

Elevposisjoner i gruppearbeid

En kvalitativ casestudie av elevposisjoner og elevutsagn i arbeid med problemløsningsoppgaver i grupper

—

Eline A. Jakobsen Reinsnes og Sandra H. Løvdal Lorentzen

Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10.trinn, mai 2018

LRU-3903 Matematikdidaktikk



Sammendrag

Gjennom masterforberedende fag ved lærerskolen, fikk vi en interesse for problemløsning og kommunikasjon i matematikk. Vi ønsket dermed å undersøke hvordan elever kommuniserer når de arbeider med problemløsningsoppgaver i grupper, og utviklet forskningsspørsmålet;

Hvilke elevposisjoner har elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i grupper, og hvilke typer elevutsagn forekommer hos de ulike elevposisjonene?

Teorien som ligger til grunn for å svare på forskningsspørsmålet inneholder elevers læring, undervisning, kommunikasjon, muntlige ferdigheter, problemløsning, gruppearbeid og elevposisjoner. Vi har gjennomført en kvalitativ casestudie, med et konstruktivistisk kunnskapssyn. Metodene brukt for å samle inn data er observasjon og intervju, men analysen tar i hovedsak utgangspunkt i observasjonene, og intervjuene er brukt for å støtte opp om funnene.

I studien fant vi fire ulike elevposisjoner, og åtte ulike typer elevutsagn. Disse funnene har vi koblet sammen i drøftingen for å se hvilke typer elevutsagn som forekommer hos ulike elevposisjoner.

Forord

Denne avhandlingen markerer avslutningen på vår femårige lærerutdanning ved UiT, Norges Arktiske Universitet. Vi har hatt fem innholdsrike, spennende og læringsrike år, med både opp-og nedturer. Den største utfordringen har vært masterprosjektet, og når vi nå har klart å ferdigstille denne avhandlingen, vet vi at vi kan klare det vi vil.

Vi vil rette en stor takk til:

Familie, kjærester og venner som har støttet- og hatt troen på oss. Våre medstudenter for fine stunder gjennom de fem årene, både faglige og ikke- faglige. Marianne og Terese for å ha holdt ut med oss og våre hundre spørsmål - morgen og kveld på masterkontoret, og gitt oss gode råd i skrivingen. Studentene som gjennomførte undervisningen i klassene vi observert, og skolene som har stilt med informanter. Veiledere: Mette Andresen og Geir-Olaf Pettersen, for veiledning i forbindelse med oppgaven. Ove Gunnar Drageset – tusen takk for at du tok oss under vingene og gav uvurderlig hjelp i en kritisk fase. Og sist, men ikke minst takker vi hverandre for å ha holdt ut.

Tromsø, 15.mai 2018

Innholdsfortegnelse

Sammendrag.....	II
Forord.....	IV
1 Innledning.....	1
1.1 Bakgrunn for studien.....	1
1.2 Formål med studien og forskningsspørsmål.....	3
1.4 Avhandlingens oppbygning.....	3
2 Teori.....	5
2.1 Læring og forståelse.....	5
2.1.1 Hva er læring?.....	5
2.1.2 Sosiokulturelt perspektiv på læring.....	6
2.2 Forståelse.....	7
2.3 Det tradisjonelle klasserommet.....	10
2.4 Alternativer til tradisjonelle klasserom.....	11
2.4.1 Utforsking og problemløsning.....	11
2.4.2 Kommunikasjon og muntlige ferdigheter.....	16
2.4.3 Kvaliteten på matematikksamtaler.....	19
2.5 Gruppearbeid og elevroller i matematikk.....	22
2.6 Oppsummering.....	27
3 Metode.....	29
3.1 Forskningsdesign.....	29
3.2 Datainnsamling.....	30
3.2.1 Observasjon.....	31
3.2.2 Intervju.....	33
3.2.3 Gjennomføring av filmopptak.....	34
3.3 Valg av informanter.....	34

3.4	Analyse.....	35
3.4.1	Transkripsjon.....	35
3.4.2	Metode for analyse.....	36
3.5	Kvalitet i studiet.....	39
3.5.1	Validitet.....	39
3.5.2	Reliabilitet.....	40
3.6	Etiske betraktninger.....	40
3.7	Metodekritikk.....	42
3.8	Valg av oppgave.....	43
3.8.1	Undervisningsopplegg.....	43
3.8.2	Valg av oppgave.....	44
3.8.3	Gjennomføring av undervisning.....	44
4	Analyse.....	47
4.1	Analyse del 1: Elevposisjoner.....	47
4.1.1	Pådriver.....	47
4.1.2	Veileder.....	50
4.1.3	Outsider.....	52
4.1.4	Hjelper.....	54
4.1.5	Lise.....	55
4.1.6	Thomas.....	55
4.1.7	Thea og Marianne.....	55
4.1.8	Oppsummering.....	56
4.2	Analyse av elevsamtalene.....	57
4.2.1	Forklaringer.....	57
4.2.2	Ufullstendig forklaring.....	59
4.2.3	Svar uten forklaring.....	60
4.2.4	Elevinitiativ.....	61

4.2.5	Å kontakte	62
4.2.6	Å bekrefte	64
4.2.7	Å reformulere	64
4.2.8	Å tenke høyt	65
4.2.9	Oppsummering	66
5	Drøfting	67
5.1	Typiske elevutsagn for de ulike posisjonene.....	68
5.1.1	Veileder	69
5.1.2	Pådriver	70
5.1.3	Outsider	70
5.1.4	Hjelper	71
5.2	Hvordan fungerer samarbeidet mellom de ulike posisjonene?	72
5.2.1	Gruppe 1: Mia, Jenny og Line.....	72
5.2.2	Gruppe 2: Anna, Lise og Thea	72
5.2.3	Gruppe 3: Gaute, Thomas, Erlend, Heidi og Marianne	73
5.3	Elevutsagn som utmerker seg i samtalen mellom de ulike posisjonene	74
5.3.1	Forklaringer og ufullstendige forklaringer	75
5.3.2	Elevinitiativ	76
5.3.3	Å bekrefte	76
5.3.4	Å tenke høyt	77
5.4	Hva kan vi trekke ut av funn og drøfting, og ta med videre til klasserommet?	77
5.5	Oppsummering	80
6	Avslutning	81
6.1	Veien videre	82
7	Bibliografi	83
	Vedlegg 1	89

Vedlegg 2	90
Vedlegg 3	93
Vedlegg 4	94

Tabelliste

Tabell 1: 14 elevposisjoner som Barnes (2004) fant i sin studie.	26
Tabell 2: Oppsummering av elevposisjoner	56
Tabell 3:Oppsummering av elevutsagn.	66
Tabell 4: Elevutsagn som er typisk for elevposisjonene. Prosent av rollens totale antall utsagn.	68
Tabell 5: Prosentandel av alle elevutsagnene i gruppe 1.	72
Tabell 6: Prosentandel av alle elevutsagnene i gruppe 2.	73
Tabell 7: Prosentandel av alle elevutsagnene i gruppe 3.	74
Tabell 8: Nyanser i elevutsagn. Prosentandel av alle elevutsagnene.	75
Tabell 9: Oversikt over funnene	80

1 Innledning

I dette kapitlet vil vi gjøre rede for vårt forskningsspørsmål og bakgrunnen for studiet. Vi vil også redegjøre for hvordan avhandlingen er bygget opp.

1.1 Bakgrunn for studien

Fra egen skolegang og praksis på lærerskolen har vi erfart at undervisningsmetoden som ser ut til å dominere i norsk skole er det som omtales som tradisjonell undervisning. Tradisjonell matematikkundervisning er preget av at læreren først viser en fremgangsmetode for å løse bestemte typer oppgaver, og deretter jobber elevene med oppgaver som passer til den strategien læreren nettopp har gjennomgått (Alseth, 2009). Herheim (2016) sier at elevene i det tradisjonelle klasserommet opplever matematikk som et huskefag, som verken er logisk eller noe en kan forstå. Gjennom studietiden vår har vi utviklet en interesse for problemløsning og elevaktive arbeidsmetoder i matematikkfaget, som utfordrer den tradisjonelle undervisningen. Vi har erfart at dette ikke er like lett å gjennomføre i praksis som vi først hadde antatt. Det har blant annet vært krevende å få elevene til å omstille seg fra at de får fortalt hvilke metoder de skal bruke og hvordan de skal bruke dem – til at de selv må engasjere seg i en oppgave eller aktivitet hvor de ikke umiddelbart har en løsningsmetode. I tillegg krever det at læreren er godt forberedt, for å kunne stille de riktige spørsmålene for å veilede elevene og få dem til å tenke selv (Schoenfeld, *Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics*, 1992).

Gjennom de masterforberedende fagene på lærerutdanningens femte studieår, utviklet vi også en større interesse for kommunikasjon i klasserommet, og hvordan kommunikasjon eller samtaler om matematikk kan påvirke læring. Muntlige ferdigheter er en av de fem grunnleggende ferdighetene, og skal implementeres i alle fag. Disse ferdighetene er en del av kompetansen i faget og nødvendige redskaper for læring og utvikling. Ferdighetene er også en forutsetning for at elevene skal kunne vise sin kompetanse (Utdanningsdirektoratet, 2017). I læreplanen for matematikk fellesfag står følgende:

Munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å skape meining gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk. Det inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk. Det vil seie å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte matematiske problem, løysningar og strategiar med andre. Utvikling i munnlege ferdigheiter i matematikk går fra å delta i samtalar om matematikk til å presentere og drøfte komplekse faglege emne (...)

(Utdanningsdirektoratet, 2013).

Traavik (2009) poengterer viktigheten av å kunne utrykke seg muntlig i matematikkfaget. Hun sier at «Å kunne utrykke seg muntlig er en forutsetning for å kunne snakke seg til innsikt i ulike fag, slik at elevene lærer betydningen av fagspesifikke ord og begreper de ikke forstår, og blir i stand til å vurdere om de har forstått eller ikke» (Traavik, 2009, s. 24). Det er med andre ord ingen tvil om at muntlige ferdigheter er en sentral del av opplæringen i matematikk. Gjennom praksis ved lærerskolen har vi dannet oss en hypotese om at muntlige ferdigheter kommer i skyggen av de andre grunnleggende ferdighetene i matematikkundervisningen. Dette kan se ut til å stemme ifølge forskning som er gjort tidligere, hvor det tyder på at det språklige aspektet ved matematikkundervisningen forsvinner. Resultater fra PISA- og TIMSS-undersøkelsene viser at norske elever mener matematikkundervisningen ofte blir for ensformig, og at andre land som presterer godt i matematikk anvender mer varierte arbeidsformer, og legger mer vekt på metoder som diskusjon, argumentasjon og resonnement i undervisningen. Grønmo, Onstad og Pedersen (2010) sier at «å diskutere og reflektere rundt svar og løsningsmetoder blir mindre vektlagt i norsk skole enn i andre land, og dette gjelder på alle nivåer i skolen, fra barnetrinn til slutten av videregående». Selv om undersøkelsen ikke kan bekrefte om muntlige ferdigheter i matematikk blir mindre vektlagt enn de andre grunnleggende ferdighetene, bekrefter de at diskusjon og refleksjon rundt løsninger blir mindre vektlagt i norsk skole kontra andre land. Dette kan ses i sammenheng med beskrivelsen Boaler (2015) gir av matematikkundervisningen som er typisk i mange skoler. Hun sier at måten matematikk blir undervist på i skolen gir elevene galt inntrykk av hva matematikk egentlig er, og at det ikke gjenspeiler den virkelige matematikken. Hun sier undervisningsmetodene er for snever, og innebærer ofte at elevene kopierer metoder eller strategier som læreren demonstrerer. Videre sier hun at mange flere vil lykkes i faget når den virkelige matematikken læres, som innebærer problemløsning, skape ideer og representasjoner, oppdage mønstre, diskutere metoder og ulike måter å løse problemer på (Boaler, 2015). Også Aamli (2015) trekker frem

dette i en artikkel hun skrev for forskning.no. Hun sier: «matematikk blir fort et fag der elevene blir sittende å regne oppgaver for å øve seg til nasjonale prøver». I samme artikkel påpeker Aamli at matematikk er et tenkefag, og at det er nødvendig at elevene lærer seg å sette ord på det de tenker for å lære faget bedre. Dette viser at problemløsning og kommunikasjon henger naturlig sammen, og vi ønsket derfor å undersøke disse fenomenene i kontekst med hverandre.

1.2 Formål med studien og forskningsspørsmål

Formålet med studien vi har gjennomført er å få en større forståelse for hvordan elever på ungdomsskolen snakker sammen om matematikk for å kunne legge til rette for de gode matematikksamtalene som bidrar til læring. Dette ønsker vi å gjøre ved å la elevene løse problemløsningsoppgaver i små grupper. Med dette som utgangspunkt, kom vi frem til forskningsspørsmålet:

Hvilke elevposisjoner har elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i grupper, og hvilke typer elevutsagn forekommer hos de ulike elevposisjonene?

Utgangspunktet for undersøkelsen vår er elever på ungdomstrinnet, og det matematiske temaet er problemløsning.

1.4 Avhandlingens oppbygning

I kapittel 2 presenterer vi det teoretiske rammeverket for forskningsprosjektet vårt. I kapittel 3 vil vi redegjøre og argumentere for de metodiske valgene vi har tatt gjennom forskningsprosessen, metodene som er benyttet for å samle inn data, studiens kvalitet og undervisningsopplegget vi har brukt. Videre, i kapittel 4 og 5 vil funnene bli beskrevet og drøftet i lys av teorien som blir presentert i kapittel 2. Avslutningsvis i kapittel 6 vil det komme en konklusjon og hvordan vi ser for oss veien videre fra dette studiet.

2 Teori

Dette kapitlet tar for seg studiens teoretiske grunnlag. Først vil det bli presentert teori om læring og forståelse som vi mener danner grunnlaget for resten av teorien. Deretter vil vi gi et innblikk i hvordan det tradisjonelle klasserommet ser ut, og undervisningsmetodene som ser ut til å være mest typisk i de norske klasserom i dag. Det vil også bli presentert noe teori på alternativer til det tradisjonelle klasserommet, og da i form av undervisningsformer, problemløsning, muntlige ferdigheter og kvaliteten på matematikksamtaler. Avslutningsvis vil vi presentere teori om roller og elevposisjoner.

2.1 Læring og forståelse

2.1.1 Hva er læring?

Ordet *læring* er noe mange assosierer med skole. Dette er kanskje naturlig siden skolen er den grunnleggende institusjonen i samfunnet som skal sikre læringen hos samfunnsmedlemmene, og som er nødvendig for at samfunnet skal opprettholdes og videreføres. Illeris (2012) viser til to ulike prosesser som er nødvendig for at læring skal skje. Den ene prosessen er *samspillet* mellom individet og dets omgivelser. Den andre prosessen er den individuelle psykologiske bearbeidelsen og *tilegnelsen* av de impulsene og påvirkningene som samspillet innebærer. Tilegnelsen foregår ved at de nye impulsene og påvirkningene forenes med resultatene av relevant læring fra tidligere (Illeris, 2012). Læring skjer både i private læringsrom, hvor egne interesser, nysgjerrighet og intensjoner står sentralt, og i mer systematiske og planlagte læringsrom, som i skolen. «Undervisning i skolen er en evig kamp mellom elevenes private læringsrom og skolens» (Imsen, 2012, s. 163). Imsen (2012) skisserer fem ulike oppfatninger av læring:

1. *Læring som økning i kunnskap*: Kunnskap betraktes som noe som «er der ute» og som bringes i hodet til eleven gjennom læring. Denne oppfatningen er kjent som flaskepåfyllingsmetoden, fordi du bare føyer til ny kunnskap til den som allerede er der.

2. *Læring som gjenkalling av informasjon (memorisering)*: Denne oppfatningen går ut på at en bringer kunnskapsbiter fra ytre kilder inn i hodet. Det kan være fra for eksempel læreren eller fra læreboken. Kunnskapen blir lagret i hodet, og kan reproduseres i situasjoner man har bruk for kunnskapen. Imsen påpeker at det er uklart om læring i denne sammenhengen er å lagre kunnskapen eller om det er å kunne benytte seg av den.

3. Læring som tilegnelse av fakta, framgangsmåter med mer som kan bevares og/eller brukes i praksis: Her betraktes læring som noe som kan brukes til noe. Kunnskap læres altså fordi den er nyttig. Et viktig poeng er at kunnskapen skal kunne brukes utenfor klasserommet. Det skal være læring for livet, og ikke for neste prøve eller eksamen.

4. Læring som abstraksjon av mening: Tanken innenfor denne oppfatningen er at det som læres ikke er ren avfotografering eller reproduksjon av ytre kunnskap. Gjennom læringsprosessen omformes informasjonen ved at en klarer å trekke ut selve meningen eller budskapet. Læring innebærer altså konstruksjon, slik at informasjonen framstår som personens egen, private fortolkning.

5. Læring som en tolkningsprosess med sikte på forståelse av virkeligheten: Denne oppfatningen kan ses i sammenheng med den forrige, men i tillegg skal det som læres kunne hjelpe å tolke virkeligheten rundt. Kunnskapen skal også kunne brukes til noe, slik som i oppfatning nummer 3. (Imsen, 2012).

Felles for alle disse oppfatningene er at læring alltid omtales i tilknytning til kunnskap, altså hva som er lært. Med andre ord har læring alltid et innhold. Læring er også en læringsprosess, hvor det for eksempel snakkes om å øke, memorere, tilegne, tolke og abstrahere kunnskap. I tillegg har læring en funksjon, ved at en lærer noe fordi vi har bruk for kunnskapen (Imsen, 2012).

2.1.2 Sosiokulturelt perspektiv på læring

Det sosiokulturelle perspektivet tar utgangspunkt i Vygotskys filosofi, og ser på læring som en sosial prosess (Imsen, 2012). Det handler om at læring skjer gjennom å være en del av et sosialt fellesskap, hvor kulturen og språket spiller en stor rolle. Når et barn blir født har det ikke evne til å forstå hva som blir sagt, men barnet responderer på hvordan ting blir sagt med tanke på toneleie, smil og øyekontakt. Etterhvert som barnet utvikler seg vil det evne å snakke selv, først i enkle ord som omhandler det som skjer rundt barnet. Det kan være beskrivelser av hva barnet tenker og gjør, og dette forstås av barnet som en sosial prosess i begynnelsen. Underveis vil barnet erfare at det er forskjell på å snakke med seg selv og det å snakke med andre. Da vil språket dele seg i to, og den ene delen vil være den «egosentriske talen» som går ut på egne tanker, og som etter hvert vil gå over til å bli indre tanker. Den andre delen er

talespråket brukt for å kommunisere med andre (Imsen, 2012). Dermed har språket stor betydning for barns utvikling, i følge Vygotskys filosofi.

Sett i forhold til læring, går Vygotskys teori ut på at barnet lærer sammen med andre, for å senere ha mulighet for å klare det samme på egen hånd. Det finnes en forskjell i hva et barn klarer å gjøre alene, og hva det klarer med hjelp fra andre. Dette kalles den *proksimale utviklingssonen*. Forutsetningen for at eleven skal kunne utvikle seg i denne utviklingssonen er at han eller hun får støtte fra en medierende hjelper, altså en annen person som har mer kunnskap enn eleven selv (Imsen, 2012). Det betyr at for at læring skal skje, trenger ikke eleven nødvendigvis å få hjelp av en lærer, det kan også være en medelev som er medierende hjelper. Det viktige er at eleven får tilpasset veiledning i sin utviklingszone fra noen som har mer kunnskap. Utfordringene med den proksimale utviklingssonen er å finne ut hvor barnet eller eleven befinner seg (Imsen, 2012). Da med tanke på at kartleggingstester kun viser hva eleven klarer på egen hånd, og ikke hva det klarer med veiledning. Det er gjennom undervisning læreren får kunnskap om hvor elevene befinner seg og hvilket utviklingspotensial de har. Ut i fra dette legges det føringer for hvordan den videre undervisningen bør legges opp.

2.2 Forståelse

Både Skemp og Hiebert og Lefevre har definert forståelse ved å dele begrepet i to. Skemp (1976) har delt forståelsesbegrepet i; relasjonell forståelse og instrumentell forståelse. *Instrumentell forståelse* handler om å pugge regler og algoritmer for å løse et problem. Han beskriver denne typen forståelse som «rules without reasons» fordi eleven vil kunne bruke regelen de har lært, men forståelsen for hvorfor regelen fungerer i den store matematiske sammenhengen er fraværende. For eksempel vil en elev kunne regne ut arealet av et rektangel fordi han eller hun vet at formelen er lengde multiplisert med bredde, men vil ikke være i stand til å si noe mer om hvorfor det blir slik. Skemp (1976) sier følgende: «Instrumental understanding I would until recently not have regarded as understanding at all» (Skemp, 1976, s. 21).

Relasjonell forståelse forklarer Skemp (1976) som en dypere matematisk forståelse, som bidrar til at elevene klarer å forstå de matematiske sammenhengene mellom ulike deler av matematikken. Dette innebærer at elevene både forstår hva de skal gjøre og hvorfor de gjør

det. Dersom elevene har denne forståelsen vil de kunne benytte seg av tidligere lærte ferdigheter på ny og mer utfordrende matematikk. Videre beskriver han fire vesentlige fordeler med å undervise relasjonelt; 1) Det er lettere å ta i bruk kunnskap en har relasjonell forståelse for i nye situasjoner, for eksempel når en skal løse nye typer oppgaver, 2) selv om innlæringsprosessen er mer krevende, blir det enklere å huske det som læres, 3) relasjonell forståelse kan fungere som et mål i seg selv, 4) relasjonell forståelse skaper interesse for å tilegne seg mer kunnskap, både for å forstå sammenhenger og for videre utforskning (Skemp, 1976).

I likhet med Skemp (1976) har også Hiebert og Lefevre (1986) valgt å dele forståelsesbegrepet i to. De skiller mellom begrepsbasert (conceptual) og prosedyrebaseret (procedural) matematisk forståelse (knowledge). De definerer *begrepsbasert forståelse* som kunnskap som er rik på relasjoner, og kan betraktes som et sammensatt nettverk av kunnskap hvor relasjoner gjennomsyrrer de enkelte fakta og proposisjoner, slik at alle deler av informasjonen er knyttet til et nettverk. Utviklingen av begrepsbasert forståelse oppnås ved å skape forhold mellom allerede oppnådd kunnskap og ny informasjon (Hiebert & Lefevre, 1986). *Prosedyrebasert forståelse* definerer Hiebert og Lefevre (1986) som to forskjellige deler. Den ene delen består av formelt språk eller representasjonssystem av symboler. Det betyr evne til å kjenne igjen det matematiske språket med sine former og symboler. Den andre delen består av regler, algoritmer og prosedyrer for å løse matematiske oppgaver i en strukturert lineær sekvens. Prosedyrebaseret forståelse kan ses i sammenheng med det Skemp (1976) betegner som instrumentell forståelse, men i motsetning til Skemp anerkjenner Hiebert og Lefevre den prosedyrebaserete forståelsen som en del av den matematiske kompetansen. Hiebert og Lefevre (1986) presiserer at matematisk kunnskap, i sin helhet, inneholder betydelige og grunnleggende forhold mellom begrepsbasert og prosedyrebaseret forståelse. Hvis en av forståelsene er mangelfull, eller om de begge er ervervet, men forblir separate enheter, vil ikke elevene være fullstendig kompetente i matematikk. I tilfeller hvor elevene ikke har utviklet fullstendige sammenkoblinger mellom begreper og prosedyrer, kan en oppleve at elevene klarer å generere svar, men de er likevel ikke i stand til å forstå hva eller hvorfor de gjør som de gjør.

Skemps (1976) definisjoner av begrepene instrumentell og relasjonell forståelse fremstilles som to ytterpunkter, hvor den relasjonelle forståelsen er ønskelig, mens den instrumentelle ikke er det. Forskjellen mellom Skemp (1976) og Hiebert og Lefevre (1986) er at sistnevnte

presenterer et mer nyansert bilde der den ene type forståelse ikke nødvendigvis utelukker den andre, men heller komplimenterer hverandre, og dermed fungerer i et samspill.

Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) presenterer elevens ønskede kompetanse i matematikk gjennom *The Strands of Mathematical Proficiency*. I forskjell fra Skemp (1976) og Hiebert og Lefevre (1986) som har delt forståelsesbegrepet i to, har Kilpatrick m.fl. (2001) valgt å dele matematisk kompetanse opp i fem ulike komponenter; 1) *conceptual understanding* som går ut på å forstå matematiske konsepter, operasjoner og sammenhenger, 2) *procedural fluency* som innebærer ferdigheten til å kunne gjennomføre prosedyrer fleksibelt, nøyaktig, effektivt og hensiktsmessig, 3) *strategic competence* som omhandler ferdigheten til å formulere, representere og løse matematiske problem, 4) *adaptive reasoning* som går ut på evnen til logisk tankegang, refleksjon, forklaring og begrunning, 5) *productive disposition* som handler om det å se på matematikk som fornuftig, nyttig og verdifull, sett i sammenheng med oppfatning av egen innsats og effektivitet. Kilpatrick m.fl. (2001) påpeker at det ikke er holdbart å kun ha fokus på én eller to av kompetansene i undervisning, men at alle må være til stede for å kunne kalle det suksessfull læring i matematikk, fordi kompetansene er «flettet» inn i hverandre. Modellen til Kilpatrick m.fl. handler om mer enn forståelse, men også i denne kompetansemodellen inngår forståelse i flere av komponentene, særlig under *conceptual understanding* og *procedural fluency*. Dette kan ses i sammenheng med Hiebert og Lefevre (1986) som sier at en må se på forståelse som en helhet, og ikke som to begreper som fungerer hver for seg.

2.3 Det tradisjonelle klasserommet

Det tradisjonelle klasserommet har blitt beskrevet av mange ulike forskere. Alrø og Skovsmose (2006) sier at det tradisjonelle klasserommet kjennetegnes ved en bestemt måte å organisere undervisningen på. Kort sagt kan undervisningen se slik ut; først presenterer læreren et matematisk emne og en algoritme, som vanligvis er hentet ut fra læreboken. Deretter arbeider elevene selvstendig, parvis eller i grupper med å løse oppgaver fra læreboken. Lærerens rolle er å gå rundt å hjelpe elevene og kontrollere om de har løst oppgavene riktig ut fra fasiten. Hjemmeleksene går ut på å løse flere oppgaver fra læreboken. Denne måten å organisere undervisningen på, kaller Alrø og Skovsmose (2006) for *oppgaveparadigmet*. I dette paradigmet er det bare et riktig svar på de matematiske spørsmålene, og kommunikasjonen foregår mellom lærer og elever. Et gjennomgående mønster i denne undervisningen er at elevene svarer instrumentelt og så lite som mulig på spørsmål fra læreren, i tillegg til at den synlige elevaktiviteten er minimal og elevene tar lite ansvar for egen læringsprosess (Alrø & Skovsmose, 2006). Alseth (2009) beskriver også tradisjonell undervisning som en undervisningsmetode som er preget av at læreren først viser en framgangsmåte for å løse bestemte typer oppgaver, før elevene fortsetter å jobbe med likelydende oppgaver som passer til metoden. En slik måte å arbeide på kan ses i sammenheng med instrumentell forståelse, og det Skemp (1976) beskriver som «rules without reasons». For mange elever kan en slik arbeidsmetode føre til mekanisk regning uten forståelse, fordi elevene ikke trenger å tenke selv i samme grad som ved for eksempel problemløsningsoppgaver. Dette støttes av Boaler (2015) som sier at mange elever beskriver matematikk som en liste av regler og prosedyrer som må pugges og huskes, og at dette gjør det vanskelig for elevene å benytte seg av strategiene de har fått presentert i nye situasjoner som de møter på.

Resultater fra TIMSS viser at undervisning i de fleste klasserom i USA ikke er i samsvar med det reformene sier, og at de preges av kommunikasjonsmønsteret IRE (Initiation-Response - Evaluation) (Franke, Kazemi, & Battey, 2007). IRE er samtalesekvenser der læreren stiller et spørsmål, elevene svarer, og læreren evaluerer svaret. Lærerens evaluering fokuserer på elevenes svar fremfor strategiene de bruker for å komme fram til løsningen. Franke m.fl. (2007) sier videre at TIMSS undersøkelsen viser at elevene som er vant til tradisjonell undervisning, hvor kommunikasjonen foregår gjennom IRE, gir liten mulighet til å diskutere sammenhenger mellom matematiske idéer og grunnen til matematiske konsepter. Dette vil igjen føre til at den matematiske forståelsen til elevene ikke kan utvikle seg tilstrekkelig.

Nosrati og Wæge (2015) påstår at også norske klasserom er preget av tradisjonell undervisning og IRE, hvor det legges stor vekt på å vise hvordan en finner det riktige svaret. Oppmerksomheten til hvorfor det blir slik i tillegg til å klare å se sammenhenger, forsvinner.

2.4 Alternativer til tradisjonelle klasserom

2.4.1 Utforskning og problemløsning

Nosrati og Wæge (2015) sier at en alternativ undervisningsform som det er forsket mye på både internasjonalt og i Norge, er undersøkende matematikkundervisning (inquiry based teaching). Denne undervisningsformen skiller seg fra den tradisjonelle undervisningen, ved at læreren presenterer en ny og kognitiv krevende oppgave eller aktivitet for elevene i begynnelsen av timen. Videre får elevene arbeide med denne aktiviteten, mens læreren observerer arbeidet og motiverer dem til å finne nye løsninger eller til å beskrive hvordan de tenker. Timen avsluttes med en hel-klasse-diskusjon, der elevene og læreren sammen diskuterer aktiviteten og de ulike løsningsmetodene som elevene har brukt (Nosrati & Wæge, 2015). Dette er likt den alternative arbeidsmåten Alrø og Skovsmose (2006) kaller for et undersøkelseslandskap. De ville finne en alternativ arbeidsmåte som utfordret oppgaveparadigmet, fordi oppgaveparadigmet begrenser elevenes mulighet for å ta ansvar, være aktive og få eierskap til egen læringsprosess. Denne arbeidsmåten skulle åpne for økt elevaktivitet og nye former for læringsamtaler, i tillegg til større fokus på nysgjerrighet. Det som karakteriserer et undersøkelseslandskap, er at oppgavene er byttet ut med mer åpne spørsmål eller tema som elevene kan la seg inspirere av. Elevene velger selv hvordan de skal løse problemet. I motsetning til den tradisjonelle undervisningen, arbeider elevene med oppgaver som ikke bare har én løsning eller fremgangsmetode. Læreren rolle i et undersøkelseslandskap er å være en veileder, som støtter og utfordrer elevene med undrende spørsmål og nysgjerrig holdning (Alrø & Skovsmose, 2006). Ved slike undervisningsmetoder kan elevene utvikle det Skemp (1976) betegner som relasjonell forståelse, eller det Hiebert og Lefevre (1986) kaller for begrepsforståelse.

I Da Ponte og Quaresmas (2016) studie har de tatt utgangspunkt i et rammeverk som fokuserer på to nøkkelelementer som burde være til stede i undervisningen for at elevene skal lære. Det ene er måten læreren håndterer kommunikasjonen i klasserommet på, og det andre er oppgavene som blir gitt til elevene. Da Ponte og Quaresma argumenterer for at oppgavene som bør brukes for å gi et godt læringsutbytte, er *utfordrende oppgaver (challenging tasks)*.

De forklarer utfordrende oppgaver som «tasks that they did not know how to solve in an immediate way, but in which they could design a strategy to come up with a solution» (Da Ponte & Quaresma, 2016, s. 64), hvor *they* refererer til elevene. Selv om Da Ponte og Quaresma (2016) ikke bruker begrepet problemløsning i sin forskningsartikkel, men henviser til et matematisk problem som en utfordrende oppgave, velger vi å se det i sammenheng med problemløsningsoppgaver. Grunnen til dette er at måten de definerer utfordrende oppgaver på kan sammenlignes med ulike definisjoner av problemløsning.

Det finnes flere definisjoner på hva problemløsning er. Lesh og Zawojewski definerer et problem og problemløsning som «A task, or goal-directed activity, becomes a problem (or problematic) when the “problem solver” (which may be a collaborating group of specialists) needs to develop a more productive way of thinking about the given situation» (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782). Dette betyr at en oppgave blir et problem, når problemløseren må utvikle mer produktive måter å tenke på for å løse problemet. En annen definisjon av problemløsning er «Problem solving is cognitive processing directed at achieving a goal when no solution method is obvious to the problem solver» (Powell, m.fl., 2009, s. 134). Det vil si at problemløsning er en kognitiv prosess som er rettet mot et mål, men metoden for å komme frem til målet er ikke åpenbar for problemløseren. Begge definisjonene innebærer at tankeprosessen til en problemløser utfordres når han/hun driver med problemløsning. I artikkelen; *Learning to think mathematically*, presenterer Schoenfeld (1992) ulike synspunkter på problemløsning. Det første er at problemløsning er en metode som brukes for å nå andre mål i matematikken. Det andre synspunktet er at problemløsning er en ferdighet i seg selv, og det å mestre problemløsning er selve målet. Og det tredje er at problemløsning er selve matematikken, altså at matematikk består av å løse problemer som ved første blick kan virke forvirrende og utfordrende.

Polya regnes som problemløsningens far, og det meste innen forskning og teori om problemløsning har sitt utspring i Polyas teorier (Lesh og Zawojewski, 2007; Schoenfeld, 1992). Polya (1957) har utviklet fire faser som han mener inngår i prosessen når en skal løse et problem: 1) forstå problemet: Problemløseren må undersøke hva som er kjent og ukjent-, betingelsene rundt- og lage seg et bilde av problemet. 2) Lage en plan for å løse problemet: Problemløseren bruker sin forståelse av problemet for å se om han/hun kjenner til situasjonen eller om det kan sammenlignes med et tidligere erfart problem. Ved å bruke egne erfaringer kan problemløseren undersøke om tidligere brukte metoder eller resultater kan brukes for å

løse oppgaven. 3) Gjennomføre planen for å løse problemet: Problemløseren må være i stand til å vurdere om det er rett løsning, samt om han/hun kan bevise dette. 4) Se tilbake på den gjennomførte oppgaven: Problemløseren må finne ut om løsningsmetoden og svaret er nøyaktig, om det fins andre fremgangsmetoder for å løse problemet og om han/hun kan ta denne erfaringen med seg videre til nye problem. Polya (1957) påpeker at de fire fasene er retningslinjer for hvordan en kan lære og løse et matematisk problem, og ikke en direkte oppskrift som skal følges. Det vil si at fasene ikke gjennomgås kronologisk, men at en problemløser vil naturlig bevege seg frem og tilbake etter behov.

Hensikten å jobbe med fasene er at elevene skal opparbeide seg evnen til å kunne løse matematiske problemer på egenhånd i fremtiden (Polya, 1957). Da er det enkelte faktorer en lærer må være oppmerksom på som veileder, siden det ikke er svaret som er målet, men prosessen som får elevene til å vokse og utvikle seg. Elever har vanligvis behov for hjelp i oppgaveløsningen, og hjelpen som læreren gir bør være slik at elevene sitter igjen med en følelse av dette er noe de selv har mestret (Polya, 1957). Med andre ord bør læreren lede elevene i en retning som er basert på deres egen tankegang. Da er det en forutsetning at læreren klarer å sette seg inn i hvordan elevene tenker, stille spørsmål som baserer seg på hva de sier, samt tenke over generelle spørsmål som ikke retter seg i en spesifikk retning mot en løsning. De generelle spørsmålene kan brukes på alle typer problemløsningsoppgaver i matematikk, og er gjerne spørsmål som elevene selv kunne ha tenkt på. Et eksempel på dette kan være; hva vet vi om situasjonen problemet omhandler, og hva er det vi ikke vet og må finne ut av? Polya (1957) forklarer at bruk av sunn fornuft av læreren ofte kommer godt på vei i det å veilede elevene på ønsket måte, men læreren må da være oppmerksom på hvilken rolle den har i forhold til elevenes oppgaveløsning. Etter hvert som elevene jobber med en rekke matematiske problem, med god veiledning fra læreren, vil elevene forhåpentligvis selv stille seg de spørsmålene som trengs for å løse en problemløsningsoppgave eller et annet matematisk problem. Det vil si, elevene er i stand til å løse matematiske problemer på egenhånd, som er målet med problemløsning i matematikkundervisningen, i følge Polya (1957).

Selv om Polya sees på som problemløserens far, finnes det kritikk mot hans teori om de fire fasene i arbeid med problemløsning. Schoenfeld (1992) henviser til tidligere forskning som viser varierende resultater på om disse har påvirkning for elevers læring. Kritikken tok da for seg at de fire fasene ikke er tilstrekkelig å innføre i undervisning for å lære elever

problemløsning, fordi de er mer beskrivende enn normative (Schoenfeld, 1992). Det betyr at de heller beskriver en problemløsningsprosess, enn å være et verktøy for at problemløsning skal bli en del av elevers ferdigheter, slik Polya (1957) hadde som hensikt. Med bakgrunn i dette presenterer Schoenfeld (1992) andre faktorer, i tillegg til problemløsningsstrategier, som spiller inn når elever skal lære å løse matematiske problemer. En av disse faktorene er elevens kunnskapsbase, som omhandler hva som er tilgjengelig av matematikkunnskaper hos problemløseren, og hvordan han/hun er i stand til å bruke dette. For en lærer som observerer en elev som strever med problemløsning er det betydningsfullt å i tillegg ta i betraktning hvilke kunnskaper eleven ikke har, samt misoppfatninger som kan ødelegge for arbeidet (Schoenfeld, 1992). Ved å være oppmerksom på dette kan læreren hjelpe elevene i oppgaveprosessen, og bidra til at elevene kan se koblinger i matematikken som gjør at de kan bli dyktige problemløsere.

Tiår etter Polya (1957) og Schoenfeld (1992) beskrev sine teorier og forskning om problemløsning, ble Lesh og Zawojewski (2007) interessert i å finne ut av hva som må til for at den neste generasjonen skal lykkes med problemløsning, i motsetning til tidligere generasjoner. Et av poengene til Lesh og Zawojewski (2007) er at verden utenfor skolen utvikler seg, og da spesielt teknologien, i motsetning til problemløsning i matematikkundervisning som har forblitt den samme gjennom årrekker. For at nye generasjoner med elever skal kunne engasjere seg og mestre problemløsning er det nødvendig at undervisningen holder takt med verdensutviklingen. Da med tanke på at elever burde erfare matematiske problem som de kan videreføre til hverdagen og en fremtidig jobb innen matematiske emner. I forhold til måten Polya (1957) og Schoenfeld (1992) ser på problemløsning, ser Lesh og Zawojewski (2007) problemløsning i et større bilde i forhold til verden for øvrig, og fokuserer mer på hvilke ferdigheter elever bør ha for å holde følge med utviklingen som skjer.

Powell m.fl. (2009) har studert virkningene av det å arbeide med *utfordrende problem* (challenging problems) i matematikkundervisning for elever. Bakgrunnen for studien var at de ønsket at alle elever, uansett sosial og økonomisk forutsetning, skulle kunne engasjere seg og mestre matematikk i skolen. Det Powell m.fl. (2009) kom frem til i sin studie var at elever drar nytte av å jobbe med problemløsning når det kommer til det kognitive, men også det sosiale uavhengig av bakgrunn. I forhold til det kognitive, kunne Powell m.fl. (2009) observere at elevene over tid fikk innsikt og forståelse av matematikken, som gjorde at de

utviklet sine problemløsningsskjema. Dette har påvirkning på elevenes intellekt, og det at de opparbeider seg skjema betyr at det er noe de kan ta med seg videre og bruke i nye sammenhenger. Powell m.fl. (2009) poengterer at elever må få muligheten til å jobbe med utfordrende og nyanserte problemløsningsoppgaver over tid, for at de skal utvikle fleksible og effektive skjema. Sett i lys av Lesh og Zawojewski (2007), vil elever som har opparbeidet seg problemløsningsskjema dra nytte av dette i fremtiden, enten de vil jobbe som ingeniør eller andre yrkesretninger som involverer matematisk problemløsning, som de hevder har stor betydning for verdensutviklingen.

I likhet med Lesh og Zawojewski (2007) diskuterer Boaler (2015) problemløsningens rolle for en matematiker, ingeniør og andre yrker innen matematikk, og påpeker at problemløsning er selve kjernen i deres arbeid. En stor del av problemløsningen som disse yrkene driver med, handler om å gjette og estimere. For at det skal være en sammenheng mellom praksisen i klasserommet og den virkelige matematikken, burde en del av undervisningen også innebære at elever kommer med gjetninger og estimater. Boaler (2015) påpeker at dette er noe elever er dårlige på, fordi de ser på matematikk som presise utregninger og nøyaktige svar. Dette resulterer i at når elever blir bedt om å estimere, regner de først ut svaret for så å avrunde det, og presenterer dette som sitt estimat. Det at elevene ikke er stand til å gjøre denne delen av problemløsning hindrer dem i å være kreative skapere, som er en stor del av matematikken (Boaler, 2009).

2.4.2 Kommunikasjon og muntlige ferdigheter

Muntlige ferdigheter er én av fem grunnleggende ferdigheter, og skolen har ansvar for at alle fem ferdighetene blir implementert i alle fag i skolen. «... ferdighetene er en del av kompetansen i fag og nødvendige redskaper for læring og utvikling. De er samtidig en forutsetning for at elevene skal kunne vise sin kompetanse» (Utdanningsdirektoratet, 2017). I overordnet del av læreplanen står det følgende i punkt 2.4 «Lære å lære»:

Skolen skal bidra til at elevene reflekterer over sin egen læring, forstår sine egne læringsprosesser og tilegner seg kunnskap på selvstendig vis ... Ved å reflektere over egen og andres læring kan elever litt etter litt utvikle bevissthet om egne læringsprosesser. Elever som lærer å formulere spørsmål, søke svar og uttrykke sin forståelse på ulike måter, vil gradvis kunne ta en aktiv rolle i egen læring og utvikling. (Regjeringen, 2017)

I faget matematikk er kommunikasjon svært viktig, fordi faget i stor grad handler om å formulere hypoteser, argumentere og å finne strategier for å løse problemer (Botten, 2016). God kommunikasjon kan bidra til bedre forståelse og engasjement i læringsprosessen. Det er som nevnt tidligere dokumentert at matematikkundervisningen er preget av lite kommunikasjon mellom elev og lærer, og elever seg imellom. Når elevene uttrykker seg muntlig er det ofte i form av korte svar på lærerens spørsmål, og gjerne i form av et tall. Dette er ikke i tråd med det LK06 beskriver som grunnleggende muntlige ferdigheter (Alseth, 2009). For å kunne utvikle elevenes evner til å uttrykke seg muntlig, er det nødvendig med en klasseromskultur som gir plass til elevenes initiativ, spørsmål og metoder, samt forklaringer og argumenter. I tillegg trenger elevene trening i å forklare tenkemåten sin, noe de ikke får når fokuset kun ligger på å finne fram til riktig svar (Alseth, 2009).

Det hevdes ofte at å la elever samarbeide og diskutere sammen når de arbeider med matematiske problemer er gunstig for deres læring og utvikling av matematisk forståelse. Forskning har imidlertid vist at elever i grunnskolen ikke klarer å arbeide produktivt i gruppebaserte aktiviteter, med implikasjon at de mangler de nødvendige ferdighetene som skal til for å holde seg til det faglige i samarbeidet (Mercer & Sams, 2006). I følge Mercer og Sams (2006) er det to hovedtyper av interaksjoner der en bruker språket til å lære matematikk i skolen; lærerledet interaksjon med elever og interaksjon mellom elever i par eller grupper. I sitt forskningsarbeid har de undersøkt problemene som oppstår når elever skal arbeide selvstendig i grupper, i tillegg til lærerens veiledende rolle, for å utvikle elevers ferdigheter i å

bruke språk som et verktøy. De ønsket å finne ut hvordan elevene snakket sammen om fag, for å videre lære dem teknikker for gode samtaler. Dette gjorde de ved å implementere et undervisningsopplegg som de kalte «*thinking together*», som skulle bidra til å gi elevene de ferdighetene som er nødvendige for å diskutere og resonnerer effektivt sammen (Mercer & Sams, 2006). Samtaleformen som skulle styre samtalen mellom elevene kalles *exploratory talk*, som Mercer (2000) definerer som en samtale der:

partene forholder seg kritisk men konstruktivt til hverandres ideer, og relevant informasjon deles slik at en kan vurdere den i fellesskap. Forslagene kan utfordres, men da må det gis motargumenter og alternativer til det aktuelle forslaget. I samtalen skal en skal bli enige om løsninger, kunnskapen skal gjøres tilgjengelig og resonnementene skal være synlige (Mercer, 2000, s. 153).

Når Mercer og Sams (2006) sammenlignet resultatene fra gruppene som hadde vært en del av «*thinking together*» med en kontrollgruppe som ikke hadde brukt undervisningsopplegget, så de at det hadde positivt utslag på elevenes forståelse av matematikk.

Barnes (2008) hevder at den beste måten å jobbe med forståelse på er gjennom samtaler. Grunnen til dette er at samtaler har en fleksibilitet som legger til rette for å prøve ut nye løsningsstrategier og som gjør det lett å endre strategi dersom den ikke er tilstrekkelige. Han skiller mellom to typer samtaler som bidrar til læring, men påpeker at de må brukes i forskjellige deler av undervisningen. De to samtaletypene er: *utforskende samtaler* (Exploratory talk) og *formidlende samtaler* (Presentational talk). Utforskende samtaler oppstår ofte i tidlige stadier når elevene arbeider med nye tanker og ideer. Det som kjennetegner denne type samtaler er at de ofte er nølende og ufullstendige, fordi den som snakker prøver ut nye ideer og tanker underveis, og er opptatt av å sortere ut sine egne tanker. I formidlende samtaler, er talerens oppmerksomhet først og fremst rettet mot å justere språket og innholdet til publikums behov i for eksempel presentasjoner (Barnes D. , 2008). Det blir poengtert at et viktig kriterium for at den utforskende samtalen skal være forståelsesfremmende er at elevene må føle seg trygge i gruppesituasjonen, og at de vet at de ikke får negative tilbakemeldinger eller blir gjort narr av (Barnes D. , 2008). Muntlige ferdigheter er en forutsetning for utforskende samtaler hvor det skapes og deles kunnskap med andre mennesker (Utdanningsdirektoratet, 2016). Boaler (2015) sier at løsningsstrategier kan se ut til å gi mening når folk hører dem, men at den beste måten å finne ut om en faktisk

har forstått dem riktig, er ved å forklare dem til andre. Franke m.fl (2007) påpeker at det ikke holder å prate om matematikk for å utvikle relasjonell/ begrepsbasert forståelse, og understreker at elevenes tenkning må gjøres eksplisitt.

For at elevene skal føle seg trygge i gruppesituasjonen, slik som Barnes (2008) påpeker, kan det være nyttig med noen regler som elevene kan forholde seg til i matematikkundervisningen. Eksempler på slike regler kan være det Yackel og Cobb (1996) beskriver som *sosiomatematiske normer*. Sosiomatematiske normer er de normative aspektene ved matematiske diskusjoner som er spesifikke for elevenes matematiske aktivitet (Yackel & Cobb, 1996). Det handler altså om de felles «spilleregler» og holdninger til matematikk og matematikkundervisning som dannes i et klasserom. Disse normene er forskjellig fra de generelle sosiale normene i et klasserom, ved at de gjelder spesifikt for de matematiske aspektene ved elevaktiviteten (Yackel & Cobb, 1996). For eksempel kan en sosiomatematisk norm være at elevene vet hva som aksepteres som en matematisk forklaring eller begrunnelse. I likhet med Yackel og Cobb (1996) sier Kazemi og Hintz (2014) at det er viktig å bruke tid på å lage normer som fungerer i matematikklasserommet. De viser til noen eksempler på slike normer; 1) «Ikke gi opp selv om problemet er utfordrende». Denne normen mener de er viktig for elever som er vant til å arbeide med matematikk i et tradisjonelt klasserom. Ikke alle problemer kan løses i løpet av et sekund, og problemløsning krever planlegging, strategier og mye arbeid. 2) «Det er greit å gjøre feil og revidere tenkningen». Denne normen handler om at elevene må være komfortable med å ta sjanser, prøve ut idéer som fortsatt er i utvikling, og godtar å plages litt når de skal lære. 3) «Lytte på andres ideer, og gi hverandre tid til å tenke». 4) «Stille spørsmål som hjelper oss å forstå matematikken».

2.4.3 Kvaliteten på matematikksamtaler

Hvilken kvalitet samtalene i matematikkundervisningen har henger sammen med kvaliteten av matematikklæringen. Det er ikke nødvendigvis snakk om *god* eller *dårlig* kvalitet, men heller at ulike kommunikasjonsformer kan resultere i ulike former for læring (Alrø & Skovsmose, 2006) Kazemi og Hintz (2014) tar for seg ulike modeller som lærere kan benytte seg av for å skape en effektiv dialog med elevene. I utgangspunktet er disse ment for hel-klasse-diskusjon, men ved å lære elevene strategiene kan de fint brukes i gruppediskusjoner også. *Åpen strategideling* er en av modellene Kazemi og Hintz (2014) mener egner seg like bra i gruppediskusjoner mellom elever når de skal snakke med hverandre, som i hel-klasse-diskusjon. Målet for denne type diskusjon er å vise elevene at ett og samme problem kan løses på mange ulike måter, samt å bygge deres repertoar av strategier. Sentrale spørsmål for at diskusjonen skal bli vellykket er «hvordan» og i noen tilfeller «hvorfor» spørsmål. Det viktigste spørsmålet er «Hvem gjorde det på en annen måte?». I tillegg til dialogstrategiene presenterer Kazemi og Hintz (2014) *talk moves* som kan brukes i klasseromsdiskusjoner for å støtte opp elevers muntlige bidrag ved at alle elevutsagn blir ivaretatt. Dette innebærer å få elever til å reformulere og gjenta det en annen elev sier, resonnerer om de er enige i det som blir sagt, tilføye egne tanker til utsagn, gi elevene tid til å tenke, bruke læringspartner og gi elevene mulighet til å revidere deres opprinnelige tanker (Kazemi & Hintz, 2014). I likhet med Yackel og Cobb (1996) påpeker Kazemi og Hintz (2014) viktigheten av at elevene på forhånd vet hvilke sosiomatematiske normer som gjelder for diskusjonene i den aktuelle klassen.

Drageset (2015) har undersøkt en rekke rammeverk for å analysere praksisen i matematikklasserom, og presenterer flere utfordringer med disse. En av utfordringene er at analysen vil mangle detaljer rundt det som skjer, og dermed forsvinner informasjon som kan være nyttig for å forstå praksisen i klasserommet. Med bakgrunn i dette utviklet Drageset (2015) et rammeverk som kan brukes for å analysere elevers bidrag til den matematiske samtalen, samt hvilken funksjon de ulike elevutsagnene har for samtalen. Drageset (2015) legger vekt på at for å forstå klasseromssituasjonen, må elevutsagnenes funksjon sees i sammenheng med det større bilde. Det vil si, hvilken betydning et spørsmål, kommentar eller forklaring har for hele samtalen.

Rammeverket til Drageset (2015) består av fem overordnede kategorier: 1) *forklaringer* (*explanations*); I denne kategorien inngår det at elevene forklarer begrep og hva noe betyr, forklarer hvorfor noe er korrekt eller hvorfor noe skjer, og forklarer hvordan en oppgave kan løses. Forklaringer fra elever kan være preget av språk som mangler presise begreper og uttrykk, men de vil likevel havne i denne kategorien. 2) *Elevinitiativ* (*student initiatives*); går ut på at en elev stopper opp samtalen ved behov for å få en nærmere forklaring fordi han/hun enten ikke forstår eller aksepterer det som blir fortalt. Det innebærer også når en elev kommer med et forslag til en alternativ løsning eller fremgangsmetode, i tillegg til hvis en elev har en innvending eller retter på noe som blir sagt. 3) *ufullstendige svar* (*partial answers*); denne kategorien handler også om elevenes forklaringer, men skiller seg fra *forklaringer* ved at de er ufullstendige eller utilstrekkelige. 4) *lærerstyrte svar* (*teacher-led responses*); går ut på at læreren styrer eleven i en retning mot løsningen, eller deler opp oppgaven i mindre steg for å redusere vanskeligheten på oppgaven for eleven. 5) *svaret uten forklaring* (*unexplained answers*); innebærer at elevene kommer med svar, men det er ingen begrunnelse for hvordan han/hun kom frem til dette svaret. Drageset (2015) påpeker at i enkelte tilfeller, på enkle spørsmål eller oppgaver, er det ikke nødvendig at elevene forklarer stegene for å komme frem til et svar da dette er innlysende. For eksempel, hvis en elev løser regnestykket tre ganger fem, og svarer 15 kan læreren være interessert i å høre hvordan eleven kom frem til denne løsningen hvis han/hun går på 4. trinn, i motsetning til hvis eleven går på 10. trinn.

Dersom en ser de alternative elevbidragene som Drageset (2015) presenterer i forhold til IRE, som preger kommunikasjonen i det tradisjonelle klasserommet, kan respons (R i IRE) ha mange ulike former. For eksempel tre typer forklaringer (forklare begrep, begrunnelse og metode), ufullstendige svar, lærerstyrt respons og svar uten forklaring. Lærerstyrt respons er knyttet mot den tradisjonelle R i IRE. I tillegg ser en at Drageset (2015) presenterer elevinitiativ, dette kan være et eksempel på at eleven også kan bidra med I i IRE, og at det ikke nødvendigvis bare er læreren som trenger å ta initiativ ved å stille spørsmål.

Elever og lærere kan samhandle på andre måter enn gjennom IRE. Alrø og Skovsmose (2006) beskriver åtte ulike samtaleelementer; 1) å *kontakte* som handler om å lytte, delta og sette seg inn i andres perspektiver. Kontakt kan skapes eller opprettholdes med undersøkende spørsmål, oppfølgingsspørsmål og gjensidig bekræftelse. Det er med på å etablere en positiv relasjon mellom deltakerne i samtalen, og åpner opp for samarbeid. 2) Å *oppdage* handler om

å finne ut noe en ikke var klar over på forhånd. Hva-hvis-spørsmål er ofte brukt for å skape nye oppdagelser. 3) *Å identifisere*: ved å oppdage og utforske perspektiver, vil det være mulig å identifisere et faglig innhold som kan gjøres synlig for alle deltakerne i gruppen. Handler om å finne matematikken i det en har funnet ut, og videre kjenne igjen matematiske prinsipper eller algoritmer. Hvorfor-spørsmål er viktig for å identifisere. 4) *Å advokere* handler om at en er bevisst på at det vil eksistere ulike perspektiver blant gruppemedlemmene, og at alle disse perspektivene sammen kan bidra som en ressurs i samtalen. Å kunne argumentere og reflektere over egne og andres synspunkter, i tillegg til å være åpne og villige til å revidere egen oppfattelse for å skape en felles forståelse i gruppen er viktig. 5) *Å tenke høyt* innebærer å uttrykke sine tanker, ideer og følelser i undersøkelsesprosessen. 6) *Å reformulere* er et viktig element i dialoger, der deltakerne følger opp hverandre for å forstå og skape forståelse sammen. Innebærer at en gjentar og utfyller de andre på gruppen. 7) *Å utfordre* går ut på at en stiller spørsmål ved allerede oppnådde erkjennelser eller fastslått forståelse. Dette kan gjøres gjennom hypotetiske spørsmål som «hva- nå- hvis», og kan legges til rette for å klargjøre eller revurdere perspektiver. 8) *Å evaluere* forekommer etter at elevene har kommet frem til løsninger og svar på problemene de har arbeidet med i den undersøkende prosessen. Kan være ved å gi eller få kritikk og støtte, gode råd, bekreftelser eller ros fra medelever eller lærer (Alrø & Skovsmose, 2006).

Alrø og Skovsmose (2006) sier at når elementene i modellen eksisterer i undervisningen, kan de gi gode muligheter for læring med visse kvaliteter. Forutsetningen for at dette skal kunne skje, er at undervisningen legger til rette for undersøkende aktiviteter. De poengterer også at modellen kan brukes til å se på kvaliteten i dialoger som oppstår mellom lærer og elever, eller elever seg imellom når de er i gang med en undersøkende prosess. I motsetning til Dragesets (2015) modell, hvor en ser elementer som passer inn i IRE, kan en se på Ic-modellen som en annen måte å kategorisere samtaler på. Dette illustrerer variasjonsbredden i måter elever og lærere kan samtale og samhandle på, og viser at samtaler ikke bare trenger å handle om spørsmål, svar og evaluering som i IRE.

2.5 Gruppearbeid og elevroller i matematikk

Gruppearbeid handler ikke bare om å plassere et antall elever sammen i en tilfeldig gruppe, og la dem jobbe sammen med oppgaver. Barnes (2008) sier at det slett ikke er alle gruppediskusjoner som er like vellykket. For at et gruppearbeid skal bli vellykket og læringsfremmende kreves det forberedning, veiledning og tilsyn av elevene under gruppearbeidet. Nødvendige diskusjoner som forekommer i gruppearbeidet må også tas videre i en utvidet form av andre kommunikasjonsmønstre, for eksempel i hel-klasse-diskusjon. Barnes (2008) sier også at ved å la elevene arbeide sammen i mindre grupper i matematikkfaget, vil en mest sannsynlig få en større andel av klassen til å være aktive og involverte i samtaler som forekommer, dersom det blir gjort på «riktig» måte (Barnes D. , 2008). Også Botten (2016) er positiv til gruppearbeid, men nevner også at det vil avhenge av forarbeidet som læreren gjør med og blant annet velge ut oppgaver til samarbeidet. Oppgavene som elevene skal arbeide med må ha et innhold og være formulert på en slik måte at elevene føler de er avhengige av noen å samarbeide med for å løse dem. Da vil elevene erfare at kunnskapen utvikles i et fellesskap hvor de er gjensidig avhengig av hverandre - uansett evner og forutsetninger. Oppgavene er dermed av vesentlig betydning for at gruppearbeidet skal bli vellykket (Botten, 2016). Yackel, Cobb og Wood (1991) gjennomførte en stor studie, hvor all matematikkundervisning i én 2.klasse ble erstattet av problemløsning i små grupper, etterfulgt av hel-klasse-diskusjon gjennom et helt skoleår. Funnene deres viste at en slik gruppeaktivitet ga verdifulle muligheter for elevene til å konstruere løsninger gjennom samtale med andre elever, noe som vanligvis ikke forekommer i tradisjonelle klasserom. De poengterte også at læreren har en viktig rolle som veileder for at en slik arbeidsmetode skal fungere optimalt (Yackel, Cobb, & Wood, 1991). Det er altså flere faktorer som spiller inn på kvaliteten av et gruppearbeid. Barnes (2008) sier at læringsfremmede gruppearbeid krever god forberedning, veiledning og tilsyn av elevene underveis i prosessen, Botten (2016) nevner at oppgavene spiller en vesentlig rolle og Yackel m.fl. (1991) poengterer lærerens viktige rolle som veileder.

Som nevnt tidligere beskrev Da Ponte og Quaresma (2016) lærerens håndtering av kommunikasjon i klasserommet og problemløsning som to faktorer som er med på å styrke elevers læring. Utsagnet «lærerens håndtering av kommunikasjon», mener vi innebærer hvordan læreren legger opp til kommunikasjon mellom elever, og ikke bare hvordan læreren kommuniserer med elever. Boaler (2015) viser til at mange elever ikke er vant med å kommunisere og samarbeide i matematikkundervisning, og dette er noe hun mener frarøver

elevene en del av det å være en problemløser. Dette argumenterer hun ved å henwise til hvordan matematikere arbeider, og det er som oftest i grupper der de løser matematiske problemer sammen. Boaler (2015) påpeker også at for få frem sin matematiske forståelse, må elever jobbe med problemløsningsoppgaver der de forklarer og uttrykker seg muntlig. I en observasjon Boaler (2015) gjorde på en skole der elevene fikk mulighet til å samarbeide og dele sine matematiske kunnskaper og idéer, var elevene engasjert både i selve matematikken, men også i å lære av hverandre. Uansett om noen ble sett som «flink» eller «dårlig» i matematikk, hadde alle elever noe å tilføre gruppen, fordi problemløsningsoppgaver gjerne er oppgaver med flere innfallsvinkler, som åpner opp for flere bidrag (Boaler, 2009).

Sosiale roller brukes ofte for å forklare hvorfor mennesker opptrer som de gjør i ulike situasjoner og er summen av de forventninger som knytter seg til en bestemt posisjon en innehar, for eksempel som far, lærer eller elev (Aubert, 1979). I skolen kjenner de fleste elevene til skolens offisielle regler som gjelder for elever i ulike læringssituasjoner, for eksempel at de skal følge med, vise respekt for medelever og lærere etc. Lyng (2004) skiller mellom offisielle og uoffisielle elevroller, hvor førstnevnte omfatter opptredner som stemmer overens med de forventningene en har om hvordan elever skal opptre, sett fra skolens side. Eksempler på offisielle elevroller i gruppearbeid kan være *den aktive kollegaen*, *den passive kollegaen*, *den aktive samtaleren*. De uoffisielle elevrollene er de elevopptredner som bryter med skolens regler, og går igjen med så stor grad av regelmessighet at lærere og elever forventer at de skal dukke opp. Eksempler på uoffisielle elevroller i gruppearbeid er *soseren*, *frekkasen*, *småprateren*, *sløvvingen*, *fniseren*, *klovnen* (Lyng, 2004).

Når elever jobber sammen i grupper vil en kunne se at elevene har ulike posisjoner eller roller i samtale, selv om læreren ikke har fordelt ut formelle roller. Dette kan være at en av elevene føler seg underlegen en annen elev som legger føringer på hva slags matematiske bidrag han eller hun bidrar med i samtalen, og hvor mye både den underlegne og den overlegne vil kunne få ut av den matematiske samtalen (Sfard & Kieran, 2001). Sjöblom og Meaney (2016) gjennomførte et forskningsprosjekt i en svensk videregående skole, hvor hensikten var å forbedre elevenes kompetanse i å resonnerer og kommunisere. Elevene arbeidet sammen i grupper, og fikk utdelt spørsmålslistor, problemløsningslister og kommunikative roller som ordstyrer, referent, tenker og redegjørere. I tillegg skulle alle elevene bidra som spørsmålsstillere. Ved å dele ut roller til elevene, håpet forskerne på at de ville se en forandring i oppgavedelingen i gruppene, det vil si at det ikke var de samme

elevene som gjorde de samme oppgavene hver gang, men funnene viste at selv med tydelige rollebeskrivelser ble det mye individuelt arbeid i gruppene. På bakgrunn av dette fant Sjöblom og Meaney (2016) ut at det var behov for å bedre elevenes evne til å bygge videre på andres utsagn, altså ikke bare lytte til hva andre sier, men også lære hvordan en kan stille matematiske spørsmål og inkludere alle i gruppearbeidet. Uten at dette var på plass, kunne det ikke oppstå gode matematikksamtaler (Sjöblom & Meaney, 2016).

Bevisstheten rundt sosial interaksjon i utvikling av matematisk forståelse har vært voksende de siste årene (Wagner & Herbel-Eisenmann, 2009). En måte å se på elevroller, er slik de blir beskrevet i Positioning theory (Barnes M. , 2004). Positioning theory handler om at mennesker som er i interaksjon med hverandre skaper en «story-line» sammen, hvor de ulike deltakerne tar eller får ulike posisjoner i historien. Ved de ulike posisjoneringene følger det forpliktelser eller forventninger om hvordan en skal oppføre seg, eller begrensninger på hva en kan si eller gjøre. I tillegg fører de ulike posisjonene med seg ulike rettigheter, for eksempel retten til å bli hørt, tatt på alvor, hjulpet eller retten til å bli tatt vare på (Barnes M. , 2004). Positioning theory er basert på prinsippet om at ikke alle som er involvert i en sosial handling har lik tilgang til rettigheter og plikter for å utføre bestemte typer meningsfulle handlinger i akkurat den situasjonen og med de menneskene (Harré, 2012). Deltakerne i en interaksjon kan aktivt søke å oppta en posisjon, eller få den tildelt av de andre deltakerne. Hvis en først har fått tildelt en posisjon kan en velge å «godta posisjonen, konkurrere for å få en annen posisjon, eller undergrave den» (Harré & van Langenhove, 1999, i Barnes, 2004, s. 2). For eksempel har både lærere og elever anerkjente rettigheter og plikter, som utgjør et gjensidig system av forpliktelser. I denne sammenhengen er ikke «lærer» og «elev» posisjoner, men roller som er langsiktige og ikke lett å gå ut av. Disse rollene har i tillegg stor innflytelse på livene til dem som opptar dem. I undervisningssammenheng kan en bruke de samme rollene når to elever samarbeider, men da snakker vi om posisjoner. For eksempel så kan en elev i en kort periode ta posisjonen som «lærer» og den andre eleven får posisjonen «elev». «Læreren» kan påta seg en plikt til å forklare, instruere, stille spørsmål og vurdere svar. «Eleven» kan enten godta denne posisjoneringen, og vil da implisitt ha en forpliktelse til å lytte til forklaringene, utføre instruksjonene og svare på spørsmålene. I denne interaksjonen konstruerer de to elevene sammen en «lærer-hjelper-elev»-historie. En annen mulighet for eleven som har fått posisjonen «elev» er å konkurrere om å ta over posisjonen til sin medelev, ved å argumentere for innholdet i forklaringen og dermed implisitt hevde at han/hun har mer kunnskap, eller ved å si «Hva gir deg rett til å fortelle meg hva jeg skal gjøre?». En tredje

mulighet er å undergrave prosessen ved å endre på historien, for eksempel ved å bryte opp i oppgaveaktiviteten, og dermed endre de tilgjengelige posisjonene og tilhørende rettigheter og forpliktelser.

Positioning theory kan brukes som et rammeverk for å se på handlingene som foregår i det øyeblikket elevene snakker sammen i klasserommet. Dette ble blant annet gjort i et forskningsprosjekt i Australia, hvor forskerne kartla elevens *positions* gjennom observasjon av samtaler mellom elever i klasserom der lærerne brukte arbeidsmetoder hvor elevene skulle samarbeide (Barnes M. , 2004). Forskerne fant 14 ulike posisjoneringer, som er vist i tabell 1.

Tabell 1: 14 elevposisjoner som Barnes (2004) fant i sin studie.

Posisjoner	Forklaring
Manager	Tar styringen, foreslår å starte arbeidet, delegerer ut oppgaver, foreslår hvordan en skal takle oppgaven(e).
Hjelper	Utfører rutinearbeid (beregninger, fylle ut tabeller, tegne grafer).
Facilitator	Får gruppen til å fungere, støtter medlemmene i samarbeidet, prøver å unngå eller løser konflikter.
Humorist	Festlige kommentarer, ansiktsuttrykk eller gester som ikke er distraherende for gruppen. Viktig for å fremme et godt arbeidsmiljø og skape bånd mellom gruppe-medlemmene.
Spokesperson	Snakker til læreren på vegne av gruppen.
Expert	Autoritære matematiske uttalelser, foreslår hva han/hun mener er den beste måten å løse problemer på, blir spurt om hjelp fra de andre på gruppen. Kjapp å tenke, blir sett på som «god i matte» av de andre elevene.
Outside Expert	Trekker inn kunnskap fra arenaer utenfor klasserommet, og bruker denne kunnskapen til å gi praktiske eksempler ved å kontekstualisere oppgaven.
Critic	Leter etter forklaringer og alternative metoder å løse problemer på. «Hvorfor» spørsmål kjennetegner denne eleven, og har en viktig posisjon i gruppen.
Collaborator	Oppmerksom og lydhør overfor andre, gir støtte og jobber tett med de andre på gruppen. Deler sine tanker, så langt det lar seg gjøre. Snakker samtidig som de andre, og fullfører setningene deres.
In Need of Help	Uttrykker ofte at de ikke forstår eller ikke er i stand til å gjøre det oppgaven ber om. Ber eller aksepterer hjelp fra andre gruppe-medlemmer.
Entertainer	Tar initiativ til ikke-faglig aktivitet (sladder, erting, synging etc.) som forstyrrer gruppen.
Audience	Lar seg rive med av entertaineren.
Networker	Fokuserer ikke fullt i gruppen de arbeider i, og ser seg ofte rundt i klasserommet, lytter og deltar i samtaler med elever fra andre grupper.
Outsider	Prøver å delta i diskusjoner, blir avvist eller ignorert av de andre. Kan trekke seg ut av gruppearbeidet selv, ved å være stille i lengre perioder uten å gi tegn til å ville delta.

Videre i avhandlingen velger vi å bruke posisjoner når vi snakker om elevroller i gruppearbeid. Grunnen til dette er at vi oppfatter rollebegrepet som noe mer «fast» enn posisjonsbegrepet. Det vil si at når en først har fått tildelt en rolle som «klovn» i klassen, er dette noe som ofte følger en videre i skolens løp, mens posisjoner er noe elevene går inn og ut av alt etter hvilken situasjon de er i.

2.6 Oppsummering

Dette kapitlet viser at det fortsatt undervises tradisjonelt i mange klasserom, men at det fins alternative undervisningsmetoder som utfordrer denne typen undervisning. I de alternative metodene er det fokus på kommunikasjon, utforskning og problemløsning, i tillegg til bevisst bruk av roller i gruppearbeid.

3 Metode

I dette kapitlet skal vi redegjøre for vårt kunnskapssyn og forskningsdesign som legger grunnlaget for forskningsprosjektet vårt. Det vil komme en beskrivelse av datainnsamling, valg av informanter, bearbeidelse og analysemetode av datamaterialet, samt en vurdering av studiets kvalitet gjennom begrepene validitet, reliabilitet og generaliserbarhet. Videre følger etiske betraktninger som vi har tatt underveis i forskningsprosessen og kritikk av valgte metoder. Til slutt vil vi gi en beskrivelse av problemløsningsoppgaven vi har brukt i studiet.

Valgene vi argumenterer for i dette kapitlet, bidrar til at vi kan svare på forskningsspørsmålet vårt som er: *Hvilke elevposisjoner har elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i grupper, og hvilke typer elevutsagn forekommer hos de ulike elevposisjonene?*

3.1 Forskningsdesign

Creswell (2014) presenterer tre ulike tilnærminger til forskningsfeltet; kvalitativ, kvantitativ og mixed method. Han poengterer at kvalitative og kvantitative tilnærminger ikke bør ses på som motpoler til hverandre, men heller som et kontinuum. Mixed methods, som inneholder elementer fra begge tilnærmingene, ligger på midten av dette kontinuumet (Creswell, 2014). Fordi vi ønsket å få innsikt og forståelse for hvilke elevposisjoner elever har når de samarbeider om å løse problemløsningsoppgaver, samt hvilke utsagn som forekommer hos de ulike elevposisjonene, har vi valgt en kvalitativ tilnærming til forskningsfeltet. I motsetning til kvantitativ tilnærming som har fokus på opptelling og numeriske data, vil en kvalitativ tilnærming gi oss muligheten til detaljerte forståelser av sosiale fenomener, handlinger, holdninger og væremåter (Cohen, Manion, & Morrison, 2018). I tillegg vil vi med en kvalitativ tilnærming kunne studere deltakerne i deres naturlige miljø (klasserommet), som innebar at vi måtte ut i skolen for å observere (Postholm, 2010). Fordi det er et nært samarbeidsforhold mellom oss som forskere og forskningsdeltakerne, har vi lagt vekt på å presentere våre egne holdninger og teorier slik at leseren har mulighet til å se hva som kan være med å påvirke resultatene.

Vår studie havner under konstruktivistisk læringssyn, fordi ved å undersøke det sosiale samspillet mellom elevene, gir det mulighet til å utvikle en kunnskap og forståelse om elevenes samtaler og posisjoner i gruppearbeid. I konstruktivismen finnes det ulike retninger,

blant annet *kognitiv konstruktivisme* og *den sosiale konstruktivismen* (Imsen, 2012). Kognitiv konstruktivisme handler om det mentale hos individet, og læring er basert på individuelle prosesser. Den sosiale konstruktivismen tar for seg det fellesskapet individet lever i, hvor kunnskap, forståelse og mening blir skapt i møte mellom mennesker i sosial samhandling. Språket har en viktig rolle i læring, og dette er grunnleggende for vår studie med tanke på vårt fokus på kommunikasjon og gruppearbeid i undervisningen.

Den metodologiske tilnærmingen i denne avhandlingen er casestudie, fordi vi undersøker elevgrupper, som kan regnes som et avgrenset miljø. Creswell beskriver en casestudie som «... a design of inquiry found in many fields, ... in which the researcher develops an in-depth analysis of a case, often a program, event, activity, process of one or more individuals» (Creswell, 2014, s. 14). Dette vil si at en casestudie er et undersøkelsesdesign der forskeren gjør en dybdeanalyse av en case som kan være et program, hendelse, aktivitet, prosess eller av et eller flere individer. Sett i forhold til denne beskrivelsen er casen vår de tre elevgruppene vi undersøker.

3.2 Datainnsamling

I kvalitativ forskning brukes gjerne flere metoder for å samle inn data (Postholm, 2010). De vanligste metodene er observasjon, intervju og dokumentanalyse (Creswell, 2014; Postholm, 2010; Thagaard, 2013). Hvilken strategi en velger å bruke er blant annet avhengig av forskningsspørsmålets formulering og hva hensikten med studiet er. For å kunne svare på forskningsspørsmålet vårt fant vi det mest hensiktsmessig å velge observasjon som metode for datainnsamling. Grunnen til dette er at vi er avhengige av en metode som gir oss tilgang til elevenes samtaler. Tjora (2017) sier at det er mange gode grunner til å velge observasjonsstudier, og en av grunnene er at de kan gi oss tilgang til sosiale situasjoner som de involverte i situasjonen ikke har tolket på forhånd. I tillegg til observasjon har vi valgt å supplere med et gruppeintervju i etterkant av undervisningsøkten som vi observerte. Grunnen til at vi valgte å intervjuere elevene var for å få en bekreftelse på at det vi har observert stemmer overens med elevenes oppfattelse. I tillegg fikk vi en innsikt i hvilke arbeidsmetoder elevene vanligvis brukte i undervisningen, som kan være med å påvirke resultatene i studien.

3.2.1 Observasjon

Å observere handler om mer enn å bare se. En forsker som skal observere studerer et fenomen systematisk – dette kan være personer, hendelser, oppførsel, settinger, artefakter, rutiner, etc. (Cohen, m.fl., 2018). Å bruke observasjon som metode for å samle inn data gir altså forskeren mulighet til å samle inn data fra naturlige situasjoner, for å få frem informantenes perspektiver (Cohen m.fl., 2018; Tjora, 2017; Postholm, 2010). Dette inkluderer blant annet interaksjoner mellom mennesker i sosiale kontekster, som vi ønsket å studere. Siden vi ønsket å se hvilke posisjoner som befant seg blant elevene når de samarbeidet eller kommuniserte med andre elever i gruppearbeid, samt hvilke elevutsagn som var typiske for de ulike posisjonene, tok vi et bevisst valg med å observere elevene inne i klasserommet. Grunnen til dette er at det er det som vil være den mest naturlige konteksten for dem å bli observert i. Observasjon egner seg også godt for å registrere non-verbal oppførsel blant forskningsdeltakerne (Cohen m.fl., 2018), noe som også vil kunne være med å påvirke resultatet vårt.

Når en skal gjennomføre en observasjon er det viktig at forskeren overveier sin rolle i feltet før observasjonen starter opp. Dette er fordi forskeren tar i bruk alle sine sanser i prosessen, og de inntrykkene en sitter igjen med vil påvirke opplevelsen og dermed observasjonen (Postholm, 2010). Det fins ulike roller en observatør kan ha under en observasjon, og Gold (1958) skiller mellom; fullstendig deltaker, observerende deltaker, deltakende observatør og fullstendig observatør, hvor fullstendig deltaker og fullstendig observatør kan ses på som to ytterpunkter, og kan betegnes som skjult observasjon. Observerende deltaker og deltakende observatør er begge åpne observatørroller, det vil si at de som blir observert vet om det, men at forskjellen på disse rollene ligger i om det er en forsker utenfra som er observatør eller en person innenfra. Vår rolle i observasjonen var deltakende observatør fordi informantene visste at vi var der for å observere dem. I tillegg hadde vi mulighet til å stille spørsmål til elevene, dersom vi så at det ville være nødvendig for å veilede dem på rett spor.

Det fins ulike former for observasjon, og hvilken form en velger å benytte seg av vil avhenge av hva en ønsker å undersøke (Cohen m.fl., 2018). Bjørndal (2012) skiller mellom observasjon av første og andre orden. Observasjon av første orden er når forskeren har observasjonen som sin primæroppgave. Observasjon av andre orden er når forskeren har observasjonen som sin sekundæroppgave, fordi han eller hun tar del i den situasjonen som

observeres (Bjørndal, 2002). I vårt prosjekt valgte vi å bruke videoopptak av de gruppene vi skulle observere. Dette, i tillegg til at observasjonen var vår primærøppgave, gjør at observasjonen i vår studie kan regnes som observasjon av første orden. Det er flere grunner til at valget falt på denne observasjonsmetoden: for det første ville vi sikre at våre observasjoner stemte overens med det som faktisk skjedde under observasjonen, og ved å ta videoopptak hadde vi mulighet til å se igjennom observasjonene flere ganger i ettertid. Fordelen med dette er at forskeren ikke er like avhengig av å få med alle detaljene der og da. For det andre så vi det som en fordel å bruke videoopptak, siden vi er to forskere, slik at vi kunne sikre at vi fikk med oss det samme og unngå å utelate enkelte hendelser som kunne ha betydning for analysen. Dette er også noe Cohen m.fl (2018) trekker frem som fordeler med videoobservasjon. De sier at videoopptak kan overvinne partiskhet av observatørens syn på enkelte hendelser, og videoen kan deles av flere forskere som igjen kan overvinne tendensen til å bare registrere de hyppige hendelsene som oppstår i løpet av observasjonen (Cohen m.fl., 2018). For det tredje er dataen tilgjengelig i dens naturlige rekkefølge i etterkant av observasjonen. Dette var en stor fordel i vår studie, da prosjektet endret seg fra å først ta utgangspunkt i matematiske begreper, til å fokusere på elevposisjoner og elevutsagn. Videoopptakene har også vært til stor hjelp når vi skulle analysere elevenes utsagn i detalj, fordi vi har hatt mulighet til å se gjennom datamaterialet flere ganger.

Ved bruk av videoopptak er det også noen faktorer en bør ta hensyn til. En faktor er at videokameraet kan påvirke deltakernes oppførsel, selv om det kanskje ikke er åpenbart for observatøren (Cohen m.fl., 2018). Når vi transkriberte observasjonene i ettertid ser vi at enkelte elever av og til «blir oppmerksomme» på videokameraet, og at dette trekker deres konsentrasjon bort fra selve problemløsningsoppgaven de skulle løse, men når elevene igjen klarer å fokusere på oppgaven, virker det som at de «glemmer» kameraet. En annen faktor en bør være oppmerksom på er at et kamera bare får med seg en liten del av det som skjer i for eksempel klasserommet. En menneskelig observatør kan vende sin oppmerksomhet til hendelser som oppstår i ulike deler av klasserommet, noe et kamera ikke kan. I tillegg kan en oppleve at elever, observatøren, læreren eller andre faktorer kan «blokkere» for kameraet, slik at observasjoner går tapt (Cohen m.fl, 2018). I vårt tilfelle observerte vi bare en liten gruppe i hver klasse, noe som gjorde at kameraet kunne plasseres i nærheten av gruppen, og hendelser som skjedde i andre deler av klasserommet var ikke interessant for observasjonen og heller ikke viktig å få med. Derimot ser vi at det har oppstått noen forstyrrelser på lyden enkelte

ganger i løpet av observasjonen, i tillegg til at det av og til hendte at noen «blokkerte» for kameraet.

3.2.2 Intervju

Intervju er en annen vanlig metode å benytte seg av for å samle inn data i kvalitative studier (Creswell, 2014). Det er en velegnet metode for å få informasjon om hvordan informant(e) opplever og forstår seg selv og sine omgivelser (Thagaard, 2013). Intervju vil bidra til å gi forskeren detaljert informasjon om hvilke synspunkter og perspektiver andre mennesker har på temaer som blir tatt opp i intervjusituasjonen, deriblant informantenes erfaringer, tanker og følelser (Thagaard, 2013). Dette vil være vanskelig å få tak i ved observasjon. Det fins ulike måter å gjennomføre intervju på, og i vår studie valgte vi å ha et gruppeintervju med elevene i etterkant av observasjonen. Vi hadde på forhånd laget noen spørsmål/ temaer vi ønsket å komme innom, men informantene hadde også mulighet til å snakke fritt (Se vedlegg nr.3). Temaene i intervjuguiden var; *typisk matematikktime i klassen, utforskende matematikk og kommunikasjon*. Denne formen for intervju blir ofte betegnet som fokusgruppeintervju, og Thagaard (2013) påpeker at dette kan være nyttig for å få innsikt i holdninger og meninger hos personer innenfor det feltet som skal studeres. Fordelen med et slikt intervju er at det kan oppstå diskusjoner innenfor fokusgruppen som kan bidra til å utdype relevante tema for prosjektet. I denne avhandlingen er intervjuet brukt for å underbygge påstander, som kan styrke observasjonene og funnene vi har gjort.

3.2.3 Gjennomføring av filmopptak

I de tre undervisningsøktene som ble gjennomført, ble én gruppe elever i hver klasse filmet under gruppearbeidet. For å sikre at samtalen mellom elevene kom tydelig frem på filmopptaket, var det plassert en trådløs mikrofon som var koblet til kameraet, på midten av bordet. På opptakene kommer det med støy fra de andre elevene i klasserommet, men samtalen fra den utvalgte gruppen kommer tydelig frem. Filmopptakene av samarbeidsøktene varer i gjennomsnitt 20 minutter. Vi valgte å filme elevene for å lettere kunne skille mellom hvem som sier hva, samt for å kunne se hvordan elevene arbeider. Under intervjuet ble det også brukt filmopptak, av samme grunner. Intervjusekvensene av de tre elevgruppene varer i gjennomsnitt 15 minutter. Cohen m.fl (2018) påpeker at det å bli filmet kan påvirke ens naturlige atferd, for eksempel ved at elevene oppfører seg på en måte som de tror er ønsket av observatøren (Cohen, m.fl., 2018). I denne studien er det vanskelig å avgjøre om dette stemmer siden vi ikke kjenner elevene.

3.3 Valg av informanter

Å velge ut informanter til en kvalitativ studie baseres ofte på et strategisk utvalg. Det betyr at en velger ut deltakere som har egenskaper eller kvalifikasjoner som er strategiske i forhold til problemstillingen og undersøkelsens teoretiske perspektiv (Thagaard, 2013). Når vi skulle velge ut informanter til vårt forskningsprosjekt, var vi en del av et større prosjekt som skulle gjennomføres av lærerutdanningen ved Universitetet i Tromsø, som hadde til hensikt å styrke matematikkpraksis for lærerstudenter ved universitetet. Vi var derfor bundet til å bruke skoleklasser der lærerstudentene skulle ha sin praksis. Når det gjelder antall informanter som skulle delta i studien vår, var dette noe vi kunne styre selv. I kvalitative studier kan antall informanter variere fra noen få til flere hundre (Adler & Adler, 2012), men en retningslinje for omfanget av utvalg i kvalitative studier bør ikke være større enn at det er mulig å gjennomføre omfattende analyser (Thagaard, 2013). Antall informanter ble dermed først og fremst bestemt ut fra tiden vi hadde til rådighet, men også ut fra hvor mange informanter vi faktisk fikk tilgang til. Vi endte til slutt opp med 11 informanter, noe som er innenfor det Adler og Adler (2012) råder studenter på universitetsnivå til å velge (rundt 12 informanter).

Innsamlingen av datamaterialet til vårt forskningsprosjekt ble gjort på to ulike ungdomsskoler, med elever fra både åttende-, niende- og tiendeklasse. Siden vi ikke kjente til elevene i disse klassene, så vi det som en fordel å la lærerstudentene, som var i praksis, gjennomføre undervisningen. Grunnen til dette var at de kjente elevene og klasse miljøet, og

elevene kjente lærerstudentene. På forhånd hadde vi avtalt med lærerstudentene at vi ønsket å observere én gruppe med tre til fem elever i hver klasse, og studentene hadde satt sammen gruppen på forhånd med utgangspunkt i tilbakemeldingene fra elevene og foreldre på samtykkeerklæringen. Gruppene ble tilfeldig satt sammen ut fra hvilke elever som ønsker å delta i prosjektet.

3.4 Analyse

3.4.1 Transkripsjon

Etter at vi hadde samlet inn data gjennom observasjon og intervju begynte vi å transkribere datamaterialet. Kvale og Brinkmann (2015) understreker viktigheten ved lik transkribering hvis flere har ansvar for transkripsjonen. Dette var noe vi måtte ta hensyn til i vår studie, siden vi er to forskere. Vi diskuterte hvordan vi skulle gjennomføre transkripsjonen med tanke på skrivestil, navn på elever og andre praktiske aspekter. Vi ble enige om å skrive ordrett det elevene sa med den dialekten de brukte. Samt å markere avbrytelser, og pauser med «...». For å anonymisere elevene i studien fikk de navn som Gutt 1, Gutt 2, Jente 1 etc. I etterkant har elevene fått tilfeldige fiktive navn for å gi dem et mer personlig preg. For å sikre at transkriberingen ble gjennomført på samme måte, begynte vi hver for oss å transkribere noen minutter av samme opptak. Etterpå sammenlignet vi det vi hadde gjort, og gjorde små justeringer for at det skulle bli likt. Når retningslinjene for transkriberingen var klar, delte vi de seks filmene mellom oss. Transkriberingen var tidskrevende arbeid da elevene til stadighet avbrøt hverandre og snakket samtidig som medelevene.

Vi valgte å transkribere videoopptakene for å få en oversikt over alt som ble sagt av elevene. Kvale og Brinkmann (2015) påpeker at å transkribere muntlig språk er med på at samtalen blir oversiktlig og lett tilgjengelig for analyse. I tillegg til transkripsjon av muntlig språk ble kroppslige gester notert, for eksempel «eleven peker på oppgavearket», der det kan ha betydning for samtalen. Annet kroppsspråk eller kroppslige gester er ikke dokumentert i transkripsjonene, da det ville bli for omfattende for denne masteroppgaven. Det er også unnlatt å dokumentere lange sekvenser der elevene samtalte om ikke-faglige emner. For å gjøre transkripsjonene mer oversiktlige satte vi inn linjenummer i dokumentene.

3.4.2 Metode for analyse

I en kvalitativ studie vil analyseprosessen starte samtidig som forskeren begynner å samle inn data (Postholm, 2010; Braun & Clarke, 2006). Dette var noe vi oppdaget under vår datainnsamling, da vi innså at det var andre elementer som var mer interessant å gå videre med, enn vårt opprinnelige forskningsfokus. For å analysere datamaterialet har vi brukt Braun og Clarkes (2006) tematiske analyse. De forklarer tematisk analyse som «a method for identifying, analysing and reporting patterns (themes) within data» (Braun & Clarke, 2006, s. 79). Analyseprosessen er inndelt i seks faser; *bli kjent med datamaterialet, utvikle tidlige koder, søke etter tema, revurder tema, definere og navngi tema og produsere rapport*. Selv om analyseprosessen er delt inn i ulike faser, er det ikke en lineær prosess, men forskeren vil hele tiden bevege seg frem og tilbake mellom de ulike fasene (Braun & Clarke, 2006). Prosessen vil være en blanding mellom en induktiv og deduktiv analyse, fordi vi først finner egne koder, for så å koble opp mot teori. Selv om det er et induktivt møte med datamaterialet vil det være farget av tidligere lest teori. Etter hvert som datamaterialet gjennomgås og det kobles teori opp mot tema, vil dette gjøre at nye kategorier kan oppstå (Braun & Clarke, 2006).

Den første fasen handler om å bli kjent med datamaterialet, og dette startet allerede ved transkripsjonen av datamaterialet vårt. Selv om vi var til stede under innsamlingen av datamaterialet og kjente godt til materialet fra før, var transkriberingen til stor hjelp for å få enda bedre oversikt over hva som fantes i dataene. Under transkriberingen noterte vi ned stikkord som ville være av interesse for videre arbeid med analysen. Etter transkriberingen ble vi enda bedre kjent med datamaterialet ved å lese gjennom transkripsjonene. Parallelt med å lese gjennom transkripsjonene, utviklet vi tidlige koder på det som omhandlet kommunikasjonen mellom elevene. Dette inngår i fase to i analysemodellen til Braun og Clarke (2006). I denne prosessen ble vi oppmerksom på at elevene hadde ulike posisjoner i gruppearbeidet. Dette førte til at vi valgte å endre forskningsspørsmålet vårt fra «hva kjennetegner elevens forklaringer når de arbeider med problemløsningsoppgaver i grupper?» til det nåværende forskningsspørsmålet «*Hvilke elevposisjoner har elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i grupper, og hvilke typer elevutsagn forekommer hos de ulike elevposisjonene??*». Videre vil vi komme med en todeling av analyseprosessen; analyse av elevsamtalene og analyse av elevposisjoner. Grunnen til at vi har valgt å dele analyseprosessen i to, er at vi har to faktorer som skal besvares i forskningsspørsmålet, både hvilke elevposisjoner elevene har og hvilke utsagn som forekommer. Siden det er brukt ulike

rammeverk for å undersøke disse faktorene, mente vi at det ville være naturlig å dele analysen i to. Vi vil også påpeke at elevposisjonene og elevutsagnene er analysert uavhengig av hverandre, selv om de kobles sammen i drøftingen.

Analyse av elevsamtalen

I startfasen for å analysere elevsamtalene kodet vi ut fra egne koder på hva elevene sa, for eksempel om de forklarte, resonnerte, bekreftet og lignende. På dette tidspunktet befant vi oss enda i fase to i analysemodellen. Denne fasen henger sammen med den neste, som innebærer å søke etter temaer. For å bedre kunne definere elevutsagnene valgte vi å ta utgangspunkt i to rammeverk; Dragesets (2015) rammeverk for å analysere elevers bidrag til den matematiske samtalen, samt hvilken funksjon de ulike elevutsagnene har for samtalen, og Alrø og Skovsmoses (2006) IC-modell, som handler om kvaliteten i dialogene. Vi har brukt kategorier fra begge rammeverkene fordi de inneholder kategorier vi kunne kjenne igjen fra kodingen av datamaterialet vårt. Dragesets (2015) rammeverk består av fem kategorier, og Alrø og Skovsmoses (2006) IC-modell har åtte kategorier, og i vår analyse har vi valgt å bruke noen fra hver av dem. Kategoriene vi har brukt fra Drageset (2015) er: *forklaringer*, *ufullstendige svar*, *svaret uten forklaring* og *elevinitiativ*. Vi valgte å endre kategorien «ufullstendig svar» til «ufullstendig forklaring» fordi dette passet bedre inn med vårt datamateriale. Kategoriene vi har brukt fra IC-modellen er: *å kontakte*, *å reformulere*, *å tenke høyt*. Dette førte oss over i fase fire, som handler om å revurdere temaene eller kategoriene en har funnet (Braun & Clarke, 2006). Siden noen av kategoriene fra rammeverkene ikke passet inn i vårt datamateriale, for eksempel kategorien *lærerstyrte svar* fra Dragesets (2015) rammeverk, måtte vi ta bort noen kategorier, og tilføre noen nye. Vi valgte også å ta ut «bekreftelser» fra kategorien *å kontakte*, og på denne måten lage en ny kategori. Grunnen til dette var at en stor del av utsagnene fra datamaterialet, som først ble plassert i kategorien *å kontakte*, handlet om bekræftelser. Kategorien *å bekrefte* har vi derfor utarbeidet selv. Når vi hadde bestemt oss for åtte kategorier som kunne være med å definere elevutsagnene, gikk vi en ny runde over transkripsjonene og fargekodet. Dette viser at analysearbeidet ikke er en lineær prosess, men at vi som forskere vil bevege oss fram og tilbake mellom de ulike fasene. I fase fem hadde vi de endelige kategoriene for elevsamtalen.

Analyse av elevposisjoner

Samtidig som vi ble kjent med- og kodet datamaterialet for å analysere elevsamtalene, dannet vi oss bilder av posisjoner som de ulike elevene hadde i gruppearbeidet. Når vi startet å kode datamaterialet, med hensikt å finne ulike elevposisjoner, startet vi med å dele opp transkripsjonene. Vi laget et dokument for hver elev, og på denne måten hadde vi mulighet til å telle antall ord og replikker per elev, for å kunne si noe om hvor mye hver elev snakket. Deretter søkte vi gjennom datamaterialet for å se om vi kunne finne like utsagn hos de ulike elevene, og noterte ned stikkord som «tenker høyt», «bekrefter», «forklarer», «ikke-faglig-prat» etc. Vi vil igjen påpeke at disse kodene er uavhengige av kodene vi brukte i analysen av elevsamtalen. Deretter gjorde vi oss noen tanker om hvilke kategorier som passet, for eksempel «høyttenkende elev». Det viste seg at de fleste elevene passet inn i denne kategorien og vi valgte derfor å analysere datamaterialet enda en gang, med utgangspunkt i kategoriene fra «Positioning theory» som Barnes (2004) beskriver. Dette gjorde vi på setningsnivå, hvor vi gikk gjennom alle setningene til hver elev, og fargekodet dem. Denne prosessen var tidskrevende, og måtte gjøres flere ganger, da det ofte var vanskelig å vurdere hvilken kategori vi skulle plassere elevene i. Etter at dette var gjort revurderte vi kategoriene, som førte til at noen kategorier ble tatt bort og andre ble slått sammen og dannet nye kategorier. Til slutt satt vi igjen med fire kategorier, som definerte de ulike posisjonene elevene hadde i gruppediskusjonen. To av kategoriene; *outsider* og *hjelper*, er hentet fra Barnes (2004). Kategorien *veileder* er inspirert av masterprosjektet til Holter (2017), og én kategori har vi utarbeidet selv- *pådriver*. Etter at vi hadde funnet de kategoriene vi mente passet best til datamaterialet vårt, måtte vi finne et passende navn og beskrivelse for hver posisjon. Dette gjorde at datamaterialet ble tatt opp til ny vurdering, noe som Braun og Clarke (2005) sier en bør gjøre jevnlig i analyse av kvalitative data. Beskrivelse av elevposisjonene vil bli presentert nærmere i kapittel 4.

3.5 Kvalitet i studiet

All forskning handler om å produsere gyldig og pålitelig kunnskap på en etisk måte (Merriam, 2009). Siden kvalitativ forskning alltid vil være påvirket av forskerens bakgrunn og forforståelse, er det viktig at egen subjektivitet og valg som er foretatt som grunnlag for analysen blir synliggjort. Det fins ikke noe entydig svar på hvor god kvalitet det er på dette arbeidet, men ved at leseren kan etterspore prosessen og på den måten vurdere om den kan overføres til egen kontekst, vil være med å sikre studiens troverdighet (Nilssen, 2012). Kvaliteten på forskning vil videre bli beskrevet gjennom begrepene *validitet*, *reliabilitet* og *generaliserbarhet*.

3.5.1 Validitet

Validitet eller gyldighet er knyttet til tolkning av data. Cohen m.fl (2018) skiller mellom indre og ytre validitet, hvor indre validitet handler om at det skal være samsvar mellom data og funn. Ytre validitet handler om generalisering, altså hvordan tolkninger som er gjort i en studie, også kan være gyldig i andre sammenhenger. En måte å konstatere validitet i studiet på er å stille spørsmål om de tolkningene en har kommet fram til er gyldige i forhold til den virkeligheten som er studert (Cohen, Manion, & Morrison, 2018). I følge Tjora (2017) er den viktigste kilden til høy gyldighet at forskningen foregår innenfor rammene av faglighet og er forankret i annen relevant forskning. Creswell (2014) presenterer ulike strategier forskeren kan benytte seg av for å sikre validitet i studien, blant annet *triangulering* hvor det benyttes flere datainnsamlingsmetoder og «tykke beskrivelser» som er detaljerte beskrivelser av forskningsfeltet og forskningsprosessen.

I vårt forskningsprosjekt har vi valgt å gjennomføre et intervju i etterkant av observasjonen, som gjorde at vi fikk en dypere innsikt i deltakernes tanker og forkunnskaper om temaet som vi har sett opp mot data fra observasjonen. På denne måten har vi brukt triangulering for å sikre validitet i studiet. I tillegg har vi brukt tykke beskrivelser, i presentasjonen av valg og metoder vi har benyttet oss av i forskningsprosessen. Vi har også valgt å presentere utdrag fra elevdialogene i analysen. På denne måten vil vi kunne presentere og understreke våre funn ovenfor leseren på en troverdig måte. Ved å være to forskere har vi hatt mulighet til å drøfte tolkningene vi har gjort av datamaterialet, for å sikre at det er samsvar mellom tolkningene som er gjort og det som er blitt observert.

Siden funnene i vår casestudie er bundet til en spesiell gruppe, er vi ikke ute etter å generalisere, men heller skape en forståelse av casen som kan brukes til å forstå lignende hendelser og situasjoner. Dette beskriver Cohen m.fl (2018) som en *analytisk generalisering*, og påpeker at dette er mer vanlig i casestudier enn en *statistisk generalisering*, som går ut på at et representativt utvalg skal gi et bilde av en populasjon

3.5.2 Reliabilitet

Et grunnleggende spørsmål i all forskning er hvor pålitelig data er (Christoffersen & Johannessen, 2012). Tjora (2017) hevder at pålitelighet handler om sammenhengen gjennom hele forskningsprosjektet, og kan dermed knyttes til nøyaktigheten av; hvilke data som brukes, måten data samles inn på og bearbeidelsen av data. Reliabilitet innebærer at de empiriske funnene som presenteres, er basert på data om faktiske forhold (Grønmo S. , 2016). Det betyr at datamaterialet ikke kan bygge på forskerens subjektive forståelse eller tilfeldige omstendigheter under forskningsprosessen. Siden forskerne i kvalitative studier ikke vil være helt nøytrale, er det viktig å være åpen om forutforståelsen en har, og i tillegg være forberedt på å justere den underveis i prosessen (Tjora, 2017).

For å styrke påliteligheten i vår studie, har vi forsøkt å være mest mulig åpen og begrunne valgene vi har tatt før-, under- og etter datainnsamlingen. I tillegg benyttet vi oss av videoopptak under observasjonen, som har gitt oss muligheten til å vurdere datamaterialet kritisk ved å se gjennom filmene gjentatte ganger.

3.6 Etske betraktninger

Kvalitativ forskning innebærer å utforske menneskelige prosesser eller problemer. Dette gjør at det må tas noen etiske hensyn under forskningsprosjektet, både med tanke på hvordan en forholder seg til informantene og til datamaterialet som blir samlet inn. All forskning som forutsetter behandling av personopplysninger er meldepliktige (Thagaard, 2013). Grunnen til dette er for å sikre at blant annet anonymiteten til forskningsdeltakerne blir ivaretatt. Dette innebærer at en ikke oppgir navn, eller annen informasjon som kan være med å identifisere deltakerne i undersøkelsen (Christoffersen & Johannessen, 2012). Vårt prosjekt ble meldt til

NSD ¹(Norsk Senter for Forskningsdata), først og fremst fordi vi skulle benytte oss av videoopptak, som innebærer at vi har data med sensitive personopplysninger. Videoopptakene ble lagret på en ekstern harddisk som kun vi har tilgang til, og vil bli slettet når prosjektet er ferdig. I transkripsjonene ble det ikke benyttet navn eller annen informasjon som kunne identifiseres med informantene.

Et annet viktig prinsipp som Christoffersen og Johannessen (2012) poengterer, i tråd med de forskningsetiske retningslinjene for samfunnsvitenskap, jus og humaniora, er deltakernes informerte samtykke. Dette innebærer at informantene selv får bestemme om de vil delta i prosjektet eller ikke, i tillegg til at de kan velge å trekke seg fra prosjektet uten å oppgi grunn for det. I vårt prosjekt sendte vi ut en invitasjon til elever med foresatte, som inneholdt en beskrivelse av prosjektets mål, gjennomføring, frivillig deltakelse og muligheten for å trekke seg, samt konfidensialitet og anonymitet. Vedlagt invitasjonen var det et samtykkeskjema for deltakelse i undersøkelsen. Siden vi skulle forske på barn under 15 år, måtte vi også ha samtykke fra foresatt (Se vedlegg nr.2).

I vårt prosjekt møtte vi noen etiske utfordringer vi måtte tenke over før vi kunne sette i gang med studiet. En utfordring var hvor detaljert vi skulle beskrive prosjektet – uten at det skulle «ødelegge» for den informasjonen vi var ute etter. Vi kunne for eksempel ikke si at vi skulle studere «*hvilke posisjoner elevene har i gruppearbeid*» fordi dette vil kunne påvirke elevene og føre til at de ble mer oppmerksom på hvilke posisjoner de «tok» i gruppearbeidet. En annen utfordring var videoopptakene som skulle gjøres i klasserommet. Siden vi ikke fikk samtykke fra alle elevene i hver klasse, måtte vi finne en måte å organisere undervisningen på, slik at de som ikke skulle delta ble skjermet fra videoopptakene. Vi kom til slutt fram til en løsning der elevene som ikke hadde samtykket til deltakelse ble tatt ut av klasserommet og gjennomførte undervisningsopplegget på et grupperom.

¹ Kvitteing på godkjenning kan ses i Vedlegg 1. Vi har endret prosjektet noe etter godkjenningen var gitt, men ut fra retningslinjene til NSD var det ikke behov for ny søknad. Det er delvis endret på temaet og problemstillingen er ny, datainnsamlingen er gjennomført på beskrevet måte og vi har benyttet oss av samme intervjuguide.

3.7 Metodekritikk

Fordi omfanget på en masteroppgave er begrenset, både med tanke på tiden som er avsatt til å gjennomføre forskningen og plassen en har til rådighet i avhandlingen, er ikke utvalget som er brukt i datainnsamlingen større enn 11 elever. På grunn av et begrenset utvalg av informanter er ikke resultatene generaliserbare for en hel populasjon, og den ytre validiteten svekkes (Cohen m.fl., 2018). Dersom utvalget hadde vært større ville den ytre validiteten vært styrket. Med et større utvalg kunne vi også ha funnet flere elevposisjoner, eller revidert de elevposisjonene vi har valgt for datamaterialet vi har i denne studien, men på grunn av tidsaspektet som er satt for mastergraden, var det ikke mulig å øke utvalget. Fordi funnene våre er bundet til en spesiell gruppe, er vi ikke ute etter å generalisere funnene våre, men de kan imidlertid brukes for å forstå lignende hendelser og situasjoner.

Under observasjonen var det plassert et kamera foran elevgruppen som ble observert, samt en mikrofon på bordet. Dette er noe som kan ha påvirkning på elevenes oppførsel (Cohen, m.fl., 2018). Med bakgrunn i dette valgte vi å ha de andre rammene rundt settingen for observasjonen så naturlig som mulig, og observasjonen ble derfor gjennomført i klasserommet til elevgruppene. Hvis vi hadde tatt ut informantene på et eget rom for observasjon, ville det kunne ha innvirkning på hvordan elevene oppførte seg og samtalene kunne blitt mindre «naturlige».

Ut fra intervjuet med elevene kom det frem at de ikke var vant med å jobbe med problemløsningsoppgaver på den måten som ble gjennomført i undervisningen. I tillegg beskrev de kommunikasjonen som preget undervisningen deres som det Franke m.fl (2007) betegner som IRE. Undervisningsopplegget som ble gjennomført i klassen var altså en ukjent situasjon for elevene, som kan ha påvirket funnene i datamaterialet. Vi kunne hatt et pilotprosjekt på forhånd der elevene jobbet med problemløsningsoppgaver før å gjøre dem kjent med prosessen. Dette kunne ført til for eksempel funn av andre elevposisjoner siden elevene da kunne vært i en mer kjent situasjon, i tillegg ville vi nok sett andre elevutsagn i samtalene mellom elevene. Det at elevene ikke var vant til å jobbe på denne måten var ikke noe vi visste på forhånd, og dermed ble det ikke utført et pilotprosjekt. I tillegg kunne vi eller lærerstudentene hatt en mer aktiv rolle ved å veilede elevene i arbeidet, slik som problemløsning krever, spesielt når det er en ny situasjon for elevene.

Vi skulle også ha samlet inn det skriftlige arbeidet til elevene. Dette hadde gjort at vi ville fått en bedre oversikt over elevenes arbeid og som ville gitt et annet grunnlag for å si noe om hvor mye elevene lærte av undervisningsopplegget. Grunnen til at vi ikke samlet inn arbeidet var fordi noen av klassene skulle bruke dette til en gjennomgang av oppgaven i en senere anledning. På grunn av tidspress hadde vi ikke mulighet til å observere denne timen.

3.8 Valg av oppgave

3.8.1 Undervisningsopplegg

Som nevnt tidligere tok vi del i et større forskningsprosjekt som gjennomføres av matematikklærere ved Universitetet i Tromsø (UiT). En av delene ved deres prosjekt besto av at lærerstudenter skulle gjennomføre et ferdige utarbeidet undervisningsopplegg fra *Mathematics Assessment Project* (MAP), som er et forskningsprosjekt fra USA. Hovedfokuset for MAP er at de ønsker å utvikle et verktøy som matematikklærere kan ta i bruk for å vurdere elever. Verktøyet skal være med på å gi elevene en dypere forståelse av matematiske konsepter, og utvikle deres kompetanse til å bruke denne kunnskapen til nye matematiske problemer uten gitt løsningsmetode. I tillegg, er det utviklet slik at i undervisningen eksponerer elevers matematiske kunnskap og tankegang, på den måten legges det til rette for lærere å få oversikt over elevenes fullstendige arbeid, og dette gir mulighet for å veilede elever i riktig retning (Mathematics Assessment Resource Service, 2007-2015a).

Materialet fra MAP består av; klasseromsutfordringer for formativ vurdering, tester og oppgaver for summativ vurdering, samt en pedagogisk og matematisk veiledning for lærere. Dette materialet har blitt testet ut i skoler i USA, og revidert etter behov for å få et best mulig verktøy som lærere kan ta i bruk (Mathematics Assessment Resource Service, 2007-2015b). I tillegg til det nevnte materialet, er det utviklet et rammeverk for vurdering, kalt; *Teaching for Robust Understanding of Mathematic* (Schoenfeld & The Teaching for Robust Understanding Project, 2016). Med bakgrunn i dette var en del av gjennomføringen av undervisningen allerede planlagt, men våre bidrag ble tatt i betraktning, slik at det ble lagt til rette for vår studie i forskningsprosjektet til matematikklærerne ved UiT.

3.8.2 Valg av oppgave

Siden utgangspunktet for datainnsamlingen vår var å observere elever som jobber i grupper med problemløsningsoppgaver, avgjorde vi hvilken oppgave fra MAP som skulle være innholdet i undervisningen. Vi valgte en oppgave kalt *Løpet* (se vedlegg nr.4), siden vi mente denne ville legge godt til rette for samarbeid og kommunikasjon gjennom retningslinjene beskrevet for oppgaveprosessen; 1) del deres individuelle arbeid med de andre på gruppen, 2) del notatene du har om hvordan du kan forbedre ditt arbeid, 3) lytt til hverandre og still spørsmål om du ikke forstår, 4) legg merke til likhetene og forskjellene mellom metodene, 5) bli enige på gruppen om hvilken løsning som er den beste, 6) lag en plakat som viser deres felles løsning av *Løpet*, som er bedre enn deres individuelle arbeid, 7) skriv hvilke antagelser dere legger til grunn, og 8) begrunn deres valg av metode.

Å velge en problemløsningsoppgave vil også åpne opp for at flere elever kan bidra, siden det finnes ulike måter å løse oppgaven på (Boaler, 2015). Noen elever vil kunne velge avanserte måter, mens andre velger enklere måter å løse oppgaven på, og dette mener vi oppgaven *Løpet* gir mulighet for. Det å få flere elevbidrag med i diskusjonen rundt oppgaven vil være hensiktsmessig for å få det ønskede datamaterialet for å undersøke samtalene og elevposisjonene. Etter vår vurdering er problemløsningsoppgaven også i tråd med formålet for matematikkundervisning i Kunnskapsløftet, som blant annet tar for seg at «Matematisk kompetanse inneber å bruke problemløsning og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det og vurdere kor gyldig løysinga er. Dette har òg språklege aspekt, som det å formidle, samtale om og resonnere omkring idear.» (Utdanningsdirektoratet, 2013). Med andre ord legger problemløsningsoppgaven også til rette for utvikling av elevenes matematiske kompetanse, som selvsagt er ønskelig da det ikke kun skal være et undervisningsopplegg som gir studien det ønskede datamaterialet.

3.8.3 Gjennomføring av undervisning

Undervisningen ble gjennomført av lærerstudenter i én 10. klasse, én 9. klasse og én blandingsklasse bestående av elever på 8., 9., og 10. trinn, på to forskjellige skoler. Opplegget er beregnet til én time. Først besto undervisningstimen av en introduksjon der oppgaveteksten ble vist på lerret, og lærerne inviterte til en felles samtale i klassen, for å sette elevene inn i situasjonen oppgaven handlet om. Neste steg i timen var individuelt arbeid på 10 minutter, hvor elevene fikk utdelt oppgavearket og skulle forsøke å finne en egen løsningsstrategi.

Videre i undervisningsøkten ble elevene plassert i grupper, der de skulle presentere og forklare hvordan de hadde løst oppgaven, for så å bli enige om den beste metoden som skulle presenteres til klassen i slutten av timen. Det er gruppeaktiviteten som er grunnlaget for datamaterialet vårt.

4 Analyse

Analysekapitlet er delt i to; hvor det ene tar for seg elevposisjoner som oppstår i gruppearbeidet og det andre tar for seg elevutsagnene. Hvert delkapittel vil bli avsluttet med en kort oppsummering med det mest interessante fra analysen.

4.1 Analyse del 1: Elevposisjoner

I dette delkapitlet vil det komme en beskrivelse av de fire elevposisjonene som var synlige i datamaterialet vårt. De fire posisjonene vi har funnet er: *pådriver*, *veileder*, *outsider* og *hjelper*. Videre følger en beskrivelse av posisjonene, med utgangspunkt i den eller de elevene som er den klareste representanten for kategorien. I noen eksempler vil det komme utdrag fra flere elever, dette er for å vise at det er en variasjon i kategoriene. Avslutningsvis kommer en beskrivelse av de resterende elevene samt en oppsummerende oversikt over alle posisjonene med de representative elevene.

4.1.1 Pådriver

Dette sitatet er hentet fra starten av samarbeidet til gruppe 1:

1 Mia: Jeg fant ut at R (Rebekka) var der plutselig (peker på arket).

I denne setningen ser vi at Mia starter gruppearbeidet ved å fortelle hva hun har funnet ut.

Videre kommer Mia med en forklaring på hva hun har gjort, som i følgende eksempel:

- 5 Mia: Eeehm, fordi først så fikk jeg at R var her og A var her, sant (peker på arket)
- 6 Line: Mhm.
- 7 Mia: Men så, så regnet jeg på nytt, og da fant jeg ut at R var her og det vil jo si at det er cirka én og en halv runde, sant. Hun har løpt én og en halv runde før hun kommer (avbrutt) på en time.
- ...
- 12 Mia: Men når A'en min er unøyaktig. Så jeg må egentlig regne ut på nytt for da kan vi jo se, hvis hun har løpt sånn én runde, så, eller sånn, hvis hun har bare løpt en halv runde før hun kommer til 60, skjønner dere?
- 13 Jenny: Mhm.
- 14 Line: Mhm.
- 15 Mia: Da har jo hun, da har jo hun s.. tatt igjen hun med én runde allerede, skjønner dere hva jeg mener?
Som i den her oppgaven. Så vi må jo finne ut hvor A egentlig er da. Men hvordan regner dere for å komme fram til et svar?

I setning 5, 7, 12 og 15 ser vi at Mia prøver å forklare metoden hun har brukt for å komme fram til løsningen som hun startet med å presentere. Måten hun forklarer på tyder på at hun deler uferdige tanker med resten av gruppen, noe som kan ses i sammenheng med det Holter (2017) har definert som en *høyttenkende elev*. I tillegg ser vi at Mia henvender seg til de andre elevene på gruppen ved å si «sant» (setning 7) og «skjønner dere» (setning 12). Situasjoner som disse er typisk for Mia gjennom hele gruppearbeidet.

En annen situasjon som er typisk for Mia ser slik ut:

- 358 Mia: Det er fire minutter igjen..

(Mia noterer og Jenny og Line tuller med kamera og mikrofon).

...

- 363 Mia: (noterer, mens hun prater høyt) Én rute ekstra. Dette er fordi, hvorfor er det slik?

Denne situasjonen oppstår etter at Jenny og Line har tullet mye med ikke-faglige ting. Mia påpeker i setning 358 at det bare er fire minutter igjen, og prøver på denne måten å få

oppmerksomheten fra de andre på gruppen. Når Jenny og Line ikke responderer på uttalelsen til Mia, prøver hun ut en ny strategi ved å øke volumet på stemmen mens hun noterer ned. I setning 363 ser vi at hun prøver å stille et spørsmål for å få hjelp fra de andre to.

Fra gruppe 3 ser vi situasjoner som er lik de som er beskrevet over, ved at Gaute starter diskusjonen med å fortelle hva han har kommet fram til, og hvordan han har gått frem for å finne det ut. I tillegg ser en ofte situasjoner som dette:

158 Marianne: Nei, 7,5 kilometer.

159 Gaute: Ja, 7,5 kilometer.. Også skråstrek, for du kan også skrive 2,5 runder. Ja, også skriver du bare R.

I setning 159 ser vi at Gaute gjentar det Marianne sier, og utfyller setningen. Det som skiller Gaute fra Mia er at han ofte snakker samtidig og utfyller setningene til de andre elevene på gruppen.

Vi har valgt å kalle posisjonen som Mia og Gaute representerer for *pådriver*. Det som er typisk for pådriveren er at han eller hun opptre som en leder i gruppen. Det er denne eleven som setter i gang diskusjonen, og som driver samtalen videre når det stopper opp. En annen faktor som kjennetegner denne eleven er at han eller hun tenker høyt, og gir på denne måten de andre elevene mulighet til å ta del i tankene han eller hun har gjort seg. I tillegg tar pådriveren ansvar dersom de andre på gruppen blir ufokusert, og prøver å få dem med i diskusjonen igjen. Mia og Gaute skiller seg fra hverandre, ved at Mia snakker i relativt korte setninger, mens Gaute har mange lange setninger. Felles for dem er at de har et klart overtall på antall ord i diskusjonen i forhold til resten av gruppen sin.

Pådriveren ligner på det Barnes (2004) beskriver som «*manager*», ved at eleven tar styringen og foreslår for de andre i gruppen at de skal starte å arbeide, for eksempel ved å lese høyt fra oppgavearket. En kan også finne likheter fra posisjonen som Barnes (2004) betegner som «*collaborator*», som er en elev som deler tankene sine med de andre, så langt det lar seg gjøre, i tillegg til at han eller hun ofte snakker samtidig som andre og fullfører setningene deres. Holter (2017) beskriver «*den høyttenkende eleven*», også her vil vi finne likheter med pådriveren. For eksempel ved at de begynner tidlig å snakke om oppgaven og presenterer sitt løsningsforslag uten å ha tenkt igjennom det på forhånd. Det som skiller pådriveren fra kategoriene til Barnes (2004) og Holter (2017) er at eleven driver samtalen videre når det

stopper opp, og henter inn elever som blir ufokuserte. Selv om pådriveren fungerer som en leder i gruppearbeidet, delegerer ikke han eller hun ut oppgaver som de andre skal gjøre, slik som Barnes (2004) beskriver manager, men gjør heller oppgavene selv dersom ingen andre melder seg frivillig.

4.1.2 Veileder

Denne situasjonen er hentet fra gruppe 1 etter at elevene har foreslått sin løsningsstrategi.

- 152 Line: Jeg tror din strategi er best (ser på Jenny).
...
214 Mia: Det var en veldig bra metode, hvordan kan vi skrive den ned?
(henviser seg til Jenny)

I linje 152 og 214 ser vi at både Line og Mia syns løsningsmetoden til Jenny var den beste for å løse problemet. Selv om både Line og Mia kommer med denne påstanden, argumenterer de ikke for hvorfor de syns hennes metode er best.

En annen situasjon som oppstår i gruppe 2 er denne:

- 5 Lise: Ok. Skal du begynne? (henviser til Anna)

Lise starter med å henvise seg til Anna, for å høre hennes løsningsmetode først. I begge disse eksemplene er det tydelig at Jenny og Anna er elever som de andre på gruppen respekterer og anerkjenner, ved at de i setning 152 og 214 foreslår Jennys metode som den beste, eller i setning 5 hvor eleven henviser seg til Anna for å høre hennes forklaring først.

Etter at Anna har beskrevet sin løsningsstrategi skjer dette:

- 10 Lise: Okei, eeh, vel jeg, på oppgave 1.
- 11 Anna: Mhm.
- 12 Lise: Så gjo.. Så regnet jeg ut at.. Hvordan sier man det der? Èn fj.. (ser på Anna)
- 13 Anna: Èn fjerdedel.
- 14 Thea: Èn fjerdedel.
- 15 Lise: Èn fjerdedel. Ehm, én fjerdedel kilometer, det er jo det samme som $\frac{4}{4}$ og det er én kilometer da.
- 16 Thea: Ja.
- 17 Lise: Og det er 4 ruter. Så én kilometer er 4 ruter.
- 18 Anna: Mhm.
- 19 Lise: Og så bare regnet jeg ut fire, fire, fire, helt til jeg kom til én time, fordi det står at Amy bruker åtte minutter, og da må jeg bare regne, på én kilometer brukte hun 8 minutter, også 8 pluss 8, også..
- 20 Anna: Altså 8 ganger ...?
- 21 Thea: 7..
- 22 Anna: Hvor mange kilometer?
- 23 Lise: Hm?

I linje 12 ser vi at Lise henvender seg til Anna for å få hjelp til en uttalelse hun er usikker på. Videre ser vi i linje 20 at Anna korrigerer Lise, og prøver å få henne til å se at hun kan multiplisere isteden for å addere. Thea svarer før Lise får mulighet til å svare og Anna stiller derfor enda et spørsmål (linje 22) for å gi Lise en mulighet til å fortsette forklaringen sin. Det som skiller Jenny i gruppe 1 fra Anna i gruppe 2 er; Jenny får posisjonen som veileder tildelt av de andre på gruppen, ved at de ber henne om å forklare når de står fast. Anna tar posisjonen som veileder selv ved å bidra med sin kunnskap når hun ser det er behov for det.

Vi har valgt å gi posisjonen som Jenny og Anna representerer navnet *veileder*. Det som er typisk for veilederen er at de andre på gruppen har tiltro til han eller henne. Dette viser de ved å henvende seg til veilederen om de står fast, eller trenger en bekreftelse på det de sier. Veilederen kan enten ta denne posisjonen selv, ved å støtte, veilede, korrigere og forklare, eller de kan få denne posisjonen fra de andre i gruppen ved at de henviser seg og søker etter en forklaring hos denne eleven. Ofte ser en at eleven som har denne posisjonen stiller oppklarende spørsmål, prøver å invitere alle til å bidra i samtalen eller snakker i lengre setninger for å forklare et fenomen.

Denne kategorien er inspirert av «den veiledende eleven» til Holter (2017), men vår beskrivelse avviker fra hennes beskrivelse av denne eleven. Holter (2017) beskriver den veiledende eleven som en elev som sjelden påpeker feil i utsagnene til de andre og ikke gir de riktige svarene, men heller leder medelevene gjennom en tankerekke som er gjennomtenkt på forhånd. Veileder, slik vi har valgt å beskrive denne posisjonen, kan minne om det Barnes (2004) kaller for «*expert*», ved at gruppen aksepterer svarene til denne eleven som rette, og at denne eleven er kjapp å tenke og blir sett på som en som er «god i matte» av de andre elevene. Det kan også ses i sammenheng med Barnes (2004) beskrivelse av «*facilitator*», som kjennetegnes ved at han eller hun sørger for å få gruppen til å fungere og støtter opp under alle medlemmene i samarbeidet.

4.1.3 Outsider

Dette er en situasjon som er hentet fra gruppe 1:

- 28 Line: Men jeg skjønner ... (avbrutt)
- 29 Jenny: Får jeg lov å vise her (peker på Mia sitt ark)
- 30 Line: ..Jeg skjønner hva det er, jeg skjønner på.. (avbrutt)
- 31 Jenny: Jeg tok bare åtte og ganget det med syv for at det ble 56.
- 32 Mia: Ja.
- 33 Jenny: Og da, eehm.
- 34 Line: Jeg skjønner hva du liksom.. metoden din er.. (avbrutt)
- 35 Mia: Fordi det æ gjorde, ikke sant, fordi én sånn her (tegner og viser på ark) det e en fjerdedels kilometer, sant.

I linje 28, 30 og 34 ser vi at Line prøver å delta i diskusjonen med de andre på gruppen, men blir avbrutt av både Jenny og Mia. Dette skjer flere ganger i løpet av arbeidsøkten.

- 61 Mia: Åh, vi skulle gjøre det der og. (Regner på ark) Eh én, to, tre, fire, her er vi på ...40. Én, to, tre, fire, så det blir jo 48. Én, to, tre, fire, 48 pluss åtte, 56. Sant, nå har hun gått, hun har gått, har hun gått to runder, én runde?
- 64 Jenny: Nei hun har gått..
- 65 Line: To?
- 66 Jenny: Én sånn her er jo (prikker på arket) tre kilometer ...
- 67 Line: Eeeh, ja det er én.. (avbrutt)
- 68 Jenny: Ja det e jo én, to, tre.

Også her ser vi i linje 65 og 67 at Line prøver å bidra i diskusjonen, men at hun først blir ignorert og deretter avbrutt. Videre i gruppearbeidet bidrar Line lite, hun blir ufokusert og trekker seg mer ut av oppgaveløsningen.

I gruppe 3 oppstod denne situasjonen:

46	Heidi til Erlend:	Hva har du gjort?
47	Thomas til Erlend:	Har du fått det samme som oss?
48	Heidi til Erlend:	Ja! Du har gjort det samme som meg.. her (peker på arket hans). Ja, men det er riktig, bare at.. hvordan har du tenkt?
49	Thomas til Erlend:	(Peker på arket) det her er en kvart kilometer, det her er en halv kilometer, her..
50	Erlend:	Oja.

I denne situasjonen ser vi i linje 46 og 47 at Heidi og Thomas inviterer Erlend til å bidra i gruppearbeidet, men før Erlend har fått svart, svarer de andre elevene for han (linje 48 og 49). I Linje 50 svarer Erlend med «oja» som forøvrig er hans eneste ord. Gjennom hele arbeidstimen sitter Erlend med hetten over hodet, snurrer fram og tilbake på stolen og i motsetning til Line som prøver å bidra i diskusjoner, melder Erlend seg selv ut av gruppearbeidet.

Posisjonen som Line og Erlend representerer, har vi valgt å kalle for *outsider*. Det er to faktorer som er typisk for outsideren. Det ene er at de prøver å delta i diskusjonene, men blir avvist eller ignorert av de andre elevene. Det andre er at de selv gir tegn til at de ikke vil bidra, ved å for eksempel ikke si noe. Outsideren sier få ord i forhold til de andre elevene på gruppen, og ofte er det bare bekreftelser som «ja» eller «mhm». Dette ligner på definisjonen som Barnes (2004) gir av en outsider: en student er posisjonert som en outsider hvis han eller hun prøver å delta i diskusjoner, men blir regelmessig ignorert eller avbrutt. De andre elevene oppfører seg som at de ikke hører hva outsideren sier, og tror ikke at det har noe verdi. Det som skiller vår definisjon fra Barnes (2004) er det som er synlig i eksempelet fra gruppe 3, der de andre elevene på gruppen inviterer outsideren med i diskusjonen. Denne kategorien kan også ses i sammenheng med det Holter (2017) beskriver som «*en stille elev*». Det som gjør denne kategorien lik Holters (2017) er at elevene bidrar med få ord i gruppearbeidet, men samtidig gjør elevene vi har valgt å plassere i kategorien outsider et forsøk på å delta, og har ikke få ord fordi de velger å være stille.

4.1.4 Hjelper

Dette er en situasjon fra gruppe 3:

- 117 Heidi: Ja, men da tar vi tre måter?
- 118 Gaute: Skal vi da finne ut hvordan ...
- 119 Thomas: Ja, bare skriv.
- 120 Gaute: Skal vi da ta sånn at, skal vi liksom ta min versjon av Amy og din versjon av Rebecca? Eller skal vi ta to versjoner av Amy og to av Rebecca? (Ser på Thomas).
- 122 Heidi: Du bestemmer selv.
- 123 Gaute: Da kan vi ta min av Rebecca fordi den er lettest å forstå av mine.
- 124 Heidi: Ja, så si hva du har gjort.
- 125 Gaute: Skal vi ikke begynne med Amy?
- ...
- 127 Thomas: ... i åtte minutter, åtte ganger åtte blir 64. Og da er det fire minutter for mye, altså en halv kilometer for mye. Så da vet jeg at hun springer 7,5 kilometer.
- 129 Gaute: Da kan du bare skrive minus fire er lik 60.
- 130 Heidi: «Skriver ned» 64 minus fire er lik 60.
- 131 Gaute: Som er lik, da ..
- 132 Thomas: Og da kan du skrive, så Amy springer 7,5 kilometer.
- 133 Heidi: Ok, «skriver ned» da springer Amy 7,5 kilometer.

I denne situasjonen har Heidi påtatt seg ansvaret for å skrive ned løsningsforslaget som gruppen skal presentere til klassen senere. I setning 124 ser vi at Heidi ber Gaute om å si hva han har gjort. Videre, i setning 130 og 133 skriver Heidi ned det de andre elevene ber henne om å skrive ned.

Vi har valgt å gi Heidi posisjonen som hjelper. Det som er typisk for hjelperen er at hun tar på seg ansvaret for å skrive ned på vegne av gruppen. Hjelperen ber ofte de andre elevene om å si ordrett hva som skal skrives ned, og stopper dem dersom det går for fort.

Dette ligner «*helper*» som Barnes (2004) beskriver som en elev som utfører rutinearbeid når han eller hun blir bedt om det, for eksempel fylle ut tabeller, tegne grafer eller holde oversikt over gruppearbeidet. Hun sier at elevene noen ganger velger denne posisjonen selv, fordi da vil eleven kunne få hjelp fra de andre på gruppen til å bestemme hva som skal skrives ned, og slipper å ta alt «ansvaret» selv.

4.1.5 Lise

Lise var en elev i gruppe 2. En grovtelling av ordene i samtalen mellom Lise, Thea og Anna viser at Lise hadde halvparten av ordene til de andre to. Lise ligner litt på Line i gruppe 1, ved at hun flere ganger prøver å bidra i diskusjonen, men blir avbrutt av de andre på gruppen, og når hun kommer til ordet er det korte setninger og «mumling» som tyder på at hun er usikker på det hun skal si. Eksempler på sitater fra Lise er: «Hvordan sier man dette?» «Jeg skjønner ikke». En del av replikkene til Lise kommer også fra ikke-faglige samtaler. Vi har valgt å gi Lise posisjonen outsider.

4.1.6 Thomas

Thomas er en elev fra gruppe 3. Han tar seg tid til å forklare de andre i gruppen dersom de står fast, og er flink å illustrere eksempler som leder dem mot et svar. Han henvender seg også til elever som ikke bidrar så mye, for å invitere dem med i diskusjonen. I noen tilfeller blir han litt ivrig og forklarer før medeleven har fått svart for seg, slik som i setning 49 (under outsider). Selv om Thomas har kvaliteter som kunne passet inn i rollen pådriver, har vi valgt å vurdere han som en veiledende elev, fordi de fleste replikkene hans kommer fra forklaringer etter at de andre elevene har henvist seg til han for å få hjelp.

4.1.7 Thea og Marianne

Det var vanskelig å plassere Thea og Marianne i noen av kategoriene, da kvalitetene deres avviket for mye. Thea er en elev fra gruppe 2. Hun kunne passet inn i kategorien *pådriver*, fordi hun ofte tar ansvaret og leser oppgavene og driver på denne måten samtalen videre. Hun har i periodevis også en del forklaringer, for å hjelpe Lise når hun står fast, noe som gjør at hun av og til har en *veiledende* posisjon. I tillegg har også hun, i likhet med Lise en del replikker som omhandler ikke-faglige samtaleemner. I gruppearbeidet har hun nesten like mange ord som Anna, og dobbelt så mange ord som Lise.

Marianne, i gruppe 3, skiller seg fra alle de andre elevene ved at hun ikke passer inn i noen kategorier. Hun er den eleven som har minst ord totalt (bortsett fra Erlend med ett), selv om hun bidrar i diskusjonene. Replikkene hennes er ofte korte, og hun forklarer ikke med utfyllende setninger. Ofte ser en at hun gir konkrete svar på oppgavene som «7,5 kilometer» og «her er hun en runde før».

4.1.8 Oppsummering

Tabell 2 viser en oversikt over hvilke elever som tilhører de ulike elevposisjonene.

Tabell 2: Oppsummering av elevposisjoner

Posisjoner	Elever
Pådriver	Mia Gaute
Veileder	Jenny Anna Thomas
Outsider	Line Erlend Lise
Hjelper	Heidi

4.2 Analyse av elevsamtalene

Under kommer en presentasjon av de åtte kategoriene vi har brukt for å analysere elevsamtalene. I noen av kategoriene opptrer det ulike underkategorier som utgjør helheten av en kategori. Dette vil bli forklart og illustrert med ulike eksempler.

4.2.1 Forklaringer

I utdraget under er gruppe 1 godt i gang med problemløsningsoppgaven, og er i ferd med å bestemme seg for hvilken metode de skal velge å skrive ned på plakaten som skal presenteres for resten av klassen. Med utgangspunkt i dette bes en av jentene å forklare sin metode på nytt for resten av gruppen.

197	Jenny:	Jeg ganget åtte med syv og da fikk jeg 56, men da mangler hun jo ...
198	Line:	Men syv, du bare liksom gjettet?
199	Jenny:	Ja gjetta. Og da ble det liksom ...
200	Line:	Ja.
201	Jenny:	Og da løp hun, da har hun løpt syv kilometer, men så har hun fortsatt fire minutter igjen til det er en time, og da løper hun (avbrutt)
202	Mia:	To ruter.
203	Jenny:	To sånne her ruter.
204	Line:	Ja.
205	Jenny:	Så då kom jeg frem til liksom én, to, tre, nei. Én, to, tre, fire, fem, seks, syv, og én halv, så da kom jeg frem til det da.

I utsagn 197, 201, 204 og 206 kan vi se at Jenny er i en prosess ved å forklare hva hun gjorde for å komme frem til en løsning. Ut fra det hun sier kan det tyde på at hun forklarer en metode for å finne et svar. En annen måte å forklare en metode kan sees i utdraget fra gruppe 2. Her er gruppen i starten av samtalen i gang med å forklare hva de har gjort for å løse oppgaven.

65	Thea:	Ja fordi det jeg gjorde var å liksom dele 60 på 8.
66	Anna:	Ja.
67	Thea:	For å finne liksom hvor mange runder ... hvor mange kilometer.

Her kan vi se at Thea først kort forklarer en metode hun brukte for å komme frem til en løsning. I tillegg forklarer hun i setning 67 hvorfor hun gjorde akkurat dette. Med andre ord begrunner Thea hva det er hun regner ut ved å bruke metoden hun forklarer. I likhet med

gruppe 2, er utdraget fra gruppe 3, som presenteres under, også i første fase ved at elevene forklarer hva de har gjort.

1 Gaute: Ja, jeg kom frem til det at, ehm ja, Amy hun ville da kommet seg to og én halv, nei eller.. ja, to og én halv runde.. inn i løpet på en time fordi at jeg regnet det ut på den måten at ... en runde hos Amy tilførte 24 minutter, også 24 ganger to, altså to runder, ble da 48 minutter, også pluss én kilometer blir da 56 minutter, også ... kunne hun da løpe åtte minutter til. Men da hadde hun fått 64, så jeg måtte ta halvparten av det for å få 60. Og da ble det to og én ha ... nei, én og én halv runde ekstra inn i tredje runden.

I dette utdraget forklarer Gaute detaljert hva han har gjort for å finne en løsning, altså hvilken metode han har brukt. Han kobler også sammen tallene han bruker til selve oppgaveteksten, og på en slik måte begrunner han hvorfor forklaringen av metoden er korrekt, som kan være med på å gjøre det lettere for de andre elevene å vurdere hans forklaring. Det er noen mangler i de siste stegene i forklaringen til Gaute, men sett bort i fra dette klarer han å kommunisere både metoden han har brukt og grunnen for det.

Ut fra gjennomgang av de ulike typene forklaring kom vi frem til at elevene forklarer metoder og begrunner disse. I første omgang av kodingen definerte vi *forklare metode* og *forklare grunn* som to egne kategorier. Dette kunne vi gjort med tanke på de to første eksemplene, men sett i eksemplet fra gruppe 3, var det utfordrende å definere det enten som metode eller begrunnelse siden de er flettet inn i hverandre, noe som hendte i flere tilfeller. Derfor ble disse to kategoriene slått sammen til kategorien *forklaringer*. Definisjonen av kategorien er hentet fra Drageset (2015). I kategorien forklaringer, har Drageset (2015) i tillegg underkategorien *forklare begrep*. Denne har vi valgt å se bort fra siden det ikke forekommer i datamaterialet når elevene holder på med oppgaveløsning. I eksemplene, og resten av datamaterialet, kan en se at flere av forklaringene er preget av et upresist språk, som kan tyde på at elevene ikke har de rette begrepene. Dette er noe Drageset (2015) også påpeker skjer når elever skal forklare, men selv om det er et upresist språk, er det fortsatt en forklaring som kan forstås.

4.2.2 Ufullstendig forklaring

Sett i sammenheng til kategorien *forklaringer*, var det noen ganger vanskelig å avgjøre om vi forsto det elevene forklarte. Under er et eksempel på dette fra gruppe 1:

342 Jenny: Og da, men på, og hun, men Amy, hun måtte løpe en halv kilometer til siden
 hun ba ... siden hun ... åh ... for hun bruker én time, eller for hun løper i
 én time så måtte, nei hva måtte?

I dette utdraget starter Jenny på en forklaring, men det tyder på at hun ikke klarer å fullføre denne selv, og spør dermed de andre gruppemedlemmene. Det Jenny starter med å forklare er korrekt, men selv om hun er på riktig vei inneholder dette utdraget mangler som gjør forklaringen utilstrekkelig. I utdraget under fra gruppe 3, kommer en annen vinkling av en forklaring preget av mangler:

2 Thomas: Ehm ... Jeg fikk samme svaret, bare at jeg tok åtte ganger, åtte
 minutter så tok jeg og ganget det med åtte, det blir 64. Og da vet jeg at eh ...
 hun har løpt syv og én halv kilometer ... på en time.

Her starter Thomas med å forklare sin metode for å finne en løsning og presenterer et svar. Forklaringen hans mangler flere steg, som gjør det vanskelig å forstå prosessen hans fra han starter med å forklare en metode, og til han presenterer svaret sitt.

Felles for de to nevnte eksemplene er at det er mangler i forklaringene enten fordi de ikke fullføres eller fordi de er preget av manglende steg i prosessen. Vi har valgt å kategorisere forklaringer som dette under *ufullstendige forklaringer*. Dette er en definisjon inspirert av Dragesets (2015) kategori *ufullstendige svar*, som han beskriver som forklaringer som er delvis rett, men mangler essensiell informasjon, slik som utdragene illustrerer. Vi har valgt å ikke bruke *ufullstendige svar* i definisjonen vår slik som Drageset (2015) gjør, men heller *ufullstendige forklaringer*, da dette passet bedre med datamaterialet. Selv om denne kategorien også omhandler forklaringer slik som forrige, har vi valgt å ha det som en egen kategori fordi datamaterialet inneholder en del av denne typen mangelfulle forklaringer.

4.2.3 Svar uten forklaring

Etter å ha gjennomgått datamaterialet og kodet de utsagnene som handlet om forklaringer og ufullstendige forklaringer innså vi det var utsagn som ikke lot seg plassere i de nevnte kategoriene. Dette illustreres ved eksemplet under hentet fra starten av samtalen på gruppe 1.

- 1 Mia: Jeg fant ut at R (Rebekka) var der plutselig (peker på arket).
2 Jenny: Jeg fikk at R var der og A (Amy) var der (peker på arket).
3 Line: Ja, jeg, eh, egentlig så fikk jeg ... (visker ut).

I dette utdraget starter Mia med å fortelle hvor hun har plassert R i oppgaven, altså svaret på oppgaven. Det samme gjør Jenny i setning 2, i tillegg til å fortelle hvor hun har plassert A. Her forteller begge jentene hva de har kommet frem til i den individuelle arbeidsøkten. Lignende eksempel vises i utdraget nedenfor fra samme gruppe, bare litt senere i gruppearbeidet.

- 205 Jenny: Så da kom jeg frem til liksom én, to, tre, nei. Én, to, tre, fire, fem, seks, syv, og en halv så da kom jeg frem til det da.
206 Line: Også bare (avbrutt)
207 Jenny: Og der ble det fem, så det ble én, to, tre, fire, fem.

I setning 209 forteller Jenny hennes svar på en av deloppgavene som ble fem, og viser kun til telling.

De to nevnte eksemplene illustrerer begge hendelser der elevene presenterer et svar, men det kommer ikke frem på noen måte hvordan de har kommet frem til dette svaret. Dette kan sees i sammenheng med Alseth (2009) som forklarer at det er vanlig i matematikklasserommet at elever kommer med korte svar. I elevenes utsagn mangler det en forklaring på stegene og tankegangen elevene har vært gjennom for å finne løsningen. Denne typen utsagn velger vi å kalle *svart uten forklaring*. Definisjonen av kategorien er hentet fra Drageset (2015). Han beskriver at det kan være ulike grunner til at elevene ikke forklarer hvordan de kom frem til svaret, blant annet at svaret kan være innlysende, og ikke trenge forklaring (Drageset, 2015). I det første eksemplet der jentene kun forteller svaret sitt, er dette noe som krever en forklaring i forhold til retningslinjene i oppgaven, som sier at hvert gruppe-medlem skal forklare sin metode for de andre, i tillegg til at de andre elevene på gruppen trenger informasjon om hvordan oppgaven ble løst for å kunne vurdere løsningsmetoden opp mot sin egen.

4.2.4 Elevinitiativ

I situasjonen nedenfor var det en hendelse som gjorde at arbeidet fikk en stopp når gruppe 2 jobbet med hvilken løsning de skal skrive på plakaten.

- 241 Thea: På én kilometer. Det betyr at hun bruker 7,5 runder.
- 242 Anna: At hun ... Altså etter én time så er hun ...
- 243 Thea: Ja.
- 244 Anna: Har hun tatt syv ...
- 245 Lise: (Nikker)
- 246 Thea: (Noterer) Runder, Runder på ...
- 247 Anna: Nei, men ...
- 248 Thea: (Noterer) 60 minutter.
- 249 Anna: Nå høres det ut som én runde er åtte minutter. Hun bruker åtte minutter på én kilometer.
- 250 Thea: Ja. Og 7,5 runder på 60 minutter.
- ...
- 263 Anna: Hun må da ta én kilometer, én kilometer pluss én kilometer. For hele, for hele runden er tre kilometer.

I dette utdraget presenterer Thea et svar i setning 241, og det kan tyde på at Anna forsøker å bidra med en forklaring. I setning 247 og 249 stopper Anna opp det som skjer for å poengtere at det de gjør ikke stemmer med oppgaven, og fortsetter i setning 263 med å forklare hva de må gjøre for å få rett løsning på oppgaven. Dette tyder på at Anna ikke er tilfreds med det den løsningen gruppen har kommet frem til. En annen situasjon der det skjer et avbrekk i arbeidet, er i gruppe 3 når de også skal avgjøre hva de skal skrive på plakaten.

- 192 Heidi: Jeg tror dere må forklare oss det.
- 193 Marianne: Ja!
- 194 Heidi: Jeg har ikke gjort det.
- 195 Marianne: Og jeg skjønner det fortsatt ikke.
- 196 Heidi: Ikke jeg heller.

I dette eksemplet stopper Heidi opp for å si at hun ikke forstår, og det samme gjør Marianne. Begge jentene har behov for en forklaring, fordi de ikke klarer å sette seg inn i metoden som de andre gruppemedlemmene har forklart tidligere i oppgaveløsningen. En annen vinkling på denne situasjonen illustreres i arbeidet til gruppe 2.

- 61 Anna: Ehm altså.. Nå kom jeg bare frem til hvor mange runder de ville tatt i løpet av
..., altså hvor mange runder Amy ville tatt på 48 minutter. Altså (avbrutt).
- 62 Thea: Hvorfor tok du 48?
- 63 Anna: Fordi det, da måtte jeg ellers ha delt svaret.

Her holder Anna på å forklare hennes løsningsstrategi, og i setning 62 kommer Thea med et spørsmål fordi hun lurer på hvorfor Anna har gjort det hun har gjort. Med andre ord, Thea trenger en avklaring for å forstå Annas arbeid.

I de tre situasjonene som er beskrevet blir oppgaveprosessen stoppet av én eller flere elever fordi de enten ikke er enige i det som blir sagt, ikke forstår, trenger en avklaring eller poengterer noe. Vi har valgt å bruke begrepet *elevinitiativ* for denne type hendelse, som er hentet fra Dragesets (2015) kategorier. Grunnen til vi vil kalle det elevinitiativ er fordi det er elevene selv som tar initiativ for et «stopp» da de ikke er tilfreds eller klarer å sette seg inn i forklaringen som gis.

4.2.5 Å kontakte

Det oppsto også andre situasjoner i datamaterialet hvor elevene henvendte seg til andre elever, men de skilte seg fra kategorien *elevinitiativ* på den måten at det fortsatt var en flyt i oppgaveløsningen. Et eksempel på dette er illustrert i et utdrag fra gruppe 3.

- 207 Marianne: Ja, men hun er jo forbi hun.
- 208 Thomas: Hun er ikke forbi hun. Hun er på siden av henne.
- 209 Heidi: Ja, men hvis hun skal begynne å løpe igjen.
- 210 Marianne: Ja, men hun er jo fortsatt én runde før henne ... Hun er jo én runde før henne?

Utdraget viser en situasjon der Marianne, Thomas og Heidi diskuterer en av deloppgavene. I setning 210 kommer Marianne først med en påstand, før hun stiller spørsmål ved egen påstand. Dette kan tyde på at Marianne undersøker med de andre gruppemedlemmene om de er enige i hennes påstand. Med andre ord søker Marianne etter bekreftelse fra de andre på gruppen. Utdraget under fra gruppe 2 viser en annen situasjon som omhandler å henvende seg til gruppemedlemmer.

- 356 Anna: Åtte pluss åtte pluss åtte, da har vi tatt (mumler utydelig). Og da har hun kommet hit.
- 357 Lise: Hva er det du gjør nå?
- 358 Anna: Jeg bare tenker.

I dette utdraget sitter Anna og regner for seg selv for å løse oppgaven, og Lise spør Anna hva hun holder på med. Denne situasjonen tyder på at Lise forsøker å sette seg inn i hva Anna tenker, for å kunne se hennes perspektiv på oppgaven. Et annet eksempel på dette illustreres av utdraget fra gruppe 1 under.

- 27 Jenny: Og da tok jeg bare og ganget det for å finne liksom, eller ja jeg tok og ganget det med, ehm, ja, jeg bare sjekket liksom.
- 28 Line: Men jeg skjønner ... (avbrutt)
- 29 Jenny: Får jeg lov å vise her (peker på Mia sitt ark)
- 30 Line: Jeg skjønner hva det er, jeg skjønner på ... (avbrutt)
- 31 Jenny: Jeg tok bare åtte og ganget det med syv for at det ble 56.

I denne situasjonen forklarer Jenny sin løsningsmetode, og Line forsøker å bidra i samtalen ved å si at hun forstår. Ut fra det som skjer kan det tyde på at Line har forstått Jennys perspektiv på oppgaveløsningen, og ønsker å bidra i samtalen, selv om hun blir avbrutt.

Felles for de tre utdragene er at en elev henvender seg til en annen elev, og det tyder på at elevene søker etter å få kontakt enten ved å spørre undersøkende spørsmål, få bekreftelse, ønske om å sette seg inn i en annen elevs tankegang eller deltar i samtalen. For å definere disse situasjonene har vi tatt utgangspunkt i IC-modellen som har en kategori som heter *å kontakte* (Alrø og Skovsmose, 2006). Beskrivelsen av denne kategorien egner seg for flere av situasjonene i vårt datamateriale da den innebærer; å lytte, delta, sette seg inn i andres perspektiver, stille undersøkende- og oppfølgings spørsmål, samt bekreftelser.

4.2.6 Å bekrefte

Flere deler av datamaterialet likner eksempelet som er illustrert nedenfor. Utdraget er fra gruppe 2.

- 259 Anna: Hør nå her. På én kilometer så bruker hun åtte minutter.
260 Lise: Ja.
261 Thea: Ja.

Her poengterer Anna at en av løperne bruker åtte minutter på én kilometer. Lise og Thea svarer "Ja" til det Anna sier. Dette kan tyde på at de bekrefter det Anna poengterte, eller bekrefter at de lytter og deltar i samtalen. I datamaterialet vårt finnes det også flere eksempler der elever sier «ja», «mhm» og «ok» når andre elever forklarer. Slike utsagn kunne passet inn i kategorien *å kontakte*, siden det handler om det å lytte, delta og bekrefte. Vi har derimot valgt å plassere disse utsagnene i en egen kategori kalt *å bekrefte*, fordi store deler av datamaterialet inneholder slike elevutsagn.

4.2.7 Å reformulere

Eksempelutdraget fra gruppe 3 nedenfor kan sees på som en annen vinkling av det å delta i samtalen.

- 271 Gaute: Det vil si at Amy har faktisk løpt en hel runde allerede.
272 Thomas: Nei, for hun har ikke tatt henne igjen enda.
273 Gaute: Nei, men hun tar henne igjen på start.
274 Thomas: Ja, på start der så overtar hun.

Her kan vi se at gruppen er i en prosess ved å diskutere for å komme seg frem til en løsning på oppgaven. I setning 273 forklarer Gaute hans mening, som Thomas da gjentar og omformulerer i setning 274. Dette kan tyde på at Thomas er enig i det Gaute sier. Et annet eksempel på dette illustreres av gruppe 2.

- 291 Thea: Og da vet vi at hun skal løpe 2,5 runder.
292 Anna: Som betyr at når 60 minutter har gått, så har hun tatt, løpt to runder og en halv.

I dette utdraget presenterer Thea svaret på en deloppgave, og i neste setning omformulerer Anna dette. Forskjellen fra det første eksempelet er at i tillegg til å omformulere, utfyller Anna det Thea sier, som tyder på at Anna godtar svaret til Thea.

Like situasjoner som er beskrevet på forrige side, der elever gjentar, omformulerer og utfyller det andre elever sier oppsto flere ganger i datamaterialet, og dermed valgte vi å plassere det i en egen kategori som faller under det å *reformulere*. Definisjonen på kategorien er hentet fra IC-modellen, som påpeker at å gjenta, reformulere og utfylle det et annet gruppemedlem sier er med på å opprettholde kontakten i en gruppe (Alrø og Skovsmose, 2006).

4.2.8 Å tenke høyt

Etter å ha funnet og definert de tidligere nevnte kategoriene, hadde vi fortsatt deler av datamaterialet som ikke passet inn under disse. Et eksempel på dette er utdraget under fra gruppe 1.

12 Mia: Men når A'en min er unøyaktig. Så jeg må egentlig regne ut på nytt for at da kan vi jo se, hvis hun har løpt sånn én runde, så, eller sånn, hvis hun har bare løpt en halv runde før hun kommer til 60, skjønner dere?

Her uttrykker Mia hva hun tenker i forhold til det å finne svar på oppgaven som gruppen jobber med. Utdraget under illustrerer et annet eksempel på dette.

52 Mia: Skal vi se, 16 (regner på kalkulator) pluss åtte, for at her har vi, der er vi på 24..
53 Jenny: Nei, men det er jo, (peker på arket) er det ikke sånn, der er jo to, også er det én, to, tre, fire.
54 Mia: Eeh, én, to, tre, fire. Eh jaja, her er vi på 24. Ehm, også er det én, to, tre, fire, så pluss åtte igjen.

I denne situasjonen sitter Mia og regner for å finne svar på oppgaven, samtidig som hun uttrykker det hun gjør. Sett i sammenheng med utdraget ovenfor, så uttrykker Mia tanker hun har rundt det å få løst oppgaven.

Situasjonene i datamaterialet innebærer at elever er i prosessen ved å finne en løsning til oppgaven og uttrykker hva de gjør og hva de tenker. Andre situasjoner tar for seg når elever uttrykker hva de tenker om selve oppgaven. Felles for disse situasjonene er at elevene uttrykker ideer, tanker og følelser de har i prosessen, som kan sees i sammenheng med IC-modellens kategori å *tenke høyt* (Alrø og Skovsmose, 2006). Dermed har vi valgt å bruke denne definisjonen for situasjoner der elever setter ord på enten følelser eller sin tankeprosess i oppgaveløsingen.

4.2.9 Oppsummering

Gjennom analyse av datamaterialet har vi kommet frem til åtte ulike kategorier som beskriver utsagn til elever som arbeider med en problemløsningsoppgave. Utsagn som ikke var relevante for selve oppgaveløsningen ble ikke tatt med. I tabell 3 presenteres en oversikt over kategoriene, samt hvilke underkategorier de inneholder.

Tabell 3: Oppsummering av elevutsagn.

Kategorier	Underkategorier
Forklaringer	Forklare metode for å finne en løsning. Forklare grunnen til at noe er rett eller noe skjer.
Ufullstendige Forklaring	Ufullstendige forklaringer. Utilstrekkelige forklaringer. Mangel på steg i regne-/tankeprosessen.
Svar uten forklaring	Ingen begrunnelse eller forklaring rundt svaret.
Elevinitiativ	Stopper opp det som skjer for å: - stille spørsmål for avklaring - fordi eleven ikke forstår - for å poengtere - rette på noe som blir sagt
Å kontakte	Lytte. Delta. Sette seg inn i andres perspektiv. Stille undersøkende spørsmål. Oppfølgingsspørsmål.
Å bekrefte	Elevene sier Ja, mhm og OK.
Å reformulere	Reformulere. Gjenta. Utfylle
Å tenke høyt	Uttrykke sine: - tanker - idéer - følelser

5 Drøfting

I forgående kapittel har vi analysert og beskrevet fire ulike elevposisjoner som var fremtredende i vårt datamateriale. I tillegg har vi analysert og sett på ulike typer elevutsagn som forekom i samtalen mellom elevene. Vi vil igjen poengtere at analysene er uavhengig av hverandre. I dette kapitlet vil vi drøfte de ulike elevutsagnene som er typisk for de ulike elevposisjonene med utgangspunkt i analysen i kapittel 4, og vil derfor lage koblinger mellom elevposisjonene og elevutsagnene.

Vi starter med å drøfte typiske elevutsagn for de ulike posisjonene. Deretter vil vi se hvordan samarbeidet mellom de ulike posisjonene fungerer i hver gruppe. Så drøfter vi elevutsagn som utmerker seg i samtale, altså elevutsagnene som forekom mest i hele datamaterialet sammenlagt. Til slutt diskuterer vi hva vi kan trekke ut av funn og drøfting, og ta med videre til klasserommet.

Vårt forskningsspørsmål er: *Hvilke elevposisjoner har elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i grupper, og hvilke typer elevutsagn forekommer hos de ulike elevposisjonene?*

5.1 Typiske elevutsagn for de ulike posisjonene

I dette kapitlet tar vi for oss de ulike posisjonene og de elevutsagnene som skiller seg ut for hver av posisjonene. Vi vil også drøfte variasjonene innenfor de ulike posisjonene.

Tabell 4 viser elevutsagn som er mest fremtredende for de ulike posisjonene. Prosentandelen viser hvor mange utsagn fra de ulike kategoriene elevene i en elevposisjon bidrar med i løpet av arbeidsøkten. For eksempel, 2 % av elevutsagnene til hjelperen er forklaringer, mens 17 % av utsagnene til pådriveren er forklaringer. Vi har valgt å markere alle kategoriene for elevutsagn som er 15 % eller mer. Mørk gul viser elevutsagnene som utmerker seg mest for den aktuelle elevposisjonen, mens de som er lys gul representerer elevutsagn som forekommer relativt ofte.

Tabell 4: Elevutsagn som er typisk for elevposisjonene. Prosent av rollens totale antall utsagn.

Elevutsagn				
Forklaring	17 %	15 %	5 %	2 %
Ufullstendig forklaring	12 %	12 %	7 %	2 %
Svar uten forklaring	3 %	4 %	2 %	2 %
Elevinitiativ	12 %	13 %	15 %	26 %
Å kontakte	11 %	6 %	15 %	17 %
Å bekrefte	9 %	22 %	28 %	15 %
Å reformulere	8 %	4 %	6 %	13 %
Å tenke høyt	28 %	24 %	22 %	23 %
Elevposisjoner	Pådriver (2 stk.)	Veileder (3 stk.)	Outsider (3 stk.)	Hjelper (1 stk.)
Sum	100 %	100 %	100 %	100 %
Antall utsagn	154	250	107	47

5.1.1 Veileder

Veileder var én av posisjonene som vi hadde flest representanter til fra vårt datamateriale, og elevene som representerer veileder bidrar med flest elevutsagn i samtalen. Dette ser ut til å komme av at disse elevene deler sine tanker med resten av gruppen, og må forklare framgangsmåter og strategier for de andre elevene. Kombinasjonen av å *tenke høyt*, *bekreft* og *forklare* er det som er unikt med veilederen. Denne kombinasjonen gjør at veilederen er aktiv i mange viktige deler av samtalen, både ved å få prosessen i gang (tenke høyt), støtte de andre elevene på gruppen (bekrefte), i tillegg til å hjelpe andre og argumentere for ett syn (forklare).

Å tenke høyt kan ses i sammenheng med Alrø og Skovsmoses (2006) oppfatning av å tenke høyt: elevene uttrykker ideer, tanker og følelser i undersøkelsesprosessen, og ved å gjøre tankene om til ord bidrar dette til å synliggjøre ideer og tanker som vil være en ressurs for gruppen. Det kan også ses i sammenheng med det Barnes (2008) kaller for utforskende samtaler, hvor den som snakker prøver å sortere ut sine egne tanker, ved å prøve ut nye ideer underveis. Barnes (2008) sier at denne samtaleformen ofte oppstår i tidlige stadier, og særlig når elevene arbeider med noe som er «ukjent» for dem. I samtalen mellom elevene ser en at å tenke høyt ofte var noe veilederen gjorde i starten av løsningsprosessen, og at det ble mer forklaringer etter hvert. Fra intervjuet vi hadde med elevene kom det fram at elevene ikke var vant til å arbeide med problemløsningsoppgaver, og at de sjelden måtte diskutere eller komme fram til flere løsningsstrategier, og dette kan være én av grunnene til at elevene hadde behov for å sortere tankene sine først. En annen grunn til at elevene tenkte mye høyt i starten av arbeidsøkten, er retningslinjene for løsningsprosessen. I retningslinjene var det poengtert at elevene i starten av diskusjonen skulle dele sine ideer med de andre.

Innenfor kategorien veileder så vi noen variasjoner. Jenny og Thomas så ut til å få denne posisjonen av de andre elevene på gruppen, ved at de søkte bekreftelse og hjelp fra dem. Dette kan være en av grunnene til at de hadde færre forklaringer i løpet av samtalen enn Anna, som tok posisjonen selv, hadde. Anna kan oppfattes som mer trygg i sin posisjon som veileder, og det kunne virke som det var naturlig for henne og ta denne posisjonen i gruppearbeidet i forhold til Jenny og Thomas. Anna utmerket seg også ved at hun hadde en del flere bekreftelser enn det Jenny og Thomas hadde.

5.1.2 Pådriver

Pådriver er elever som leder gruppen ved å sette i gang diskusjoner og som driver samtalen videre når den stopper opp, ved å lese fra oppgaveteksten eller hente inn fokuset til de elevene som blir ukonsentrerte. Ut fra de ulike kategoriene for elevutsagn er det *å tenke høyt* som utmerker som typisk for elevene som har denne posisjonen, i tillegg ser vi en del *forklaringer*. At å tenke høyt er det som er fremtredende for denne posisjonen kan ses i sammenheng med at pådriveren ønsker å få med seg de andre elevene i gruppen. Ved å tenke høyt har de andre elevene mulighet til å sette seg inn i pådriverens tenkemåte, og slik blir det fremdrift i problemløsningen. Det er viktig å få frem her at forklaringene og tankene som pådriveren deler ikke alltid er rett, men de er åpne for å endre sine synspunkter og forslag gjennom diskusjon med de andre elevene. Dette kan ses i sammenheng med det Alrø og Skovsmose (2006) kaller *advokere*. Ut fra tabell 4 er pådriveren relativt lik veilederen, men det som skiller dem er at pådriveren har betraktelig færre bekræftelser. Det kan derfor se ut til at pådriverne engasjerer seg mer i egne tanker enn andres, fordi de tenker høyt og forklarer mest.

5.1.3 Outsider

Outsider var den andre posisjonen vi hadde flest representanter til fra vårt datamateriale. I kontrast til veilederen har elevene med denne posisjonen færrest ord i samtalen. Dette kan komme av at outsideren ofte blir avbrutt av de andre på gruppen eller selv melder seg ut av diskusjoner og samarbeidet. Det mest fremtredende elevutsagnet til outsideren er *å bekrefte*, som kan være en indikasjon på at eleven støtter de andre på gruppen (Alrø & Skovsmose, 2006). Funnene fra analysen viser at elevene som hadde posisjonen outsider bekrefter med få ord, og ofte bare «ja», «mhm» etc. En av grunnene til at elevene har høy prosentandel på elevutsagnet å bekrefte, kan komme av at elevene i denne posisjonen ofte blir avbrutt når de prøver å dele sine tanker eller forklaringer med de andre i gruppen. Til tross for at outsiderne ofte blir avbrutt, ser en i tabell 4 at de har en høy prosentandel i kategorien *å tenke høyt*, *å kontakte* og *elevinitiativ*. Grunnen til dette er at outsiderne bidrar med få utsagn, og dermed vil prosentandelen for utsagnene fremstå som høye, i forhold til outsiderens totale antall utsagn. Dersom en ser outsiderens elevutsagn i forhold til alle utsagnene sammenlagt (se tabell 8, s. 75) vil en se at outsiderne bidrar lite til samtalen sammenliknet med de andre elevene, og da særlig pådriverne og veilederne.

Også i denne posisjonen er det noen ulikheter mellom elevene som representerer den; Line og Lise prøver å delta i diskusjonene, men fordi dem fremstår som usikre når de skal prøve å forklare noe, blir de ofte avbrutt av de andre elevene. Erlend som også er representant for outsider melder seg selv ut, og selv om de andre elevene prøver å invitere han til diskusjonen, deltar han bare med et ord i samtalen. Dette er likt den beskrivelsen Barnes (2004) har av outsider. Hvorfor elevene i denne posisjonen ikke deltar i gruppearbeidet på samme måte som de andre elevene er vanskelig å si ut fra observasjonen, men det vi observerte var at alle tre elevene hadde gjort et forsøk på å løse oppgaven i den første delen av prosessen som skulle gjøres individuelt. En mulig grunn kan derfor være at elevene føler seg underlegen de andre elevene, slik som Sfard og Kieran (2001) sier, og at dette gjør at elevene ikke føler de har noe å bidra med. En annen grunn kan være at de sosiomatematiske normene ikke er på plass, og at disse elevene på bakgrunn av dette ikke føler seg trygge på å dele sine matematiske ideer med de andre, i redsel for å bli gjort narr av (Yackel & Cobb, 1996). Barnes (2008) påpeker at for at den utforskende samtalen skal være forståelsesfremmende må elevene føle seg trygge i gruppesituasjonen.

5.1.4 Hjelper

Det var bare én elev som representerte denne posisjonen. Elevutsagnet som utmerker seg som typisk for hjelperen er *elevinitiativ*, som handler om at eleven stopper opp for å få nærmere forklaring eller avklaring i forhold til det som blir sagt. At hjelperen har mye elevinitiativ kan komme av at hun ofte stiller spørsmål til de andre for å få en nærmere forklaring av det hun ikke forstår, dette er også noe Barnes (2004) sier er vanlig for hjelperen. Andre elevutsagn som er fremtredende hos hjelperen er: *å tenke høyt*, *å kontakte* og *å bekrefte*. Hjelperens utsagn i tilknytning å tenke høyt ses i sammenheng med starten av oppgaveprosessen, der elevene skulle dele det de hadde gjort i den individuelle delen av oppgaven. Mange av utsagnene som går på å kontakte, ses i sammenheng med at hjelperen skulle dokumentere arbeidet til gruppen, og trengte derfor å forstå hva hun skulle notere ned for at det skulle bli riktig. Ut fra responsen hjelperen fikk på elevinitiativ og å kontakte gjorde at hun fikk en del utsagn på å bekrefte også, for si seg enig i det de andre elevene sa. I tabell 4 ser hjelperen og outsideren omtrent like ut. En viktig forskjell er at hjelperens elevinitiativ og forsøk på kontakt blir tatt i mot av de andre elevene på gruppen, i motsetning til outsiderens. I tillegg bidrar hjelperen med å skrive ned løsningsmetoden som skal presenteres, på vegne av gruppen. Hjelperen har derfor en funksjon for gruppens oppgaveprosess.

5.2 Hvordan fungerer samarbeidet mellom de ulike posisjonene?

5.2.1 Gruppe 1: Mia, Jenny og Line

I samarbeidet mellom Mia, Jenny og Line er tre ulike posisjoner representert: Jenny som veileder, Line som outsider og Mia som pådriver. Samarbeidet i denne gruppen er preget av at Mia og Jenny snakker mest. Line slipper ikke like mye til med hennes meninger, men hun bekrefter det de andre sier. Selv om Line blir en del avbrutt svarer gruppen på de spørsmålene hun stiller, men gir ikke plass for hennes forklaringer. Det de ulike elevposisjonene bringer med seg til gruppearbeidet er at pådriveren Mia hjelper på å holde fokus på oppgaven og henter inn oppmerksomheten til de andre elevene når de blir ufokuserte, samt deler idéer og tanker rundt oppgaveløsningen. Veilederen Jenny gjør at gruppen får en felles forståelse for problemløsningsoppgaven, og outsideren Line bidrar med bekreftelser, samt spørsmål som gjør at det kan bli mer klarhet rundt løsningsstrategien gruppen velger å bruke. Gruppensammensetningen fungerer i den forstand at gruppen kommer frem til en felles løsningsstrategi, men alle elevene får ikke mulighet til å være like aktive i prosessen.

Tabell 5: Prosentandel av alle elevutsagnene i gruppe 1.

Forklaring	5 %	0 %	8 %
Ufullstendig forklaring	6 %	1 %	4 %
Svar uten forklaring	3 %	0 %	1 %
Elevinitiativ	3 %	2 %	4 %
Å kontakte	3 %	6 %	4 %
Å bekrefte	9 %	8 %	3 %
Å reformulere	1 %	1 %	3 %
Å tenke høyt	4 %	3 %	14 %
Elevposisjoner	Veileder Jenny (74 utsagn)	Outsider Line (48 utsagn)	Pådriver Mia (86 utsagn)

5.2.2 Gruppe 2: Anna, Lise og Thea

I denne gruppen er det bare to posisjoner som er representert: Anna som veileder og Lise som outsider. Thea er en elev som kan passe inn i flere ulike posisjoner, og dermed valgte vi å ikke plassere henne i en kategori. Dette illustrerer poenget med at elevene ikke har faste posisjoner gjennom hele arbeidsprosessen, men går inn og ut av dem (Barnes, 2004). Anna er den som snakker mest i gruppearbeidet og står for majoriteten av å tenke høyt og bekrefte, i tillegg til en del forklaringer. Lise bidrar i liten grad i samtalen da hun i starten ofte blir avbrutt, men bekrefter, tar initiativ og tenker høyt. Thea tar kontroll over oppgaven i starten og bidrar med forklaringer og høyttenkning, men blir også en del ufokusert og inviterer Lise til å snakke om

ikke-faglige emner. Gruppearbeidet er i starten preget av et godt samarbeid hvor elevene er aktive, men etter hvert går det over til at Anna står for det meste av arbeidet for å få løst problemløsningsoppgaven. Lise sitter stille og følger med på hva Anna gjør, og Thea holder på med andre ting, men blir oppmerksom på oppgaven når Anna stiller spørsmål. Samarbeidet fungerer dermed godt i starten, men det tyder på at når oppgaven blir for utfordrende melder Lise og Thea seg ut.

Tabell 6: Prosentandel av alle elevutsagnene i gruppe 2.

Forklaring	5 %	1 %	6 %
Ufullstendig forklaring	4 %	2 %	7 %
Svar uten forklaring	1 %	1 %	2 %
Elevinitiativ	5 %	4 %	1 %
Å kontakte	1 %	1 %	2 %
Å bekrefte	10 %	4 %	3 %
Å reformulere	2 %	1 %	3 %
Å tenke høyt	15 %	6 %	12 %
Elevposisjoner	Veileder Anna (128 utsagn)	Outsider Lise (58 utsagn)	Thea (108 utsagn)

5.2.3 Gruppe 3: Gaute, Thomas, Erlend, Heidi og Marianne

I den største gruppen med fem elever har vi funnet fire elevposisjoner, Thomas som veileder, Erlend som outsider, Gaute som pådriver og Heidi som hjelper. Marianne var utfordrende å plassere i en posisjon da hun ikke passet inn i noen av de eksisterende posisjonene, samt at vi ikke kunne finne spesifikke kjennetegn på henne siden hun hadde få utsagn. Den muntlige aktiviteten i denne gruppen består av at Thomas og Gaute står for majoriteten av forklaringene, i tillegg til at Thomas tar initiativ for å få med de andre gruppemedlemmene og Gaute uttrykker sine tanker. Heidi tar initiativ ved å stille spørsmål angående hva hun skal skrive ned på vegne av gruppen, i tillegg til å tenke høyt ved å uttrykke sine tanker. Marianne bidrar i samtalene, men utsagnene hennes er korte og lite utfyllende. Erlend bidrar ikke i den muntlige aktiviteten i gruppearbeidet. Det tyder på at gruppearbeidet fungerer ved at gruppen klarer å finne løsning på oppgaven, men sammensetningen gir ikke mulighet for elevaktivitet fra samtlige gruppemedlemmer. Kanskje kan dette være på grunn av at det er enklere å melde seg ut når det er flere medlemmer i gruppen, slik som Erlend gjør.

Tabell 7: Prosentandel av alle elevutsagnene i gruppe 3.

Forklaring	6 %	0 %	5 %	1 %	3 %
Ufullstendig forklaring	3 %	0 %	5 %	1 %	1 %
Svar uten forklaring	1 %	0 %	1 %	1 %	0 %
Elevinitiativ	5 %	0 %	6 %	6 %	5 %
Å kontakte	2 %	0 %	4 %	4 %	2 %
Å bekrefte	4 %	1 %	4 %	4 %	1 %
Å reformulere	1 %	0 %	4 %	3 %	1 %
Å tenke høyt	3 %	0 %	7 %	6 %	5 %
Elevposisjoner	Veileder Thomas (48 utsagn)	Outsider Erlend (1 utsagn)	Pådriver Gaute (68 utsagn)	Hjelper Heidi (47 utsagn)	Marianne (31 utsagn)

5.3 Elevutsagn som utmerker seg i samtalen mellom de ulike posisjonene

I denne delen vil vi ta for oss hvilke elevutsagn som forekom mest i samtalen mellom elevene. Tabell 8 viser en oversikt over prosentandelene av alle elevutsagnene sammenlagt. For eksempel er 5% av alle utsagn i datamaterialet forklaringene til pådriverne. I kolonnen til høyre er prosentandelene summert, for å gi en oversikt over hvor mange prosent av alle elevenes bidrag som havner under en kategori for utsagn. Raden nederst viser hvor mange utsagn de ulike elevposisjonene har sammenlagt, og hvor mange prosent dette utgjør i datamaterialet. Vi har valgt å utforme tabellen for å gi en oversikt over hvor stor andel av samtalen hver elevposisjon har. I tillegg til å gi en oversikt over hvor stor andel hver utsagnskategori utgjør av alle utsagnene sammenlagt. De gule feltene er utgangspunktet for diskusjonen.

Tabell 8: Nyanser i elevutsagn. Prosentandel av alle elevutsagnene.

Elevsamtale					Sum
Forklaring	5%	7%	1%	0%	= 13%
Ufullstendig forklaring	3%	6%	1%	0%	= 10%
Svar uten forklaring	1%	2%	0%	0%	= 3%
Elevinitiativ	3%	6%	3%	2%	= 14%
Å kontakte	3%	3%	3%	1%	= 10%
Å bekrefte	3%	10%	5%	1%	= 19%
Å reformulere	2%	2%	1%	1%	= 6%
Å tenke høyt	8%	11%	4%	2%	= 25%
Roller	Pådriver (2 stk.)	Veileder (3 stk.)	Outsider (3 stk.)	Hjelper (1 stk.)	
Sum	154 utsagn 28%	250 utsagn 45%	107 utsagn 19%	47 utsagn 8%	= 100%

5.3.1 Forklaringer og ufullstendige forklaringer

I tabell 8 kan vi se at 13% av datamaterialet består av forklaringer og 10% av ufullstendige forklaringer. Vi har valgt å se på disse to kategoriene sammen, fordi forholdet mellom kategoriene har liten variasjon mellom elevposisjonene og elevutsagnene. Disse to kategoriene utgjør 23% av utsagnene sammenlagt. Vi ser at veilederne og pådriverne forklarer mye. En effekt av dette kan være at outsiderne og hjelperen blir posisjonert som «elev», dersom en ser det i sammenheng med Barnes (2004) beskrivelse av positioning theory, der mennesker som er i en sosial interaksjon skaper en «story-line» sammen. Å forklare er en viktig del av det å kunne uttrykke seg muntlig i matematikkfaget (Alseth, 2009). Forklaringer

er også en måte for å finne ut om eleven har forstått for eksempel et matematisk konsept eller en metode riktig, dermed bidrar forklaringer til å til å få frem elevers matematiske forståelse (Boaler, 2015). Gjennom forklaringer synliggjør elevene sin kunnskap, og elevene kan lære av hverandre (Boaler, 2015). I tradisjonelle klasserom preget av kommunikasjonsmønstret IRE vil respons innebære at elever svarer kort, men forklaringer kan også være en type respons som er mer utfyllende (Drageset, 2015). For eksempel kan en forklaring være en respons på initiativ i form av et spørsmål.

5.3.2 Elevinitiativ

14% av samtalen sammenlagt består av elevinitiativ. Veilederne er de som har høyest andel utsagn i denne kategorien, men utmerker seg ikke i forhold til de andre posisjonene.

Elevinitiativ handler blant annet om å stille spørsmål. Dette er viktig i matematikkundervisning fordi gjennom å formulere spørsmål og søke svar tar elever en aktiv rolle i sin egen læring (Regjeringen, 2017). I kommunikasjonsmønstret IRE i de tradisjonelle klasserommene vil initiativ handle om lærerinitiativ, men for å få muntlig aktive og undrende elever, som tar del i egen læring, bør initiativ i form av spørsmål også komme fra elever (Drageset, 2015). For at dette skal være mulig må klasseromskulturen gi anledning til initiativ og spørsmål fra elever, fordi det bidrar til å utvikle kunnskap og muntlige ferdigheter (Alseth, 2009). I tillegg til at læreren veileder og støtter elevene med en undrende og nysgjerrig holdning (Alrø & Skovsmose, 2006), som elevene kan adoptere.

5.3.3 Å bekrefte

Å bekrefte utgjør 19% av utsagnene i hele datamaterialet. Den elevposisjonen som bekrefter mest er veilederne, og deretter kommer outsiderne. Bekreftelsene skiller seg fra å enten være bekreftelser på at elevene følger med i samtalen, bekreftelser på at de er enige, og bekreftelser på spørsmål. I datamaterialet kan vi se forskjell på veilederne og outsiderne bekreftelser. Outsiderne bekrefter at de følger med i samtalen, og veilederne bekrefter i hovedsak spørsmål som blir stilt. Bekreftelser kan sees i sammenheng med kategorien å kontakte, som blant annet handler om å lytte og delta. Kontakt i gruppen kan skapes og opprettholdes gjennom gjensidig bekreftelse, dermed vil bekreftelser kunne bidra til en positiv relasjon mellom grupped medlemmene (Alrø & Skovsmose, 2006).

5.3.4 Å tenke høyt

25% av utsagnene sammenlagt inneholder at elevene tenker høyt. Det er veilederne og pådriverne som har størst andel utsagn i denne kategorien. Å tenke høyt innebærer blant annet at elevene uttrykker tanker, idéer og følelser, og dette kan sees i sammenheng med utforskende samtaler. Utforskende samtaler kjennetegnes av å være nølende siden det gjerne er uferdige idéer som uttrykkes. Det å uttrykke sine tanker er et viktig aspekt ved gruppearbeid fordi kunnskap deles med de andre medlemmene, og tankene kan bygges videre på (Barnes, 2008). Å uttrykke matematiske idéer gjennom samtaler innebærer også en fleksibilitet som gjør det enklere for elevene å prøve ut forskjellige metoder, i tillegg til at det er lettere å endre egen tankegang. Forutsetninger for at elevenes «høyttenkning» skal fremme forståelse er at elevene har muntlige ferdigheter i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2016), i tillegg til at elevene må oppleve trygghet i gruppesituasjonen (Barnes, 2008).

5.4 Hva kan vi trekke ut av funn og drøfting, og ta med videre til klasserommet?

I vår studie ønsket vi å finne ut hvilke posisjoner elevene har når de samarbeider om problemløsningsoppgaver, i tillegg til å se hvilke matematiske utsagn elevene bidrar med. Bakgrunnen for studiet er at vi ønsket å finne ut hvordan en kan implementere muntlige ferdigheter i matematikkfaget, for å fremme læring og forståelse hos elevene. Tidligere forskning har vist at matematikkundervisningen er preget av tradisjonell undervisning, hvor fokuset ligger i å lære regler og prosedyrer som fører elevene fram til rett svar (Alseth, 2009; Boaler, 2015). Prosessen mot svaret kommer ikke i fokus, som skaper problemer for elevene når de skal bruke matematikken i nye sammenhenger. I intervjuet vi hadde med elevene, kom det fram at undervisningsmetoden som preget matematikkundervisningen deres var tradisjonell undervisning, og det Alrø og Skovsmose (2006) betegner som oppgaveparadigmet. Elevene jobbet stort sett individuelt med oppgaver fra læreboken, og praktiserte regler og prosedyrer som læreren hadde presentert på forhånd. Kommunikasjonen i matematikktimene lignet det Franke m.fl (2007) kaller IRE, og at samtalene mellom elevene ofte dreide seg om å «få riktig svar» fra sidemannen. I vår observasjon kunne vi se at elevene var vant med samtalestrategier som ligner på IRE, fordi de var mest opptatt av å evaluere svarene som rett eller gal, framfor å stille spørsmål rundt strategiene som ble presentert, og bygge videre på dette.

Gjennom observasjonen i vår studie så vi at selv om nøkkelementene, kommunikasjon og utfordrende oppgaver, som Da Ponte og Quaresma (2016) nevner er tilstede, betyr det ikke nødvendigvis at gruppearbeidet fremmer læring og forståelse for elevene. Selv om elevene hadde forutsetninger for å diskutere, reflektere og uttrykke sin forståelse på ulike måter gjennom problemløsningsoppgaven, så vi at gruppearbeidet kanskje ikke ble like vellykket som vi hadde håpet på. En mulig grunn til dette kan være at elevene manglet de nødvendige ferdighetene som skal til for å ha en «nyttig samtale», samt strategier for å kunne løse problemløsningsoppgaven. En måte å lære elevene teknikker for gode samtaler på, er gjennom «exploratory talk» (Mercer & Sams, 2006), hvor en gjennom samtaler skal bli enige om løsninger, kunnskapen skal gjøres tilgjengelig for alle og resonnementene skal være synlige. Barnes (2008) sier også at å bruke samtaler er den beste måten å skape forståelse på, fordi samtaler har en fleksibilitet som legger til rette for å prøve ut nye løsningsstrategier og det er enkelt å endre strategi dersom de ikke er tilstrekkelig. Dette krever at elevene våger å dele sine løsningsstrategier og uferdige tanker med de andre på gruppen, selv om det nødvendigvis ikke har ført til «riktig svar». Dette viser viktigheten med lærerens rolle i matematikkundervisningen, som skal skape et positivt læringsmiljø, der fokuset ikke bare ligger på rett og galt svar, men også på prosessen for å komme fram til en løsning (Polya, 1957). Et slikt læringsmiljø kaller Alrø og Skovsmose (2006) for et undersøkelseslandskap, der elevene blir utfordret med undrende spørsmål og nysgjerrig holdning av læreren, som fører til at de selv ønsker å løse problemet og ser nyttheten av å arbeide sammen. Kazemi og Hintz (2014) sier at åpen-strategideling er en metode som kan brukes for å skape effektive dialoger. Dersom læreren benytter seg av denne metoden i hel-klassediskusjon, vil elevene også kunne ta dette med seg videre i gruppediskusjoner, og på den måten se at et problem kan løses på flere måter, samt utvide deres repertoar av strategier, med hjelp fra de andre elevene. Kazemi og Hintz (2014) presenterer også ulike *talk moves*, som elevene kan dra nytte av i gruppearbeidet. Som nevnt tidligere må læreren ta ansvar for at elevene lærer disse strategiene og metodene før de plasseres i grupper.

En annen faktor vi så gjennom observasjonen, som kan ha påvirket gruppearbeidet er at elevene ikke var vant til å arbeide med problemløsningsoppgaver. For at elevene skal få ferdigheter til å kunne løse problemløsningsoppgaver, ser vi det som en mulighet at elevene hadde fått utdelt de fire fasene i problemløsning som Polya (1957) presenterer. Dette vil gjøre at de får noen retningslinjer for hva en problemløsningsprosess innebærer. Selv om dette går i

retningen mot at elevene får utdelt en oppskrift, mener vi at det vil kunne være til stor hjelp for elevene i prosessen med å lære å løse problemer som ikke ligner oppgaveparadigmet, eller den tradisjonelle undervisningen. Det vil da være viktig at læreren på forhånd poengterer for elevene at de ikke skal følge de fire fasene kronologisk, men bruke det som et verktøy. Fordelen med problemløsningsoppgaver er at det ikke bare fins en strategi for å komme fram til en løsning, og at det er naturlig å «prøve og feile» i løsningsprosessen. I vår observasjon så vi at dette ikke var innlysende for elevene, fordi de spurte etter hvilken løsningsmetode som var rett. Dermed har læreren en viktig rolle i å synliggjøre for elevene at det fins flere veier til riktig løsning. Problemløsning åpner også opp for elevaktivitet hvor alle elevene kan bidra, uansett nivå, fordi de har flere innfallsvinkler. Dette kan vi se ut fra oppgaven vi har valgt i vårt prosjekt. For å løse oppgaven kunne elevene telle ruter, eller bruke mer avanserte regnestrategier for å komme fram til en løsning. Som Powell m.fl (2009) nevner, er problemløsning noe som må arbeides med over tid. I tillegg trenger også elevene trening i å ha gode og effektive samtaler.

5.5 Oppsummering

Tabell 9 viser en oversikt over funnene vi har gjort i vår studie.

Tabell 9: Oversikt over funnene

Elevposisjoner	Representanter	Kjennetegn	Elevutsagn som forekommer oftest i de ulike elevposisjonene
Pådriver	Mia Thomas	Opptrer som en leder Setter i gang diskusjoner Driver samtalen videre Tenker høyt Tar ansvar når andre blir ukonsentrert	Å tenke høyt Forklaringer
Veileder	Jenny Gaute Anna	Respekteres av de andre på gruppen Støtter, veileder, korrigerer og forklarer Stiller oppklarende spørsmål Inviterer alle til å bidra i samtalen	Å tenke høyt Forklaringer Å bekrefte
Outsider	Line Erlend Lise	Prøver å delta i diskusjoner, men blir avvist eller ignorert. Trekker seg ut av gruppearbeidet Få ord Bekreftelser som «ja», «mhm» etc.	Å bekrefte Elevinitiativ Å kontakte Å tenke høyt
Hjelper	Heidi	Påtar seg ansvaret for å skrive ned på vegne av gruppen Ber de andre elevene om å diktere det som skal skrives ned.	Elevinitiativ Å kontakte Å bekrefte Å tenke høyt

6 Avslutning

I vår mastergradsoppgave ønsket vi å studere hvordan elever samtaler i matematikk. For å finne ut av dette dro vi ut til to ungdomsskoler, hvor vi observerte tre elevgrupper som arbeidet med en utvalgt problemløsningsoppgave. Vi mente at oppgaven vi valgte ville legge til rette for elevsamtaler. Under innsamling og gjennomgang av datamaterialet dukket det opp en interesse for elevposisjoner, siden vi så en forskjell i hvordan elevene fremsto i gruppearbeidet. I tillegg så vi at elevene bidro i ulik grad og med ulike elevutsagn i samtalen. På bakgrunn av dette utviklet vi forskningsspørsmålet: *Hvilke elevposisjoner har elever når de arbeider med problemløsningsoppgaver i grupper, og hvilke typer elevutsagn forekommer hos de ulike elevposisjonene?* For å finne svar på forskningsspørsmålet gjennomførte vi to tematiske analyser (Braun & Clarke, 2006) av samtalen for å identifisere elevposisjoner og elevutsagn.

Ut fra analysen av elevposisjoner kunne vi finne fire ulike posisjoner; *pådriver, veileder, outsider og hjelper*. Definisjonen og beskrivelsen av elevposisjonen pådriver har vi utarbeidet selv, veileder er inspirert av Holters (2017) elevroller, og outsider og hjelper er inspirert av Barnes (2004) sine elevposisjoner. Funnene fra analysen av elevutsagn resulterte i åtte kategorier for elevutsagn; *forklaringer, ufullstendige forklaringer, svar uten forklaring, elevinitiativ, å kontakte, å bekrefte, å reformulere og å tenke høyt*. Definisjonen av forklaringer, ufullstendige forklaringer, svar uten forklaring og elevinitiativ er inspirert av Dragesets (2015) kategorier for å undersøke elevsamtaler. Å kontakte, å bekrefte, å reformulere og å tenke høyt er inspirert at Alrø og Skovsmoses (2006) kategorier fra IC-modellen.

Når elevene arbeidet med problemløsningsoppgaven i grupper, fant vi fire ulike elevposisjoner. To elever klarte vi ikke å plassere i en posisjon, fordi den ene hadde kjennetegn som passet inn i flere av posisjonene. Den andre eleven hadde få utsagn og for store avvik fra kategoriene, som gjorde det utfordrende å finne en passende posisjon. For å svare på den andre delen av forskningsspørsmålet gikk vi gjennom utsagnene til hver elevposisjon for å finne hvilken type utsagn som forekom. Hos pådriverne var det *å tenke høyt* som forekom mest, men også en del forklaringer. Veilederne tenkte også mye høyt, i tillegg til å komme med forklaringer og bekreftelser. Outsiderne bekreftet mest, men hadde også utsagn under kategoriene elevinitiativ, å kontakte og å tenke høyt. Hjelperens utsagn var

mest preget av elevinitiativ, i tillegg til bidrag i kategoriene å kontakte, å bekrefte og å tenke høyt. Utsagnene som elevposisjonene kommer med kan være preget av elevenes forståelse, kunnskap, trygghet i å utrykke seg muntlig, normer og vaner i matematikkundervisning.

Som fremtidige lærere har vi gjennom studien fått innsikt i hvordan elever jobber med problemløsningsoppgaver i grupper. Dette har gitt oss kunnskap og en forståelse for viktigheten av det å jobbe med samtalestrategier og problemløsningsstrategier med elever, samt viktigheten av at læreren er tilstede og veileder elevene. Vi har også blitt oppmerksom på at det ikke nødvendigvis er elevene som snakker mest i et gruppearbeid, som har best forståelse eller forutsetninger for å løse en oppgave

6.1 Veien videre

Denne studien åpner opp for flere spørsmål som kan være interessant å undersøke i videre forskningsprosjekt. Studien har hatt tidsbegrensninger, som gjør at vi kun har observert tre elevgrupper i en undervisningstime hver, og dette har påvirket de funnene vi har presentert i denne avhandlingen. Det hadde vært interessant å studere elevene over en lengre tidsperiode, hvor de arbeider med ulike problemløsningsoppgaver, for å se om det vil dukke opp andre elevposisjoner og utsagn hos de aktuelle elevene. I tillegg til å undersøke om elevene ville endret posisjoner og hva de uttrykker om gruppene hadde blitt omrokkert på. Videre kunne en undersøkt flere elevgrupper i de samme klassene, og på andre skoler, for å se hvilke elevposisjoner og utsagn som oppstår. For så å undersøke hvilke typer samtaler som er mest læringsfremmede. Hvis et forskningsprosjekt klarer å definere klare elevposisjoner, vil det være interessant å undersøke hvilke elevposisjoner som fungerer best sammen, da med tanke på å få aktive elever som lærer i fellesskap.

I dette studiet var det etter vår oppfatning at problemløsningsoppgaver vil kunne legge til rette for samtaler mellom elever. Derfor kan en vinkling på forskning være å undersøke om problemløsningsoppgaver er en god metode for å få elever til å bidra aktivt i undervisningen, og om dette er mer læringsfremmede enn andre metoder. Denne videre forskningen kan bidra til å gi lærere bedre innsikt i hvordan å legge opp matematikkundervisning for å få muntlig aktive elever, hva som bør vurderes på forhånd når elever skal plasseres i grupper, samt hvilke typer samtaler som er ønsket blant elevene.

7 Bibliografi

- Adler, P. A., & Adler, P. (2012). How many qualitative interviews is enough? I S. E. Baker, *How many qualitative interviews is enough?* (s. 8-11). National Centre for Research Methods.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisning - utvikling af IC-Modellen. I O. Skovsmose, M. Blomhøj, H. Alrø, H. Bødtkjer, I. M. Christiansen, B. Dahl, . . . T. Wedege, O. Skovsmose, & M. Blomhøj (Red.), *Kunne det tænkes? - om matematikklæring* (s. 110-126). Albertslund: Mallings Beck.
- Alseth, B. (2009). Kompetanse og grunnleggende ferdigheter i matematikk. I H. Traavik, O. Hallås, & A. Ørving, *Grunnleggende ferdigheter i alle fag* (s. 104-128). Oslo: Universitetsforlaget.
- Aubert, V. (1979). *Sosiologi 1. Sosialt samspill*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Barnes, D. (2008). Exploratory Talk for Learning. I N. Mercer, & S. Hodgkinson, *Exploring talk in schools; inspired by the work of Douglas Barnes* (s. 1-11). London: SAGE Publications.
- Barnes, M. (2004). *The use of positioning theory in studying student participation in collaborative learning activities*.
- Bjørndal, C. R. (2002). *Det vurderende øyet: observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag .
- Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom - helping children learn and love maths*. London: Souvenir Press.
- Braun, V., & Clarke, V. (2006, Januar 01). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, Vol.3(2)*, (s. 77-101).
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag AS.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. utg.). New York: Routledge.
- Creswell, J. W. (2014). *Research Design: Qualitative, Quantitative & mixed methods approaches* (4. utg.). SAGE Publications.
- Da Ponte, J., & Quaresma, M. (2016). Teachers' Professional Practice Conducting Mathematical Discussions. *Educational Studies in Mathematics, Vol. 93(1)*, (s. 51-66).
- Dragset, O. (2015). Different types of student comments in the mathematics classroom. *Journal of Mathematical Behavior(38)*, (s. 29-40).

- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics Teaching and Classroom Practice. I F. K. Lester Jr. , *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 225-257). USA: Information Age Publishing.
- Gold, R. L. (1958). Roles in Sociological Field Observations. *Social Forces*, Vol. 36(No. 3), (s. 217-223).
- Grønmo, L. S., Onstad, T., & Pedersen, I. F. (2010). *timss.no*. Hentet Januar 16, 2018 fra Matematikk i motvind, TIMSS Advanced 2008 i Videregående skole: <http://www.timss.no/rapporter%202008/Matematikk%20i%20motvind.pdf>
- Grønmo, S. (2016). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke.
- Harré, R. (2012). Positioning Theory: Moral Dimensions of Social-Cultural Psychology. I J. Valsiner, *The Oxford Handbook of Culture and Psychology*. Oxford University Press.
- Herheim, R. (2016). Matematikk som magi - hugsreglar og konsekvensar. I T. E. Rangnes, & H. Alrø (Red.), *Matematikklæring for framtida : festskrift til Marit Johnsen-Høines* (s. 129-146). Bergen: Caspar Forlag.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert, *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (s. 1-23). Hillsdale: New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Holter, T. A. (2017). *Elevers roller i matematikksamtale*. Bergen: Universitetet i Bergen.
- Illeris, K. (2012). *Læring*. Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Imsen, G. (2012). *Elevenes verden; Innføring i pedagogisk psykologi* (4. utg.). Oslo: Univeristetsforlaget.
- Kazemi, E., & Hintz, A. (2014). *Intentional talk; how to structure and lead productive mathematical discussions*. USA: Stenhouse Publishers.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *The strands of mathematical proficiency*. Washington DC: National Academy Press.
- Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. K. Lester, *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 763-804). Charlotte, N.C: Information Age.
- Lyng, S. T. (2004). *Være eller lære? : om elevroller, identitet og læring i ungdomsskolen*. Oslo: Universitetsforlaget.

- Mathematics Assessment Resource Service. (2007-2015a). *The Mathematics Assessment Project*. Hentet Februar 15, 2018 fra map.mathshell.org:
<http://map.mathshell.org/index.php>
- Mathematics Assessment Resource Service. (2007-2015b). *The Mathematics Assessment Project*. Hentet Februar 15, 2018 fra map.mathshell.org:
<http://map.mathshell.org/background.php>
- Mercer, N. (2000). Development through dialogue. I N. Mercer, *Words and minds : how we use language to think together* (s. 131-166). London: Routledge.
- Mercer, N., & Sams, C. (2006). Teaching children how to use language to solve maths problems. *Language and Education, Vol.20(6)*, (s. 507-528).
- Merriam, S. B. (2009). Dealing with Validity, Reliability, and Ethics. I S. B. Merriam, *Qualitative research : a guide to design and implementation* (3. utg.). California, San Francisco: Jossey-Bass.
- Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier: den skrivende forskeren*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Nosrati, M., & Wæge, K. (2015). *Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk*. Hentet Februar 14, 2018 fra Matematikksenteret.no:
<https://www.matematikksenteret.no/sites/default/files/attachments/product/150629korr.%20Sentrale%20kjennetegn%20på%20god%20læring%20og%20undervisning%20i%20matematikk.pdf>
- Polya, G. (1957). *How to solve it: The classic introduction to mathematical problem-solving* (2. utg.). London: Penguin books.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode; en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Powell, A. B., Borge, I. C., Fioriti, G. I., Kondratieva, M., Koublanova, E., & Sukthakar, N. (2009). Challenging task and mathematics learning. I P. J. Taylor, & E. J. Barbeau (Red.), *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom*. Boston : Springer US.
- Regjeringen. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Hentet Februar 2018 fra Regjeringen.no:
<https://www.regjeringen.no/contentassets/37f2f7e1850046a0a3f676fd45851384/overordnet-del---verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen.pdf>

- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition and sense making in mathematics. I D. A. Grouws (Red.), *Handbook of Research on mathematics teaching and learning* (s. 334-370). New York: MacMillian.
- Schoenfeld, A. H., & The Teaching for Robust Understanding Project. (2016). *map.mathshell.org*. Hentet 02 19, 2018 fra Mathematics Assessment Project: <http://map.mathshell.org/trumath.php>
- Sfard, A., & Kieran, C. (2001). Cognition as Communication: Rethinking Learning-by-Talking Through Multi-Faceted Analysis of Students' Mathematical Interactions. *Mind Culture and Activity*, 1(Vol. 8), (s. 42-76).
- Sjöblom, M., & Meaney, T. (2016). Lytting i matematikk- samtaler mellom elever på videregående skole. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines, *Matematikksamtaler: Undervisning og læring – analytiske perspektiv* (s. 141-153). Bergen: Caspar Forlag.
- Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77, (s. 20-26).
- Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitativ metode* (4. utg.). Oslo: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke.
- Tjora, A. (2017). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.
- Traavik, H. (2009). Grunnleggende ferdigheter: Hvorfor er de så viktige? I H. Traavik, O. Hallås, & A. Ørvig, *Grunnleggende ferdigheter i alle fag* (s. 18-31). Oslo: Universitetsforlaget.
- Utdanningsdirektoratet. (2013, Juni 21). *Udir.no*. Hentet Januar 16, 2018 fra Læreplan i matematikk fellesfag: <http://data.udir.no/kl06/MAT1-04.pdf>
- Utdanningsdirektoratet. (2016, mars 09). *Muntlige ferdigheter*. Hentet mars 12, 2018 fra *udir.no*: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/muntlige-ferdigheter/>
- Utdanningsdirektoratet. (2017, November 15). *udir.no*. Hentet Januar 16, 2018 fra Rammeverk for grunnleggende ferdigheter: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/rammeverk-for-grunnleggende-ferdigheter/rammeverk/>
- Wagner, D., & Herbel-Eisenmann, B. (2009). Re-mythologizing mathematics through attention to classroom positioning. *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 72(1) (s. 1-15).

- Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 27(4), (s. 458-477).
- Yackel, E., Cobb, P., & Wood, T. (1991). Small-Group Interactions as a Source of Learning Opportunities in Second-Grade Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 22(5) (s. 390-408).

Vedlegg 1



Per Øystein Haavold

9006 TROMSØ

Vår dato: 13.10.2017

Vår ref: 55908 / 3 / LAR

Deres dato:

Deres ref:

Vurdering fra NSD Personvernombudet for forskning § 31

Personvernombudet for forskning viser til meldeskjema mottatt 14.09.2017 for prosjektet:

<i>55908</i>	<i>Bruk av matematiske begreper gjennom arbeid med utforskende matematikk</i>
<i>Behandlingsansvarlig</i>	<i>UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder</i>
<i>Daglig ansvarlig</i>	<i>Per Øystein Haavold</i>
<i>Student</i>	<i>Eline Amalie Reinsnes</i>

Vurdering

Etter gjennomgang av opplysningene i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon finner vi at prosjektet er meldepliktig og at personopplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet er regulert av personopplysningsloven § 31. På den neste siden er vår vurdering av prosjektopplegget slik det er meldt til oss. Du kan nå gå i gang med å behandle personopplysninger.

Vilkår for vår anbefaling

Vår anbefaling forutsetter at du gjennomfører prosjektet i tråd med:

- opplysningene gitt i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon
- vår prosjektvurdering, se side 2
- eventuell korrespondanse med oss

Vi forutsetter at du ikke innhenter sensitive personopplysninger.

Meld fra hvis du gjør vesentlige endringer i prosjektet

Dersom prosjektet endrer seg, kan det være nødvendig å sende inn endringsmelding. På våre nettsider finner du svar på hvilke [endringer](#) du må melde, samt endringsskjema.

Opplysninger om prosjektet blir lagt ut på våre nettsider og i Meldingsarkivet

Vi har lagt ut opplysninger om prosjektet på nettsidene våre. Alle våre institusjoner har også tilgang til egne prosjekter i [Meldingsarkivet](#).

Vi tar kontakt om status for behandling av personopplysninger ved prosjektslutt

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Vedlegg 2

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

Muntlig aktivitet gjennom arbeidsmetoden utforskende matematikk

Bakgrunn og formål

Vi er to studenter på 5. året ved lærerutdanningen i Tromsø som skal skrive master i matematikdidaktikk. Prosjektet vi skal gjennomføre er en masterstudie, hvor formålet med studiet er å se på *muntlig aktivitet* når elever arbeider med *utforskende matematikk*.

Vi tar utgangspunkt i praksisskoler som allerede har et samarbeid med universitetet i Tromsø, og vil bruke elever fra klasser hvor det allerede gjennomføres praksis av studenter fra 3.studieår. Vi ønsker å observere en gruppe elever i klassen, bestående av fire elever og deretter intervju disse elevene i etterkant av observasjonen. Dette studiet vil bli gjennomført i fire ulike ungdomsskoleklasser. Under observasjonen vil i ta i bruk videokamera. Dette er fordi det vil være lettere for oss å få med alle detaljer vi er ute etter til studiet. Vi kommer også til å ta lydopptak under intervjuene.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Når vi skal observere gruppen med elever, vil ikke dette kreve noe annet av deltakerne enn at de deltar i ordinær undervisning. Intervjuene vil også gjennomføres i skoletiden, slik at det ikke vil bli noe ekstra belastning utenom skolen. Spørsmålene vil omhandle muntlig aktivitet i matematikktimene og arbeidsmetoden utforskende matematikk. Elevene trenger ikke å ha noe kunnskap om denne arbeidsmetoden på forhånd. Som nevnt tidligere vil intervjuet bli tatt opp på båndopptaker. Det vil ikke bli samlet inn informasjon fra andre kilder, for eksempel fra læreren.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Informasjonen som hentes inn via videoopptak og lydopptak vil kun være tilgjengelig for oss to som gjennomfører studiet. Den innsamlede informasjonen vil bli lagret og oppbevart på et passord beskyttet område på Universitetet sine sider. Det er kun vi studentene som har tilgang til denne informasjonen. I publikasjonen vil alt, utenom klassetrinn, bli anonymisert. Det betyr at deltakernes navn og skole ikke vil kunne identifiseres.

Prosjektet skal etter planen avsluttes i juni 2018. Observasjon og intervjuene vil kun foregå i noen av matematikktimene i uke 41-43, i 2017. Fram til juni 2018, trenger vi å ha informasjonen lagret på våre beskyttede sider, for å kunne skrive masteroppgaven. Ved prosjektets slutt og godkjenning vil all den innhentede informasjonen om deltakerne slettes.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du har spørsmål til studien, ta kontakt med:

Eline Amalie Reinsnes

Tlf: 47350202

E-post: ere014@post.uit.no

Dersom ditt barn ønsker å delta i dette studiet og du som foresatt samtykker, lever brevet med underskrift til klassekontakten i klassen, eller send en e-post til oppgitt e-postadresse.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltagelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å la mitt barn

_____ delta i forskningsprosjektet.

(navn på barn)

(Signert av foresatt til prosjektdeltaker, dato)

Med vennlig hilsen,

Eline Amalie Reinsnes og Sandra Løvdal Lorentzen

Vedlegg 3

Intervjuguide

ÅPNINGSSPØRSMÅL:

Hvordan ser en vanlig matematikktime ut i klassen deres?

-

Tema 1: Utforskende matematikk

1. Hva tenker der om oppgaven dere skulle løse i dag? (Problemløsning)

Var det for vanskelig? Hvorfor?

Lærte dere noe? Hva?

2. Har dere arbeidet med lignende oppgaver før?

3. Hva synes dere om å jobbe på denne måten?

(Samarbeide om et problem, der dere ikke vet hvilken strategi dere skal bruke på forhånd)

Tema 2: Kommunikasjon

1. Bruker dere å samarbeide om å løse matematikkoppgaver?

Er det bare når dere står fast?

Forteller dere svarene til hverandre, eller prøver dere å forklare hvordan dere har tenkt?

PROBLEM SOLVING



Mathematics Assessment Project
CLASSROOM CHALLENGES
A Formative Assessment Lesson

Representing: *Road Race*

Mathematics Assessment Resource Service
University of Nottingham & UC Berkeley

For more details, visit: <http://map.mathshell.org>
© 2015 MARS, Shell Center, University of Nottingham
May be reproduced, unmodified, for non-commercial purposes under the Creative Commons license
detailed at <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/> - all other rights reserved

Undervisningsplan

Individuell oppgaveløsning: *Løpet* (5-10 minutter)

Elevene forsøker å løse oppgaven på egenhånd. Dette vil gi deg muligheten til å vurdere elevenes tilnærminger til oppgaven, og undersøke hvilke utfordringer de har møtt på. Dette slik at du kan tilpasse den videre undervisningen til elevenes ferdigheter.

Gi hver av elevene en kopi av *Løpet*-oppgaven.

Forsikre deg om at elevene forstår scenarioet i oppgaven:

Har noen sett på eller deltatt i et gateløp tidligere?

Hvor mange kilometer løp deltakerne? Løp de flere runder i en rute?

Hva er fordelene med et gateløp med flere runder istedenfor bare en lang rute? [Mer interessant for publikum, lettere å organisere ol.]

La oss si deltakerne skulle løpe 10 kilometer, men ruten bare er 2 kilometer, hvor mange runder måtte deltakerne ha løpt? [Fem runder.]

Hva vil det si når en løper overtar (passerer) en annen løper med en hel runde? [En løper er så langt foran en annen at løperen leder med over en hel runde.]

Hvis elevene fortsatt er usikre på hva det vil si å overta ta noen med en hel runde vil du kanskje få noen elever til å demonstrere fenomenet som et skuespill foran resten av klassen.

I denne oppgaven er det et kappløp mellom to personer – Amy og Rebecca.

Les spørsmålene nøye og besvar de så godt som du kan.

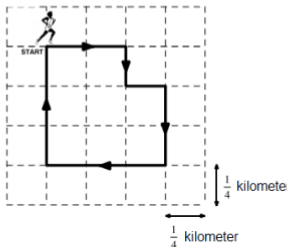
Så langt det lar seg gjøre ønsker man at elevene selv skal løse oppgaven uten hjelp fra læreren. Hvis elevene sliter med å komme i gang med oppgaven kan du stille elevene hjelpespmåll slik at de klarer å løse oppgaven selv, men ikke gjør oppgaven for dem.

Elever som sitter sammen når de løser oppgaven kommer ofte fram til lignende løsninger og vil derfor ha lite å diskutere når de sammenligner deres løsninger. På bakgrunn av dette anbefaler vi at elevene løser oppgaven individuelt og deretter bytter sitteplass.

Vi anbefaler at du ser på lista av spørsmål under, som vil være til hjelp dersom noen elever sitter fast og/eller forstår ikke oppgaven.

Løpet

Amy og Rebecca deltar i et gateløp. Kartet, tegnet i målestokk, viser ruten til løpet:



Løpet består av fire runder langs den opptegnede ruten. Amy og Rebecca løper med klokken i konstant hastighet.

Amy bruker 8 minutter på å løpe en kilometer.
Rebecca bruker 12 minutter på å løpe en kilometer.

1. Marker på kartet hvor Rebecca 'R' og Amy 'A' vil være en time inn i løpet.
Forklar hvordan du kommer fram til svaret.

2. Vil en av løperne overta den andre med en hel runde på et tidspunkt i løpet?
Hvis ja, hvor? Marker denne plassen med 'X' og forklar hvorfor.
Hvis nei, forklar hvordan du vet dette.

Common issues	Suggested questions and prompts
<p>Struggles to get started</p>	<ul style="list-style-type: none"> • What can you tell me about the race? • In your head, use your own words to describe what the question is asking.
<p>Confuses laps and miles</p> <p>For example: The student labels Amy as being at the starting position and Rebecca as being half way round the route, as Amy will have done 5 laps and Rebecca will have done $7\frac{1}{2}$ laps (Q1).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • How far is a lap in miles? • How long does it take Amy/Rebecca to complete a lap?
<p>Interprets the positions of Amy and Rebecca incorrectly</p> <p>For example: The student interprets the positions of Amy and Rebecca after an hour on their diagram as being that Rebecca is ahead of Amy.</p> <p>Or: The student compares 8 minutes to 12 minutes and concludes that Rebecca will be in front because the bigger figure means she is faster.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Suppose Amy and Rebecca raced just one block. Who would get to the finish first? • How many laps will Amy/Rebecca have run after an hour?
<p>Does not provide reasoning</p> <p>For example: The student states that Amy will lap Rebecca because she runs faster, but does not attempt to justify this mathematically (Q2).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • Explain in words what you did to arrive at your solution and/or show your work. • What mathematics do you still need to work out that will help others understand your thinking?
<p>Makes incorrect assumptions</p> <p>For example: The student assumes that Rebecca and Amy won't lap because if they are both running at a constant speed, they will always be the same distance apart (Q2).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • How far apart are Amy and Rebecca when they have completed one lap? What about when they have completed two laps?
<p>Uses an unsystematic or inefficient method</p> <p>For example: The student works out some times and distances for each runner, but does not organise them (Q2).</p> <p>Or: The student performs many calculations without noticing any patterns (Q2).</p>	<ul style="list-style-type: none"> • You have calculated some distances and times. Do you notice anything from your figures? How could that help you explain this problem? • How can you organize your figures to make it easier to understand what is happening and what you are noticing about them? • Look at the times and distances you have already calculated. Do you notice any patterns in those calculations?
<p>Successfully completes the task</p> <p>The student needs an extension activity.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • If you were organizing the race, describe how you could adapt it so that the two runners would have a close finish.

Samarbeidsaktivitet: Hurtigplakat (ca 25 minutter)

Del klassen inn i grupper på to til tre elever.

Dere skal nå jobbe sammen på oppgaven for å finne en felles løsning som er bedre enn ditt individuelle arbeid.

Før elevene setter i gang med oppgaven på nytt må de diskutere hva de har lært etter gjennomgangen av sine individuelle løsninger.

Instruksjonene til elevene kan oppsummeres slik:

Deling av individuelle løsninger
1. Del etter tur deres individuelle arbeid med de andre på gruppen.
2. Del notatene du har om hvordan du kan forbedre ditt arbeid.
3. Lytt til hverandre og still spørsmål om du ikke forstår.
4. Legg merke til likhetene og forskjellene mellom metodene.

Når elevene har fått en mulighet til å diskutere sitt arbeid deler du ut et A3-ark til hver av gruppene.

Gi disse instruksjonene til elevene og forklar hvordan de skal jobbe sammen for å finne en felles løsning:

En felles løsning: Plakat
1. Bli enige på gruppen om hvilken løsning som er den beste.
2. Lag en plakat som viser deres felles løsning av <i>Løpet</i> oppgaven, som er bedre enn deres individuelle arbeid.
3. Skriv hvilke antagelser dere legger til grunn.
4. Begrunn deres valg av metode.

Gi tydelig beskjed til elevene at så lenge de begrunner sine valg står de frie til å forbedre en av sine opprinnelige individuelle metoder, kombinere metoder eller bruke en helt annen metode. Det er viktig at deres felles løsning bygger på hva de har lært tidligere, og ikke bare reproducerer deres opprinnelige løsning. Det skal være en løsning laget i felleskap og det skal være en forbedring fra alles opprinnelige løsning.

Samtidig som elevene arbeider med sine løsninger har du to oppgaver: å notere ulike tilnærminger elevene har til oppgaven og å hjelpe elevene med deres problemløsning.

Hvilke fremgangsmåter benyttes

Legg spesielt merke til om elevene på gruppene hadde de samme tilnærmingene til oppgaven i sitt individuelle arbeid. Hvis de er ulike, hvordan velger elevene hvilken tilnærming de skal benytte for sin felles løsning? Hvordan begrunner de deres valg av metode? Er elevene bevisste

på hvilke antagelser de legger til grunn? Argumenterer de for validiteten til antagelsene? Hvordan organiserer elevene arbeidet? Ser elevene noen mønster i utregningene sine? Er de bekymret for om svaret deres gir mening?

Du vil kanskje også legge merke til de tilnærmingene som skiller seg ut, bygger på misoppfatninger eller er spesielt effektive/ineffektive.

Hvordan hjelper deres metode deg til å forklare svaret til spørsmål 2?

Kan du begrunne deres løsning?

Kan du forklare løsningen deres uten å vise til kartet?

Du vil kanskje referere til noen av disse tilnærmingene i plenumsdiskusjon senere i undervisningsopplegget.

Støtte til problemløsning

Forsøk å ikke påvirke hvilken type fremgangsmåte elevene velger. Spør de i stedet for oppklarende spørsmål som kan kaste lys over deres tenkning og oppfordre de til å se på styrkene og svakhetene med sine individuelle løsninger. Kan en av disse metodene bli forbedret for å slik lage en gruppeløsning som er bedre enn den opprinnelige individuelle løsningen? Klarer de å komme på andre tilnærminger til oppgaven?

Hva har dere gjort som dere begge [alle] er enige om? Hvorfor har dere valgt denne metoden?

Hva mer trenger dere å finne ut?

Hva vet dere nå som dere ikke visste tidligere?

Om flere elever i klassen sliter med oppgaven kan du skrive et relevant spørsmål på tavlen eller ha en kort diskusjon i plenum. Du vil kanskje også benytte deg av noen av spørsmålene i *Common issues*-tabellen som støtte til dine spørsmål. Legg spesielt merke til hvordan elever som er godt i gang med å løse oppgaven kan utfordres til og tenke på hvordan man kunne endre løpet slik at det ble en jevnere konkurranse for de to løperne.

Diskusjon i plenum: Sammenligne ulike tilnærminger (10 minutter)

Be grupper presentere sine løsninger for klassen. Velg ut noen forskjellige fremgangsmåter. Diskuter i plenum de ulike tilnærmingene elevene har benyttet. Se på fremgangsmåtene og be elevene kommentere styrkene og svakhetene til hver av dem.

Dersom gruppene ikke har noen fullstendige løsninger, eller de har kun 1 løsning, del ut ark med løsningsmetode 1 og løsningsmetode 5.

Etter elevene har presentert fremgangsmåtene, eller sett på de utdelte løsningsmetodene, kan du be elevene sammenligne og evaluere de ulike metodene.

Hvilken fremgangsmåte synes du var lettest/vanskeligst å forstå? Hvorfor?

Hvilken metode foretrekker du? Vennligst forklar.

La oss si alle metodene var tydelig forklart. Hvilken metode foretrekker du da? Vennligst forklar.

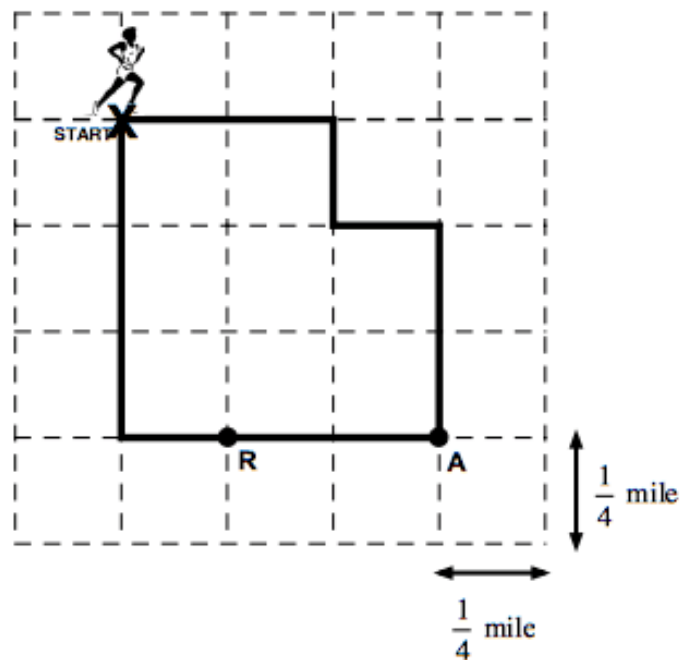
Hvilken metode ville du brukt om det var 1 runde/20 runder? Hvorfor?

På hvilken måte var fremgangsmåtene like/ulike ditt arbeid?

Bidro analysen av fremgangsmåtene til at noen ser muligheter til å forbedre sitt eget arbeid? Vennligst forklar.

SOLUTIONS

1. An hour into the race Amy (A) and Rebecca (R) will be at the positions shown below:



One lap is 3 miles (the course is equivalent to a square of side length 3 blocks).

Amy will be ahead of Rebecca by $2\frac{1}{2}$ miles. She will have run $7\frac{1}{2}$ miles (2 laps and 6 blocks) and Rebecca will have run 5 miles (1 lap and 8 blocks). So after 1 hour Rebecca will be 2 blocks further round the course than Amy.

2. Amy will lap Rebecca when Amy has run 3 laps. At this time, Rebecca will just be completing her second lap.

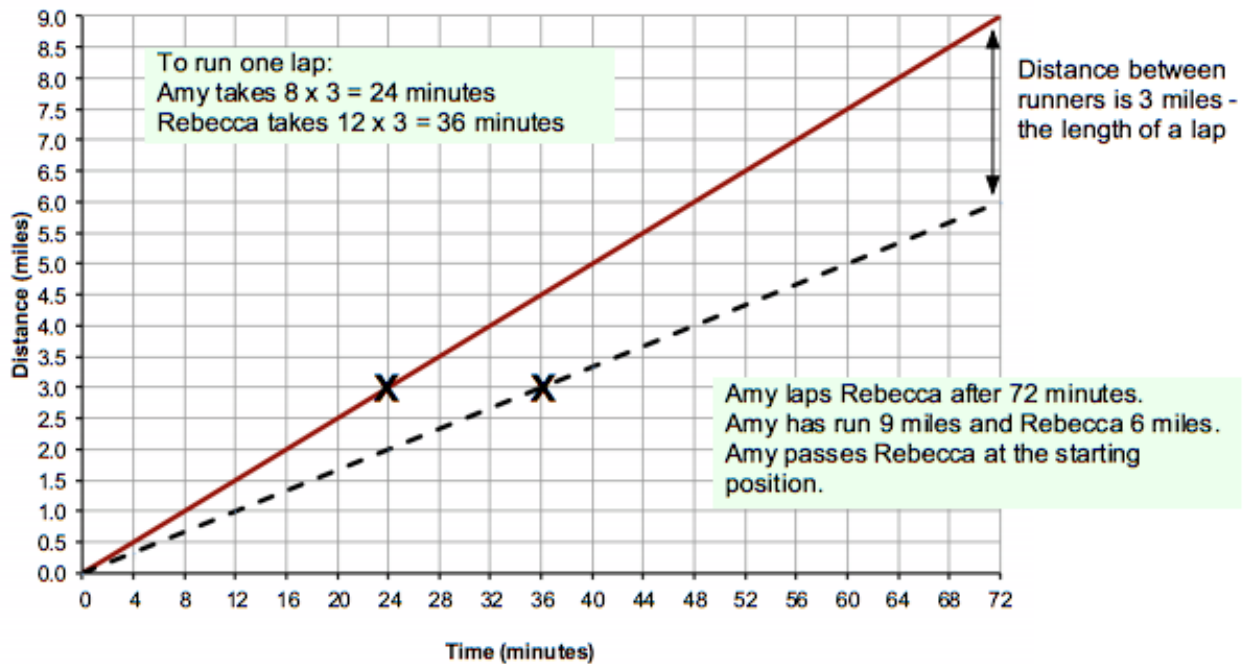
Below are four possible methods students may use. Instead of miles, some students may prefer to work in 'block'.

Method 1: A table

Time (minutes)	Distance (miles): Amy	Distance (miles): Rebecca	Difference in distances (miles)
0	0	0	0
12	1.5	1	0.5
24	3	2	1
36	4.5	3	1.5
72	9	6	3

When Amy laps Rebecca, she has completed 3 laps and Rebecca has completed 2 laps. The point X should be at the start of the course.

Method 2: Graphical approach



Method 3: Relative velocity

This is a challenging method, and it is not likely that students will use it. However, you may draw students' attention to it when they are discussing the graphical method.

After 24 minutes, Amy has run 3 miles and Rebecca has run 2 miles.

Every 24 minutes the distance between Amy and Rebecca increases by 1 mile.

They are 3 miles apart after $24 \times 3 = 72$ minutes.

Method 4: Algebra.

After t minutes Amy has run $\frac{t}{8}$ miles.

After t minutes, Rebecca has run $\frac{t}{12}$ miles.

They pass when

$$\frac{t}{8} = \frac{t}{12} + 3$$

$$\Rightarrow \frac{t}{24} = 3$$

$$\Rightarrow t = 72$$

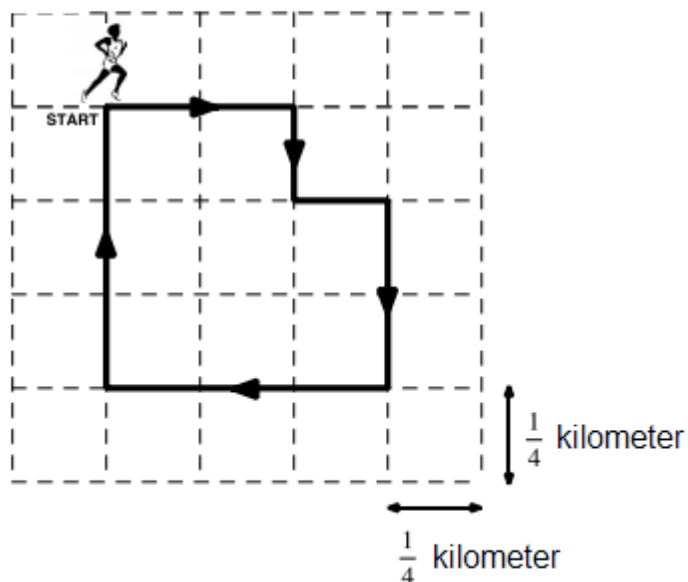
That is, after 72 minutes.

Method 5: Calculating speed

Since Amy runs 2.5 mph faster than Rebecca she will get 1 lap (3 miles) ahead of Rebecca after $3/2.5 = 1.2$ hours. It is important to check that this happens before the race has finished, otherwise it is not a valid solution! So we calculate that Amy will have run $7.5 \times 1.2 = 9$ miles and Rebecca will have run $5 \times 1.2 = 6$ miles and we see that Amy is indeed 1 lap (3 miles) ahead of Rebecca and neither has exceeded the total 12 miles length of the race course. Since both runners have travelled a multiple of 3 miles it follows that Amy will lap Rebecca at the start point on the course.

Løpet

Amy og Rebecca deltar i et gateløp. Kartet, tegnet i målestokk, viser ruten til løpet:



Løpet består av fire runder langs den opptegnede ruten. Amy og Rebecca løper med klokken i konstant hastighet.

Amy bruker 8 minutter på å løpe en kilometer.

Rebecca bruker 12 minutter på å løpe en kilometer.

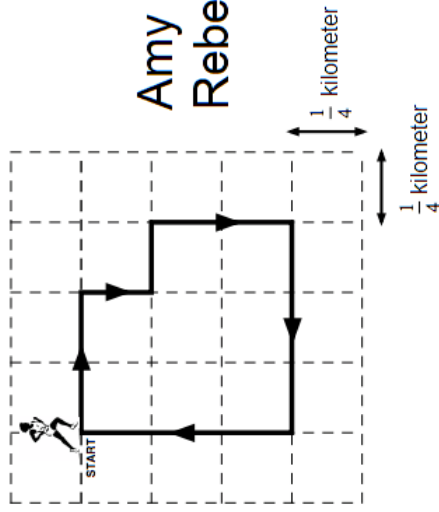
1. Marker på kartet hvor Rebecca 'R' og Amy 'A' vil være en time inn i løpet.
Forklar hvordan du kommer fram til svaret.

2. Vil en av løperene overta den andre med en hel runde på et tidspunkt i løpet?
Hvis ja, hvor? Marker denne plassen med 'X' og forklar hvorfor.
Hvis nei, forklar hvordan du vet dette.

Løpet

Amy og Rebecca deltar i et gateløp.

Kartet, tegnet i målestokk, viser ruten til løpet:



Amy bruker 8 minutter på å løpe en kilometer.
Rebecca bruker 12 minutter på å løpe en kilometer.

Løpet består av fire runder langs den opptegnede ruten.
Amy og Rebecca løper med klokken i konstant hastighet.

Deling av individuelle løsninger

1. Del etter tur deres individuelle arbeid med de andre på gruppen.
2. Del notatene du har om hvordan du kan forbedre ditt arbeid.
3. Lytt til hverandre og still spørsmål om du ikke forstår.
4. Legg merke til likhetene og forskjellene mellom metodene.

En felles løsning: Plakat

1. Bli enige på gruppen om hvilken løsning som er den beste.
2. Lag en plakat som viser deres felles løsning av *Løpet* oppgaven, som er bedre enn deres individuelle arbeid.
3. Skriv hvilke antagelser dere legger til grunn.
4. Begrunn deres valg av metode.