva elevene har tenkt for å komme frem til løsningen.

## **4.2 Kategorisering av oppgavene**

Som en del av intervjuet ble informantene forelagt oppgavene som er redegjort for i kapittel 3.1.2 gjennom Smith og Stein (1998b) sitt rammeverk. De respektive oppgavene er plassert i henhold til de fire ulike kategoriene basert på de kognitive kravene de stiller. I dette kapitlet vil informantens syn på oppgavene og hvilke kriterier de har vektlagt på hver oppgave bli presentert og hvor eksempler vil vise min koding og understøtte mine argumenter. Før analysen vil jeg derimot presisere at jeg i hovedsak stilte informantene ett spørsmål til oppgavene: «Du skal nå bli presentert med 5 oppgaver. Jeg ønsker at du skal se litt på oppgavene og gjøre deg opp en mening om oppgavene er godt egnet, eventuelt ikke egnet for å stimulere elevens resonnementskompetanse. Og hvorfor?». Oppfølgingsspørsmål ble stilt ved reduksjon av oppgave 1, men ellers var det i all hovedsak informantene som snakket i denne fasen av intervjuet.

### 4.2.1 Oppgave 1

Denne oppgaven kategoriserte jeg som nevnt i kapittel 3.1.2 som å gjøre matematikk, hvilket er det høyeste kognitive nivået på oppgaver. Flere av informantene virket å like oppgaven. Eksempelvis kommenterte to av informantene:

Sondre: Personlig mer fan av oppgave 1.

Martin: Men jeg likte oppgave 1 veldig godt, den er på en måte med på matematiske resonnement. Den har på en måte alt..

Begge utsagnene viser at de verdsatte oppgaven og at den har et stort potensial for å fremme matematiske resonnement hos elevene. To andre informanter, Even og Petter, henviste og til oppgave 1 i løpet av intervjuet:

Even: Mye mer fan av en kort oppgave der du, der du bare spør hvordan man løser det her problemet.

Petter: Betrakter den litt mer låst enn den første.

Kommentarene deres er ikke like direkte som Sondres og Petters, men Evens kommentar henviste til en kort oppgave hvor en kun er ute etter en løsning på problemet. Oppgave 1 var den korteste oppgaven hvor elevene skal løse problemet uten at oppgaven gir de noen indikasjoner som styrer elevene i en bestemt retning. Ingen forslått vei å gå er et av kravene for at oppgaven skal kunne kategoriseres som å gjøre matematikk (Smith & Stein, 1998b). Jeg tolket det derfor dit hen at Even refererte til oppgave 1. Petters kommentar kom mens han snakket om oppgave 2, så den sa ikke eksplisitt om oppgave 1 var mer åpen enn den tredje og fjerde oppgaven. Dog viste kommentarene hans fra oppgave 1 tendenser til at han synes oppgaven var god for å stimulere elevens resonnementskompetanse. En åpen oppgave, i likhet med Evens kommentar, kan antyde at han mener en «foreslått» formell metode ikke krever like høy kognitiv aktivitet hos elever. Videre hadde utsagnene presentert nedenfor flere likhetstrekk med oppgaver med høyere kognitive krav:

Lukas: ... og det tvinger jo på en måte eleven til å tenke nytt.

Martin: Hva er det det her uttrykket står for, sette inn i kontekst, du tvinger elevene til å forstå mer enn bare den prosedyren med...

Even: Hvorfor passer den her situasjonen som jeg velger å presentere da, hvorfor passer den på det problemet her da, nei på det her symbolske uttrykket som er skrevet opp.

Caroline: Starte en slags prosess hvor vi tenker over hva er det egentlig dette her betyr.. hva er det vi egentlig gjør når vi ganger to brøker med hverandre..

I analysen av informantenes svar til oppgaven var det flere som direkte eller indirekte nevnte flere kjennetegn på oppgaver som Smith og Stein (1998b) anser som å gjøre matematikk. Syv av de 8 informantene ble kodet til ikke-algoritmisk som er et av kjennetegnene på oppgaver med høyere kognitive krav. Det var som en kan se oppgitt i selve oppgaven at en skulle løse den uten bruk av algoritme. Til tross kan flere av uttalelsene antyde at en velkjent prosedyre eller vei å gå ikke er foreslått i oppgaven. Dette legger igjen grunnlaget for informantenes bemerkning til hva som kreves av elevene for å løse oppgaven.

En kan se ut fra ytringene til informantene hvor en ikke-algoritmisk tilnærming lar seg gjøre trenger elevene å undersøke og forstå matematiske konsepter, ideer og sammenhenger, noe som er å gjøre matematikk (Smith & Stein, 1998b). Oppgaven tvinger dermed elevene til å se i nye baner, være kreativ og utfordrer deres kognitive evner. Et annet aspekt som kom frem fra to av informantene var graden av angst som kan forekomme når en ikke implisitt eller eksplisitt har en vei å gå.

Truls: Den, den, altså den er jo veldig.. abstrakt i forhold til at du har jo kun to brøker som skal multipliseres med hverandre ... jeg synes den kanskje var vanskelig.

Heidi: Løs problemet uten algoritme, så ble man og litt sånn ok, hvordan, for med en gang så går man liksom ... hvordan kan man ...

Bemerkningene som informantene gjorde på oppgave 1 hadde mye til felles med det (Smith & Stein, 1998b) hevder er krav som stilles til oppgaver som går på å gjøre matematikk. Selv om flere faktorer som kjennetegner oppgaver med høye kognitive krav ble nevnt av enkelte informanter var disse knyttet til hvert enkelt individ og ikke en oppfattelse de delte med flere. Eller for å si det på en annen måte – det kom hvert fall ikke det frem av datamaterialet, så dette kan jeg dermed ikke uttale meg om. Likevel ser man at en rekke av bemerkningen flere av informantene gjorde på oppgaven er i overensstemmelse med oppgaver under kategorien å gjøre matematikk.

## Endring av oppgave 1

I kapittel 3.1.2 ble det tidligere nevnt at noen endringer ble gjort etter pilotintervjuet var gjennomført. Informanten påpekte i intervjuet: «Betydelig mer rom for å diskutere og bygge opp en forståelse omkring ganging og multiplikasjon av brøk, enn dersom elevene bare fikk presentert de to brøkene». Oppgaven ble derfor i hvert intervju redusert til oppgaven  $\frac{1}{2} * \frac{3}{4} =$ , hvor hver informant fikk spørsmål om den kontra den første oppgaven de ble presentert med.

Meg: Enn hvis jeg hadde gjort sånn her med oppgaven da? Fjernet teksten og hadde satt et likhetstegn bak. Hva tenker du om den?

Nedenfor presenteres uttalelsen til tre informanter:

Heidi: ... jeg tenker jo med en gang det står et gangetegn, så tenker du med en gang, ok sånn skal jeg gjøre det.

Martin: ... nei, du svekker den med en gang, da blir det jo, da, altså du tar bort veldig mange muligheter for å utvikle det matematiske resonnementet og forståelse ...

Lukas: Ja, nei, da det ville være en helt annen oppgave. Men den oppgaven ville vært grei hvis dem trenger hjelp i å, hvis dem trenger øvelse i algoritmen.

Uttalelsene til informantene viser et tydelig bilde av deres tanker om oppgaven. Både Heidis og Lukas uttalelser ble kodet dit hen at de var algoritmisk, altså at oppgaven oppfylte kraven til kategorien prosedyrer uten tilknytning. Martins bemerkninger var ikke like tydelig på til hvilket nivå oppgaven reduseres til, men han nevnte at mange muligheter for forståelse tas bort fra oppgaven. Forståelse er et krav for oppgaver på høyere gradsnivå, altså prosedyrer med tilknytning og å gjøre matematikk. Martins syn ble til slutt dermed kategorisert som prosedyrer uten tilknytning. Dette gjaldt samtlige informanter, så det var derfor konsensus at oppgaven ikke var like kognitivt utfordrende for elevene. Hos flere av informantene kom det derimot frem som blant annet Lukas påpekte, at det kan være en god oppgave hvis de trenger å øve på bruk av algoritmen noe som også er en viktig del av matematisk kompetanse (Kilpatrick mfl., 2001).

Beregning<sup>10</sup> er nettopp én av de fem grunnleggende komponentene i matematikk som inngår som et forslag i den nye læreplanen for å oppnå matematisk kompetanse (NOU 2015:8, 2015).

#### 4.2.2 Oppgave 2

Petter: Ja, det her er en typisk sånn her.. oppgave som, som kan.. fordre til.. bruk av ulike strategier.. og da tenker jeg.. for eksempel på janviertabellen ...

Truls: ... et algebraisk uttrykk og løse det. Du kan, du kan ta det med rent regneteknisk, du kan sette det opp som en figur eller, ja en graf, eller du kan sett det opp som en enkel tallinje, eller to, to tallinjer ... så det er jo veldig mange måter ...

Liknende ytringer som Petter og Truls kom med ble gjort av fire andre informanter. Det var altså stor enighet blant informantene om at mange ulike metoder eller strategier kunne velges. Dette er et av premissene til Smith og Stein (1998b) for at en oppgave havner inn under prosedyrer med tilknytning, hvorav flere representasjoner kan bidra til en økt forståelse hos elevene. Tre av disse informantene snakket også om forståelse. Eksempelvis nevnte én informant:

Lukas: ... at du er jo nødt til å tenke, først og fremst hva i all verden du skal gjøre i den her oppgaven. Fordi det er jo ikke en sånn veldig enkel strategi på å finne ut hvor mange timer tog bruker tog 2 på å ta igjen tog 1.

Slik jeg tolket dette utsagnet ble det kodet under forståelse av matematiske konsepter og ideer. I øyeblikket en må tenke hva en skal gjøre er det derfor ikke presentert en direkte løsningsmetode for problemet. Rammene for oppgaven krever derfor en forståelse av fart og strekning. En elev uten denne forståelsen vil derfor slite med å løse oppgaven. En av skilnadene mellom prosedyrer uten tilknytning og prosedyrer med tilknytning er nettopp måten oppgaven er presentert på (Smith & Stein, 1998b) slik som Lukas påpekte. Dette henger tett sammen med om oppgaven eksplisitt eller implisitt forslår en «vei å gå» for å løse den – som er et krav til oppgaver som kan kategoriseres som prosedyrer med tilknytning (Smith & Stein, 1998b). Fem av informantene nevnte dette og en informants uttalelse presenteres nedenfor:

---

<sup>10</sup> Ludvigsenutvalgets oversettelse av begrepet «procedural fluency». For utdypning se Kilpatrick mfl. (2001) eller NOU 2015:8 (2015).

Martin: ... altså det der jo, det utfordrer jo forståelsen deres av, både fart og strekning.. og det med at ting skjer samtidig ...

Elvene får som Martin påpekte en pekepinne på hva oppgaven er ute etter gjennom å oppgi km/t og antall timer tog 2 starter etter tog 1. Likevel, som flere av informantene påpekte, var det ingen opplagt løsningsmetode eller strategi presentert i oppgaven. Elvene må derfor ta i bruk den informasjonen de får til å finne ut hvilke strategier som kan bidra til å løse oppgaven. Da er en inne på det siste kravet Smith og Stein (1998b) hevder må være tilstede, nemlig at det kreves en viss kognitiv innsats. Dette kommer blant annet frem gjennom uttalelsen til Petter: «... det er jo også gitt at elvene.. kan de ulike, så den er jo kanskje mer sånn». Ulike i denne konteksten refererte til ulike strategier en kan benytte seg av. Så slik jeg tolket utsagnet til Petter var at selv om det fantes en implisitt eller eksplisitt vei å gå, må vedkommende forstå de konseptuelle ideene bak strategiene for å kunne løse oppgaven.

Det var stor enighet blant informantene på denne oppgaven. Flere av uttalelsene deres var i tråd med det Smith og Stein (1998b) kategoriserer som prosedyrer med tilknytning. Særlig påpekte informantene at det var mange ulike strategier for å løse oppgaven noe som fra uttalelsene virket å være positivt. Likevel virket det ikke som oppgave 2 ble like høyt verdsatt av flertallet som oppgave 1 viste antydninger til.

### 4.2.3 Oppgave 3

Seks av åtte informanter løftet frem muligheten for å løse oppgaven på flere ulike måter. Nedenfor presenteres uttalelsene til to av dem:

Caroline: ... der og er det jo flere måter å løse den på.. det kommer jo sikkert litt an på hva eleven kan i fra før.

Even: ... hvis noen bruker en algoritme, mens noen lister opp alle mulighetene for eksempel, kanskje det finnes flere måter å løse oppgaven på.

Ut fra disse to utsagnene ser vi som i oppgave 2 at flere nevnte det med ulike representasjoner. Her derimot la de i større grad vekt på elevenes forutsetninger, hvorav fire av informantene nevnte elevenes forutsetning som en faktor for oppgaven. Caroline snakket om hva elevene kan fra før, noe som senere i samtalen viste seg å være om de kan en prosedyre for å løse slike



utrykk med kombinatorikk. Even nevnte også det med bruk av algoritme og i det tolket jeg som at forutsetningene til elvene var av betydning. Andre eksempler var:

Heidi: For jeg tenker den nummer 3 er jo ganske sånn, den pizza, den er jo egentlig veldig sånn standard, du bruker kompetanse, det du allerede har.

Sondre: ... altså for å finne, altså her kunne du sett at, hvis du har holdt på med det før, så kunne du bare sette det opp og multiplisere med hverandre ...

Petter: ... en veldig åpen oppgave ... jeg synes den her overbevis hverandre, der kommer man til at hvis du har et resonnement, et matematisk resonnement, så må du klare å uttrykke det ...

Det virket som Heidi og Sondre delte den oppfatningen om at oppgaven var lite kognitivt krevende hvis en har hatt om kombinatorikk ved en tidligere anledning. Sondre nevnte likevel senere i intervjuet at oppgaven også kan være mer kognitivt krevende, da elevene må overbevise hverandre. Petter derimot var en av informantene som ikke nevnte det med forutsetninger og virket derfor å være av den oppfatningen at oppgaven ligger på høyre-grads nivå. Oppgaven splittet derfor flere av hver enkelt informants synspunkt, og synspunktene informantene selv hadde på oppgaven. Den vippet dermed mellom lavere-grads og høyere-grads oppgaver hos noen, mens hos andre var den enten eller. Hvorfor dette var tilfellet kan jeg ikke si med sikkerhet, men en kan gjøre seg noen tanker rundt det. For de som så på den som lavere grads, eller hvor den vippet mellom det og høyere grads, kan det i motsetning til oppgave 2 virke som om lærerstudentene så en mulig prosedyre mye enklere. Om det var oppgavens utforming, hvordan teksten var fremstilt eller deres forutsetninger kan en bare spekulere i, men en av ovennevnte faktorer var nok av betydning. Lærerstudentene som snakket om oppgaven som om den var på høyere grads nivå kan i likhet med de andre ha tenkt på forutsetningene til elevene uten å ha nevnt dem. Kodingsarbeidet kartla at alle åtte av informantene enten indirekte eller direkte nevnte elvenes forutsetninger i løpet av intervjuet ved hvert fall ett tilfelle. Hvorfor de ikke nevnte det i dette tilfellet vil bli ren spekulasjon, men de kan bevisst ha unngått det, ikke tenkt på det, eller bare glemt det i en stressende situasjon som et intervju kan være (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Ut fra dataen jeg fikk gjennom intervjuene er det vanskelig å se akkurat hvor lærerstudentene plassert oppgave 3 i henhold til Smith og Stein (1998b) sitt rammeverk for oppgaver. Det tydet

derimot på at noen av informantene virket å være uenig, mens andre satte elevenes forutsetninger som et av kriteriene for under hvilket nivå oppgaven havnet inn under. I eget arbeid med å analysere oppgaven tok jeg, i likhet med fem av informantene, elevenes forutsetninger i betraktning når oppgaven skulle plasseres innenfor ett av de ulike nivåene. Selv i en avslappet atmosfære, med rammeverket fremfor meg og med god tid fant jeg det utfordrende å plassere oppgaven. Informantene derimot hadde ikke denne muligheten da de brukte 10-20 minutter på alle fire oppgavene. Dette illustrerer hvor vanskelig det i enkelte tilfeller kan være å kategorisere oppgaver. Dette kommer også frem av Smith og Stein (1998b, s. 345) som sier: «In our work with teachers, we have found that they do not agree with one another – or with us – on how tasks should be categorized». Dog har vi sett at lærerstudentene kategoriserte oppgaven som enten prosedyre uten tilknytning, prosedyre med tilknytning eller en av delene, men da basert på hver enkelt elevs forutsetninger. Sistnevnte er det samme som jeg konkluderte med i kapittel 3.1.2 hvor jeg skrev kort om kategorisering av oppgavene.

#### 4.2.4 Oppgave 4

Seks av informantene antydte i sine uttalelser at oppgaven var av kompleks art. Dette kom blant annet frem gjennom utsagnene nedenfor:

Caroline: ... jeg tenker det hvert fall det er en typisk problemløsningsoppgave ... altså de får et problem også må de finne ut hvordan vi kan løse det her problemet ...

Truls: ... det er jo en veldig, det er, det er jo en avans, avansert oppgave.

Lukas: ... ja, nei, det her var jo veldig sånn en tenkeoppgave da.. da må vel eleven ha en forståelse av.. av deling.. for å løse den her.. vil jo, den kan jo skape kognitiv konflikt, det kan man nå si ...

Alle tre utsagnene presentert ovenfor ble tolket som at det kreves en høy kognitiv innsats for at elevene skal klare å løse oppgaven. Caroline nevnte at det var en problemløsningsoppgave noe som gjenspeiler at oppgaven var utfordrende (Lithner, 2008). Truls nevnte at oppgaven var avansert, noe som i likhet med Caroline tydet til at den var utfordrende. Lukas derimot sa ikke noe om at oppgaven var utfordrende, men at eleven må ha en forståelse – samtidig som den skaper en kognitiv konflikt. De tre uttalelsene ble derfor kodet som komplekse og ikke-algoritmiske hvilket er et av kravene for at oppgaven kan kategoriseres som det å gjøre

matematikk (Smith & Stein, 1998b). Videre ble uttalelsen til fire andre informanter kodet likt hvor to eksempler blir vist til under:

Sondre: Så jeg tenker at her må de faktisk sette seg ned, begrunne hva er det som står, hvordan er det lagt frem i språket ...

Martin: Så jeg vil tro det blir mye.. kan føre mye refleksjon.. i forhold til.. hva som egentlig skjer.

Sondres og Martins uttalelse sammen med to andre ble kodet til metakognisjon. Martins uttalelse er mer eksplisitt da han påpekte at oppgaven kan føre til refleksjon hos elevene. Sondres var derimot mer av implisitt art, men dog nevnte han at elevene må begrunne det som står. Ved en begrunnelse må en analysere det som står skrevet og en analyseprosess fordrer at en går grundig gjennom oppgaven og gjerne flere ganger. Tidligere i intervjuet snakket Sondre om nettopp metakognisjon når han snakket om elevens begrunnelse og uttalelsen ble derfor tolket dit hen. Krav om selvmonitorering eller selvregulering av ens egne kognitive prosesser kan sees på som metakognisjon (Schoenfeld, 2016), hvilket er et av kravene for oppgaver som kategoriseres som å gjøre matematikk (Smith & Stein, 1998b).

Ut fra uttalelsene kan en se at flere informanter trakk frem vilkår som kategoriseres som å gjøre matematikk. Det var derimot ikke samme begeistring for oppgaven hos likt antall informanter som det var for oppgave 1. Fire informanter trakk eksempelvis frem at oppgaven har mye tekst som en kan lese av de to uttalelsene nedenfor:

Martin: ... elevene som sliter med å lese så blir det vanskelig. Det er også på en måte styrken på oppgave 1 ...

Even: Jeg vet ikke hvor mange ganger jeg måtte ha lest den for å få med meg.. ja, hvor den siste kronen er ... ja, nei jeg gidder ikke lese den så mange ganger nå.

Det kan dermed virke som at teksten i oppgaven var en bidragende faktor for hvordan noen av informantene uttalte seg om oppgaven. Det er samtidig verdt å nevne at det ut fra intervjuene virket som om noen av informantene ikke forstod oppgaven helt. Dog er dette forståelig da oppgaven har mye tekst i tillegg til at den er kompleks. Informantene brukte som nevnt ca. 10-20 minutter på alle oppgavene og fikk dermed ikke tid til å sette seg ordentlig inn i den enkelte oppgave.



## 5 Diskusjon

Basert på analysen i kapittel 4 vil funnene som ble redegjort for diskuteres opp mot Ball mfl. (2008) sin modell for undervisningskunnskap i matematikk. Ball mfl. (2008) påpeker viktigheten av hvilken kunnskap en matematikklærer må ha gjennom begrepene fag og fagdidaktisk kunnskap. Analysen av intervjuene med informantene viser at de besitter flere av kunnskapskomponentene Ball mfl. (2008) fastslår er en del av læreres undervisningskunnskap. Det er likevel viktig å påpeke at jeg ikke uttaler meg om alle «temaene» innenfor hver av de seks kategoriene i modellen. Informantene viser en forståelse av hva matematiske resonnementer er, noe som er en liten del av det matematiske og matematikdidaktiske. Selv om kategoriene innen fagkunnskap ble nevnt i intervjuene ved flere tilfeller er det i hovedsak de matematikdidaktiske kunnskapene som blir diskutert. Kunnskaper innen matematikdidaktikk forutsetter dog fagkunnskaper innen matematikk (Grønmo & Onstad, 2012). Diskusjonen vil derfor i hovedsak gjøres opp mot begrepene kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning og læreplankunnskap. Likevel, med utgangspunkt i datamaterialet, føler jeg det også er mulig å uttale seg noe om den spesialisert fagkunnskapen.

### 5.1 Kunnskap om faglig innhold og elever

I lys av datamaterialet kan jeg ikke si noe om informantenes kjennskap til elevene, da ingen elever var med i forskningen. Det er derimot mulig å si noe om deres forståelse av matematiske resonnementer. En viktig forutsetning for kunnskap om faglig innhold er at en må vite hvordan elever møter oppgaver de blir gitt (Ball mfl., 2008). Som det kom frem av metoden og analysen fikk informantene utdelt fire (fem etter endring etter første intervjuet) oppgaver de skulle ta stilling til. Til tross for at alle informantene ikke var enige om alle oppgaver var det likevel tendenser til enighet blant flere. Analysen av utsagnene deres viste at de ulike oppgavene krevde ulik kognitiv anstrengelse for å løses. Eksempelvis i oppgave 2 påpekte flere av informantene at oppgaven fordret ulike strategier, samtidig som flere gav eksempler på hvordan denne kunne løses. Dette er i tråd med det Ball mfl. (2008) anser som en nødvendighet. Læreren må ha kunnskap om elevens tankeprosesser og hvilke strategier den benytter seg av. Uten at de kjenner elevene vil det derfor være vanskelig å tenke seg til den mest sannsynlige strategien elevene vil benytte seg av, men de vil dog kunne ha oversikt over hvilke strategier som er mest sannsynlig. Videre påpeker Ball mfl. (2008) og Smith og Stein (1998a) at læreren må vite om elevene finner

oppgavene utfordrende nok. Som presentert i analysen trakk flere av dem frem elevenes forutsetninger. Det kan derfor tolkes dit hen at dette til enhver tid ligger i tankene deres når oppgaver skal velges ut.

Det andre aspektet var oppgaven i seg selv. Informantenes bemerkelser viste seg på flere punkter å samsvare med rammeverket til Smith og Stein (1998b). Alle fem oppgavene ble indirekte plassert innenfor tre av de fire ulike gradene av kognitive krav oppgaver kategoriseres etter. Til tross for at ingen av oppgavene var på det laveste nivået memorering, brukte flere av informantene begrepet automatisert når vi snakket generelt om resonnement. Da henviste de til oppgaver – følgelig med forutsetninger tatt i betraktning – som krevde liten grad av resonnement for å løses. Eksempelvis  $2+2$  og  $2+3$ . Utsagnene til informantene ble som nevnt kodet for så å sammenliknes med min egen analyse av oppgavene. Selv om alle informantenes uttalelser ikke samsvarte til enhver tid, var flertallets uttalelser i konsensus med min analyse, og i henhold til rammeverket til Smith og Stein (1998b). Dette viser at med elevens forutsetninger tatt i betraktning og deres kunnskap om oppgavers kognitive krav muliggjør at de kan gi oppgaver som utfordrer elevene – som videre kan stimulere til matematiske resonnement. Noe en må ta til etterretning er tidsfaktoren. Under intervjuet var definitivt dette av betydning for informantenes bemerkninger på oppgavene. Det vil dermed være fornuftig å anta at med mer tid til rådighet ville informantene fått analysert flere aspekter med hver enkelt oppgave. At dette ville ha resultert i større konsensus er dermed en kvalifisert gjetning da tidsrammene de opererte under fikk gode resultater.

## **5.2 Kunnskap om faglig innhold og undervisning**

Flertallet av informantenes undervisning i praksis og som vikar viste seg å være av tradisjonell art (Alseth mfl., 2003; Kjærnsli & Olsen, 2013; Nosrati & Wæge, 2014). Det kom frem av intervjuene og kodingsarbeidet at praksisen ofte var relatert til å presentere en løsningsstrategi på et eksempel, for så at elevene skulle jobbe med liknende oppgaver. I analysen ble det trukket frem to faktorer som informantene påpekte under intervjuet: Kompetanse og situasjon. Kompetansen påpekte fem av informantene var tilstede først etter at praksis var gjennomført. I tillegg gjorde jeg egen antakelse om at det gjaldt to til da de studerte på samme universitet og hadde matematikdidaktikk sammen – altså syv informanter i alt. Syv av informantene påpekte derimot at de i fremtiden ønsket et større fokus på resonnement i deres undervisning. Hvilken form for resonnement som vektlegges kan det gjøres antakelser om basert på analysen. Fra

analysen kom det frem at informantene hadde god kjennskap til hva et resonnement er i forhold til Lithner (2008) sitt syn på resonnement og hans rammeverk for imitative og kreative resonnementer. At fem informanter trakk frem at repetering (imitative resonnement) også er viktig, med et særlig fokus på ordet også, kan tolkes dit at kreative resonnement som bygger på forståelse er grunnsteinen for matematisk kompetanse. Videre kan dette understøttes av informantenes uttalelser om veiledningssituasjoner og hvilke oppgaver de anså som mest egnet for å stimulere til å utvikle resonnementskompetansen. Dog, som informantene påpekte, må en ikke glemme at repetering eller imitative resonnementer er et viktig aspekt for å inneha en matematisk kompetanse.

Situasjon de har vært i kan i tillegg ha vært en begrensende faktor. Ved å være i praksis eller vikar har en ikke like god kjennskap til klassen eller elevene. Flere påpekte derfor at relasjoner og dermed tilpasning til hver enkelt elevs forutsetninger har vært krevende. Videre følte de et visst press om at undervisningen skulle fortsette der praksislærer slapp, og dermed ta utgangspunkt i både «teksten» og undervisningsformen som var praktisert. Det resulterte ofte i tradisjonell undervisning med fokus på bestemte fremgangsmåter for så å regne i boka. At informantene derimot selv reflekterte over og påpekte dette indikerer at de kjenner til flere viktige aspekter om faglig innhold og undervisning. Om det vil praktiseres i fremtiden kan jeg ikke svare på, men kompetansen deres satt i en annen situasjon, der de for eksempel har egne klasser viser at de har forutsetninger til det. Oppsummert kan en derfor si at informantene har god kunnskap om det Ball mfl. (2008) viser til som kunnskap om faglig innhold og undervisning.

### **5.3 Læreplankunnskap og horisontkunnskap**

Læreplankunnskap er ifølge Ball mfl. (2008) matematikdidaktisk kunnskap, mens horisontkunnskap er fagkunnskap. Likevel anser jeg læreplankunnskap som avhengig av horisontkunnskap. Hvis en skal forstå og ha kunnskap om det elevene tidligere har lært og hva de skal lære (læreplankunnskap), må læreren samtidig ha kunnskap utover «pensum» for å kunne se sammenhengen i temaene over tid (horisontkunnskap).

Fem av informantene uttalte at matematikk er et progresjonsfag. Ord og setninger som ble brukt til å beskrive dette var: matematikken bygger på matematikken; sammenhenger i hele det matematiske faget; grunnforståelse; grunnsteiner; vært borti det før. Samtidig påpekte samtlige

av informantene at forståelse er viktig og da med særlig hensyn på kreative resonnement. En fornuftig antakelse vil derfor være at forståelse er noe de vektlegger. Deres syn på viktigheten av en underliggende forståelse og bruken av slike ord viser at vertikal pensumkunnskap er noe de tar høyde for (Shulman, 1986). Den laterale pensumkunnskapen var det derimot ingen av informantene som gav oppmerksomhet. Velger man derimot å se lateral pensumkunnskap i et annet perspektiv kan en dog argumentere for at noen informanter påpekte dette. I stedet for å se på den laterale pensumkunnskapen på tvers av fag, så kan en se den på tvers av emner. Eksempelvis kan å se sammenhengen mellom brøk, prosent og desimaltall være en form for lateral pensumkunnskap. Informantene uttalte blant annet: knytte sammen ulike disipliner og se sammenhenger; se sammenhenger i hele det matematiske faget; at ting henger sammen og ikke enkeltstående emner; sammensatte og ikke isolerte emner; matematikken bygger på matematikken. Enkelte av uttalelsene ble brukt til å vise deres oppmerksomhet på den vertikale pensumkunnskapen, men de bidrar også til å vise deres bevissthet om den laterale. Uttalelsene viser at fem informanter påpekte en helhetlig forståelse i hele matematikkfaget. At elevene ikke bare må se sammenhenger i den vertikale aksene, men også i den laterale. Med utgangspunkt i uttalelsene kan en derfor ikke si noe om lærerstudentenes læreplan- og horisontkunnskap da dette ikke ble undersøkt. Derimot kan en påpeke at de nevnte disse formene for kunnskap, og derfor viste at de vet om det og viktigheten av det.

## **5.4 Spesialisert fagkunnskap**

Mange av de hverdagslige oppgavene til en lærer kjennetegnes av ulike karakteristiske gjøremål. Fem undervisningstiltak kan særlig knyttes opp mot å stimulere elevens resonnementskompetanse: Evaluere hvor plausibel elevens begrunnelse er (ofte raskt); gi eller evaluere matematiske begrunnelser; stille produktive matematiske spørsmål; velge representasjoner for spesielle formål; bruke eksempler til å poengtere et matematisk poeng (Ball mfl., 2008). De fem undervisningstiltakene læreren må praktisere kan benyttes i flere situasjoner, men jeg vil se de i sammenheng med veiledningssituasjoner. Valget for dette er tatt med utgangspunkt i datamaterialet jeg hadde å jobbe med.

I analysen av en lærers oppgaver i veiledningssituasjoner kom det frem at samtlige av informantene vektla at en må stille de rette spørsmålene til elevene. Hva de rette spørsmålene er kom ikke frem av intervjuene, men de fokuserte på elevens tankeprosesser og begrunnelser for de ulike strategiene i oppgaveløsning. Det kan dermed ikke sies noe om deres evne til å



stille produktive matematiske spørsmål. Likevel påpeker de nettopp det Ball mfl. (2008) anser som viktige oppgaver en må gjøre i jobben som lærer. For de resterende undervisningstiltakene kan en i likhet med å stille produktive matematiske spørsmål ikke si noe direkte om deres kunnskap. En kan likevel gjøre en kvalifisert gjetning angående de fire andre undervisningstiltakene med utgangspunkt i hva informantene sa om oppgavene i intervjuene.

Informantenes uttalelser var som tidligere nevnt i stor grad i overensstemmelse med Smith og Stein (1998b) sitt rammeverk på hvilket kognitivt nivå oppgavene lå på. Et premiss for at informantenes «analyse» samsvarte med rammeverket er deres forståelse i matematikken. At de plasserte oppgavene korrekt i henhold til rammeverket ligger det dermed implisitt at de selv må ha forstått oppgavens struktur og ulike løsningsmetoder. Eksempelvis oppgave 2 hvor de påpekte at den fordret til flere ulike strategier. Ikke bare påpekte de strategiene, men de la også frem ulike strategier som elevene kunne ha benyttet seg av. Det viser at de har god forståelse av matematikken de skal undervise og derfor har evne til å evaluere om elevenes begrunnelser og forklaringer er plausible. Samtidig vil de kunne vurdere hvilke strategier som egner seg best for å representere det oppgaven ber om eller for at flest mulig elever skal forstå hva læreren ønsker å poengtere. For eksempel hvis en ønsker å illustrere oppgave 2 hvor tog 2 tar igjen tog 1 og etter hvor mange timer det tar før det passerer tog 1. Elever som ikke har hatt eller forstår algebra vil muligens ikke henge med på lærerens resonnement hvis det presenteres som et algebraisk uttrykk. Presenteres det i stedet grafisk eller som en illustrasjon er kanskje sannsynligheten større for at flere elever henger med på resonnementet. Dette kan igjen bygges videre på for å se sammenhenger i matematikken og kan eksempelvis brukes som en brobygger til algebra. Informantene påpekte ikke dette eksplisitt, men de har nevnt elevens forutsetninger og vist at de har forstått egenskapene og løsningsstrategiene til oppgavene, noe som igjen viser at grunnlaget for å gjøre noe liknende er tilstede.

Den spesialiserte fagkunnskapen for å fremme resonnementskompetanse virker å være tilstede hos informantene. Deres evne til å analysere oppgaver og se ulike løsningsmetoder gjør at de innehar kompetanse til å vurdere elevens strategier og finne eventuelle logiske brister i elevsvar. Samtidig nevnte de elevenes forutsetninger både i oppgaver og veiledningssituasjoner. Disse faktorene er igjen et grunnlag for å buke gode eksempler og representasjoner som er forståelig for elevene.



## 6 Avslutning

Oppgaven har hatt som formål å undersøke følgende forskningsspørsmål:

- *Hva legger lærerstudenter i begrepet matematiske resonnement og hvordan harmonerer det med eksisterende teori?*
- *Hvilke kriterier på oppgaver mener de må være tilstede for å kunne stimulere elevers resonnementskompetanse?*

I analysen er informantenes forståelse av matematiske resonnement analysert gjennom Lithner (2008) sitt rammeverk for resonnementskompetanse. Videre ble fem oppgaver «kategorisert» av informantene for så å bli analysert og kategorisert gjennom Smith og Stein (1998b) sitt rammeverk for kognitive krav på oppgaver. I diskusjonskapitlet har deres forståelse blitt drøftet gjennom flere av begrepene til Ball mfl. (2008) om matematisk kompetanse hos lærere, med hovedvekt på de tre kategoriene innen matematikdidaktisk kunnskap.

Informantenes forståelse av matematiske resonnement kom tydelig frem gjennom analysen. Hva et resonnement innebærer kom frem gjennom informantenes uttalelser om tankeprosesser, prosesser og argumenter for å komme frem til et svar eller en konklusjon. Videre ble det nevnt formelle og uformelle metoder av fire informanter som ble kodet som imitative og kreative resonnement. De fire andre var ikke like eksplisitt i sine uttalelser, men gjennom kodingsarbeidet fremkom det at samtlige var inne på noe som kunne tolkes som imitative og kreative resonnement og hvilken form for forståelse de ulike resonnementene krevde. Alle åtte informanter påpekte også at resonnement var en viktig del av matematisk kompetanse, hvor én hevdet den var viktigst. Videre anså flere av informantene kreativitet og forståelse som essensielle faktorer for å kunne bedrive resonnementer.

Oppgavene informantene fikk utdelt representerte tre av de fire ulike nivåene av kognitive krav oppgaver stiller (Smith & Stein, 1998b). Blant informantene var det noen uenigheter om hvilke oppgaver de mente var gode for å stimulere elevers resonnementskompetanse i matematikk. Dog var det likevel stor grad av konsensus. Analysen viste at flertallet av informantene nevnte flere kriterier på de ulike oppgavene som var i overenstemmelse med rammeverket og analysen jeg selv hadde foretatt. Informantene påpekte elevenes forutsetninger som utslagsgivende, og

om kriterier på oppgaver av høyre-grads kognitivt nivå nevnte informantene blant annet: mulighet for flere representasjoner; ikke-algoritmisk tenkning; implisitt eller eksplisitt vei å gå er forslått; forståelse av matematiske konsepter, prosesser og sammenhenger; metakognisjon; og å benytte seg av hensiktsmessig kunnskap. De påpekte dermed begge faktorene som påvirker oppgavens kognitive krav – elevens forutsetninger og de ulike kriteriene til Smith og Stein (1998b). En kvalifisert gjetning basert på informantenes forståelse av resonnement var derfor at med bedre tid til å sette seg inn i oppgavene ville enigheten blant dem muligens vært enda større.

Masteroppgavens funn tyder dermed at studietiden har bidratt til å gi de en god forståelse for hva matematiske resonnement er og hvordan oppgaver kan bidra til å stimulere til videre utvikling av elevers resonnementskompetanse. Uttalelsene viser at de har et godt innblikk i og innehar kunnskap om faglig innhold og elever, og faglig innhold og undervisning (Ball mfl., 2008) – med hensyn på matematiske resonnement. Videre har jeg også uttalt meg om deres spesialiserte fagkunnskap. Uten å kunne trekke noen direkte konklusjoner finnes det likevel indikasjoner på at informantene innehar flere viktige kunnskaper innenfor dette området. Læreplan- og horisontkunnskap kan jeg derimot ikke direkte si at de har kunnskap på, men heller kunnskap om. Med andre ord, jeg har ikke sett på deres kunnskap om læreplan og deres horisontkunnskap, men de har påpekt viktigheten av denne formen for kunnskap.

Avslutningsvis, uten direkte belegg for det, drister jeg meg til å uttale meg om andre faktorer som kan påvirke elevers muligheter til å resonnerer. Forskning viser lærerens betydning i henhold til formidling, hvilke oppgaver som vektlegges og i veiledningssituasjoner (Doyle, 1988; Henningsen & Stein, 1997; Stein mfl., 1996). Med bakgrunn i kunnskapen informantene sitter med kan en derfor anta at de i fremtiden vil stille seg kritisk til og reflekterer over hvordan de underviser. I tillegg kan kunnskapen deres bidra til at de tenker gjennom hvilken påvirkning de selv kan ha på oppgavens kognitive krav – med hensyn på hvilke oppgaver de velger ut, hvordan de presenterer oppgaven og avslutningsvis hva de mener oppgavens mål er (hva elevene sitter igjen med). Samtidig viser deres refleksjoner angående hvordan en skal veilede elever bidra til at de kan ivareta oppgavens kognitive krav og stimulere elevers resonnementskompetanse (Smith & Stein, 1998a). For å besvare oppgavens tittel kan jeg derfor

hevde at resonnement, én av fem grunnleggende komponenter i matematikk, er fremtidens respektive lærere klare for å møte.

## 6.1 Videre forskning

Denne masteroppgaven har som nevnt hatt begrensninger både når det kommer til meg som forsker, de metodiske valgene og tidsrommet den skulle ferdigstilles i løpet av. Tidsbegrensningen har eksempelvis resultert i et fåtall informanter (åtte stykker). Med bedre tid til å gjennomføre studiet kunne det vært interessant med et større antall informanter slik som generisk kvalitativ metode er ute etter, og da med hensyn på å få flere personers synspunkt på det gitte fenomenet. Samtidig, som nevnt i innledningen, er det flere faktorer som kan bidra til økt stimuli av resonnementskompetanse. Smith og Stein (1998a, s. 15) nevner blant annet faktorer en lærer kan gjøre for å vedlikeholde de høyere kognitive kravene, eller ta bort de høye kognitive kravene oppgavene stiller. I tillegg til elevenes forutsetninger og oppgavers kognitive krav vil grep læreren tar i eksempelvis i veiledningssituasjoner være av betydning. Dette er kort gjort rede for i analysen, men dog behøves det mer forskning på hvordan lærere veileder elever og hvilket utviklingspotensial som er tilstede.

Til slutt oppfordres det generelt til mer forskning på lærerstudenter og læreres kunnskaper i matematikk da det virker å være lite forskning på området. Hva er norske lærere og lærerstudenter de gode på? Hvilke områder trenger vi å utvikle oss? Dette er viktige spørsmål da læreren er en sentral faktor for elevers prestasjoner – om mulig enda viktigere med den nye læreplanen som er i anmarsj.



## Referanseliste

- Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering-matematikkfaget som kasus: Telemarksforskning* Notodden.
- Ball, D., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2002). *Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching*. Foredrag holdt ved Proceedings of the 2002 annual meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group.
- Battista, M., Smith, M. S., Boerst, T., Sutton, J., Confrey, J., White, D., . . . Quander, J. (2009). Research in Mathematics Education: Multiple Methods for Multiple Uses. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 216-240.
- Bergqvist, T. & Lithner, J. (2012). Mathematical Reasoning in Teachers' Presentations. *Journal of Mathematical Behavior*, 31(2), 252-269. doi: 10.1016/j.jmathb.2011.12.002
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, 3(2), 77-101.
- Brophy, J. (1986). Teacher Influences on Student Achievement. *American Psychologist*, 41(10), 1069-1077. doi: 10.1037/0003-066X.41.10.1069
- Burton, L. (1984). Mathematical thinking: The struggle for meaning. *Journal for research in mathematics education*, 35-49.
- Caelli, K., Ray, L. & Mill, J. (2003). 'Clear as mud': toward greater clarity in generic qualitative research. *International journal of qualitative methods*, 2(2), 1-13.
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 1(1).
- Cohen, L., Morrison, K. & Manion, L. (2007). *Research methods in education* (6. utg.). London: Routledge.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design : qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4. utg.). Los Angeles, CA: SAGE.
- Doyle, W. (1983). Academic work. *Review of educational research*, 53(2), 159-199.

- Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23(2), 167-180.
- Dreyfus, T. (1999). Why Johnny can't prove. *Educational Studies in Mathematics*, 38(1-3), 85-109.
- Fauskanger, J., Mosvold, R. & Bjuland, R. (2010). Hva må læreren kunne. *Tangenten* 4, 2010, 35-38.
- Gérard, V. (1998). A comprehensive theory of representation for mathematics education. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 167-181.
- Grønmo, L. S. & Onstad, T. (2012). *Mange og store utfordringer : et nasjonalt og internasjonalt perspektiv på utdanning av lærere i matematikk basert på data fra TEDS-M 2008*. Oslo: Unipub.
- Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning : a synthesis of over 800 meta-analyses relating to achievement*. London: Routledge.
- Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for research in mathematics education*, 524-549.
- Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1, 371-404.
- Hill, H. C., Rowan, B. & Ball, D. L. (2005). Effects of teachers' mathematical knowledge for teaching on student achievement. *American educational research journal*, 42(2), 371-406.
- Hill, H. C., Sleep, L., Lewis, J. M. & Ball, D. L. (2007). Assessing Teachers' Mathematical Knowledge: What Knowledge Matters and What Evidence Counts. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*, 111-156.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Kjærnsli, M. & Olsen, R. V. (2013). *Fortsatt en vei å gå : norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.



- Kunnskapsdepartementet. (2016). *Fag - Fordypning - Forståelse - En fornyelse av kunnskapsløftet* (nr.28). Oslo: Kunnskapsdepartementet.
- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal akademisk.
- Lester, F. K. (2005). On the theoretical, conceptual, and philosophical foundations for research in mathematics education. *Zdm*, 37(6), 457-467.
- Lithner, J. (2000). Mathematical reasoning in school tasks. *Educational studies in mathematics*, 41(2), 165-190.
- Lithner, J. (2003). Students' mathematical reasoning in university textbook exercises. *Educational studies in mathematics*, 52(1), 29-55.
- Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276.
- Monk, D. H. (1994). Subject area preparation of secondary mathematics and science teachers and student achievement. *Economics of Education Review*, 13(2), 125-145. doi: 10.1016/0272-7757(94)90003-5
- Mosvold, R. & Fauskanger, J. (2015). Kartlegging av læreres kunnskap er ikke enkelt. *Acta Didactica Norge*, 9(1). doi: 10.5617/adno.1395
- Niss, M. & Højgaard, T. (2011). *Competencies and Mathematical Learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*: IMFUFA, Roskilde university.
- Nosrati, M. & Wæge, K. (2014). En oppsummering av status for forskning på hva som kjennetegner god læring og undervisning innenfor matematikk. Hentet fra <https://nettsteder.regjeringen.no/fremtidensskole/files/2014/05/Status-rapport-matematikksenteret.pdf>
- NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser* Hentet fra <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/sec1>
- Patel, R. & Davidson, B. (2011). *Forskningsmetodikens grunder : att planera, genomföra och rapportera en undersökning*. Lund: Studentlitteratur.
- Percy, W. H., Kostere, K. & Kostere, S. (2015). Generic qualitative research in psychology. *The Qualitative Report*, 20(2), 76-85.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode : en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kausstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

- Powell, A. B., Borge, I. C., Fioriti, G. I., Kondratieva, M., Koublanova, E. & Sukthakar, N. (2009). Challenging tasks and mathematics learning. I *Challenging Mathematics in and beyond the classroom* (s. 133-170): Springer.
- Ross, K. A. (1998). Doing and proving: The place of algorithms and proofs in school mathematics. *The American mathematical monthly*, 105(3), 252-255.
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. *Mathematical thinking and problem solving*, 53-70.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense Making in Mathematics (Reprint). *Journal of Education*, 196(2), 1-38.
- Shulman, L. (1987). Knowledge and teaching: Foundations of the new reform. *Harvard educational review*, 57(1), 1-23.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher*, 15(2), 4-14.
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the learning of mathematics*, 14(1), 19-28.
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26.
- Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998a). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(4), 268-275.
- Smith, M. S. & Stein, M. K. (1998b). Selecting and creating mathematical tasks: From research to practice. *Mathematics teaching in the middle school*, 3(5), 344-350.
- Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American educational research journal*, 33(2), 455-488.
- Tatto, M. T. (2008). *The Teacher Education and Development Study in Mathematics (TEDS-M). Policy, Practice, and Readiness to Teach Primary and Secondary Mathematics in 17 Countries* (Technical Report ). Amsterdam.
- Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitativ metode* (4 utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

- Tygret, J. A. (2017). The influence of student teachers on student achievement: A case study of teacher perspectives. *Teaching and Teacher Education*, 66, 117-126. doi: 10.1016/j.tate.2017.04.005
- Utdanningsdirektoratet. (2015). *Tilsetting og kompetansekrav*. Hentet fra <https://www.udir.no/regelverk-og-tilsyn/skole-og-opplaring/saksbehandling/larerkompetanse/#undervise-pa-ungdomstrinnet>
- Utdanningsdirektoratet. (2017a). Grunnskolelærer. Hentet fra <https://utdanning.no/yrker/beskrivelse/grunnskolelaerer>
- Utdanningsdirektoratet. (2017b). *Hva skjer når i fornyelsene av fagene?* Hentet fra <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/hva-skjer-nar-i-fornyelsen-av-fagene/>
- Winter, G. (2000). A comparative discussion of the notion of validity in qualitative and quantitative research. *The qualitative report*, 4(3), 1-14.

# Vedlegg 1

## Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

### «*Lærerstudenters forståelse av matematiske resonnement*»

#### Bakgrunn og formål

Formålet med denne studien er å kartlegge lærerstudenters forståelse av begrepet matematiske resonnement og se på hvilke kriterier de vektlegger i oppgaver for å stimulere elevers evne til å resonnerer i matematikk. Forskningsspørsmålene som ønskes svar på er:

- *Hva legger lærerstudenter i begrepet matematiske resonnement og hvordan harmonerer den med eksiterende teori?*
- *Hvilke kriterier på oppgaver mener de må være tilstede for å stimulere elevers resonnementskompetanse?*

Studien er en mastergradsoppgave gjort ved institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved UiT – Norges arktiske universitet. For å kunne finne svar på forskningsspørsmålet trenger jeg kommende matematikklærere på mellomtrinnet eller ungdomsskolen som helst har kjennskap til matematiske resonnement. Derfor er du en deltager jeg ønsker å ha med i min studie.

#### Hva innebærer deltakelse i studien?

Som deltager i studien vil du delta i et halvstrukturert intervju der det vil stilles spørsmål om hva du forbinder med matematiske resonnement og hvordan kriterier på oppgaver som stimulerer elvers evne til å resonnerer. Intervjuene vil bli tatt opp på båndopptaker og vil vare i ca. 30 minutter

#### Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det vil kun være undertegnende og veileder som vil ha tilgang på innsamlet data. For å ivareta konfidensialitet vil ikke navn lagres sammen med data, og hver deltaker vil bli gitt et pseudonym. I selve oppgaven vil det etter beste evne prøves å unngå at deltagere kan gjenkjennes. Ingen direkte

personopplysninger vil bli publisert, men at intervjuer en gjennomført med studenter ved et universitet i Norge vil være en del av publikasjonen. Planen per nå er å avslutte prosjektet 01.06.2018. Etter prosjektet er avsluttet vil alle opplysninger som knyttes til personer bli slettet.

### **Frivillig deltakelse**

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med Fredrik Melheim Bråteng på telefonnummer 97668600 eller e-post [fbr007@post.uit.no](mailto:fbr007@post.uit.no). Eventuelt kan veileder Arne Jakobsen nås på telefonnummer 97097369 eller på e-post [arne.jakobsen@uis.no](mailto:arne.jakobsen@uis.no).

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

## **Samtykke til deltakelse i studien**

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

-----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

## Vedlegg 2

### Intervjuguide/temaliste

- Kort presentasjon av meg, prosjektet (hva det handler om, bakgrunn for det, lydopptak, mulighet for å trekke seg, alt skal være anonymt)
- Spørsmål hvor mange studiepoeng de har i matematikk, hvor mye erfaring de har med undervisning? (hvis studenter: bare praksis?)

### Har du hørt om matematiske resonnement? Hva tenker du på når du hører begrepet?

1. Hva mener du er selve essensen i å resonnere?
  - *Hvis kun kreative resonnement blir nevnt:* du mener altså at resonnementer ikke er nødvendig i situasjoner hvor prosedyrer eller algoritmer blir brukt? Kan du i så fall begrunne ditt syn?
  - Andre kunnskaper du mener er viktig er tilstede for at elever skal ha evne til å resonnere?
1. Synes du (resonnement) det er en viktig del av matematikken?
2. Har du mye fokus på matematiske resonnementer i din undervisning (når du var i praksis)?
  - Hvis ja/nei, hvordan da?
3. Har du lært/lest mye om det? I studietiden, forskning ol.
4. Kan resonnementer brukes i alle tema i matematikk (brøk, algebra, funksjoner, måling, statistikk og sannsynlighet, måling ol.)
  - Noen temaer du tenker spesielt på når det kommer til resonnementer? Eller mener du kompetansen er like viktig i alle temaer?
5. Bruker du oppgaver fra bøker i undervisningen og hvis du gir lekser? eller bruker du andre ressurser?
  - Hvis bøker, bruker du alle oppgavene eller velger du ut noen spesielle?
  - Hvis ikke, er det en grunn til at du ikke bruker oppgavene i bøkene?
  - Hvordan velger du ut oppgaver?
  - Hender det at du reviderer oppgaver? Hvis ja, hvordan?
6. Hvordan starter en typisk undervisningsøkt?
  - Presenterer du en strategi for hvordan den type oppgaver skal/kan løses?

- Hva tenker du om at elever lager egne strategier?
- Hvordan mener du en skal veilede elever som står fast?

**Først vil jeg informere om at vi har 2 spørsmål igjen. Du skal nå bli presentert med 5 oppgaver. Jeg ønsker at du skal se litt på oppgavene og gjøre deg opp en mening om hvilke oppgaver du synes er godt egnet, eventuelt ikke egnet for å stimulere resonnementskompetansen hos elever.**

1. Hvorfor har du valgt disse spesifikke oppgavene?
  - Hva legger du til grunn? Noen spesifikke kjennetegn eller kriterier på gode eller dårlig oppgaver?
  - Hvordan mener du disse oppgavene kan/eventuelt burde løses? Har du noen strategier eller forslag?

Er det noe du ønsker å ta opp, eller utdype mer før vi avslutter?

Takk for at du deltok!

## Vedlegg 3

### Oppgave 1:

Lag en hverdagslig situasjon for følgende problem:  $\frac{2}{3} * \frac{3}{4}$ . Løs problemet du har laget uten bruk av en algoritme. Forklar løsningen.

### Oppgave 1.2

$$\frac{2}{3} * \frac{3}{4} =$$

### Oppgave 2:

Et tog (1) starter ut fra togstasjonen og kjører i 50 km/t. Tre timer etter starter et nytt tog ut fra stasjonen på et parallelt spor og holder en hastighet på 60 km/t. Hvor mange timer bruker tog 2 på å ta igjen tog 1?

### Oppgave 3:

En pizzarestaurant har spurt om du kan lage en oversikt over ulike pizzatyper de selger. De tilbyr pizza med tomatsaus og ost. I tillegg er det mulig å velge mellom 4 ulike typer fyll: paprika, pølse, champignon og pepperoni. Hvor mange forskjellige pizzaer kan det serveres? List alle muligheten og overbevis hverandre at dere har funnet alle alternativene.

### Oppgave 4:

Tre salgsmenn på reise får problemer med bilen og må derfor tilbringe en natt på et vertshus. Når de kommer inn forteller verten: «Rommet koster 30 kroner». Hver av de betaler 10 kroner hver og går opp på rommet. Ektemannen til verten spør kona: «måtte de betale full pris? Hvorfor ikke gi dem 5 kroner tilbake siden bilen har fått motorstopp og de ble tvunget til å overnatte her.» Hun bringer dem så 5 kronestykker tilbake hvor hver tar en krone hver og to blir liggende på bordet. I utgangspunktet betalte hver av dem 10 kroner hver (30 kroner til sammen), men nå har hver betalt 9 kroner hver (27 kroner til sammen og to kroner ligger på bordet:  $27+2=29$ ). Hvor har den siste krona forsvunnet?



# Vedlegg 4



Arne Jakobsen

9006 TROMSØ

Vår dato: 14.12.2017

Vår ref: 57495 / 3 / LAR

Deres dato:

Deres ref:

## Vurdering fra NSD Personvernombudet for forskning § 31

Personvernombudet for forskning viser til meldeskjema mottatt 30.11.2017 for prosjektet:

57495	<i>Hvordan forstår lærere begrepet matematiske resonnement og hvordan underviser de for å stimulere elevers resonnement i matematikk</i>
Behandlingsansvarlig	<i>UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder</i>
Daglig ansvarlig	<i>Arne Jakobsen</i>
Student	<i>Fredrik Melheim Bråteeng</i>

### Vurdering

Etter gjennomgang av opplysningene i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon finner vi at prosjektet er meldepliktig og at personopplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet er regulert av personopplysningsloven § 31. På den neste siden er vår vurdering av prosjektopplegget slik det er meldt til oss. Du kan nå gå i gang med å behandle personopplysninger.

### Vilkår for vår anbefaling

Vår anbefaling forutsetter at du gjennomfører prosjektet i tråd med:

- opplysningene gitt i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon
- vår prosjektvurdering, se side 2
- eventuell korrespondanse med oss

Vi forutsetter at du ikke innhenter sensitive personopplysninger.

### Meld fra hvis du gjør vesentlige endringer i prosjektet

Dersom prosjektet endrer seg, kan det være nødvendig å sende inn endringsmelding. På våre nettsider finner du svar på hvilke [endringer](#) du må melde, samt endringskjema.

### Opplysninger om prosjektet blir lagt ut på våre nettsider og i Meldingsarkivet

Vi har lagt ut opplysninger om prosjektet på nettsidene våre. Alle våre institusjoner har også tilgang til egne prosjekter i [Meldingsarkivet](#).

### Vi tar kontakt om status for behandling av personopplysninger ved prosjektslutt

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs romber for elektronisk godkjenning.