UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Sammenligning av norske lærebøker i matematikk og matematikkoppgaver i TIMSS

En komparativ studie av matematikkoppgaver i to norske læreverk og matematikkoppgaver i TIMSS 2015

—

Tonje Elisabeth Solheim Ryvold

LRU-3903 Masteroppgave i matematikkdidaktikk 5.-10.trinn *Mai 2018*

Forord

Jeg er nok ikke den første som har erfart hvilken langvarig og utfordrende prosess det å skrive en masteroppgave innebærer. All lesingen, skrivingen og redigeringen som ligger til grunn for dette endelige resultatet forsvinner mellom linjene. Med denne masteroppgaven avslutter jeg mitt femårige utdanningsløp ved UiT – Norges arktiske universitet.

Jeg ønsker å rette en ekstra takk til mine veiledere. Jeg har vært mer heldig enn de fleste, som har mottatt veiledning fra tre dyktige fagpersoner. Da temaet for oppgaven ble endret, ble det også et skift i veiledere. Takk til Ove Gunnar Drageset for god veiledning i oppstarten da ideen var en helt annen. Takk til Ida Friestad Pedersen, som har fulgt meg fra oppstart til innlevering, og har bidratt med gode råd og motiverende ord. Jeg vil også takke Arne Hole, som entret veiledningsteamet noe senere, men har bidratt med god og verdifull veiledning i den tiden han har hatt til rådighet.

Til mine medstudenter – en stor takk for alle motiverende ord og positivitet, samt for å lytte til og holde ut med all min frustrasjon. Dere har gjort studieoppholdet uforglemmelig for en trønder i nord. En særskilt takk til Ingrid Solhaug Nordahl for alle latterkramper på kontoret, samt alle faglige bidrag til utviklingen av masteroppgaven, de har ikke gått umerket forbi.

Til sist – mine foreldre. Takk for all støtte dere har gitt, og all tiltro jeg har fått. Dere har alltid lagt alt til rette for at jeg skal kunne oppnå mine mål. Jeg er dere evig takknemlig.

“Words are, in my not-so-humble opinion, our most inexhaustible source of magic.”
J. K. Rowling, Harry Potter and the Philosopher’s stone

Tromsø, mai 2018

Tonje Elisabeth Solheim Ryvold

Sammendrag

Dette er en matematikkdidaktisk masteravhandling som sammenligner oppgaver fra fire norske lærebøker og TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) 2015 på 8. og 9.trinn. Oppgaven begrenser seg til å inkludere algebra og statistikk som emneområder, da norske elever presterer dårlig i algebra og godt i statistikk i TIMSS. På bakgrunn av dette ønsket jeg å undersøke problemstillingene:

Hvilken matematisk resonnering og hvilke kognitive nivå eksisterer i de utvalgte matematikklærebøkenes oppgaver for 8. og 9. trinn innenfor emneområdene algebra og statistikk?

Hvilke likheter og ulikheter eksisterer mellom matematikkoppgavene om algebra og statistikk i de utvalgte lærebøkene og i TIMSS 2015?

For å svare på disse spørsmålene, valgte jeg å bruke et rammeverk utviklet av Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010) som utgangspunkt. Videre foretok jeg noen endringer av dette slik at det inkluderte de kognitive nivå elevene blir vurdert etter i TIMSS 2015, samt Lithners (2007) teori om matematisk resonnering. Studien baserer seg på en mixed methods-tilnærming da analysen av matematikkoppgaver gjøres både kvantitativt og kvalitativt. Avhandlingen vil også være en dokumentanalyse og en komparativ studie.

En gjennomgående trend for datamaterialet, var at andelen av oppgavene kategorisert som det kognitive nivået å resonnere og kreativ resonnering var langt lavere enn andelen av oppgaver med lavere kognitive utfordringer. Jeg valgte å se dette i forhold til Skemps (1976) begreper om instrumentell og relasjonell forståelse, og konkluderte med at den lave andelen av oppgaver med kreativ resonnering kan gå på bekostning av mulighetene elevene har til å utvikle en relasjonell forståelse i matematikkfaget.

Den lave andelen av de mest utfordrende kategoriene i lærebøkene skiller seg fra TIMSS-undersøkelsens fordeling. I TIMSS eksisterer det en høyere prosentandel av de kognitivt utfordrende oppgavene enn i lærebøkene. Dette kan føre til at resultatene blir lavere i undersøkelsen, da elevene ikke forberedes på de kognitive utfordringer som undersøkelsen inneholder.

Innholdsfortegnelse

Liste over figurer og tabeller

1 Innledning

1.1 Bakgrunn

Gjennom min lærerutdannelse ved UiT har jeg ved flere anledninger blitt presentert for norske elevers matematikkresultater i de internasjonale studiene TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) og PISA (Programme for International Student Assessment). Disse ble da omtalt som middelmådige i et europeisk perspektiv (Bergem, 2016). I 1975 uttalte daværende kirke- og undervisningsminister Bjartmar Gjerde at «Norge har verdens beste skole» (Gjerde sitert i Madsen, 2009). Da dette var før de store internasjonale undersøkelsene eksisterte, ble dette en påstand vanskelig å motbevise. Også tidligere kunnskapsminister Torbjørn Røe Isaksen har uttalt at dette var en kollektiv forståelse i flere år. «Vi har et realfagsproblem» (Røe Isaksen i pressekonferanse som vist i Viseth & Larsen, 2013) ble den nye påstanden fra Isaksen, etter gjentatte år med middelmådige resultater i matematikk.

Valverde, Bianchi, Wolfe, Schmidt og Houang (2002) gjennomførte på bakgrunn av TIMSS, en omfattende studie av resultatene i undersøkelsen opp mot lærebøker i deltakerlandene. Denne studien avdekket at lærebøker i de fleste land blir ansett som det viktigste verktøyet i matematikkopplæringen, og at bruken av denne er stor i de fleste klasserom. Bruken av lærebøker er så omfattende at den blir ansett som så godt som universell, og det eneste som er et mer fast inventar i klasserommet enn lærebøker er elever og lærere. Det poengteres at lærebøker er en oversettelse eller forståelse av læreplanen i det landet den ble skrevet for, og dermed er læreboken en forlengelse eller tolkning av landets læreplan. Slik vil læreboken være den nærmeste, forståelige referansen elevene har til læreplanen (Valverde et al. 2002, s.1). Remillard (2005) har forsket på hvordan lærere bruker lærebøker i matematikkfaget, og fant at matematikklærere i større grad enn lærere i språkbaserte fag benytter seg av lærebøker i undervisningen. Videre uttaler hun at «… mathematics has a long history of being driven by the textbook» (Remillard, 2005, s.214). Med bakgrunn i at disse studiene avdekker en svært utbredt bruk av læreverk, vil forståelse av lærebøker og kunnskaper om disse være av stor viktighet dersom man ønsker å forstå matematikkundervisning og elevenes læring av matematikk.

Som elev i grunnskolen var jeg alltid engasjert i matematikkfaget. Jeg erfarte at matematikkfaget gav meg en hurtig mestringsfølelse Da jeg senere i skolegangen begynte å bli testet i min kunnskap i form av lengre prøver og eksamener, erfarte jeg at oppgavene jeg løste i matematikkboka og de oppgavene som var formulert i prøvene var noe ulike. Ofte var de en del av mer intrikate situasjoner, lengre oppgaveformuleringer og uten naturlige inndelinger. Er det prøvesituasjonen i seg selv som poserer en ekstra utfordring, eller er oppgavene mer kognitivt krevende?

Da TIMSS-undersøkelsen sikter til å samsvare så mye som mulig med læreplanene i deltakerlandene (Nilsen & Kaarstein, 2016, s.182), og lærebøker bygger på det respektive lands læreplan (Valverde et al. 2002, s.1), burde i utgangspunktet ulikhetene mellom oppgavene i TIMSS-studien og i lærebøkene være minimale. Selv har jeg aldri deltatt i TIMSS-undersøkelsen, men mine erfaringer fra eksamener og andre større prøvesituasjoner helt fra grunnskole og til universitetsnivå, får meg til å tro at det i realiteten eksisterer store ulikheter mellom lærebok og TIMSS-oppgaver. På bakgrunn av dette ønsket jeg å sammenligne matematikkoppgavene i TIMSS-undersøkelsen med to norske læreverk i matematikk.

1.2 Forskningsspørsmål

Avhandlingen vil hovedsakelig bestå av en dokumentanalyse med komparative trekk, da dette vil være den mest passende tilnærming for å besvare følgende forskningsspørsmål:

> *Hvilken matematisk resonnering og hvilke kognitive nivå eksisterer i de utvalgte matematikklærebøkenes oppgaver for 8. og 9. trinn innenfor emneområdene algebra og statistikk?*
>
> *Hvilke likheter og ulikheter eksisterer mellom matematikkoppgavene om algebra og statistikk i de utvalgte lærebøkene og i TIMSS 2015?*

Forskningsspørsmålene tydeliggjør noen nødvendige avgrensinger grunnet avhandlingens omfang. Bakgrunnen for valget av 8. og 9.trinn er at dette samsvarer godt til mine fremtidige mål om å jobbe på ungdomstrinnet. Samtidig inngår begge disse klassetrinn i TIMSS-undesøkelsen fra og med 2015. Jeg ønsket å ta et dypdykk i to av de totalt fire emneområdene i TIMSS-undersøkelsen, dette grunnet begrenset omfang av avhandlingen, samt for å sikre høyere kvalitet på det som ble studert. Algebra ble et naturlig valg, da Grønmo, Hole og Borge (2017) poengterer at ikke noe annet land har et større avvik mellom skår i algebra og totalskår

som det Norge har på 8. og 9.trinn. Faktisk eksisterer det ikke et annet tilfelle hvor et land har et større avvik fra totalskåren innenfor noen av emneområdene (Grønmo et al., 2017).
Jeg valgte statistikk da jeg ønsket en motpol til de lave resultatene i algebra. Statistikk er det emneområdet norske elever gjør det best i under samtlige TIMSS-undersøkelser Norge har deltatt i (Grønmo et al., 2017).

1.3 Oppgavens videre oppbygging

Dette kapittelet har gitt en innledning til tema og forskningsspørsmål som danner bakgrunnen for avhandlingen. Kapittel 2 vil belyse begrep og teori som vil være relevant for oppgaven. Tidligere forskning på lærebøker vil inngå i dette kapittelet. I kapittel 3 vil jeg presentere metoder som er blitt benyttet for datainnsamling og analyse av empiri. Her vil jeg også kommentere studiens kvalitet gjennom validitet og reliabilitet. Selve analysen vil være tema i kapittel 4, hvor resultater vil bli presentert. Dette vil bli fulgt av kapittel 5, hvor jeg vil drøfte funn jeg har gjort. Avslutningsvis vil jeg i kapittel 6 oppsummere viktige funn jeg har gjort og konkludere på bakgrunn av disse, samt uttrykke ønsker for videre forskning.

2 Teori

2.1 Begrepsavklaringer

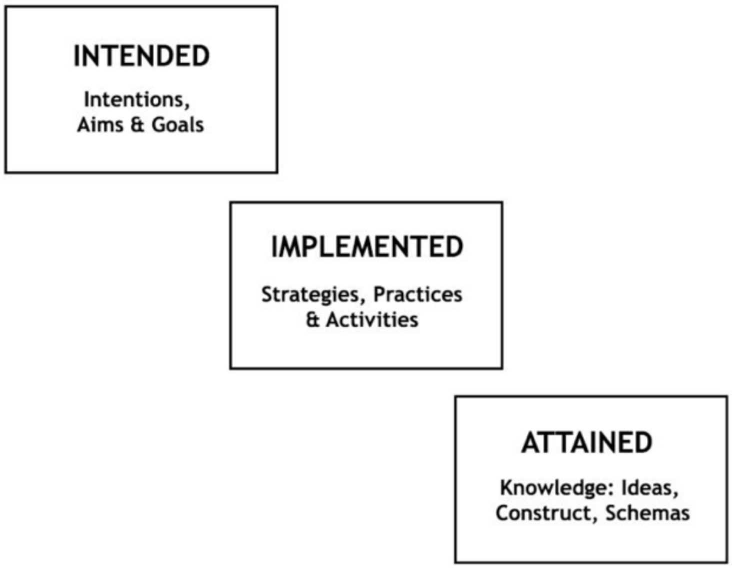
Her vil jeg redegjøre for begrepene læreplan, læreverk og lærebøker. Jeg anser disse begrepene som nødvendige å diskutere, da de vil danne et grunnlag for å kunne undersøke mine forskningsspørsmål.

2.1.1 Læreplan og curriculum

Ifølge Imsen (2016) er *læreplan* et styringsdokument som er bestemt av sentrale myndigheter, og gir føringer for hva som skal inngå i elevers utdanning. Gundem (1998) sammenligner begrepene *læreplan* og *curriculum*. Læreplan vil i den nordiske tradisjonen være et uttrykk for en intensjon, plan eller foreskriving (Gundem, 1998, s.201). Mens læreplantradisjonen i Norden knyttes til selve dokumentet, vil den engelskspråklige tradisjonen basere seg på en videre begrepsforståelse. Dersom *læreplan* knyttes til selve styringsdokumentet, vil begrepet *curriculum* også inkludere virkelighet og intensjon (Gundem, 1998; Imsen, 2016).

Valverde et al. (2002) presenterer en modell for pedagogiske muligheter i skolematematikk og naturfagene. Modellen ble utformet av the International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA) som gjennomfører den internasjonale undersøkelsen TIMSS. Modellen er gjengitt i Figur 2-1, og viser en tredeling av curriculum-begrepet; *intendert*, *implementert* og *resultert læreplan* (egen oversettelse). Læreplan må her forstås i vid forstand. Valverde et al. (2002) understreker at modellen ”(...) makes an analytical distinction between curriculum as system goals, curriculum as instruction, and curriculum as student achievement” (Valverde et al., 2002, s.5). Dette forstås som distinksjoner mellom systemnivå, skolenivå og elevnivå. Innad i systemnivået inngår selve læreplandokumentet, altså hva som forventes at elevene skal lære. Skolenivået omhandler den virkelige undervisningen elevene mottar, og på elevnivå inkluderes elevenes faktiske måloppnåelse.

Figur 2-1: Tredelt modell av curriculum-begrepet (Valverde et al., 2002, s.5)



Dersom man ser dette i lys av Goodlads (1979) fem læreplannivåer, blir noen paralleller synlige. Goodlads (1979) læreplannivåer er den ideologiske læreplan, den formelle læreplan, den oppfattede læreplan, den gjennomførte læreplan og den erfarte læreplan. (Oversatt av Imsen, 2016). Jeg velger å følge de samme distinksjoner mellom systemnivå, skolenivå og elevnivå som gjort innenfor modellen til IEA. *Den ideologiske* og *den formelle læreplan* vil eksistere på et systemnivå, da de henholdsvis inkluderer utdanningspolitikeres ideer for en fremtidig formell læreplan og det formelt vedtatte læreplandokumentet (Goodlad, 1979). De foregår på et nivå overordnet skolen, og knyttes slik til den intenderte læreplanen. De to neste nivåene, *den oppfattede læreplan* og *den gjennomførte læreplan*, befinner seg på skolenivå. Dette grunnet at de, ifølge Goodlad (1979) henholdsvis sikter til de tanker og oppfatninger lærere og skoler har av den formelle læreplanen, og hvordan disse oppfatningene blir brakt til live i undervisningssituasjonen ved den gjennomførte læreplanen (Goodlad, 1979). Det kan her argumenteres for at kun den gjennomførte timeplanen vil eksistere på skolenivå, da begrepet i all hovedsak dekker den undervisningspraksisen som foregår i et klasserom. Likevel ønsker jeg å se den tolkning som lærere gjør av læreplandokumentet som skolenivå, da lærere er enkeltindivider og ikke eksisterer på systemnivå. Til sist kan *den erfarte læreplanen* sees i sammenheng med den resulterte læreplanen, altså på elevnivå. Dette fordi Goodlad (1979) beskriver den erfarte læreplan som de erfaringer elevene sitter igjen med etter det som foregår i klasserommet (Goodlad, 1979). Her kan en tydelig se at curriculum-begrepet ikke uten videre kan overføres til det norske begrepet om læreplan.

2.1.2 Lærebok og læreverk

I likhet med læreplan, eksisterer det både en snever- og vid begrepsforståelse av lærebok. Pepin, Guedet og Trouche (2013) poengterer at begrepet *textbook* tradisjonelt sett har vært knyttet til selve boken, men at det i senere år har oppstått en videre forståelse av begrepet, som involverer de ressurser som er tilhørende boken (Pepin et al., 2013). En liknende distinksjon trekkes av Johansson (2003) som hevder at textbook kan sikte til en serie av bøker med alt tilleggsmateriell tilgjengelig. Valverde et al. (2002) bygger på den snevre forståelsen av begrepet, da de beskriver textbook som håndfaste gjenstander som benyttes i undervisning og læring. I norsk tradisjon vil den snevre bruken av begrepet samsvare med lærebok, mens den vide forståelsen sees i sammenheng med læreverk eller læremidler. I denne oppgaven vil jeg benytte begrepet lærebok der jeg snakker om den spesielle lærebok, og læreverk vil bli benyttet der jeg sikter til serien læreboken inngår i.

2.2 Forskning på lærebøker

Jeg vil her presentere tidligere forskning gjort på lærebøker. Dette vil bli gjort for å plassere denne avhandlingen i perspektiv med eksisterende forskningslitteratur i feltet. Fan (2013) fastslår at lærebokforskning innenfor matematikkfaget fremdeles befinner seg på en tidlig utviklingsfase sammenlignet med annen matematikkdidaktisk forskning, men i løpet av de senere tiårene har feltet blitt viet større oppmerksomhet (Fan, 2013). Matematikkens lærebøker er svært innflytelsesrike og rommer et stort potensial for å støtte læring og undervisning i klasserom (Robitaille, 1995; Chang & Silalahi, 2017). Viktigheten av lærebokforskning kommer av en utvidet bruk av disse i de fleste fag i skolen. De regnes som universelle, da bruken av lærebøker er essensielt for skolen også internasjonalt. Skolegang dominerer livene til de fleste elever i verden, og med bakgrunn i den utvidede bruken av lærebøker, vil en konklusjon være at barns samhandling med lærebøker er omfattende (Valverde et at., 2002). Dette kan sees i sammenheng med Li, Chen og An (2009) som diskuterer fordelen ved å forske på lærebøker heller enn den intenderte læreplan. De konkluderer med at informasjonskilden for hva som faktisk læres og undervises i klasserommet er større for lærebokforskning, siden disse ligger nærmere elevenes reelle opplæring (Li et al., 2009). Pepin og Haggarty (2001) påpeker at lærere er formidlere av lærebokens innhold. Lærere avgjør hvilket innhold som skal inngå i undervisningen, i hvilken rekkefølge innholdet skal bli presentert og hvordan elevene skal bearbeide innholdet.

Mesa (2004) hevder at lærebøker utgjør en kilde for potensiell læring. Dette begrunnes ved at den lærdommen elevene får fra lærebøker forekommer som en praktisk tilnærming til læring gjennom lærer, medelever, oppgaver og instruksjoner (Mesa, 2004). Dette synet deles også av Valverde et al. (2002), som argumenterer for at lærebøker former et bindeledd mellom den intenderte og den implementerte læreplan. Slik blir det tredelte curriculum-begrepet utvidet til å også inkludere lærebøker. Begrunnelsen bak argumentet for lærebok som intermediat, ligger i at læreboken utgjør en tolkning av den intenderte læreplan, samt virker innvirkende og inspirerende på læreren i planleggingen og gjennomføringen av undervisning (Valverde et al., 2002). Dette samsvarer med Jones og Tarr (2007) sin konklusjon om at lærebøker har stor innflytelse på undervisning og læring, og at viktigheten av lærebokforskning dermed er stor.

2.2.1 Tidligere lærebokforskning

Fan, Zhu og Miao (2013), har klassifisert eksisterende lærebokforskning i fire kategorier; lærebøkenes rolle, lærebokanalyse og sammenligninger av lærebøker, bruk av lærebøker og andre områder. Videre viser de til fordelingen av de tre siste av disse kategoriene. Dette viser at hovedvekten i lærebokforskning faller under kategorien lærebokanalyse og sammenligninger av lærebøker. Disse spenner over 34% og 29% av den eksisterende lærebokforskningen (Fan et al., 2013). Denne avhandlingen vil plasseres under sammenligning av lærebøker. Videre definerer Fan et al. (2013) fem aspekter ved lærebokforskning; (1) matematisk innhold og emner, (2) kognitive krav og pedagogikk, (3) kjønn, etnisitet, økonomi, kultur og verdier, (4) internasjonale sammenligningsstudier og (5) konseptualisering og metodiske forhold (Fan et al., 2013, min oversettelse). Da kun punkt 1 og 4 anses som relevant til denne avhandlingen, vil kun disse bli vektlagt videre.

2.2.1.1 Matematisk innhold og emner

Chang og Silalahi (2017) gjennomførte en analyse av 44 lærebokanalyser. Blant annet forsøkte de å synliggjøre hvilke emneområder som er blir forsket på, og hvor mange analyser det eksisterer innenfor hvert område. Fordelingen dette resulterte i, viser en tyngde innenfor emneområdet tall, samt kategorien annet. Etter disse følger algebra, og statistikk og sannsynlighet var tema i kun to av forskningsartiklene de studerte. Dersom dette utvalget kan antas å være representativt, utgjør analyser av statistikk og sannsynlighet en fjerdedel av de artikler som forsker på algebra (Chang og Silalahi, 2017).

En studie utført av Charalambous, Delaney, Hsu og Mesa (2010) analyserer lærebøker ment for barnetrinn med hensyn på representasjonen av addisjon og subtraksjon av brøk. Rammeverket utviklet for denne analysen består av to dimensjoner, horisontal og vertikal analyse, og utgjør inspirasjonen bak mitt konseptuelle rammeverk. Studien fokuserte på lærebøker fra Kypros, Irland og Taiwan, og analyserte og sammenlignet disse lærebøkene. Studien resulterte i likheter og ulikheter mellom lærebøkene hva angikk emner og deres rekkefølge innenfor brøk, oppgaveeksempler brukt, forventinger til elevene og kognitive krav innenfor oppgavene. De poengterer også viktigheten av lærebokforskning for å kunne forstå ulikheter i undervisning og opplæring på tvers av land (Charalambous et al., 2010).

Nok en studie som fokuserte på brøk, er den utført av Li et al. (2009). Jeg ser flere likhetstrekk ved denne studien og den presentert av Charalambous et al. (2010), da begge inneholder et rammeverk som forsøker å gi et overblikk og lærebøkenes struktur før de analyseres i dybden. I tillegg gjennomføres begge studiene på tvers av land. Li et al. (2009) benyttet et rammeverk som eksisterer på makro- og mikronivå i studien av lærebøker fra Japan, Kina og USA. Det strukturelle overblikket blir gjennomført gjennom analysen på makronivå, mens mikronivået presenterer en dybdeanalyse i spesielle temaer, oppgaver og eksempler (Li et al., 2009).

Huntley og Terrell (2014) gjennomførte en studie om lineære likninger i fem amerikanske læreverk. De fokuserte på det matematiske innholdet i lærebøkene, og et funn var at det eksisterte ulikheter i omfang av oppgaver innenfor lærebøkene (Huntley & Terrell, 2014). En annen studie som fokuserte på lærebøker innenfor et land, er den gjennomført av Shield og Dole (2012). I denne studien ble fem australske læreverk analysert med fokus på multiplikative strukturer for utvikling av proporsjonal resonnering, og resulterte i at lærebøkene ga begrenset utvikling for dette (Shield & Dole, 2012).

I en masteravhandling analyserer Nordli (2017), tre lærebøker for R1-matematikk med hensyn til algebra og funksjoner. I denne avhandlingen ble både teori og lærebokens oppgaver analysert etter rammeverket utviklet av Charalambous et al. (2010), og funnene denne analysen resulterte i konkluderes opp mot Kilpatrick, Swafford og Findells (2001) fem matematiske kompetanser. Nordli (2017) konkluderer med at det eksisterer ulikheter mellom lærebøkene, og at de vil alle inneholde momenter som kan virke både positivt og negativt på de fem matematiske kompetansene (Nordli, 2017).

2.2.1.2 Internasjonale sammenligninger av lærebøker

Studiene utført av Charalambous et al. (2010) og Li et al. (2009) kan også nevnes her, da begge hadde til hensikt å sammenligne lærebøker på tvers av land. Videre vil jeg presentere ytterligere fire studier hvor internasjonale sammenligninger av lærebøker forekommer.

Ifølge Valverde et al. (2002) ble den største internasjonale sammenligningsstudien gjennomført av TIMSS på 1990-tallet. I studien ble 400 lærebøker i matematikk og naturfag fra 38 land analysert og sammenlignet med fokus på fem hovedkategorier. Disse er (1) den pedagogiske situasjonen til læreboken, (2) fagstoffets innhold, (3) rekkefølge av emner, (4) bokens fysiske utforming og (5) kompleksiteten av elevforventingene. Studiens hovedkonklusjon var at de ulike lands lærebøker varierte innenfor disse områdene, og de ulike tilnærmingene til presentasjon av teori og metoder viste betydelige ulikheter. Disse forskjellene forekom systematisk relatert til land, klassetrinn og emner (Valverde et al., 2002).

En sammenligningsstudie gjennomført av Jones og Fujita (2013) baserte seg på lærebøker fra England og Japan. De baserte seg på rammeverket fra Valverde et al. (2002), og studiens problemstillinger tok utgangspunkt i resonnering og bevis, samt undervisning og problemløsning. Studien konkluderte med at det eksisterer store ulikheter i lærebøker på bakgrunn av hvordan innholdet blir presentert og situert. Eksempelvis belyser de et funn som tyder på at de engelske og de japanske lærebøkene er svært ulike. De engelske lærebøkene inneholder mindre og mer spredt resonnering, og for lærebøker i Japan gjaldt det motsatte. Problemløsning viste seg derimot å være mer konsentrert i engelske lærebøker, og sjeldnere i de Japanske (Jones & Fujita, 2013).

Pepin og Haggarty (2001) sammenlignet lærebøker fra England, Frankrike og Tyskland i en komparativ lærebokanalyse hvor det også ble forsket på bruken av lærebøkene i klasserommet. Denne studien resulterte i at klasseromskulturen i all hovedsak blir formet av to faktorer; landets utdanningstradisjoner og lærerens pedagogiske tilnærminger i klasseromskonteksten. Videre fant de ut at lærebokstrukturene var ulike, og at disse forskjellene skyldtes disse to faktorene (Pepin & Haggarty, 2001).

En internasjonal komparativ lærebokanalyse ble gjennomført av Johnsen og Storaas (2015). I denne masteravhandlingen sammenlignes to læreverk fra Norge og Finland med hensyn på fire teoretiske rammeverk. Gjennom å sammenligne resultatene hvert av rammeverkene resulterte i, konkluderer de med at en trend oppsto som viser en tyngde på de minst krevende aspektene innenfor disse rammeverkene for samtlige lærebøker. Videre konkluderte de med at Kilpatrick et al. (2001) sine fem matematiske kompetanser ikke kunne oppnås ved bruk av de analyserte lærebøkene (Johnsen & Storaas, 2015).

2.3 Algebra

Algebra som begrep vil være sentralt for avhandlingen. Jeg vil belyse begrepet ved å vise til Usiskins (1988) fire typer algebra, beskrivelsen av emneområdet i TIMSS, samt definisjonen i læreplanen Kunnskapsløftet av 2006 (K06).

Usiskin (1988) poengterer at grunnlaget i skolealgebra går på forståelsen av bokstaver som variabler, samt operasjoner knyttet til disse (Usiskin, 1988). Han definerer fire typer algebra, hvor hver av dem gjenspeiler hvilken hensikt variablene studert blir tilskrevet. Den første type algebra Usiskin (1988) beskriver, er *algebra som generaliserende aritmetikk*. Her er tanken at variablene skal konstruere eller avlede generaliserte mønster. Et eksempel er den kommutative lov som fastsetter at a + b = b + a. Her dannes et mønster som sier at for alle mengder a og b vil summen bli den samme uansett hvilken rekkefølge disse blir addert. Hva kreves i denne typen algebra, er at eleven mestrer å *oversette* og *generalisere* (Usiskin, 1988). Den neste type algebra Usiskin (1988) beskriver, er *algebra som prosedyrer for å løse problemer*. Her introduseres oppgaver som spør etter verdien på en ukjent, eksempelvis likninger. Elevene vil i denne typen algebra måtte *forenkle* og *løse* algebraiske uttrykk ved bruk av prosedyrer (Usiskin, 1988). Usiskin (1988) presenterer algebra type tre, *algebra som forhold mellom mengder*. Her holder han frem eksempelet om arealet av en firkant gitt ved formelen $A = lb$. Tanken her er ikke at man skal løse formelen, da ingen av variablene er kjente, men heller at arealet av firkanten avhenger av størrelsen på lengden og bredden av den. Et slikt syn på variabler danner grunnlaget for funksjoner (Usiskin, 1988). Til sist beskriver Usiskin (1988) den fjerde type algebra, *algebra som strukturer*. Denne typen algebra omfatter det å utlede et uttrykk fra et annet uttrykk. Meningen med en slik oppgave er ikke at elevene skal anse a og x som verdier de skal finne, men heller at selve uttrykket skal manipuleres (Usiskin, 1988). Faktoriseringer og forenklinger av uttrykk kan her ansees å være eksempler på algebra som strukturer.

I TIMSS 2015 Mathematics Framework beskrives algebra av Grønmo et al. (2013) ved at elevene må kunne løse hverdagslige problemer ved bruk av algebraiske modeller samt å forklare forhold gjennom algebraiske konsepter. Elevene bør vite at dersom de står ovenfor et problem med to størrelser, vil de kunne finne den ukjente størrelsen dersom de vet hva den andre størrelsen er. De må vise en konseptuell forståelse som kan føre til lineære funksjoner slik at elevene kan studere konstante endringer og endringer i bevegelser. Algebraoppgavene blir fordelt på delemnene *uttrykk og operasjoner*, *likninger og ulikheter* og *forhold og funksjoner* (egen oversettelse) (Grønmo et al., 2013). Det første av disse delemnene kan sees i sammenheng med Usiskins (1988) algebra som generaliserende aritmetikk og algebra som strukturer. Dette fordi de tar for seg manipulasjon av bokstavuttrykk. Likninger og ulikheter blir koblet til algebra som prosedyrer for å løse problemer, da det her handler om å finne en løsning av ukjente i et uttrykk. Til sist kan forhold og funksjoner kobles til algebra som forhold mellom mengder.

I K06 blir algebra definert ved

> Algebra i skolen generaliserer talrekning ved at bokstavar eller andre symbol representerer tal. Det gjev høve til å beskrive og analysere mønster og samanhengar (Utdanningsdirektoratet, 2013, s.3).

Den første setningen i definisjonen kan sees i sammenheng med Usiskins (1988) algebra som generaliserende aritmetikk. Likhetstrekket ligger i forståelsen av at algebra generaliserer tallregning. Denne setningen bygger på at eleven skal ha forståelse for at symbol kan erstatte et tall i et uttrykk. Videre poengteres det at algebra kan benyttes for å beskrive og analysere mønster og sammenhenger. Her forventes det at eleven kan resonnere, og stiller slik på et høyere kognitivt nivå enn hva den første setningen angår. Videre blir funksjoner angitt ved

> Ein funksjon beskriv endring eller utvikling av ein storleik som er avhengig av ein annan, på ein eintydig måte. Funksjonar kan uttrykkjast på fleire måtar, til dømes med formlar, tabellar og grafar. Analyse av funksjonar går ut på å leite etter spesielle eigenskapar, som kor raskt ei utvikling går, og når utviklinga får spesielle verdiar (Utdanningsdirektoratet, 2013, s.3).

Temaet funksjoner blir inkludert i algebra-begrepet, da det inngår som en komponent i TIMSS-undersøkelsen. Dette gjøres også av Usiskin (1988), som poengterer at algebra som forhold mellom mengder er utgangspunktet for funksjonslære.

2.4 Statistikk og sannsynlighet

Det andre matematiske innholdet i denne avhandlingen, er statistikk og sannsynlighet, og det vil være et behov for å definere begrepene nærmere. Det eksisterte langt mindre teori om statistikk og sannsynlighet enn om algebra. Da jeg ikke kunne finne en teoretisk beskrivelse av sannsynlighet, vil statistikk bli viet mer tyngde. Cobb og Moore (1997) definerer statistikk som en metodisk disiplin, da den ikke eksisterer for sin egen del, men for å bidra andre disipliner med et sammenhengende sett av verktøy til hjelp når man arbeider med data. Videre poengteres det at behovet for statistikk kommer av tilstedeværelsen av foranderlighet eller variabilitet (Cobb & Moore, 1997, s.801). Cobb og Moore (1997) fremholder viktigheten av kontekster når man møter statistikk. Statistikk inneholder slik noe mer enn matematikk, da konteksten ikke kan fjernes helt fra et datamateriale. De beskriver dette slik; "In mathematics, context obscures structure [(...) while] in data analysis, context provides meaning" (Cobb & Moore, 1997, s.803). Dette forstås som at det i matematikk ofte forekommer en matematisering eller abstrahering av en problemsituasjon. I statistikk, derimot, vil der være meningsløst å fjerne datamaterialet fra konteksten de oppsto i dersom man skal tolke disse dataene. Cobb og Moore (1997) presenterer to eksempler på hvordan man kan arbeide med statistikk. Det første eksempelet dreier seg om en sekvens som føres opp til en figur. Dette datamaterialet gir først mening når man tolker dette i sammenheng med konteksten. Her vil det være lite eller intet matematisk innhold, men heller en tolkning av datamaterialet opp mot konteksten for å slik komme frem til en mening eller betydning av dataene. Et annet eksempel er å sammenligne gjennomsnitt for to normalfordelinger. Her inkluderes ingen kontekst, men heller en tung vektlegging av matematisk innhold (Cobb & Moore, 1997). Statistikk kan dermed også tilnærmes matematisk, dersom objektet for undersøking er generelt heller enn spesielt.

I TIMSS-studien blir også statistikk-kapittelet delt i tre underkategorier. Grønmo et al. (2013) navngir disse som *kjennetegn av datasett*, *tolkning av data* og *sannsynlighet* (egen oversettelse). I statistikk blir elevene evaluert på evnen til å hente ut viktig informasjon fra visuelle modeller. Samtidig må de vise forståelse for grunnleggende statistiske mål og hvordan disse relaterer seg til ulike visuelle fremstillinger. Det vektlegges at elevene også forstår at det er mulig å skape statistiske modeller som ikke representerer en sannhet, men at de kan være manipulert til fordel for skaperen. Eleven må også ha en viss kjennskap til noen sannsynlighetskonsepter (Grønmo et al., 2013). Kjennetegn av datasett kan sees parallelt med Cobb og Moore (1997) eksempel for kontekstløs tilnærming til statistikk. Det er her viktig å påpeke at en oppgave om mål for et datasett ikke nødvendigvis er uten kontekst, men dette er mulig i større grad enn for tolkning av data. Denne kategorien vil ligne det Cobb og Moore (1997) trekker frem i sitt første eksempel, hvor oppgaven er avhengig av en kontekst. Det vil være vanskelig, om ikke meningsløst, å tolke et datasett uten en nærliggende kontekst.

Statistikk og sannsynlighet blir i K06 definert ved

> Statistikk omfattar å planleggje, samle inn, organisere, analysere og presentere data. I analysen av data høyrer det med å beskrive generelle trekk ved datamaterialet. Å vurdere og sjå kritisk på konklusjonar og framstilling av data er ein sentral del av denne prosessen. I sannsynsrekning talfester ein kor stor sjanse det er for at ei hending skal skje. I kombinatorikk arbeider ein med systematiske måtar for å telje opp moglege utfall for å kunne berekne sannsyn (Utdanningsdirektoratet, 2013, s.3).

Denne definisjonen tar høyde for både presentasjon og tolking av et datamateriale. Slik vil begge kategorier for statistikk i TIMSS ha klare paralleller til LK06. Videre defineres sannsynlighet gjennom estimering av sannsynligheten for et utfall, samt kombinatorikk.

2.5 Matematisk resonnering

Voss, Perkins og Segal (1991) påpeker at resonnering har en lang historie om å bli ansett som den høyeste form for mental aktivitet, og at resonnering vil være tilstedeværende gjennom hele livet (Voss et al., 1991, s.vii). Dette kan sees i sammenheng med Bergqvist (2007) sin påstand om at resonnering blir sjeldent eksplisitt definert, men blir ofte knyttet til tankeprosesser av høy kvalitet (Bergqvist, 2007). En eksisterende definisjon av begrepet, er utformet av Lithner (2007) som beskriver resonnering ved

> (…) the line of thought adopted to produce assertions and reach conclusions in task solving. It is not necessarily based on formal logic, thus not restricted to proof, and may even be incorrect as long as there are some kinds of sensible (to the reasoner) reasons backing it (Lithner, 2007, s.257).

Resonnering er for Lithner (2007) ikke nødvendigvis knyttet til et korrekt svar, men heller de logiske slutningene man gjør når en løser en matematisk oppgave. Et slikt syn på resonnering, åpner for at elever kan benytte mer av sin logiske fantasi, i tillegg til de matematiske prinsipper de har kjennskap til. Slik kan resonnering også strekke seg til løsninger av de oppgavene som elevene ikke har noen faste prosedyrer eller algoritmer å følge, hvor elevene selv må skape en godkjent resonnering. Denne begrepsavklaringen utgjør en vid forståelse av resonnering, som tydeliggjøres ytterligere av hans inndeling av matematisk resonnering i to kategorier, imitativ resonnering (IR) og kreativ resonnering (KR) (Lithner, 2007).

2.5.1 Imitativ resonnering

IR forekommer når elevene imiterer en løsning fra eksempler eller tidligere puggede algoritmer. Elevene vet hva de skal gjøre, fordi veien mot et korrekt svar er allerede lagt fra start til slutt (Lithner, 2007). Bergqvist (2007) understreker at bruk av algoritmer utgjør en viktig del av matematisk forståelse, og er mindre utfordrende og tidkrevende enn oppgaveløsning uten tilgjengelige algoritmer.

IR deles inn i to ulike typer. Den første av disse omtaler Lithner (2007) som memorert resonnering (MR). Denne resonneringen går ut på at eleven har memorert en komplett løsning, og implementeringen består kun i å skrive denne løsningen. Definisjoner og bevis er eksempler på MR. Den neste Lithner (2007) omtaler som IR, er algoritmisk resonnering (AR). Her vil elevene ha tilgang til nødvendige algoritmer, enten memorerte eller presentert i lærebok eller undervisning, og elevene vil kun behøve å velge korrekt algoritme og benytte seg av denne for å løse oppgaver. Når eleven husker algoritmen, vil løsningen i seg selv være enkel å gjennomføre, og kun slurvefeil kan føre til et svar som ikke er korrekt.

AR blir igjen delt inn i tre underkategorier av Lithner (2007). Disse er alle gjengitt etter egen oversettelse. Den første av disse er familiær AR (FAR). En oppgave blir ansett som FAR dersom eleven gjenkjenner oppgaven, og kan nødvendige algoritmer og løsningsprosedyrer (Lithner, 2007). Forskjeller mellom MR og FAR, er at sistnevnte ytrer et behov for implementering av en prosedyre, mens MR kun består i å gjengi memorert informasjon. Bergqvist (2007) presiserer at en oppgave som inngår i et sett av liknende oppgaver, vil dette være oppgaver av typen FAR. Denne distinksjonen vil havne noe utenfor denne avhandlingen, da hver oppgave vil bli analysert isolert fra de andre oppgavene. Den andre underkategorien av AR, er avgrenset AR (AAR). Lithner (2007) beskriver AAR som de situasjoner hvor elevene har behov for å prøve ulike algoritmer for å løse en oppgave. Elevene vil da forsøke å implementere flere kjente algoritmer som kan føre til korrekt løsning av oppgaven (Lithner, 2007). Dette skiller seg dermed fra FAR ved at løsningsmetoden ikke fremstår som innlysende ved første øyekast. Lithner (2007) angir Guidet AR (GAR) som den siste av underkategoriene av AR. Denne kategoriens bruk defineres ved at eleven mottar assistanse i løsningsprosessen. Dette kan være fra lærer, medelever eller læreboken. Det presiseres at GAR benyttes dersom eleven ikke finner løsningen etter bruk av FAR og AAR (Lithner, 2007).

2.5.2 Kreativ resonnering

Lithner (2007) beskriver KR som den resonneringen elever gjør når de ikke har memorerte algoritmer som kan benyttes for å finne løsningen på en matematisk oppgave. Eleven må da forsøke å komme frem til korrekt løsning ved å bruke andre strategier og metoder enn dem som er memorert eller tilgjengelig. Videre poengterer Lithner (2007) at jo høyere logisk verdi et resonnement har, jo mer troverdig er resonnementet (Lithner, 2007, s.266). Dette er vesentlig når elevene driver med KR. Eleven trenger ikke nødvendigvis konkludere med et korrekt svar, da en god resonnering i seg selv er av verdi. Jo bedre eleven kan resonnere og dermed argumentere for en strategi eller løsning, jo mer troverdig blir løsningen. Videre beskriver Lithner (2007) at ved KR må tre kriterier oppfylles. Først er det viktig at resonneringen er ny for eleven, eller at en glemt sekvens gjenskapes. Den skal med andre ord ikke være memorert. Samtidig må resonneringen være troverdig. Argumentene for strategien eller implementeringen eleven gir er rimelige, slik at løsningen blir mer troverdig. Til sist kreves det et visst matematisk grunnlag. Argumentene må være knyttet til gitte matematiske antakelser eller regler, slik at resonneringen får høyere verdi.

2.6 TIMSS 2015 Mathematics Framework

TIMSS (Trends in International Mathematics and Science Study) blir av Grønmo et al. (2012) beskrevet som en trendstudie, altså har den som formål å få oversikt over hvordan resultater utvikler seg over tid. Studien tester elevprestasjoner i matematikk og naturfag på 4. og 8.trinn. Bergem et al. (2016) påpeker at Norge vil fra og med 2015 stille med fire klassetrinn i undersøkelsen; 4., 5., 8. og 9.trinn. Årsaken til dette er at Norge er et av landene med desidert lavest gjennomsnittsalder, og er yngst av de nordiske landene. (Bergem et al., 2016).

Grønmo, Lindquist, Arora og Mullis (2013) skiller mellom tre vurderingsrammeverk for TIMSS-undersøkelsen; TIMSS Mathematics – Fourth Grade, TIMSS Numeracy og TIMSS Mathematics – Eight Grade. Samtlige rammeverket inneholder to dimensjoner; innholdsdimensjonen og den kognitive dimensjonen. Emneområdene som inngår i studien utgjør innholdsdimensjonen, og består av tall, geometri og statistikk på 4.trinn og tall, algebra, geometri og statistikk på 8.trinn. Den kognitive dimensjonen består av de tre kognitive nivåene å kunne, å anvende og å resonnere (Grønmo et al., 2013, oversatt av Grønmo et al., 2012).

2.6.1 Å kunne

Grønmo et al. (2013) skriver at det kognitive nivået *å kunne* omfatter det *å huske* fakta, definisjoner, fagterminologi, måleenheter, egenskaper for tall og notasjon. Nivået innebærer også *å gjenkjenne* tall, uttrykk, kvantiteter, geometriske former samt matematiske uttrykk av samme verdi (eksempelvis likheter mellom desimaltall, brøk og prosent). Elevene må også kunne *å klassifisere* tall og uttrykk. Samtidig må elevene mestre *å regne* med de fire aritmetiske regneartene både hver for seg og i kombinasjon med hverandre. Elevene må også kunne *hente ut* informasjon fra grafer, tabeller og tekstoppgaver. Til sist må elevene vise at de kan *å måle* ved hjelp instrumenter samt å velge korrekte måleenheter (Grønmo et al., 2013). Dette kognitive nivået utgjør slik den grunnleggende kunnskapsbasen for matematikk. Dersom man ser på nivåene hierarkisk, vil å kunne befinne seg under de to andre i forhold til kognitive utfordringer.

2.6.2 Å anvende

Å anvende blir av Grønmo et al. (2013) beskrevet som det å være kapabel til *å velge* velfungerende metoder og strategier som trengs for å løse matematiske problem hvor det eksisterer vanlige og velkjente metoder eller strategier for å finne løsninger. Elevene må også kunne *representere* data eller informasjon på ulike måter, eksempelvis gjennom grafer og tabeller. De må også kunne *modellere* situasjoner gjennom ligninger, ulikheter, geometriske figurer eller diagrammer. Samtidig må elevene kunne *bruke* de strategier og regneoperasjoner som er passende for å løse et gitt matematisk problem. Det vektlegges også at dette nivået i størst grad retter seg mot velkjente- og rutinebaserte oppgaver (Grønmo et al., 2013). Å anvende utgjør en større kognitiv utfordring for elevene enn hva nivået å kunne gjør. Her forventes det at elevene kan anvende matematikk i en rekke sammenhenger, fremfor det å reprodusere memorert fakta.

2.6.3 Å resonnere

Til sist beskriver Grønmo et al. (2013) det tredje kognitive nivået *å resonnere*. Dette blir knyttet til *å analysere* situasjoner, forhold og sammenhenger mellom tall, uttrykk og former. Videre bør elevene mestre *å kombinere* informasjon og fakta for å løse matematiske oppgaver. De bør samtidig kunne *evaluere* de strategier som blir benyttet samt alternative strategier for å finne en løsning på et gitt problem. Elevene bør også mestre *å konkludere* eller *komme med påstander* på bakgrunn i den informasjonen som blir gitt. De bør videre vite at en strategi eller løsning for et problem også kan bli benyttet for å løse et annet problem, altså bør elevene evne *å generalisere* fra en situasjon til en annen. Til sist beskrives det at elevene bør kunne *argumentere* for sine løsninger og strategier på bakgrunn av sin matematiske fagkompetanse (Grønmo et al., 2013). På bakgrunn av dette utgjør nivået en vesentlig større kognitiv utfordring for elevene, da de her møter nye og ukjente oppgaver som krever kreative løsningsmetoder. Det å løse matematiske oppgaver vil dermed befinne seg på lavere nivå enn å argumentere og analysere.

3 Metode

Jeg vil i dette kapittelet beskrive mitt forskningsdesign, mine metoder for datainnsamling og hvordan disse er blitt benyttet for å besvare min problemstilling. Da avhandlingen i stor grad vil fokusere på kvantitative forskningsmetoder, vil dette bli viet mest omfang. Jeg vil her beskrive hvilke utvalg jeg har gjort, hvordan analysen ble gjennomført, samt gjennomgå studiens kvalitet og de etiske betraktinger jeg har måttet ta hensyn til.

3.1 Kvantitative og kvalitative metoder

Thagaard (2013) diskuterer forholdet mellom kvantitative og kvalitative metoder innenfor forskning. Hun definerer kvalitativt studium som dybdesøkende, og ved at de ønsker å vektlegge betydninger av fenomener som blir studert. Hun påpeker også at et kvalitativt studium vektlegger tolkning av et fenomen i lys av dens kontekst. Den kvantitative forskningstilnærmingen beskrives gjennom vektleggingen av kvantifiserbart datamateriale. De kvantitative studiene omfatter ofte store utvalg, mens de kvalitative studiene søker å samle mye informasjon om få fenomener (Thagaard, 2013, s.17). Det poengteres av flere at distinksjonen mellom kvantitativ og kvalitativ forskning ikke eksisterer som dikotomier, men at skillet mellom kan være flytende (Creswell, 2014; Grønmo, 2004; Christoffersen & Johannesen, 2012).

De studier som inneholder elementer av både kvantitativ og kvalitativ art, vil havne under det Creswell (2014) omtaler som *mixed methods*. Her vil forskeren samle inn både kvantitativt og kvalitativt datamateriale. Han hevder at kombinasjonen av disse to gir en mer komplett forståelse av forskningsobjektet (Creswell, 2014, s.4). Ved å legge en triangulering av kvantitativ og kvalitativ metode til grunn for min studie, vil jeg ha et større potensial til å gi et detaljert bilde av matematikkoppgavene i lærebøker og TIMSS-undersøkelsen. Ved å gjennomføre et kvalitativt dypdykk, vil jeg i større grad kontrollere at ikke verdifull informasjon går tapt. Dette støttes av Grønmo (2004), som poengterer at kvantitative og kvalitative tilnærminger er komplementære, og vil utfylle hverandre (Grønmo, 2004). Samtidig vil en mixed methods-tilnærming være den mest naturlige å legge til grunn for studien, da jeg vil besvare et kvantitativt og et kvalitativt forskningsspørsmål.

Creswell (2014) skiller mellom tre ulike typer av mixed methods-tilnærminger. Denne studien befinner seg innenfor den han omtaler som explanatory sequential mixed methods. Denne tilnærmingen kjennetegnes ved at de kvantitative data samles inn først, og deretter underbygges av kvalitative data (Creswell, 2014). I denne studien analyserte jeg samtlige oppgaver kvantitativt før jeg gjennomføre den kvalitative analysen, som vil tilføre et mer detaljert bilde av oppgavene i matematikkbøkene. Min begrunnelse for valg av en mixed methods-tilnærming vil basere seg på det Greene, Caracelli og Graham (1989) omtaler som complementarity. Denne begrunnelsen kan sees i sammenheng med explanatory sequential mixed methods, da den baserer seg på å bruke en metode for å komplementere en annen. Den kvantitative analysen i denne studien vil bli komplementert med det kvalitative dypdykket.

Creswell (2014) understreker at det er nødvendig for forskeren å identifisere hvilken vitenskapsteoretisk forankring, eller paradigme, som ligger til grunn for studien. Dette må gjøres da paradigmet kan påvirke valg av tilnærminger, metoder og analyser som forskeren foretar seg. Et paradigme blir definert som de generelle filosofiske orienteringer om verden og forskning som en forsker bringer med seg inn i studien (Creswell, 2014, s.6). Denne studien baserer seg på et pragmatisk kunnskapssyn, da valget av metoder og design skjer på bakgrunn av forskningsspørsmålene. Ved pragmatisme har forskeren frihet til å velge metoder for innsamling av empiri og analysemetoder som best vil besvare forskningsspørsmålene (Creswell, 2014).

3.2 Dokumentanalyse

Ifølge Grønmo (2004) er dokumentanalyse en systematisk gjennomgang av dokumentene med sikte for å avdekke relevant informasjon for problemstillingen (Grønmo, 2004, s.175, 213). Thagaard (2013) definerer at en dokumentanalyse vil skille seg fra data samlet inn i felten, da forskeren vil bruke dokumentet på en annen måte enn de intensjonelt ble skrevet for (Thagaard, 2013, s.59). Intensjonen bak lærebøkene som dokument, vil være å bidra til opplæringen av elever. TIMSS-oppgavene er blitt utformet for å teste elevers kompetanse i matematikk. I denne avhandlingen vil bruken av disse dokumentene distansere seg fra deres originale intensjon. Dokumenter er, i følge Scott (1990), alt skriftlig materiale som gjøres tilgjengelig for forskeren. Et dokument kan være av privat eller offentlig karakter, og dokumentene kan samtidig være publiserte eller lukkede. Et åpent dokument defineres ved at den gjort offentlig tilgjengelig, der lukkede dokumenter krever spesielt innsyn i teksten (Scott, 1990). I avhandlingen vil jeg analysere både åpne og lukkede dokumenter. Det som utgjør de åpne dokumentene, er lærebøkene i Grunntall og Faktor-serien, mens de lukkede vil være de konfidensielle oppgavene jeg har fått innvilget innsyn i.

Bakgrunnen for at en dokumentanalyse legges til grunn i studien må sees i sammenheng med forskningsspørsmålene. Utformingen av disse søker informasjon om matematikkoppgaver, og det vil med dette være nødvendig å analysere oppgavene som finnes i de utvalgte læreverk og i TIMSS-undersøkelsen. Grunnet dette behovet, vil avhandlingen plasseres innenfor dokumentanalyse.

Da det siste forskningsspørsmålet tar sikte mot å sammenligne lærebøker med hverandre og med TIMSS-oppgaver, vil det være naturlig å trekke inn begrepet komparativ studie. Tveit (2018) definerer en komparativ studie ved at den søker å sammenligne forskningsobjektene med hverandre, og at en komparativ studie må inneholde minst to fenomener slik at en sammenligning er mulig (Tveit, 2018). Ifølge Grønmo (2004), vil forskningsobjektene, eller enhetene som forskes på, være få. Årsaken til dette er at disse enhetene ofte vil være komplekse og mangfoldige (Grønmo, 2004). For å kunne besvare det siste forskningsspørsmålet vil det dermed være nødvendig med en komparativ studie, da det spør etter likheter og ulikheter mellom enhetene som blir forsket på.

3.3 Utvalg

På bakgrunn av oppgavens omfang, ble det nødvendig å foreta noen avgrensinger i forhold til datainnsamlingen. I tillegg til de to som blir kommentert i de kommende avsnitt, var det nødvendig å avgrense emneområder. Da jeg har kommentert avgrensingen og begrunnelsen for valget av disse i avhandlingens innledning, vil dette ikke bli kommentert her.

3.3.1 Årstrinn

Da jeg går et studium som er rettet mot 5.-10. trinn, ville det være naturlig at avgrensingen befant seg innenfor disse årstrinnene. Det er i hovedsak to årsaker til at nettopp 8. og 9. trinn ble valgt som populasjon for denne avhandlingen. Først grunnet eget ønske om å jobbe i ungdomsskolen. Deretter ble det naturlig å velge disse klassetrinn da TIMSS-undersøkelsen nå gjennomføres på fire klassetrinn, og det er kun 8. og 9.trinn som samsvarer med min utdanning.

Årsaken til at 10.trinn ble ekskludert i denne oppgaven, er at 10. trinn ikke deltar i TIMSS-undersøkelsen, og vil dermed ikke kunne gi et grunnlag for å besvare mine forskningsspørsmål.

3.3.2 Lærebøker

Da jeg skulle velge hvilke læreverk som skulle inngå i studien, forsøkte jeg å få et overblikk over hvilke læreverk som eksisterer for ungdomstrinnet. Dette gjorde jeg både ved internettsøk og bibliotekbesøk. Det var fire læreverk som fremsto som mulige, men da dette ville utgjøre en for stor mengde av analysemateriale, valgte jeg ut to av disse. Valget falt på Grunntall og Faktor, da disse to fremsto som interessante å sammenligne. Jeg ønsket å danne et helhetlig bilde av hvilke læreverk elevene møter i skolen, og da disse så ut til å være mest ulike ble disse valgt. Videre ønsket jeg å forsikre meg om at jeg valgte to læreverk som ble mye brukt i skolen, og jeg kontaktet dermed forlagene for å få informasjon om utbredelsen av disse. Jeg fikk bekreftende svar på at begge læreverk kunne stille representativt for norske skoler da de begge er mye brukte læreverk, selv om de ikke er alene på markedet[1][2].

3.4 Konseptuelt rammeverk

I utviklingen av et konseptuelt rammeverk som skulle utgjøre mitt analyseverktøy, hentet jeg inspirasjon fra det konseptuelle rammeverket utviklet av Charalambous et al. (2010). Dette konseptuelle rammeverket ble utviklet for å studere lærebøker for matematikk. Rammeverket ble utviklet for å muliggjøre undersøkelser av teoripresentasjon, eksempler, lærebøkenes oppgaver så vel som de koblinger som skjer til andre deler av pensum eller situasjoner utenfor læreboken (Charalombous et al., 2010).

Bakgrunnen for valget av dette rammeverket som inspirasjonskilde og utgangspunkt, er at rammeverket egner seg godt til sammenligning av lærebøker. Videre gir det rom for kvantitativ fremstilling så vel som kvalitative undersøkelser, som er essensielt i en studie innenfor en mixed methods-tilnærming. Forskningsspørsmålene tar for seg både lærebøker og matematikkoppgaver fra TIMSS 2015, og TIMSS vil i denne analysen både fungere som et analyseobjekt gjennom studiens oppgaver, samt et referansepunkt for sammenligninger av lærebøker og undersøkelsen gjennom rammeverket for kognitive nivå. Da forskningsobjektet i

[1] Mailkorrespondanse med Hilde Bjørklund 21.02.2018, markedsansvarlig realfag, Cappelen Damm Undervisning
[2] Mailkorrespondanse med Lars Gundersen 21.02.2018, Elektronisk Undervisningsforlag

denne avhandlingen spisset seg inn på kun oppgaveinnholdet i lærebøkene og i TIMSS-undersøkelsen, ble rammeverket slik det ble benyttet av Charalambous et al. (2010) for omfattende. Jeg så meg dermed nødt til å foreta noen endringer, slik at deler av rammeverket ble benyttet, mens andre deler falt utenfor dette forskningsprosjektet.

Det konseptuelle rammeverket utviklet av Charalambous et al. (2010), består av to dimensjoner; en horisontal og en vertikal analyse. Endringene jeg har gjort er under den vertikale analysen, slik at rammeverket kun tar hensyn til matematikkoppgaver.

3.4.1 Horisontal analyse

Den horisontale analysen, slik Charalambous et al. (2010) beskriver den, omfatter overordnet informasjon om lærebøkenes karakteristikk og struktur. Den vil slik ikke tilføre noen detaljert informasjon om det matematiske innholdet i lærebøkene, annet enn rent kvantifiserbare data (Charalombous et al., 2010). Dette blir også gjenspeilet i begrepet horisontal, som gir klare assosiasjoner til overflateanalyse. Her er det viktig å kommentere at selv om den horisontale analysen sikter til overflatemateriale, er ikke viktigheten av denne liten. For å kunne analysere lærebøker i dybden, vil det være vesentlig å skape en oversiktlig presentasjon av innhold og struktur.

Charalambous et al. (2010) deler den horisontale analysen inn i to kategorier. Disse er bakgrunnsinformasjon og struktur. *Bakgrunnsinformasjon* gir en beskrivende oversikt over lærebokas produksjon, altså forfattere, forlag, årstall for utgave, sidetall, samt informasjon om eventuelle tilleggsmaterialer. Bakgrunnsinformasjon fungerer i hovedsak som et middel for å presentere utvalget i avhandlingen på en oversiktlig måte, og utgjør den minst omfattende av samtlige kategorier i rammeverket.

Den andre kategorien under den horisontale analysen, er å få en oversikt over *strukturen* i utvalget. Denne kategorien tar for seg lærebokens inndeling i kapittel og matematiske konsept (Charalombous et al., 2010). Her vil lærebokas kanon være i sentrum for analyse, med andre ord forfatternes intensjon om progresjon i matematikkfaget. Til å starte med, forsøkte jeg å fremkalle en oversikt over hvordan lærebøkene Grunntall og Faktor har valgt å dele inn bøkene i kapitler, og om disse inndelingene avviker fra hverandre. Da det viste seg å være variasjoner i kapittelinndelingen, utgjorde dette en utfordring for kategorisering av oppgaver. Da ønsket var å fremkalle en oversiktlig måte å inndele oppgaver på, valgte jeg å gå på tvers av disse kapittelinndelingene, og heller forsøke å dele inn samtlige kapitler i ulike tema. Her ble temainndelingen gjort av TIMSS valgt, da dette ville være hensiktsmessig for sammenligning av oppgavefordeling i TIMSS og lærebøkene. Disse fire hovedtemaene er (1) tall, (2) algebra, (3) geometri og (4) statistikk. Samtlige fire tema vil inngå i den horisontale analysen. Begrunnelsen til at samtlige tema vil bli kommentert i analysen, er kun for å se på prosentvis fordeling av disse temaene, for slik å kunne se dette i lys at TIMSS 2015 sin ønskede fordeling av oppgaver. Da denne inndeling ble gjort, var neste steg å se på hvor mye tyngde hvert tema ble tildelt i lærebøkene og TIMSS. Dette ble gjort ved å samle inn data om antall oppgaver og antall sider som havner inn under de respektive temaene, samt å finne oppgavetettheten.

3.4.2 Vertikal analyse

Etter Charalambous et al. (2010) vil den vertikale analysen omhandle dybdeanalyse av det matematiske innholdet i en lærebok. Med dette menes lærebokens presentasjon av matematiske konsepter i form av teori, eksempler og matematiske oppgaver. Den vertikale analysen vil se på matematiske konsepter adskilt fra hverandre. Her er det viktig å poengtere at den ikke stiller som en motpol til den horisontale analysen, men heller som en forlengelse. Hvis den horisontale analysen sikter mot å gi en oversikt over innhold i læreboken, vil den vertikale analysen sikte til å gi informasjon om hvordan innholdet blir presentert. (Charalambous et al., 2012).

Den vertikale analysen blir av Charalambous et al. (2010) delt inn i tre kategorier; presentert til elevene, forventet av elevene og sammenhenger. Da kun den andre kategorien vil danne et grunnlag for analysen, vil den første og den tredje kategorien kun bli nevnt med korte trekk. Kategorien *presentert til elevene* omhandler hvordan det matematiske innholdet og de ulike konseptene blir formidlet til elevene gjennom teori og lærebokeksempler. Den tredje kategorien *sammenhenger* tar for seg de koblinger som blir gjort mellom ulike konsepter, de koblinger som foregår mellom bok og undervisning, samt koblinger mellom opplæring og situasjoner som oppstår på utsiden av skolen (Charalambous et al., 2010).

Kategorien *forventet av elevene* tar for seg lærebokens oppgaver. Charalambous et al. (2010) baserer dette aspektet av sin studie på det teoretiske rammeverket utviklet av Stein et al. (2000), kalt the Mathematical Task Framework. Dette rammeverket er en veileder for å plassere matematiske oppgaver innenfor ulike kognitive ferdigheter som kreves av elevene for å kunne løse oppgavene tilfredsstillende (Stein et al., 2000 i Charalambous et al., 2010). Videre omfatter også denne kategorien de ulike responstypene oppgavene forventer av elevene. Denne kategorien vil være den eneste relevante i forhold til mine forskningsspørsmål, men jeg valgte å endre rammeverk med tilhørende teori innenfor kategorien.

I stedet for å bygge på Stein et al. (2000) sin inndeling av kognitive ferdigheter, valgte jeg å vektlegge rammeverket utviklet for TIMSS-undersøkelsen. Denne deler de kognitive ferdighetene i tre ulike nivåer; *å kunne*, *å anvende* og *å resonnere* (Grønmo et a., 2013) Jeg valgte også å gå bort fra distinksjonen mellom responstyper som forventes av elevene, og heller fokusere på Lithners (2007) distinksjon mellom *imitativ* og *kreativ resonnering*.

3.5 Gjennomføring av analysen

Videre følger en forklaring av analyseringsprosessen, fra forberedelser til gjennomføring. Jeg vil kommentere hvordan teori ble benyttet og rammeverk gjennomgikk de nødvendige tilpassinger for å passe til mitt bruk i kategorisering av matematikkoppgavene. Gjennomføringen av den vertikale analysen ble gjort innenfor temaene (2) algebra og (4) statistikk. Samtlige oppgaver innenfor disse to emneområdene ble gjennomgått og kategorisert etter kognitive nivå (Grønmo et al., 2013), samt Lithners (2007) teori om matematisk resonnering. Jeg benytter kategorier fra eksisterende rammeverk, og analysen vil dermed være deduktiv.

3.5.1 Utviklingen av et kategoriseringsverktøy

For å kunne gjennomføre kategorisering av de utvalgte oppgavene, ble det nødvendig å utvikle et kategoriseringsverktøy. Utgangspunktet for kategoriseringsverktøyet var teorien om kreativ og imitativ resonnering utviklet av Lithner (2007) og rammeverket for kognitive nivået i TIMSS-undersøkelsen (Grønmo et al., 2013). Innledningsarbeidet til analysen ble dermed gjort ved å sette meg godt inn i teoriene som skulle danne utgangspunktet for analyseringsverktøyet. Dette førte til en punktliste over de ulike kriteriene innenfor de fem ulike kategoriene oppgavene skulle bli plassert innenfor. For å prøve ut kategoriseringsveilederen, valgte jeg ti algebraoppgaver fra hver lærebok, samt ti statistikkoppgaver. Totalt resulterte dette i 80 oppgaver som skulle fungere som en test av analyseverktøyet. Underveis i denne prøvefasen ble kategoriseringsveilederen bygget på der jeg anså dette nødvendig. Dette skjedde dersom veilederen ga rom for ulike kategoriseringer for en og samme oppgave, og et behov for mer detaljerte grenser mellom de ulike kategoriene oppsto. Eksempel på dette var når elevene måtte forklare et konsept. Når ville en slik oppgave forvente faktakunnskap, og når ble det forventet at eleven resonnerte om dette? I tillegg til slike oppgaver, anså jeg det som en utfordring å skille mellom det kognitive nivået å kunne og å anvende. Jeg så det dermed som et behov for å understreke hvilke operasjoner som kreves innenfor hver av disse, ut fra beskrivelsen gitt i Grønmo et al., (2013). Denne prosessen resulterte i kategoriseringsveilederen presentert i Vedlegg C.

Jeg anså det samtidig som et behov for å se om mitt kategoriseringsverktøy også ville fungere for TIMSS-oppgavene fra 2015-undersøkelsen. Her valgte jeg å teste dette på to oppgaver fra både algebra og statistikk fra de syv frigitte heftene. Dermed ble totalt 28 oppgaver fra TIMSS kontrollert opp mot kategoriseringsveilederen. Dette resulterte i noen ulikheter mellom den kategoriseringen jeg foretok og den originale kategoriseringen gjort for TIMSS 2015-undersøkelsen. Dette førte til en bestemmelse om å se bort fra den originale kategoriseringen, for slik å kunne sammenligne lærebøkene og TIMSS-undersøkelsen gjennom kategorisering etter like krav.

Samtlige oppgaver som ble inkludert i denne prøvefasen, ble kategorisert på nytt da det totale materialet skulle gjennomarbeides. Dette gjorde jeg grunnet et ønske om å forsikre meg om at de tidligste oppgavene kategorisert i prøvefasen, også ble kategorisert under de samme betingelser som samtlige av de andre matematikkoppgavene.

3.5.2 Kategorisering

Kategoriseringen av oppgaver ble gjennomført adskilt for de to emneområdene. Dette valgte jeg å gjøre da det ville lette kategoriseringsarbeidet for meg selv. Ved å først konsentrere meg om algebraoppgavene for så å kategorisere statistikkoppgavene, ville jeg lære meg å kjenne igjen de ulike oppgavene samtidig som avstanden i tid mellom kategorisering innenfor samme emneområdet ble minimert. Jeg valgte å først kategorisere algebraoppgavene, da disse utgjorde det største omfanget i utvalget. Jeg valgte også å kategorisere samtlige algebraoppgaver i lærebøkene før jeg kategoriserte TIMSS-oppgavene. Dette gjorde jeg fordi jeg ville forsøke å kategorisere sistnevnte etter hva norske elever har bakgrunnskunnskaper til å løse.

Hver oppgave ble kodet til imitativ eller kreativ resonnering, samt innenfor en av de kognitive nivåene. Jeg anså det som nødvendig å isolere hver deloppgave for seg, slik at en og samme oppgave ikke resulterte i flere mulige kategoriseringer.

3.5.2.1 Matematisk resonnering

For å kunne utvikle gode kategoriseringsresultater, ble det nødvendig å definere skillene mellom imitativ og kreativ resonnering nøyaktig og forståelig. For å kunne gjøre dette, søkte jeg inspirasjon fra en studie utført av Bergqvist (2007) som bygger på Lithner (2007) sine begreper om IR og KR for å analysere hvilken resonneringstype som forventes av elevene ved oppgaveløsing. Bergqvist (2007) konkluderer med at det å skille mellom imitativ og kreativ resonnering kommer an på hvor kjent oppgaven oppleves for elevene. Dersom oppgaven er velkjent, vil eleven mest sannsynlig foreta seg en imitativ resonnering. Dersom oppgaven fremstår som ny og ukjent, kreves det da et kreativt resonnement. Bergqvist (2007) argumenterer for å se på *hendelsene* rundt oppgaven for å konkludere med hvor kjent oppgaven er for elevene. En hendelse kan her være presentert teori, oppgaveeksempler og andre liknende oppgaver. Når forskeren har identifisert alle hendelsene som påvirker oppgaven, vil dette muliggjøre en korrekt kategorisering av oppgaven (Bergqvist, 2007). For å avgjøre hvor kjente algebra- og statistikkoppgavene i de utvalgte læreverk er for elevene, valgte jeg å ta utgangspunkt i hvordan teori ble presentert i disse kapitlene og de oppgaveeksempler som innledet oppgavene. Jeg valgte å ikke fokusere på repetisjonen av like oppgaver, da jeg valgte å se på hver oppgave isolert fra de andre. Man har aldri noen garanti for at elevene løser oppgavene etter intendert progresjon, og dermed anså jeg det som unaturlig å vektlegge oppgavens plassering i forhold til liknende oppgaver.

I denne studien ble en oppgave kategorisert som *imitativ resonnering* dersom begge hendelsene beskrevet ovenfor kunne kobles til denne oppgaven. I tillegg til å vektlegge de to hendelsene i kategoriseringen, brukte jeg beskrivelsene til Lithner (2007) til å hente ut punktvise kjennetegn innenfor kategorien. Disse blir presentert i sin helhet i Vedlegg C. Hva angår lærebøkenes oppgaver, vil den typen imitativ resonnering som forventes av elevene i all hovedsak være GAR. Selv om prosedyrene kan være tidligere innlært fra foregående skoleår, ble dette vanskelig for meg å kontrollere. Jeg tok dermed utgangspunkt i at elevene ble guidet av læreboken i sin imitative resonnering. Da TIMSS-undersøkelsen ikke inneholder hendelsene som lærebøkenes oppgaver ble kategorisert etter, skjedde denne kategoriseringen på bakgrunn av lærebøkenes hendelser og oppgaver. Dersom oppgaven fremstår som velkjent i forhold til de hendelsene som står i lærebøkene, ville TIMSS-oppgaven bli kategorisert som imitativ resonnering. TIMSS-undersøkelsens oppgaver som ble ansett som imitativ resonnering, ville i hovedsak være av typen FAR. Dette fordi elevene ikke imiterer oppgaveeksempler, eller kan hente ut informasjonen fra teoripresentasjonen. Elevene må dermed støtte seg til de prosedyrene de har pugget.

For at en oppgave skulle bli kategorisert som *kreativ resonnering*, ville ikke den nødvendige løsningsmetoden være å finne i hendelsene. Elevene må i slike oppgaver tenke seg til hvilke strategier som kan benyttes. Elevene vil da måtte være kreative i sin tilnærming til en løsning på problemet. I TIMSS vil en oppgave fremstå som kreativ resonnering dersom oppgaven forventet noe annet av eleven enn hva de har møtt i læreboken, og tilnærmingen vil være ny og ukjent. Dette er dermed oppgaver som elevene ikke kan løse gjennom innlærte og kjente algoritmer og prosedyrer.

3.5.2.2 Kognitive nivå

I analysering av oppgaver etter kognitive nivå, fulgte jeg analyseverktøyet slik det ble utviklet for utforming av TIMSS-oppgavene. Rammeverket skiller mellom tre kognitive nivå; å kunne, å anvende og å resonnere. Fra Grønmo et al. (2013) valgte jeg å trekke ut de verbene som ble benyttet for å beskrive de ulike nivåene. For punktvis kategoriseringsveileder, se Vedlegg C.

Oppgaver som ble kategorisert til *å kunne* var de oppgavene som forventet svar som ofte utgjør selve fundamentet i matematikk. Grønmo et al. (2013) beskriver dette nivået ved å benytte verb som å huske, gjenkjenne, klassifisere, regne, hente og måle (Grønmo et al., 2013). Noen eksempler for hva som inngikk i det kognitive nivået å kunne var oppgaver som involverte enkle, aritmetiske regneoperasjoner, hente informasjon fra grafer og tabeller, samt å skrive et sannsynlighetsuttrykk i form av tre likeverdige former. Da skillet mellom å kunne og å anvende kan være vanskelig å definere, valgte jeg å tilføye ytterligere informasjon slik at grensene mellom dem fremsto som tydeligere.

De oppgaver som ble kategorisert som *å anvende*, var oppgaver hvor elevene i større grad måtte anvende matematiske formler og prosedyrer for å finne løsningen. Dette er oppgaver hvor algoritmer og prosedyrer er kjente og tilgjengelige for eleven. Grønmo et al. (2013) skriver at nivået forventer at eleven er kapabel til å representere og modellere matematiske situasjoner. For å tydeliggjøre hvilke oppgaver som skulle kategoriseres til å anvende, valgte jeg å definere dette på detaljnivå. Oppgaver som blant annet inneholder multiplikasjon og divisjon med parentesuttrykk, negative tall, desimaltall eller brøk i et algebraisk uttrykk ble kategorisert som å anvende. Videre krever nivået at eleven mestrer representasjonsformer. Eleven må kunne sette opp en likning og å tegne en graf eller et diagram fra gitt informasjon.

Det kognitive nivået å resonnere blir av Grønmo et al. (2013) koblet til de oppgaver med ukjente løsningsmetoder. Eleven må selv implementere en strategi for å komme frem til et svar i en situasjon som fremstår som ukjent for eleven. De verb som blir fremhevet av Grønmo et al. (2013), er å analysere, syntetisere, evaluere, generalisere og rettferdiggjøre. En slik oppgave kan være å finne et generelt mønster gitt de første sekvensene, å påstå på bakgrunn av gitt informasjon og argumentere for og mot påstander som blir presentert. I tillegg til slike oppgaver, valgte jeg å kategorisere de oppgavene som presenterte noe helt ukjent for elevene som å resonnere. Dersom en lærebok ikke forbereder eleven på å løse en oppgave, eller dersom en TIMSS-oppgave forventer noe av eleven som læreboken ikke gir, vil slike oppgaver fremstå som ukjente for eleven, og dermed også kategorisert til å resonnere. Dette kan man se i likhet med Lithner (2007) sitt begrep om kreativ resonnering.

3.6 Kvalitativt dypdykk

Begrunnelsen for å gjøre et kvalitativt dypdykk i lærebokmaterialet, er først og fremst for å tydeliggjøre de kategoriseringene jeg har gjort i den kvantitative analysen av lærebøkene. Gjennom å presentere eksempeloppgaver fra de utvalgte lærebøkene og TIMSS, vil samtidig de sammenligningene jeg foretar meg tydeliggjøres. Dypdykket ble gjennomført etter kvantifiserbar analyse. Jeg valgte å gjøre dette da jeg ville ha en større forståelse for de ulike kategoriene, samt ha en forståelse for hvordan de ulike lærebøkene presenterer innholdet. Selv om selve dypdykket ble gjennomført avslutningsvis, noterte jeg ned interessante oppgaver underveis i analysen.

Utvalget av oppgaver ble gjort på bakgrunn av behov for å eksemplifisere de ulike kategoriene i den kvantitative analysen. Et av oppgaveeksemplene argumenterer for en annen kategorisering for en TIMSS-oppgave enn hva den originalt er blitt kodet som. Ved eksemplifisering av imitativ resonnering ble det også nødvendig å trekke inn hendelsene i læreboken som forbereder elevene på å løse oppgavene. Jeg valgte også oppgaver fra lærebøkene på bakgrunn av hvilke oppgaver som var i TIMSS. Dette ble gjort for å kunne besvare mitt andre forskningsspørsmål som konsentrerer seg om sammenligning av oppgaver. For å kunne gjøre slike sammenligninger, oppsto det et behov for å presentere tilsvarende oppgaver fra lærebøkene som de som eksisterte i TIMSS.

3.7 Studiens kvalitet

Jeg vil her forsøke å kommentere styrker og svakheter ved min studie, samt de grep jeg har tatt for å øke studiens kvalitet. Dette vil kommenteres gjennom studiens validitet og reliabilitet.

3.7.1 Validitet

En studies validitet relateres til dens gyldighet eller hvor relevant funnene er (Thagaard, 2013; Grønmo, 2004, Christoffersen & Johannessen, 2012). Thagaard (2013) poengterer at validitet presiseres ved «(...) om de tolkninger vi kommer frem til, er gyldige i forhold til den virkeligheten vi har studert» (Thagaard, 2013, s.205). Tolkningene av datamaterialet blir koblet til validiteten i kvalitative studier. Grønmo (2004) uttrykker viktigheten av at validitet må sees i sammenheng med de forskningsspørsmål som legger føringer for studien, og at validiteten kan måles i hvor stor grad datainnsamlingen og analysen resulterer i funn som er relevant for forskningsspørsmålet. En høy validitet vil dermed uttrykke et datamateriale som svarer til forskningsspørsmålet. Cohen et al. (2011) presiserer at en studie med lav validitet er uten verdi (Cohen et al., 2011, s.179). Videre presiserer de at en studie aldri kan være helt valid, men at det finnes noen grep forskeren kan ta for å øke graden av validitet.

Cohen et al. (2011) trekker frem mange ulike typer validitet. Jeg vil kommentere de jeg anser som vesentlig for denne studien. Blant disse finner man begrepet deskriptiv validitet. Dersom en studie inneholder deskriptiv validitet, vil forskeren ha presentert og kommentert fakta og funn på en nøyaktig og sannferdig måte. Denne studien inneholder en viss grad av denne typen validitet, da jeg har behandlet all fakta på en nøyaktig måte, uten å fabrikkere resultater. En annen form for validitet, er tolkende validitet (Cohen et al., 2011). En høy grad av tolkende validitet oppstår dersom forskeren fanger opp meninger og betydninger bak de ulike aspekter ved forskningsprosjektet. Jeg anser dette som en vanskelig validitet å kontrollere, da min tolkning kan skille seg fra andres. Jeg har forsøkt å teste min tolkning med andre medstudenter, men når disse ikke er en del av det faktiske prosjektet vil det også være vanskelig å gjøre tolkninger uten den nødvendige bakgrunnen. Dette vil dermed være en trussel mot oppgavens validitet.

3.7.1.1 Ekstern validitet

Ekstern validitet blir beskrevet som studiens generaliserbarhet eller overførbarhet. Dersom en studie inneholder høy grad av ekstern validitet, vil resultatene kunne overføres til andre reelle sammenhenger (Thagaard, 2013; Grønmo, 2004; Cohen et al., 2011). Gjennom å analysere to læreverk, kan jeg til en viss grad argumentere for denne studiens eksterne validitet. Ved å velge to læreverk, vil graden av overførbarhet være høyere enn ved å analysere et læreverk. Likevel eksisterer det flere læreverk på markedet, som kan skille seg fra de som ble analysert i denne studien. Samtidig valgte jeg ut to emneområder innenfor matematikkfaget, så det totale innholdet i lærebøkene ble ikke analysert, og dette kan utgjøre en trussel mot muligheten for generalisering. Da algebra er mye større i omfang enn statistikk i samtlige lærebøker analysert, skaper også dette en skjev fordeling av datamaterialet. Ni kapittel ble analysert innenfor algebra, mot fem kapittel om statistikk. Samtidig eksisterer det ulikheter i hvor stor grad algebra forekommer innenfor de fire lærebøkene, og det samme er gjeldende for statistikk. Når lærebøkene vektlegger sitt innhold i så ulik grad, kan dette føre til en innvirkning på oppgavens eksterne validitet.

3.7.1.2 Innholdsvaliditet

Cohen et al. (2011) definerer innholdsvaliditet ved at analyseredskapene bør være omfattende og rettferdig, slik at de dekker det tiltenkte forskningsområdet på en akseptabel måte. I mitt tilfelle, vil dette i hovedsak omfatte de lærebøker som ble analysert, de emneområdene som ble valgt, de matematiske oppgavene som ble gjennomgått, samt rammeverket som utgjorde utgangspunktet for analysen. Et spørsmål som blir sentralt her, er om det konseptuelle rammeverket som ble sammenstilt av meg, er en god måte å analysere matematikkoppgavene på. Hva lærebøker, matematikkoppgaver og emneområdene angår, vil spørsmålet være om dette fremstår som omfattende nok. Jeg vil argumentere for at omfanget av oppgaver taler for en høy grad av innholdsvaliditet, men at antall læreverk og emneområder kan trekke denne validiteten ned.

3.7.1.3 Konstruktvaliditet

En studie med høy grad av konstruktvaliditet er, ifølge Cohen et al. (2011), når forskerens oppfatninger av et fenomen er forenelig med de generelt aksepterte oppfatningene av det samme fenomenet. Med andre ord bør forskerens forestillinger om begreper og teorier samsvare med hva som blir ansett som en akseptabel oppfatning. Videre poengteres det at denne typen validitet er abstrakt (Cohen et al., 2011). For denne studien, vil dette involvere om jeg har tolket og forstått de rammeverk og teorier som ligger til grunn for analyseringen av matematikkoppgaver. Dette vil posere en utfordring, da jeg skriver denne avhandlingen selvstendig, og dermed ikke har fordelen av å diskutere disse oppfatningen med andre som har et forhold til forskningsprosjektet. Dette har gjort meg mer avhengig av å støtte meg til eksisterende forskning innenfor feltet, samt de avklaringer av begrepene som eksisterer i litteraturen. Ved å gjøre dette, vil mine tolkninger bli styrket, og dette vil samtidig føre til en styrket konstruktvaliditet. Jeg forsøkte videre å kontrollere denne typen validitet ved å sammenligne rammeverkene som lå til grunn for analyseringen av oppgaver, for slik å avdekke eventuelle mangler ved dybden av studien.

3.7.2 Reliabilitet

En studies reliabilitet viser til graden av pålitelighet i datamaterialet som samles inn (Cohen et al, 2011; Thagaard, 2013; Grønmo 2004; Christoffersen & Johannessen, 2012). Grønmo (2004) hevder at dersom et forskningsprosjekt har høy reliabilitet, vil dette indikere at studiens metoder for datainnsamling og analysering vil gi tilsvarende resultater dersom de blir anvendt på andre materialer. I dette tilfellet vil dette dreie seg om andre lærebøker og matematiske emneområder. Thagaard (2013) understreker at reliabilitet knyttes til spørsmålet om forskningen er blitt utført på en tillitsvekkende måte (Thagaard, 2013, s.193). For å oppnå høy grad av reliabilitet, fastslår Grønmo (2004), at forskeren må utforme analyseverktøyet slik at det er lite rom for misoppfatting. Videre hevder han at datainnsamlingen bør foregå under grundige og systematiske forhold for å sikre høy grad av reliabilitet (Grønmo, 2004).

For å kontrollere reliabiliteten i studien, har jeg i størst mulig grad forsøkt å legge vekt på objektiv analyse av matematikkoppgavene, fremfor analyse med et subjektivt blikk. Da det vil være rom for subjektive tolkninger når man kategoriserer oppgaver, ble det viktig å støtte seg mest mulig til de formaliserte utformingene av de teorier som utgjør det konseptuelle analyserammeverket benyttet i kategoriseringen. De gangene jeg støtte på oppgaver i lærebøkene som utgjorde en utfordring å kategorisere, valgte jeg å gjøre meg opp en egen mening før jeg spurte om medstudenters oppfatning av oppgaven. Dersom en ulikhet oppsto i kategoriseringen, diskuterte vi oss frem til en enighet på bakgrunn av teori, og slik ligger ikke kun min subjektive oppfatning til grunn for kategoriseringen.

En ting det er av viktighet å nevne hva angår til oppgavens reliabilitet, er kategoriseringen av TIMSS-oppgavene. Da disse blir kodet og kategorisert internt i undersøkelsen, måtte jeg ta et valg om å beholde denne kodingen eller kode oppgavene etter egen kategoriseringsveileder. Da jeg valgte å analysere disse på bakgrunn av norske elevers grunnlag til å løse oppgavene, kan dette ha innvirket på studiens reliabilitet. Graden av reliabilitet kan ha blitt høyere da sammenligningen av TIMSS-oppgavene og oppgavene funnet i lærebøkene ble gjort med høyere grad av nøyaktighet og troverdighet. Likevel kan dette oppfattes som et forsøk på å unnskylde de lave resultatene i algebra, og slik oppfattes som et subjektivt forsøk på å bedre forestillingen om de norske resultatene.

3.7.2.1 Stabilitet og evivalens

Grønmo (2004) skiller mellom to ulike former for reliabilitet. Disse er stabilitet og ekvivalens. Ifølge Grønmo (2004) viser *stabilitet* til graden av samsvar mellom datamateriale samlet inn til ulike tider. Dersom studien blir gjentatt ved å analysere de samme data ved å bruke likt analyseringsredskap, vil stabiliteten i studien være høy dersom resultatene som kommer av begge gjennomføringene være like. Da jeg baserer mitt analyserammeverk på eksisterende teori, vil dette føre til en systematisk og objektiv analyseringsprosedyre som ikke vil påvirkes over tid.

En annen form for reliabilitet, er det som omtales som *ekvivalens*. Denne typen reliabilitet viser til samsvar mellom resultater dersom ulike personer gjennomfører samme analyseringsprosess med likt analyseringsverktøy (Grønmo, 2004; Cohen et al., 2011). Ved høy grad av ekvivalens, vil ikke resultatene variere etter hvilke personer som utfører undersøkelsen. Da jeg alene gjennomfører dette forskningsprosjektet, ble jeg avhengig av en god kategoriseringsveileder (Vedlegg C). Dersom jeg møtte utfordringer i analyseringsprosessen, tok jeg til mine medstudenter for en kvalitetssikring. Da de benyttet samme veileder og rammeverk som jeg gjorde, og resultatene ble de samme, viste dette til en høy grad av ekvivalens. Det oppsto sjeldent uenigheter, men ved enkelte oppgaver krevde det noe diskusjon med teorigrunnlaget som basis før en enighet kunne konkluderes. Her er det igjen verdt å påpeke at da TIMSS-oppgavene ble kategorisert etter et norsk perspektiv, vil ikke ekvivalens være sikret dersom samme studie skulle bli gjentatt i et annet land. Der vil elevenes bakgrunnskunnskap være en annen, og slik også utgjøre en faktor for nedsatt grad av ekvivalens.

3.8 Etiske betraktninger

Som forsker må man være bevisste de ulike forskningsetiske hensyn en må ivareta. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) er en av instansene i Norge som bidrar med regulering av vitenskapelig virksomhet. Formålet med de forskningsetiske retningslinjene er beskrevet ved

> (...) å gi forskere og forskersamfunnet kunnskap om anerkjente forskningsetiske normer. Retningslinjene er rådgivende og veiledende, og de skal bidra til å utvikle forskningsetisk skjønn og refleksjon, avklare etiske dilemma og fremme god vitenskapelig praksis (NESH, 2016, s.5)

Videre synliggjør NESH (2016) 46 punkter som skal bidra til god praksis innenfor forskningsetikk. Da jeg i denne masteravhandlingen vil gjennomføre dokumentanalyse, vil fåtallet av disse punktene være av særlig interesse for denne oppgaven. Da jeg har fått innsyn i dokumenter som ikke er offentlig frigitt, vil mine etiske hensyn i all hovedsak falle under punkt 9 om konfidensialitet. Punkt 9 poengterer at konfidensialitet mellom forsker og informant eksisterer når forskeren inngår et løfte med informanten om at informasjon ikke skal videreformidles på en slik måte at informanten kan identifiseres (NESH, 2016). Her må informanten tolkes som de konfidensielle dokumenter jeg har fått innsyn i av IEA. De taushetsbelagte dokumenter jeg har tilgang til, er oppgavehefter fra TIMSS 2015-undersøkelsen. For å bevare løftet om konfidensialitet, vil de hemmelige oppgavene kun bli medregnet i kvantifiserbar analyse og ikke under noen omstendigheter bli offentliggjort i denne avhandlingen. Eksempeloppgaver fra TIMSS 2015-undersøkelsen vil være hentet fra de offentlig frigitte oppgaveheftene. Konfidensialiteten ble inngått ved å signere taushetserklæring vedlagt avhandlingen. De hemmelige oppgavene fra TIMSS 2015 ble oppbevart elektronisk på passordbelagt personlig datamaskin, samt de utskrifter som ble gjort ble oppbevart innelåst i eget skap. Det vil samtidig være av viktighet å bevare lærebokforfatternes integritet ved å presentere funn på en nøytral og nøyaktig måte.

4 Resultater

Her vil jeg kommentere resultatene som den horisontale- og vertikale analysen har ført til. Først vil jeg presentere resultater fra den horisontale analysen, slik at bakgrunnsinformasjon om læreverkene kommer tydelig frem. Deretter vil jeg kommentere den vertikale analysen. Da informasjonstyngden ligger innenfor den vertikale analysen, vil denne bli viet mer oppmerksomhet og omfang.

4.1 Resultater fra den horisontale analyse

Etter Charalambous et al. (2010) sitt analyseverktøy, blir den horisontale analysen delt i to kategorier; bakgrunnsinformasjon og struktur. Jeg har valgt å presentere disse hver for seg.

4.1.1 Bakgrunnsinformasjon

Analyseobjektene i denne avhandlingen er fire lærebøker fordelt på to læreverk, samt matematikkoppgavene fra TIMSS 2015. Da bakgrunnsinformasjon om TIMSS-undersøkelsen allerede er blitt presentert i teorikapittelet, velger jeg her å konsentrere meg om de fire lærebøkene. Disse fire er Grunntall og Faktor for 8. og 9.årstrinn.

Tabell 4-1: Bakgrunnsinformasjon om lærebøkene

	Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9
Forfattere	Bjørn Bakke Inger Nygjelten Bakke	Bjørn Bakke Inger Nygjelten Bakke	Espen Hjardar Jan-Erik Pedersen	Espen Hjardar Jan-Erik Pedersen
Forlag	Elektronisk Undervisningsforlag AS	Elektronisk Undervisningsforlag AS	Cappelen Damm	Cappelen Damm
Utgitt	2011	2006	2014	2014
Utgave og opplag	1.utg. 4.opplag	1.utg. 1.opplag	1.utg. 1.opplag	1.utg. 1.opplag
Antall sider	388 sider	388 sider	285 sider	293 sider
Antall effektive sider	352 sider	300 sider	238 sider	248 sider
Antall kapittel	13	9	7	7
Gjennomsnittssider per kapittel	27,08 sider	33,33 sider	34,00 sider	35,43 sider

Slik det fremkommer av tabell 4-1 blir Grunntall og Faktor gitt ut av ulike forlag. Grunntall blir utgitt av Elektronisk Undervisningsforlag AS, og Cappelen Damm gir ut Faktor. Ved et punkt skiller Grunntall 9 seg fra de tre andre lærebøkene. Den kopien som var tilgjengelig for meg ble trykt i 2006, i motsetning til de andre tre læreverkene av nyere dato. Videre er mine to kopier av Grunntall 8 og 9 en del av det reviderte læreverket Grunntall 1-10, som i første omgang ble produsert da Læreplanverket av 1997 var gjeldende for undervisning og opplæring. Da læreplanen Kunnskapsløftet av 2006 ble innført i Norge, ble Grunntall 1-10 revidert slik at læreverket nå dekker den gjeldende læreplan. I tabellen kommer det også frem at Grunntall og Faktor skiller seg fra hverandre hva sidetall angår. Grunntall består av betydelig flere sider enn Faktor, både for 8. og 9.klassetrinn. Grunntall 8 skiller seg også ut hva angår antall kapittel. Grunntall 8 består av 13 kapittel, mens Grunntall 9, Faktor 8 og 9 består av 9 og 7 kapittel. Dette forklarer det noe lavere gjennomsnittet for antall sider per kapittel som er i Grunntall 8 i forhold til de tre andre lærebøkene.

4.1.2 Struktur

Her vil lærebøkenes helhetlige struktur kommenteres. Her inngår kapittelinndeling, temainndeling og vekt på de ulike kapittel i form av antall sider og oppgaver. I tabell 4-2 presenterer jeg samtlige lærebøkers inndeling i kapittel, og hvordan disse er blitt plassert i forhold til hverandre. Lærebokforfattere tolker den formelle læreplanen som er veiledende i norsk skole. Lærebokens kapittelinndeling vil fungere som forfatterens foreslåtte progresjon i matematikkfaget i løpet av et gitt skoleår (Valverde et al., 2002).

Tabell 4-2: Kapitteloversikt for samtlige lærebøker

Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9
1 Tall	1 Tall	1 Tall og tallforståelse	1 Tall og tallforståelse
2 Brøk	2 Algebra	2 Brøk	2 Algebra
3 Prosent og promille	3 Likninger	3 Prosent	3 Geometri
4 Tegning og konstruksjon	4 Matematikk i dagliglivet	4 Geometri	4 Statistikk og sannsynlighet
5 Økonomi	5 Geometri i planet	5 Statistikk	5 Måling og beregninger
6 Hvis vi står fast	6 Funksjoner	6 Tall og algebra	6 Funksjoner
7 Statistikk	7 Geometri i rommet	7 Måling og enheter	7 Økonomi
8 Algebra	8 Statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet		
9 Lengde, flate rom	9 Målestokk og mønster		
10 Likninger og ulikheter			
11 Funksjoner			
12 Kombinatorikk og sannsynlighet			
13 Målestokk og mønster			

I tabellen synliggjøres noen paralleller mellom læreverkene. I samtlige lærebøker omhandler første kapittel tall. Dette kan forklares ved nødvendigheten av en forståelse av tall for å kunne ha en progresjon inn i andre områder av matematikken (Grønmo et al., 2013). Etter emneområdet om tall, er det felles for begge lærebøker for 8.trinn at brøk og prosent tilegnes egne kapitler, men at disse områdene inkluderes i kapittel om tall i 9.klassebøkene. Videre vil geometri følge emneområder om tall i 8.klassebøkene. I 9.klassebøkene vil derimot Algebra følge tallkapittelet før geometri blir viet oppmerksomhet. Algebra vil i 8.klassebøkene bli presentert senere i boken. En ulikhet mellom Grunntall og Faktor, er særstillingen av likninger. Likninger inngår som en komponent i algebrakapittelet i Faktor 8 og 9, mens i Grunntall blir likninger tildelt egne kapittel. Dette gjelder også til dels for funksjoner. I Faktor vil elevene møte funksjoner primært på 9.trinn. I Grunntall vil funksjoner inngå som egne kapittel på både 8. og 9.trinn. Enda en observasjon det kan være viktig å bemerke, er at i Faktor møter elevene sannsynlighet i 9.klasse. I Grunntall 9 presenteres statistikk og sannsynlighet i hver sine kapittel, mens i Grunntall 9 kombineres disse i et kapittel. Denne kombinasjonen gjelder også for Faktor 9. Deretter følger avslutningsvis måling for alle bøkene med unntak av Faktor 9.

Denne boken blir avsluttet ved kapittel om økonomi. Kun Grunntall 8 og Faktor 9 inneholder egne kapittel om økonomi. Videre kan det være verdt å bemerke seg at Grunntall inneholder kapittel som ikke nødvendigvis knytter seg til et spesifikt emneområde, men som heller forsøker å plassere matematikk i en større sammenheng. I Grunntall 8 presenteres kapittelet «6 Om vi står fast». Dette kapittelet er ikke en del av den videre analysen. Det samme gjelder «4 Matematikk i dagliglivet» i Grunntall 9.

Videre vil jeg i presentere den typiske temainndelingen for algebra og statistikk. Den er typisk da den er et resultat av gjennomgang av fire lærebøker, men det eksisterer likevel ulikheter mellom lærebøkene. For å gjøre denne inndelingen oversiktlig for leseren, har jeg valgt å sette informasjonen opp inn i en tabell, som vist i tabell 4-3.

Tabell 4-3: Temainndeling for samtlige læreverk

Algebra	Uttrykk	Talluttrykk
		Bokstavuttrykk
		Rekkefølger av operasjoner
		Parenteser
		Potenser
		Kvadratsetningene
	Funksjoner	Tabeller
		Koordinatsystemet
		Grafer
		Lineære funksjoner
	Likninger	Subtraksjonsregelen
		Addisjonsregelen
		Flytte-bytteregelen
		Divisjonsregelen
		Multiplikasjonsregelen
		Lineære likninger
		Andregradslikninger
		Parenteser
		Potenser
	Ulikheter	Flytte-bytteregelen
		Divisjonsregelen
		Multiplikasjonsregelen
Statistikk	Organisering av data	Frekvens
		Relativ frekvens
		Diagrammer
		Tabeller
	Sentralmål	Gjennomsnitt
		Median
		Typetall
	Spredningsmål	Variasjonsbredde
	Sannsynlighet	Utfall
		Kombinatorikk
		Sannsynlighet for et utfall
		Sannsynlighet for en serie hendelser
		Multiplikasjon av sannsynligheter

Både algebra og statistikk blir her delt inn i fire hovedtema. For algebra vil disse være uttrykk, funksjoner, likninger og ulikheter. Uttrykk fokuserer på tall- og bokstavuttrykk med tilhørende regneoperasjoner og -regler. Funksjoner vil ta for seg koordinatsystem, grafer, tabeller og funksjoner. Likninger og ulikheter vil omhandle regler for å kunne løse oppgavene.

Innenfor temaet statistikk har jeg valgt å dele dette inn i organisering av data, sentralmål, spredningsmål og sannsynlighet. Førstnevnte vil omhandle visuelle fremstillinger av ulikt datamateriale, slik som tabeller og diagrammer. De sentralmål som blir dekt i samtlige fire lærebøker, er gjennomsnitt, typetall og median. Disse fire lærebøkene har også den likheten at alle presenterer kun ett spredningsmål; variasjonsbredde. Hva sannsynlighet angår, er denne temainndelingen et resultat av kun tre av bøkenes fremstillinger. Dette grunnet ingen dekning av sannsynlighetsbegrepet i Faktor 8. Temaet sannsynlighet ble presentert gjennom kombinatorikk, sannsynligheten for et enkelt utfall samt sannsynligheten for flere hendelser etter hverandre.

Oppgavefordelingen i prosent blir presentert i Tabell 4-4. I tillegg til de fire lærebøkene, har jeg her også inkludert matematikkoppgavene i TIMSS 2015. Jeg vil kommentere den faktiske prosentvise fordelingen for hvert emneområde i forhold til den TIMSS velger å etterstrebe i sine undersøkelser.

Tabell 4-4: Oppgavefordeling innenfor emneområder i samtlige lærebøker og TIMSS 2015

		Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9	TIMSS
Tall	#	434	199	257	152	67
	%	37,87	23,17	48,40	31,87	30,18
Geometri	#	365	323	171	138	43
	%	31,85	37,60	32,20	28,93	19,37
Algebra	#	241	277	58	109	63
	%	21,03	32,25	10,92	22,85	28,38
Statistikk	#	106	60	45	78	49
	%	9,25	6,98	8,48	16,35	22,07
Sum	#	1146	859	531	477	222
	%	100	100	100	100	100

Emneområdet tall skal etter TIMSS sitt rammeverk tildeles 30% av undersøkelsen (Grønmo et al., 2013). I TIMSS 2015 er dette oppnådd. Dersom dette skal sees i sammenheng med de fire lærebøkene, vil Faktor 9 være nærmest denne prosentandelen da 31,87% av oppgavene tilegnes emneområdet tall. Det vil også være av interesse at kun Grunntall 9 faller under denne prosentandelen. Dette kan forklares ved at kun ett kapittel er viet til emneområdet tall i Grunntall 9. Grunntall 8 og Faktor 8 har en god del høyere prosentvis andel innenfor emneområdet tall enn hva som er målet i TIMSS-undersøkelsen. Faktor 8 vier nesten halve innholdet i boken til tall.

Geometri vil i TIMSS bli viet 20% av undersøkelsens oppgaver (Grønmo et al., 2013). I 2015-undersøkelsen samsvarer dette godt med sine 19,37% tildelt geometri. I Tabell 4-4 tydeliggjøres det at geometri tildeles noe høyere prosentvis andel i samtlige av de norske lærebøkene analysert. Faktor 9, som har lavest andel av geometrioppgaver, har likevel 8,93 prosentpoeng over TIMSS sin ønskede geometriandel. Grunntall 9 har nesten dobbel andel av geometrioppgaver enn hva TIMSS etterstreber. Grunntall 8 og 9 inneholder begge tre kapittel innenfor geometri, og Faktor 8 og 9 inneholder to kapittel innenfor emneområdet.

Hva algebra angår, forsøker TIMSS å vie 30% av undersøkelsens oppgaver til dette emneområdet (Grønmo et al., 2013). I 2015-gjennomføringen er denne prosentandelen noe lavere, men ikke nevneverdig mye. Læreboken som samsvarer mest med denne andelen er Grunntall 9. Grunntall 9 har en noe høyere prosentandel viet til algebra enn hva som er ettertraktet i TIMSS. Her vil jeg påpeke at Grunntall 9 har publisert tilleggsoppgaver til kapittel 2 på sitt nettsted. Dette er grunnet den reviderte læreplanen i 2013 hvor kvadratsetningene skal trekkes inn i ungdomsskolen. Grunntall 9 er den eneste av de fire lærebøkene som dekker dette emnet. Samtlige andre lærebøker har en lavere andel algebraoppgaver. Dette funnet er interessant, da tre av lærebøkenes vektlegging av algebra er betydelig lavere enn i TIMSS-undersøkelsen.

Emneområdet statistikk skal i utgangspunktet vies 20% i TIMSS-undersøkelsene (Grønmo et al., 2013). I gjennomføringen i 2015 ble denne andelen på 22,07%. Denne andelen er ikke nevneverdig høyere enn ønsket fordeling. Hva lærebøkene angår, vil samtlige vie en lavere prosentandel til emneområdet statistikk. Faktor 9 samsvarer mest med TIMSS-undersøkelsen, men også denne læreboken har en nevneverdig lavere i andel. De tre andre lærebøkene har alle en prosentandel under 10 viet til statistikk. Dette er et interessant funn med tanke på norske elevers høye prestasjoner i emneområdet statistikk, og hvordan vektleggingen av emneområdet er betydelig lavere i lærebøker enn i TIMSS.

4.2 Vertikal analyse

Tabell 4-5 gir en oversikt over hvilke kapittel i de fire lærebøkene som inngår i den vertikale analysen. Samtlige kapittel inngår som tema innenfor emneområdene algebra eller statistikk.

Tabell 4-5: Oversikt over lærebokkapittel som inngår i den vertikale analysen

	Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9
Algebra	8 Algebra 10 Likninger og ulikheter 11 Funksjoner	2 Algebra 3 Likninger 6 Funksjoner	6 Tall og algebra	2 Algebra 6 Funksjoner
Statistikk	7 Statistikk 12 Kombinatorikk og sannsynlighet	8 Statistikk, kombinatorikk og sannsynlighet	5 Statistikk	5 Statistikk og sannsynlighet

Av tabellen fremkommer det at den vertikalen analysen for emneområdet algebra består av ni kapittel totalt. Seks av disse kommer fra læreverket Grunntall, de resterende tre er hentet fra Faktor. Årsaken til at tyngden målt i omfang ligger hos Grunntall er at dette læreverket presenterer algebra, likninger og funksjoner i separate kapittel. Faktor 9 inneholder seperate kapittel for algebra og funksjoner, men i likhet med Faktor 8 inngår likninger som i algrebrakapittelet. Faktor 8 inneholder ikke et eget funksjonskapittel, og bidrar dermed med færrest kapittel i analysen. Denne fremstillingen tydeliggjør en noe skjev fordeling av kapittel, noe som kan gi en innvirkning på resultatene av analysen. Hva statistikk angår, er det Grunntall 8 som skiller seg ut blant de fire lærebøkene. Kun Grunntall 8 inneholder to kapittel som omfatter emneområdet statistikk, de tre andre lærebøkene inneholder et kapittel hver. Her er det samtidig bemerkelsesverdig at den eneste læreboken uten dekking av sannsynlighetsbegrepet er Faktor 8. I Grunntall 9 og Faktor 9 vil sannsynlighet inngå som en komponent i statistikkapittelet, mens begrepet i Grunntall 8 blir viet et separat kapittel. For emneområdet statistikk vil det dermed eksistere noen ujevnheter mellom lærebøkene, men ikke i like stor grad som i emneområdet algebra.

Selv om de kvantitative data ble samlet og analysert før de kvalitative, ønsker jeg å presentere resultatene fra den kvalitative analysen først. Bakgrunnen for dette er at de kvantitative data og de kategoriseringene som er blitt gjort vil komme tydeligere frem dersom en presentasjon av eksempeloppgaver foreligger. Den vertikale analysen ble gjort på bakgrunn av Lithners (2008) rammeverk for imitativ og kreativ resonnering i matematikk, samt TIMSS 2015 sitt rammeverk for kognitive nivåer i matematikkfaget.

4.2.1 Kvalitativt dypdykk

Det kvalitative dypdykket blir presentert i avhandlingen slik at kategoriseringen av oppgavene blir eksemplifisert og slik gjort mer forståelig for leser. Oppgaveeksemplene er hentet fra læreverkene Grunntall og Faktor, samt frigitte oppgaver fra TIMSS 2015-undersøkelsen.

4.2.1.1 Matematisk resonnering

Her vil jeg presentere eksempeloppgaver fra begge emneområder. Først vil jeg se på imitativ resonnering i forhold til tre sannsynlighetsoppgaver, før jeg presenterer eksempler fra oppgaver innenfor likninger som ble kategorisert til kreativ resonnering.

Figur 4-1 presenterer en oppgave gitt i TIMSS 2015-undersøkelsen. Denne ble kategorisert til det kognitive nivået å kunne, samt imitativ resonnering, nærmere bestemt FAR. Oppgaven fremsto som FAR da den ikke ble innledet av det Bergqvist (2007) kaller hendelser. Gar blir dermed ekskludert. Det kan være vanskelig å avgjøre om en oppgave vil være AAR for majoriteten av elever, da denne ifølge Lithner (2007) ofte benyttes når FAR ikke foreligger. Trolig vil denne oppgaven være FAR for de fleste norske elever da lærebøkene gir elevene en algoritme de kan benytte.

Figur 4-1: Oppgave om sannsynlighet (TIMSS 2015: Blokk 2)

6

Clara har en pose med 24 klinkekuler. Posen har 8 blå klinkekuler, 8 røde klinkekuler og 8 hvite klinkekuler.

Clara trekker en klinkekule tilfeldig ut fra posen.

Hva er sannsynligheten for at klinkekulen er blå?

Ⓐ $\frac{1}{3}$

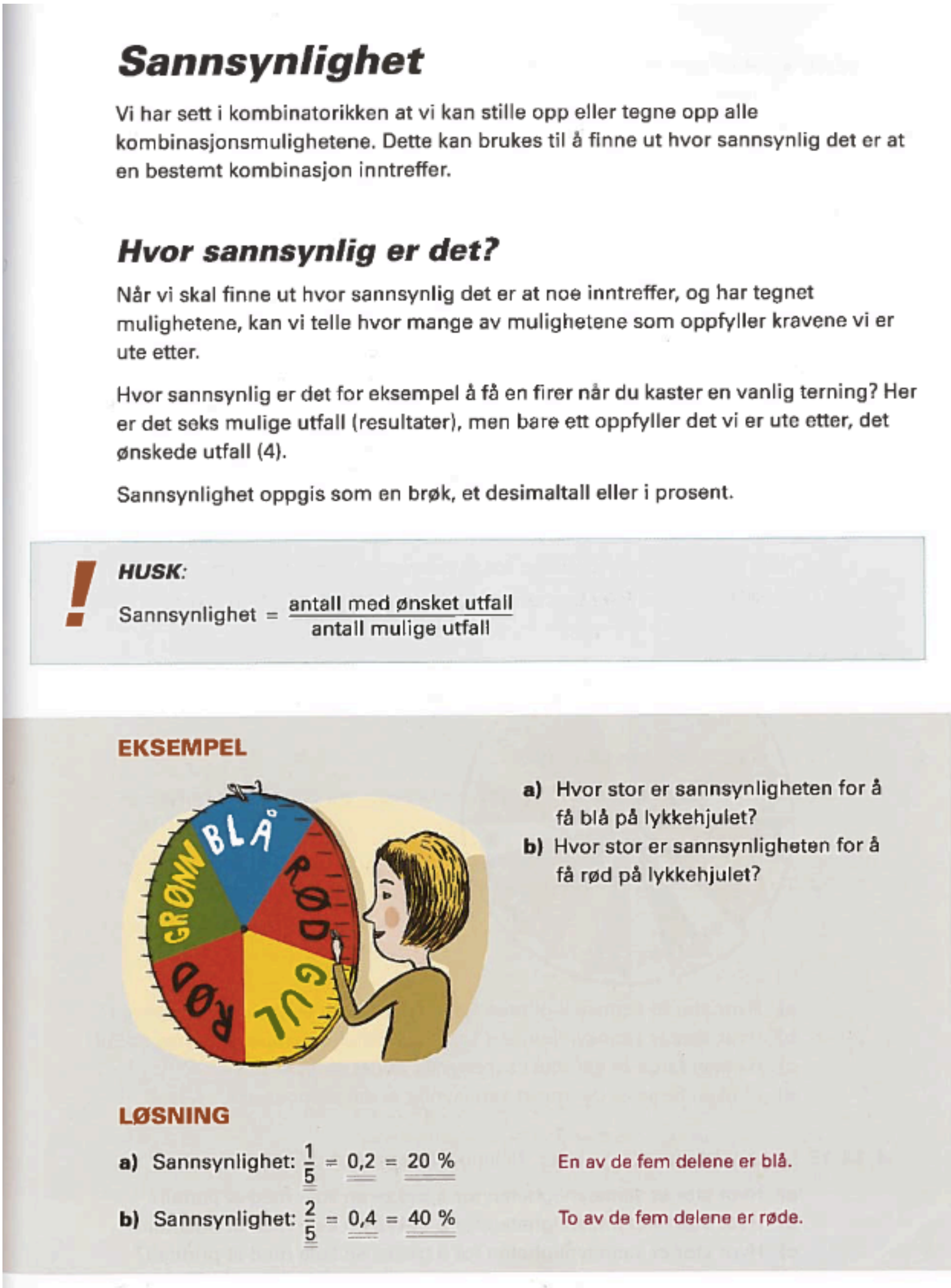
Ⓑ $\frac{1}{8}$

Ⓒ $\frac{3}{8}$

Ⓓ $\frac{1}{24}$

Forventingen om at elevene er kjente med algoritmen nødvendig for å løse oppgaven blir besvart i de to kommende oppgaveeksemplene, samt innledningen til disse oppgavene.

Figur 4-2: Presentert teori og oppgaveeksempel om sannsynlighet (Bakke & Bakke, 2011, s.329)



Sannsynlighet

Vi har sett i kombinatorikken at vi kan stille opp eller tegne opp alle kombinasjonsmulighetene. Dette kan brukes til å finne ut hvor sannsynlig det er at en bestemt kombinasjon inntreffer.

Hvor sannsynlig er det?

Når vi skal finne ut hvor sannsynlig det er at noe inntreffer, og har tegnet mulighetene, kan vi telle hvor mange av mulighetene som oppfyller kravene vi er ute etter.

Hvor sannsynlig er det for eksempel å få en firer når du kaster en vanlig terning? Her er det seks mulige utfall (resultater), men bare ett oppfyller det vi er ute etter, det ønskede utfall (4).

Sannsynlighet oppgis som en brøk, et desimaltall eller i prosent.

HUSK:

$$\text{Sannsynlighet} = \frac{\text{antall med ønsket utfall}}{\text{antall mulige utfall}}$$

EKSEMPEL

a) Hvor stor er sannsynligheten for å få blå på lykkehjulet?

b) Hvor stor er sannsynligheten for å få rød på lykkehjulet?

LØSNING

a) Sannsynlighet: $\frac{1}{5} = 0{,}2 = 20\ \%$ — En av de fem delene er blå.

b) Sannsynlighet: $\frac{2}{5} = 0{,}4 = 40\ \%$ — To av de fem delene er røde.

Figur 4-2 viser innledningen til sannsynlighetsregning i Grunntall 8. Innledningen starter med en kobling til tidligere presentert tema om kombinatorikk, før en forklaring om hvordan sannsynligheten for et utfall kan beregnes ved å identifisere antall mulige utfall, samt de ønskede utfall. Dette gjøres ved å knytte teori til en kontekst elevene vil være kjente med; terningkast. Deretter følger selve algoritmen for å regne ut sannsynligheten. Denne blir presentert som generell, før bruken blir modellert i et oppgaveeksempel. I eksempelet vises samtidig de tre mulige notasjonene for sannsynlighet, samt en forklaring i rød skrift til høyre for utregning og svar på oppgaven. Denne lille ekstra forklaringen vil gjøre det enklere for eleven å tolke hva tallene i telleren og nevneren gjenspeiler.

Etter denne presentasjonen følger oppgaver som likner forklaringen i Figur 4-2. Oppgaven vist i Figur 4-3 viser til et terningkast med en sekssidet terning hvor fire av flatene er blå, de andre to er røde. Ved å endre terningen fra en nummerert utgave til en med farger, vil elevene måtte bearbeide brøken de setter opp som uttrykket for sannsynligheten. Dersom elevene ble spurt om å finne sannsynligheten for å få en sekser ved et kast, vil de kunne direkte kopiere det gjennomarbeidede eksempelet.

Figur 4-3: Oppgave om sannsynlighet (Bakke & Bakke, 2011, s.330)

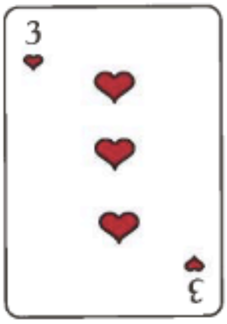
12.17 På en terning med seks flater er fire av flatene malt blå, mens de to andre er malt røde.
Hvor stor er sannsynligheten for at siden som vender opp etter et kast, er rød?

I likhet med det gjennomgåtte eksempelet hentet fra Grunntall 8, introduseres sannsynlighetsregning i Faktor 9 gjennom en beskrivelse av utfall. Fra Figur 4-4 ser man at det her benyttes begrep om mulige utfall og gunstige utfall. I Faktor 9 presenterer de også teorien i lys av en kontekst, og denne gangen er den satt til en kortstokk. Denne situasjonen fører til flere mulige og gunstige utfall for at hendelsen skal inntreffe, men algoritmen presentert er den samme. Deretter følger en eksempeloppgave hvor en skal regne ut sannsynligheten av utfall i terningkast. Også Faktor 9 understreker at sannsynligheten kan noteres som brøk, desimaltall eller prosent.

Figur 4-4: Presentert teori og oppgaveeksempel om sannsynlighet (Hjardar & Pedersen, 2014a, s.152)

Gunstige utfall

Hvis vi vil finne sannsynligheten for å trekke et hjerterkort ut av en kortstokk, deler vi antall *gunstige utfall* på *antall mulige utfall.*



Det er 13 gunstige utfall som gir et hjerterkort, og det er 52 mulige utfall i alt. Alle utfall er like sannsynlige. Sannsynligheten for å trekke et hjerterkort blir da:

$$P_{(hjerterkort)} = \frac{13}{52} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\ \%$$

Regel

$$\text{Sannsynlighet} = \frac{\text{antall gunstige utfall}}{\text{antall mulige utfall}}$$

Eksempel 4.6

Hva er sannsynligheten for å få en sekser når du kaster en vanlig terning? Oppgi svaret som

a) brøk
b) desimaltall
c) prosent

Løsning

Sannsynligheten er lik for alle utfall.

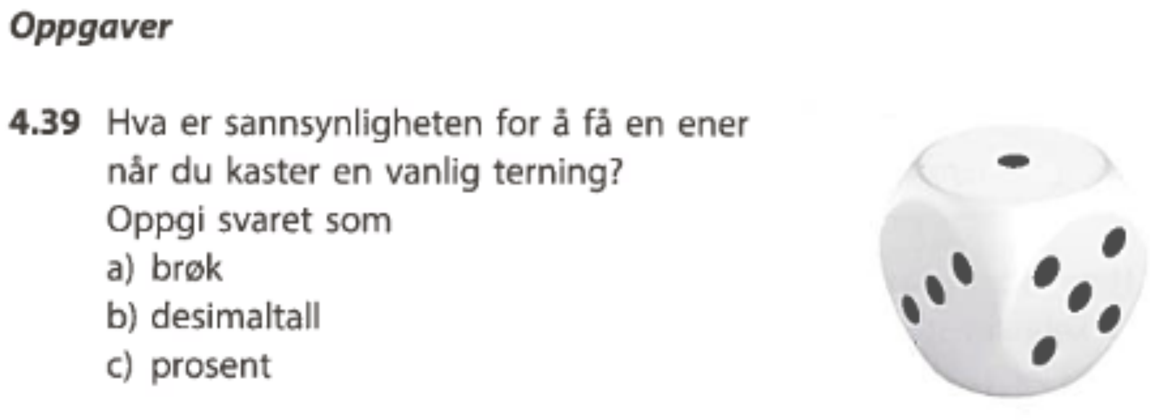
a) $P_{(sekser)} = \underline{\underline{\frac{1}{6}}}$

b) $P_{(sekser)} = \frac{1}{6} \approx \underline{\underline{0{,}17}}$

c) $P_{(sekser)} = \frac{1}{6} \approx 0{,}17 = \underline{\underline{17\ \%}}$

Etter introduksjonen til sannsynlighetsregning, følger oppgaver elevene skal løse. En av disse oppgavene presenteres i Figur 4-5. Her blir igjen terning benyttet som kontekst for sannsynlighetsregning. Oppgaven presiserer at elevene skal oppgi sannsynligheten for å kaste en ener ved både brøk, desimaltall og prosent. Gjennom å oppfordre til dette, vil dette videre trene elevene i forståelse om de likeverdige verdiene brøk, desimaltall og prosent uttrykker.

Figur 4-5: Oppgave om sannsynlighet (Hjardar & Pedersen, 2014a, s.153)


Oppgaver

4.39 Hva er sannsynligheten for å få en ener når du kaster en vanlig terning?
Oppgi svaret som
a) brøk
b) desimaltall
c) prosent

Figur 4-2 og 4-4 er eksempler på de hendelser som Bergqvist (2007) beskriver. Det at oppgavene i Figur 4-3 og 4-5 blir innledet av disse hendelsene, gjør at de ble kodet til imitativ resonnering, nærmere bestemt GAR.

Figur 4-6 og 4-7 presenterer oppgaver med kreativ resonnering. Oppgaven i Figur 4-6 er hentet fra TIMSS og viser et likningssett med to ukjente. Denne oppgaven ble originalt kodet til det kognitive nivået å anvende av TIMSS, men etter gjennomgang av fire lærebøker så jeg meg nødt til å kategorisere denne til nivået å resonnere, samt kreativ resonnering for norske elever. Årsaken til dette er at norske elever i svært liten grad blir eksponert for et likningssett med to ukjente før 10.klasse. Av fire lærebøker er det kun Faktor 9 som inneholder en oppgave om to ukjente i et likningssett, denne blir presentert i Figur 4-7. Dette vil dermed være nytt for majoriteten av de norske elevene. Etter Lithner (2008) blir kreativ resonnering definert som de oppgaver hvor elevene ikke har velkjente metoder eller løsningsstrategier (Lithner, 2008). Kreativ resonnering vil ikke nødvendigvis bli knyttet til intrikate problemløsningsoppgaver, men til oppgaver med ukjent løsningsprosedyre, noe som vil være en realitet for oppgaven presentert i Figur 4-6. Dersom denne oppgaven hadde blitt presentert senere i skoleløpet, ville denne oppgaven trolig blitt kategorisert som imitativ resonnering, da fremgangsmåten for å løse denne ville fulgt en innlært algoritme.

Figur 4-6: Oppgave med likningssett med to ukjente (TIMSS 2015: Blokk 2)

6

Finn verdiene av x og y slik at begge likningene er sanne.

$$3x + y = 13$$
$$5x - y = 27$$

$x =$ ________________

$y =$ ________________

Figur 4-7 viser en oppgave hentet fra Faktor 9. Denne oppgaven er plassert under delkapittelet noe å lure på, som i hovedtrekk inneholder mer utfordrende oppgaver. Antakelsen vil dermed være at et mindre antall av elevene vil bli eksponert for denne oppgaven. Antakelsen om at denne oppgaven presenterer nytt materiale for elevene, og dermed poserer en ekstra utfordring, kan underbygges ved å vise til den lave prosentandelen av norske elever som oppga korrekt svar på denne oppgaven. For 9.trinnselevene, var det 10% av elevene som oppga korrekt svar, og kun 4% av 8.klasseelevene (Item percent correct statistics). TIMSS gjennomfører samtidig en analyse hvor de forsøker å avdekke hvilke oppgaver som samsvarer med læreplanmål i medlemslandene. For de norske elevene, faller denne oppgaven utenfor hva som blir forventet av dem etter læreplanen (TCMA Item Selection).

Figur 4-7: Oppgave med likningsett med to ukjente (Hjardar & Pedersen, 2014b, s.62)

Gull- og sølvbarre

4 En gullbarre veier 4,5 kg mer enn en sølvbarre. Seks gullbarrer og to sølvbarrer veier like mye som tre gullbarrer og seks sølvbarrer. Hvor mye veier én gullbarre, og hvor mye veier én sølvbarre?

En annen årsak til at denne oppgaven følger kreativ resonnering, er at den ikke blir innledet av Bergqvists (2007) hendelser, men overlater eleven selv til å finne løsningsstrategi.

Selv om presentasjonen av disse to oppgavene er ulike, vil fremgangsmåte og strategi være lik for dem begge. Grunnet dette, ble begge oppgavene kategorisert som kreativ resonnering av elevene.

4.2.1.2 Kognitive nivå

Videre vil det bli presentert flere oppgaver innenfor de ulike kognitive nivåene. Jeg har her forsøkt å velge oppgaver fra begge delemner, og fra begge læreverk, samt TIMSS.

Oppgavene presentert i Figur 4-8 og 4-9 er eksempler på oppgaver som ble kategorisert som det kognitive nivået å kunne.

Figur 4-8: Oppgave om grafer (TIMSS 2015: Blokk 7)

14

Grafene over viser høyeste og laveste temperatur hver dag i løpet av en uke i Zedland. Hvilken dag var forskjellen mellom den høyeste og laveste temperaturen 10˚C?

Ⓐ onsdag

Ⓑ torsdag

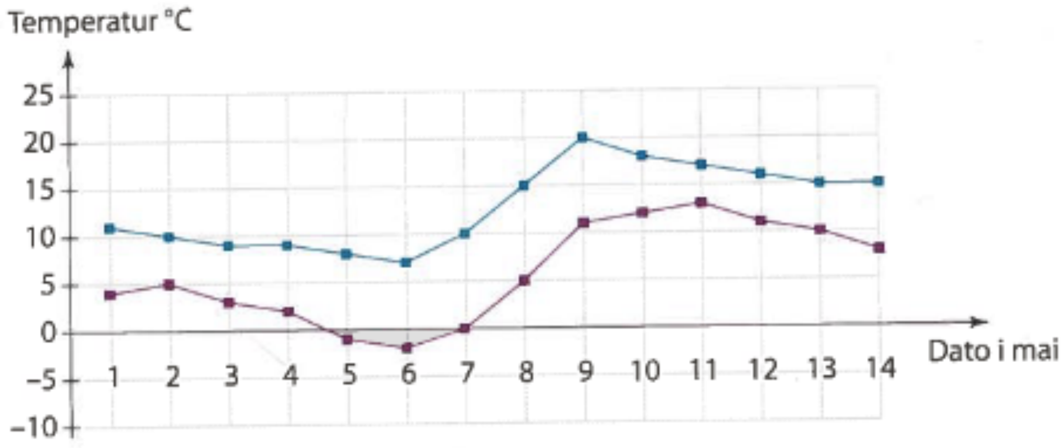
Ⓒ fredag

Ⓓ lørdag

Oppgaven i Figur 4-8 ble kategorisert som å kunne da den ber elevene hente informasjon fra graf eller tabell. Da elevene her ikke forventes å gjøre utregninger eller utrede for sitt svar eller sin strategi, vil ikke oppgaven kunne kategoriseres som å anvende eller å resonnere. Oppgaven befinner seg innenfor statistikk, men en klar parallell trekkes til emneområdet algebra og funksjoner gjennom koordinatsystemet. Denne parallellen fremstår som interessant dersom man ser på resultatet norske elever oppnådde på denne oppgaven. Av norske 8.- og 9.klassinger som deltok i undersøkelsen, svarte forholdsvis 61% og 64% av elevene korrekt på oppgaven. Det internasjonale gjennomsnittet for oppgaven er på 62%. Dette er en av tre oppgaver hvor begge trinn ikke skårer signifikant høyere enn gjennomsnittet (Item percent correct statistics). Dette vil dermed være en av de mest utfordrende oppgavene innenfor statistikk, tross at denne blir kategorisert som å kunne.

Figur 4-9: Oppgave om linjediagram (Hjardar & Pedersen, 2014a, s.138)

4.17 Diagrammet nedenfor viser temperaturen de første 14 dagene av mai, målt om morgenen og om ettermiddagen.



Omtrent hvor stor var temperaturforskjellen den

a) 3. mai

b) 10. mai

c) Når var temperaturforskjellen minst?

I Figur 4-9 presenteres en oppgave hentet fra Faktor 8 som er lik oppgaven i Figur 4-8. Denne oppgaven ble valgt fremfor mange, så oppgaver av denne typen er et typisk trekk i et statistikkapittel. Årsaken til at denne oppgaven ble valgt fremfor andre, var at denne oppgaven kun inneholdt det kognitive nivået å kunne, der andre oppgaver ofte inneholdt både å anvende og å kunne, da elevene selv måtte produsere et linjediagram. Noen av disse oppgavene inneholdt samtidig også å resonnere, da de ble bedt om å tolke og sammenlikne to linjer. Oppgaven inneholder samme kontekst i temperaturmåling, samt to linjer tegnet inn i samme koordinatsystem. Også i denne oppgaven skal elevene lese av et diagram for å hente ut nødvendig informasjon. Det at det eksisterer flere oppgaver av denne typen, vil utgjøre en fordel for elevene i møte med TIMSS. Da både Grunntall og Faktor inneholdt liknende oppgaver, vil majoriteten av elevene ha nødvendig kunnskap til å gripe fatt på oppgaven i Figur 4-9. Det er dermed et godt samsvar mellom oppgaven i Figur 4-9 og oppgavene av lik art presentert i Grunntall og Faktor.

Det neste settet med oppgaver presentert i Figur 4-10 – 4.12 tilsvarer det kognitive nivået å anvende.

Figur 4-10: Oppgave med uttrykk (TIMSS 2015: Blokk 7)

24 En bil kjører med en gjennomsnittsfart på 50 km/t. Hvilken formel gir strekningen s (i km) som bilen kjører på t timer?

Ⓐ $s = 50 - t$

Ⓑ $s = \frac{t}{50}$

Ⓒ $s = \frac{50}{t}$

Ⓓ $s = 50t$

Samtlige tre oppgaver er hentet fra emneområdet algebra, og mer konkret det å sette opp et uttrykk. Oppgavene i Figur 4-10 og 4-11 inneholder lik kontekst, hvor elevene skal sette opp et uttrykk for avstand kjørt i løpet av x timer når gjennomsnittsfarten er gitt.

Figur 4-11: Oppgave om uttrykk (Hjardar & Pedersen, 2014a, s.187)

6.13 Bestemoren til Herman kjører bil med en fart på 80 km i timen. Lag et uttrykk som viser hvor langt hun kjører på x timer.

Oppgaven hentet fra Grunntall 8 som vist i Figur 4-12, inneholder en noe annen kontekst, men er likevel lik de to andre oppgavene. Her skal elevene lage et uttrykk for inntekt etter x timer gitt timelønnen. Det er et uttrykk med en konstant multiplisert med x i samtlige oppgaver.

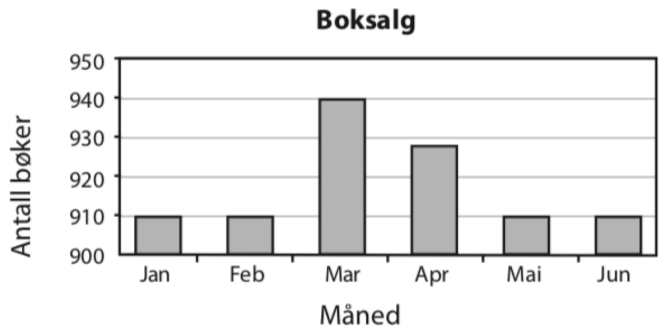
Figur 4-12: Oppgave om uttrykk (Bakke & Bakke, 2011, s.217)

8.10 Stine tjener 103,70 kr i timen.
Lag en formel som viser hvor mye Stine får i lønn.

Videre vil jeg presentere tre oppgaver som alle ble kodet til det kognitive nivået å resonnere. Samtlige er hentet fra emneområdet statistikk, og nærmere bestemt kritisk bruk og tolkning av visuelle fremstillinger av data. I Figur 4-13 presenteres en oppgave fra TIMSS 2015, hvor elevene forventes å forme matematiske argumenter i forhold til et diagram. Elevene blir møtt med en påstand som de skal argumentere for eller mot. Poenget med oppgaven er at eleven skal være kapabel til å identifisere hvordan diagrammet fremstiller dataene ukorrekt, og videre begrunne sitt svar.

Figur 4-13: Oppgave om statistikk (TIMSS 2015: Blokk 1)

2



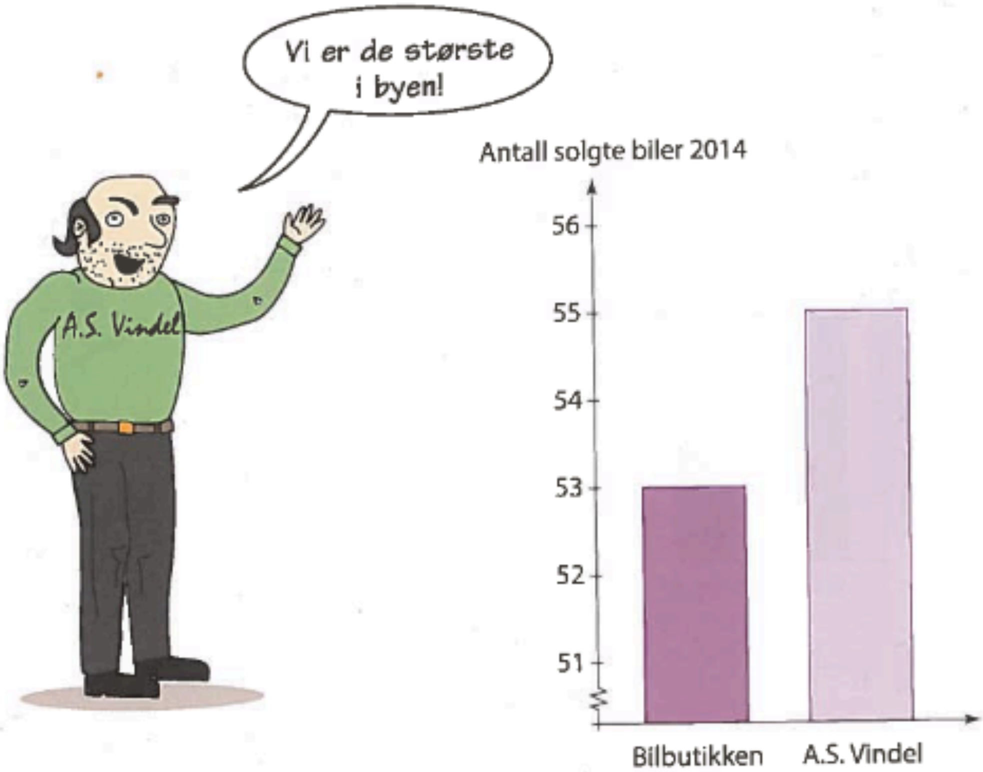
En selger så på diagrammet over boksalget de første 6 månedene i 2004 og sa:
"Jeg solgte fire ganger så mange bøker i mars som i februar."

Er du enig eller uenig med selgeren? Begrunn svaret ditt.

Det gjengis en liknende oppgave i Figur 4-14. Denne oppgaven er hentet fra Faktor 8. Også i denne oppgaven skal elevene kunne identifisere hvilke faktorer som kan føre til en ukorrekt visualisering av et datamateriale. Både oppgaven fra TIMSS 2015 og den hentet fra Faktor 8 presenterer et diagram hvor y-aksen ikke starter med første verdi 0. Oppgaven i TIMSS etterspør argumentasjon fra eleven, og oppgaven i Figur 4-14 ber i tillegg eleven om å fremstille diagrammet på en mer korrekt måte. Videre bes elevene om å sammenligne de to diagrammene, og slik vil elevene erfare hvilken effekt feilpresentasjon av datamaterialet kan ha på en leser, og på denne måten selv bli kritisk til visuelle fremstillinger.

Figur 4-14: Oppgave om statistikk (Hjardar & Pedersen, 2014b, s.142)

★ **4.22** Arne S. Vindel vil selge bilfirmaet sitt. Hovedkonkurrenten er Bilbutikken. Han lager et diagram som viser hvor mange biler firmaet hans har solgt i 2014 i forhold til Bilbutikken.



a) Er dette en riktig måte å framstille et slikt diagram på? Begrunn svaret.
b) Lag et diagram der andreaksen starter på null. Sammenlikn de to diagrammene.

Den neste oppgaven, gjengitt i Figur 4-15, er hentet fra Grunntall 8. Denne skiller seg noe fra de to foregående ved at elevene her blir bedt om å produsere et diagram fra to ulike synspunkt. De må dermed ha en forståelse for hvordan man kan manipulere et diagram til sin fordel, og dermed gjøre noe utover det å tolke et diagram.

Figur 4-15: Oppgave om statistikk (Bakke & Bakke, 2011, s.206)

■ **7.56**

År	Representanter
1981	53
1985	50
1989	37
1993	28
1997	23
2001	38

Tabellen viser hvor mange representanter Høyre har hatt på Stortinget i perioden 1981–2003.

a) Tegn et linjediagram slik Høyre ville ha tegnet det for å vise at partiet har hatt stor framgang fra 1997 til 2001.

b) Tegn et linjediagram slik de som vil vise at Høyre ikke har hatt noen vesentlig framgang, vil tegne det.

Figurene 4-1 – 4-15 har blitt presentert for å tydeliggjøre og eksemplifisere den kategoriseringen som ble gjort i den kvantitative analysen.

4.2.2 Kvantitative funn

De kvantitative funn fra den vertikale analysen vil bli visuelt presentert og kommentert for algebra og statistikk med hensyn til både matematisk resonnering etter Lithner (2008) sitt rammeverk, samt for de kognitive nivåer presentert i TIMSS 2015 sitt rammeverk. Hva matematisk resonnering angår, vil den visuelle presentasjonen slå sammen de ulike underkategoriene av imitativ resonnering. Bakgrunnen for dette valget er at lærebøkene og TIMSS-oppgavene vil befinne seg innenfor ulike imitative resonneringskategorier. Alle deloppgaver analysert ble regnet som en selvstendig oppgave.

4.2.2.1 Algebra

Analysen av algebraoppgaver er et resultat av ni kapittel fordelt på fire lærebøker, samt alle algebraoppgaver i TIMSS 2015-undersøkelsen. Dette inkluderer de konfidensielle trendoppgaver jeg har innvilget innsyn i.

4.2.2.1.1 Matematisk resonnering

Tabell 4-6 viser frekvens og relativ frekvens for imitativ og kreativ resonnering for samtlige algebraoppgaver analysert.

Tabell 4-6: Oversikt over fordelingen av matematisk resonnering i algebraoppgaver

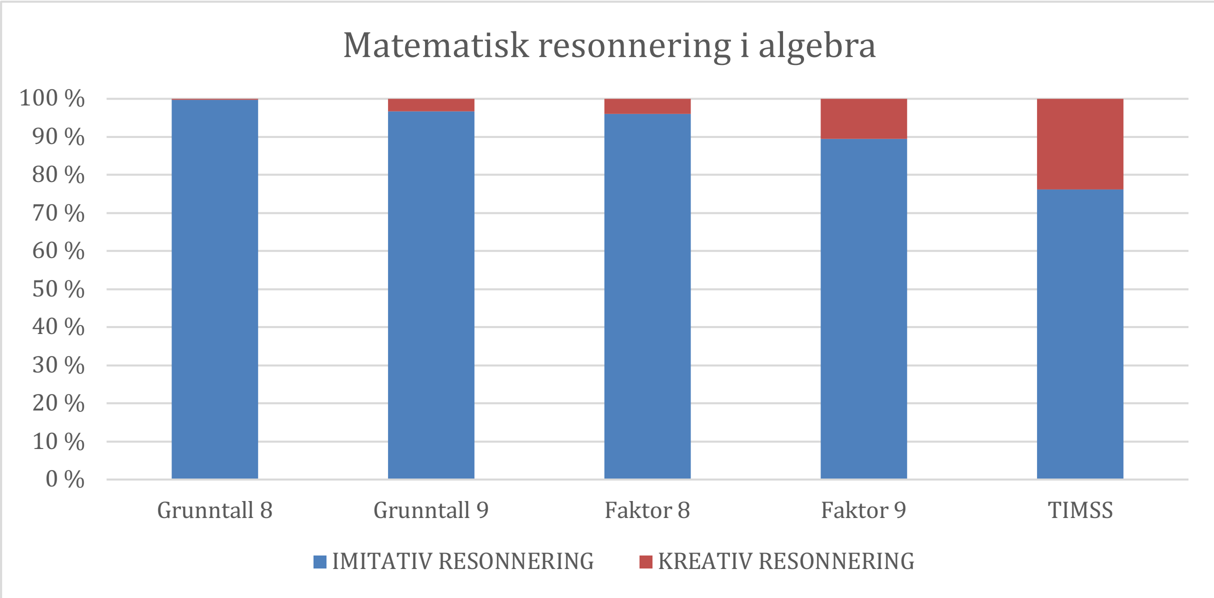
		Matematisk resonnering				
		Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9	TIMSS
Imitativ resonnering	#	637	748	192	288	48
	%	99,69 %	96,64 %	96,00 %	89,44 %	76,19 %
Kreativ resonnering	#	2	26	8	34	15
	%	0,31 %	3,36 %	4,00 %	10,56 %	23,81 %
Total	#	639	774	200	322	63
	%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Den laveste andelen av algebraoppgaver analysert, er oppgavene hentet fra TIMSS-undersøkelsen 2015. Av de fire lærebøkene analysert, er det Faktor 8 etterfulgt av Faktor 9 som bidrar med lavest antall oppgaver til analysen. Differansen mellom Grunntall 8 og Faktor 8 er 439 oppgaver, og differansen mellom lærebøkene ment for 9.trinn er på 452. Selv om læreverket Grunntall består av langt flere oppgaver enn Faktor, inneholder Faktor flere oppgaver med kreativ resonnering. Jeg vil argumentere for at selv om antall oppgaver er lavere i læreverket Faktor sammenlignet med Grunntall, vil likevel antall oppgaver analysert i Faktor gi et representativt bilde av læreverket. I Faktor 8 innenfor emneområdet algebra, er kun ett kapittel analysert, og likevel blir summen av oppgavene i dette kapittelet 200. Dersom man ser dette i forhold til Grunntall 8, som bidrar med tre kapittel innenfor algebra, vil hvert kapittel i gjennomsnitt da inneholde 213 oppgaver. Dette er ikke et betydelig høyere antall en hva Faktor 8 bidrar med i denne analysen.

Videre ser man av tabellen at andelen av oppgaver som krever kreativ resonnering av elevene øker med klassetrinn. Dette gjelder både Grunntall og Faktor. Økningen av oppgaver som elevene må løse gjennom kreativ resonnering øker med 2,54 prosentpoeng fra Grunntall 8 og Grunntall 9, og for læreverket Faktor er denne økningen på 6,26 prosentpoeng. Økningen i prosentpoeng er dermed størst i læreverket Faktor.

Selv om andelen av oppgaver hvor kreativ resonnering forventes av elevene øker fra 8.trinn til 9.trinn i begge læreverk, vil andelen oppgaver med kreativ resonnering i samtlige lærebøker være lavere enn i TIMSS-undersøkelsen av 2015. Differansen mellom Faktor 9, som inneholder den høyeste andelen oppgaver med kreativ resonnering målt i prosent, og TIMSS-undersøkelsen er på 13,25 prosentpoeng. Dermed vil differansen mellom TIMSS og de øvrige lærebøkene være større. Dette tydeliggjøres også i Figur 4-2, hvor empirien blir presentert i form av et søylediagram.

Figur 4-16: Visuell fremstilling av fordelingen av matematisk resonnering i algebraoppgaver



4.2.2.1.2 Kognitive nivå

I Tabell 4-7 presenteres fordelingen av algebraoppgaver innenfor de tre kognitive nivå.

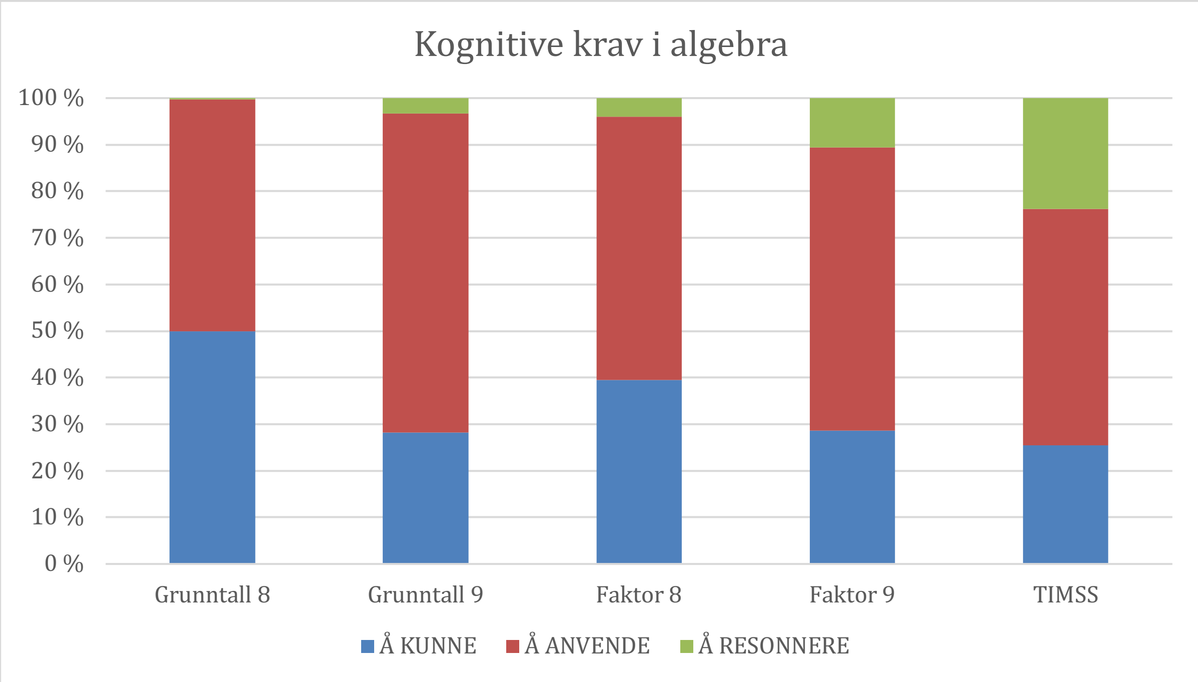
Tabell 4-7: Oversikt over fordelingen av kognitive nivå i algebraoppgaver

		Kognitive nivå				
		Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9	TIMSS
Å kunne	#	319	218	79	92	16
	%	49,92 %	28,17 %	39,50 %	28,57 %	25,40 %
Å anvende	#	318	530	113	196	32
	%	49,77 %	68,48 %	56,50 %	60,87 %	50,79 %
Å resonnere	#	2	26	8	34	15
	%	0,31 %	3,36 %	4,00 %	10,56 %	23,81 %
Total	#	639	774	200	322	63
	%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

De kognitive nivåene for TIMSS-oppgavene i algebra i 2015-undersøkelsen er her kategorisert av meg. TIMSS gjennomfører selv en koding av sine oppgaver som plasserer disse innenfor hvert av de tre nivåene. Jeg anså det likevel som en nødvendighet å kategorisere disse oppgavene etter eget rammeverk, da jeg ønsket å se disse oppgavene fra norske elevers ståsted, heller enn en internasjonal trend. Dermed vil denne presentasjonen skille seg noe fra den utført av TIMSS. Dette var samtidig også en nødvendighet, da ønsket var å sammenligne norske lærebøker opp mot TIMSS-undersøkelsen, og for å kunne kontrollere flest mulige variabler anså jeg det som nødvendig å kode samtlige oppgaver gjennom det samme rammeverket. Den ønskede fordelingen innenfor de ulike nivåene for TIMSS-undersøkelsen er at 35% av oppgavene skal befinne seg på det kognitive nivået å kunne, å anvende skal bli viet 40% av oppgavene og å resonnere skal bli viet 25% av emneområdets oppgaver. Dersom dette skal sees i forhold til min kategorisering av oppgavene, vil det kognitive nivået å resonnere samsvare i størst grad med den ønskede fordelingen.

I lærebøkenes tilfelle, vil den samme strukturen formes her som ved matematisk resonnering. For lærebøkene tiltenkt for 8.trinn, vil andelen å resonnere være lavere enn for Grunntall 9 og Faktor 9. Videre utgjør andelen å resonnere en noe større del av oppgavene i Faktor-serien enn for Grunntall. Igjen kan jeg her trekke frem et lavere antall oppgaver analysert i Faktor-serien enn i Grunntall, slik at dette kan ha en innvirkning på resultatet. Noe som fremstår som interessant ved denne fordelingen, er at Grunntall 8 skiller seg noe fra de andre med en noe høyere andel oppgaver som kodes til å kunne. De resterende tre lærebøkene har en noe lik fordeling mellom å kunne og å anvende, som samtidig er noe parallell til fordelingen i TIMSS-oppgavene. Andelen å anvende er høyere enn å kunne for samtlige med unntak av Grunntall 8. Dette skiller seg fra Johnsen og Storaas (2015) sine funn, som viser en høyere andel å kunne i læreverkene analysert. En stor differanse mellom min studie og det presentert av Johnsen og Storaas (2015), er at de analyserte samtlige oppgaver i læreverkene, hvor jeg her presenterer funn fra algebra. Dermed kan det tenkes av andelen å kunne-oppgaver kan være noe høyere i andre kapittel i bøkene. I Figur 4-16 presenteres disse funnene visuelt.

Figur 4-17: Visuell fremstilling av fordelingen av kognitive nivå i algebraoppgaver



4.2.2.2 Statistikk

Analysen av statistikkoppgaver er et resultat av fem kapittel fordelt på fire lærebøker, samt alle statistikkoppgaver i TIMSS 2015-undersøkelsen. I likhet med emneområdet algebra, vil dette inkludere de konfidensielle trendoppgaver som var en del av 2015-undersøkelsen. Hva angår emneområdet statistikk i lærebøkene, blir dette emneområdet viet langt mindre dekning målt i omfang enn tidligere presentert omfang av algebraoppgaver. Dette gjelder samtlige lærebøker, og fører til mindre differanser i totalt omfang mellom de ulike lærebøkene.

4.2.2.2.1 Matematisk resonnering

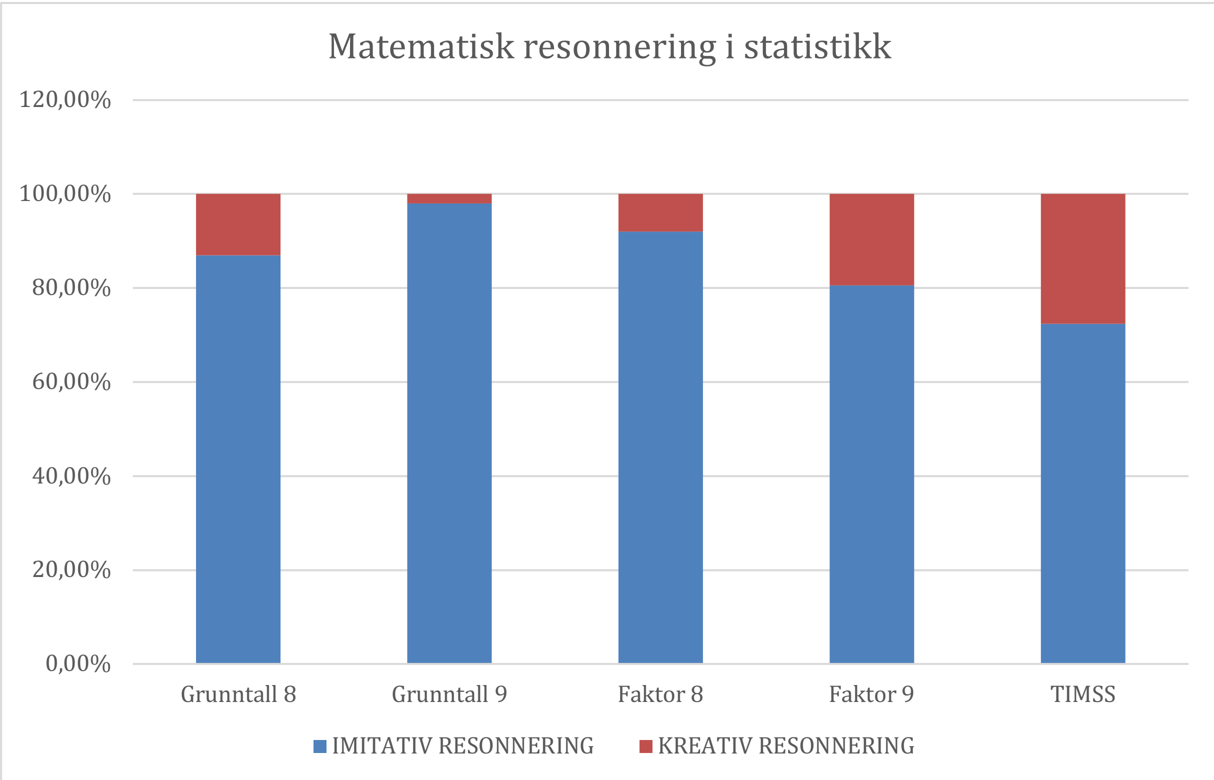
Tabell 4-8 presenterer fordelingen mellom imitativ og kreativ resonnering innenfor statistikk.

Figur 4-18: Oversikt over fordelingen av matematisk resonnering i statistikkoppgaver

		Matematisk resonnering				
		Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9	TIMSS
Imitativ resonnering	#	154	99	92	129	34
	%	87,01 %	98,02 %	92,00 %	80,63 %	72,34 %
Kreativ resonnering	#	23	2	8	31	13
	%	12,99 %	1,98 %	8,00 %	19,38 %	27,66 %
Total	#	177	101	100	160	47
	%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

I motsetning til emneområdet algebra, er det her Grunntall 8 som inneholder den største andelen av oppgaver som krever kreativ resonnering av de to lærebøkene ment for 8.trinn. Dette er spesielt interessant, da Grunntall 8 bidrar med den høyeste andelen av analyserte statistikkoppgaver av samtlige fire lærebøker. Kun Faktor 9 har en høyere andel av oppgaver med kreativ resonnering. Faktor 9 er samtidig den læreboken med nest flest oppgaver i denne analysen. Det er Faktor 9 som samsvarer i størst grad med andelen kreative resonnerings-oppgaver som det funnet i TIMSS-undersøkelsen, men også Faktor 9 vil her inneholde en lavere andel kreativ resonnering enn i TIMSS-undersøkelsen. Innenfor algebra var det en trend at lærebøkene siktet mot 8.trinn inneholdte en lavere andel kreative resonneringsoppgaver enn de ment for 9.trinn. I dette tilfellet inneholder Grunntall 8 langt flere oppgaver med kreativ resonnering enn innenfor Grunntall 9. For læreverket Faktor er det, i likhet med algebra, flere oppgaver med kreativ resonnering i Faktor 9 enn i Faktor 8. Hva TIMSS-oppgavene angår, vil oppgavene som krever kreativ resonnering nærme seg en tredel av oppgavene. I Figur 4-17 blir disse funn visuelt presentert i form av et søylediagram.

Figur 4-17: Visuell fremstilling av fordelingen av matematisk resonnering i statistikkoppgaver



4.2.2.2.2 Kognitive nivå

Kodingen av statistikkoppgavene fra de fire lærebøkene, samt oppgavene fra TIMSS-undersøkelsen blir presentert i Tabell 4-9.

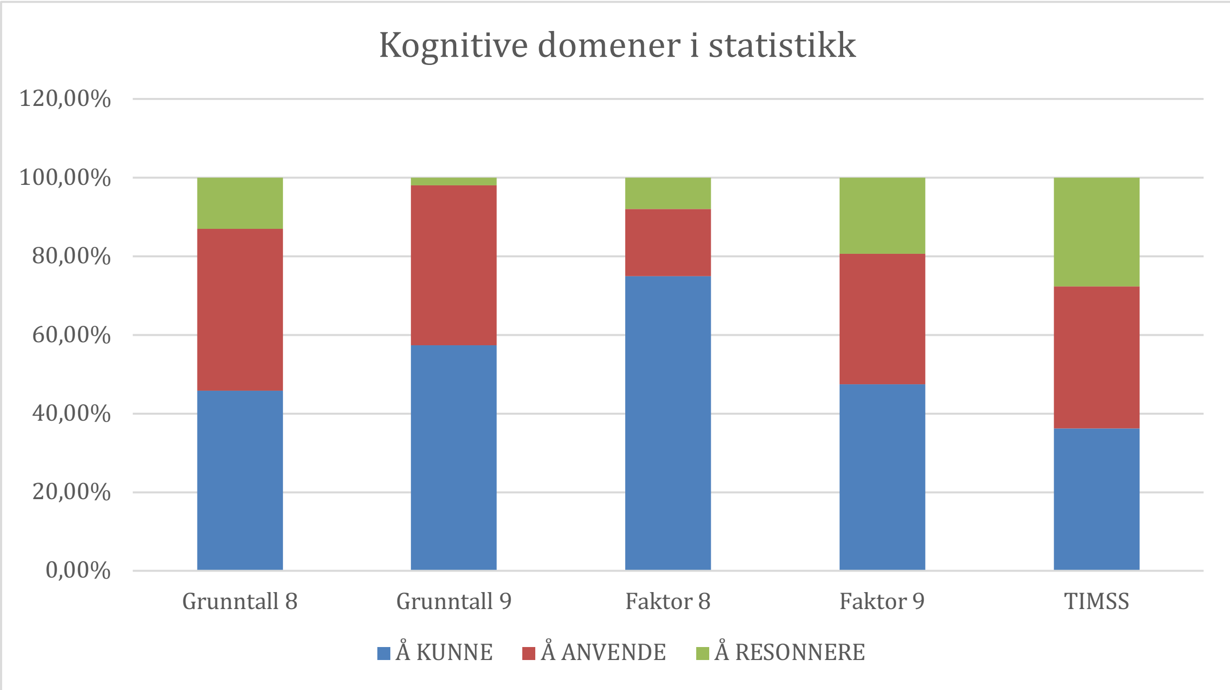
Tabell 4-9: Oversikt over fordelingen av kognitive nivå i statistikkoppgaver

		Kognitive nivå				
		Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9	TIMSS
Å kunne	#	81	58	75	76	17
	%	45,76 %	57,43 %	75,00 %	47,50 %	36,17 %
Å anvende	#	73	41	17	53	17
	%	41,24 %	40,59 %	17,00 %	33,13 %	36,17 %
Å resonnere	#	23	2	8	31	13
	%	12,99 %	1,98 %	8,00 %	19,38 %	27,66 %
Total	#	177	101	100	160	47
	%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Tabellen viser at for TIMSS-oppgavene er andelen å kunne og å anvende helt lik. I forhold til den ønskede fordelingen, ser man at andelen oppgaver kategorisert som å kunne er 1,17 prosentpoeng høyere, og andelen oppgaver kodet til å anvende er 3,85 lavere enn denne fordelingen. Videre er andelen å resonnere noe høyere med 27,66% i forhold til den ønskede andelen på 25%. Det største avviket vil dermed være oppgaver kategorisert som å anvende.

I forhold til lærebøkene, skiller Faktor seg ut med 75% å kunne-oppgaver. Dette er en langt høyere prosentandel viet til det laveste kognitive nivået enn de resterende tre lærebøkene inneholder. Det er en trend for samtlige lærebøker at andelen å kunne er høyere enn andelen å anvende. Dette skiller seg fra resultatene i algebra, hvor den største andelen av oppgavene ble viet til nivået å anvende. En årsak til denne differansen er at samtlige kapittel inneholder en stor andel oppgaver hvor elevene skal lese av tabeller og diagrammer for å hente ut nødvendig informasjon. Dette er oppgaver som ble kodet til å kunne. Andelen av oppgaver kategorisert som å resonnere er lik andelen kategorisert som kreativ resonnering. Fordelingen av de kognitive nivåene innenfor de fire lærebøkene, samt TIMSS presenteres visuelt i Figur 4-18.

Figur 4-19: Visuell fremstilling av fordelingen av kognitive nivå i statistikkoppgaver



5 Drøfting

I det foregående kapittel presenterte jeg resultater som oppsto på bakgrunn av analysering av matematikkoppgaver etter et sammensatt rammeverk. Her ble matematikkoppgaver i fire lærebøker og TIMSS 2015 presentert gjennom kvantitative og kvalitative funn. Jeg vil videre oppsummere og kommentere disse funn.

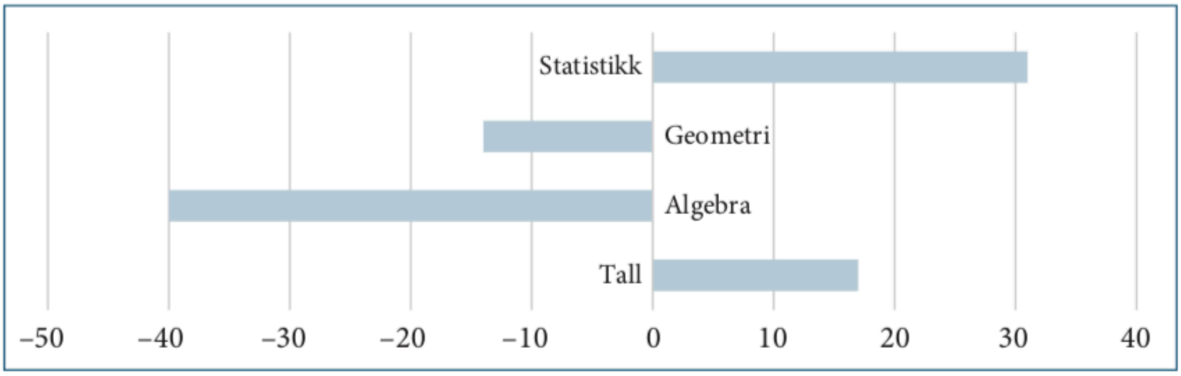
5.1 Sammenligning av lærebøkenes struktur

I tabell 4-4 ble fordelingen av oppgaver innad i lærebøkene og TIMSS-undersøkelsen presentert. I TIMSS-undersøkelsene er den ønskede fordelingen lik for emneområdene tall og algebra, og for geometri og statistikk. De to førstnevnte emneområdene skal bli viet omkring 30% av matematikkoppgavene, mens de to sistnevnte blir tildelt 20% hver (Grønmo et al., 2013). Dersom dette blir sett i lys av norske lærebøkers prosentvise fordelinger av oppgaver innenfor de ulike emneområdene, vil dette gi et annet bilde enn hva TIMSS-undersøkelsen gir. Grunntall 8, Faktor 8 og Faktor 9 deler her en felles prioritering med tanke på hvilke emneområder som blir mest og minst vektlagt i form av oppgaver. Samtlige av disse tre inneholder flest oppgaver innenfor emneområdet tall, etterfulgt av geometri. Deretter følger algebra før statistikk. Selv om det eksisterer ulikheter mellom lærebøkene i form av prosentvist omfang tildelt disse emneområdene, er denne fordelingen en trend blant dem alle tre. Den eneste av de fire lærebøkene som inneholder en noe annen fordeling, er Grunntall 9. Her rangerer geometri på topp, tett etterfulgt av algebra. Deretter følger tall og statistikk. Grunntall 9 er dermed den eneste læreboken som ikke presenterer flest oppgaver i emneområdet tall. Det er også denne læreboken som vier flest oppgaver til algebra. Selv om Grunntall 9 skiller seg fra de andre lærebøkene, eksisterer det likevel to trender for samtlige av lærebøkene. Geometri blir viet flere oppgaver enn algebra. Dette skiller samtidig de norske læreverkene fra TIMSS-undersøkelsen. Nok en trend er at færrest antall oppgaver finner man innenfor emneområdet statistikk. Dette vil samsvare i noen grad til TIMSS-undersøkelsen, men samtidig blir statistikk i norske læreverk viet langt mindre plass enn emneområdet geometri. Den faktiske fordelingen i TIMSS 2015-undersøkelsen av statistikk inneholdte noen flere oppgaver enn geometri. Dermed ble geometri viet minst omfang i TIMSS 2015, noe som distanserer seg klart fra disse fire lærebøker. Dersom man kan anse disse fire lærebøkene som et representativt utvalg for andre norske læreverk, vil man da kunne se at elevene i større grad blir disponert for geometri i lærebøker enn i TIMSS.

5.1.1 Norske resultater i TIMSS i algebra og statistikk

Dersom man ser på de norske resultatene i TIMSS 2015, er det interessant at elevene presterer best i det emneområdet som blir viet minst omfang i disse fire lærebøkene. Av de fire emneområdene, tester norske 8. og 9.klasseelver signifikant høyere i tall og statistikk relativt til Norges totalskår i TIMSS 2015, mens resultatene for algebra og geometri er signifikant lavere enn den norske totalskåren. Dette fremkommer av Figur 5-1. Dette fremstår som et interessant funn. Videre kan det her trekkes inn at for 4. og 5.trinn er det skåren i tall som er signifikant lavere enn den nasjonale totalskåren for disse to trinnene. De skårer bedre i geometri enn i tall, noe som skiller seg fra trenden for 8. og 9.trinn (Grønmo, Hole & Stedøy, 2017). Elevenes prestasjoner i TIMSS kan gi viktige indikasjoner på den prioriteringen som eksisterer i norsk skole (Grønmo et al., 2017, s.83). Dersom dette er en korrekt antakelse, vil de norske resultatene etter TIMSS indikere en sterk satsing på emneområdet statistikk. Dette funnet vil så stå i kontrast til den prioriteringen statistikk mottar i de fire lærebøkene analysert i denne studien. En faktor jeg ikke har tatt i betrakting i analysen, er lærebøkene for de foregående klassetrinnene. Det kan være at andel statistikkoppgaver er høyere i disse, og at dette kan ha hatt innvirkning på norske elevers resultater i TIMSS.

Figur 5-1: Norges avvik i skår på fagområder relativt til Norges generelle prestasjonsskår, TIMSS 9. trinn 2015 (Grønmo, Hole & Stedøy, 2017, s.83)



I læreplanen K06, kommer det tydelig frem at tall, geometri og statistikk følger elevene gjennom hele grunnskolen og videre inn i videregående. Algebra inkluderes i læreplanmålene etter 7.trinn, noe som betyr at elevene vil møte algebra tidligst i 5.trinn (Utdanningsdirektoratet, 2013). Kan det tenkes at elevene ville prestert bedre i algebra dersom dette ble en del av matematikkfaget på tidligere klassetrinn? Et forsøk på dette blir presentert i Utdanningsdirektoratets høring (2018) i forbindelse med fagfornyelsen. Et forslag til det nye matematikkfaget ekskluderer statistikk som eget hovedområde i grunnskolen, og inkluderer algebra fra første klassetrinn til og med videregående. På ungdomstrinnet blir funksjoner presentert som eget hovedområde. Om denne fordelingen av kjerneelementer er en direkte konsekvens av TIMSS-resultatene, er uviss.

Hvert deltakerland i TIMSS-undersøkelsen må gjennomføre en analyse av hver oppgave opp mot landets læreplanmål (TCMA Item Selection). For Norge resulterte dette i at totalt elleve oppgaver ikke kan sies å samsvare med norske læreplanmål. Dersom man isolerer hvert emneområde, vil dette kunne beskrive en av årsakene til de dårlige resultatene i algebra. Hele ti av de elleve oppgavene som ikke finner dekning av norske læreplanmål befinner seg innenfor emneområdet algebra. Den resterende oppgaven finner man under tall. Dette er et oppsiktsvekkende høyt antall oppgaver hvor norske elever ikke er utstyrt med de nødvendige kunnskaper nødvendig for å kunne løse disse. Dersom disse oppgavene ble isolert og fjernet fra den totale algebraskåren til norske elever, ville dette påvirket resultatet i positiv retning?

Dersom man gjennomgår de norske svarprosentene på samtlige algebra- og statistikkoppgaver i TIMSS 2015, finner man at slående mange oppgaver måler signifikant under det internasjonale gjennomsnittet for algebra. Et helt annet ytterpunkt vises gjennom den høye andelen av oppgaver hvor elevene tester signifikant over gjennomsnittet i statistikk. Disse resultatene blir presentert i Tabell 5-1, og er basert på IEA's Item percent correct statistics. En viktig bemerkning er at resultatene for en av algebraoppgavene og seks av deloppgaver i statistikk ikke ble presentert i rapporten. Resultatet vil likevel fremstå som bekymringsverdig.

Tabell 5-1: Oversikt over norske besvarelser relativ til det internasjonale gjennomsnittet

	Algebra			Statistikk		
Trinn	Signifikant over gjennomsnitt	Ikke signifikant fra gjennomsnitt	Signifikant under gjennomsnitt	Signifikant over gjennomsnitt	Ikke signifikant fra gjennomsnitt	Signifikant under gjennomsnitt
8.	1	5	56	29	13	0
9.	7	20	35	39	3	0

5.1.2 Gir lærebøkene elevene kognitive utfordringer?

I kapittel 4 presenterte jeg kvantitative og kvalitative funn som oppsto etter gjennomført analyse av matematikkoppgavene. Funnene avdekket en trend for lav vektlegging av KR i lærebøkene, selv om det eksisterte ulikheter både mellom lærebøker og mellom emneområdene algebra og statistikk. Tabell 5-2 gir omfanget av IR og KR for algebra og statistikk sammenlagt.

Tabell 5-2: Oversikt over matematisk resonnering i lærebøker og TIMSS

		Matematisk resonnering				
		Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9	TIMSS
Imitativ resonnering	#	791	851	284	417	82
	%	96,94 %	97,26 %	94,67 %	86,51 %	74,55 %
Kreativ resonnering	#	25	28	16	65	28
	%	3,06 %	3,20 %	5,33 %	13,49 %	25,45 %
Total	#	816	875	300	482	110
	%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Hva kan være bakgrunnen for at lærebokforfattere vektlegger IR i større grad enn KR? En grunn kan være at KR er mer kognitivt krevende enn IR. Ikke alle elever vil mestre KR før kunnskapsbasen er velutviklet. Fokus på IR gjennom mange og repetitive oppgaver kan gi elevene muligheten til å mestre de matematiske utregningene et område krever raskere enn gjennom KR. Dette leder til en annen grunn for vektlegging av IR. Da det er mindre kognitivt krevende for eleven å implementere velkjente løsningsstrategier vil det samtidig bli mindre tidkrevende. Dersom ønsket er at elevene skal bli dyktig å løse matematiske oppgaver i løpet av relativt kort tid, vil IR være et naturlig valg.

Jeg vil her trekke en parallell til Skemps (1976) teori om matematisk forståelse, som omfatter begrepene instrumentell og relasjonell forståelse. Hen beskriver instrumentell forståelse som regelforståelse, altså eleven har forståelse for som skal løses og hvordan. Relasjonell forståelse vil derimot også inkludere et element av bakgrunnsforståelse hos eleven. Ved relasjonell forståelse, vil eleven forstå ikke bare hva som skal løses og hvordan, men også hvorfor. Eleven vil da ha en dypere forståelse av matematikk (Skemp, 1976). Dersom elevene i hovedsak blir forventet å resonnere imitativt, vil dette trolig resultere i en instrumentell forståelse. Dette muliggjør anvendelse av matematikk, men begrenser den kognitive utfordringen i matematikkfaget. Ved KR vil elevene i større grad kunne oppnå en relasjonell forståelse av matematikk, men dersom lærebøkene limiterer tilgjengeligheten av slike oppgaver, vil dette kunne gå på bekostning av den relasjonelle forståelsen. Tabell 5-2 viser en tyngde på IR, og dermed også på instrumentell forståelse i norske læreverk. Dette går på bekostning av KR og den relasjonelle forståelsen. Dette kan resultere i lavere resultater i undersøkelser som TIMSS, da andelen av KR er høyere i disse oppgavene enn hva elevene kjenner til i lærebøkene.

I Tabell 5-3 presenteres den sammenlagte fordelingen av kognitive nivå innenfor algebra og statistikk i lærebøkene og TIMSS. I likhet med matematisk resonnering, er det lav vektlegging av det høyeste kognitive nivået å resonnere. Med unntak av Faktor 8, inneholder lærebøkene høyest andel av oppgaver kategorisert som å anvende. Dette tolkes som at norske elever i større grad lærer å bruke matematikk enn å reprodusere kunnskap eller argumentere for den.

Tabell 5-3: Oversikt over kognitive nivå i lærebøker og TIMSS

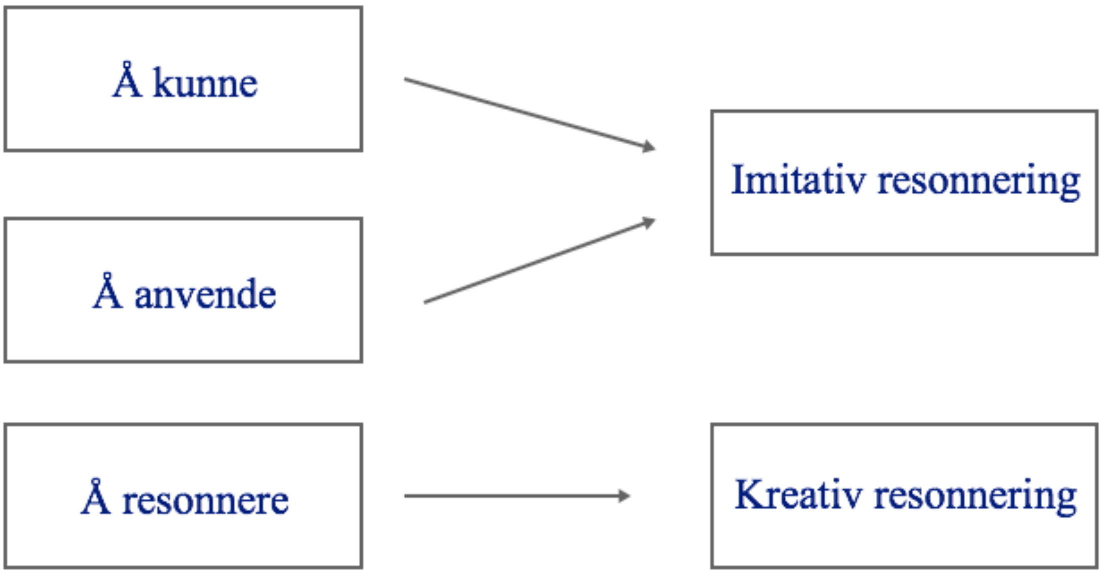
		Kognitive nivå				
		Grunntall 8	Grunntall 9	Faktor 8	Faktor 9	TIMSS
Å kunne	#	400	276	154	168	33
	%	49,02 %	31,54 %	51,33 %	34,85 %	30,00 %
Å anvende	#	391	571	130	249	49
	%	47,92 %	65,26 %	43,33 %	51,66 %	44,55 %
Å resonnere	#	25	28	16	65	28
	%	3,06 %	3,20 %	5,33 %	13,49 %	25,45 %
Total	#	816	875	300	482	110
	%	100 %	100 %	100 %	100 %	100 %

Et spørsmål jeg ser meg nødt til å stille, er om jeg i kategoriseringen av oppgaver var for streng. Da antallet oppgaver kategorisert til KR og å anvende er gjennomgående lavt, vil dette enten være et resultat av for strenge kategoriseringskrav eller korrekt lav tilstedeværelse av slike oppgaver. For å forsikre meg om at en slik kvalitetstrussel skulle forekomme, forsøkte jeg å produsere en kategoriseringsveileder som i størst mulig grad tok utgangspunkt i den teori som forelå. Likevel kan jeg ha mistolket denne teorien, og kategorisert oppgavene for strengt.

5.1.3 Sammenheng mellom kognitive nivå og matematisk resonnering

Gjennom planleggingen og gjennomføringen av analysen, innså jeg at det var en sammenheng mellom de to teoretiske rammeverkene jeg har basert meg på. Lithners (2007) kreative resonnering forekom i samtlige oppgaver kategorisert som å resonnere. En kan dermed sette et likhetstegn mellom disse to begrepene for dette datamaterialet. Kreativ resonnering forekom aldri i kombinasjon med en av de andre to kognitive nivåene. Dette leder meg til å konkludere med at kreativ resonnering kun eksisterer innenfor de mest kognitivt krevende oppgavene. Imitativ resonnering ble koblet til både å kunne og å anvende. Det var likevel ulikheter i form av type imitativ resonnering. Innenfor å kunne var de fleste oppgavene i lærebøkene GAR, mens det i TIMSS var størst forekomst av FAR. Noe som var interessant, var at MR kun forekom innenfor oppgaver kategorisert som å kunne. Å anvende tar dermed avstand fra å reprodusere fakta og bevis. Figur 5-2 tydeliggjør denne sammenhengen.

Figur 5-2: Modell som synliggjør sammenhengen mellom kognitive nivå og matematisk resonnering



6 Avslutning

Jeg vil her komme med en kort oppsummering av funnene jeg har gjort, før jeg vil konkludere på bakgrunn av forskningsspørsmålene.

6.1 Oppsummering

I denne komparative studien har jeg analysert 2583 matematikkoppgaver innenfor algebra og statistikk fordelt på fire lærebøker i tillegg til TIMSS 2015. Samtlige oppgaver har inngått i den kvantitative fremstillingen, mens i det kvalitative dypdykket ble noen oppgaveeksempler valgt ut. Kategoriseringens utgangspunkt var Lithners (2007) begreper om matematisk resonnering og de kognitive nivåene i TIMSS. Disse ble plassert inn i Charalambous et al. (2010) sitt konseptuelle rammeverk, som måtte bearbeides for å tilpasses mine forskningsspørsmål.

Ut fra denne analysen, fant jeg at kreativ resonnering og det kognitive nivået å resonnere ble viet lite oppmerksomhet i lærebøkene. Det eksisterte noen ulikheter mellom de fire lærebøkene, men en trend var at disse ble vektlagt i langt mindre grad enn imitativ resonnering og de kognitive nivåene å kunne og å anvende. TIMSS inneholdt en større andel av oppgaver med kreativ resonnering og å resonnere enn læreverkene.

6.2 Konklusjon

Innledningsvis presenterte jeg to forskningsspørsmål som jeg ville forsøke å besvare gjennom analysen. For å kunne konkludere på bakgrunn av disse, gjentar jeg dem her:

> *Hvilken matematisk resonnering og hvilke kognitive nivå eksisterer i de utvalgte matematikklærebøkenes oppgaver for 8. og 9. trinn innenfor emneområdene algebra og statistikk?*
>
> *Hvilke likheter og ulikheter eksisterer mellom matematikkoppgavene om algebra og statistikk i de utvalgte lærebøkene og i TIMSS 2015?*

Det første av spørsmålene angår fordelingen av de ulike kategoriene for matematikkoppgavene. Dette ble delvis kommentert i oppsummeringen. Det regjerer et stort flertall av de kognitive nivåene å kunne og å anvende, på bekostning av å resonnere. På samme måte er majoriteten av oppgavene kategorisert som imitativ resonnering i stedet for kreativ.

For å besvare det andre forskningsspørsmålet vil jeg understreke at den matematiske resonneringen som eksisterer i lærebøkene, er i all hovedsak guidet algoritmisk resonnering. Denne konklusjonen gjøres på bakgrunn av Bergqvist (2007) sin forklaring av hendelser. Ved GAR vil elevene møte to hendelser, teori og oppgaveeksempler, før de tar fatt på oppgavene. Elevene vil bruke disse hendelsene for å implementere korrekte løsningsstrategier. I TIMSS vil den imitative resonneringen være av typen familiær algoritmisk resonnering. Dette fordi elevene ikke kan støtte seg til hendelser før oppgavene, og er dermed avhengig av å huske algoritmer som de kan implementere. Både lærebøkene og TIMSS-undersøkelsene inneholdt noe kreativ resonnering, men andelen imitativ resonnering var høyere.

Jeg trakk videre konklusjonen at den lave andelen av kreativ resonnering kan føre til at elevene ikke tilegner seg det Skemp (1976) kaller relasjonell forståelse. Dette vil være den dypere matematiske forståelsen. Det blir heller tilrettelagt for en instrumentell forståelse hos elevene gjennom den høye andelen av imitativ resonnering.

De norske lærebokoppgavene deler noen likheter med TIMSS-oppgavene. Dette ble vist gjennom det kvalitative dypdykket. Likevel er det oppgaver som inngår i TIMSS som vil være på et høyere kognitivt nivå enn hva elevene er vant til fra læreboken, eller inneholde tema elevene enda ikke har lært.

Litteratur

Bakke, B. & Bakke, I. N. (2011). *Grunntall 8: Matematikk for ungdomstrinnet*. Drammen: Elektronisk Undervisningsforlag AS.

Bakke, B. & Bakke, I. N. (2006). *Grunntall 9: Matematikk for ungdomstrinnet*. Drammen: Elektronisk Undervisningsforlag AS.

Bergem, O. K., (2016). Hovedresultater i matematikk. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red), *Vi kan lykkes i realfag: Resultater og analyser fra TIMSS 2015.* Oslo: Universitetsforlaget. Hentet fra https://www.idunn.no/vi-kan-lykkes-i-realfag

Bergem, O. K., Kaarstein, H. & Nilsen, T. (2016). TIMSS 2015. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red), *Vi kan lykkes i realfag: Resultater og analyser fra TIMSS 2015.* Oslo: Universitetsforlaget. Hentet fra https://www.idunn.no/vi-kan-lykkes-i-realfag

Bergqvist, E. (2007). Types of reasoning required in university exams in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 26, 348-370. doi: 19.1916/j.jmathb.2007.11.001

Chang, C. C. & Silalahi, S. M. (2017). A review and content analysis of mathematics textbooks in educational research. *Problems of Education in the 21st century* 75(3), 235-251. Hentet fra http://oaji.net/articles/2017/457-1498500995.pdf

Charalambous, C. Y, Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A comparative analysis of the addition and subtraction of fractions in textbooks from three countries. *Mathematical Thinking and Learning* 12(2), 117-151. DOI: 10.1080/10986060903460070

Cobb, G. W. & Moore, D. S. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *The American Mathematical Monthly* 104(7), 801-823. Hentet fra https://www.tandfonline.com/toc/uamm20/104/9

Cohen, L., Lawrence, M. & Morrison, K. (2011). Research methods in education (7.utg.). New York/London: Routledge

Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative & mixed methods approaches* (4.utg.). Los Angeles: Sage Publications, Inc.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Fan, L. (2013). Textbook research as scientific research: Towards a common ground on issues and methods of research on mathematics textbooks. *ZDM Mathematics Education* 45(5), 765-777. DOI: 10.1007/s11858-013-0530-6

Fan, L., Zhu, Y. & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: Development status and directions. *ZDM Mathematics Education* 45(5), 633-646. DOI: 10.1007/s11858-013-0539-x

Goodlad, J. (1979). *Curriculum inquiry: The study of curriculum practice*. New York: McGraw-Hill

Greene, J. C., Caracelli, V. J., & Graham, W. F. (1989). Toward a conceptual framework for mixed-method evaluation designs. *Educational evaluation and policy analysis*, *11*(3), 255-274. DOI: 129.242.254.17

Grønmo, L. S., Lindquist, M., Arora, A. & Mullis, I. V. S. (2013). TIMSS 2015 Mathematics Framework. I I. V. S. Mullis & M. O. Martin (Red.), *TIMSS 2015 Assessment Frameworks.* Boston: TIMS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement. Hentet fra https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/frameworks.html

Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H. & Borge, I. C. (2012). *Framgang, men langt fram: Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: Akademika Forlag.

Grønmo, L. S. Hole, A. & Borge, I. C. (2017). Oppsummering og drøfting av hovedfunn. I L. S. Grønmo & A. Hole (Red.). *Prioritering og progresjon i skolematematikken: En nøkkel til å lykkes i realfag.* Oslo: Cappelen Damm. Hentet fra https://press.nordicopenaccess.no/index.php/noasp/catalog/book/26

Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2.utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Gundem, B. B. (1998). *Skolens oppgave og innhold: En studiebok i didaktikk* (4.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2014a). *Faktor 8 Grunnbok: Matematikk for ungdomstrinnet*. Oslo: Cappelen Damm.

Hjardar, E. & Pedersen, J.-E. (2014b). *Faktor 9 Grunnbok: Matematikk for ungdomstrinnet*. Oslo: Cappelen Damm.

Huntley, M. A. & Terrell, M. S. (2014). One-step and multi-step linear equations: a content analysis of five textbook series. *ZDM Mathematics Education* 46(5), 751-766. DOI: 10.1007/s11858-014-0627-6

Imsen, G. (2016). *Lærerens verden: Innføring i generell didaktikk* (5.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Item percent correct statistics. TIMSS 2015 International Database. Copyright © 2013 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Publisher: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College. Hentet fra https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-database/

Jensen, M. K. M. & Storaas, A. E. (2015). *En komparativ studie av matematikkoppgaver i et norsk og et finsk læreverk*. (Masteroppgave). UiT Norges arktiske universitet, Tromsø. Hentet fra https://munin.uit.no/handle/10037/8119

Johansson, M. (2003). *Textbooks in mathematics education: a study of textbooks as the potentially implemented curriculum*. (Licentiate thesis), Luleå University of Technology, Luleå. (2003:65).

Jones, D. L., & Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. *Statistics Education Research Journal*, 6(2), 4-27.

Jones, K. & Fujita, T. (2013). Interpretations of national curricula: The case of geometry in textbooks from England and Japan. *ZDM.* 45(5), 671-683. DOI: doi.org/10.1007/s11858-013-0515-5

Lithner, J. (2007). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 67(3), 255-276. DOI: 10.1007/s10649-007-9104-2

Li, Y., Chen, X. & An, S. (2009). Conseptualizing and organizing content for teaching and learning in selected Chinese, Japanese and US mathematics textbooks: the case of fraction devision. *ZDM*, 41, 809-826. DOI: 10.1007/s11858-009-0177-5

Madsen, A. (2009, 06.02). Den nye lærerrollen*. Aftenposten*. Hentet fra https://www.aftenposten.no/meninger/i/x48dG/Den-nye-larerrollen

Mesa, V. (2004). Characterizing practices associated with functions in middle school textbooks: *An empirical approach. Educational Studies in Mathematics*, 56(2-3), 255-286. DOI: 10.1023/B:EDUC.0000040409.63571.56

NESH; De internasjonale forskningsetiske komiteer. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi* (4.utg.). Hentet fra https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf

Nilsen, T. & Kaarstein, H. (2016). TIMSS og statistiske metoder. I O. K. Bergem, H. Kaarstein & T. Nilsen (Red), *Vi kan lykkes i realfag: Resultater og analyser fra TIMSS 2015.* Oslo: Universitetsforlaget. Hentet fra https://www.idunn.no/vi-kan-lykkes-i-realfag

Nordli, S. S. (2017). *En komparativ studie av tre lærebøkers presentasjoner av matematisk innhold og deres krav til elevene*. (Masteroppgave). UiT Norges arktiske universitet, Tromsø. Hentet fra https://munin.uit.no/handle/10037/11315

Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: a collective perspective on resources, their use and transformation. *ZDM*, 45(7), 929-943 DOI: 10.1007/s11858-013-0534-2

Pepin, B. & Haggarty, L. (2001). Mathematics textbooks and their use in English, French and German classrooms: A way to understand teaching and learning cultures. *Zentralblatt for the Didactics of Mathematics*, 33(5), 158-175. DOI: 10.1007/BF02656616

Remillard, J. T. (2005). Examining key concepts in research on teachers' use of mathematics curricula. *Review of Educational Research*, 75(2), 211-246. DOI: 10.3102/00346543075002211

Robitaille, D. F. (1995). Foreword. I G. Howson. *Mathematics textbooks: A comparative study of grade 8 texts* (TIMSS monograph No.3). Vancouver, Canada; Pacific Educational Press.

Scott, J. (1990). *A Matter of Record.* Cambridge: Polity Press og Basil Blackwell Inc.

Sherin, M. G & Drake, C. (2009). Curriculum strategy framework: Investigating patterns in teachers' use of a reform – based elementary mathematics curriculum. *Journal of Curriculum Studies*, 41(4), 467-500. DOI: 10.1080/00220270802696115

Shield, M. & Dole, S. (2012). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. Educational Studies in Mathematics, 82(2), 183-199. Hentet fra https://www.jstor.org/stable/23434868

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. Mathematics teaching. *Mathematics teaching*, 77, 20-26.

TCMA item selection. TIMSS 2015 International Database. Copyright © 2013 International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Publisher: TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education, Boston College. Hentet fra https://timssandpirls.bc.edu/timss2015/international-database/

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitativ metode* (4.utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Tveit, K. (2011). Historisk forskningsmetode. I T. A. Kleven, F. Hjardemaal & K. Tveit (Red.). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode* (2.utg.): Unipub.

Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variables. I Coxford, A.F. & Schulte, A. P. (Red.). *The ideas of algebra, K-12: 1988 Yearbook*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplanen i matematikk fellesfag* (MAT1-04). Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Hovedomraader

Valverde, G. A, Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the book: Using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks.* Dordrecht/Boston/London: Kluwer Academic Publishers.

Viseth, E. & Larsen, M. H. (2013, 03.12). Pisa 2013: Norske elever har aldri vært dårligere i matematikk. *NRK*. Hentet fra https://www.nrk.no/norge/pisa-2013_-darligere-i-realfag-1.11393522

Voss, J. F., Perkins, D. N. & Segal, J. W. (1991). Preface. I: J. F. Voss, D. N. Perkins & J. W. Segal. (Red.) (1991). *Informal reasoning and education.* New York/London: Routledge. Hentet fra https://books.google.no/books?hl=no&lr=&id=L04w7SQfXCsC&oi=fnd&pg=PA311&dq=reasoning+mathematics&ots=G_8OLiycnr&sig=En2lWpLVmaV8Y4aA5e110UoYZGc&redir_esc=y#v=onepage&q&f=false

Vedlegg A: Taushetserklæring

UiO **University of Oslo**
Department of Teacher Education and School Research
The TIMSS project

Taushetserklæring, oppgaver fra TIMSS 2015 (G8) til masteroppgave ved UiT

For TIMSS 2015 er alle oppgavene som er inkludert i blokkene M04 og M08-M14 konfidensielle/taushetsbelagte. Disse oppgavene kan således ikke siteres i tekst eller videreformidles på noen måte.

Som mottaker av materiale fra TIMSS 2015 er jeg inneforstått med at jeg har tilgang til taushetsbelagt materiale. Jeg avlegger med dette et taushetsløfte og lover å ikke videreformidle noe av eller om TIMSS-materialet på noen som helst måte.

Tromsø, april 2018

TONJE ELISABETH SOLHEIM RYVOLD
Navn (blokkbokstaver)

Tonje Elisabeth Ryvold
Signatur

Postal address: Po.Box 1099 Blindern, 0317 Oslo
E-mail: timss2015@ils.uio.no
www.timss.no

Vedlegg B: Innvilget innsyn i konfidensielt materiale

IEA
Researching education, improving learning

Number IEA- 18-023 (to be filled by IEA)

4. **Permission** [X] Granted [ ] Denied

Terms of agreement: Permission is granted for non-exclusive rights to reproduce the material requested above upon the terms and solely for the purpose indicated.

[X] Free [ ] Fee (payable to NL63ABNA0481961968)

Signature: ______________ Date: 27 March 2018

Name: Dirk Hastedt

Title: Executive Director

Disclaimer: Please note that the website and its contents, together with all online and/or printed publications and restricted use items ('works') by TIMSS, PIRLS and other IEA studies, were created with the utmost care. However, the correctness of the information cannot be guaranteed at all times and IEA cannot and will not be held responsible or liable for any damages that may arise from the use of these resources, nor will IEA be liable for the wrongful use and/or interpretation of its works.

Please be advised that IEA cannot authorize the use of texts or items that include third-party copyrighted materials (e.g., reading passages in PIRLS, photographs, images). Users of any third-party copyrighted materials must first seek and be granted copyright permission from the owner of the content as indicated in the copyright citation line.

Please note that permission is only granted for the particular case as described in this form. Any additional use of this or any other IEA materials requires further permission. IEA copyright must be explicitly acknowledged, and the need to obtain permission for any further use of the published text/material clearly stated in the requested use/display of this material.

IEA, its proprietary assessment instruments, and studies are all the result of the choices and combination of elements by which the creator has expressed its creativity in an original matter, further to which a result has been achieved which is an intellectual creation and therefore protected as a copyright protected work, as stipulated in article 10 of the Dutch Copyright Act ("DCA") and article 2(a) of Directive 2001/29/EC regarding the harmonization of certain aspects of copyright and related rights in the information society (the "EU Copyright Directive").[1] The copyrights in these works are owned by IEA. National versions of instruments are recognized as the joint venture and shared intellectual property of the IEA and the relevant participating institutions, and should be treated accordingly.

IEA has a strict Intellectual Property Policy in place regarding third-party use of its copyright protected instruments and studies. All publications and restricted use items by TIMSS, PIRLS and other IEA studies, as well as translations thereof, are for non-commercial, educational and research purposes only. Prior permission is required when using IEA data sources for assessments or learning materials. As stated, IEA reserves the right to refuse copy deemed inappropriate or not properly sourced. IEA Intellectual Property Policy is *inter alia* included on the IEA DPC website (http://rms.iea-dpc.org/) and on the TIMSS and PIRLS website (http://timss.bc.edu/index.html), in which it is clearly stated that all accessible instruments and/or data are IEA proprietary copyright protected. Said webpages also contain links to its permission form, which should be submitted with IEA prior to any use of its materials and/or instruments.

TIMSS, PIRLS, ICCS and ICILS are registered trademarks of IEA. Use of these trademarks without permission of IEA by others may constitute trademark infringement. Furthermore, the website and its contents, together with all online and/or printed publications and restricted use items by TIMSS, PIRLS and other IEA studies are and will remain copyright of IEA.

Exploitation, distribution, redistribution, reproduction and/or transmitting in any form or by any means, including electronic or mechanical methods such as photocopying, information storage and retrieval system of these publications, restricted use items, translations thereof and/or part thereof are prohibited unless written permission has been provided by IEA.

[1] Cf. ECJ 16 July 2009, Case C-5/08 (Infopaq I).

Vedlegg C: Veileder til kategorisering

Generelle merknader:

Oppgaver jeg ikke kunne kategorisere:

Matematisk resonnering:

- *Imitativ resonnering:*
    - Eleven vet hvordan oppgaven kan løses
    - Memorert regler, prosedyrer, algoritmer og løsninger
    - Kun slurvefeil fører til feil svar
    - Poserer liten utfordring når alle steg er memorert
    - Eneste eleven må gjøre for å få korrekt svar på oppgaven, er å plassere oppgavens informasjon inn i en algoritme eller prosedyre
    - Memorert resonnering:
        - Eleven skal gjengi en memorert løsning eller definisjon
        - Implementering av løsningsstrategi består kun i å notere den memorerte definisjonen eller løsningen ned på papiret
    - Algoritmisk resonnering:
        - Eleven velger strategi ut fra memorerte algoritmer
        - Implementeringen av løsningsstrategi består kun i å benytte memorert algoritme eller prosedyre som passer til oppgaven
        - Familiær algoritmisk resonnering: eleven gjenkjenner velkjente oppgaver og vet med en gang hvilken algoritme som skal brukes, typisk pugge-algoritmer
        - Avgrenset algoritmisk resonnering: Eleven er noe usikker på hvilken algoritme som skal benyttes, forsøker derfor med memorerte algoritmer som kanskje kan passe oppgaven, "prøve-og-feile"
        - Guidet algoritmisk resonnering: Eleven får hjelp av lærebok, lærer, medelev etc. til å velge korrekt algoritme
- *Kreativ resonnering:*
    - Eleven har ikke algoritmer eller velkjente måter å løse oppgaven på
    - Eleven må fungere kreativt for å resonnere seg frem til et svar
    - Oppgaven trenger nødvendigvis ikke være utfordrende for eleven, men den må posere noe nytt og ukjent
    - Eleven må fremkalle troverdige argumenter for prosedyre eller løsning
    - Argumentene er bygget på et matematisk grunnlag; eleven må dermed ha oversikt over ulike matematiske egenskaper

Kognitive krav i TIMSS 2015s rammeverk:

- *Å kunne:*
    - Mest grunnleggende i matematikken, selve fundamentet: kunnskapsbase
    - Ikke så mye bruke, mer vite, innpugget kunnskap
    - Huske definisjoner, terminologi, tallegenskaper, måleenheter, geometriske egenskaper og notasjoner
    - Gjenkjenne tall, uttrykk, mengder, former og likeverdige verdier

- Klassifisere tall, uttrykk mengder og former
    - Regne: de fire aritmetiske regnearter, elementære algebraiske prosedyrer
    - Hente informasjon fra grafer, tabeller, tekst, likninger etc.
    - Måle ved bruk av instrumenter, velge korrekt måleenhet
    - Mest hverdagslig
    - Eleven ser løsningen eller veien til løsningen direkte
    - Sette inn tall for ukjente
    - Kortsvarsoppgaver
    - Gjerne oppgaver uten lang oppgaveformulering, ofte kun matematisk innhold, eller kortere tekst
    - Kan være estimering eller gjetting
    - Velge korrekt ukjent eller likning blant flere alternativer
    - Telle utfall, og plassere korrekt i algoritme
    - Sannsynlighet for et enkelt utfall

- *Å anvende*
    - Kjente oppgaver med kjente algoritmer/prosedyrer
    - Mer bruke matematikk enn i K-oppgaver
    - Velge strategier og implementere disse
    - Representere/modellere: Lage grafer, tabeller, ligninger, ulikheter, geometriske figurer, diagrammer, likeverdige representasjoner (brøk, prosent, desimaltall osv.)
        - Representere situasjoner
    - Lage ett uttrykk fra et annet
    - Multiplisere eller dividere med parenteser
    - Multiplisere eller dividere med negative tall eller desimaltall
    - Multiplisere eller dividere med brøk i algebraiske uttrykk
    - Hente ut informasjon fra tekstoppgaver for så bruke dette matematisk
    - Ikke estimering, men nøyaktighet
    - Sannsynlighet for flere utfall, multiplisere sannsynlighetsuttrykk

- *Å resonnere*
    - Nå oppgaven poserer noe nytt og ukjent for eleven
    - ”Problemløsning”
    - Logisk og systematisk matematisk tenkning
    - Bruke flere algoritmer, manipulere algoritmer eller tenke omvendt
    - Analysere: avgjøre, beskrive eller bruke forhold mellom tall, uttrykk, mengder og former
    - Integrere/syntetisere: Koble ulike elementer av kunnskap, relaterte representasjoner og prosedyrer for å løse problemer
    - Evaluere strategier og svar
    - Konkludere: gjøre gyldige slutninger på bakgrunn av informasjon og bevis
    - Generalisere: Påståelser som representerer forhold i generelle og mer anvendbare uttrykk
    - Rettferdiggjøre: Argumentere matematisk for strategier og løsninger
    - Tolke situasjon opp mot strategier og algoritmer

Vedlegg D: Forkortelser i analysen

Bok:		G8 = Grunntall 8
		G9 = Grunntall 9
		F8 = Faktor 8
		F9 = Faktor 9
Oppgavetype:		
	Grunntall:	B = Blå
		R = Rød
		G = Grønn
		A = Aktivitet (med utstyr)
		D = Digital
		S = Samarbeid
		F = Samarbeid + forklaring
		U = Utfordring
	Faktor:	O = Oppgave
		PDS = Prøv deg selv
		NåLP = Noe å lure på
		K = Kalkulator
		F = Finn ut
		FO = Frioppgave
		U = Utfordring
Matematisk resonnering:		IR = Imitativ resonnering
		KR = Kreativ resonnering
Kognitive krav (TIMSS):		K = Å kunne
		A = Å anvende
		R = Å resonnere

Vedlegg E: Eksempel på kategorisering

BOK	TEMA	KAPITTEL	DELKAPITTEL	OPPGAVETYPE						OPPGAVENUMMER	MATEMATISK RESONNERING		KOGNITIVE KRAV			MATEMATISK FORSTÅELSE		MATEMATISK KUNNSKAP		
				O	U	D	S	PDS	NäLP		IR	KR	K	A	R	IF	RF	PK	KK	
				83	33	19	6	17	6	164	129	31	76	53	31	129	31	52	108	
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	RELATIV FREKVENS	1						4.1	1			1		1			1	Lage tabell som viser rela
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	RELATIV FREKVENS	1						4.2	1			1		1			1	Fullføre frekvenstabell (m
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	RELATIV FREKVENS	1						4.3	1			1		1			1	Lage tabell som viser rela
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	RELATIV FREKVENS		1					4.4 a	1			1		1			1	
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	RELATIV FREKVENS		1					4.4 b	1			1		1			1	Lage stolplediagram
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	RELATIV FREKVENS	1						4.5	1			1		1			1	Lage tabell som viser rela
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	RELATIV FREKVENS	1						4.6 a	1			1		1			1	Lage tabell som viser rela
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	RELATIV FREKVENS	1						4.6 b	1		1			1			1	Vise den relative frekven
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	RELATIV FREKVENS		1					4.7	1			1		1			1	Lage tabell som viser rela
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM			1				4.8 a	1			1		1			1	Lage frekvenstabell
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM			1				4.8 b	1			1		1			1	Tegne sektordiagram
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM			1				4.9 a	1			1		1			1	Lage frekvenstabell
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM			1				4.9 b	1			1		1			1	Tegne sektordiagram
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM			1				4.9 c	1		1			1		1		Hente informasjon fra tab
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM			1				4.10	1			1		1			1	Tegne sektordiagram
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM				1					1			1		1		1	Finne "intersection" i et da
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM			1				4.11	1			1		1			1	Tegne sektordiagram
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM			1				4.12	1			1		1			1	
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM		1					4.13 a	1		1			1		1		Hente informasjon fra dia
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM		1					4.13 b	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM		1					4.13 c	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SEKTORDIAGRAM		1					4.13 d	1			1		1			1	Bruke diagram for å finne
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER	1						4.14 a	1		1			1		1		Hente informasjon fra dia
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER	1						4.14 b	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER	1						4.14 c	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER	1						4.14 d	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER				1					1			1		1		1	Resonnere om muligheten
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER			1				4.15	1			1		1			1	Tegne stolpediagram
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER	1						4.16		1			1		1		1	Lage en situasjon som pas
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER	1						4.17 a	1		1			1		1		Hente informasjon fra dia
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER	1						4.17 b	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER	1						4.17 c	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER		1					4.18 a	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER		1					4.18 b	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER			1				4.19 a	1			1		1			1	Tegne stolpediagram
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER			1				4.19 b	1			1		1			1	Tegne sektordiagram
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER			1				4.20 a	1			1		1			1	Tegne linjediagram
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER			1				4.20 b	1		1			1		1		Hente informasjon fra dia
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER			1				4.20 c	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	ANDRE DIAGRAMMER			1				4.20 d	1		1			1		1		
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	KRITISK BRUK AV DIAGRAMMER	1						4.21 a		1			1		1		1	Korrigere diagram slik at
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	KRITISK BRUK AV DIAGRAMMER	1						4.21 b		1			1		1		1	
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	KRITISK BRUK AV DIAGRAMMER		1					4.22 a		1			1		1		1	Diskutere om bruken av d
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	KRITISK BRUK AV DIAGRAMMER		1					4.22 b		1			1		1		1	Korrigere diagram slik at
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	KRITISK BRUK AV DIAGRAMMER		1					4.23 a	1			1		1			1	Tegne to linjediagram me
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	KRITISK BRUK AV DIAGRAMMER		1					4.23 b	1			1		1			1	
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	KRITISK BRUK AV DIAGRAMMER		1					4.23 c		1			1		1		1	Sammenligne de to fremst
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SENTRALMÅL OG VARIASJONSBREDDE	1						4.24 a	1		1			1			1	Finne gjennomsnittsverdi,
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SENTRALMÅL OG VARIASJONSBREDDE	1						4.24 b	1		1			1			1	
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SENTRALMÅL OG VARIASJONSBREDDE	1						4.24 c	1		1			1			1	
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SENTRALMÅL OG VARIASJONSBREDDE	1						4.25 a	1		1			1			1	
F9	STATISTIKK	4 STATISTIKK OG SANNSYNLIGHETSRE	SENTRALMÅL OG VARIASJONSBREDDE	1						4.25 b	1		1			1			1	Finne median, typetall og

BOK	TEMA	KAPITTEL	DELKAPITTEL	OPPGAVETYPE						OPPGAVENUMMER	MATEMATISK RESONNERING		KOGNITIVE KRAV			MATEMATISK FORSTÅELSE		MATEMATISK KUNNSKAP		NOTA
				B	R	G	D	A	U		IR	KR	K	A	R	IF	RF	PK	KK	
			SUM	266	238	119	3	16	7		637	2	319	318	2	637	2	315	324	
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.1 a	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.1 b	1		1			1		1		Finne verdi for en ukjent gitt verdi for annen ukjent
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.1 c	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.1 d	1			1		1		1		A fordi lage uttrykk
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.2 a	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.2 b	1		1			1		1		Finne verdi for en ukjent gitt verdi for annen ukjent
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.2 c	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.2 d	1			1		1		1		A fordi lage uttrykk
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.3 a	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.3 b	1		1			1		1		Finne verdi for en ukjent gitt verdi for annen ukjent
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.3 c	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.3 d	1			1		1		1		A fordi lage uttrykk
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.4 a	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.4 b	1		1			1		1		Finne verdi for en ukjent gitt verdi for annen ukjent
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.4 c	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.4 d	1			1		1		1		A fordi lage uttrykk
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.5 a	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.5 b	1		1			1		1		Finne verdi for en ukjent gitt verdi for annen ukjent
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.5 c	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.5 d	1			1		1		1		A fordi lage uttrykk
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.6 a	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.6 b	1		1			1		1		Finne verdi for en ukjent gitt verdi for annen ukjent
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.6 c	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER	1						8.6 d	1			1		1		1		A fordi lage uttrykk
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.7 a	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.7 b	1		1			1		1		Finne verdi for en ukjent gitt verdi for annen ukjent
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.7 c	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.7 d	1			1		1		1		A fordi lage uttrykk
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.8 a	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.8 b	1		1			1		1		Finne verdi for en ukjent gitt verdi for annen ukjent
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.8 c	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.8 d	1			1		1		1		A fordi lage uttrykk
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.9	1			1		1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.10	1			1		1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.11	1			1		1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER		1					8.12	1			1		1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER			1				8.13 a	1			1		1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER			1				8.13 b	1			1		1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	LAGE FORMLER			1				8.14	1			1		1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	VERDIEN AV ET UTTRYKK	1						8.15	1		1			1			1	KK fordi areal
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	VERDIEN AV ET UTTRYKK	1						8.16	1		1			1			1	KK fordi omkrets
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	VERDIEN AV ET UTTRYKK	1						8.17	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	VERDIEN AV ET UTTRYKK	1						8.18 a	1		1			1		1		Verdi av uttrykk gitt ukjente
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	VERDIEN AV ET UTTRYKK	1						8.18 b	1		1			1		1		
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	VERDIEN AV ET UTTRYKK	1						8.18 c	1			1		1			1	KK/A fordi multiplikasjon av desimaltall
G8	ALGEBRA	8 ALGEBRA	VERDIEN AV ET UTTRYKK	1						8.19 a	1		1			1		1		