Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Elevers strategibruk ved multiplikasjon av desimaltall

En kvalitativ undersøkelse av strategibruk hos elever i 7.-klasse på tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall

—

Tor-Arne Gyth

Masteroppgave i lærerutdanning 5.-10. trinn, Mai 2018

Sammendrag

Denne studien har tittelen: Elevers strategibruk ved multiplikasjon av desimaltall. Formålet med studien er å kartlegge strategibruken til elever i 7.-klasse når de arbeider med multiplikasjon av desimaltall på tekstoppgaver og oppsatte stykker, og å se om strategibruken endrer seg ved ulike presentasjoner av matematiske problem. Studiet tar utgangspunkt i et sosialkonstruktivistisk kunnskapssyn i paradigmet kognitiv psykologi, og har et kvalitativt forskningsdesign. Datainnsamlingen har blitt utført blant elever i 7.-klasse som deltok frivillig. Som metode for datainnsamlingen har jeg utført kognitive intervju med et oppgavesett bestående av en blanding av tekstoppgaver av ulike *multiplikative situasjoner* og oppsatte multiplikasjonsstykker. Jeg gjorde lydopptak av intervjuene for å i ettertid kunne utføre en nøyaktig fortolkning av elevenes strategibruk. Videre ble intervjuene transkribert og fortolket og analysert deduktivt.

Gjennom analysen av datamaterialet kommer det frem at elevene i stor grad benytter seg av en *generell strategi* i form av en multiplikasjonsalgoritme. Samtidig som elevene regner ved bruk av en algoritme som hovedstrategi blir også delstrategier som *kompenseringsstrategi*, *regelstrategi* og *direkte retrieval* brukt. Resultatene viser at elevene ikke endrer bruk av strategi når den multiplikative situasjonen endres, og det er heller ingen direkte forskjell på strategibruken ved tekstoppgaver og oppsatte stykker, men at elevene kun endrer strategi basert på rekkefølgen på faktorene. Da blir både *kommutativitet* og strategier som baserer seg på *oppdeling av tall* benyttet.

Forord

Å jobbe med en master har vært veldig interessant og lærerikt, og det er med et smil at jeg skriver dette forordet på mastergradsoppgaven som markerer min avslutning på årene jeg har studert ved UiT. Her vil jeg trekke frem og takke de som har bidratt til at denne mastergradsoppgaven til slutt har blitt en realitet.

Først vil jeg sende en stor takk til min veileder i dette prosjektet, Janne Fauskanger. Det kan ikke vært lett å jobbe på andre siden av landet og samtidig komme med gode og raske tilbakemeldinger og råd gjennom hele perioden.

Jeg vil videre sende en takk til skolen hvor jeg gjennomførte datainnsamlingen. Tusen takk til ledelsen ved skolen som har støttet meg og prosjektet fra første dag. Tusen takk til lærerne ved 7. trinn som lot meg gjennomføre intervju til enhver tid. Tusen takk til elevene som frivillig stilte opp som informanter og gjennomførte intervjuene som om de hadde gjort det 100 ganger før.

Jeg vil også sende en takk til venner og kolleger som har hatt troen på meg hele veien. Det har vært viktig!

Tusen takk til Mamma og Pappa.

Til slutt vil jeg takke Hawre, min kjære forlovede. Takk for at du har støttet meg, motivert meg, trodd på meg og holdt ut med meg. Du har vært psykolog, kokk, DJ, kjæreste, kritiker, pågangsmotor, film- og serieanmelder, lege, fysioterapeut, hundelufter, nyhetsoppleser, strikker, korrekturleser, gartner og mye mer. Du er herlig! Nå er oppgaven ferdig, og fokuset rettes mot vårt bryllup i høst og mot å gjøre deg lykkelig resten av livet.

Tromsø, Mai 2018

Tor-Arne Gyth

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

I innledningen skal jeg redegjøre for bakgrunnen for prosjektet, valg av tema, formålet for undersøkelsen, valg av forskningsspørsmål og hvordan masterprosjektet mitt er bygd opp.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

Mitt valg av tema for prosjektet utartet seg i startfasen særlig fra ett sitat. «[…] it is well known that students experience considerable difficulty both with word problems involving decimals and with purely computational tasks.» (Greer, 1992, s. 278) Elever har problemer med å løse både tekstoppgaver og oppsatte stykker som involverer desimaltall. Dette er interessant å se nærmere på, men for en masteroppgave vil det bli et alt for stort omfang å undersøke tekstoppgaver og oppsatte stykker som involverer desimaltall. Det var da jeg kom over en ferskere forskningsrapport angående desimaltall at jeg valgte å spisse omfanget av prosjektet til å omhandle multiplikasjon av desimaltall. «Understanding of multiplication and division of decimals also is weak in countries that are top performers on international comparisons of mathematical achievement, for example China.» (Lortie-Forgues, Tian & Siegler, 2015, s. 4). Forståelsen for multiplikasjon og divisjon av desimaltall er lav i land som topper internasjonale tester som sammenligninger elevers matematiske ferdigheter, for eksempel resultater fra PISA tester (ibid.). Multiplikasjon og divisjon er fortsatt et stort område i matematikken, så for å kunne undersøke dette aspektet ved desimaltall på en hensiktsmessig måte, var jeg nødt til å separere de to regneartene og kun forholde meg til én av dem. Personlig interesserer jeg meg mest for divisjon av de to regneartene, så for å utvide mitt eget kunnskapsområde og min interesse for multiplikasjon, valgte jeg å gå i dybden på multiplikasjon av desimaltall. Videre ser jeg på to sitatene sammen i lys av multiplikasjon, at den internasjonale forståelsen for multiplikasjon av desimaltall er lav, samtidig som elever finner tekstoppgaver og oppsatte stykker som involverer desimaltall vanskelig.

Som kommende matematikklærer er det viktig å forstå både hvorfor resultatene på multiplikasjon og divisjon av desimaltall er svake på internasjonale tester og hvorfor elever synes desimaltallsoperasjoner er vanskelig, men det er også viktig å gjøre et grunnarbeid før en kan prøve å forstå de svake resultatene. En del av dette grunnarbeidet er å få innsikt i hvordan elever i utgangspunktet arbeider med og løser tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall. Vet en ikke hvilke løsningsstrategier elevene benytter seg av for å løse oppgaver med multiplikasjon av desimaltall, kan en si lite om hvorfor forståelsen for og resultatene av multiplikasjon av desimaltall er svake. I følge Cai, Hwang, Jiang og Silber

(2015) er det en sammenheng mellom hvordan et matematisk problem presenteres og hvilke strategier som blir brukt for å løse problemet. I min forskning har jeg kartlagt hvilke løsningsstrategier elever benytter seg av på ulike fremstillinger av oppgaver som involverer multiplikasjon av desimaltall, og jeg har sett på om det er noen sammenheng mellom hvordan de matematiske problemene presenteres og hvilke strategier som blir brukt.

Formålet med prosjektet er derfor å kartlegge strategibruken til elever når de arbeider med multiplikasjon av desimaltall, og å se om strategibruken endrer seg ved ulike fremstillinger av problem, slik som ved oppsatte stykker og tekstoppgaver.

Tidligere har det vært forsket mye på strategibruk med multiplikasjon av heltall (for eksempel Ambrose, Baek og Carpenter (2003), Verschaffel, Greer og De Corte (2007), Hecht (1999) og Ostad (2013)), men ingen av disse har fokus på multiplikasjon av desimaltall. På denne måten kan resultatene fra min forskning hjelpe til å danne et bilde av hvordan elever arbeider med multiplikasjon av desimaltall, og resultatene mine kan videre brukes til å forstå hvorfor elever har vansker ved multiplikasjon av desimaltall. Herfra kan resultatene fra forskningen min bli brukt til å utvikle undervisningen slik at elever får en mer relasjonell forståelse (Skemp, 1978) for multiplikasjon av desimaltall.

1.2 Forskningsspørsmål

Med tanke på valg av tema og prosjektets formål, har jeg formulert følgende forskningsspørsmål som utgangpunktet for mitt masterprosjekt:

Hvilke strategier bruker elever når de jobber med tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall?

1.3 Oppbygning av oppgaven

Prosjektet mitt er bygd opp fem kapitler. I kapittel 1 har jeg nå presentert bakgrunn for og formålet med prosjektet, samt forskningsspørsmålet som underbygger hele prosjektet. I kapittel 2 tar jeg for meg det teoretiske grunnlaget for oppgaven. I kapittel 3 begrunner jeg valg i prosjektets design, begrunner valg av metode for datainnsamling og analytisk tilnærming. Jeg tar også for meg prosjektets grad av troverdighet og forskningsetiske betraktninger. I kapittel 4 presenteres funn og resultater fra analysen av datamaterialet, en diskusjon som svarer på forskningsspørsmålet, og didaktiske refleksjoner rundt prosjektet. I kapittel 5 summerer jeg opp hele prosjektet. Sist i dokumentet kommer kildehenvisning og vedlegg.

2 Teori

I dette kapittelet tar jeg for meg eksisterende litteratur på feltet *multiplikasjon* og definerer ut fra dette hva *multiplikasjon* av *desimaltall* er. Videre skal jeg ta for meg ulike modeller for hvordan elever forstår multiplikasjon. Forskningsspørsmålet mitt handler om elevers *strategivalg* med multiplikasjon av desimaltall, og jeg skal derfor definere hva begrepet *strategi* omhandler i min forskning, samt beskrive relevante *multiplikasjonsstrategier for desimaltall* som litteraturen fremmer. Til slutt har jeg laget en oversiktstabell for strategier ved multiplikasjon av desimaltall som skal tas i bruk når datamaterialet skal loggføres og analyseres.

2.1 Multiplikasjon

For å kunne svare på forskningsspørsmålet mitt, er jeg først nødt til å se på hva *multiplikasjon* er og hvilke *egenskaper* multiplikasjon har. Jeg skal først ta for meg ulike multiplikative situasjonsmodeller (Greer, 1992) som er relevant for min forskning. Deretter ser jeg på multiplikative lover og hvordan de er relevant for mitt prosjekt.

2.1.1 Multiplikative situasjoner

Hvordan en forstår begrepet multiplikasjon, kommer an på hva en har tenkt å bruke multiplikasjon til og i hvilken situasjon en har tenkt å bruke multiplikasjon. Ulike *situasjonsmodeller for multiplikasjon* viser til ulike aspekter ved multiplikasjon (Barmby, Harries, Higgins & Suggate, 2009; Greer, 1992) og hvordan en regner med, forstår multiplikasjon og organiserer multiplikasjonsoppgaver. I min forskning er det seks av disse situasjonsmodellene for multiplikasjon som kan være relevante og som jeg derfor skal redegjøre for. Disse seks situasjonsmodellene for multiplikasjon er *likeverdige målinger* (equal measures), *kvantitetsmålinger* (rate), *målingskonvertering* (measure conversion), *multiplikativ sammenligning* (multiplicative comparison), *rektangulært areal* (rectangular area) og *multiplikativ endring* (multiplicative change) (Greer, 1992). Et eksempel på *likeverdige målinger* kan være at 3 barn har 4,2 liter saft hver og en skal finne totalmengden av saft (ibid.). *Kvantitetsmålinger* kan eksemplifiseres ved å la en båt ha en gjennomsnittsfart på 4,2 meter per sekund, og la oppgaven være å finne ut hvor langt den har kjørt ved 3,2 sekunder (ibid.). *Målingskonvertering* er når en konverterer måleenheter, for eksempel fra cm til inch. Eksempel på oppgave kan være at en inch er omtrent 2,54 cm, hvor langt vil da 3,4 inch være i centimeter? (ibid.) *Multiplikativ sammenligning* dreier seg om å sammenligne adskilte objekter. For eksempel er grunnstoffet jern 0,88 ganger tyngre enn grunnstoffet kobber. Hvis et stykke kobber veier 4,2 kg, hvor mye veier da et like stort stykke med jern? (ibid.) Den multiplikative situasjonen *rektangulært areal* dreier seg om lengdemål som transformeres til areal ved multiplikasjon. For eksempel finner en arealet til en bordplate som er 2,3 meter lang og 0,75 meter bred ved å multiplisere de nevnte lengdemålene med hverandre (ibid.). Sist dreier *multiplikativ endring* seg om å sammenligne endringer i samme enhet før og etter en transformasjon. For eksempel hvis en gummistrikk kan strekkes 3,3 ganger sin nøytrale originallengde, hvor langt kan en strekke en strikk som har en originallengde på 4,2 meter? (ibid.)

Blant situasjonsmodellene til Greer (ibid.), blir i tillegg situasjonen *likeverdige grupper* beskrevet som antallet i en gruppe multipliseres med antallet grupper (for eksempel tre poser med fire boller i hver, 3·4). Det er typisk at det er likeverdige grupper som først blir introdusert for elever i skolen, og multiplikasjon på denne måten blir forbundet med gjentatt addisjon, særlig i fasen hvor en introduserer multiplikasjon (Greer, 1992; Izsák, 2004; Larsson, 2016). En fordring for likeverdige grupper er at første faktor er et heltall (eksempelvis tre poser med fire og en halv bolle hver: 3·4,5). Når multiplikasjon utvides til å omfatte desimaltall, blir det vanskeligere å se på og forstå multiplikasjon som likeverdige grupper, og multiplikasjon går da over fra å kunne utføres med additiv tankegang til at en multiplikativ tankegang er nødvendig. Elevene er derfor helt nødt til å kunne forstå konseptualiseringen av multiplikasjon som situasjonsmodellene beskrevet over, og lærerne må legge til rette for at elevene utvikler en slik forståelse.

Greer (1992) beskriver ulike multiplikasjonsmodeller som enten symmetriske eller asymmetriske. Dette handler om hvorvidt multiplikasjonssituasjonene legger til rette for at faktorene er kommutative, altså om det er mulig å endre rekkefølge på faktorene uten at det spiller rolle for hvordan en forstår oppgaven. Dersom det er mulig å endre faktorenes rekkefølge er situasjonsmodellen symmetrisk, dersom det ikke går an å endre faktorenes rekkefølge er situasjonsmodellen asymmetrisk. For eksempel vil ikke likeverdige målinger legge til rette for at faktorene er kommutative, da faktorene har ulike roller i oppgaven (Schliemann, Araujo, Cassundé, Macedo & Nicéas, 1998). Oppgaven «3 barn har 4,2 liter saft hver» er lett å se for seg, mens oppgaven «4,2 barn har 3 liter saft hver» ikke vil være passende å se for seg i en oppgave for barn. På den andre siden, vil rektangulære areal legge godt til rette for kommutative faktorer og derfor gå inn under en symmetrisk situasjonsmodell, da det er snakk om to lengdeenheter som skal multipliseres (ibid.). For eksempel «2,3 meter · 0,7 meter» kan forstås som «0,7 meter · 2,3 meter» uten at det endrer oppgavens konsept i å finne det rektangulære området.

Greer (1992) beskriver videre hvordan ulike situasjonsmodeller legger til rette for konseptualisering av desimalmultiplikasjon. Situasjonsmodeller som tillater kontinuerlige variabler er lettere å se for seg. For eksempel er det ikke vanskelig å se for seg et rektangel med lengdene 2,3 meter og 0,7 meter, heller ikke det at noen kan ha 2,3 ganger mer penger enn noen som har 0,7 Euro mister sin konseptuelle verdi (Larsson, Pettersson & Andrews, 2017). Derimot er det urealistisk å ha 2,3 poser som inneholder 0,7 boller (ibid.).

Det er en sammenheng mellom hvordan et matematisk problem presenteres og hvilke strategier som blir brukt for å løse problemet (Cai et al., 2015), og de multiplikative situasjonsmodellene til Greer (1992) gir ulike presentasjoner av matematiske problem. Derfor vil det være viktig at jeg benytter meg av ulike multiplikative situasjoner i forskningen min, slik at jeg kan undersøke om strategibruken endrer seg ved ulike multiplikative situasjoner.

2.1.2 Multiplikative egenskaper

Her skal jeg redegjøre for de multiplikative lovene *kommutativitet*, *distributivitet* og *assosiativitet*. Dersom en elev er i stand til å benytte seg av multiplikative lover, vil det kunne være med på å bestemme strategiske valg hos eleven. På den måten er det derfor relevant for mitt prosjekt å vurdere bruk av multiplikative lover.

At multiplikasjon har en *kommutativ lov*, har jeg allerede vært innom. Den kommutative loven dreier seg om at det går an og er lov å endre rekkefølgen på faktorer i multiplikasjonsoppgaver (og i addisjonsoppgaver) uten at oppgaven endrer mål, slik at a · b = b · a eller 0,2 · 2,6 = 2,6 · 0,2. Schliemann et al. (1998) skriver at unge elever ikke er i stand til å utvikle en kommutativ forståelse ved multiplikasjon dersom de ikke blir introdusert for det, og viser til at brasilianske gatebarn som skal ha 60 objekter som hver koster fire Cruzeiro (brasiliansk valuta mens forskningen pågikk), adderer fire 60 ganger framfor å benytte seg av den kommutative lov og addere 60 fire ganger. Squire, Davies og Bryant (2004) beskriver at engelske 9- og 10-åringer, hvor det er mer sannsynlig at de har fått instruksjoner, har en bedre forståelse for den kommutative loven i multiplikasjon. I den norske skolen introduseres den kommutative lov i sammenheng med heltallsmultiplikasjon (Utdanningsdirektoratet, 2015, s. 11), og derfor kan en forvente bruk og forståelse av kommutativitet hos elever i 7.-klassen som deltar i prosjektet mitt.

Den *distributive lov* og den *assosiative lov* er de to andre lovene som gjelder for multiplikasjon. Den distributive loven underbygger mentale beregningsstrategier og algebra og er vanskeligere å lære enn den kommutative lov. Den skrives som $a(b+c) = ab + ac$. Denne loven kan blant annet brukes i situasjonsmodellen *rektangulært areal* (Greer, 1992; Izsák, 2004). Den distributive loven er også grunnprinsippet i flere algoritmer for multiplikasjon, hvor man deler opp oppgaven i enklere operasjoner. Den assosiative lov kan brukes dersom der er flere enn to faktorer i operasjonen. Her kan en multiplisere hvilke som helst to av faktorene før en multipliserer med den tredje: $(a \cdot b) \cdot c = (b \cdot c) \cdot a = (a \cdot c) \cdot b$. Denne loven underbygger en dobling-halveringsstrategi (Larsson et al., 2017), slik at oppgaven $1{,}6 \cdot 2{,}5$ kan for eksempel endres til $(0{,}8 \cdot 2) \cdot 2{,}5 = 0{,}8 \cdot (2 \cdot 2{,}5) = 0{,}8 \cdot 5{,}0$.

2.1.3 Multiplikasjon av desimaltall

«Understanding fraction and decimal arithmetic requires understanding of the fractions and decimals themselves» (Lortie-Forgues et al., 2015, s. 203). Altså må elever ha en forståelse av begrepet *desimaltall* og desimaltalls *egenskaper* før de kan gjennomføre multiplikasjon av desimaltall.

Et desimaltall kan defineres som en uendelig deling av enheter slik at den aktuelle mengden er representert med en brøkdel til ønsket grad av nøyaktighet (Greer, 1992, s. 278). Denne definisjonen av desimaltall blir også delt av Hiebert (1992): «The decimal notation system is designed to represent quantities that have been measured with units and parts of units.» (Hiebert, 1992, s. 285). Altså består desimaltall av deler av tall slik at tallets verdi representeres så nøyaktig som mulig. Her er det viktig at elever kjenner til plassverdisystemet for desimaler og at det har spesielle egenskaper satt opp mot heltall. Et heltall med flere siffer har alltid har større verdi enn et heltall med få siffer (for eksempel 204 er større enn 98), men et desimaltall med flere siffer vil ikke alltid ha større verdi enn et desimaltall med få siffer (for eksempel har 2,34119 lavere verdi enn 2,4) (Lortie-Forgues et al., 2015). Videre har desimaltall beskrivende navn ut fra hvor mange desimaler det er snakk om i tallet. For eksempel er 0,25 25 *hundredeler* og 0,250 er 250 *tusendeler*, og selv om tallets verdi er lik, er navnene ulik på grunn av antallet desimaler. Om en skal multiplisere av desimaltall, inngår det også en viktig forskjell fra multiplikasjon med heltall. Multiplisering av heltall vil aldri føre til at produktet har lavere verdi enn faktorene, men dersom man multipliserer to desimaltall mellom 0 og 1 med hverandre, vil produktets verdi alltid være lavere enn verdien til begge faktorene (ibid.), og dersom en multipliserer en faktor mellom 0 og 1 med en faktor over 1, vil produktet få lavere verdi enn verdien til den andre faktoren.

Multiplikasjon av desimaltall skiller seg gjerne fra multiplikasjon med heltall ved at det kreves multiplikativ tankegang for å utføre operasjoner. Lampert (1986) skriver at en ikke trenger å forstå meningen av multiplikasjon for å vite at $5 \cdot 6$ blir 30 og at denne oppgaven stimulerer mer til en additiv tankegang framfor en multiplikativ tankegang. Dette understrekes av Vergnaud (1983) i det følgende sitatet: «Multiplicative structures rely partly on additive structures; but they also have their own intrinsic organization which is not reducible to additive aspects.» (Vergnaud, 1983, s. 128). I kontrast til additiv tankegang, er multiplikativ tankegang det å tenke på et høyere abstrakt nivå med flere ulike abstraksjoner samtidig og i sammenheng med hverandre (Larsson, 2013; Piaget & Ackermann-Valladao, 1987). I situasjonsmodellene (Greer, 1992) jeg har fremhevet i kapittel 2.1.1, er det snakk om ulike oppgavetyper som krever en forståelse for konseptualiseringen av multiplikasjon. Dersom multiplikasjonsoppgaven inneholder desimaltall er det ikke mulig å resonnere additivt (Larsson, 2015). For eksempel går det ikke å tenke seg til (additivt) hvordan man skal repetere et tall nøyaktig 4,62 ganger eller å løse oppgaven $0{,}5 \cdot 0{,}5$. Her kreves det multiplikativ resonnering.

Et annet viktig aspekt ved multiplikasjon av desimaltall handler om «plasseringen» av desimaltegnet. «[…] the standard procedures used for all decimal arithmetic operations closely resemble those used for whole number arithmetic, with the exception that decimal arithmetic requires correct placement of the decimal point.» (Lortie-Forgues et al., 2015, s. 205). Det eneste korrekte er å plassere desimaltegnet mellom enerplassen og tidelsplassen, men ved multiplikasjon av desimaltall handler det for mange elever kun om å vite hvor mange desimaler produktet består av, og derfor det å «plassere» desimaltegnet på riktig plass. «The location of the decimal point in the answer corresponds to the sum of the decimal places in the multiplicand» (ibid., s. 209). Altså avhenger antall desimaler i et produkt av hvor mange desimaler det er totalt i faktorene. Dette er en regel elever kan benytte seg av for å løse oppgaver, men som også kan føre til at de ikke utvikler en forståelse for konseptualiseringen av desimaltall. En vanlig misforståelse som fører til gale svar ved multiplikasjon av desimaltall, er å overføre addisjons- og subtraksjonsprosedyrer for plassering av desimaltegnet til multiplikasjonen, slik at $0{,}2 \cdot 0{,}3$ kan ende opp med å bli 0,6 (ibid.). Dersom 0,2 og 0,3 hadde blitt addert eller subtrahert, ville en fått 0,5 ved addisjon og 0,1 eller -0,1 ved subtraksjon. Ettersom det er to tideler og tre tideler som er faktorene i oppgaven $0{,}2 \cdot 0{,}3$, vil oppgaven her være å finne to tidels tredeler eller tre tidels todeler.

2.2 Multiplikasjonsstrategier for desimaltall

Her skal jeg presentere ulike *multiplikasjonsstrategier for desimaltall* som vil være relevant for min forskning. Men før jeg kan fremme strategiene, er jeg nødt til å definere hva en strategi er og også avgrense begrepet med tanke på mitt prosjekt.

2.2.1 Strategi

Strategi kan defineres som hvilken som helst fremgangsmåte brukt i den hensikt å løse en bestemt oppgave (Ostad, 2013). Siegler og Jenkins (1989) definerer begrepet ved å inkludere alle handlinger som er målrettet og ikke-obligatoriske når en løser oppgaver. De (Siegler & Jenkins) skiller mellom strategier og prosedyrer ved å si at en prosedyre er en obligatorisk, ensidig måte å oppnå et mål på. Jeg er i min forskning ute etter å forstå strategibruken til elever når de løser oppgaver med multiplikasjon av desimaltall, slik at strategitilnærmingen til Ostad (2013) er relevant å bruke i min oppgave: «Hvilken som helst fremgangsmåte brukt i den hensikt å løse en bestemt oppgave» (Ostad, 2013, s. 11).

Goldman (1989) beskriver at vi kan skille mellom to hovedkategorier av strategier; *generelle strategier* og *oppgavespesifikke strategier*. Generelle strategier har fokus på matematikkopplæringen og det metodiske opplegget (Askeland, 2009; Ostad, 2013). Algoritmer faller dermed innenfor denne kategorien. Oppgavespesifikke strategier dreier seg om «de organiserte, domene-spesifikke prosedyrene som aktiviseres når eleven står overfor den utfordringen en matematikkoppgave representerer og som retter seg mot det mål å løse denne oppgaven» (Ostad, 2013, s. 13). Dette er hva Carpenter, Franke, Jacobs, Fennema og Empson (1998) refererer til som *invented strategies*, de mer alternative metodene elever har til disposisjon når matematiske oppgaver skal løses, hvor de *ikke* bruker de tradisjonelle algoritmene for å finne svar, men heller finner på eller oppdager andre egnede fremgangsmåter for å løse et problem. Askeland (2009) poengterer at det er fremgangsmåter som benyttes når enklere oppgaver skal løses. Oppgavespesifikke strategier blir vanligvis klassifisert i to grupper, som *retrievalstrategier* og *backupstrategier* (Askeland, 2009; Ostad, 2013; Siegler & Jenkins, 1989). Retrievalstrategier kan sees på som tenkestrategier, og kjennetegnes når elever automatisk henter frem kunnskapsenheter sitt kunnskapslager slik at det kan virke som at eleven umiddelbart vet svaret (Askeland, 2009; Lemaire, Siegler & Hunt, 1995; Ostad, 2013; Siegler & Jenkins, 1989). For eksempel når en elev har direkte automatisert multiplikasjonsstykker fra den lille multiplikasjonstabellen, eller bruker direkte automatiserte multiplikasjonsstykker for å finne svar på lignende oppgaver. *Backupstrategier* defineres som alle de øvrige strategiene som ikke er retrievalstrategier (Ostad, 2013), som for eksempel regelstrategier (ibid.) eller tellestrategier (Askeland, 2009). Oppgavers vanskelighetsgrad påvirker elevers valg av strategi, om det blir brukt en *retrievalstrategi* eller en *backupstrategi* (Lemaire et al., 1995).

I min forskning vil både generelle strategier og oppgavespesifikke strategier være relevant. Elevene står fritt til å selv velge hvilke fremgangsmetoder de velger for å løse oppgavene de får presentert. Siden jeg tar utgangspunkt i strategidefinisjonen til Ostad (2013), vil alle fremgangsmåter for å løse oppgaver kunne bidra til at jeg kan svare på forskningsspørsmålet mitt.

Elever som arbeider med matematiske problemer kan benytte seg av mange ulike typer strategier for å løse oppgaver med multiplikasjon av desimaltall. Når det kommer til hvordan elevene velger ut hvilken strategi som skal benyttes for å løse matematiske oppgaver, bygger det på hvor god matematisk forståelse og kunnskap eleven har og hvor godt eleven forstår det matematiske innholdet i en oppgave. Kunnskap om og forståelse for addisjon, enheter, gruppering av tiere, plassverdisystemet, desimaltall, desimaltalls egenskaper og egenskapene til de fire grunnleggende regneartene (Ambrose et al., 2003) er med på å bestemme hvilke strategier som blir valgt ut og benyttet ved multiplikasjon av desimaltall. Skemp (1978) beskriver, inspirert av Stieg Mellin-Olsen, begrepene *relasjonell* forståelse og *instrumentell* forståelse for å redegjøre for hvordan elever forstår det matematiske innholdet i oppgaver. Relasjonell forståelse kan beskrives som å forstå hva man skal gjøre og hvorfor, mens instrumentell forståelse kan beskrives som å kunne bruke matematiske regler uten forståelse for hvorfor de virker (ibid.). Dersom en elev benytter seg av generelle strategier som algoritmer, vil jeg forsøke å avdekke hvorfor eleven benytter en algoritme og hvordan den eleven forstår algoritmens funksjon. Dersom eleven er i stand til å forklare en form for distributivitet, viser eleven en god relasjonell forståelse. Dersom eleven forklarer algoritmen som noe som bare fungerer (eller lignende), viser eleven en instrumentell forståelse for algoritmen.

2.2.2 Relevante strategier

Når jeg gjennomfører datainnsamlingen til mitt prosjekt, er jeg ute etter å forstå hvilke strategier som blir brukt ved multiplikasjon av desimaltall, men jeg vil også se på om det er noen forskjeller i strategibruk når oppgavene presenteres ulikt (både som oppsatte stykker og tekstoppgaver, men også i ulike multiplikative situasjoner). Av den grunn er jeg nødt til å lage en oversikt over hvilke strategier litteraturen fremhever at jeg kan forvente å se hos elevene, og deretter organisere multiplikasjonsstrategiene jeg kommer til å vektlegge i avgrensede kategorier. Jeg ser først på multiplikasjonsstrategier som litteraturen fremhever som de mest vanlige, og ser hvordan de lar seg gjennomføre dersom oppgaver inkluderer desimaltall. Deretter skal jeg se på strategier som er begrenset til bruk ved multiplikasjon av desimaltall.

Grunnleggende og konkrete multiplikasjonsstrategier baserer seg på bruken av 10-gangen, mer abstrakt strategibruk baserer seg på kunnskap om og forståelse for addisjon, dobling og dekomponering av tall, mens enda mer abstrakt strategibruk er basert på gruppering av tiere og plassverdisystemet (Ambrose et al., 2003). I følge Ambrose et al. (2003) og Verschaffel et al. (2007) er det fire multiplikasjonsstrategier som går igjen hos mange elever og er de mest vanlige når elever regner med flersifrede heltall i multiplikasjon. Verschaffel et al. (2007) presiserer at elever også ofte kan finne opp egne individuelle strategier, men at det altså er fire strategier som går igjen. Disse fire er *direkte modellering, komplett tall, oppdeling av tall* og *kompensering* (ibid.). *Direkte modellering, komplett tall, oppdeling av tall* som strategier går under kategorien oppgavespesifikke backupstrategier, mens den siste, *kompenseringsstrategien*, er en form for oppgavespesifikke retrievalstrategier (Askeland, 2009; Ostad, 2013; Siegler & Jenkins, 1989). Van de Walle og Lovin (2005) viser til tre av de fire nevnte strategiene, og utelukker strategien direkte modellering fra sin presentasjon av multiplikasjonsstrategier. Dette har nok litt med at fokuset i deres fremstilling er på elever mellom 5. og 8. trinn, og ikke på multiplikasjonsstrategier generelt. Selv om strategiene presenteres ved multiplikasjon av flersifrede heltall, kan elever også benytte seg av strategiene ved multiplikasjon av desimaltall.

Direkte modellering-strategien er når eleven modellerer hver gruppe som skal multipliseres gjennom konkreter eller tegninger (Verschaffel et al., 2007). Denne strategien minner om den multiplikative situasjonen likeverdige grupper som Greer (1992) beskriver, og er en strategi som ikke er mulig å benytte seg av ved multiplikasjon av flere desimaltall.

Komplett tall-strategien baserer seg på gradvis mer effektive teknikker som adderings- og doblingsstrategier (Verschaffel et al., 2007). Det går ikke an å benytte seg av en «komplett tall»-strategi dersom oppgaven består av to desimaltall. Derfor er det en forutsetning at minst én faktor er et heltall for å kunne benytte seg av denne strategien. For eksempel vil $6 \cdot 2{,}4$ vil kunne løses ved hjelp av både addering og dobling, mens $4{,}12 \cdot 0{,}4$ ikke lar seg direkte dobles eller adderes for å komme fram til en løsning.

Strategien *oppdeling av tall* dreier seg om å dele opp faktorene i to eller flere tall, slik at nye men enklere sub-oppgaver oppstår (ibid.). 3 ·3,4 kan deles opp som 3 · (3+0,4) og om nødvendig forenklet til (3 · 3) + (3 · 0,4). Dette er en strategi som tar utgangspunkt i den distributive loven i multiplikasjon. Også ved oppgaver hvor to faktorer er desimaltall er det mulig å benytte seg av denne strategien, men det krever en lengre utregning og sub-oppgavene er ikke nødvendigvis enklere. For eksempel kan oppgaven 3,7 ·3,4 løses ved at den deles opp som (3 · 3) + (3 · 0,4) + (0,7 · 3) + (0,7 · 0,4).

Kompenseringsstrategien handler om å regne ut et lignende multiplikasjonsproblem, for så å kompensere med det som mangler (ibid.). For eksempel kan oppgaven 2,5 · 4 løses ved bruk av denne strategien ved å først regne ut 2 · 4 og så legge til 0,5 · 4. En kan også løse denne oppgaven ved å multiplisere den første faktoren med 10, løse oppgaven og så dividere produktet med 10 (2,5 · 4 → 25· 4 = 100 → 100/10 = 10). Videre hvis en skal løse en oppgave hvor begge faktorene er mellom 0 og, for eksempel oppgaven 0,1 · 0,25, kan en multiplisere den ene faktoren med 10 og dividere den andre med 10, slik at man står igjen med et lignende stykke: 1,0 · 0,025.

Bruk av *kompenseringsstrategien* ved multiplikasjon av desimaltall åpner også opp for å «ignorere» desimaltallet under utregningen (multiplisere begge faktorene med 10, for så å dividere produktet med 100). For eksempel kan oppgaven 0,2 ·1,4 løses som 2 ·14 = 28, for så «plassere» desimaltegnet slik at den opprinnelige oppgavens produkt får riktig antall desimaler, i dette tilfellet er det to desimaler: 0,28. Dersom en elev viser bruk av kompenseringsstrategien på denne måten uten å kunne forklare hvorfor det blir slik, kan det være et tegn på at eleven har en instrumentell forståelse av utregningen. I et slikt tilfelle vil en bruk av *regelstrategi* Hecht (1999) bli brukt i tillegg til en *kompenseringsstrategi*. Bruk av *regelstrategi* er når eleven bruker regler for å komme fram til et svar. For eksempel «Når to desimaltall multipliseres, vil produktet inneholde like mange desimaler som summen av desimaler hos faktorene», derfor vil oppgaven 1,21 · 4,1 få et produkt med tre desimaler. De fleste elever utvikler ikke forståelse for desimaltall, men stoler heller på memorerte prosedyrer og nettopp regler som de har liten eller ingen forståelse for når de løser oppgaver med desimaltall (Donovan & Bransford, 2004; Hiebert & Wearne, 1985). Ut fra dette er det interessant å se om regelstrategien blir benyttet for å løse oppgavene, eller om den kan benyttes om en slags støtte for å bekrefte eller å sette prøve på svar.

Den siste oppgavespesifikke strategien har jeg nevnt tidligere, og det er strategier av typen *retrievalstrategier*. Dette er strategier som i stor grad knyttes til heltallsmultiplikasjon, da oppgaver som 7,37·0,71 ikke er sannsynlig at elever har automatisert og kan direkte hente fram et svar. Ostad (2013) deler opp retrievalstrategi i to underkategorier; *dekomposisjon* og *direkte retrieval*, hvor dekomposisjon er beskrevet over i form av *kompenseringsstrategien*, og *direkte retrieval* er når eleven henter svaret ut direkte. Det at en *dekomposisjons-* eller *kompenseringsstrategi* er en *retrievalstrategi*, dreier seg om at oppgavene automatisk gjøres om til lignende oppgaver som løses direkte.

Jeg er ute etter å se og forstå hvilke strategier som blir brukt ved multiplikasjon av desimaltall, og også om det er noen forskjeller i strategibruk når presentasjonene av oppgavene er ulik. En strategi som elever kan bruke for å løse slike oppgaver, er å benytte seg av en algoritme for multiplikasjon. En bruk av algoritme som strategi går under kategorien *generelle strategier* (Goldman, 1989). Selv om Siegler og Jenkins (1989) utelater slike prosedyrer fra sin definisjon av strategi, vil det fortsatt være en av alle mulige fremgangsmåter for å løse en oppgave (Ostad, 2013), og jeg kan derfor forvente at elevene også benytter seg av multiplikasjonsalgoritmer som strategi for å løse oppgavene de får presentert i intervjuet. En multiplikasjonsalgoritme er en løsningsmetode som hjelper til å løse en oppgave på en rask og effektiv måte. Under har jeg illustrert hvordan oppgaven 3,7 · 3,4 kan se ut hvis den løses ved hjelp av en algoritme for multiplikasjon. Det er viktig å påpeke at det finnes utallige varianter av multiplikasjonsalgoritmer, slik at jeg i mine elevintervju kan møte på andre varianter enn hva jeg har presentert ved Equation 1. Denne multiplikasjonsalgoritmen tar utgangspunkt i den *distrubutive lov* for multiplikasjon.

1 2 3,7 · 3,4
2 1 8 9 2
=1 2,5 8

Equation 1 Egen utregning

Når elevene løser oppgaver med multiplikasjon av desimaltall, vil det være muligheter for at de ikke benytter seg av én enkelt strategi gjennom en hel oppgave, men at de også kan kombinere strategier for å løse oppgaver. For eksempel kan en elev løse oppgaven 1,2 · 4,1 ved bruk av *kompenseringsstrategien* og ignorere desimaltegnet. Oppgaven blir da 12 · 41, og eleven har mulighet til å videre benytte seg av for eksempel *oppdeling av tall* som strategi ved å dele oppgaven opp i (10 · 41) + (2 · 41). Deretter kan eleven benytte seg av *regelstrategien* for å bestemme hvor mange desimaler produktet til den opprinnelige oppgaven skal ha. I et slikt tilfelle har eleven benyttet seg av en kombinasjon av hele tre strategier, noe jeg vil ta hensyn til både under elevintervjuene og i analysen.

2.2.2.1 Oversiktstabell over strategier

Her er en oversikt over strategier jeg forventer å observere hos elevene. Hver av strategiene er kort beskrevet, eksemplifisert og gitt en kode slik at jeg lettere kan gjøre notater av elevenes strategivalg under og etter intervjuene. Strategikodene i denne tabellen er kun ment til eget bruk når jeg skal gjøre notater i forbindelse med intervju.

Strategi	**Type/ kode**	**Beskrivelse av strategi**	**Eksempel på gjennomføring av strategi**
Komplett tall (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007)	OBS-1	Eleven benytter seg av adderings og doblingsstrategier. Forutsetning at minst én faktor er et heltall.	$4 \cdot 1{,}5$ kan løses ved hjelp av både addering og dobling: $4 \cdot 1{,}5 \rightarrow 1{,}5+1{,}5+1{,}5+1{,}5$ $4 \cdot 1{,}5 \rightarrow (1{,}5+1{,}5) + (1{,}5+1{,}5)$
Oppdeling av tall (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007)	OBS-2	Eleven deler opp faktorer slik at nye og enklere sub-oppgaver oppstår.	$3 \cdot 3{,}4$ kan deles opp som $3 \cdot (3+0{,}4)$ forenklet til $(3 \cdot 3) + (3 \cdot 0{,}4)$
Regelstrategien (Hecht, 1999)	OBS-3	Eleven bruker regler for å komme fram til et svar.	«Når to desimaltall multipliseres, vil produktet inneholde like mange desimaler som summen av desimaler hos faktorene», derfor har produktet til $1{,}5 \cdot 1{,}5$ to desimaler.
Kompenseringsstrategien (Ambrose et al., 2003; Ostad, 2013; Verschaffel et al., 2007)	ORS-1	Eleven regner ut et lignende multiplikasjonsproblem, for så å kompensere med det som mangler.	$2{,}5 \cdot 4$ kan løses ved å regne $2 \cdot 4$ og så legge til $0{,}5 \cdot 4$. Kan også løses ved å multiplisere den ene faktoren med 10 for så å

			etterpå kompensere ved å dividere produktet med 10: (2,5 · 4 → 25· 4 = 100 → 100/10 = 10)
Direkte retrieval (Ostad, 2013)	ORS-2	Eleven vet umiddelbart svaret og kan gjenkalle det automatisk fra sitt kunnskapslager.	Automatiserte gangestykker som 0,5·0,5=0,25
Algoritmer (Askeland, 2009; Goldman, 1989; Ostad, 2013)	GS	Eleven benytter seg direkte av en algoritme for å finne svaret.	1 2 **3,7 ·3,4** 2 1 8 9 2 =1 2,5 8
Annet/ukjent	OBS-4	Eleven benytter seg av en strategi som eleven selv har funnet opp	

3 Metode

I dette kapittelet redegjør jeg for hvordan jeg har gått fram for å kunne svare på mitt forskningsspørsmål på en hensiktsmessig måte, med begrunnelser for de metodiske valgene jeg har tatt. Jeg skal se på kunnskapssynet designet plasser forskningen under og kjennetegn til forskningsdesignet. Jeg tar også opp hvordan datainnsamlingen har foregått, metodens troverdighet, metodekritikk og forskningsetiske aspekter ved prosjektet.

3.1 Kunnskapssyn

Med utgangspunkt i mitt forskningsspørsmål, «*hvilke strategier bruker elever når de jobber med tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall?*», og basert på tidligere forskning, plasseres studiet mitt innenfor det sosialkonstruktivistiske paradigmet. Et konstruktivistisk kunnskapssyn dreier seg om at individet selv konstruerer sin versjon av verden rundt gjennom erfaringer som blir gjort (Schunk, 2014), mens i det sosialkonstruktivistiske paradigmet blir kunnskap sett på som et konstrukt fra menneskers samhandling basert på individenes subjektive erfaringer og opplevelser (Creswell, 2014). Ettersom jeg skal undersøke og analysere elevers strategibruk ved multiplikasjon av desimaltall, gir en sosialkonstruktivistisk epistemologi muligheten til å se på et intervju mellom meg og elevene som kunnskapskilde.

Det er derimot viktig å påpeke at det ikke går an å observere mentale prosesser direkte (Fernald, 2008), men at man gjennom observasjon av og samtale rundt elevers resonneringsprosesser (løsningsstrategier) kan få en indirekte observasjon av de mentale prosessene. Dette svarer videre til paradigmet *kognitiv psykologi* (Cobb, 2007). I dette paradigmet tar man for seg teoretiske tilnærminger som omhandler elevers tolkninger og forståelser, og man tar utgangspunkt i at det *går an* å trekke ut og forstå elevers interne kognitive strukturer og prosesser (ibid.). Kognitiv psykologi handler om å studere de interne prosessene som er med på å gi meninger og avgjør hvilke handlinger som er hensiktsmessig (Eysenck & Keane, 2015), altså å studere hvordan man tenker og resonnerer for å løse et problem (Braisby & Gellatly, 2012) – slik dette kommer til uttrykk i det en sier eller skriver.

3.2 Metodisk tilnærming

En skiller gjerne mellom to metodiske tilnærminger i forskning; *kvantitativ* og *kvalitativ* forskning (Christoffersen & Johannessen, 2012). Forskningsspørsmålet mitt knyttes til å kartlegge elevers strategibruk når de jobber med tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall. Med utgangspunkt i dette velger jeg å benytte meg av en kvalitativ tilnærming.

Den viktigste faktoren for valget av en kvalitativ metode var for å skaffe en dypere innsikt og forståelse av elevers tankeprosesser og strategivalg på de ulike oppgavetypene. En kvalitativ metodisk tilnærming gir stor grad av fleksibilitet (ibid.) slik at jeg kan velge metode for datainnsamling som kan gi relevant datamateriale. Merriam (2009) skriver at kvalitative forskere har interesse for hvordan mennesker tolker erfaringer, hvordan de former verden rundt seg og hvordan de vektlegger erfaringer. For å oppnå denne type innsikt og forståelse, må man kunne se fenomener fra informantens perspektiv (ibid.). For å kunne samle inn et datamateriale som gir en dypere innsikt i og forståelse for elevers mentale prosesser, er det hensiktsmessig at prosjektet mitt tar utgangspunkt i en kvalitativ forskningsmetode.

3.3 Datainnsamling

For å velge datainnsamlingsmetode, er jeg nødt til å tenke på hva som egner seg best for å få en dypere innsikt i og forståelse for elevers strategibruk. En sosialkonstruktivistisk epistemologi gir muligheten til å se på et intervju mellom meg og elevene som kunnskapskilde, og jeg kan derfor bruke elevenes egne utsagn om hvordan de tenker som data for forskningen min. Derfor har jeg valgt å bruke *kognitivt intervju* som metode for datainnsamlingen. Jeg er i tillegg nødt til å gjøre et bevisst valg av hvem som kan figurere som *informanter* og et bevisst valg over hvilke *oppgaver* som skal være en del av intervjuet.

3.3.1 Kognitivt intervju

Oppgavebaserte intervju er en intervjuform som brukes for å undersøke og få forståelse for elevers eksisterende matematiske kunnskaper og måter de resonnerer på når de løser matematiske problemer (Maher & Sigley, 2014). En form for oppgavebaserte intervju kalles for *kognitive intervju*. Dette er en metode hvor en systematisk samler inn validitetsbevis for svarprosessen til intervjuobjektet, og bruker teknikker for å fremprovosere en verbal tankeprosess (Pepper, Hodgen, Lamesoo, Kõiv & Tolboom, 2016). Da jeg er ute etter å få et innblikk i elevers mentale prosess, valg av strategier, ved oppgaveløsning av tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall, er det hensiktsmessig å bruke intervjuteknikker hvor jeg legge til rette for at elevene gjengir tankeprosessen sin verbalt.

I et kognitivt intervju løser elevene forhåndsutvalgte oppgaver skriftlig samtidig som de forsøker å beskrive sin egen løsningsprosess med ord (se vedlegg 4). For å hjelpe elevene er intervjuer nødt til å komme med input-spørsmål enten hvis eleven ikke klarer å formulere seg, eller hvis det er utydelig hva eleven utfører. Spørsmålene formuleres da slik at jeg legger til rette for at elevene kan gjengi tankeprosessen sin. Da vil jeg ta i bruk både *Prestasjonsspørsmål (Performance Questions)* og *Uventede hvorfor-spørsmål* (*Unexpected «why» Questions)* (Zazkis & Hazzan, 1998). Prestasjonsspørsmål har som hovedinteresse å finne ut *hvordan* de løser oppgaven og *hvorfor* de gjør akkurat de valgene underveis i løsningsprosessen. Elevenes relasjonelle forståelse av matematikken blir her satt på prøve. Uventede hvorfor-spørsmål utfordrer elevene til å forklare hvorfor de har løst oppgavene slik de har gjort. Et eksempel på når et slikt spørsmål vil være nyttig å bruke: Eleven får en oppgave som lyder «3,5·10=?». Eleven svarer kontant «Det blir 35.» For å vite hva eleven har tenkt og om eleven har benyttet seg av en eller annen strategi, kan det være nyttig å respondere et slikt svar med «Hvorfor?» eller «Hvordan kom du frem til det?». Ved å benytte meg av et metoden kognitivt intervju, vil jeg ha muligheten til å samle inn mye datamateriale. Da elevene skal verbalisere tankeprosessen sin, vil det også gi nøyaktig data.

Christoffersen og Johannessen (2012) skriver at intervju kan gjennomføres med ulik grad av struktur, hvor *ustrukturert intervju (åpent)* og *strukturert intervju* (*lukket)* er ytterpunktene. I strukturerte intervju er tema, spørsmål, rekkefølge og svaralternativ er bestemt på forhånd (ibid.). Forskningsspørsmålet avgjør i hvilken grad intervjuet bør struktureres. Det kognitive intervjuet jeg skal gjennomføre, kan plasseres midt i mellom ytterpunktene, som et *semistrukturert* eller *delvis strukturert* kognitivt intervju. Intervjuet vil i utgangspunktet ha likt tema og like oppgaver for alle elevene som gjennomfører det, som et strukturert intervju, men da det er et kognitivt intervju, vil intervjuspørsmålene komme der den aktuelle eleven har behov for spørsmål. Hvordan den enkelte eleven gjennomfører oppgavene og kommuniserer sine matematiske tankeprosesser vil derfor være avgjørende for hvilke data som kommer ut av de enkelte intervjuene.

Det er derimot et kritisk aspekt ved denne typen datainnsamling som er viktig å presisere. Det går ikke an å direkte observere elevenes mentale prosesser (Fernald, 2008). Men ved bruk av kognitive intervju går det an å trekke ut informasjon som det er mulig å tolke.

3.3.2 Valg av informanter

Forskningsspørsmålet handler om *elevers* strategivalg for arbeid med *multiplikasjon av desimaltall*. Derfor er jeg nødt til å gjøre et bevisst utvalg av informanter for å kunne gjennomføre prosjektet. «The CCSSI [Common Core State Standards Initiative] proposes that in fifth grade, the four basic arithmetic operations should be introduced with numbers having one or two digits to the right of the decimal. Multi-digit decimal arithmetic is to be taught in sixth grade» (Lortie-Forgues et al., 2015, s. 205). CCSSI beskriver læringsmål i matematikkfaget for elever på alle trinn i USA. Selv om det ikke er kompetansemål rettet til hvert trinn i Norge, anbefales det ut fra veiledning til læreplan i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2015) at elever i 6.-klassen arbeider med matematikkoppgaver hvor man multipliserer desimaltall med 10, 100 og 1000, multipliserer desimaltall med andre heltall og multipliserer desimaltall med desimaltall. Det anbefales videre at man innfører multiplikasjon av desimaltall med lavere verdi enn 1 i 7.-klassen (ibid.). Både i Norge og i USA anbefales det at elever arbeider med oppgaver som inneholder multiplikasjon av desimaltall fra 6.-klassen. Jeg sammenligner de norske læringsmålene med læringsmål fra USA for å vise at det forstås som et riktig tidspunkt å introdusere og arbeide med multiplikasjon av desimaltall i denne alderen også i andre deler av verden. I henhold til forskningsspørsmålet mitt, er det hensiktsmessig å velge ut informanter som er elever i 7.-klassen, som skal ha jobbet med multiplikasjon av desimaltall minst ett år i forveien. Forskningsspørsmålet mitt spør ikke om elever på ulikt nivå i matematikk, og derfor vil jeg i utvalgsprosessen og analyseprosessen ikke ta i betraktning elevenes faglige nivå.

Med problemstillingen og både norske og amerikanske anbefalinger som utgangspunkt for valg av informanter, er et bekvemmelighetsutvalg valgt som utvalgsstrategi. En bekvemmelighetsutvelgelse er når utvalget av informanter er gjort på en enkel og bekvemmelig måte (Christoffersen & Johannessen, 2012; Cohen, Morrison & Manion, 2007). Jeg valgte å ta kontakt med en av de nærmeste barneskolene i Tromsø kommune for å komme i kontakt med potensielle informanter. Jeg hadde tidligere vært i kontakt med den aktuelle skolen angående deltakelse i min forskning, så i første omgang valgte jeg å ta formell kontakt kun med denne ene skolen. Etter samtale med og godkjennelse fra skolens rektor og fagleder, ble jeg videresendt til matematikklærerne på 7. trinn ved skolen for å kunne rekruttere informanter. Informantene ble valgt ut gjennom å spørre hvem som ønsket å frivillig delta i prosjektet, for så å sende samtykkeerklæringer hjem med de aktuelle elevene (se vedlegg 1 og 2). Da alle elevene i utvalgspopulasjonen var under 18 år i forskningsperioden, er det behov for foresattes samtykke. Dersom en elev ønsket å delta som informant i forskningsprosjektet, ble samtykkeerklæringene returnert med både elevenes og foresattes underskrift. I henhold til NSDs anbefalinger (se vedlegg 3) har jeg også konstruert et forenklet samtykkeskjema for elevene, slik at også elevene selv kunne være helt bevisste på hva det var de signerte på og sa seg villig til å delta på.

Kravet for antall informanter avhenger av utvalgspopulasjonens grad av heterogenitet eller homogenitet (Christoffersen & Johannessen, 2012). Utvalgspopulasjonen jeg har tatt utgangspunkt i er relativt homogen, da alle elevene i utvalgspopulasjonen kommer fra samme skole og har gjennomgått den samme matematikkundervisningen med samme matematikklærer i snart sju år. Christoffersen og Johannessen (2012) skriver at ved en homogen populasjon med 30 elever, kan et utvalg på fem eller seks elever være nok for å besvare på problemstillingen. I 7. trinn ved utvalgsskolen er det ca. 40 elever fordelt på to klasser (for å holde skolen anonym velger jeg å ikke oppgi nøyaktig antall), og jeg valgte derfor å benytte meg av fem elever som deltakere på forskningsintervjuene som datamaterialet mitt bygger på. Grunnen til at jeg har valgt fem elever, er at utvalget har blitt gjort i en homogen klasse med om lag 20 elever, og da kan et utvalg på fem elever være nok til å besvare problemstillingen. «As it does not represent any group apart from itself, it does not seek to generalize about the wider population» (Cohen et al., 2007, s. 114) Informantutvalget vil heller ikke kunne være representativt for resten av populasjonen, og det er heller ikke hensikten i mitt studie.

3.3.3 Valg av oppgaver

I dette underkapittelet skal jeg beskrive hvordan jeg har kommet fram til hvilke oppgaver som skal brukes under elevintervjuene. Forskningsspørsmålet mitt spør etter hvilke strategier elever bruker når de jobber med *tekstoppgaver* og *oppsatte stykker* med multiplikasjon av desimaltall. Jeg skal derfor definere hva som menes med *tekstoppgaver* og hva som menes med *oppsatte stykker* før jeg beskriver prosessen ved utvalg av oppgaver. Videre skal jeg beskrive prosessen som førte til oppgavesettet i intervjuguiden (se vedlegg 4).

3.3.3.1 Tekstoppgaver og oppsatte stykker

Tekstoppgaver er oppgaver som er satt i en kontekst. De inkluderer hverdagslige formuleringer av matematikken som elevene må omkode til matematisk språk. Meningen bak tekstoppgaver var i utgangspunktet at de kunne bidra til at elevene kunne benytte seg av allerede lært matematisk kunnskap i situasjoner knyttet til den virkelige verden (Verschaffel et al., 2007). Tekstoppgaver involverer å representere problemet og avgjøre hvilke kvantiteter (tall) som er gitt i oppgaven, hvilke som skal finnes og hvilke aritmetiske operasjoner som må til for å finne svaret (Goldman, 1989). *Oppsatte stykker* er abstrakte oppgaver som kun inneholder matematisk elementer som tall og symboler. Oppgavene er helt uten kontekst og kan bli sett på som rene talloppgaver. Dette er en oppgavetype elevene møter ofte i matematikkundervisningen og som de er kjent med.

3.3.3.2 Veien til oppgavesettet

I startfasen av prosjektet, hadde jeg en idé om å benytte meg av oppgaver allerede testet ut gjennom store internasjonale tester, slik som PISA- (Programme for International Student Assessment) eller TIMSS-tester (Trends in International Mathematics and Science Study), og fra tidligere forskning om strategier ved multiplikasjon av desimaltall. TIMSS-testen benyttes på elever på 4. og 8. trinn (Sjøberg, 2016), mens PISA-testen gjennomføres på elever på 15 år (Sjøberg, 2018). I henhold til utdanningsdirektoratets anbefalinger om når innføring av multiplikasjon av desimaltall skal skje (Utdanningsdirektoratet, 2015), gjennomgikk jeg de frigitte testene som gjennomføres på ungdomstrinnet for å finne oppgaver jeg kunne benytte meg av i intervjuene mine. Blant de frigitte oppgavesettene fant jeg totalt seks relevante oppgaver, oppgaver som inneholder multiplikasjon av desimaltall. Siden testene er utviklet for ungdomstrinnet, bruker jeg kun to av disse oppgavene. Nasjonalt læremiddelsenter har laget en diagnostisk prøve i tallregning (Brekke, 1995) som inneholder både tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall. Et fåtall av disse oppgavene er relevante for prosjektet mitt, og valgte å benytte meg av én oppgave herfra.

Oppgavene fra PISA-testene og TIMSS-testene er hovedsakelig tekstoppgaver. Oppgavene i den diagnostiske prøven fra Nasjonalt læremiddelsenter er av blandet art. Alle de nevnte oppgavene er allerede testet ut med tanke på å kartlegge elevers forståelse og kunnskap om temaet, men ingen er direkte utprøvd for å analysere strategibruken innenfor de gitte oppgavene.

Da ingen av de store internasjonale testene har som mål å analysere strategibruk, benytter jeg meg også av oppgaver brukt i tidligere forskning på feltet multiplikasjon av desimaltall. Fischbein, Deri, Nello og Marino (1985) benyttet seg av 12 tekstoppgaver i sin studie hvor de blant annet undersøkte strategivalg ved multiplikasjon av desimaltall i tekstoppgaver. Hovedfokuset i denne forskningen var ikke hvilke strategier som ble brukt, men heller om det ble benyttet multiplikasjon eller divisjon for å løse multiplikasjonsoppgavene. Likevel vil slike oppgaver være relevant for min forskning for å se om elevene endrer strategibruk ved forskjellige situasjoner (Greer, 1992). Flere av oppgavene til Fischbein et al. (1985) legger delvis til rette for at elevene kan benytte seg av den multiplikative loven *kommutativitet*. Det vil være derfor være interessant å se om kommutativitet inngår i fremgangsmåten til elevene.

Problems Used in the Study

No.	Part	Statement[a]
		Multiplication problems
1	A	On the highway a car travels 2 km in 1 minute. If the speed of the car is constant, how far does it travel in 15 minutes?
2	B	1 kilo of oranges costs 1500 lire. What is the cost of 3 kilos?
3	A	From 1 quintal of wheat you get 0.75 quintal of flour. How much flour do you get from 15 quintals of wheat?
4	A	The volume of 1 quintal of gypsum is 15 cm^3. What is the volume of 0.75 quintal?
5	B	1 kilo of a detergent is used in making 15 kilos of soap. How much soap can be made from 0.75 kilo of detergent?
6	A	1 m of suit fabric costs 15 000 lire. How much does 0.75 m cost?
7	B	The price of 1 m of suit fabric is 15 000 lire. What is the price of 0.65 m?
8	A	For 1 cake you need 1.25 hg[b] of sugar. How much sugar do you need for 15 cakes?
9	B	For 1 kilo of cake you use 15 g of yeast. How much do you use for 1.25 kilos of cake?
10	B	1 piece of chocolate weighs 3.25 hg. How much do 15 pieces weigh?
11	A	A car goes 15 km on 1 L of fuel. How many km will it go on 3.25 L of fuel?
12	B	On 1 L of fuel a car goes 14 km. How many km will it go on 3.70 L of fuel?

Figur 1 Multiplikasjonsoppgaver (Fischbein et al., 1985, s. 9).

Jeg vurderer de 12 tekstoppgavene brukt i forskningen til Fischbein et al. (1985) som mer relevant for mitt prosjekt enn tekstoppgavene fra TIMSS, PISA og Nasjonale prøver. Derimot tar ingen av oppgavene i forskningen til Fischbein et al. (ibid.) utgangspunkt i andre situasjonsmodeller enn kvantitetsmåling, og jeg valgte derfor også å inkludere oppgaver med utgangspunkt i andre situasjonsmodeller for å få bedre innsikt i strategivalgene til elevene. Her valgte jeg ut oppgaver Greer (1992) viser til som ulike situasjoner. Disse oppgavene har ikke tidligere vært benyttet for å undersøke strategibruk, men i følge Cai et al. (2015) er det en sammenheng mellom hvordan et matematisk problem presenteres og hvilke strategier som blir brukt for å løse problemet, slik at oppgavene med de ulike multiplikative situasjonene derfor vil være relevant for å undersøke valg av løsningsstrategi hos elever. For å sikre kvaliteten i tekstoppgavene i intervjuene mine, har jeg altså benyttet meg av et utvalg av de 12 tekstoppgavene Fischbein et al. benytter i sin forskning, samt et utvalg fra situasjonsmodelleksempler fra Greer (1992). Jeg har tilpasset innholdet i oppgavene, slik at det ikke blir fremmed for elevene (eksempel: «1 meter dresstekstil koster 15000 lire» er endret til «1 kg gull koster 15000 kroner», da elevene kjenner til at gull er dyrt og at vi kjøper ting for kroner i Norge) og også oversatt oppgavene til norsk der det var et behov.

Videre baserer jeg ett oppsatt stykke på oppgavene fra forskningen til Fischbein et al. (1985), slik at jeg igjen har mulighet til å sammenligne strategivalget elevene gjør når oppgaveformuleringen endres. Altså vil ett av de oppsatte stykkene bestå av identiske faktorer som enkelte av tekstoppgavene. Dersom en oppgave blir fremstilt på to ulike måter (tekstoppgave og oppsatt stykke eller gjennom ulike situasjoner), kan eleven reagere med å ha forskjellige fremgangsmåter for å løse oppgaven ved de to variantene av samme oppgave. Jeg legger altså til rette for at dette kan finne sted i min forskning. De resterende oppsatte stykkene er hentet direkte ut fra større nasjonale og internasjonale tester, og presentert i oppgavesettet akkurat som de ble presentert i originaltestene. Disse oppgavene ble valgt ut fra hvilke tall som inngår i oppgavene.

Oppgavesettet (se vedlegg 4) inneholder 13 oppgaver: To introduksjonsoppgaver, syv tekstoppgaver delvis hentet og tilpasset ut fra forskningen til Fischbein et al. (1985) og delvis hentet og tilpasset ut fra Greer (1992), og fire oppsatte stykker hvor én baserer seg på tekstoppgavene og resten er hentet direkte fra ut fra nasjonale og internasjonale tester. Oppgavene vil i intervjuet være tilfeldig plassert, slik at eleven ikke skal kunne kjenne igjen oppgaven dersom den framstilles i en ulik form eller situasjon.

I tillegg til disse 13 oppgavene, starter jeg alle intervjuene med å fortelle elevene hva temaet for intervjuet er, hvordan jeg har tenkt å gjennomføre intervjuet og hva jeg ønsker fra elevene.

3.3.3.3 Oppgave 1 og 2

1) Sett ring rundt det største tallet:	**0,19**	**0,701**	**0,81**	**0,5**

Figur 2 (Aastrup, 2013, s. 27)

Oppgave 1 er hentet fra Dynamisk kartleggingsprøve i matematikk for elever fra 5.-10. trinn og elever i videregående skole (Aastrup, 2013). Det er en oppgave som ser på elevens kunnskaper om plassverdisystemet. Eleven vil i tillegg til å løse oppgaven, få i oppgave å forklare hvorfor han/hun mener det tallet han/hun har valgt er størst. Denne oppgaven kommer det ikke til å inngå i analyseprosessen, men er inkludert i oppgavesettet for å la eleven vise forståelse for desimaltall i forkant av oppgavene med multiplikasjon av desimaltall.

2) På en motorvei kjører en bil 2 km på 1 minutt. Hvis den holder samme fart, hvor langt kjører den på 15 minutter?

Figur 3 (Fischbein et al., 1985).

Oppgave 2 er hentet direkte fra oppgavesettet til Fischbein et al. (1985). Denne oppgaven inkluderer ikke desimaltall, og vil ikke bidra til å gi noe svar på forskningsspørsmålet, og det er derfor ikke grunn for å inkludere den i analyseprosessen. Den er heller ment som en introduksjonsoppgave for elevene.

3.3.3.4 Oppgave 3, 5, 6 og 7

Disse fire oppgavene er tre tekstoppgaver og ett oppsatt stykke. De inneholder de samme faktorene, 0,75 og 15, med unntak av oppgave 6 som har faktorene 0,75 og 15000. Oppgave 3, 5 og 6 er alle tekstoppgaver med *kvantitetsmåling* som situasjon (Greer, 1992) og baserer seg på oppgavene 3, 5 og 6 (se figur 1) som Fischbein et al. (1985) benytter i sin forskning, mens oppgave 7 er det oppsatte multiplikasjonsstykke basert på samme tall. Forskningsresultatene til Fischbein et al. (ibid.) viser at oppgavene med 0,75 som siste faktor (oppgave 5, 6 og 7) er vanskeligere å løse for elever. Dette kan strategibruken hos informantelevene mine bekrefte eller avkrefte gjennom disse oppgavene.

3) Fra 1 kilo hvete, får du 0,75 kilo hvetemel. Hvor mye hvetemel får du fra 15 kilo hvete?

Figur 4 (Fischbein et al., 1985)

5) 1 liter konsentrert saft brukes for å blande 15 liter blandet saft. Hvor mange liter blandet saft får du fra 0,75 liter konsentrert saft?

Figur 5 (Fischbein et al., 1985)

6) 1 kilo gull koster 15000 kroner. Hvor mye koster 0,75 kilo gull?

Figur 6 (Fischbein et al., 1985)

7) $0{,}75 \cdot 15 =$

Figur 7 Egen oppgave basert på tall fra Fischbein et al. (1985)

Oppgave 3 og 5 består av nøyaktig de samme tallene, hvor faktorenes rekkefølge i oppgave 3 er ulik fra oppgave 5. Størrelsen på den første faktoren er relativt uviktig dersom den er et heltall (Fischbein et al., 1985), så det er mulig at elevene responderer ulikt på oppgavene ettersom første faktor i oppgave 3 er et desimaltall (Cai et al., 2015). Disse to oppgavene tar begge utgangspunkt i situasjonsmodellen *kvantitetsmåling* (Greer, 1992), hvor en skal sammenligne en enhet ved to ulike kvantiteter av enheten. Under er et eksempel på hvordan det i disse oppgavene også legges til rette for at elevene kan tenke *kommutativt* når de løser oppgaven.

3.1) Fra én kilo hvete, får du 0,75 kilo mel. Hvor mye mel får du fra 15 kilo hvete?

3.2) Fra én kilo hvete får du 15 kilo mel. Hvor mye mel får du fra 0,75 kilo hvete?

Dersom man endrer rekkefølgen på de to kvantitetene (faktorene), er det mulig å forstå innholdet i oppgaven, selv om det ikke er realistiske verdier at man får 15 kilo mel fra én kilo hvete. Derfor kan ikke denne oppgaven sees på som en *symmetrisk* oppgave (Greer, 1992) selv om den legger til rette for *kommutativitet*.

Oppgave 6 er veldig lik oppgave 5, og det legges her vekt på at størrelsen på den første faktoren er relativt uviktig dersom den er et heltall (Fischbein et al., 1985). I oppgave 6 endres altså faktoren 15 til å være 15000. Oppgaven er fortsatt en *kvantitetsmålingsoppgave* (Greer, 1992).

Oppgave 7 har jeg konstruert selv, basert på faktorene fra oppgavene til Fischbein et al. (1985). Her er altså de samme faktorene fra oppgave 3 og 5 brukt, men oppgaveformuleringen er satt helt uten kontekst og situasjon.

Ved å støtte meg til forskningen til Cai et al. (2015), håper jeg at oppgavenes formuleringsendring skal vise om elevene velger ulike fremgangsmåter på de fire oppgavene, til tross for at faktorene er relativt like.

3.3.3.5 Oppgave 4 10 og 11

Disse tre oppgavene er de resterende oppsatte stykkene i oppgavesettet.

4) 69,50 · 0,76

Figur 8 egen oppgave basert på tall fra Brekke (1995, s. 10)

Oppgave 4 er en omforming av oppgave 9, og er derfor hentet fra Nasjonalt læremiddelsenters diagnostisk prøve i tallregning (Brekke, 1995, s. 10). Dette var i utgangspunktet en *kvantitetsmålingsoppgave* (Greer, 1992) som jeg har gjort om til et oppsatt stykke. Denne oppgaven laget jeg for å igjen se om oppgavens form har noe å si for hvilken strategi elevene velger å bruke (Cai et al., 2015). Oppgave 4 (og også oppgave 9) dreier seg om forståelse av multiplikasjon, og den misoppfatningen om at multiplikasjon alltid gjør svaret større (Lortie-Forgues et al., 2015).

De to andre oppsatte stykkene er hentet fra de frigitte TIMSS-testene fra 1995 og 2007.

10) Multipliser: 0,56 · 0,203 =

Figur 9 (TIMSS, 1997)

11) Regn ut 0,402 · 0,53 =

Figur 10 (TIMSS, 2009)

Jeg har på oppgave 10 endret den opprinnelige rekkefølgen på faktorene, slik at den største faktoren med færrest siffer presenteres som første faktor. Oppgave 11 er i sin opprinnelige form, hvor den minste faktoren med flest siffer presenteres som første faktor. Dette har jeg gjort for å få de to oppgavene til å skille seg fra hverandre. Dette legger til rette for at elevene kan benytte seg av kommutativitet for å få den ene oppgaven til å ha samme type faktorrekkefølge som den andre.

Både oppgave 10 og 11 utfordrer elevenes multiplikative forståelse og legger til rette for misforståelsen om at når en multipliserer to faktorer, blir produktet alltid større (Lortie-Forgues et al., 2015).

3.3.3.6 Oppgave 8, 9, 12 og 13

Oppgave 9 er en tekstoppgave hentet fra Nasjonalt læremiddelsenters diagnostisk prøve i tallregning (Brekke, 1995, s. 10), er en kvantitetsmålingsoppgave (Greer, 1992) og har de samme faktorene som det oppsatte stykket i oppgave 4. Sammen med oppgave 4 vil oppgave 9 være med på å se om oppgavens form og formulering har noe å si for hvilken strategi elevene velger å bruke (Cai et al., 2015). Oppgave 9 (og også oppgave 4) dreier seg om forståelse av multiplikasjon, og den misoppfatningen om at multiplikasjon alltid gjør svaret større (Lortie-Forgues et al., 2015).

9) 1 kg nøtter koster 69,50 kr. Hvor mye koster 0,76 kg?

Figur 11 (Brekke, 1995, s. 10)

Oppgave 8, 12 og 13 er formulert ut fra eksempeloppgavene for ulike situasjonsmodeller i multiplikasjon Greer (1992). Disse tre oppgavene har ikke tidligere vært benyttet for å undersøke strategibruk hos elever, men jeg ønsker å undersøke om situasjonen et matematisk problem presenteres i har noe å si for hvilken strategi som blir brukt.

8) En inch er omtrent 2,54 cm, hvor langt vil da 3,4 inch være i centimeter?

Figur 12 (Greer, 1992)

12) Grunnstoffet jern veier 0,88 ganger grunnstoffet kopper. Hvis et stykke kopper veier 4,2 kg, hvor mye veier da et like stort stykke med jern?

Figur 13 (Greer, 1992)

13) Hva er arealet til en bordplate som er 2,3 meter lang og 0,75 meter bred?

Figur 14 (Greer, 1992)

Oppgave 8 er en *målingskonverteringsoppgave* (ibid.) hvor målet er å konvertere måleenheten inch til måleenheten centimeter. Oppgave 12 er en *multiplikativ sammenligning* (ibid.) hvor vekta til jern og kobber blir sammenlignet ut fra et gitt forhold mellom de to stoffene. Oppgave 13 dreier seg om et *rektangulært areal* (ibid.) hvor oppgaven søker et areal. Dersom forskningen til Cai et al. (2015) viser seg å stemme, vil de totalt fem (inkludert oppsatte stykker) ulike *multiplikative situasjonene* føre til en endring i strategibruk hos elevene.

3.3.3.7 Intervjuguide

Ut fra oppgavene jeg har presentert i kapittel 3.3.3.3 til 3.3.3.6, har jeg laget en intervjuguide (se vedlegg 4) som inkluderer tekstoppgaver og oppsatte stykker. Som presentert tidligere, gjennomfører jeg kognitive intervju med elevene, slik at spørsmålene i intervjuet i utgangspunktet vil bestå av spørsmål som «hvorfor gjorde du slik», «hvorfor gikk det?», «hva gjorde du der?» og «hvordan tenkte du nå?», slik at jeg framprovoserer en verbal forklaring fra eleven for hvordan eleven har tenkt til enhver tid. Av den grunn fremstår intervjuguiden kun som et oppgavesett som inneholder de nevnte oppgavene og ingen konkrete spørsmål (se vedlegg 4).

3.4 Metodiske valg i analyseprosessen

Kan man måle barns strategibruk i multiplikasjon? Siegler og Jenkins (1989) gjennomførte omfattende kartlegging av skolebarns strategibruk i addisjon. De fant ut at barn som blir bedt om å forklare hvordan de finner svaret på en oppgave umiddelbart etter at de har løst den, klarer å forklare strategibruken på en troverdig måte. Datamaterialet samlet jeg inn ved å benytte meg av kognitive intervju (Pepper et al., 2016) hvor jeg brukte lydopptaker for å ta opp intervjuene. En fordel med lydopptak er at jeg kan være tilstede i intervjuet samtidig som jeg fanger opp og kan dokumentere alt som blir sagt. Elevene fikk muligheten til å skrive oppgave og vise prosess på et papir, slik at de ikke ble tvunget til å kun verbalt beskrive løsningsprosessen. I tillegg tok jeg egne notater underveis dersom det trengs, for eksempel for å notere tidsbruk. Informasjon om tidsbruk kan jeg i ettertid bruke for å si noe om elevene var usikre på med tanke på sine løsninger. Intervjuene og notatene ble i etterkant transkribert, kodet og analysert.

På bakgrunn av mine begrensede forkunnskaper på feltet jeg undersøker, ser jeg behovet for å støtte meg på tidligere teori og derfor ha en deduktiv tilnærming til analysen av datamaterialet. Gjennom en deduktiv tilnærming til analysen av datamaterialet, støtter jeg analysen på tidligere forskning og teori på feltet (Merriam, 2009) og jeg må på forhånd ha bestemt meg for hvilke temaer eller kategorier jeg ser etter i analysen av datamaterialet (Braun & Clarke, 2006). I min masteroppgave er jeg ute etter å kartlegge hvilke *strategier* elever bruker når de jobber med *tekstoppgaver* og *oppsatte stykker* med *multiplikasjon av desimaltall*. Ut fra dette er jeg ute etter å si noe om hvordan elevene tenker, og det er elevenes verbale og skriftlige formidlinger av strategier jeg skal analysere. Utgangspunktet for hvilke strategier elevene benytter seg av og hvordan jeg koder dataene, er basert på tidligere forskning på feltet.

3.4.1 Transkribering og fortolkning

Jeg transkriberte intervjuene for å strukturere intervjuene fra muntlig til skriftlig form, slik at de er bedre egnet for analyse. Alle intervjuene ble transkribert til bokmål selv om de fleste elevene har en nordnorsk dialekt. Det ble gjort siden det ikke vil ha noen påvirkning for resultatet om intervjuene transkriberes på bokmål eller ikke. På denne måten vil også elevenes anonymitet sikres ytterligere. Fortolkning av de transkriberte intervjuene ble gjort på bakgrunn av hvilke av strategiene for multiplikasjon av desimaltall beskrevet i kapittel 2.2.2 elevene benytter seg av. Jeg har også til å sett på om elevene bruker flere enn én strategi når de løser én oppgave. Jeg inkluderer også informasjon om hvorvidt eleven kommer frem til riktig svar eller ikke.

3.4.2 Analyse

Analysen av datamaterialet tar utgangspunkt i å se hvilke strategier elevene bruker på tekstoppgaver og hvilke strategier de bruker på oppsatte stykker. Derfor har jeg delt opp analysen i to deler; 1) hvilke strategier som blir brukt på de ulike oppgavene og 2) om strategibruken endrer seg når oppgaveformuleringen/oppsettet endres.

Hvilke strategier som er brukt på de ulike oppgavene vil gi et overblikk over hvilke strategier informantelevene på 7. trinn benytter seg av når de løser oppgaver med multiplikasjon av desimaltall. Her vil jeg også se på hvorvidt eleven løser oppgaven riktig eller galt og hvilken strategi som er brukt i tilfeller der oppgaven er løst galt.

Neste del av analysen dreier seg om hvorvidt strategibruken endrer seg når oppgaveformuleringen/oppsettet endres. I følge Cai et al. (2015) er det en sammenheng mellom hvordan et matematisk problem presenteres og hvilke strategier som blir brukt for å løse problemet, og i denne delen av analysen er jeg ute etter å se om det stemmer i noen av mine tilfeller.

3.5 Troverdighet

Troverdighetsmodellen til Guba tar for seg forskningsresultatenes *kredibilitet*, *overførbarhet*, *pålitelighet* og *bekreftbarhet* (Guba, 1981), og jeg skal her sikre min egen forsknings troverdighet ut fra disse fire begrepene. Vanligvis bruker forskere begrepene validitet og reliabilitet når en ser på hvilken grad forskningsresultater er gyldige og pålitelige, men de begrepene er ofte satt i forbindelse med kvantitativ forskning. Selv om Cohen et al. (2007) skriver at begrepene også kan brukes i kvalitative studier, velger jeg å støtte meg til begrepet *troverdighet* (Guba, 1981) som det overordnede begrepet for å kvalitetssikre mine forskningsresultat.

3.5.1 Kredibilitet

Kredibilitet handler om hvilken grad forskerens konstruksjoner og fortolkninger samsvarer med informantens virkelighet (ibid.). Det dreier seg om hvordan jeg som forsker tolker elevenes strategibruk. Her vil forskningens kredibilitet styrkes gjennom at jeg gir detaljerte beskrivelser av hvordan elevene løser oppgavene. I intervjuene stiller jeg omformulerte spørsmål dersom eleven har vansker med å formulere seg. På denne måten kan jeg hente ut flere opplysninger fra elevene, noe som styrker kredibiliteten til mine fortolkninger av elevenes svar.

Et viktig aspekt ved kredibilitet handler om hukommelsessjekk (*member checks*) (ibid.). Det dreier seg om at både transkriberte intervju og fortolkninger skal samsvare med elevens virkelighet og de skal kjenne seg igjen i mine tolkninger av deres resonnement og strategibruk. Slike hukommelsessjekker utføres ved å presentere intervjutranskriberinger og fortolkninger til informanten slik at den kan bekrefte at intervjuet stemmer overens med transkriberingen. Dette har jeg gjort, og elevene jeg har intervjuet har vært enige i mine fortolkninger av deres resonnement og strategibruk. Derimot kan jeg som forsker fungere som en autoritet og påvirke elevenes egne meninger, slik at det er mulighet for at de sier seg enige i mine fortolkninger fordi de tror jeg har rett. Det at alle elevene er enige i mine fortolkninger av intervjuene verken avkrefter eller bekrefter dette aspektet ved kredibilitet, men det er likevel viktig å være bevisst på at dette kan være en mulig feilkilde.

Da mitt forskningsprosjekt går ut på å se på hvilke strategier som blir benyttet ved multiplikasjon av desimaltall, vil det kunne forekomme konkrete resultater som at elevene har benyttet seg av en spesifikk strategi. Så en av mine oppgaver som forsker er å være åpen for alternative fortolkninger av hvilke strategier elevene benytter seg av i løsningsprosessen.

Ettersom jeg er alene om å fortolke datamaterialet, vil det åpne opp for en ensidig fortolkning av datamaterialet. Jeg har forsøkt å ha et vidt perspektiv, men garanterer ikke for at det ikke finnes alternative fortolkninger som jeg ikke har inkludert i mine tolkninger av elevenes strategibruk.

3.5.2 Pålitelighet

Pålitelighet er nært beslektet med kredibilitet (ibid.). For å sikre et studies pålitelighet, skal forskningsmetoden rapporteres så detaljert at andre kan gjennomføre en tilsvarende studie (ibid.). For å sikre pålitelighet i min forskning har jeg beskrevet alle steg i forskningsprosessen min, med metode, informantvalg, oppgavevalg og analyseprosess, med mange detaljer. Likevel mener jeg at jeg kunne gått mer i dybden i beskrivelsen av hver av delprosessene dersom jeg hadde hatt større rom for dette.

Resultatene i dette prosjektet baserer seg på elevresponser og derfor er hvordan jeg har tolket responsene viktig å vite. I oversiktstabellen i kapittel 2.2.2.1 viser jeg hvordan jeg har tolket strategibruken til elevene. Sist i kapittel 2.2.2 beskriver hvordan jeg kan tolke at elever kan benytte seg av flere enn én strategi som fremgangsmåte.

3.5.3 Overførbarhet

Overførbarhet dreier seg om hvorvidt forskningens resultater kan overføres til andre situasjoner og om resultatene kan generaliseres (ibid.). Merriam (2009) beskriver overførbarhet som det å beskrive studien så nøyaktig som mulig, slik at leseren selv avgjør om den kan være gjeldende for sin egen situasjon.

Min forskning tar utgangspunkt i et kvalitativt design med et spesifikt mål og få (fem) informanter. Alle informantene er fra samme klassetrinn og samme skole og har derfor like forutsetninger. Elevene er valgt tilfeldig ut blant elever som frivillig har ønsket å delta, slik at resultatene ikke bygger på verken sterke eller svake elever. Likevel er det større sannsynlighet for at elever som deltar frivillig i dette prosjektet ikke er blant de svakeste elevene i klassen. Jeg har valgt å benytte meg av kognitive intervju som metode for datainnsamling. Denne metoden er spesielt tilpasset for å fremprovosere en verbal tankeprosess og samler inn validitetsbevis for svarprosessen til intervjuobjektet (Pepper et al., 2016). I tillegg har intervjuene blitt tatt opp på lydbånd, transkribert og kodet. På denne måten vil dataene være nøyaktige, men de analyserte og tolkede resultatene gjelder kun for de aktuelle elevene på det aktuelle trinnet på den aktuelle skolen.

Det at det er få informanter fra en og samme gruppe, og resultatene er spesifikt for de aktuelle elevene, gjør at resultatene ikke kan generaliseres. Men som Cohen et al. (2007) påpeker ved et slikt utvalg er ikke poenget med studiet å generalisere. «As it does not represent any group apart from itself, it does not seek to generalize about the wider population» (Cohen et al., 2007, s. 114).

3.5.4 Bekreftbarhet

For å sikre forskningsresultatenes bekreftbarhet er det viktig forskeren er åpen om egne forventninger (Guba, 1981). Jeg har i stor grad jobbet deduktivt i min forskning, og i kapittel 2.2.2 viser jeg til hvilke strategier (resultater) jeg forventer å se hos elevene som deltar i studien, og mine forventninger om at elever endrer strategibruk ved ulike *multiplikative situasjoner*. Disse forventningene er basert på tidligere forskningsresultater. Dersom elevene benytter seg av alternative strategier som jeg i utgangspunktet ikke har tatt høyde for, er dette et svakhetstegn for bekreftbarheten i studiet mitt. I et slikt tilfelle støtter jeg meg til oppgavens teoretiske grunnlag (se kapittel 2), og forsøker å fortolke resultatene ut fra dette.

Videre kan en spørre seg om det er mulig å måle barns strategibruk i multiplikasjon? Siegler og Jenkins (1989) gjennomførte omfattende kartlegging av skolebarns strategibruk i addisjon, og fant ut at barn som blir bedt om å forklare hvordan de finner svaret på en oppgave umiddelbart etter at de har løst den, klarer å forklare strategibruken på en troverdig måte. Jeg benytter meg av kognitive intervju nettopp for å kunne la elevene forklare løsningsprosessen og vise, forklare og begrunne strategivalget sitt på den aktuelle oppgaven. Det er derimot ikke åpenbart at alle informantene kommer til å reagere likt på denne typen intervju. Derfor kan strategibruken komme til å bli målt på ulikt grunnlag. Dette må jeg også ta høyde for når jeg analyserer datamaterialet.

3.6 Metodekritikk

I forrige underkapittel ser jeg på studiets troverdighet (Guba, 1981), hvor jeg diskuterer både troverdighetsstyrker og svakheter ved gjennomføringen av studien. I dette underkapittelet skal jeg kritisk vurdere egne metodiske valg i gjennomføringen av dette prosjektet og studiets forskningsdesign.

Videre ser jeg på valget om å bruke kognitive intervju som metode for datainnsamlingen. Her har jeg intervjuet elevene én til én hvor elevene har løst oppgaver verbalt samtidig som jeg setter spørsmålstegn ved deres valg og løsningsprosess. Et spørsmål som «hvorfor det?» kan av elevene oppfattes som at de har gjort noe feil, slik at de blir usikker på egen løsningsprosess selv om den fører til riktig besvarelse. Basert på erfaringer gjort gjennom egen lærerpraksis og skolegang er elevene vante til å regne matematikk i mattetimene på klasserommet eller for seg selv når de gjør lekser, og ikke verbalt alene sammen med en ukjent person. Dette kan påvirke elevenes evne til å løse oppgavene på samme måte som de vanligvis ville gjort, og på denne måten vil troverdigheten bli svekket ved at konteksten er endret. Schoenfeld (2007) beskriver begrepet konteksteffekt (*context effect*) som at «people will do things in some circumstances that they might do differently (or not at all) in other circumstances» (s. 87). Av den grunn er det rimelig å anta at det kunne forekommet andre data dersom dataene hadde blitt samlet inn i en annen kontekst og ved bruk av en annen metode, for eksempel observasjon i klasserommet. Derimot mener jeg at elevene fikk uttrykt sitt strategibruk slik de ville gjort i en mer kjent kontekst. Videre er også bruken av lydbånd en ukjent og kanskje forstyrrende situasjon for elevene og kan også være offer for konteksteffekten (ibid.). Et par av elevene kommenterer bruken av lydbånd innledningsvis som merkelig og uvant, men i ettertid av intervjuet forteller samtlige de at de ikke har tenkt på opptaket underveis.

Transkriberingen av intervjuene kan også kritiseres. Når jeg har overført lydfilene til tekstformat, har jeg vært nødt til å ta ulike valg ved for eksempel tegnsetting, hva jeg gjør med lange pauser og hvordan jeg håndterer elevenes toneleie. Dersom jeg har gjort et transkriberingsvalg som medfører endringer i elevens opprinnelige utsagn, kan det medføre at jeg arbeider med feilaktig fortolket data. Dette er svært vanskelig å gjøre perfekt, og derfor har jeg satt som mål om å være svært nøyaktig når jeg transkriberer alle intervjuene. Vedlegg 5 er et eksempel på hvordan jeg har transkribert intervjuene.

Valg av informanter har jeg allerede kritisert ved at utvalgsgruppa er elever fra én skole og fra én klasse. Elevene deltar i tillegg frivillig, slik at de stiller mer motivert til et intervju enn hva de kanskje ville gjort dersom jeg tok et tilfeldig utvalg blant hele klassen. Informantutvalget er hentet fra en homogen populasjon på om lag 40 individer. Christoffersen og Johannessen (2012) skriver at ved en homogen populasjon med 30 elever, kan et utvalg på fem eller seks elever være nok for å besvare på problemstillingen, og derfor har jeg valgt ut fem informanter. Dette gjør at forskningsresultatet ikke kan generaliseres og overføres til andre situasjoner, men det er heller ikke hensikten med studiet. Men da det er snakk om strategibruk, vil et utvalg av fem andre elever kunne gi et helt annet resultat enn hva jeg har fått gjennom de fem aktuelle elevene.

Oppgavene jeg har valgt ut er delvis basert på tidligere forskning på multiplikasjon av desimaltall og delvis egenutviklet, men oppgavene er ikke tidligere blitt brukt til å studere *strategivalg* ved multiplikasjon av desimaltall. Jeg mener oppgavene er gode og i stand til å vise hvilke strategier som blir brukt, men i ettertid har jeg sett at jeg kunne ha tilpasset de valgte oppgavene enda mer. Tallene i oppgavene er ikke tilpasset slik at de fremkaller en endring av strategibruk. På denne måten ville jeg ha sikret kvaliteten i valget av oppgavene ytterligere.

I ettertid mener jeg at jeg har for få oppgaver innenfor ulike multiplikative situasjoner. For det meste baserer tekstoppgavene seg på kvantitetsmåling, og det ville gitt et sterkere resultat dersom jeg hadde flere enn én oppgave innenfor de andre multiplikative situasjonene jeg beskriver i kapittel 2.1.1.

Til slutt ser jeg på selve analyseprosessen, som har blitt styrt av en deduktiv tilnærming, slik at jeg har forhåndsbestemte kategorier for strategier jeg forventer elevene skal benytte seg av, og forventninger for når elevene skal endre strategibruk. Her er det en fare for at datamaterialet mister en helhet og bredde som kunne vært fanget opp ved en induktiv tilnærming til analysen, eller dersom jeg hadde basert analysen på annen forskning enn hva jeg har gjort i denne studien.

3.7 Etikk

I dette underkapittelet skal jeg reflektere over forskningsetiske holdninger og mulige normkonflikter. Ettersom informantene er barn under 18 år, er det spesielt viktig å forholde seg etisk under hele forskningsstudien.

Før jeg kunne gå i gang med intervjuer og innsamlingen av datamateriale, var det nødvendig å få prosjektet godkjent av Norsk senter for forskningsdata (NSD). NSD vurderte mitt prosjekt som meldingspliktig i henhold til personopplysningsloven §31 og godkjente prosjektet så fremst alle krav for trygg behandling, oppbevaring og anonymisering av personidentifiserende opplysninger og data ble overholdt, samt at alle informanter fikk opplysninger om at deltakelse i prosjektet er frivillig (se vedlegg 3).

Jeg lagde derfor en samtykkeerklæring som detaljert beskriver prosjektets formål, fremgangsmåte ved datainnsamling, behandling av datamaterialet og kravet om frivillig deltakelse (se vedlegg 1). Jeg utformet etter anbefalinger fra NSD en tilpasset samtykkeerklæring til elevene, slik at også de kunne forstå i sin helhet hva deltakelse i prosjektet innebærer, at det er frivillig å delta og at de når som helst kan trekke sin deltakelse (se vedlegg 2). I intervjusituasjonen var det derfor viktig for meg å gjenta for elevene hva prosjektet innebærer, hvordan intervjuet skal gjennomføres, at det er frivillig å delta og at de kan trekke seg når som helst og uten grunn. Dette gjorde jeg for at ingen av elevene skulle føle noe som helst ubehag ved å delta.

Både i samtykkeerklæringen og før intervjuet var jeg klar og tydelig på at det kun er jeg som har tilgang til lydopptak og jeg i ettertid skulle transkribere intervjuet. I etterkant av intervjuet informerte jeg om opplysningene i samtykkeerklæringen og videre forhørte meg om hvordan elevene hadde opplevd intervjusituasjonen. Samtlige elever oppga at intervjuet hadde gått bra og ingen de hadde ikke opplevd situasjonen som ubehagelig.

Som beskrevet i kapittel 3.6, kan transkriberingen av intervju være kritikkverdig. Det følger også etiske aspekter ved transkriberingen ettersom at transkriberingen tar utgangspunkt i mine egne forståelser og fortolkninger av elevenes ordbruk, toneleie, tidsbruk, tegnsetting og lignende under intervjuene. Derfor har jeg forsøkt å være mest mulig nøyaktig i transkriberingen for å sikre en mest mulig reell konvertering av datamaterialet. Jeg har i ettertid valgt å la de aktuelle informantelevene få tilgang til lydfilene og transkripsjonene slik at de kunne godta og bekrefte mine fortolkninger av intervjuene.

For å opprettholde elevenes anonymitet i prosjektet, har jeg ikke opplyst informasjon om verken elevenes navn, kjønn eller skolen. Intervjuene er også transkribert til bokmål, slik at ingen av elevene kan skille seg ut ved bruk av identifiserende språkbruk. Jeg har i utgangspunktet identifisert og kodet elevene som Objekt 1-5, og for å anonymisere elevene ytterligere, har jeg i analyseprosessen også endret elevenes kode til tilfeldige pseudonymer.

4 Funn og diskusjon

I dette kapittelet skal jeg presentere mine funn ut fra analyse av de fem intervjuene jeg gjennomførte med mine informanter. For å konkretisere og begrunne funnene benytter jeg meg av representativt utdrag fra intervjutranskripsjonene. På denne måten kan også leseren få nærhet til datamaterialet, slik at det vil være liten tvil om hvorfor jeg har tolket datamaterialet slik jeg har gjort. Jeg har i tillegg lagt ved en transkripsjon av et intervju, slik at leseren kan se hvordan jeg har gått frem i intervjuene og hvordan jeg har transkribert (se vedlegg 5). Slik sikrer jeg også resultatene en høyere grad av troverdighet (Guba, 1981). Jeg har i intervjutranskripsjonene anonymisert elevene ved å gi dem navnene Alfa, Bob, Cindy, Dan og Erik, og meg selv har jeg kalt for TA.

Jeg har kort diskutert oppgavegruppene i presentasjonen av funnene. Videre har jeg et eget underkapittel hvor funnene blir diskutert i sin helhet. Diskusjon av datamaterialet tar utgangspunkt i å se hvilke strategier elevene bruker på tekstoppgaver og hvilke strategier de bruker på oppsatte stykker, og derfor har jeg delt diskusjonen opp i to deler; 1) hvilke strategier som blir brukt på de ulike oppgavene og 2) om strategibruken endrer seg når oppgaveformuleringen/oppsettet endres.

Til slutt skal jeg ta for meg didaktiske refleksjoner og ser på hva som har kommet ut av prosjektet og hvordan andre kan benytte seg av min forskning både slik som slik som det er i sin helhet og også i videre forskning på feltet.

4.1 Funn

I dette underkapittelet presenterer jeg hvordan elevene responderte på oppgavene i intervjuet. Jeg har gruppert intervjuoppgavene som hører sammen og overlapper med hverandre, slik at det blir mer oversiktlig og enklere for leseren å forstå hvordan jeg har gjort funn ut fra analyse av datamaterialet. For hver gruppering beskriver jeg funn vedrørende strategibruk hos elevene ved å trekke frem eksempler som representerer hele datamaterialet mitt. På denne måten svarer jeg på forskningsspørsmålet mitt.

Oppgave 1 og 2 har jeg ikke analysert, da de to oppgavene ikke dreier seg som multiplikasjon av desimaltall, men er ment som introduksjonsoppgaver. Oppgave 3, 5, 6 og 7 er multiplikasjon av desimaltall i både tekstoppgaver og et oppsatt stykke hvor faktorene er 0,75 og 15 (15000). Disse fire oppgavene diskuteres derfor i en sammenheng. Oppgavene 4, 10 og 11 er tre oppsatte stykker, og diskuteres derfor i en sammenheng. Oppgavene 8, 9, 12 og 13 er fire tekstoppgaver med ulike *multiplikative situasjoner* som jeg diskuterer jeg i en sammenheng, ettersom jeg på forhånd forventer en endring av strategibruk ved ulike multiplikative situasjoner.

4.1.1 Oppgave 3, 5, 6 og 7

Disse fire oppgavene inneholder de samme faktorene, 0,75 og 15, med unntak av oppgave 6 som har faktorene 0,75 og 15000. Oppgave 3, 5 og 6 er *tekstoppgaver* med *kvantitetsmåling* som situasjon (Greer, 1992), mens oppgave 7 er et *oppsatt stykke*.

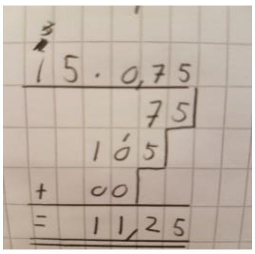
4.1.1.1 Oppgave 3

3) Fra 1 kilo hvete, får du 0,75 kilo hvetemel. Hvor mye hvetemel får du fra 15 kilo hvete?

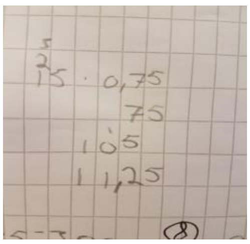
Denne oppgaven er en *kvantitetsmåling*, og ble i fire av fem tilfeller løst gjennom direkte bruk av en multiplikasjonsalgoritme, altså en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013). De fire elevene brukte litt betenkningstid og satte inn faktorene 0,75 og 15 i en multiplikasjonsalgoritme de har lært på skolen.

> *ALFA: (Setter opp algoritme) Det blir 11,25*
>
> *TA: Mhm. Og hva brukte du for å løse oppgaven?*
>
> *ALFA: Pluss, nei ganging mener jeg. Multiplikasjon.*
>
> *TA: Jo, hvordan satt … du satt det opp der?*
>
> *ALFA: Ja.*
>
> *TA: Og da brukte du det oppsettet som dere har lært i klassen?*
>
> *ALFA: Ja. Vi ehh …, vi, ja.*

Alfa setter opp en algoritme og bekrefter at det er denne algoritmen elevene har lært i klassen. Det stemmer overens med hvordan Alfa og for eksempel Erik setter opp oppgaven:



Bilde 1 Utregning til Alfa, oppgave 3



Bilde 2 Utregning til Erik, oppgave 3

Bob og Dan bruker også en multiplikasjonsalgoritme, men skiller seg fra de andre ved å benytte seg av den *kommutative lov*. Dan argumenterer for at det tar kortere tid å regne ut oppgaven dersom faktoren med færrest siffer står på høyre side.

TA: Okei, hva gjør du nå?

DAN: Nå tar jeg og setter opp et regnestykke. Som går fra 15 ganger 0,75.

TA: Mhm.

DAN: Ehm … (tenkepause) Nei, hva gjør jeg nå? Jeg bytter om.

TA: Bare gjør det.

DAN: Jeg skjønte der var noe feil. Lenge siden jeg har gjort denne oppgaven.

TA: Okei, du bytta om der.

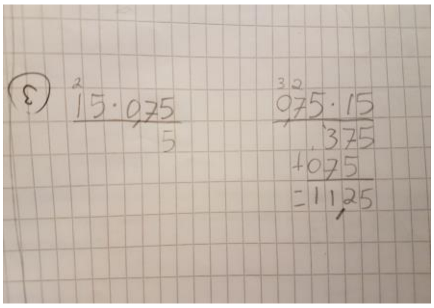
DAN: Ja, fordi …

TA: Hvorfor bytta du om?

DAN: Fordi jeg vil ha det tallet som har minst siffer på den siden som er ven.. høyre.

TA: Okei.

DAN: Fordi, da tar det litt kortere tid å regne det.



Bilde 3 Utregningen til Dan, oppgave 3

På bilde 3 har Dan satt opp oppgaven med den opprinnelige faktorrekkefølgen, før han så brukte den kommutative lov for å sette den faktoren med færrest siffer på høyre side i algoritmen. Ut fra hvordan det første oppsettet ser ut, ville han brukt tre steg i utregningen i stedet for to steg slik han har endt opp med å gjøre.

I det tilfellet hvor en multiplikasjonsalgoritme ikke ble brukt valgte Cindy å bruke divisjon for å løse oppgaven:

CINDY: (leser oppgaven inni seg) … da tar du 15 delt på 0,75. Er det riktig?

TA: Jeg kommer ikke til å si om det er riktig eller galt. Jeg vil at du skal prøve å løse oppgavene uten noe hjelp fra meg.

CINDY: (bruker lang tid på å tenke) (skriver ned divisjonsstykket og prøver å løse det) Nei, jeg vet ikke hva jeg har gjort nå.

TA: Okei. Da kan jeg spørre: hvorfor valgte du å bruke divisjon?

CINDY: (tenker) Det så logisk ut.

Cindys kom, etter å ha forsøkt en stund, ikke fram til et svar ved bruk av divisjon, og prøvde derfor å benytte en form for *komplett tall* (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007) som strategi, hvor hun dobler 0,75 og multipliserer med 10. Det ender opp med å ikke fungere.

CINDY: Ehh, dobbelt av 0,75 er 1,5, som vil si at den går opp 20 ganger. Ja.

TA: Okei.

CINDY: …0,75 ganger 2 er lik 1,5. 1,5 ganger 10 er lik 15. kilo. Ja. Ferdig med den da?

Elevene viste også bruk av en *regelstrategi* (Ostad, 2013) når de løste oppgaven. Her forklarer Alfa og Dan hvorfor det er to desimaler i oppgavens svar.

TA: Ja, hvorfor ikke 112,5 eller 1,125?

ALFA: Fordi det er 0,75, er det to tall bak komma, liksom. Og da må man gjøre sånn på svaret.

TA: Okei. Hvorfor ikke 1,125 eller 112,5?

DAN: Fordi, det spørs, ehh, fordi du må sette komma på riktig plass. Og fordi, her så står det 0,75, og da er det to siffer bak komma. Og da skal du ha to siffer bak komma i svaret.

4.1.1.2 Oppgave 5

5) 1 liter konsentrert saft brukes for å blande 15 liter blandet saft. Hvor mange liter blandet saft får du fra 0,75 liter konsentrert saft?

Denne oppgaven inneholder akkurat de samme faktorene som oppgave 3 og er også en *kvantitetsmålingsoppgave* (Greer, 1992), men rekkefølgen på faktorene er byttet om i denne oppgaven. Alle elevene har forsøkt å svare på denne oppgaven. Alfa, Bob og Cindy har fått riktig svar, mens Dan og Erik ikke løste oppgaven. De tre elevene som løser oppgaven gjør det derimot på ulike måter.

Alfa benytter (i likhet med hvordan hun løste oppgave 3) en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) og setter 15 · 0,75 i en multiplikasjonsalgoritme. Videre bruker Alfa en *regelstrategi* (Ostad, 2013) for å finne antall desimaler i svaret.

Cindy og Bob velger begge løsningsstrategier som går via divisjon før de fullfører og løser oppgaven ved hjelp av multiplikasjon.

Cindy ser at 0,75 er det samme som brøken ¾ og at hun må dele helheten på fire for å finne ¼, for så å multiplisere med tre for å finne ¾ av helheten. Divisjonen 15:4 løser Cindy ved å halvere 15 to ganger. Videre setter hun de nye tallene inn som faktorer i den samme algoritmen, som ble brukt på oppgave 3, og løser oppgaven.

> *CINDY: Den (oppgaven) er ute etter å finne hvor mye konsentrert, hvor mye blandet saft du får av 0,75 liter konsentrert saft hvis du får en liter, hvis du får 15 liter av en liter konsentrert. Hvor mye får du av 0,75?*
>
> *TA: Mhm. Ja.*
>
> *CINDY: Da tenker jeg at man kanskje må dele 15 på fire og så gange det med tre. (elev ser spørrende på meg)*
>
> *TA: Okei, du gjør det du tenker og føler er riktig.*
>
> *CINDY: Prøver det. (lang stille pause) Nå har jeg tatt og … 15 delt på fire, som er lik 3,750*
>
> *TA: Mhm. Det fant du ut bare ved å se på tallene?*
>
> *CINDY: Halverte, og så halverte jeg det igjen.*
>
> *TA: Du halverte og halverte, ja? Bra.*
>
> *CINDY: Ja. Så må jeg ta 3,75 ganger tre, for da finner du 0,75.*
>
> *TA: Mhm. Lurt.*

CINDY: Og så ganger jeg det sammen.

TA: Mhm. Jeg ser at du setter det inn i den algoritmen dere har lært?

CINDY: Ja. (liten pause) Og da får du 11,25 liter blandet saft av 0,75 liter.

Bob ser på oppgaven og gjenkjenner prosent i faktoren 0,75 (75 %), og løser derfor oppgaven gjennom å først finne 1 % for så å multiplisere med 75. Videre setter han de nye tallene inn som faktorer i den samme algoritmen, som ble brukt på oppgave 3, og løser oppgaven.

BOB: Liter, hvor mange, saft … Da må jeg jo ta 25 prosent bort derifra. Da blir det 15 …

TA: Okei.

BOB: Hvis jeg husker rett. Det er 15 delt på 100. Som, ikke går. Så blir det null, så blir det null. (mumler). Så skriver vi 15, så trekker vi ned komma. Så blir det 1 gang, så (mumler) 100 minus tre (mumler) femti, trekker ned en gang til, så blir det fem, og så blir det fem ganger … Jeg føler jeg har gjort masse feil nå. Ehm, ja. Det her er nok feil. Hmm … Jeg skal klare det. Da blir det, det (mumler), å, nei. Nå husker jeg ikke. Tar jeg … Nei, nå står det stille.

TA: Okei. Forklar hvorfor du bruker 15 delt på 100 der?

BOB: Fordi at ehh, jeg skal, ehh … Nå tror jeg at jeg husker. Fordi at 15 delt på 100. For at jeg skal få, se på, én liter så er det 0,75 liter, så da er det tatt bort 25 % av én liter. Og da må jeg ta bort 25 % av 25 (eleven mener 15) blandet saft. For å få svar. Og da tar jeg 15 delt på 100 for å finne sånn. Og da må jeg ta det ganger 75.

Begge disse to løsningsprosessene består av flere steg av *sub-oppgaver* som er enklere for elevene å løse, og kan derfor kategoriseres som *oppdeling av tall* som strategi (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007). Cindy ser på 0,75 som ¾, slik at sub-oppgavene blir 15:4 og 3,75 · 3. Bob ser på 0,75 som 75 %, slik at sub-oppgavene blir 15 : 100 og 1% · 75.

Begge disse løsningsstrategiene viser en *relasjonell forståelse* (Skemp, 1978), ved at de forstår hva oppgaven er ute etter og klarer å relatere oppgaven til og bruke andre aspekter av matematikken. Verken Bob eller Cindy viser til *regelstrategien* (Ostad, 2013) for å bestemme antall desimaler på denne oppgaven, men viser likevel tydelig at regelen blir tatt i bruk når svaret skrives ned.

Dan og Erik klarer ikke å forstå oppgavens innhold, og etter jeg forsøker å forklare oppgaven, både uten konkreter og ved bruk av konkreter, avslutter begge elevene forsøket på å løse oppgaven. Begge elvene klarte derimot å løse oppgave 3, som inneholder de samme tallene, uten å støte på noen problemer. Dette kan ha sammenheng med hvordan oppgaven presenteres (Cai et al., 2015), at rekkefølgen på faktorene er endret. Oppgave 3 presenterer faktorene som 0,75 · 15, noe som kan forstås som at 0,75 skal gjentas 15 ganger. Oppgave 5 presenterer faktorene i motsatt rekkefølge, slik at det kan forstås at 15 skal gjentas 0,75 ganger. Dersom Dan og Erik har en *additiv forståelse* av hvordan oppgaven skal løses, vil det ikke være mulig å løse oppgaven (Larsson, 2015) og det vil være vanskelig å få konseptualisert innholdet i oppgaven (Greer, 1992).

4.1.1.3 Oppgave 6

6) 1 kilo gull koster 15000 kroner. Hvor mye koster 0,75 kilo gull?

Denne oppgaven inneholder lignende faktorer som oppgavene over og er også en *kvantitetsmålingsoppgave* (Greer, 1992). Alle elevene har forsøkt å svare på denne oppgaven, og i likhet med oppgave 5 har Alfa, Bob og Cindy har fått riktig svar, mens Dan og Erik ikke klarte å løse oppgaven. Alfa, Bob og Cindy gjenkjente i denne oppgaven faktorene fra oppgave 5, og løste den derfor med lik fremgangsmåte.

> *ALFA: (skriver øyeblikkelig ned)*
>
> *TA: Du begynte å skrive ganske fort. Hva skjedde? Hva tenkte du?*
>
> *ALFA: Ehm. Jeg tenkte 15000 ganger 0,75.*
>
> *TA: Ja, hvorfor det? Hvorfor tenkte du det så fort?*
>
> *ALFA: Fordi. Ehh. Jeg følte det var den riktige måten.*
>
> *TA: Ja, men det skjedde så fort?*
>
> *ALFA: Jeg vet ikke, men, jeg bare tenkte at siden jeg gjorde det i forrige oppgave, så måtte man sikkert gjøre det samme her.*

> *CINDY: Ja, der er det samme måte å regne ut på som det er på seksa.*
>
> *TA: Mhm. Hvorfor mener du det er samme måte?*

CINDY: Fordi det er samme tall. Så å si.

TA: Så å si samme tall, ja?

CINDY: Ja.

TA: Ja, det er bra at du ser det. Det er en del av meningen til den oppgaven. At det skal være nesten de samme tallene.

CINDY: Ja. Nå tar jeg 15 000 delt på fire, som er 3750. Så skal jeg ta 3750 ganger med tre. (setter inn i algoritmen) Som er 11 250, kroner for 0,75 kilo gull.

Dan og Erik gjenkjenner også faktorene, men i likhet med oppgave 5 har de problemer med å finne en fremgangsmåte for å løse oppgaven. Dette kan ha samme årsak som på den foregående oppgaven, at oppgaven presenteres slik at det kan forstås at 15000 skal gjentas 0,75 ganger, noe som kan gjøre det vanskelig å få konseptualisert innholdet i oppgaven (Greer, 1992).

4.1.1.4 Oppgave 7

7) 0,75 · 15 =

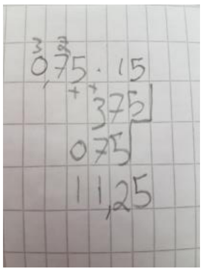
Denne oppgaven er et oppsatt stykke som består av de samme faktorene som oppgave 3 og 5 med lik rekkefølge på faktorene som i oppgave 5. Denne oppgaven har alle elevene løst korrekt. Alfa og Dan gjenkjenner faktorene fra de tidligere oppgavene og gjengir svaret fra oppgave 3 og 5 umiddelbart.

ALFA: 0,75 ganger 15 (peker på oppgavene over som inneholder samme tall)

DAN: Okei. (Setter opp algoritmen) Jeg gjorde jo det der? 11 komma …

Bob, Cindy og Erik setter faktorene direkte inn i en multiplikasjonsalgoritme, og benytter seg derfor av en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013).Videre benyttet de *regelstrategien* (Ostad, 2013) for å bestemme antall desimaler i svaret. Bob har en detaljert fremgangsmåte som også representerer hvordan Cindy og Erik gikk frem for å løse denne oppgaven.

BOB: Ja. Da blir det 0,75 ganger 15. Fem ganger fem er 25, fem ganger syv, det er 35. Pluss to som er 37, tre i mente. Fem ganger null som er null pluss tre som blir tre. En ganger fem som er fem. En ganger syv som er syv. En ganger null er null. Så blir det fem. Syv pluss fem er 12, to nede, en i mente. Eh. Tre pluss syv pluss en er 11, en nede en i mente. En pluss null er en. Så er det to, ehh, tall bak komma der oppe, så da er det to tall bak komma der nede.



Bilde 4 Utregning til Bob, oppgave 7

4.1.1.5 Samlet sett

Oppgave 3 og oppgave 7 er de to oppgavene som blir løst av alle elevene, og alle elevene benytter en multiplikasjonsalgoritme for å komme frem til svaret og en regel for å bekrefte svaret. Felles for de to oppgavene er at faktorene blir presentert i samme rekkefølge, først 0,75 så 15.

I oppgave 5 og 6 er faktorrekkefølgen byttet om, slik at 15 og 15000 er første faktor mens 0,75 er andre faktor. I disse to oppgavene er altså presentasjonen av oppgaven endret sammenlignet med oppgave 3 og 7. I følge (Cai et al., 2015) har dette sammenheng med hvilke strategier som blir brukt for å løse oppgaven. Bob og Cindy gjennomfører en helt annen utregning på oppgave 5 og 6 enn hva de gjorde på oppgave 3 og 7, selv om faktorene i oppgavene er de samme (oppgave 6 har faktoren 15000 i stedet for 15). Bob og Cindy viser en *relasjonell forståelse* (Skemp, 1978) når de løser oppgaven, mens Alfa viser en *instrumentell forståelse* (ibid.) når hun bruker en algoritme direkte.

TA: Mhm. Vet du hvorfor det (algoritmen) fungerer sånn der?

ALFA: Nei, egentlig ikke!

TA: Hvorfor det går an å gjøre det på den måten.

ALFA: Nei, ehh, egentlig ikke. Jeg har bare lært at hvis du gjør det, så, jeg gjør det bare, så.

Dan og Erik klarer ikke å løse oppgave 5 og 6, men oppgave 3 og 7 løste begge uten problemer. Dette kan også ha sammenheng med at faktorenes rekkefølge er endret, og gjør det vanskeligere for Dan og Erik å få konseptualisert innholdet i oppgaven (Greer, 1992) dersom de benytter en *additiv tankegang* (Larsson, 2015) for å løse kvantitetsmålingsoppgaver.

4.1.2 Oppgave 4, 10 og 11

Disse tre oppgavene er *oppsatte stykker*. Oppgave 4 har én faktor som er mindre enn 1, mens i oppgave 10 og 11 er begge faktorene mindre enn 1.

4.1.2.1 Oppgave 4

4) 69,50 · 0,76

Tre elever besvarte denne oppgaven, og felles for de tre elevene var at alle benyttet seg av en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) i form av en multiplikasjonsalgoritme for å løse oppgaven, og de bestemte antall desimaler i svaret ved bruk av en *regelstrategi* (Ostad, 2013).

> *ALFA: Jeg regna ut sånn som jeg gjorde i sta. Så plussa jeg på. Men nå er det jo ikke … på 0,76 er det to tall bak komma, og på 69,50 er det også to bak. Så da tar jeg fire tall.*

Cindy bekrefter i tillegg bruk av *kompenseringsstrategien* (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007) i denne oppgaven. Hun sier at hun bare later som at kommaet ikke er der, og indikerer at det er dette hun gjør på alle oppgaver med multiplikasjon av desimaltall.

> *CINDY: Nå tar jeg, starter jeg med å gange som vi har lært det. Helt som vanlig. Bare late som de kommaene ikke er der.*

Med andre ord løser hun oppgaven 69,50 · 0,76 ved å regne oppgaven som 695· 76. Cindy har da regnet om oppgaven og løst den som (69,50 · 10) · (0,76 · 100) = 5282, for så å benytte *regelstrategi* (Ostad, 2013) for å bestemme antall desimaler i svaret – og for å løse den påfølgende kompenseringsoppgaven 5282 : (10 · 100).

4.1.2.2 Oppgave 10 og 11

10) Multipliser: 0,56 · 0,203 =

11) Regn ut 0,402 · 0,53 =

Disse to oppgavene har begge to desimaltallsfaktorer. Oppgave 10 blir besvart av to elever, mens alle elevene besvarer oppgave 11. Grunnen til at bare to elever besvarte oppgave 10, er at på dette tidspunktet i intervjuene hadde elevene allerede brukt lang tid, og at begge oppgavene har to desimaltallsfaktorer som er mindre enn 1. Alle besvarelsene på disse to oppgavene ble gjort med en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) i form av en multiplikasjonsalgoritme, og antall desimaler i svaret ble bestemt med bruk av *regelstrategien* (Ostad, 2013).

DAN: (Setter opp algoritmen)

TA: Okei, hva gjør du nå?

DAN: Nå setter jeg det opp som et gangestykke. Og så ganger jeg det bare helt vanlig.

På oppgave 10 benyttet Dan seg av den *kommutative lov* i multiplikasjon slik at faktoren med færrest siffer er plassert som andre faktor.

DAN: Jeg bytter vei.

I oppgave 11 byttet han ikke faktorenes rekkefølge, men denne oppgaven presenterer allerede faktorene med færrest siffer som andre faktor.

Erik brukte rekkefølgen på faktoren som oppgaven ba om, men brukte lang tid på oppgaven. Eleven prøver seg med svaret 1,1386 (riktig svar er 0,11386) og begrunner det med at nullen ikke har verdi, men er veldig usikker på svaret likevel.

ERIK: (eleven setter opp algoritme) Ehh … (bruker veldig lang tid)

TA: Okei.

ERIK: Jeg tror det, men det skal være ikke hele tall og bare … jeg er litt usikker.

TA: Kan du prøve å fortelle hva du tenker der?

ERIK: Ehh …

TA: Der satt du svar som 1, 1368

ERIK: Mhm. Jeg tenker at det er svaret, siden det er fem desimaltall bak, men, ehh, nullen telles jo på en måte ikke

TA: Okei. Nullen telles ikke. Hva mener du med det?

ERIK: Ehh, siden liksom, null, ehh, det gir jo ingen ting på en måte. Så da tenkte jeg at det kanskje bare skulle være fire bak. Med mindre det ikke skal være komma i det det hele tatt.

TA: Okei. Hva skjer hvis du ikke har komma i det hele tatt? Da blir det vel 11 368?

ERIK: Ja. Ehm … Nei, det går an å ta null komma, også de tallene vi sa. Tar en null framfor.

Etter en liten periode fram og tilbake om hvor mange desimaler produktet skal inneholde, ender han på riktig svar og argumenterer for dette ved å se logisk på oppgaven. At det er uforståelig at det skal bli et helt tall dersom en multipliserer to tall mindre enn 1.

ERIK: Kanskje hvis det hadde vært null komma.

TA: Okei, hvorfor det?

ERIK: Ehm, fordi at. Altså, jeg forstår liksom ikke hvordan det der skal bli et helt tall

På oppgave 11 gjør både Bob og Dan lignende observasjoner av egne svar. De oppdager i sin besvarelse at svaret har blitt mindre enn det de startet med, og mener derfor at det er noe feil.

BOB: […] Så siden det er fem bak komma der oppe, så blir det fem bak komma der nede. (ser fort på svaret) Hæ? Ja.

TA: Hvorfor sa du hæ?

BOB: Fordi at … at ehh, det har blitt mindre enn det jeg starta med, så her er jeg nødt til å ha gjort noe feil.

TA: Ja. Enn det at du ganger cirka 0,4 med cirka 0,5. Og så får du svaret 0,2.

DAN: Ja, det er rart!

TA: Er det rart? Hvorfor det?

DAN: Det er fordi, ehh, det bør egentlig være ni og noe.

Reaksjonen til Bob kommer fra misforståelsen av at multiplikasjon alltid gjør produktet større enn faktorene (Lortie-Forgues et al., 2015), mens Dan har overført addisjons- og subtraksjonsprosedyrer for plassering av desimaltegnet til å gjelde for utregningen av multiplikasjon (ibid.) (0,4+0,5=0,**9**). Her viser Bob og Dan misforståelser for multiplikasjon av desimaltall, så jeg snakket med de to elvene om dette etter intervjuet var ferdig.

4.1.2.3 Samlet sett

Når elevene jobber med oppsatte stykker benytter alle seg av en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) i form av en multiplikasjonsalgoritme for å løse oppgavene. Cindy forteller i tillegg at hun later som at det ikke er desimaltall hun multipliserer.

> *CINDY: Nå tar jeg, starter jeg med å gange som vi har lært det. Helt som vanlig. Bare late som de kommaene ikke er der.*

Dan bruker også *kommutativitet* for å ha færre regnesteg ved bruk av algoritmen, og på denne måten gjør han oppgaven lettere for seg selv.

Spesielt med de oppsatte stykkene er derimot reaksjonene Bob og Dan får etter å ha løst oppgave 10 og 11, hvor de viser ulike misforståelser for multiplikasjon av desimaltall til tross for å løse oppgavene riktig.

4.1.3 Oppgave 8, 9, 12 og 13

Disse 4 oppgavene er alle tekstoppgaver, men med de ulike multiplikative situasjonene *målingskonvertering*, *kvantitetsmåling*, *multiplikativ sammenligning* og *rektangulært areal* (Greer, 1992). Selv om oppgavene er satt i ulik situasjon, kategoriserer jeg de sammen. Dette har jeg gjort for å kunne sammenligne strategibruken ved ulike multiplikative situasjoner.

4.1.3.1 Oppgave 8

8) En inch er omtrent 2,54 cm, hvor langt vil da 3,4 inch være i centimeter?

Denne oppgaven er en *målingskonverteringsoppgave* (Greer, 1992) hvor målet er å konvertere måleenheten inch til måleenheten centimeter. Denne oppgaven viste seg å være vanskeligere for elevene å forstå. Kanskje fordi de ikke er kjent med begrepet inch, men kanskje også fordi det er en mindre kjent multiplikasjonssituasjon. Elevene forsto imidlertid meningen med oppgaven etter jeg hadde forklart hva en inch er. Fire av de fem elevene prøvde seg på denne oppgaven, og tre av dem kom fram til helt riktig svar. Alfa, Bob og Erik løste oppgaven riktig, mens Dan skrev én faktor feil (3,4 som 3,5) som førte til galt svar (oppgaven Dan løste var derimot riktig løst).

Felles for alle fire var bruk av *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) i form av samme multiplikasjonsalgoritme som er brukt tidligere hos elevene. For å kontrollere at svart har riktig antall desimaler, benyttes også *reglestrategien* (Ostad, 2013) til slutt.

> *ERIK: (mumler) tre komma. Da tar jeg vel … 2,54 ganger 3,4? (setter opp algoritme) (lang pause) (mumler prosessen til seg selv)*

I denne oppgaven antyder Erik også at han bruker *kompenseringsstrategien* (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007) når han multipliserer desimaltall i denne multiplikasjonsalgoritmen. Han sier at han «regner uten at jeg tenker på komma» og regner derfor en lignende oppgave. Med andre ord regner han $2{,}54 \cdot 3{,}4$ som $(2{,}54 \cdot 100) \cdot (3{,}4 \cdot 10) = 254 \cdot 34 = 8636$ for så å finne svaret på den originale oppgaven ved å plassere kommaet i tallet 8636 slik at antall desimaler i svaret stemmer overens med antall desimaler i faktorene, altså bruk av en *regelstrategi* (Ostad, 2013).

> *TA: Du regner uten at du tenker på komma. Mhm. Og så setter du det inn på slutten ut fra hvor mange desimaler du har i stykket.*
>
> *ERIK: Mhm.*

Det at elevene ikke forsto meningen med oppgaven før jeg hadde forklart hva en inch faktisk er, kan komme av at elevene ikke tidligere har regnet med denne måleenheten.

> *TA: Kjenner du til hva inch betyr?*
>
> *ERIK: Nei.*
>
> *TA: Nei. Du har centimeter. En, to tre, fire, fem (tegner opp cirka fem cm). En inch, er cirka 2,54 centimeter. Som blir å være cirka der (peker på tegning), så er neste cirka der, og der (peker). Det er en annen lengdeenhet.*
>
> *ERIK: Okei.*

Jeg hadde på forhånd tenkt at elevene ville kjenne til begrepet inch, og at de hadde brukt det i matematikkundervisningen tidligere, men ingen av elevene var kjent med begrepet. Derfor var jeg nødt til å forklare alle elevene hva inch betyr. Dette kan ha hjulpet elevene med å finne en strategi for å løse oppgaven, men det kan også ha forenklet oppgaven for elevene.

4.1.3.2 Oppgave 9

9) 1 kg nøtter koster 69,50 kr. Hvor mye koster 0,76 kg?

Oppgave 9 er en tekstoppgave med *kvantitetsmåling* som situasjon (Greer, 1992), og ble besvart av kun Cindy.

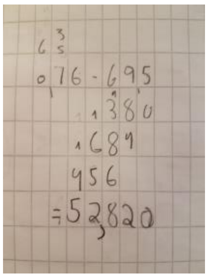
CINDY: Da tar jeg 0,76 ganger med 69,50.

TA: Yes. Før du nå fortsetter, hvorfor valgte du å sette 0,76 først?

CINDY: Det var bare tilfeldig.

TA: Ja, jeg tenker, siden det er det siste tallet som kommer.

CINDY: Jeg begynte bare å se bakerst.



Bilde 5 Utregning til Cindy, oppgave 9

Hun endrer faktorenes rekkefølge ved bruk av den *kommutative lov* og setter videre faktorene direkte inn i samme multiplikasjonsalgoritme som er brukt tidligere. Altså blir *kommutativitet* benyttet før bruk av en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) i form av en multiplikasjonsalgoritme, samt bruk av en *reglestrategi* (Ostad, 2013) for å kontrollere antall desimaler i svaret. Bruken av *kommutativitet* virker derimot å være helt tilfeldig, da Cindy argumenterer for at hun bare begynte å se bakerst.

4.1.3.3 Oppgave 12

12) Grunnstoffet jern veier 0,88 ganger grunnstoffet kobber. Hvis et stykke kobber veier 4,2 kg, hvor mye veier da et like stort stykke med jern?

Denne oppgaven er en *multiplikativ sammenligning* (Greer, 1992) hvor vekta til jern og kobber blir sammenlignet. Denne oppgaven synes elevene var vanskelig, og de hadde problemer med å forstå meningen i oppgaven. Derfor var det bare to av fem elever som gjorde denne oppgaven. Bob og Cindy forsøkte, men bare Bob fikk riktig resultat på oppgaven.

Bob brukte kort tid på å forstå konseptet med å sammenligne vekta til de to stoffene, og faktorene 0,88 og 4,2 ble satt inn i en multiplikasjonsalgoritme og derfor løst ved bruk av en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013).

BOB: Fordi at, jern … ehh, er (mumler) Nei, da blir 0,88 ganger 4,2 siden jern er så mye tyngre enn kobber.

BOB: Ja. 0,88 ganger med 4,2. Da blir det to ganger åtte som er en i mente, seks nede. To ganger åtte pluss en som er 17, syv nede, en i mente. To ganger null som er null, pluss en. Fire ganger åtte som er 32, tre oppe to nede. Fire ganger åtte som er

32, pluss 3 som blir 35, tre oppe, fem nede. Så blir det, ehh, fire ganger null som er null, pluss tre. Og da blir det seks, syv pluss to, det er ni. En pluss fem er seks, så er det tre. Så siden det er tre bak svaret i, ja, der oppe, så blir det tre bak svaret. Da blir det 3,696. Jern da. Nei vent, det kan ikke stemme.

TA: Så det betyr at hvis denne (objekt) er av jern, og denne (lignende objekt) er av kobber, så veier denne 4,2 og denne 3,696.

BOB: Ja. Ja. Men …

TA: Og så sier du at det ikke kan stemme. Hvorfor det?

BOB: Fordi at her er jern 0,88 ganger tyngre enn grunnstoffet kobber. Og da kan ikke jern være, veie mindre enn kobber.

I likhet med oppgave 11, blir Bob overrasket over at produktet ikke er større enn begge faktorene. Reaksjonen til Bob kommer fra misforståelsen av at multiplikasjon alltid gjør produktet større enn faktorene (Lortie-Forgues et al., 2015), og som på oppgave 11, blir denne misforståelsen av multiplikasjon satt på prøve også på oppgave 12.

Cindy forsøkte seg også på oppgaven, og selv om eleven forstår konseptet i oppgaven, gir eleven tidlig opp uten å forsøke.

TA: Ser du hva oppgaven spør om?

CINDY: Ja. Jern veier litt mindre enn grunnstoffet kobber.

TA: Mhm.

CINDY: Så hvis ett stykke kobber veier 4,2 kilo, hvor mye veier, ja, et stykke jern.

TA: Som er like stort.

CINDY: Ja. Det er noe av det samme som var på den forrige der? På en av de på bak (andre siden av oppgavearket). (snur arket og ser) Er det noe av det samme?

CINDY: Ja, jeg finner ikke noen måte å få det til, å regne det ut.

Når Cindy sier at hun ikke finner en måte å løse oppgaven på, tolker jeg det som at hun ikke har noen strategi for å løse *multiplikative sammenligninger*. Hadde jeg brukt flere oppgaver av denne typen multiplikativ situasjon, kunne jeg analysert dette nærmere.

4.1.3.4 Oppgave 13

13) Hva er arealet til en bordplate som er 2,3 meter lang og 0,75 meter bred?

Den siste oppgaven dreier seg om å finne et *rektangulært areal* (Greer, 1992). Alle fem elevene gjennomfører denne oppgaven, og alle besvarer oppgaven riktig. I alle tilfellene ble en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) i form av en multiplikasjonsalgoritme benyttet, og hos Bob og Dan noterer jeg også bruk av en *regelstrategi* (Ostad, 2013) for kontroll av antall desimaltall i produktet.

> *BOB: Eh, hæ?! Ja, 1,725 kom jeg fram til, men jeg føler det er feil.*

> *CINDY: Mhm. Hva er arealet? Ja, da tar du 2,3 ganger 0,75.*
>
> *TA: Hvorfor det?*
>
> *CINDY: Fordi det er målene.*
>
> *TA: Mhm.*
>
> *CINDY: Og arealet, da må man gange lengde og høyde. Lengde og bredde.*
>
> *TA: Yes.*
>
> *CINDY: Kan det her stemme?*
>
> *TA: Hva som … hva merket du der? Hvorfor det ikke skal stemme?*
>
> *CINDY: Det ble mindre.*

> *DAN: Å ja. (tenkepause) Ehh, det er bare å gange de to tallene.*
>
> *TA: Okei. Da regner jeg med du har hatt litt om areal før?*
>
> *DAN: Ja. Veldig mye. (setter opp algoritmen) (jobber stille) HÆ?!*
>
> *TA: Okei, hva, hva tenker du nå?*
>
> *DAN: Jeg tenker at det er ganske rart. Fordi det var jo 2 foran komma, men nå har det blitt én foran komma.*

ERIK: Ehh, jeg ganger 2,3 og 0,75, fordi at liksom da har man liksom ganget alt rundt, så får man liksom alle, alt det som er inni boksen for eksempel, eller, ja.

TA: Ja.

ERIK: (eleven setter opp algoritmen)

TA: Da ser jeg at du løser den på samme måte som du egentlig har gjort hele veien?

ERIK: Ja.

TA: Mhm.

ERIK: Nei, vent. Det går ikke.

TA: Okei, hva som ikke går?

ERIK: Ehh, fordi at, ehh, nå ganger jeg 2,3 med 0,75. Og da kan jo ikke det bli én, fordi at da har man jo ganget to flere ganger. Og ikke, det kan jo ikke, svaret kan jo ikke bli mindre da?

TA: Okei, hvorfor kan ikke svaret bli mindre?

ERIK: Ehh, fordi, når man ganger, så blir jo tall som oftest større. Og når det står to der, så kan ikke toeren gå ned til å bli én.

I alle tilfellene har elevene satt faktorene inn i den samme multiplikasjonsalgoritmen som er brukt tidligere, men det er interessant å se nærmere på reaksjonene til Bob, Cindy, Dan og Erik etter oppgaven var løst. Bob føler at svaret er feil, Cindy mener at det ikke kan stemme at produktet blir mindre, Dan reagerer med å rope «hæ?!» etter oppgaven var besvart og Erik påpeker at multiplikasjon som oftest gjør at tall blir større. Dette kan bygge på misforståelsen av at multiplikasjon alltid gjør produktet større enn faktorene (Lortie-Forgues et al., 2015), og at de ikke klarer å konseptualisere at et areal har mindre verdi enn lengden av en av sidene (Greer, 1992).

4.1.3.5 Samlet sett

De fire siste oppgavene løste elevene ved bruk av en algoritme. Det som vekker interesse er de tilfellene hvor elevene uttrykker usikkerhet etter oppgaven er løst. Her viser de en misforståelse (eller ingen forståelse) for multiplikasjon av desimaltall og bekrefter tidligere forskning om at de fleste elever ikke utvikler forståelse for desimaltall, men heller stoler på memorerte prosedyrer og regler som de har liten eller ingen forståelse for når de løser oppgaver med desimaltall (Donovan & Bransford, 2004; Hiebert & Wearne, 1985). Som Erik påpeker: «… fordi, når man ganger, så blir jo tall som oftest større». Dette viser til en misforståelse av at multiplikasjon alltid gjør produktet større enn faktorene (Lortie-Forgues et al., 2015).

Videre kan jeg ikke trekke direkte konklusjoner ut fra de siste fire oppgavene. Det kommer av at jeg ikke inkluderte flere oppgaver av samme multiplikative situasjoner som de fire oppgavene bygger på. Hadde jeg hatt to eller tre oppgaver av hver av de multiplikative situasjonene, kunne jeg kanskje funnet ut om mine antakelser hadde gått igjen. Dette ser jeg på som et svakhetstegn i min forskning, og noe som senker troverdigheten av resultatene.

4.1.4 Oversikt

Jeg har her laget en oversikt over hvilke strategier som er brukt på hver av oppgavene. Strategikodene er hentet fra kapittel 2.2.2.1. De observerte strategiene er her kategorisert på en oversiktlig måte, slik at det er enklere å se en sammenheng mellom oppgavene og strategibruk.

Oppgave	Benyttede strategier
3	**Generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme og **regelstrategi** for å bekrefte antall desimaler i svaret. To elever viser bruk av den k**ommutative lov** for å få færre «steg» å regne ut i algoritmen. Én gal besvarelse ble også gitt.
5 og 6	**Generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme og **regelstrategi** for å bekrefte antall desimaler i svaret. To ulike fremgangsmåter som først kategoriseres som **oppdeling av tall** som strategi, for så at oppgaven fullføres ved bruk av en **generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme. To elever klarer ikke å løse oppgaven.
7	**Generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme og **regelstrategi** for å bekrefte antall desimaler i svaret.
4	**Generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme og **regelstrategi** for å bekrefte antall desimaler i svaret.

	Bruk av **kompenseringsstrategien** blir antydet av én elev.
10 og 11	**Generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme og **regelstrategi** for å bekrefte antall desimaler i svaret. Bruk av den k**ommutative lov** hos én elev.
8	**Generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme og **regelstrategi** for å bekrefte antall desimaler i svaret. Bruk av **kompenseringsstrategien** blir antydet av én elev.
9	Bruk av den k**ommutative lov** og videre bruk av en **generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme og **regelstrategi** for å bekrefte antall desimaler i svaret.
12	**Generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme og **regelstrategi** for å bekrefte antall desimaler i svaret hos én elev. Ingen strategivalg hos den andre eleven som prøvde oppgaven.
13	**Generell strategi** i form av en multiplikasjonsalgoritme og **regelstrategi** for å bekrefte antall desimaler i svaret.

Ut fra denne tabellen, kan en se at bruken av en *generell strategi* i form av en multiplikasjonsalgoritme, samt bruk av en *regelstrategi* for å bekrefte antall desimaler i svaret blir benyttet av minst én elev på alle oppgavene.

Oppdeling av tall som strategi blir benyttet av to elever på to ulike måter på oppgave 5 og 6, men også her benytter begge elevene en *generell strategi* i form av en multiplikasjonsalgoritme for å fullføre oppgaven.

Bruken av en form for *kompenseringsstrategien*, hvor elevene regner ved å se bort fra komma, blir antydet ved to tilfeller.

På tre oppgaver (3, 9 og 10) benytter elever seg av den *kommutative lov* for multiplikasjon *før* de gjennomfører oppgavene ved bruk av en *generell strategi* i form av en multiplikasjonsalgoritme og *regelstrategi* for å bekrefte antall desimaler i svaret.

Fire oppgaver har også besvarelser med feil svar eller ingen besvarelse hos noen elever.

4.2 Diskusjon

I dette underkapittelet diskuteres funn presentert i kapittel 4.1 nærmere i lys av eksisterende teori på feltet. Et kritisk perspektiv på forskningsspørsmålet mitt søker svar på hvilke strategier elever bruker når de jobber med tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall, og derfor deler jeg diskusjonen av mine funn til å omhandle hvilke strategier som blir brukt på de ulike oppgavene (4.2.1) og om strategibruken endrer seg når oppgaveformuleringen/oppsettet endres (4.2.2).

4.2.1 Strategier som blir brukt

Jeg bruker oversikten over hvilke strategier elevene har benyttet seg av (fra kapittel 4.1.5) som utgangspunkt for diskusjonen av hvilke strategier som er brukt.

4.2.1.1 Multiplikasjonsalgoritme

Det som i stor grad går igjen i besvarelsene hos elevene er bruken av en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) i form av en multiplikasjonsalgoritme. To eksempler som representerer hele utvalget for hvordan elevene har satt opp en algoritme kan sees på bilde 1 og 2 i kapittel 4.1.1.1.

Ved bruk av en algoritme som strategi, blir også en *regelstrategi* (Ostad, 2013) brukt for å bekrefte antall desimaler i svaret. Dette kan tyde på at elevene ikke har utviklet forståelse for desimaltall og multiplikasjon av desimaltall, men heller stoler på memorerte prosedyrer og regler som de har liten eller ingen forståelse for når de løser oppgaver med desimaltall (Donovan & Bransford, 2004; Hiebert & Wearne, 1985), og de stoler på at den valgte algoritmen fungerer og at regelen om antall desimaler i svaret stemmer. Alfa bekrefter på oppgave 5 denne teorien:

> *ALFA: Jeg kan prøve. (setter opp oppgaven)*
>
> *TA: Mhm. Og der setter du også opp algoritmen. Slik dere har fått lært det?*
>
> *ALFA: Ja.*
>
> *TA: Og du bare stoler på at den er riktig?*
>
> *ALFA: Ja.*
>
> *TA: Uten noen forklaring på hvorfor den er rett?*

ALFA: Ja.

I et utdrag fra intervjuet med Bob blir har han i sitt intervju forklart til detalj hvordan han har tenkt mens han har løst oppgave 3 ved bruk av en algoritme.

> *BOB: Okei. Da tar jeg 0,75, så ganger jeg det med 15. Og så tar jeg, sånn. Så tar jeg fem ganger fem, som er to i mente, fem nede. Fem ganger syv, som er 35, pluss to, som er tre i mente, syv nede. Så er det fem ganger null som er null pluss tre som blir tre. Så tar vi en ganger fem, fem. En ganger syv, syv. En ganger null, og null. Og da tar jeg, plusser fem. Syv pluss fem det er to, fem, nei, en i mente. Så er det en nede en i mente og en ned. Og siden det er to bak komme oppe, så blir det to bak komma i svaret.*

Bob gjenkaller her multiplikasjonsstykker fra den lille multiplikasjonstabellen gjennom hele utregningsprosessen. I lys av hva *direkte retrieval* (Ostad, 2013) defineres som i kapittel 2.2.2, bruker Bob denne strategien aktivt når han multipliserer siffer for siffer i en algoritme. Også Alfa og Erik bekrefter bruk av *direkte retrieval* (ibid.) når de multipliserer siffer for siffer i en algoritme:

> *ALFA: Jeg tenker sånn, 3 ganger 2. som er 6, så setter jeg 6 der nede. Så tenker jeg 3 ganger 0 som er ved siden av 2 også fortsetter jeg til det ikke er noen tall mer. Så tar jeg trappetrinn. Og så begynner jeg på femtallet så gjør jeg det samme som … (i starten)*

> *ERIK: 0,75 ganger 15? (eleven setter opp som algoritme) Fem ganger, 25, tar jeg to der … fem ganger syv, det blir 35. To, pluss to blir 37. Ehh. Ganger fem blir syv (mumler til seg selv). Fem …*

Dette går igjen på hos de tre elevene der de bruker en algoritme for å løse en oppgave. Så selv om hovedstrategien er bruken av en algoritme, benytter elevene seg av *direkte retrieval* som en delstrategi når de opererer med tallene i algoritmen. Sett i lys av forskningsresultatene til Ostad, bruker 66 % av 7.-klassinger *direkte retrieval* som strategi når de løser multiplikasjonsoppgaver fra den lille multiplikasjonstabellen (ibid., s. 56). Derfor er det ikke overraskende at elevene i min forskning benytter seg av denne strategien når de løser multiplikasjon ved bruk av en algoritme.

Noe som også gikk igjen ved bruk av en algoritme som hovedstrategi, men som ikke var like tydelig hos alle elevene, var bruken av *kompenseringsstrategien* (Ambrose et al., 2003;

Verschaffel et al., 2007). Denne strategien ble bekreftet brukt hos Cindy og Erik ved ett tilfelle hver, men ut fra elevenes beskrivelse av strategibruken og beskrivelsene de gir på andre oppgaver, kan en anta at denne strategien inngår som en delstrategi i alle oppgavene hos de to elevene.

> *CINDY: Nå tar jeg, starter jeg med å gange som vi har lært det.* ***Helt som vanlig.*** *Bare late som de kommaene ikke er der.*

Cindy antyder ved å si «helt som vanlig» at hun bruker *kompenseringsstrategien* (ibid.) på alle oppgavene, selv om hun ikke beskriver strategibruken på de andre oppgavene.

Erik forteller i sitt intervju at han bruker *kompenseringsstrategien* (ibid.) og en påfølgende *regelstrategi* (Ostad, 2013) som to delstrategier når han bruker en algoritme som hovedstrategi.

> *ERIK: Jeg regner uten at jeg tenker på komma.*
>
> *TA: Du regner uten at du tenker på komma. Mhm. Og så setter du det inn på slutten ut fra hvor mange desimaler du har i stykket.*
>
> *ERIK: Mhm.*

Cindy og Erik bruker altså en *kompenseringsstrategi* som delstrategi ved bruk av en algoritme og bekrefter svaret ved bruk av en *regelstrategi*, og Alfa, Bob og Erik viser bruk av *direkte retrieval* som delstrategi ved bruk av en algoritme.

Selv om Lortie-Forgues et al. (2015) ut fra sin forskning hevder at «Understanding fraction and decimal arithmetic requires understanding of the fractions and decimals themselves» (ibid., s. 203), så viser ikke elevene i min forskning noen særlig forståelse for multiplikasjon av desimaltall når de bruker en algoritme som løsningsstrategi (med flere delstrategier). Men i følge Donovan og Bransford (2004) og Hiebert og Wearne (1985) utvikler de fleste elever ikke forståelse for desimaltall, men stoler heller på memorerte prosedyrer og regler som de har liten eller ingen forståelse for når de løser oppgaver med desimaltall. Kombinasjonen av strategibruk som elevene i min forskning bruker, viser at elevene kan løse multiplikasjon av desimaltall uten at de trenger å ha en relasjonell forståelse (Skemp, 1978) for multiplikasjon av desimaltall. Kombinasjonen av strategibruk kan også si noe om hvorfor Siegler og Jenkins (1989) skiller mellom strategier og prosedyrer (algoritmer) i sin definisjon av strategi. Gjennom bruk av en algoritme som strategi, viser elevene bruk av flere delstrategier for å komme frem til en løsning av oppgaven. Jeg tolker det likevel som at elevenes bruk av en algoritme er hovedstrategien, og delstrategiene er innøvde steg som de stoler på at fungerer i hvert tilfelle (Donovan & Bransford, 2004; Hiebert & Wearne, 1985).

4.2.1.2 Alternative fremgangsmåter

Oppgave 3, 5, 6 og 7 inneholder de samme tallene (oppgave 6 bruker 15000 i stedet for 15), men forskningsresultatene til Fischbein et al. (1985) viser at oppgavene med 0,75 som siste faktor er vanskeligere å løse. Fire av de fem elevene løste oppgave 3 ved bruk av en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) (som beskrevet over). Derimot ble oppgave 5 og 6 løst med en alternativ fremgangsmåte i to tilfeller, og uløst ved to andre tilfeller. Cindy og Bob valgte begge løsningsstrategier som går via divisjon før de fullfører og løser oppgaven ved hjelp av multiplikasjon. Dette kan sees i sammenheng med at disse oppgavene var vanskeligere å løse for elevene i forskningen til Fischbein et al.. På oppgave 5 og 6 ble *oppdeling av tall* som strategi (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007) brukt før elevene benyttet seg av en multiplikasjonsalgoritme, slik som beskrevet tidligere. På oppgave 7 var derimot faktorrekkefølgen lik faktorrekkefølgen i oppgave 5 og 6, men elevene viste ingen tegn til at denne oppgaven var vanskeligere å løse.

4.2.2 Endring av strategibruken

I følge Cai et al. (2015) er det en sammenheng mellom hvordan et matematisk problem presenteres og hvilke strategier som blir brukt for å løse problemet. Dette var en av årsakene til at jeg ønsket å undersøke strategibruk ved tekstoppgaver og oppsatte stykker, for å se om strategibruken faktisk endret seg dersom presentasjonen av oppgaven endret seg. Mine forhåndsantakelser var at de *multiplikative situasjonene* (Greer, 1992) i oppgavene ville være årsak til at elevene viste en endring av strategibruk på oppgavene, og derfor inkluderte jeg oppgaver av ulike multiplikative situasjoner i mitt oppgavesett (se vedlegg 4). Generelt sett brukte elevene en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) i form av en algoritme, med unntak av to tilfeller på tekstoppgavene 5 og 6, hvor to elever benyttet ulike versjoner av *oppdeling av tall* (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007) brukt som strategi. Disse to oppgavene var begge av den multiplikative situasjonen *kvantitetsmåling* (Greer, 1992), og mine forhåndsantakelser om at ulike multiplikative situasjoner kunne føre til endring av strategibruken ble derfor avkreftet. Det må likevel presiseres at resultatene fra min forskning ikke kan generaliseres (Cohen et al., 2007) slik at denne forhåndsantakelsen min kun kan avkreftes i lys av resultatene fra de fem elevene i dette forskningsprosjektet.

Faktorenes rekkefølge på oppgave 5 og 6 er satt slik at det største tallet, tallet med færrest siffer, er første faktor (i motsetning til faktorrekkefølgen på oppgave 3). På oppgave 5 og 6 velger Bob og Cindy å bruke *oppdeling av tall* (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007) som strategi, på hver sin måte gjennom bruk av divisjon, før de fullfører oppgaven ved bruk av en multiplikasjonsalgoritme. Så selv om de endrer bruk av strategi, benytter begge likevel en multiplikasjonsalgoritme for å fullføre oppgaven.

På oppgave 9 er faktorrekkefølgen satt slik at det største tallet, tallet med færrest siffer, er første faktor. Cindy benytter den *kommutative lov* før hun setter faktorene inn i en multiplikasjonsalgoritme og løser oppgaven problemfritt. Dette tyder på at faktorenes rekkefølge i tekstoppgavene er viktig for hvilken strategi elevene bruker for å løse oppgaven, og ikke hvilken multiplikativ situasjon problemet tar utgangspunkt i. De oppgavene hvor den minste faktoren står først, blir faktorene satt direkte inn i en multiplikasjonsalgoritme, uavhengig av multiplikativ situasjon og om det er en tekstoppgave eller et oppsatt stykke.

De resterende tekstoppgavene er altså satt inn i ulike multiplikative situasjoner (Greer, 1992), men dette ser ikke ut til å påvirke elevenes strategivalg i noen grad. Av den grunn kan jeg ikke trekke noen direkte linjer mellom endring av strategibruk dersom den multiplikative situasjonen endres, noe som gjelder alle elevene. Resultatene mine viser derimot en strategiendring (i to tilfeller) dersom første faktor i regnestykket har høyest verdi. Dette er i tråd med forskningen til Cai et al. (2015), som sier at fremstillingen av problemet er avgjørende for hvilken strategi som blir brukt. Og da er det ikke den multiplikative situasjonen som avgjør hvordan elevene ser på oppgaven, men heller rekkefølgen av faktorene.

4.3 Didaktiske implikasjoner

Gjennom arbeidet med denne masteroppgaven har jeg fått innsikt til hvilke strategier fem elever i 7.-klasse benytter seg av for å løse oppgaver med multiplikasjon av desimaltall. Resultatene kan på ingen måte generaliseres til å gjelde for andre enn disse fem elevene (Cohen et al., 2007), men jeg mener likevel at jeg sitter igjen med ny kunnskap jeg og andre lærere kan få bruk for som lærer. Blant annet det at alle de fem elevene benytter en seg av en innøvd algoritme for å løse alle oppgavene, og viser i stor grad en *instrumentell forståelse* (Skemp, 1978) av multiplikasjon av desimaltall.

Som jeg skrev i innledningen av denne oppgaven, er den internasjonale forståelsen for multiplikasjon av desimaltall er lav (Lortie-Forgues et al., 2015), samtidig som elever finner tekstoppgaver og oppsatte stykker som involverer desimaltall vanskelig (Greer, 1992). Elevene i denne studien bruker og stoler for det meste på innøvde prosedyrer og regler for å løse oppgaver med multiplikasjon av desimaltall. Altså viser de at de har en *instrumentell forståelse* (Skemp, 1978) for multiplikasjon av desimaltall. Dette er i tråd med forskningen til Donovan og Bransford (2004) og Hiebert og Wearne (1985). Dette er nyttig informasjon for lærere å ha om elevenes arbeid med multiplikasjon av desimaltall. Dersom denne informasjonen gjelder for flere enn de fem elevene som inngår i min studie, kan det fungere som en motivasjon for å utarbeide undervisningsopplegg som legger mer til rette for en *relasjonell forståelse* (Skemp, 1978) for multiplikasjon av desimaltall.

Som jeg påpekte i forbindelse med oppgave 5, 6 og 9, viser det seg å ha en sammenheng for elevene hvilken faktor som står først i tekstoppgaver og hvilken strategi de valgte. Der elevene støttet seg på elementer (prosent og brøk) fra andre deler av matematikken når de løste disse oppgavene, viser de en relasjonell forståelse. Dette var tilfelle i oppgavene som hadde den største faktoren først, og det kan være informasjon som kan hjelpe lærere med å utvikle oppgaver og undervisningen slik at elevene får en bedre forståelse for multiplikasjon av desimaltall. Dette har sammenheng med hvordan oppgaven presenteres (Cai et al., 2015). Det er, ut fra mine resultater, ikke den multiplikative situasjonen er avgjørende for hvilken strategi elevene i mitt prosjekt bruker, men rekkefølgen på faktorene som blir presentert. Dette var en av årsakene til at jeg valgte å undersøke dette, for å danne et grunnlag for en forståelse for elevers svake resultater og lav forståelse for multiplikasjon av desimaltall.

Det viktig å gjennomføre mer forskning på feltet multiplikasjon av desimaltall for å få et større bilde av hvordan elever jobber med multiplikasjon av desimaltall, og også for å få bedre innsikt i hvordan en kan tilrettelegge matematikkundervisningen for at elevene skal få en bedre forståelse for temaet. Mer forskning med et større omfang vil også kunne generalisere resultatene i større grad. Da mine resultater kun gjelder for de fem elevene som har deltatt i prosjektet, er det ikke sikkert at mer forskning vil produsere de samme resultatene jeg har gjort.

5 Oppsummering

I dette mastergradsprosjektet har jeg undersøkt og kartlagt hvilke løsningsstrategier elever i 7.-klasse benytter seg av når de jobber med tekstoppgaver og oppsatte stykker med multiplikasjon av desimaltall. Jeg har hatt en kvalitativ tilnærming til undersøkelsen, da en slik tilnærming kan gi dypere innsikt i og forståelse for elevers tankeprosesser og strategivalg (Christoffersen & Johannessen, 2012). Gjennom kognitive intervju (Pepper et al., 2016) med fem elever i en 7.-klasse har jeg fått tilgang til et datamateriale som viser elevenes strategibruk på utvalgte oppsatte stykker og tekstoppgaver med multiplikasjon av desimaltall. Datamaterialet har dannet grunnlag for en deduktiv analyse, bygget på teori om hvilke multiplikasjonsstrategier elever bruker (Ambrose et al., 2003; Askeland, 2009; Goldman, 1989; Hecht, 1999; Ostad, 2013; Van de Walle & Lovin, 2005; Verschaffel et al., 2007), og om strategibruken endrer seg ved ulike presentasjoner av oppgavene (Cai et al., 2015), som for eksempel ved ulike *multiplikative situasjoner* (Greer, 1992).

I kartleggingen av strategibruken fant jeg at strategien som går igjen hos alle elevene er bruken av en *generell strategi* (Askeland, 2009; Ostad, 2013) i form av en multiplikasjonsalgoritme som hovedstrategi, samt bruk av en *reglestrategi* (Ostad, 2013) som delstrategi, hvor elevene bestemmer antall desimaler i svaret ved å summere antall desimaler i faktorene. Jeg oppdaget også bruk av *kompenseringsstrategi* (Ambrose et al., 2003; Verschaffel et al., 2007) som delstrategi hos noen elever, hvor de tenker at det er «bare å late som de kommaene ikke er der» og regner ut et lignende regnestykke enn hva som er utgangspunktet. Jeg oppdaget også bruk av *direkte retrieval* (Ostad, 2013) som delstrategi, hvor elevene gjenkjenner oppgaver fra den lille multiplikasjonstabellen mens de løser oppgaver ved bruk av en algoritme.

I følge Cai et al. (2015) er det en sammenheng mellom hvordan et matematisk problem presenteres og hvilke strategier som blir brukt for å løse problemet. Dette kan jeg også se ut fra mine resultater, men på en annen måte enn mine forventninger på forhånd. Oppgavesettet (se vedlegg 4) inkluderer tekstoppgaver med ulike *multiplikative situasjoner* (Greer, 1992) for å se om de ulike multiplikative situasjonene kan være årsak til at elever velger ulike strategier for å løse oppgavene. Det jeg fant var heller at faktorenes rekkefølge kunne fungere som en årsak til at noen elever benyttet seg av alternative strategier eller den *kommutative lov*.

Elevene i denne studien bruker og stoler for det meste på innøvde prosedyrer og regler for å løse oppgaver med multiplikasjons av desimaltall. Men resultatene fra denne studien har svakheter ved valg av oppgaver. Oppgavene jeg har valgt i studien er ikke tidligere blitt brukt til å studere strategivalg ved multiplikasjon av desimaltall og derfor er heller ikke tallene i oppgaven tilpasset slik at de legger til rette for andre valg av strategier. Dette kan ha påvirket elevenes svar og kan ha vært en årsak til at alle elevene i hovedsak benyttet seg av en algoritme for å løse oppgaver. Resultatene fra forskningen min kan ikke generaliseres, men resultatene kan likevel være med og hjelpe både meg og andre lærere til å forstå hvordan elever tenker og hva de forstår, og resultatene kan være med på å legge opp undervisningen slik at elever i større grad kan få en relasjonell forståelse for desimaltall og multiplikasjon av desimaltall.

6 Kilder

Aastrup, S. (2013). *Dynamisk kartleggingsprøve i matematikk : for elever fra 5.-10. trinn og elever i videregående skole*. Trondheim: Statped midt.

Ambrose, R., Baek, J.-M. & Carpenter, T. P. (2003). Children's invention of multidigit multiplication and division algorithms. I A. J. Baroody & A. Dowker (Red.), *The Development of arithmetic concepts and skills : constructing adaptive expertise* (s. 305-336). Mahwah, N.J: Lawrence Erlbaum.

Askeland, M. (2009). Regnestrategier i matematikk. I E. K. L. Reikerås, R. Mosvold & J. Fauskanger (Red.), *Å regne i alle fag* (s. 56-70). Oslo: Universitetsforlaget.

Barmby, P., Harries, T., Higgins, S. & Suggate, J. (2009). The array representation and primary children’s understanding and reasoning in multiplication. *Educational Studies in Mathematics, 70*(3), 217-241. doi: 10.1007/s10649-008-9145-1

Braisby, N. & Gellatly, A. (2012). *Cognitive psychology* (2nd ed. utg.). Oxford: Oxford University Press.

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*(2), 77-101. doi: 10.1191/1478088706qp063oa

Brekke, G. (1995). *Veiledning til tall og tallregning : E, G og I : Tallregning : diagnostisk prøve I*. Oslo: Nasjonalt læremiddelsenter.

Cai, J., Hwang, S., Jiang, C. & Silber, S. (2015). Problem-Posing Research in Mathematics Education: Some Answered and Unanswered Questions. I F. M. Singer, N. F. Ellerton & J. Cai (Red.), *Mathematical Problem Posing : From Research to Effective Practice* (s. 3-34). New York: Springer New York.

Carpenter, T. P., Franke, M. L., Jacobs, V. R., Fennema, E. & Empson, S. B. (1998). A Longitudinal Study of Invention and Understanding in Children's Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 3-20. doi: 10.2307/749715

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Cobb, P. (2007). Putting Philosophy to Work: Coping with Multiple Theorethical Perspectives. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. Vol. 1). Charlotte, N.C: Information Age.

Cohen, L., Morrison, K. & Manion, L. (2007). *Research methods in education* (6 utg.). London: Routledge.

Creswell, J. W. (2014). *Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (4 utg.). Los Angeles, California: SAGE.

Donovan, S. & Bransford, J. (2004). *How Students Learn: History, Mathematics, and Science in the Classroom*. Washington, DC, USA National Academies Press

Eysenck, M. W. & Keane, M. T. (2015). *Cognitive psychology : a student's handbook* (7 utg.). London & New York: Psychology Press.

Fernald, L. D. (2008). *Psychology : six perspectives*. Los Angeles: Sage.

Fischbein, E., Deri, M., Nello, M. S. & Marino, M. S. (1985). The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division. *Journal for Research in Mathematics Education, 16*(1), 3-17. doi: 10.2307/748969

Goldman, S. R. (1989). Strategy Instruction in Mathematics. *Learning Disability Quarterly, 12*(1), 43-55. doi: 10.2307/1510251

Greer, B. (1992). Multiplication and Division as Models of Situations. I D. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 276-295). Reston, Virginia, USA: National Council of Teachers of Mathematics.

Guba, E. (1981). Criteria for assessing the trustworthiness of naturalistic inquiries. *Educational communication and technology, 29*(2), 75-91. doi: 10.1007/BF02766777

Hecht, S. A. (1999). Individual solution processes while solving addition and multiplication math facts in adults. *Memory & Cognition, 27*(6), 1097-1107. doi: 10.3758/bf03201239

Hiebert, J. (1992). Mathematical, cognitive, and instructional analyses of decimal fractions. I G. Leinhardt, R. Putnam & H. R. A. (Red.), *Analysis of arithmetic for mathematics teaching* (s. 283-322). Hillsdale, N.J: Erlbaum.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1985). A Model of Students' Decimal Computation Procedures. *Ethics and Behavior*, *2*(3), 175-205.

Izsák, A. (2004). Teaching and Learning Two-Digit Multiplication: Coordinating Analyses of Classroom Practices and Individual Student Learning. *Mathematical Thinking and Learning, 6*(1), 37-79. doi: 10.1207/s15327833mtl0601_3

Lampert, M. (1986). Knowing, Doing, and Teaching Multiplication. *Cognition and Instruction, 3*(4), 305-342. doi: 10.1207/s1532690xci0304_1

Larsson, K. (2013). *Mulitplicative thinking in relation to commutativity and forms of representation*. Paper presentert på Tasks and tools in elementary mathematics Prague: Charles University, Faculty of Education.

Larsson, K. (2015). Multiplikationsundervisning. *Nämnaren : tidskrift för matematikundervisning*(1), 9-13.

Larsson, K. (2016). *Students' understandings of multiplication* (Doktorgrad). Stockholm University, Stockholm

Larsson, K., Pettersson, K. & Andrews, P. (2017). Students’ conceptualisations of multiplication as repeated addition or equal groups in relation to multi-digit and decimal numbers. *Journal of Mathematical Behavior, 48*, 1-13. doi: 10.1016/j.jmathb.2017.07.003

Lemaire, P., Siegler, R. S. & Hunt, E. B. (1995). Four Aspects of Strategic Change: Contributions to Children's Learning of Multiplication. *Journal of Experimental Psychology: General*, *124*(1), 83-97. doi: 10.1037/0096-3445.124.1.83

Lortie-Forgues, H., Tian, J. & Siegler, R. S. (2015). Why is learning fraction and decimal arithmetic so difficult? *Developmental Review, 38*, 201-221. doi: 10.1016/j.dr.2015.07.008

Maher, C. A. & Sigley, R. (2014). Task-Based Interviews in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 579-582). Dordrecht: Springer Netherlands.

Merriam, S. B. (2009). *Qualitative Research : A Guide to Design and Implementation* (Vol. 19). Somerset: Wiley.

Ostad, S. A. (2013). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring : med fokus på elever med matematikkvansker* (2. oppl. [i.e. rev.utg.]. utg.). Trondheim: Læreboka forlag.

Pepper, D., Hodgen, J., Lamesoo, K., Kõiv, P. & Tolboom, J. (2016). Think aloud: using cognitive interviewing to validate the PISA assessment of student self-efficacy in mathematics. *International Journal of Research & Method in Education*, 1-14. doi: 10.1080/1743727X.2016.1238891

Piaget, J. & Ackermann-Valladao, E. (1987). *Possibility and necessity : the role of possibility in cognitive development : 2* (Vol. 2). Minneapolis, Minn: University of Minnesota Press.

Schliemann, A. D., Araujo, C., Cassundé, M. A., Macedo, S. & Nicéas, L. (1998). Use of Multiplicative Commutativity by School Children and Street Sellers. *Journal for Research in Mathematics Education*, *29*(4), 422-435. doi: 10.2307/749859

Schoenfeld, A. H. (2007). Method. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1). Charlotte, N.C: National Council of Teachers of, Mathematics, Information Age.

Schunk, D. H. (2014). *Learning theories : an educational perspective* (6th ed., new international ed. utg.). Harlow: Pearson.

Siegler, R. S. & Jenkins, E. (1989). *How Children Discover New Strategies*. New York, USA: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Sjøberg, S. (2016). TIMSS. I *Store norske leksikon*. Hentet fra https://snl.no/TIMSS

Sjøberg, S. (2018). PISA: internasjonal skoletest. I *Store norske leksikon*. Hentet fra https://snl.no/PISA_-_internasjonal_skoletest

Skemp, R. R. (1978). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *The Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9-15.

Squire, S., Davies, C. & Bryant, P. (2004). Does The Cue Help? Children's Understanding Of Multiplicative Concepts In Different Problem Contexts. *British Journal of Educational Psychology*, *74*(4), 515-532. doi: 10.1348/0007099042376364

TIMSS. (1997). TIMSS 1995 mathematics items. I A. E. Beaton, I. V. S. Mullis, M. O. Martin, E. J. Gonzalez, D. L. Kelly & T. A. Smith (Red.), *Released set for population 2 (seventh and eighth grades)* (s. 53). Lynch School of Education, Boston College, USA: TIMSS & PIRLS International Study Center.

TIMSS. (2009). Released Items: Mathematics Eight Grade *TIMSS 2007 user guide for the international database* (s. 54). Lynch School of Education, Boston College, USA: TIMSS & PIRLS International Study Center.

Utdanningsdirektoratet. (2015). *Tall og algebra 7. årstrinn*. https://www.udir.no/PageFiles/Veiledninger/Matematikk/PDF/2/tallogalgebra_7trinn_23.06.pdf

Van de Walle, J. A. & Lovin, L. H. (2005). *Teaching Student-Centered Mathematics : grades 5-8*. Boston: Allyn and Bacon.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative structures. I M. Landau & R. Lesh (Red.), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (s. 127-174). New York: Academic Press.

Verschaffel, L., Greer, B. & De Corte, E. (2007). Whole Number Concepts and Operations. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, s. 557-628). Charlotte, N.C: National Council of Teachers of, Mathematics, Information Age.

Zazkis, R. & Hazzan, O. (1998). Interviewing in mathematics education research: Choosing the questions. *Journal of Mathematical Behavior*, *17*(4), 429-439. doi: 10.1016/S0732-3123(99)00006-1

Vedlegg

Vedlegg 1: Samtykkeerklæring fra foresatte

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

Strategivalg når elever jobber med tekstoppgaver og oppsatte stykker

med multiplikasjon av desimaltall

Bakgrunn og formål

I forbindelse med min avsluttende studietid på lærerstudiet ved UiT skal jeg skrive en mastergradsoppgave. I denne mastergraden skal jeg gjennomføre et forskingsprosjekt hvor jeg skal se på hvordan elever arbeider med *oppgave med multiplikasjon av desimaltall*. Jeg skal gjennom mitt arbeid kartlegge og analysere elevers strategivalg når de løser oppgaver som faller innenfor denne kategorien. Dette gjør jeg for å øke forståelsen for elevers tankeprosess i matematikk, og da særlig med multiplikasjon av desimaltall.

Grunnen til at ditt barn forespørres om å delta i min forskning, er at temaet jeg skal belyse arbeides med i matematikken på mellomtrinnet, og elever på 7. trinn vil derfor ikke ha et første møte med multiplikasjon av desimaltall. Utvalget er dog tilfeldig innenfor dette klassetrinnet blant de elevene som frivillig ønsker å delta, og ditt barn er derfor ikke direkte valgt ut.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Hvis ditt barn ønsker å delta i mitt forskningsprosjekt, vil barnet gjennomføre et *kognitivt intervju*. Dette er en intervjumetode hvor jeg bruker intervjuteknikker som legger til rette for at barnet kan gjengi tankeprosessen sin verbalt. Med andre ord vil intervjuet bestå av skriftlige matematiske oppgaver innenfor det aktuelle temaet, hvor barnet forsøker å beskrive og forklare løsningsprosessen. Selve intervjuspørsmålene skal i hovedsak bestå av *hva*-, *hvordan*-, og *hvorfor*-spørsmål der det trengs. Dette er for å kunne hjelpe barnet med å beskrive sin egen tankeprosess. Dersom det samtykkes at ditt barn deltar på dette intervjuet, vil jeg etter forespørsel kunne sende ut intervjuguiden i forkant av intervjuet. Det er ventet at et slikt intervju vil ta mellom 15 og 30 minutter.

Intervjuet vil skje én til én. Det vil si at det er jeg gjennomfører intervjuet sammen med eleven. Jeg kommer til å både ta notater av intervjuet (der barnet for eksempel bruker lang eller kort tid i løsningsprosessen, eller hvis barnet skriver ned én ting, men gjør en annen) og også samle inn barnets skriftlige løsninger på oppgavene. Både notater og innsamlede oppgaver skal i etterkant av intervjuet digitaliseres, og de fysiske papirene blir makulert.

Intervjuet vil bli tatt opp på lydbånd slik at jeg i ettertid kan transkribere samtalen fra lydformat til skriftformat. Det er også jeg som skal transkribere og analysere intervjuet. Dermed er det kun jeg som har tilgang til lydfilene i etterkant av intervjuet.

Alle former for datainnsamling (notater, oppgaver og lydopptak) vil bli lagret digitalt på universitetets stasjonære PC-er under min personlige bruker, og vil på denne måten ikke være tilgjengelig for andre enn meg. Etter prosjektets slutt, vil disse dataene termineres for godt.

Hva skjer med informasjonen om barnet?

I mitt prosjekt har jeg ikke behov for å samle inn direkte personidentifiserende opplysninger, men både barnets skriftlige besvarelse og lydopptaket vil kategoriseres som indirekte personidentifiserende. Derfor vil alle mulige personopplysninger bli behandlet konfidensielt. Slik jeg har beskrevet over, er det kun jeg som har tilgang til datamaterialet gjennom min studentbruker ved universitetet. Alle data vil også bli anonymisert, slik at det ikke er mulig å spore seg tilbake til og gjenkjenne barnet gjennom dataene i den offentlige publikasjonen av forskningen. Prosjektet skal etter planen avsluttes i Mai 2018. Ved prosjektets slutt, vil de innsamlede dataene slettes og aldri kunne bli brukt på nytt.

Det er viktig å presisere at det er **100 % frivillig å være deltaker i forskningen** min. Med det mener jeg at både du og ditt barn kan når som helst trekke samtykket uten å oppgi noen som helst grunn. Dersom dette skjer, vil alle opplysninger og innhentede data som omhandler ditt barn umiddelbart bli anonymisert og slettet. I henhold til Personvernombudets, NSD (Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste), anbefalinger, vil også ditt barn motta et tilpasset informasjonsskriv for å sikre at alle parter er orientert om hva studien inneholder og hva deltakelse innebærer, at barnets deltakelse er frivillig og at barnet når som helst kan trekke sitt samtykke.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med meg på

Student: Tor-Arne Gyth

Tlf.: +47 45 88 29 52

E-post: tgy001@post.uit.no

Veileder: Janne Fauskanger

E-post: janne.fauskanger@uis.no

Det er hentet tillatelse av skolens administrasjon til å gjennomføre studien som beskrevet. Studien er i tillegg meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Mvh, Tor-Arne Gyth

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og tillater at mitt barn deltar i studien

----

(Signert av barnets foresatte, dato)

☐ Jeg samtykker til at mitt barn kan delta i intervju som beskrevet.

☐ Jeg samtykker til at det blir gjort lydopptak under intervjuet.

Vedlegg 2: Samtykkeerklæring fra elever

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

Strategivalg når elever jobber med tekstoppgaver og oppsatte stykker

med multiplikasjon av desimaltall

Bakgrunn og formål

I forbindelse med min avsluttende studietid på lærerstudiet ved UiT skal jeg skrive en mastergradsoppgave. I denne mastergraden skal jeg gjennomføre et forskingsprosjekt hvor jeg skal se på hvordan elever arbeider med **oppgaver med multiplikasjon av desimaltall**.

Grunnen til at du som elev forespørres om å delta i min forskning, er at du har arbeidet med multiplikasjon av desimaltall i løpet av 5.-7. klasse, og det er ikke et nytt tema for deg.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Hvis du ønsker å delta i mitt forskningsprosjekt, skal jeg gjennomføre et **intervju** med deg. I dette intervjuet skal du løse ulike oppgaver med multiplikasjon av desimaltall. Du skal samtidig prøve å **forklare** hvordan du tenker mens du løser oppgavene. Jeg skal hjelpe til hvis du synes det er vanskelig. Under intervjuet blir å ta notater av hva som skjer og etterpå tar jeg inn din besvarelse som et ekstra notat. Et slikt intervju vil ta mellom 15 og 30 minutter.

Slik at jeg skal kunne få med meg alt, vil intervjuet bli tatt opp på **lydbånd**. Det er bare jeg som skal høre på lydfilen etter intervjuet, slik at jeg kan skrive ned hva vi har snakket om. Etter jeg har skrevet ned intervjuet, sletter jeg lydfilen.

Frivillig deltakelse

Det er **frivillig** å delta i studien, og du kan **trekke din deltakelse når som helst** og uten noen grunn. Dersom du trekker deg, vil all innhentet informasjon øyeblikkelig slettes. Det er viktig å vite om at det er **100 % frivillig å være deltaker i forskningen** min. Dersom du ønsker å delta i studien og på et slikt intervju eller har noen spørsmål, er det bare å ta kontakt.

Mvh, Tor-Arne Gyth

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og ønsker å delta på intervju

----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

☐ Jeg samtykker til å delta i et intervju som beskrevet

☐ Jeg samtykker til at det blir gjort lydopptak under intervjuet.

Vedlegg 3: Godkjenning fra NSD

NSD

Henning Marius Sollid

9006 TROMSØ

Vår dato: 13.02.2018	Vår ref: 58753 / 3 / BGH	Deres dato:	Deres ref:

Vurdering fra NSD Personvernombudet for forskning § 31

Personvernombudet for forskning viser til meldeskjema mottatt 27.01.2018 for prosjektet:

58753	*Strategivalg når elever jobber med tekstoppgaver og oppsatte stykker innenfor multiplikasjon med desimaltall*
Behandlingsansvarlig	*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Henning Marius Sollid*
Student	*Tor-Arne Gyth*

Vurdering

Etter gjennomgang av opplysningene i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon finner vi at prosjektet er meldepliktig og at personopplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet er regulert av personopplysningsloven § 31. På den neste siden er vår vurdering av prosjektopplegget slik det er meldt til oss. Du kan nå gå i gang med å behandle personopplysninger.

Vilkår for vår anbefaling

Vår anbefaling forutsetter at du gjennomfører prosjektet i tråd med:
- opplysningene gitt i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon
- vår prosjektvurdering, se side 2
- eventuell korrespondanse med oss

Vi forutsetter at du ikke innhenter sensitive personopplysninger.

Meld fra hvis du gjør vesentlige endringer i prosjektet

Dersom prosjektet endrer seg, kan det være nødvendig å sende inn endringsmelding. På våre nettsider finner du svar på hvilke endringer du må melde, samt endringsskjema.

Opplysninger om prosjektet blir lagt ut på våre nettsider og i Meldingsarkivet

Vi har lagt ut opplysninger om prosjektet på nettsidene våre. Alle våre institusjoner har også tilgang til egne prosjekter i Meldingsarkivet.

Vi tar kontakt om status for behandling av personopplysninger ved prosjektslutt

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS Harald Hårfagres gate 29 Tel: +47-55 58 21 17 nsd@nsd.no Org.nr. 985 321 884
NSD – Norwegian Centre for Research Data NO-5007 Bergen, NORWAY Faks: +47-55 58 96 50 www.nsd.no

Ved prosjektslutt 15.05.2018 vil vi ta kontakt for å avklare status for behandlingen av personopplysninger.

Se våre nettsider eller ta kontakt dersom du har spørsmål. Vi ønsker lykke til med prosjektet!

Marianne Høgetveit Myhren

Belinda Gloppen Helle

Kontaktperson: Belinda Gloppen Helle tlf: 55 58 28 74 / belinda.helle@nsd.no

Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Tor-Arne Gyth, tor-arne.gyth@hotmail.com

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

Prosjektnr: 58753

INFORMASJON OG SAMTYKKE

Du har opplyst i meldeskjema at utvalget (elevene og deres foresatte) vil motta skriftlig og muntlig informasjon om prosjektet, og samtykke skriftlig til å delta. Vår vurdering er at informasjonsskrivet til utvalget er godt utformet.

Selv om barnets foresatte samtykker til barnets deltakelse i prosjektet, må også barnet gi sin aksept til å delta. Vi anbefaler at barnet mottar tilpasset informasjon om hva deltakelse i prosjektet innebærer. Du må sørge for at barnet forstår at deltakelse er frivillig, og at barnet kan trekke seg om han/hun ønsker det.

INFORMASJONSSIKKERHET

Personvernombudet forutsetter at du behandler alle data i tråd med UiT Norges arktiske universitet sine retningslinjer for datahåndtering og informasjonssikkerhet.

PROSJEKTSLUTT OG ANONYMISERING

Prosjektslutt er oppgitt til 15.05.2018. Det fremgår av meldeskjema/informasjonsskriv at du vil anonymisere datamaterialet ved prosjektslutt. Anonymisering innebærer vanligvis å:

- slette direkte identifiserbare opplysninger som navn, fødselsnummer, koblingsnøkkel
- slette eller omskrive/gruppere indirekte identifiserbare opplysninger som bosted/arbeidssted, alder, kjønn
- slette lydopptak

For en utdypende beskrivelse av anonymisering av personopplysninger, se Datatilsynets veileder:
https://www.datatilsynet.no/globalassets/global/regelverk-skjema/veiledere/anonymisering-veileder-041115.pdf

Vedlegg 4: Oppgavesett

Oppgave 1 (Aastrup, 2013, s. 27)

Sett ring rundt det største tallet: 0,19 0,701 0,81 0,5

Oppgave 2 (Fischbein, Deri, Nello & Marino, 1985, s. 9)

På en motorvei kjører en bil 2 km på 1 minutt. Hvis den holder samme fart, hvor langt kjører den på 15 minutter?

Oppgave 3 (ibid.)

Fra 1 kilo hvete, får du 0,75 kilo hvetemel. Hvor mye hvetemel får du fra 15 kilo hvete?

Oppgave 4 Egen oppgave basert på tall fra Brekke (1995, s. 10)

69,50 · 0,76

Oppgave 5 (Fischbein et al., 1985, s. 9)

1 liter konsentrert saft brukes for å blande 15 liter blandet saft. Hvor mange liter blandet saft får du fra 0,75 liter konsentrert saft?

Oppgave 6 (ibid.)

1 kilo gull koster 15000 kroner. Hvor mye koster 0,75 kilo gull?

Oppgave 7 Egen oppgave basert på tall fra (ibid.)

0,75 · 15 =

Oppgave 8 (Greer, 1992)

En inch er omtrent 2,54 cm, hvor langt vil da 3,4 inch være i centimeter?

Oppgave 9 (Brekke, 1995, s. 10)

1 kg nøtter koster 69,50 kr. Hvor mye koster 0,76 kg?

Oppgave 10 (TIMSS, 1997)

Multipliser: 0,56 · 0,203 =

Oppgave 11 (TIMSS, 2009)

Regn ut 0,402 · 0,53 =

Oppgave 12 (Greer, 1992)

Grunnstoffet jern veier 0,88 ganger grunnstoffet kopper. Hvis et stykke kopper veier 4,2 kg, hvor mye veier da et like stort stykke med jern?

Oppgave 13 (ibid.)

Hva er arealet til en bordplate som er 2,3 meter lang og 0,75 meter bred?

Vedlegg 5: Eksempel på transkripsjon av intervju

Kognitivt intervju med Alfa

Oppgave 1

TA: På oppgave 1 skal du sette ring rundt det du mener er det største tallet.

ALFA: Øhh … Det der. (setter ring rundt 0,81 som er riktig svar.) 0,81

TA: På oppgave 2 skal du begynne å regne.

Oppgave 2

ALFA: Okei. Skal jeg lese oppgaven høyt?

TA: Det kan du gjøre om du vil.

ALFA: (skriver) tror han kjører åtte kilometer på 15 … ja.

TA: Hva har du gjort nå?

ALFA: Jeg har tenkt … ehh … hvis 2 kilometer er på ett minutt, så tenkte jeg bare sånn 2, 4, 6, 8, 10, 12, helt til 15. Så så jeg hvor mange kilometer det er.

TA: Mhm. Okei. Jeg ser at du ikke satte opp oppgaven slik du på forhånd sa du ville gjøre.

ALFA: Nei. Men noen ganger skriver jeg det bare rett ut, og noen ganger regner jeg ut.

TA: Nei, og det er det jeg er ute etter å se. Hvor du skriver opp, og hvor du ikke skriver opp, altså hva du gjør.

ALFA: Men det er noen ting som kan være regne ut på da, så, ja.

TA: Okei. Gå bare videre til oppgave 3 (leser oppgaven).

Oppgave 3

ALFA: (bruker tid) Jeg vet ikke. Jeg er usikker, faktisk. Jeg er ikke så. Ja.

TA: Okei. Ett kilo hvete gir 0,75 kilo hvetemel. 15 kilo hvete. Hvor mange kilo hvetemel gir det?

ALFA: Ehh … Jeg vet ikke. Må, jeg vet ikke … Må man ta 0,75 ganger 15? Eller?

TA: Hvorfor mener du det er det?

ALFA: Fordi, ehm, jeg føler det er den riktige måten å gjøre det på.

TA: Okei. Da kan du gjøre det.

ALFA: (Setter opp algoritme) Det blir 11,25

TA: Mhm. Og hva brukte du for å løse oppgaven?

ALFA: Pluss, nei ganging mener jeg. Multiplikasjon.

TA: Jo, hvordan satt … du satt det opp der?

ALFA: Ja.

TA: Og da brukte du det oppsettet som dere har lært i klassen?

ALFA: Ja. Vi ehh …, vi, ja.

TA: Okei. Hvorfor har du 11,25?

ALFA: Fordi. Jeg plussa de her på hverandre. Så ble det 11,25.

TA: Ja, hvorfor ikke 112,5 eller 1,125?

ALFA: Fordi det er 0,75, er det to tall bak komma, liksom. Og da må man gjøre sånn på svaret.

TA: Yes. Da er det bare å gå videre til oppgave 4.

Oppgave 4

ALFA: (Eleven oppdager et tegnfeil i oppgavesettet) Er det sånn at man skal si hva som er størst?

TA: Nei, ehm, kopimaskinen funka ikke, så det skal være et gangetegn der. (skriver manuelt inn gangetegn der det mangler i oppgavesettet)

ALFA: Åja, okei.

TA: Så der står det 69,50 ganger 0,76

ALFA: (mumler tallene til seg selv) (bruker god tid)

TA: Okei, 52,8200.

ALFA: Ja.

TA: Mhm. Jeg må bare fortelle at jeg har ikke regnet ut oppgavene selv, slik at jeg vet ikke om det er rett eller galt.

ALFA: Men det går bra.

TA: Men du er sikker på at det er rett?

ALFA: Ja, jeg er ganske sikker.

TA: Hva gjorde du her nå?

ALFA: Jeg regna ut sånn som jeg gjorde i sta. Så plussa jeg på. Men nå er det jo ikke … på 0,76 er det to tall bak komma, og på 69,50 er det også to bak. Så da tar jeg fire tall.

TA: Mhm. Vet du hvorfor det fungerer sånn der?

ALFA: Nei, egentlig ikke!

TA: Hvorfor det går an å gjøre det på den måten.

ALFA: Nei, ehh, egentlig ikke. Jeg har bare lært at hvis du gjør det, så, jeg gjør det bare, så.

Oppgave 5

TA: Ja, det er helt i orden. Bra svar. Da kan du gjøre oppgave 5.

ALFA: (Tenketid) Nå er det sånn her …

TA: Skjønner du hva oppgaven spør om?

ALFA: Ja, hvor mange blandet saft får en fra 0,75 liter konsentrert saft.

TA: Konsentrert saft, det vet du hva er for noe?

ALFA: Ja, det er smaken. Den greia.

TA: Den som er mye sterkere på smak.

ALFA: Mhm. (Tenketid) Ehh.

TA: Når du er klar, så kan du prøve å fortelle hva oppgaven … Hva du tenker om oppgaven.

ALFA: Ehh. Jeg vet ikke hva jeg skal gjøre her heller.

TA: Okei. (skriver) Fra én liter konsentrert saft, hvis hele denne flaska var fylt med saft (viser med en flaske), så får du 15 liter saft (viser med hendene en større mengde) som er ferdig, som går an å drikke. Hvis flaska var fylt opp til dit (peker litt lavere på flaska), 0,75 liter konsentrert saft. Hvor mye ordentlig saft blir det da?

ALFA: Ehm. Jeg, jeg, jeg har en følelse på at det er 14,25, men jeg tror ikke det er det. Men det var fordi at liksom pluss 25 blir 100, tror jeg. Nei, jo. Da blir det jo en liter, tror jeg. Så da så jeg for meg at det var 14,25, siden ja.

TA: Mhm. Tenk på at alt dette handler om multiplikasjon.

ALFA: 15 ganger 0,75?

TA: Ja, du må ikke spørre meg. Du må stole på deg selv.

ALFA: Jeg kan prøve. (setter opp oppgaven)

TA: Mhm. Og der setter du også opp algoritmen. Slik dere har fått lært det?

ALFA: Ja.

TA: Og du bare stoler på at den er riktig?

ALFA: Ja.

TA: Uten noen forklaring på hvorfor den er rett?

ALFA: Ja.

TA: Mhm. Okei. Da kan du gå til oppgave 6.

Oppgave 6

ALFA: (skriver øyeblikkelig ned)

TA: Du begynte å skrive ganske fort. Hva skjedde? Hva tenkte du?

ALFA: Ehm. Jeg tenkte 15000 ganger 0,75.

TA: Ja, hvorfor det? Hvorfor tenkte du det så fort?

ALFA: Fordi. Ehh. Jeg følte det var den riktige måten.

TA: Ja, men det skjedde så fort?

ALFA: Jeg vet ikke, men, jeg bare tenkte at siden jeg gjorde det i forrige oppgave, så måtte man sikkert gjøre det samme her.

TA: Mhm. Bra.

ALFA: (løser oppgaven)

TA: Yes. Da lurer jeg på. Hvorfor har svaret to desimaler der? (11250,00)

ALFA: Desimaler?

TA: Ja. Tallene etter komma.

ALFA: Fordi det er to tall etter komma på 0,75.

TA: Mhm. Da lurer jeg videre på: har tallene, eller sifrene, der etter komma noen verdi? De der (peker på de to desimalene). Trenger de å stå?

ALFA: Ehm. Nei?

TA: Jeg bare spør. Okei. Bra.

Oppgave 7

TA: Du kan kanskje se på oppgave 7 hva som står der.

ALFA: 0,75 ganger 15 (peker på oppgavene over som inneholder samme tall)

Oppgave 8

TA: På oppgave åtte, står det at en inch, eller en tomme, du vet hva det er?

ALFA: Eh, nei.

TA: Den er omtrent 2,54 cm lang. Da spør oppgaven om hvor lang 3,4 inch vil være, i centimeter?

ALFA: Ja, inch, det er de her (peker på linjalen)

TA: Ja, det er det!

ALFA: Okei. (tenker og skriver) (ser fort hva som må gjøres)

TA: Mhm. Kjempefint at du får med benevningen der. At det er i cm. Mhm. Jeg, jeg har ikke mer å spørre om på den oppgaven. Da vil jeg at du skal gjøre oppgave 11.

ALFA: Vet Ina (kontaktlærer) at vi har den her (intervjuet)

TA: Ja.

Oppgave 11

ALFA: Regn ut. Det er i ganging da?

TA: Ja, det skal være et gangetegn. Sorry. Multiplikasjonstegn.

ALFA: (Setter opp) 0,402 · 0,53

TA: Kan du fortelle hva du gjør når du skrier de tallene under.

ALFA: Jeg tenker sånn, 3 ganger 2. som er 6, så setter jeg 6 der nede. Så tenker jeg 3 ganger 0 som er ved siden av 2 også fortsetter jeg til det ikke er noen tall mer. Så tar jeg trappetrinn. Og så begynner jeg på femtallet så gjør jeg det samme som … (i starten)

TA: Okei. Da vil jeg at du skal tenke (utregninga til) femtallet høyt. Mens du jobber med femtallet, det vil jeg du skal gjøre høyt.

ALFA: Men, nå jobber jeg jo med tretallet. Så da må jeg gjøre det etter?

TA: Ja.

ALFA: Okei. Da tenker jeg at fem ganger to er 10. Så setter jeg null der og én på tallet ved siden av. Fem ganger null er null, pluss den i mente som er én, en der. Og fem ganger fire er (teller 5 – 10 – 20, som er en doblingsteknikk), er 20. så setter jeg null der og to over tallet ved siden av til venstre. Og fem ganger null er, pluss de to i mente, så det blir to der.

TA: Mhm. Bra.

ALFA: (summerer)

TA: Det ble mange desimaler.

ALFA: Ja, jeg tror det er riktig.

TA: Yes, bra. Da går du til oppgave 13.

Oppgave 13

ALFA: (leser oppgaven) (2,3 · 0,75)

TA: Dere har hatt om areal, sant?

ALFA: Ja. (setter opp algoritmen) (bruker god tid)

TA: Yes. Tusen takk!

ALFA: Er jeg ferdig?