



UIT

NORGES  
ARKTISKE  
UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk - UiT

# Oppfatninger av undervisning i ligninger

*En kvalitativ studie av matematikklæreres oppfatninger av undervisning i emnet ligninger*

—

**Daniel Mikkelsen og Glenn Tommy Johansen**

*Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn, mai 2019*

*LRU-3903 Matematikdidaktikk*





## **Sammendrag**

Denne masteroppgaven har som hensikt å undersøke hva matematikklærere på ungdomsskolen mener er hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger. Vi har undersøkt læreres oppfatninger av matematikk og ligninger, og deres oppfatninger av læring og undervisning i matematikk og ligninger. Vi svarer på vår problemstilling ved å se sammenhenger mellom disse oppfatningene.

Denne studien tar utgangspunkt i et konstruktivistisk kunnskapssyn, og vi har benyttet oss av generisk kvalitativ metode. Datainnsamlingen ble gjort ved hjelp av semistrukturerte intervjuer av seks matematikklærere på ungdomsskolen. Videre ble dataene transkribert og kodet, og det ble gjort en tematisk analyse av datamaterialet.

Gjennom analysen og drøftingen har vi funnet ut at det finnes en sammenheng mellom våre informanternes oppfatning av matematikk og ligninger, og deres undervisning. Vi har også funnet ut at de fleste lærerne i vår studie mener at undervisning som fremmer konseptuell forståelse er mest hensiktsmessig i undervisningen i emnet ligninger.



## Forord

Masteravhandlingen markerer enden på en femårig Master i lærerutdanning 5.-10. trinn ved Universitetet i Tromsø, UiT – Norges arktiske Universitetet. Disse fem årene har både vært lærerike, og vi vil se tilbake på denne tiden med stor glede (og noe frustrasjon). Vi sitter igjen med en enorm lettelse og stolthet nå som vi endelig har krysset mållinja på et fem år langt maraton.

Masterprosjektet har vært krevende og frustrerende, men samtidig interessant og lærerikt. Vi vil rette en stor og spesiell takk til lærerne som stilte opp i vår studie og ga oss mulighet til å gjennomføre dette prosjektet. Vi vil også rette en takk til vår veileder Per Øystein Haavold for god hjelp og veiledning fra start til slutt.

Videre vil vi takke alle våre kjære og gode medstudenter for fem fine år, men særlig for sosialt samvær på pauserommet og god støtte gjennom det siste masterhalvåret. En spesiell takk rettes til ”Gutta Boys”; Noddy Norberg og Ronny Utvåg Paulsen. Dere er unike!

Avslutningsvis vil vi takke våre samboere, familie og venner som har støttet og motivert oss gjennom den tunge tiden.

Sist, men ikke minst, vil vi takke hverandre for et rått samarbeid. ”Mastertiden hadde ikke vært den samme uten deg”.

Mai 2019

Daniel og Glenn Tommy



# Innholdsfortegnelse

1. Innledning.....	1
1.1 Bakgrunn for valg av tema.....	1
1.2 Formål, problemstilling og forskningsspørsmål.....	2
1.3 Oppgavens oppbygging.....	3
2. Teori.....	5
2.1 Begrepet oppfatninger.....	5
2.2 Forholdet mellom oppfatninger og kunnskap.....	6
2.3 Kategorisering av oppfatninger i matematikk.....	6
2.3.1 Oppfatninger av matematikk.....	7
2.3.2 Oppfatninger av undervisning i matematikk.....	8
2.3.3 Oppfatninger av læring i matematikk.....	9
2.4 Forståelse og undervisning som fremmer forståelse i matematikk.....	10
2.4.1 Relasjonell og instrumentell forståelse.....	10
2.4.2 Konseptuell og prosedyrell forståelse.....	12
2.4.3 Undervisning som fremmer konseptuell og prosedyrell forståelse.....	12
2.5 Algebra.....	15
2.5.1 GTG-modellen.....	15
2.5.2 Genererende aktiviteter.....	16
2.5.3 Transformerende aktiviteter.....	16
2.5.4 Resonnerende aktiviteter.....	16
2.6 Ligninger.....	16
2.6.1 Oppfatninger av likhetstegnet.....	17
2.6.2 Oppfatninger av bokstaver.....	17
3. Metode.....	21
3.1 Forskningsdesign.....	21

3.2 Generisk kvalitativ metode.....	22
3.3 Utvalg .....	22
3.4 Intervju som forskningsmetode.....	23
3.4.1 Utarbeidelsen av intervjuguiden.....	25
3.4.2 Prøveintervju .....	29
3.4.3 Gjennomføring av intervju .....	29
3.5 Analyse av datamaterialet .....	30
3.5.1 Tematisk induktiv analyse.....	30
3.8 Kvalitet på studien.....	34
3.8.1 Validitet.....	34
3.8.2 Reliabilitet .....	35
3.8.3 Etske betraktninger.....	36
3.8.4 Metodekritikk .....	38
4. Resultater og funn .....	39
4.1 Oppfatninger av matematikk og ligninger .....	39
4.1.1 Matematikk som problemløsning.....	39
4.1.2 Matematikk er overalt rundt oss, og vi trenger matematikk for å fungere i hverdagen .....	41
4.1.3 Matematikk som skolefag .....	42
4.1.4 Alle regneoperasjoner er ligninger .....	45
4.2 Oppfatninger av læring og undervisning i matematikk og ligninger .....	46
4.2.1 Læreren som tilrettelegger i undervisningen.....	46
4.2.2 Lærende elever i undervisningen .....	48
4.2.3 Læreren må være faglig dyktig for å drive god undervisning.....	49
4.2.4 Læreren må ha god relasjonskompetanse.....	51
4.2.5 Undervisning med vekt på resultat.....	52
4.2.6 Undervisning med vekt på forståelse .....	54



4.2.7 Elevfokusert undervisning.....	55
4.2.8 Problemløsning som undervisningsmetode.....	56
4.2.9 Bruk av konkrete som undervisningsmetode.....	58
4.2.10 Diskusjon som undervisningsmetode.....	60
4.2.11 Oppfatning av likhetstegnet som en operasjon .....	61
4.3 Redegjørelse av lærernes vurderinger av undervisningsopplegg.....	62
4.3.1 Mia .....	62
4.3.2 Bjørn.....	63
4.3.3 Jonas .....	63
4.3.4 Kari.....	63
4.3.5 Erling.....	64
4.3.6 Vegard .....	64
4.3.7 Sammendrag.....	64
4.4 Redegjørelse av lærernes rangering av oppgaver.....	65
4.4.1 Mia .....	66
4.4.2 Bjørn.....	66
4.4.3 Jonas .....	67
4.4.4 Kari.....	67
4.4.5 Erling.....	68
4.4.6 Vegard .....	68
4.4.7 Sammendrag.....	68
5. Drøftingsdel.....	71
5.1 Tendenser i resultatdelen.....	71
5.1.1 Konstruktivistisk læringssyn .....	71
5.1.2 Tilpasset opplæring .....	72
5.2 Instrumentalistisk oppfatning av matematikk .....	73
5.3 Drøfting av lærernes rangeringer .....	74

5.4 Sammenheng mellom oppfatninger og undervisning av matematikk og ligninger .....	75
6. Avslutning .....	77
6.1 Hva mener matematikklærere på ungdomsskolen er hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger? .....	77
6.2 Videre forskning .....	79
Litteraturliste .....	81
Vedlegg 1: Godkjenning fra NSD .....	87
Vedlegg 2: Samtykkeskjema/Informasjonsskriv .....	90
Vedlegg 3: Intervjuguide .....	93
Vedlegg 4: Undervisningsoppleggene .....	96
Vedlegg 5: Elevoppgaver .....	101

## Tabelliste

Tabell 1: Sammenhengen mellom oppfatningene (Beswick, 2005, s. 40), vår oversettelse .....	7
Tabell 2: Utviklingen av kategoriene Læreren må være faglig dyktig og Læreren må ha god relasjonskompetanse .....	33
Tabell 3: Lærernes rangeringer .....	65

# 1. Innledning

Denne studien baserer seg på seks intervjuer med matematikklærere på ungdomstrinnet og deres oppfatninger av undervisning i ligninger. I dette kapittelet vil vi forklare bakgrunnen for valg av tema, formålet med studien og problemstilling, samt forskningsspørsmål og oppgavens oppbygging.

## 1.1 Bakgrunn for valg av tema

I en studie av Knuth, Stephens, McNeil og Alibali (2006) kommer det fram at elever på 5-8. trinn har en begrenset forståelse av likhetstegnet. Mange elever ser på likhetstegnet som en operasjon, og ikke som et symbol på matematisk ekvivalens. I denne studien kommer de fram til at elever som ser på likhetstegnet som en operasjon presterer dårligere på ligningsløsning enn elever som ser på likhetstegnet som et symbol for matematisk ekvivalens (Knuth m fl, 2006). De fant også få indikasjoner på at forståelse av likhetstegnet forbedret seg i løpet av tiden på mellomtrinnet (Knuth m fl, 2006).

Nathan og Koedinger (2000) utførte en studie på læreres oppfatninger av elevenes utvikling i algebra. De studerte lærernes oppfatninger av vanskelighetsgraden på algebraoppgaver, samt at de hevdet at lærernes oppfatninger av læring og undervisning ville påvirke deres valg. Nathan og Koedinger (2000) fant ut at lærernes oppfatninger ikke alltid samsvarer med deres praksis.

I løpet av utdanningen har vi blant annet blitt introdusert for resultatene fra Trends in International Mathematics and Science Study (TIMSS). Denne studien måler elevenes kompetanse i naturfag og matematikk etter 4., 5., 8. og 9. trinn. TIMSS viser at norske elever skårer signifikant høyere enn for eksempel Sverige, og er på høyde med både USA og England (Bergem, 2016). Bergem (2016) skriver videre at elever på 9. trinn har høyest skår i emnet Statistikk og sannsynlighet, men skårer svært mye lavere i emnet Algebra. I tillegg tyder resultatene på at trenden har hatt en negativ utvikling fra 2011 til 2015, mens andre emner har utviklet seg positiv (Bergem, 2016, s. 41).

I Læreplanen K06 finnes algebra som en del av hovedområdet Tall og algebra (Utdanningsdirektoratet, 2013a). Læreplanen beskriver at "Algebra i skolen generaliserer tallregning ved at bokstaver eller andre symboler representerer tall. Det gir

anledning til å beskrive og analysere mønster og sammenhenger” (Utdanningsdirektoratet, 2013a). Algebra brukes i skolen for å beskrive og analysere mønster og sammenhenger ved hjelp av bokstaver og andre symboler. Det er innen kompetansemålene til hovedområdet Tall og algebra at begrepet ligninger dukker opp. Elevene skal etter 10. trinn “kunne løse likningar og ulikskapar av første grad og likningssystem med to ukjende og bruke dette til å løse praktiske og teoretiske problem” (Utdanningsdirektoratet, 2013b). Vi valgte på bakgrunn av dette å avgrense vår master til å omhandle ligninger.

Basert på både TIMSS-resultatene i den norske skole, og tidligere forskning gjort på elevenes forståelse av likhetstegnet og læreres oppfatninger av elevenes utvikling i algebra fremstår temaet undervisning i ligninger som både interessant og relevant å undersøke nærmere også for lærere. Forskning på dette temaet vil kunne være både praksisnært og nyttig for matematikklærere på ungdomsskolen.

## **1.2 Formål, problemstilling og forskningsspørsmål**

Formålet med denne studien er å undersøke hvilken undervisning matematikklærere på ungdomsskolen synes er hensiktsmessig i emnet ligninger. I kapittel 1.1 begrunnet vi valg av tema med at elevene sliter i emnene algebra og ligninger. Siden både elever generelt og norske elever har utfordringer i disse emnene vil det være interessant å se på hva lærere mener er hensiktsmessig undervisning.

Med dette som utgangspunkt har vi utarbeidet denne problemstillingen:

*Hva mener matematikklærere på ungdomsskolen er hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger?*

Problemstillingen vår er rettet mot matematikklærere på ungdomsskolen. Hiebert og Grouws (2007) skriver at undervisningen er den viktigste komponenten for elevenes læring. Vi ønsker derfor å undersøke hvilken undervisning lærerne synes er hensiktsmessig i et emne elevene har utfordringer med.

For å svare på denne problemstilling har vi formulert to forskningsspørsmål:

- 1) Hvilke oppfatninger har lærerne av matematikk og ligninger?*
- 2) Hvilke oppfatninger har lærerne av læring og undervisning i matematikk og ligninger?*

Første forskningsspørsmål omhandler lærernes oppfatning av matematikk og ligninger. Spørsmålet handler om hva matematikk og ligninger *er* for lærerne. Dette gir grunnlag for drøfting av sammenhengen mellom oppfatninger og undervisning. Det andre forskningsspørsmålet handler om lærernes oppfatninger av læring i matematikk og ligninger og om selve undervisningen i matematikk og ligninger. Det vi undersøker her er hvordan lærerne mener at elevene lærer matematikk og ligninger best. Dette brukes for å drøfte hvilket læringssyn og tilnærming lærerne har til sin undervisning. Videre lurer vi på hvilke undervisningsmetoder lærerne ser på som hensiktsmessig i matematikk generelt, og ligninger spesielt.

Forskningsspørsmålene vil vi besvare ved å finne ut hvilke oppfatninger lærerne har av matematikk og ligninger, og av læring og undervisning i matematikk og ligninger. Ved å knytte og drøfte lærernes oppfatninger av matematikk og ligninger med deres oppfatninger av læring og undervisning, vil vi kunne svare på vår problemstilling. Ved å belyse disse sammenhengene vil vi kunne si noe om hva matematikklærere mener er hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger.

### **1.3 Oppgavens oppbygging**

Oppgaven vår har fire deler. I teoridelen redegjør vi for det teoretiske rammeverket for oppgaven. Dette innebærer teori om oppfatninger og forståelse av matematikk og ligninger, og hvordan dette påvirker matematikklæreres valg i undervisningen, samt teori om algebra og ligninger. I metodekapittelet redegjør vi for de metodiske valgene vi har gjort for å besvare forskningsspørsmålene. Resultatkapittelet rapporterer funnene vi har gjort i studien, og knytter disse til teori. Den siste delen av vår studie er et drøftingskapittel som diskuterer noen tendenser blant informantene, og knytter disse til teori.



## 2. Teori

For å kunne besvare vår problemstilling skal vi i dette kapittelet redegjøre for relevant teori. Problemstillingen vår er *“Hva mener matematikklærere på ungdomsskolen er hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger?”*. Problemstillingen tar for seg matematikklærernes oppfatninger av undervisning, og drøfter hvilke undervisningsmetoder lærerne mener er hensiktsmessige i emnet ligninger. Problemstillingen impliserer at vi som forskere må redegjøre for oppfatninger av matematikk, forståelse i matematikk, hva ligninger er, samt forståelse av ligninger og likhetstegnet.

### 2.1 Begrepet oppfatninger

Oppfatninger er et begrep som kan tolkes på flere ulike måter, og det er uenighet blant forskere for hvordan selve begrepet skal defineres (Pajares, 1992; Phillip, 2007). Vi viser i dette kapittelet til definisjoner fra Phillip (2007), Pajares (1992) og McLeod (1992). Phillip (2007) hevder at oppfatninger er forståelse og premisser om verden som vi tenker er sann. Våre oppfatninger om ulike aspekter ved verden vil være grunnlaget for våre handlinger (Phillip, 2007). Oppfatninger blir brukt for å beskrive individets mentale konstruksjoner, som er subjektivt sanne for den aktuelle personen (Pajares, 1992). Phillip (2007) ser på oppfatninger som linser en ser igjennom når en skal tolke verden.

McLeod (1992) trekker inn andre affektive områder som holdninger og følelser i sin definisjon av oppfatninger. Begrepene oppfatninger, holdninger og følelser varierer i grad ved at stabiliteten øker og intensiteten avtar, og tiden de bruker på å utvikle seg. Følelser er den minst stabile og mest intensive, mens oppfatninger er mest stabil og minst intensiv (McLeod, 1992). Phillip (2007) sier at følelser er de som ubevisst påvirker oss og er vanskeligere å kontrollere enn holdninger og oppfatninger. Holdninger er igjen mer stabile enn følelser, og vi er mer bevisst på våre holdninger kontra våre følelser (Phillip, 2007). Oppfatninger er mer kognitive enn følelser og holdninger med at vi er mer bevisst på våre oppfatninger (Phillip, 2007), og utvikles over en lengre periode enn hva holdninger og følelser gjør (McLeod, 1992). Selv om oppfatninger anses som den mest stabile kan den endres hvis en havner i situasjoner der vi opplever det vi ser på som sant, som usant (Phillip, 2007).

Vi har for dette forskningsprosjektet valgt å definere oppfatninger med utgangspunkt i Pajares (1992) og Phillip (2007). Oppfatningene til lærerne i vår studie vil bli tolket som

deres subjektive forståelse vil derfor være unike for hver lærer. Hvis vi ser dette i et matematikdidaktisk perspektiv, så vil en lærers oppfatninger om matematikk, om læring i matematikk og om undervisning i matematikk påvirke hans handlinger i undervisningen. En lærer vil være styrt av sine oppfatninger av hva som er god undervisning og hvordan elever lærer best. Skott (2015) sier at oppfatninger generelt sett er ansett som et forklarende prinsipp for lærerens undervisningspraksis.

## **2.2 Forholdet mellom oppfatninger og kunnskap**

Vi skal i dette prosjektet forske på læreres oppfatninger av hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger. Det vil i den forbindelse være nødvendig å gjøre et skille mellom oppfatninger og kunnskap. Oppfatninger handler som beskrevet i kapittel 2.1 om forståelse og premisser om verden som vi tenker er sann, og at oppfatninger er subjektivt. Det kan være vanskelig å se hvor skillet mellom oppfatninger og kunnskap ligger (Thompson, 1992). Phillip (2007) viser til at begrepet oppfatninger er tett knyttet til kunnskap, men at det finnes noen skiller. Et skille Phillip (2007) viser til er at i mange tilfeller så blir kunnskap sett på som noe som er sant, og at dette danner grunnlaget for et skille mellom oppfatninger og kunnskap. Phillip (2007) viser også til andre studier som hevder at kunnskap er noe sterkere enn oppfatninger og at kunnskap er en sikker oppfatning. Et annet skille mellom oppfatninger og kunnskap som Phillip (2007) trekker frem er at et individ med en oppfatning vil kunne akseptere en annen posisjon enn dets eget, hvis de anser den som fornuftig og pålitelig. Et individ med kunnskap vil ikke kunne akseptere dette. Som vi har argumentert for tidligere i oppgaven velger vi å se på oppfatninger som lærerens subjektive forståelse, og derfor vil oppfatninger bli skilt fra kunnskap.

## **2.3 Kategorisering av oppfatninger i matematikk**

I denne oppgaven skal vi se på læreres oppfatninger av undervisning i ligninger. I den forbindelse vil vi fokusere på kategoriseringen av oppfatninger som er presentert i Beswick (2005): oppfatninger av matematikk, oppfatninger av læring i matematikk og oppfatninger av matematikkundervisning. Denne kategoriseringen vil gi grunnlaget for oppbyggingen av vår intervjuguide (se kapittel 3.4.1 for utarbeidelse av intervjuguide).



Oppfatninger av matematikk	Oppfatninger av undervisning i matematikk	Oppfatninger av læring i matematikk
Instrumentalistisk	Innholdsfokusert, med vekt på resultat	Mestre ferdigheter
Platonsk	Innholdsfokusert, med vekt på forståelse	Konstruksjon av forståelse
Problemløsning	Elevfokusert	Selvstendig utforskning

Tabell 1: Sammenhengen mellom oppfatningene (Beswick, 2005, s. 40), vår oversettelse

Denne tabellen er utarbeidet av Beswick (2005) og viser en sammenheng mellom oppfatninger av matematikk, oppfatninger av læring i matematikk og oppfatninger av undervisning i matematikk. Beswick har tatt utgangspunkt i Ernest (1989) sine tre kategorier om oppfatning av matematikk, Van Zoest, Jones og Thornton (1994) sine tre kategorier om oppfatninger av undervisning i matematikk og Ernest (1989) sine tre kategorier om oppfatninger av læring i matematikk. Beswick (2005) argumenterer for at disse kategoriseringene har en sammenheng. Tabellen er utarbeidet for å presentere forbindelsene mellom de ulike kategoriene. Oppfatningene på samme rad ser Beswick (2005) på som teoretisk forenelig med hverandre, mens oppfatningene i samme kolonne er ulike stadier som det er en gradvis overgang mellom (Beswick, 2005). Vi vil nå redegjøre for disse tre kategoriene av oppfatninger siden vårt forskningsfokus og vår intervjuguide tar utgangspunkt i nettopp disse tre kategoriene.

### 2.3.1 Oppfatninger av matematikk

Oppfatningene en lærer har om matematikk vil påvirke oppfatningene av undervisning og læring i matematikk (Thompson, 1992). For eksempel, dersom en lærer har en oppfatning om at matematikk handler om å løse problemer, vil undervisningen bære preg av dette. Ernest (1989) viser til tre oppfatninger av matematikk som kan definere de ulike oppfatningene en lærer har. Disse er instrumentalistisk, platonsk og problemløsning.

En instrumentalistisk oppfatning av matematikk innebærer at en ser på matematikken som et sett av fakta, regler og ferdigheter (Ernest, 1989). En lærer med en slik oppfatning vil være opptatt av at elevene mestrer de ulike ferdighetene i matematikk korrekt. Undervisningen vil bære preg av at elevene blir fortalt av læreren hva de skal gjøre (Ernest, 1989). Denne

oppfatningen av matematikk som Ernest (1989) presenterer kan ses i sammenheng med det Skemp (1976) skildrer som instrumentell forståelse (se kapittel 2.4.1), det Hiebert og Lefevre (1986) skriver om prosedyrell forståelse (se kapittel 2.4.2) og det Hiebert og Grouws (2007) sier om undervisning for prosedyrell forståelse (se kapittel 2.4.3).

En platonsk oppfatning derimot ser på matematikken som en samling av eksisterende kunnskap. Matematikken skal ikke konstrueres, men oppdages, fordi den allerede er der (Ernest, 1989). Læreren blir sett på som en som forklarer (Ernest, 1989), altså en kunnskapsformidler, der elevene skal oppdage og forstå reglene og vite hvordan de skal benytte seg av disse.

Ernests (1989) siste oppfatning er problemløsning. I følge Beswick (2005) kan matematikken i dette synet sees på som en kreativ menneskelig oppfinnelse, som kontinuerlig blir utvidet (Ernest, 1989). Ernest (1989) ser på matematikk som en undersøkelsesprosess i denne oppfatningen, som skapes og utforskes ved bruk av problemløsningsoppgaver. Læreren fungerer her som en tilrettelegger, der elevene blir den som både oppdager og skaper matematikken gjennom problemløsning (Ernest, 1989).

### **2.3.2 Oppfatninger av undervisning i matematikk**

Hva som er god undervisning i matematikk finnes det ingen universell enighet om (Thompson, 1992). Det som blir oppfattet som de beste metodene for å undervise er ofte påvirket av våre oppfatninger av læring og undervisning i matematikk. Kuhs og Ball (1986, gjengitt i Thompson, 1992) identifiserte fire dominerende oppfatninger på hvordan matematikk bør bli undervist. Disse er elevfokusert, innholdsfokusert med vekt på forståelse, innholdsfokusert med vekt på bruk av regler og prosedyrer, og klasseromfokusert. Van Zoest m fl (1994) bearbeidet disse fire synene til Kuhs og Ball (1986, gjengitt i Thompson, 1992), og hevdet at oppfatninger av undervisning i matematikk kan bli delt i tre: elevfokusert, innholdsfokusert med vekt på forståelse og innholdsfokusert med vekt på mestring av regler og prosedyrer.

I følge Kuhs og Ball (1986, gjengitt i Thompson, 1992) ligger fokuset i elevfokusert undervisning på elevens personlige konstruksjon av kunnskap, og at elevene er aktivt

involvert i å utforske og formalisere matematiske ideer. Hovedfokuset ligger på elevens ideer og interesser. Læreren blir her sett på som en tilrettelegger for elevenes læring (Kuhs og Ball, 1986, gjengitt i Thompson, 1992), og elevene må lære seg å tenke selv (Thompson, 1992). En innholdsfokusert oppfatning av undervisning er drevet av innholdet selv (Kuhs og Ball, 1986, gjengitt i Thompson, 1992), det betyr at fokuset i klasserommet og i undervisningen er det matematiske innholdet. I innholdsfokusert undervisning med vekt på forståelse er fokuset på at elevene skal forstå matematiske ideer og prosesser, og der forståelse blir sett på som en konstruksjon av den enkelte elev (Kuhs og Ball, 1986, gjengitt i Thompson, 1992). Den siste oppfatningen som Van Zoest m fl (1994) tar utgangspunkt i er innholdsfokusert med vekt på regler og prosedyrer. Her er prestasjon og resultat sentralt, samt mestring av regler og prosedyrer (Kuhs og Ball, 1986, gjengitt i Thompson, 1992).

### **2.3.3 Oppfatninger av læring i matematikk**

Thompson (1992) hevder at læreres oppfatninger av undervisning i matematikk kan reflektere deres oppfatning av hvordan elever lærer matematikk best. På grunn av dette blir oppfatninger av læring og oppfatninger av undervisning i matematikk ofte presentert sammen. Ernest (1989) mener også at en lærers oppfatninger av undervisning i matematikk har en sammenheng med lærerens oppfatninger av læring i matematikk. Innenfor oppfatninger av læring i matematikk er Ernest (1989) opptatt av prosessen for hvordan en lærer matematikk og hvilke mentale aktiviteter elevene tar i bruk. Han trekker frem to nøkkelkonstruksjoner i den forbindelse. Den ene er at eleven interesserer seg for matematikk, fremfor at eleven kun følger det læreren gjør og sier. Det andre er læring som passivt mottak av kunnskap, i motsetning til en aktiv konstruksjon. Basert på disse konstruksjonene skildret Ernest (1989) en modell for hvordan en lærer matematikk:

- Elevene er avhengig av læreren og kan mestre ferdigheter
- Passiv mottakelse av kunnskap
- Aktiv konstruksjon av forståelse
- Utforskning og selvstendighet innenfor egne interesser

Beswick (2005) modifiserte modellen som Ernest (1989) brukte for å skildre lærerens oppfatninger av læring i matematikk. Beswick (2005) så på ”passiv mottakelse av kunnskap” og ”elevene er avhengig av læreren og kan mestre ferdigheter” under ett, nemlig ”mestre

ferdigheter”. Hun beholdt ”konstruksjon av forståelse” og endret utforskning og selvstendighet innenfor egne interesser til ”selvstendig utforskning” (Beswick, 2005).

### **Oppsummering**

Vi har definert begrepet oppfatninger etter Phillip (2007) og Pajares (1992). Her legger vi vekt på at våre oppfatninger av verden vil være grunnlaget for våre handlinger og at oppfatninger er en subjektiv forståelse som vil være unik for hvert enkelt individ. Vi har valgt å skille oppfatninger fra kunnskap, fordi vi definerer oppfatninger som en subjektiv forståelse. Beswick (2005) utarbeidet en tredelt kategorisering av oppfatninger: oppfatninger av matematikk, oppfatninger av undervisning i matematikk og oppfatninger av læring i matematikk. Det er sammenheng mellom de ulike kategoriene (Beswick, 2005), slik at en lærers oppfatning av matematikk vil ha påvirkning på dens oppfatning av læring i matematikk, som igjen vil ha påvirkning på dens oppfatning av undervisning i matematikk. Alt dette vil påvirke de valgene læreren gjør i og før undervisningen. Denne tredelingen er også utgangspunkt for vår intervjuguide (se kapittel 3.4.1).

## **2.4 Forståelse og undervisning som fremmer forståelse i matematikk**

Hiebert og Lefevre (1986) hevder at diskusjonen om hvilken forståelse i matematikk det skal legges mest vekt på, vil ha innvirkning på hvordan elevene skal undervises i matematikk. Det vil derfor være hensiktsmessig å redegjøre for forståelsesbegrepet og undervisning som på ulike måter fremmer dette. Først tar vi for oss Skemps (1976) relasjonelle og instrumentelle forståelse, og Hiebert og Lefevres (1986) konseptuelle og prosedyrelle forståelse. Disse knyttes så til hvordan Hiebert og Lefevre (1986) og Hiebert og Grouws (2007) mener at undervisningen fremmer forståelse. Dette vil senere i oppgaven være viktig for å analysere hvilken forståelse informantene i vår studie fremmer med sin undervisning.

### **2.4.1 Relasjonell og instrumentell forståelse**

Skemp (1976) forklarer at han selv brukte forståelse som et samlebegrep for hva, hvordan og hvorfor i matematikken. Senere oppdaget han at også forståelse kan oppfattes på ulike måter. Dette var grunnlaget for hans to forståelsesbegreper: *relasjonell forståelse* (relational understanding) og *instrumentell forståelse* (instrumental understanding).

Relasjonell forståelse beskriver at eleven både forstår hvordan han skal løse oppgaven og

hvorfor oppgaven kan løses på denne måten (Skemp, 1976). En slik forståelse av begrepet vil nok være det mange forbinder med begrepet forståelse. Likevel vil ikke dette nødvendigvis være dekkende for hva begrepet innebærer. Skemp (1976) forklarer at han selv ble bevisst på at *forståelse* alene ikke er tilstrekkelig i en samtale med Stieg Mellin-Olsen. Skemp (1976) beskriver derfor et begrep som tidligere var ukjent for han; *instrumentell forståelse*. En slik forståelse baserer seg på at eleven kan bruke en bestemt algoritme for å løse oppgaver, uten å beskrive hvorfor den fungerer. Skemp (1976, s. 2) bruker et klassisk eksempel en kan kjenne seg igjen i fra egen skolegang: en elev får presentert algoritmen  $A = L \cdot B$  for å regne ut arealet av et rektangel. Læreren forklarer eleven at å multiplisere lengden i et rektangel med bredden, vil gi svar på hvor stort arealet er. Eleven vil være i stand til å løse oppgavene i boken, men ikke nødvendigvis forstå hvorfor svaret blir riktig. Likevel vil eleven, og kanskje læreren, påstå at eleven har en forståelse av arealet til rektangler fordi elevene klarer å løse oppgavene. Dette eksemplifiserer instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Med en relasjonell forståelse for arealet til rektangler ville eleven forstå hvorfor vi kan multiplisere siden med hverandre for å finne arealet av et rektangel; at det er antall måleflater i rektangelet som regnes ut.

Skemp (1976) beskriver at det kan oppstå utfordringer for læreren i matematikkundervisningen. For det første kan det oppstå konflikt mellom elevens og lærerens mål med undervisningen (Skemp, 1976). Selv om relasjonell forståelse kan se ut til å være hensiktsmessig i matematikkundervisningen, ser det likevel ut til at lærere velger (kanskje ufrivillig) å undervise på en måte som legger til rette for instrumentell forståelse.

Skemp (1976) kommer med flere grunner for at lærere velger å undervise slik. For det første vil det ta for lang tid for elevene å tilegne seg relasjonell kunnskap. Den andre utfordringen Skemp (1976) beskriver er at relasjonell forståelse innen enkelte emner gjerne er for vanskelig for elevene. Instrumentell matematikk vil dessuten ofte være lettere å forstå, samt gi raskere belønning i form av riktige svar på oppgaver. Videre skriver Skemp (1976) at noen emner i matematikken må brukes innen andre fag for at elevene skal få en relasjonell forståelse. Den siste begrunnelsen for at læreren underviser instrumentelt er at han som ny lærer jobber på en skole der de andre lærerne underviser instrumentelt, og at han derfor velger å undervise slik selv (Skemp, 1976).

### **2.4.2 Konseptuell og prosedyrell forståelse**

I likhet med Skemp (1976) har også Hiebert og Lefevre (1986) diskutert forståelse innen matematikk. Hiebert og Lefevre (1986) hevder at diskusjonen om hvilken forståelse det skal legges mest vekt på, vil ha innvirkning på hvordan elevene skal undervises i matematikk. De beskriver *konseptuell forståelse* (conceptual knowledge) og *prosedyrell forståelse* (procedural knowledge) i matematikken. Konseptuell forståelse kan ses på som et nettverk av kunnskap hvor sammenhengen er like fremtredende som hver enkelt del av informasjonen (Hiebert og Lefevre, 1986, s. 4). Konseptuell kunnskap bygger på at alle individuelle fakta knyttes sammen til et nettverk. Det er derfor en forutsetning at innehaveren av kunnskapen evner å se den i sammenheng med annen kunnskap. Konseptuell kunnskap utvikles gjennom å konstruere slike koblinger mellom kunnskapen (Hiebert og Lefevre, 1986). Disse koblingene kan knyttes mellom isolert informasjon som eleven allerede har, eller informasjon eleven allerede har og ny kunnskap. Prosedyrell forståelse av matematikk innebærer at elevene har isolerte deler av kunnskap uten koblinger. Dette deles ifølge Hiebert og Lefevre (1986) i to deler: forståelse av det formelle matematiske språket, og forståelse av algoritmer. Den første formen for prosedyrell forståelse baserer seg på at eleven forstår hva som er matematisk akseptabelt. Eleven kan identifisere en oppgave som er matematisk korrekt, selv om han ikke nødvendigvis kan svare (Hiebert og Lefevre, 1986). Den andre formen for prosedyrell forståelse baserer seg på at eleven kan bruke algoritmer i matematikken. Elever med en slik forståelse kan identifisere oppgaven, og løse den på en forhåndsbestemt måte.

### **2.4.3 Undervisning som fremmer konseptuell og prosedyrell forståelse**

I kapittelet over skrev vi at diskusjonen om hvilken forståelse det skal legges mest vekt på, vil ha innvirkning på hvordan elevene skal undervises i matematikk (Hiebert og Lefevre, 1986). Hiebert og Lefevre (1986) innfører derfor begrepene *rote learning* og *meaningfull learning*. Vi har valgt å bruke Utdanningsdirektoratets (u.å.) ordbok på nett og oversatt *rote learning* til *utenatføring*. Utenatføring bærer preg av at kunnskapen i liten grad knyttes sammen. Kunnskapen kan derfor i større grad kun anvendes i lik kontekst som da kunnskapen ble lært, og har ikke koblinger til annen matematisk kunnskap. Hiebert og Lefevre (1986) skriver at konseptuell forståelse ikke kan skapes direkte fra en slik kontekst fordi kunnskapen som skapes kun lagres som isolert kunnskap. Som vi skrev i kapittel 2.4.2 krever konseptuell forståelse at eleven ser koblinger mellom kunnskapen. Likevel kan utenatføring til en viss grad bidra til konseptuell forståelse. Dette skjer dersom elevene ser koblinger mellom kunnskapen de har lært gjennom utenatføringen ved en senere anledning (Hiebert og Lefevre,

1986). Konseptuell forståelse må utvikles gjennom meningsfull undervisning. Videre skriver Hiebert og Lefevre (1986) at mening skapes når eleven ser koblinger mellom kunnskap. Deres definisjon av mening innen meningsfull undervisning og konseptuell forståelse baseres i stor grad på å se sammenhengen mellom kunnskap.

Hiebert og Grouws (2007) skriver om et konsept de kaller mulighet for læring (opportunity to learn). Dette handler om de omstendigheter som tillater at elevene får ta del i og bruke tid på akademiske oppgaver (Hiebert og Grouws (2007)). Undervisning er den viktigste forutsetningen for elevenes mulighet for læring, men ikke den eneste. Det innebærer også elevenes utgangspunkt, oppgavens hensikt og hvilke lærebøker lærerne bruker i sin undervisning. Elevenes mulighet for læring vil for eksempel ikke være stor dersom innholdet i timen er for avansert.

Basert på det ovennevnte konseptet beskriver Hiebert og Grouws (2007) to tilnærminger til undervisning som enten gir elevene mulighet for å utvikle ferdigheter eller konseptuell forståelse. Disse kalles *teaching for conceptual understanding* og *teaching for skill efficiency*. *Skill efficiency* defineres som en rask og presis gjennomføring av matematiske prosedyrer, uten fleksibilitet til å bruke ferdighetene i en annen kontekst (Hiebert og Grouws, 2007, s. 380). Videre skriver Hiebert og Grouws (2007) at dette også omtales som *skill learning*. Vi har valgt å basere oss på *skill learning*, og oversatt dette til læring av ferdigheter. Måten Hiebert og Grouws (2007) definerer læring av ferdigheter kan sammenlignes med Hiebert og Lefevres (1986) utenatføring. Begge teoriene baserer seg på å lære deler av matematikken i en spesiell kontekst, uten å knytte dette til annen kunnskap.

Hiebert og Grouws (2007) beskriver to tilnærminger til undervisningen som kan gi elevene mulighet til å utvikle konseptuell forståelse. Tidligere definerte vi konseptuell forståelse som mentale koblinger mellom matematiske fakta, prosedyrer og ideer (Hiebert og Grouws, 2007, s. 380). Den første måten å undervise på er å eksplisitt diskutere koblingene mellom kunnskap i matematikkundervisningen. Dette kan gjøres gjennom strukturerte diskusjoner om matematikkens grunnleggende ideer. Slike diskusjoner kan handle om hvorfor prosedyrene fungerer, og ta for seg hvorfor ulike framgangsmåter er like eller ulike med tanke på hvordan problemer bygger på hverandre, eller er spesielle tilfeller. I slike tilfeller er det viktig at læreren minner elevene på læringsmålet for timen, og hvordan læringsmålet er relevant for

diskusjonens innhold (Hiebert og Grouws, 2007). Den andre tilnærmingen til undervisning er ifølge Hiebert og Grouws (2007) at elevene utfordres matematisk. Hiebert og Grouws (2007) bruker begrepet *struggle*. Struggle defineres på følgende måte: “that students expend effort to make sense of mathematics, to figure something out that is not immediately apparent” (Hieber og Grouws, 2007, s. 387). Videre utdyper de at eleven utfordres gjennom å løse problemer som er forståelig for dem, men ikke åpenbare. Dette er i tråd med slik Lesh og Zawojewskis (2007) beskriver problemløsning. I denne sammenhengen brukes utfordringer som en prosess for å knytte sammen koblingene mellom kunnskapen elevene har, eller mellom kunnskapen elevene har og ny kunnskap. Disse koblingene trekkes når ny informasjon ikke kan assimileres, eller gamle koblinger er utilstrekkelig for å gi nye problemer mening (Hiebert og Grouws, 2007).

### **Oppsummering**

Forståelse i matematikk har for mange vært et samlebegrep for matematikkens hva, hvordan og hvorfor. Likevel vil ikke begrepet være tilstrekkelig i alle tilfeller for å beskrive hva elevene forstår i matematikk. Skemp (1976), og Hiebert og Lefevre (1986) har alle bidratt til at forståelsesbegrepet utvides og blir mer dekkende. Skemp (1976) skriver om instrumentell forståelse som en isolert del av kunnskap som brukes innen en gitt kontekst. Dette er i tråd med Hiebert og Lefevres (1986) prosedyrelle forståelse som de i tillegg deler i to: forståelse av det formelle matematiske språket og forståelse av algoritmer. Sammenhengen er at kunnskapen i begge tilfeller er isolert, og brukes i den konteksten den er lært i. Motpolen til instrumentell forståelse er ifølge Skemp (1976) relasjonell forståelse; med en slik forståelse av matematikk kan elevene forklare både hva og hvorfor i matematikk. Vår tolkning av Hiebert og Lefevre (1986) gjør at relasjonell forståelse kan knyttes til konseptuell forståelse fordi konseptuell forståelse også fordrer at eleven ser sammenheng mellom kunnskap og derfor kan forklare matematikkens hva, hvordan og hvorfor.

Hiebert og Lefevre (1986) hevder at diskusjonen om hvilken forståelse det skal legges mest vekt på, vil ha innvirkning på hvordan elevene skal undervises i matematikk. Med dette som bakteppe kan vi diskutere hvilken forståelse undervisningen fremmer. Hiebert og Lefevre (1986) bruker rote learning og meaningfull learning. Rote learning oversatte vi til utenatføring, mens meaningfull learning ble meningsfull læring. Utenatføring preges av at kunnskapen ikke knyttes sammen. Kunnskapen blir da isolert til samme kontekst og er derfor prosedyrelle. Dette er i tråd med Hiebert og Grouws (2007) undervisning som gir elevene



mulighet for å utvikle ferdigheter. Meningsfull læring handler om undervisning som knytter kunnskapen sammen, og dermed gjør kunnskapen relasjonell. Ifølge Hiebert og Grouws (2007) finnes det to tilnærminger til undervisningen som gir elevene mulighet for å utvikle sin konseptuelle forståelse: 1) koblingene mellom kunnskapen kan uttrykkes eksplisitt i diskusjoner, eller 2) elevene kan jobbe med oppgaver som utfordrer dem. Senere vil vi drøfte hvilken forståelse lærerne i denne studien fremmer innen ligninger basert på redegjørelsen i dette kapittelet.

## **2.5 Algebra**

Bell (1996, gjengitt i Kieran, 2007, s. 713) skriver at algebra er et verktøy for å uttrykke generaliseringer, sammenhenger og formler, samt løse problemer og ligninger. I den norske skolen er algebra en del av hovedområdet Tall og algebra (Utdanningsforbundet, 2013a). I dette hovedområde skriver de at “Algebra i skolen generaliserer tallregning ved at bokstaver eller andre symboler representerer tall. Det gir anledning til å beskrive og analysere mønster og sammenhenger.” (Utdanningsforbundet 2013a).

Helt siden algebra ble tatt i bruk, har det stort sett basert seg på prosedyrer og notasjoner (Kieran, 2007). Kieran (2007) beskriver to oppfatninger av algebra i skolen: det tradisjonelle og det reformistiske synet. Ifølge en med en tradisjonell oppfatning av algebra, er algebra et eget emne innenfor matematikken. Kieran (2007) skriver at klasserom som preges av det tradisjonelle synet gjerne retter fokuset mot for eksempel forenkling av uttrykk, løsning av ligninger og ulikheter, samt faktorisering. Et slikt klasserom vil i mindre grad prioritere ulike former for funksjoner. Som en kontrast til dette finner vi den reformistiske oppfatningen av algebra i skolen. I motsetning til den tradisjonelle oppfatningen, vil det i en mye større grad være rom for funksjoner. Hovedvekten vil også være på å finne varierte måter å representere situasjoner og å løse virkelige problemer matematisk (Kieran, 2007).

### **2.5.1 GTG-modellen**

Basert på den oppfatning av at algebra er en aktivitet har Kieran (2007) utviklet GTG-modellen. GTG-modellen viser tre ulike former for algebraiske aktiviteter i skolen. Denne modellen er tredelt: Genererende (generational), Transformerende (transformational) og Resonnerende aktiviteter (global/meta-level). Som en oversikt over tre former for algebraiske aktiviteter kan GTG-modellen dessuten være nyttig for å analysere algebra i skolen.

### **2.5.2 Genererende aktiviteter**

Genererende aktiviteter dreier seg om formulering av generelle uttrykk og arbeid med variabler, ukjente og likhet for å beskrive situasjoner, mønstre og forhold. I slike aktiviteter ses algebra på som et språk for å uttrykke mening og beskrive sammenhengene vi ser (Kieran, 2007). Eksempler på dette er ligninger med en ukjent som representerer et problem og generalisering av mønstre. Kieran (2007) skriver dessuten at forståelsen av algebraiske objekter ofte utvikles med genererende aktiviteter. Et eksempel på en slik oppgave vil være å finne alderen til Per dersom han er to år eldre enn Mia. Her må elevene lage et uttrykk som beskriver både Mia og Pers alder.

### **2.5.3 Transformerende aktiviteter**

Transformerende aktiviteter omtales ifølge Kieran (2007) også som regelbaserte aktiviteter. En stor del av de transformerende aktivitetene handler om manipulasjon av algebraiske uttrykk eller ligninger for å vedlikeholde ekvivalens (Kieran, 2007). Dette inkluderer eksempelvis faktorisering, løse ligninger og ulikheter og forenkling av uttrykk. Et eksempel på en slik oppgave kan være  $x + 3 = 11$ . Eleven bruker i denne oppgaven manipulasjon av uttrykket for å løse oppgaven.

### **2.5.4 Resonnerende aktiviteter**

Resonnerende aktiviteter handler om å bruke algebra, men ikke på en eksklusiv måte. Dette innebærer en tilnærming til algebra uten at en nødvendigvis bruker bokstaver og tall. Fokuset er rettet mot generelle matematiske prosesser og aktiviteter. Eksempler på dette er blant annet problemløsning, modellering og bevis (Kieran, 2007).

## **2.6 Ligninger**

Innen hovedområdet Tall og algebra skal elevene etter 10. trinn blant annet kunne “løse likninger og ulikskapar av første grad og likningssystem med to ukjende og bruke dette til å løse praktiske og teoretiske problem” (Utdanningsdirektoratet, 2013b). For å få en dypere forståelse av ligninger vil vi i dette kapitlet redegjøre for hvilken forståelse elever kan ha av likhetstegnet og hvordan elevene bruker og forstår bokstaver i algebra.

### 2.6.1 Oppfatninger av likhetstegnet

Knuth m fl (2006) skriver at forståelse av likhetstegnet er grunnleggende for å forstå algebra. Fordi vi plasserte ligninger innenfor algebra i kapittel 2.6, mener vi at forståelse av likhetstegnet også er grunnleggende innen dette emnet. Van de Walle, Karp og Bay-Williams (2015) beskriver tre oppfatninger elever kan ha av likhetstegnet: operasjonell oppfatning (operational view), relasjonell-beregnende oppfatning (relational-computational view) og relasjonell oppfatning (relational-structural view). En elev med en operasjonell oppfatning av likhetstegnet vil se på likhetstegnet som en operasjon. Dette er i tråd med hvordan Knuth m fl (2006) beskriver elevenes oppfatning av likhetstegnet som et resultat av en aritmetisk operasjon. Van de Walle m fl (2015) beskriver at en relasjonell-beregnende oppfatning av likhetstegnet betyr at eleven forstår at likhetstegnet symboliserer en relasjon mellom to kalkulerte svar, men de ser på beregning som den eneste måten å finne ut om svarene er ekvivalente. Den relasjonelle forståelsen av likhetstegnet baserer seg på at eleven kan bruke numeriske sammenhenger på begge sider av likhetstegnet for å avgjøre om sidene er ekvivalente (Van de Walle m fl, 2015). Knuth, Alibali, McNeil, Weinberg og Madison (2005) skriver at elevene må ha en relasjonell oppfatning av likhetstegnet i algebra. Særlig når elevene skal lære å løse algebraiske ligninger med operasjoner på begge sidene av likhetstegnet blir en slik oppfatning viktig (Knuth m fl, 2005).

Van de Walle m fl (2015) eksemplifiserer den relasjonell-beregnende og den relasjonelle oppfatningen av likhetstegnet gjennom to elevforklaringer. Når eleven skal avgjøre verdien  $n$  i  $7 + n = 6 + 9$  kan han gjøre det på følgende to måter:

En elev med relasjonell-beregnende oppfatning forklarer at  $6 + 9 = 15$ , derfor må han finne ut hva  $n$  må være for at venstre side også skal være lik 15. Eleven ser sammenhengen mellom høyre og venstre side, men må beregne hva  $n$  må være basert på svaret på høyre side.

En elev med en relasjonell oppfatning av likhetstegnet vil derimot se at 7 er en mer enn 6, så da må  $n$  være én mindre enn 9. På den måten vil denne eleven komme fram til at verdien for  $n = 8$  (Van de Walle, 2015).

### 2.6.2 Oppfatninger av bokstaver

Basert på testing av elever beskriver Küchemann (1981) seks måter elevene forstår og bruker bokstaver i algebra:

1. Eleven evaluerer bokstavene (*letter evaluated*): en slik forståelse innebærer at elevene er i stand til å løse oppgaver hvor de skal finne en verdi til den ukjente uten å måtte gjøre operasjoner med den. Eksempel på en slik oppgave er:  $a + 5 = 8$ . Eleven vil i denne oppgaven gi  $a$  verdien 3 uten å måtte gjøre noen operasjoner med den ukjente (Küchemann, 1981).
2. Eleven unngår bruk av bokstavene (*letter not used*): denne kategorien innebærer at elevene er i stand til å løse oppgaver hvor en ikke bruker bokstavene i algebra. En oppgave innen denne kategorien er  $a + b = 43$ ,  $a + b + 2 =$  . I denne oppgaven *kan*  $+ 2$  være den eneste operasjonen elevene bruker for å løse oppgaven (Küchemann, 1981).
3. Eleven bruker bokstavene som objekter (*letter used as object*): i denne kategorien er eleven i stand til å løse oppgaver hvor bokstavene brukes som objekter. Dette kan skje på to måter: elevene tolker bokstavene som objekter i seg selv, eller som andre objekter. Dette kan eksemplifiseres gjennom to oppgaver. I oppgaven  $2a + 5a$  kan eleven bruke  $a$  som objekt i seg selv. Eleven løser oppgaven med at 2  $a$ -er legges sammen med 5  $a$ -er. Til sammen har eleven 7  $a$ -er, og får svaret  $7a$ . I oppgaven  $2a + 5b + a$  kan eleven knytte bokstavene til andre objekter. En  $a$  kan stå for appelsin, mens  $b$  kan stå for banan. Eleven legger sammen 2 appelsiner, 5 bananer og 1 appelsin til, og får 3 appelsiner og 5 bananer. Eleven får svaret  $3a + 5b$  (Küchemann, 1981).
4. Eleven bruker bokstavene som spesifikke ukjente (*letter used as a specific unknown*): I denne kategorien forstår eleven at bokstaven har en ukjent verdi. En oppgave som kan illustrere dette er «adder 4 til  $n + 3$ ». Eleven forstår at  $n$  har en ukjent verdi, og adderer 4 og 3 sammen fordi  $n$  ikke kan gjøres noe med. Eleven er dessuten tilfreds med et svar som  $n + 7$  (Küchemann, 1981).
5. Eleven bruker bokstavene som generaliserte tall (*letter used as a generalised number*): Denne kategorien og kategori 4 er noe like (Küchemann, 1981). Det som skiller dem er at eleven i denne kategorien forstår at bokstaven kan ha mer enn én verdi. En oppgave som illustrerer denne kategorien er «hva kan du si om  $c$  hvis  $c + d = 10$  og  $c$  er mindre enn  $d$ ?» (Küchemann, 1981, s. 109). En elev innen denne kategorien ser at  $c$  kan ha flere verdier så lenge den er mindre enn  $d$ . Eleven kan få svaret  $c < 5$ .

6. Eleven bruker bokstavene som variabler (*letter used as a variable*): Küchemann (1981) skriver at måten vi vanligvis bruker begrepet variabler i generalisert aritmetikk har bidratt til å overskygge meningen av begrepet i seg selv. Konseptet til en variabel krever en forståelse av den ukjente når dens verdi forandres. Det handler ikke bare om å tilegne bokstaven en eller flere verdier, men også forstå hvordan verdien forandres. Grunnen til at denne kategorien er noe vag, er ifølge Küchemann (1981) fordi mange oppgaver elevene møter i skolen som tilsynelatende involverer variabler kan løses med en tolkning på et lavere nivå. Et eksempel på en oppgave som krever en forståelse på dette nivået er følgende: «Hva er størst,  $2n$  eller  $n + 2$ ? Forklar» (Küchemann, 1981, s. 111). Oppgaven krever at eleven kobler den relative størrelsen mellom uttrykket  $2n$  og  $n + 2$ . På dette nivået kan eleven forstå at når verdien for  $n$  endres, endres også forholdet mellom uttrykkene seg. På den måten kommer han fram til at  $2n$  er størst når  $n > 2$  (Küchemann, 1981).

Med disse seks kategorien deler Küchemann (1981) elevenes forståelse av bruken av bokstaver i algebra i fire nivåer:

Nivå 1: Oppgaver på dette nivået er numeriske oppgaver, eller oppgaver med en enkel struktur som kan løses av elever innen kategori 1, 2 og 3.

Nivå 2: På nivå to er oppgavene elevene er i stand til å løse mer komplekse enn nivå 1 (Küchemann, 1981). Likevel kan oppgavene løses av elever innen kategori 1 og 3.

Nivå 3: Elevene på dette nivået kan bruke bokstaver som spesifikke ukjente slik vi beskrev i kategori 4. Dette gjelder likevel for oppgaver med enkel struktur. Elevene på dette nivået kan ifølge (Küchemann, 1981) være tilfreds med svar som  $p = 2n$  og  $3n + 4$ , uten at de prøver å finne en verdi for bokstavene.

Nivå 4: Dette nivået er det høyeste nivået innen elevers forståelse av bokstaver. Elevene på dette nivået er i stand til å løse mer komplekse oppgaver som minst krever at de bruker spesifikke ukjente, men også generaliserte tall og variabler.

## Oppsummering

I den norske skolen er algebra en del av hovedområdet Tall og algebra. Algebraens rolle er da ”å generalisere tallregning ved at bokstaver og andre symboler representerer tall, og dermed gjøre det mulig å beskrive og analysere sammenhenger og mønster” (Utdanningsforbundet, 2013a). Dette kan ifølge Kieran (2007) gjøres innen tre forskjellige former for algebraiske aktiviteter. For å analysere aktivitetene i klasserommet utarbeidet hun GTG-modellen. Modellen i samråd med Hiebert og Grouws’ (2007) konsept kan være nyttig for å avgjøre hvilken kompetanse elevene har mulighet for å lære i undervisningen.

Ligninger knyttes i skolen til algebra som et kompetansemål som sier at elevene etter 10. trinn skal kunne “løse likningar og ulikskapar av første grad og likningssystem med to ukjende og bruke dette til å løse praktiske og teoretiske problem” (Utdanningsdirektoratet, 2013b). For å oppnå dette kompetansemålet trenger elevene blant annet forståelse av likhetstegnet og bruken av bokstaver i algebra. I denne sammenhengen vil det være hensiktsmessig for læreren å vite hvilket nivå av forståelse elevene har av disse komponentene. Knuth m fl (2006) skriver at forståelse av likhetstegnet er grunnleggende for å forstå algebra. Van de Walle m fl (2015) skriver om tre nivåer for oppfatninger av likhetstegnet.

Det har også vært forsket på elevenes forståelse av bokstaver i algebra. Küchemann (1981) brukte elevenes svar på en algebratest til å dele elevenes forståelse i seks kategorier, for senere å dele disse inn i fire nivåer av forståelse. Inndelingen av elevenes forståelsesnivå innen likhetstegnet og bruken av bokstaver i algebra kan være et nyttig verktøy for å tilpasse nivået i undervisningen for å sørge for at elevenes mulighet for læring i algebra øker.

### **3. Metode**

Problemstillingen for prosjektet vårt er “*Hva mener matematikklærer på ungdomsskolen er hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger?*”. Hovedfokuset er å identifisere hvilke oppfatninger matematikklærere har av undervisning og læring i ligninger, og hva de mener er hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger. I dette kapitlet redegjør vi for framgangsmåten vi har brukt for å svare på problemstillingen vår. Thagaard (2013) skriver at en studies transparens er med å styrke dens reliabilitet og validitet. Hensikten med dette kapitlet er derfor å beskrive og begrunne valgene våre, og på den måten styrke studiens gyldighet og pålitelighet. Vi vil både beskrive vårt kunnskapssyn og vår metodologiske tilnærming til studien. Videre vil vi beskrive valg av informanter, og metode for innsamling av data og analyse. Avslutningsvis vil vi drøfte studiens validitet og reliabilitet, samt komme med etiske betraktninger og metodekritikk.

#### **3.1 Forskningsdesign**

Det finnes tre ulike tilnærminger til et forskningsdesign: en kvalitativ tilnærming, en kvantitativ tilnærming eller blandede metoder (mixed methods) (Creswell, 2014). Den kvalitative tilnærmingen dreier seg om forskning der det er nær kontakt mellom de som studeres og forskerne. Målet med kvalitativ forskning er ofte å forstå sosiale fenomener (Thagaard, 2013). Derfor vil vår studie plasseres under den kvalitative tilnærmingen. Creswell (2014) presenterer fire ulike paradigmer i kvalitativ forskning: positivisme, konstruktivisme, deltakende og pragmatisme. I vår problemstilling er vi ute etter å forstå og tolke informantenes tanker, oppfatninger og begrunnelser rundt undervisning i ligninger. Derfor vil vår studie plasseres under det konstruktivistiske paradigmet. Creswell (2014) hevder at en konstruktivist søker etter forståelse for verden vi lever i. I vår studie er vi ute etter å få forståelse for lærernes oppfatninger av undervisning i ligninger. Postholm (2010) hevder at alle kvalitative studier kan plasseres under det konstruktivistiske paradigme. Vårt ontologiske ståsted er at alle mennesker konstruerer sin egen virkelighet. Ingen mennesker har den samme oppfatningen av verden (Postholm, 2010), og lærerne i vår studie har sin egen konstruerte virkelighet. Vårt epistemologiske ståsted vil være at kunnskap blir konstruert mellom mennesker i sosial samhandling. Kunnskap er i stadig endring og ny kunnskap konstrueres i nye sosiale sammenhenger (Postholm, 2010).

### **3.2 Generisk kvalitativ metode**

Som tidligere nevnt (3.1) har vi i denne oppgaven tatt utgangspunkt i et konstruktivistisk kunnskapssyn. Dette har lagt føringer på hvilken tilnærming vi har hatt til forskningsprosjektet.

Caelli, Ray og Mill (2003) skriver at generisk kvalitative studier er blant de mest vanlige formene for kvalitative studier innen utdanning. En slik studie følger ikke nødvendigvis en bestemt metodologisk tilnærming, men søker å gjøre en av to ting: enten kombinere flere tilnærminger, eller la være å uttrykke et bestemt standpunkt i det hele tatt (Caelli m fl, 2003). Denne tilnærmingen er fleksibel og gjør at vi som forskere kan velge de strategiene vi mener er mest hensiktsmessig for å besvare vår problemstilling.

For at leseren skal kunne evaluere en generisk kvalitativ studie på en riktig måte, skriver Caelli m fl (2003) at rapporten må være detaljert. For å sikre troverdigheten må studien oppfylle fire hovedområder (Caelli m fl, 2003). Disse har vi oversatt til: forskerens teoretiske posisjonering, samsvar mellom metodologi og metode, strategier for å oppnå nøyaktighet og forskerens analytiske syn. Poenget med dette er å sørge for at studien er sammenhengende, samt sikre riktig fremgangsmåte innen epistemologi.

### **3.3 Utvalg**

For å besvare problemstillingen vår, hadde vi en kvalitativ tilnærming til prosjektet. En slik tilnærming legger noen føringer for utvalget av informanter. Johannesen og Tufte (2002) beskriver kvalitative undersøkelser som intensive, med hensikt å få mye informasjon om et begrenset antall informanter. Utvalg bør av den grunn velges strategisk med vekt på hensiktsmessighet (Johannessen og Tufte, 2002). Dette vil si at forskeren velger utvalget sitt bevisst basert på hva han mener er hensiktsmessig. Fordi prosjektet vårt er en avsluttende avhandling på lærerutdanningen for 5.-10. trinn, fant vi det hensiktsmessig å forske på lærere som underviser på disse trinnene. Videre er grunnlaget for problemstillingen basert på opplevelser i praksis på ungdomsskolen, som ga oss ytterligere motivasjon til å snevre inn utvalget til ungdomsskolelærere. Dessuten er prosjektet et bidrag innen matematikdidaktikk. Dette impliserte to kriterier for våre informanter: informantene måtte være ungdomsskolelærere, og undervise i matematikk. Et slikt utvalg kan knyttes til det Christoffersen og Johannessen (2012) kaller kriterieutvelgelse.



Det viste seg å være vanskelig å finne et godt svar på hvor mange informanter som var tilstrekkelig i en kvalitativ studie. Creswell (2014) skriver at det ikke finnes et eksakt svar på hvor mange informanter som vil være tilstrekkelig i alle tilfeller, men at forskeren må velge målrettet hvem han skal intervju. Et viktig spørsmål i denne utvelgelsen er hvem som kan gi forskeren best svar på hans forskningsspørsmål. Dette ble ivaretatt med kriteriene vi satte i avsnittet over. Creswell (2014) foreslår så at kvalitative studier kan basere seg på tre til ti informanter. Morse (2000) skriver at antall informanter gjerne har sammenheng med metoden forskeren har brukt for å samle inn data. Postholm (2010) foreslår at mellom tre og 25 informanter vil være tilstrekkelig, mens Johannesen og Tuft (2002) foreslår 10-15. Postholm (2010) hevder videre at det i en mindre studie vil være hensiktsmessig med et lavt antall informanter. Christoffersen og Johannesen (2012) skriver at i studentprosjekter vil det være hensiktsmessig å begrense utvalget til færre enn ti. Derfor ønsket vi i utgangspunktet rundt åtte informanter.

Proessen med å innhente informanter viste seg å være langt mer utfordrende enn vi hadde sett for oss. Vi tok kontakt med samtlige skoler i nærområdet. Etter en noe begrenset respons fra disse skolene, måtte vi ta kontakt med skoler også i distriktet. Etter gjentatte forsøk på å få kontakt med skolene som ikke hadde respondert på våre henvendelser, så vi oss nødt til å begrense utvalget fra åtte til seks informanter. Mot slutten av prosessen tok vi kontakt med forelesere på universitetet, som brukte sine kontakter ute i skolen til å skaffe oss tilstrekkelig med informanter.

Til slutt endte vi opp med seks informanter. Blant disse informantene var det stor variasjon i alder, utdanningsbakgrunn og arbeidserfaring. Informantene hadde også ulik erfaring innen undervisning i ligninger, som var temaet i vår masteroppgave. Etersom målet med prosjektet var å undersøke hva lærerne mener er hensiktsmessig undervisning i ligninger så vi ikke noen begrensninger i at lærerne ikke hadde så lang arbeidserfaring, ettersom de trolig ville ha en formening om hvordan de ønsket å gjennomføre god undervisning i emnet.

### **3.4 Intervju som forskningsmetode**

Christoffersen og Johannesen (2012) hevder at kvalitative intervjuer er den vanligste måten å samle inn data på i kvalitativ forskning. Ved bruk av et kvalitativt intervju vil informantene kunne forklare og utdype sine svar. Dette vil ved analyse av intervjudata gi oss gode

muligheter til å få et innblikk i lærernes oppfatninger og et godt grunnlag for å beskrive disse (Christoffersen og Johannesen, 2012). Formålet med intervjuet vårt er å få en forståelse av lærernes tanker og oppfatninger rundt undervisning i ligninger. Ifølge Christoffersen og Johannesen (2012) er samtaler viktig for at mennesker skal forstå hverandre gjennom beskrivelser av deres tanker. Dette gjør at intervju er et naturlig valg av metode i vårt forskningsprosjekt. Vi kunne brukt observasjon som metode i tillegg til intervju. Da ville vi ifølge Christoffersen og Johannesen (2012) både fått sett hva de faktisk gjorde og fått høre hvorfor de gjorde som de gjorde. På grunn av begrensningene i tid og størrelse på masteroppgaven valgte vi kun å bruke intervju som metode.

Kvale (1997) skiller mellom tre typer kvalitative intervju: ustrukturert, semistrukturert og strukturert intervju. Det samme skillet gjør Johannesen og Tufte (2002). Ved et strukturert intervju er det et fast oppsett av spørsmål og rekkefølgen på spørsmålene er fastsatt på forhånd. Ved et ustrukturert intervju er ikke spørsmålsformuleringen eller rekkefølgen satt opp på forhånd, men intervjuet bærer mer preg av en samtale. Mellom strukturert og ustrukturert intervju finner vi det semistrukturerte intervjuet. Her er intervjuet basert på en intervjuguide, men den fungerer ikke som et spørreskjema, men mer som en liste over temaer og generelle spørsmål som skal tas opp under intervjuet (Johannesen og Tufte, 2002).

På bakgrunn av dette valgte vi å gjennomføre et semistrukturert intervju. Kvale (1997) hevder at denne formen for intervju har som mål å la informanten gi en så fri beskrivelse som mulig, samtidig som den er strukturert da tematikken er forutbestemt. Semistrukturerte intervju er en metode som gir forskeren en bedre mulighet til å samle inn data om informantens verdier, antakelser og oppfatninger (Cohen, Manion og Morrison, 2007). Grunnen til at vi ikke valgte strukturert intervju er at formålet med studien er lærernes oppfatninger av undervisning i ligninger og at disse kommer best frem ved et semistrukturert intervju. Fordi vi er nokså uerfarne forskere var det nyttig å kunne forholde seg til en intervjuguide med forutbestemte tematikker i intervjusituasjon. Derfor valgte vi også bort ustrukturert intervju som metode.

Intervjuet vårt var semistrukturert ved at vi på forhånd hadde utarbeidet en intervjuguide som var utgangspunktet for samtalen. Vi startet samtlige intervju med generelle spørsmål om deres utdannings- og yrkesbakgrunn for å få samtalen i gang. Vi fulgte intervjuguiden og rekkefølgen på spørsmålene i stor grad, men om læreren begynte å snakke om et annet tema i løpet av sitt svar avvek vi fra rekkefølgen og tok dette temaet opp da. Det var en trygghet for

oss å kunne følge intervjuguiden og rekkefølgen på spørsmålene. Vi hadde forberedt noen oppfølgingsspørsmål til alle våre spørsmål. Disse stilte vi dersom lærerens svar var korte eller ufullstendige, og der vi mente at dette trengte en nærmere begrunnelse, forklaring eller et eksempel. I det vi fikk inntrykk av at en lærer hadde fått sagt sitt om et tema gikk vi videre til neste spørsmål. Dette var avgjørelser det var vanskelig å planlegge, da alle intervjuene utviklet seg i forskjellig retning og alle informantene var forskjellige. Disse avgjørelsene måtte vi ta i løpet av intervjusituasjon.

### **3.4.1 Utarbeidelsen av intervjuguiden**

Når en benytter seg av intervju som metode er utforming av en intervjuguide nødvendig (Cohen m fl, 2007). Som beskrevet i kapittel 3.4 baseres et semistrukturert intervju som vårt seg på en intervjuguide. Denne intervjuguiden skal inneholde en oversikt over emner som skal dekkes og forslag til spørsmål som kan stilles (Kvale og Brinkman, 2015). Her er det rom for både avsporinger og oppfølgingsspørsmål slik at vi på en bedre måte kan få frem lærernes oppfatninger.

I forbindelse med forskning på læreres oppfatninger kommer Thompson (1992) med et sentralt poeng: *“researchers must go beyond teachers’ professed beliefs and at least “examine teachers’ verbal data along with observational data of their instructional practice or mathematical behavior”* (Thompson, 1992, s. 135). Thompsons sitat viser at det er hensiktsmessig å knytte noe observerbart til informantens utsagn. I tillegg hevder Cohen m fl (2007) at informantens utsagn kan avvike fra det de gjør i praksis. Phillip (2007) hevder at en forsker ikke studerer oppfatninger generelt, men i en kontekst. Det vil si at oppfatninger kan få andre betydninger i konkrete situasjoner. Oppfatninger er kontekstavhengig og knyttet til spesifikke aspekter, og vil kunne bli påvirket av situasjonen læreren er i (Beswick, 2005). Oppfatninger er altså noe som kan variere ut fra hvilken kontekst en befinner seg i. På bakgrunn av dette valgte vi å knytte noen oppgaver til intervjuet vårt. Dette var både et forsøk på å sikre at informantens svar og praksis samsvarer, men også for å skape ulike kontekster i intervjusituasjon. På denne måten kunne vi se om oppfatningene til lærerne endret seg avhengig av konteksten.

Vår intervjuguide (se vedlegg 3) har en teoretisk bakgrunn i oppfatninger av matematikk, oppfatninger av undervisning i matematikk og oppfatninger av læring i matematikk som vi

har redegjort for i teorikapittelet. Det som inngår i disse oppfatningene dannet grunnlaget for våre spørsmål. Siden vårt forskningsspørsmål er knyttet til emnet ligninger handlet spørsmålene i stor grad om oppfatninger av ligninger, og av undervisning og læring i ligninger. Intervjuguiden delte vi inn i tre deler. Vi startet intervjuguiden med åpne spørsmål om lærernes oppfatninger av matematikk, undervisning i matematikk og læring i matematikk. Senere gikk vi inn på lærernes oppfatninger av ligninger, undervisning i ligninger og læring i ligninger. Dette gjorde vi for å se om lærerne hadde samme oppfatninger av undervisning og læring i matematikk, som de hadde om undervisning og læring i ligninger. Til slutt ble lærerne presentert for to ulike undervisningsopplegg som begge hadde som læringsmål “*å lage og løse ligninger med en variabel*” som de skulle vurdere, samt fire elevoppgaver de skulle rangere etter vanskelighetsgrad. Intervjuguiden følger også “traktprinsippet” til Dalen (2011). Den handler om at en starter intervjuet med veldig åpne og generelle spørsmål før en senere i intervjuet fokuserer spørsmålene mer inn på de mest sentrale temaene (Dalen, 2011). Dette har vi gjort ved å begynne intervjuet med spørsmål om oppfatninger av matematikk og undervisning og læring i matematikk, for så å fokusere spørsmålene inn mot oppfatninger av ligninger og undervisning og læring i ligninger.

Den første delen handlet om lærerens oppfatninger av matematikk, og oppfatninger av læring i matematikk og undervisning i matematikk. Denne tredelingen av oppfatninger er basert på Beswicks (2005) modell som vi har presentert tidligere i oppgaven (se tabell 1, kapittel 2.3). I starten av intervjuet er det viktig å stille åpne og generelle spørsmål slik at informanten føler seg vel og avslappet (Dalen, 2011). Vi begynte intervjuet med spørsmålet “hva er matematikk for deg?”. Dette er et spørsmål der informanten helt fritt kan prate om matematikk og hva matematikk er for han. I tillegg vil informantens svar på dette spørsmålet si noe om hvilke oppfatninger de har av matematikk. I denne delen dreide spørsmålene seg kun om lærernes oppfatninger av matematikk og undervisning og læring i matematikk. Ved å bruke tredelingen til Beswick (2005) med tilhørende underkategorier (se tabell 1, kapittel 2.3) var vi forberedt på hvilke typer svar lærerne kunne komme med. Spørsmålene som ble utarbeidet i del 1 av intervjuguiden tok utgangspunkt i denne tredelingen, samt at de kunne bidra til å svare på forskningsspørsmålet vårt.

Den andre delen handlet om lærerens oppfatninger av ligninger, og oppfatninger av læring og undervisning i ligninger. Denne tredelingen bygger på det samme som del 1, men her har vi et fokus på emnet ligninger og ikke matematikk generelt. Spørsmålene i del 2 er til dels like de i

del 1. Grunnen til at vi valgte å stille noen av de samme spørsmålene om ligninger er at oppfatninger er kontekststøttet (Phillip, 2007). Her ønsket vi å se om lærerens oppfatninger av undervisning og læring endret seg når det handlet spesifikt om ligninger, og ikke bare matematikk generelt. I tillegg spør vi i vårt forskningsspørsmål konkret om undervisning i ligninger, også dette gjorde at det var relevant å spørre lærerne spesifikt om ligninger. Et eksempel på spørsmål som er likt i del 1 og del 2 er “hva mener du er god undervisning i matematikk?” og “hva mener du er god undervisning i emnet ligninger?”. Dette spørsmålet stiller vi for å se om lærernes oppfatninger av undervisning er ulike når de snakker om matematikk generelt kontra spesifikt om ligninger.

Den tredje og siste delen baserte seg på de to undervisningsoppleggene (se vedlegg 4) og de fire elevoppgavene (se vedlegg 5). Begge undervisningsoppleggene og de fire oppgavene har en teoretisk forankring.

Utgangspunktet og læringsmålet for begge undervisningsoppleggene er likt, nemlig at elevene skal lage og løse ligninger med én variabel. Det som skiller disse to er hvilken forståelse det undervises for, vi har da tatt utgangspunkt i undervisning for prosedyrell forståelse og undervisning for konseptuell forståelse (se kapittel 2.4.3). “Undervisning A” bygger på teorien om undervisning som utvikler konseptuell forståelse. I dette undervisningsopplegget legger en vekt på at det er elevene selv som må skape kunnskapen. Fokuset ligger på hvorfor prosedyrene fungerer og oppgavene er lagt opp slik at elevene kan løse de ved å bruke ulike fremgangsmåter (Hiebert og Grouws, 2007). “Undervisning B” tar utgangspunkt i teorien om undervisning som utvikler prosedyrell forståelse. Dette undervisningsopplegget legger vekt på at elevene skal lære seg en fremgangsmåte for å lage og løse ligninger. Fokuset ligger på innlæring av matematiske prosedyrer skjer i en bestemt kontekst (Hiebert og Lefevre, 1986).

De fire oppgavene som medfølger intervjuguiden har sin teoretiske forankring i relasjonell og instrumentell forståelse (se kapittel 2.4.1), konseptuell og prosedyrell forståelse (se kapittel 2.4.2) og de ulike algebraiske aktivitetene Kieran (2007) beskriver i sin GTG-modell (se kapittel 2.5.1-2.5.4). Oppgave 1 kan knyttes til konseptuell forståelse. Dette fordi konseptuell forståelse handler om å knytte sammen kunnskap og se sammenhengen mellom kunnskap en besitter (Hiebert og Lefevre, 1986). Oppgaven kan også knyttes til Van de Walle m fls (2015) tre oppfatninger av likhetstegnet. I denne oppgaven krever det at elevene ser sammenhengene

mellom uttrykket på venstre side og høyre side av likhetstegnet. Det finnes ikke en gitt algoritme eleven kan ha lært seg for å løse denne oppgaven da den krever refleksjon og vurdering fra elevens side. Oppgave 2 kan knyttes til instrumentell forståelse og transformerende aktiviteter. Dette fordi oppgaven kan løses ved å kunne bruke en bestemt algoritme uten og nødvendigvis vite hvorfor den fungerer (Skemp, 1976). Oppgaven inngår også i transformerende aktiviteter fordi det er en regelbasert oppgave som handler om manipulasjon av ligninger for å vedlikeholde ekvivalens (Kieran, 2007). Den har også en tilknytning til Küchemanns (1981) seks måter elever forstår og bruker bokstaver i algebra. Oppgave 3 kan knyttes direkte til Kierans (2007) genererende aktiviteter. Oppgaven handler om å lage et generelt uttrykk for det stigende mønsteret. Genererende aktiviteter dreier seg blant annet om formulering av generelle uttrykk og generalisering av mønster (Kieran, 2007). Oppgave 4 kan knyttes til både genererende og resonnerende aktiviteter. Oppgaven er en tekstoppgave der elevene må lage et matematisk uttrykk av en virkelig situasjon, som er modellering (Blomhøj og Kjeldsen, 2006). Modellering er en aktivitet som inngår i Kierans (2007) resonnerende aktiviteter, og derfor vil denne oppgaven kunne knyttes til denne teorien. Oppgaven kan knyttes til genererende aktiviteter fordi elevene må formulere et generelt uttrykk.

Vi måtte tenke på hvilke data vi var ute etter for å svare på problemstillingen da vi utarbeidet spørsmålene til intervjuguiden. Dette gjorde vi ved å ta utgangspunkt i studiene vist til i Beswick (2005) og Cross (2009). Begge disse artiklene viste til studier om oppfatninger i matematikk og om oppfatninger av undervisning og læring i matematikk. Et slikt spørsmål var for eksempel "*Hvordan mener du elever lærer matematikk best?*". Her får vi fram lærernes oppfatninger rundt læring av matematikk. I tillegg stilte vi spørsmål som var knyttet direkte opp mot problemstillingen vår, som for eksempel "*Hva mener du er god undervisning i ligninger?*". Begge disse er eksempler på spørsmål som gir oss data som kan svare på problemstillingen vår. Dalen (2011) sier at det er viktig å stille spørsmål som gjør at informantene åpner seg og forteller med egne ord om opplevelser og erfaringer. Intervjuguiden var preget av åpne spørsmål som ikke var ledende, slik som de to nevnte eksemplene. Lærerne kunne fritt komme med sine beskrivelser og tanker rundt spørsmålet, og trekke frem det de mener er særlig viktig innenfor temaet. Vi ønsket i minst mulig grad å påvirke lærerne da vi var ute etter deres tanker, oppfatninger og refleksjoner rundt undervisning i ligninger. Vi fulgte så opp med oppfølgingsspørsmål som "*Hvorfor gjør du det slik?*" og "*Kan du komme med noen eksempler?*". Dette gjorde vi for at lærernes beskrivelser

skulle bli mer konkrete ved at de måtte knytte svarene sine opp mot egen undervisning. Dersom informanten kom med et poeng eller utsagn som vi anså som viktige stilte vi spørsmål som *“Kan du utdype dette?”*, *“Kan du si litt mer om det?”* eller lignende. På denne måten sørget vi for å få en best mulig helhetlig forståelse av lærernes tanker og oppfatninger om temaet.

### **3.4.2 Prøveintervju**

Vi valgte å gjennomføre et prøveintervju for å gjøre oss kjent med intervjusituasjon. Dalen (2011) hevder at det i kvalitative intervjustudier må foretas prøveintervju. Dette for både å teste ut intervjuguiden, men også for å teste seg selv som intervjuer (Dalen, 2011). Vi hadde håpet å få en matematikklærer på ungdomsskolen som deltaker på prøveintervjuet, men på grunn av lite respons i innhenting av informanter måtte vi bruke en medstudent som også skriver sin masteroppgave i matematikkdiraktikk. Et prøveintervju hadde likevel stor nytteverdi, ettersom vi er uerfarne forskere. Ved å gjennomføre et prøveintervju fikk vi kjennskap til og testet oss i rollen som intervjuere, og avdekt eventuelle utfordringer vi møtte. En erfaring vi tok med oss fra prøveintervjuet var at vi måtte stille flere oppfølgingsspørsmål til informanten, og at vi gjerne kunne forberede flere av disse på forhånd. I tillegg fikk vi avdekket om det var noen spørsmål som var vanskelig å forstå eller om det var noen spørsmål som ikke var særlig relevant for forskningsprosjektet. I etterkant av prøveintervjuet utbedret vi intervjuguiden noe. Vi omformulerte enkelte spørsmål, la til noen som burde vært med og forberedte oppfølgingsspørsmål i større grad. Dette ble gjort med bakgrunn i inntrykket vi fikk under og etter prøveintervjuet. Noen av spørsmålene vi hadde valgt ut var dårlig formulert og informanten slet med å forstå innholdet i spørsmålet. Vi opplevde også at informantens svar ble veldig korte, og at vi ikke var forberedt på hvilke grep vi kunne gjøre for å få informanten til å utdype sitt svar. Da utarbeidet vi i etterkant oppfølgingsspørsmål som er eksemplifisert i kapittel 3.4.1.

### **3.4.3 Gjennomføring av intervju**

Kvale og Brinkman (2015) hevder at bruk av flere intervjuere i et forskningsprosjekt kan medføre ulike uttalelser om det samme temaet, og at det kan være en styrke i intervjusituasjon. På grunn av vår manglende erfaring som intervjuere valgte vi begge å være tilstede under gjennomføringen av selve intervjuet. Den ene hadde hovedansvaret som intervjuer, mens den andre var tilstede og kunne stille oppfølgingsspørsmål der det var

nødvendig og ellers bidra i samtalen. Grunnen til at vi bevisst valgte å dele opp rollene var for det første at intervjuet skulle oppleves som forutsigbart for informantene, ved at det var en som tydelig ledet intervjuet. Dette skapte forutsigbarhet og gjorde den praktiske gjennomføring av intervju enklere. For det andre var det en trygghet for oss at begge var tilstede, samt at det var svært nyttig at den som ikke ledet intervjuet kunne komme med innspill og oppfølgingsspørsmål som ikke var planlagt. Intervjuene ble gjennomført individuelt med de aktuelle informantene og på grupperom på de respektive skolene.

Før selve gjennomføringen informerte vi informantene om deres rettigheter, de ble minnet på at intervjuene ble anonymisert og at de hadde muligheten til å trekke seg når som helst og uten grunn. Dette gjorde vi for å sikre oss at informantene hadde fått med seg informasjonen i samtykkeskjemaet som ble sendt ut på forhånd, samt at det ga de en anledning til å stille oss spørsmål vedrørende dette. Vi gjennomgikk hvordan intervjuet var delt opp og hvordan det ville foregå slik at informantene ble forberedt på hva som ventet. Vi informerte også informantene om at intervjuet ville bli tatt opp og at dette kun skulle brukes av oss som forskere i analyseprosessen av prosjektet. Vi benyttet oss av lydopptak slik at vi kunne ha tilgang til datamaterialet i ettertid, men også for at vi begge kunne ha fullt fokus på informantene i intervjusituasjon. Det ble satt av god tid til alle intervjuene slik at informantene skulle få tid til å svare. Intervjuene ble gjennomført over en fireukers periode og de hadde en varighet på omkring 45 minutter, noen litt lengre og noen litt kortere.

### **3.5 Analyse av datamaterialet**

Vi benyttet oss av en tematisk analyse. En slik analyse brukes for å identifisere, analysere og rapportere mønster (tema) forskeren finner i dataene (Braun og Clarke, 2006). Denne metoden beskrives som grunnleggende innen kvalitativ analyse, og bør derfor være den første metoden nye forskere lærer. Braun og Clarke (2006) skiller mellom det de kaller induktiv tilnærming til analyse og deduktiv tilnærming til analyse. Vi valgte å bruke en induktiv tilnærming til analysen. I en slik tilnærming blir kategoriene utarbeidet med utgangspunkt i datamaterialet.

#### **3.5.1 Tematisk induktiv analyse**

Tematisk analyse er en metode forskeren bruker for å identifisere, analysere og rapportere mønster i hans data (Braun og Clarke, 2006). Målet i en slik analyse er å organisere og beskrive dataene i detalj, uten å nødvendigvis knytte disse til teori. En tematisk analyse av



data kan brukes for å redegjøre for informantenes meninger og erfaringer. Braun og Clarke (2006) skriver dessuten at tematisk analyse vil være en hensiktsmessig analysemetode for nye kvalitative forskere. I vår studie ønsket vi å undersøke lærernes oppfatninger av undervisning i ligninger. I analysen ble det derfor lagt vekt på å kategorisere disse. Derfor ble en tematisk analyse av vår data valgt. Dessuten er vi nye forskere, og en analysemetode uten sterke teoretiske retningslinjer ble sett på som hensiktsmessig for oss.

Braun og Clarke (2006) har utarbeidet en guide for tematisk analyse i seks faser. Noen av disse fasene finnes også i andre kvalitative analysemetoder. De presiserer også at denne guiden ikke fungerer som en regel for hvordan en slik analyse skal gjennomføres, og oppfordrer til fleksibel bruk der forskeren gjerne kan forflytte seg fritt mellom fasene. Under skal vi redegjøre for hva disse fasene innebærer og hvordan vi har benyttet oss av disse i analysen. Vi har oversatt fasene til: bli kjent med datamaterialet (*familiarizing yourself with the data*); generere innledende koder (*generating initial codes*); søke etter kategorier (*searching for themes*); gjennomgå kategoriene (*reviewing themes*); definere og navngi kategoriene (*defining and naming themes*) og skrive rapport (*producing the report*) (Braun og Clarke, 2006).

Transkribering er en skriftliggjøring av verbale data, og er ifølge Braun og Clarke (2006) en del av den første fasen i en tematisk analyse der vi blir kjent med datamaterialet. Kvale og Brinkman (2015) skriver at transkribering handler om at intervjuene blir gjort om fra muntlig form til skriftlig form. På denne måten er de bedre egnet for analyse. Kvale og Brinkman (2015) viser til at det ikke finnes noen universell form eller kode for transkripsjon. Siden vi er to forskere på dette prosjektet, delte vi opp lydopptakene og transkriberte hver for oss. Braun og Clarke (2006) skriver at dersom forskeren har samlet dataene gjennom interaksjon vil den som analyserer trolig ha noen inngående analytiske interesser. Derfor er det svært viktig at forskeren setter seg godt inn i dataene gjennom nøye lesing. På forhånd gjorde vi noen avtaler om skriveprosedyre for at transkripsjonene skulle lettere la seg analysere og sammenligne; vi valgte å transkribere på bokmål, vi valgte å ta med informantenes pauser, gjentakelser og ufullstendige setninger. Vi transkriberte så all intervjudata. Dette gjorde at vi ble bedre kjent med det datamaterialet vi hadde. Vi gjennomgikk så hverandres transkripsjoner mens vi hørte på opptakene fra intervjuene for å kvalitetssikre disse, noe som gjorde at begge ble kjent med transkripsjonene. I denne prosessen oppdaget vi utsagn som kunne styrke våre funn, selv om vi i utgangspunktet hadde

tenkt at det ikke var relevant for studien. Under transkripsjonene gjorde vi oss tanker og refleksjoner om intervjuet som vi diskuterte under analyseprosessen.

Etter transkriberingen av intervjuene ble transkripsjonene skrevet ut for å innledende kodes manuelt hver for oss. Da vi begge hadde transkribert og utarbeidet koder hver for oss, sammenlignet vi begges koder mot hverandre og skrev ned de vi synes var relevant for problemstillingen vår. En kode er ifølge Saldaña (2016, s. 3) et ord eller en kort setning som gir et summativt, fremtredende og/eller essensfangende bidrag til en del av språkbasert eller visuell data. Ifølge Braun og Clarke (2006) identifiserer koder interessante deler av datamaterialet. Kodene som utarbeides i denne fasen hjelper forskeren å organisere data. Vi lette blant annet etter lærernes oppfatninger av matematikk og ligninger generelt, og læring og undervisning i matematikk og ligninger. Dette var data vi anså som relevante for å svare på problemstillingen vår. Dersom vi oppdaget interessante data, markerte vi dette i margen med et ord eller uttrykk som skulle være beskrivende for utsagnet. Et eksempel på dette er da vi leste en informants beskrivelse av hvilke egenskaper som måtte ligge til grunn for at en matematikklærer skal kunne gjennomføre god undervisning. Vi markerte følgende tre koder fra transkripsjonen; faglig dyktig, relasjonskompetanse og didaktisk kompetanse. Disse kodene markerte deler av datamaterialet som vi anså som interessant for å svare på problemstillingen vår, slik Clarke og Braun (2006) beskriver koder. Kodene gjorde dessuten at dataene våre ble bedre organisert. Da vi hadde analysert og kodet alle transkripsjonene, ble alle utsagnene innen hver kode skrevet i ett dokument, noe som ga oss ytterligere oversikt over datamaterialet vårt. Vi sammenlignet så alle kodene for å se om noen koder betød det samme og dermed kunne slås sammen, og/eller om noen koder ikke bidro til å svare på problemstillingen vår og dermed kunne fjernes.

Etter fase to hadde vi utarbeidet en rekke koder fra alle transkripsjonene. I fase tre skriver Braun og Clarke (2006) at forskeren skal søke etter kategorier. Dette gjøres ved at kodene sorteres i potensielle kategorier, og allerede identifiserte kategorier blir fylt opp med relevante koder. For å gjøre dette brukte vi de allerede sorterte kodene fra fase to for å se om noen koder kunne knyttes sammen til en kategori. På slutten av denne fasen hadde vi utarbeidet flere kategorier vi synes var interessante, og relevante for å svare på problemstillingen vår. "Lærerens undervisningskunnskap" var en kategori vi utarbeidet i fase tre av analysen. I fase to hadde vi utarbeidet tre koder som beskrev hvilke egenskaper en matematikklærer må ha for å kunne drive gode undervisning. Disse kodene var; faglig dyktig, relasjonskompetanse og

didaktisk kompetanse. Vi mente at essensen i disse kodene handlet om lærernes undervisningskunnskap. Disse kodene ble derfor sammenfattet til kategorien “Lærerens undervisningskunnskap”. Kategorien beskriver kunnskapen lærerne må ha for å drive god undervisning i matematikk.

Braun og Clarke (2006) skriver at kategoriene gjennomgås i fase fire. I denne fasen finpusses kategoriene forskeren har utarbeidet. Her kan noen kategorier fjernes, noen slås sammen eller noen deles opp i flere kategorier dersom dette er hensiktsmessig. Kategoriene må vurderes nøye om det er klare skiller mellom dem, og om dataene man har plassert innen kategoriene passer inn (Braun og Clarke, 2006). Vi tok for oss alle kategoriene vi hadde utarbeidet. Blant disse var “Lærerens undervisningskunnskap” som kategori. Kategorien inneholdt tre koder; faglig dyktig, relasjonskompetanse og didaktisk kompetanse. Da vi så nærmere på disse, ble det klart for oss at koden *didaktisk kompetanse* måtte fjernes som resultat av lite data. Samtidig kom det fram at både koden *faglig dyktig* og *relasjonskompetanse* hadde tilstrekkelig med data for å utgjøre to kategorier. Lærerens undervisningskunnskap ble derfor omgjort til kategoriene *Læreren må være faglig dyktig* og *Læreren må ha god relasjonskompetanse*.

Fase 1 (bli kjent med datamaterialet)	Fase 2 (generere innledende koder)	Fase 3 (søke etter kategorier)	Fase 4 (gjennomgå kategoriene)
Transkribering av intervjuene.	Faglig dyktig Relasjonskompetanse Didaktisk kompetanse	Lærerens undervisningskunnskap	Læreren må være faglig dyktig  Læreren må ha god relasjonskompetanse

Tabell 2: Utviklingen av kategoriene *Læreren må være faglig dyktig* og *Læreren må ha god relasjonskompetanse*

I nest siste fase skriver Braun og Clarke (2006) at forskeren definerer og navngir kategoriene. Målet i denne fasen er å trekke ut essensen av kategorien, og avgjøre hvilke aspekter ved dataene hver kategori fanger. Forskeren forklarer i denne fasen hva dataene (i vårt tilfelle transkripsjonen) sier, og hvorfor disse dataene faller innenfor denne kategorien. Braun

og Clarke (2006) presiserer viktigheten av å beskrive hvorfor forskeren har valgt dette datamaterialet innen hver kategori. I vår studie har vi benyttet oss av samme struktur i redegjørelsen av hver kategori. Vi har begynt med en kort redegjørelse for hvor mange læreres utsagn vi har basert oss på i utarbeidelsen av hver kategori. Videre har vi forklart i korte trekk hva som kjennetegner hver kategori. Etter dette har vi tatt med sitatene vi så på som mest hensiktsmessig for hver kategori. Sitatene er vurdert etter hvor godt de redegjør for kategorien, og om de omfatter mest mulig av essensen i det lærerne har sagt i intervjuene. Sitatene har vi forklart nærmere, både vår tolkning av deres utsagn og hvorfor dette passer inn i kategorien. På slutten av hver kategori har vi oppsummert lærernes utsagn, og knyttet dette til teori.

Braun og Clarkes (2006) siste fase handler om å ferdigskrive rapporten. I denne fasen gjør forskeren den siste analysen og skriver rapporten som skal publiseres. Målet i denne fasen er å overbevise leseren om validiteten i analysen. For å gjøre dette på en god måte er det viktig at forskeren framstiller analysen på en konsis, sammenhengende, logisk og interessant måte (Braun og Clarke, 2006).

### **3.8 Kvalitet på studien**

I dette kapittelet vil vi se på studiens kvalitet. Vi vil drøfte både studiens gyldighet og pålitelighet, samt hvilke etiske hensyn som er knyttet til forskningen vår. Avslutningsvis vil vi komme med kritikk mot metodevalget vårt.

#### **3.8.1 Validitet**

Validitet viser til dataenes gyldighet (Johannesen og Tufte, 2002). Postholm (2010) forklarer at validiteten baserer seg på om metoden undersøker det som var forskerens intensjon om å undersøke. Dette knyttes til hva forskeren kommer fram til gjennom sine tolkninger (Thagaard, 2013). Kriterier for god validitet vil være om forskerens fortolkning av utsagn fra informantene er dokumentert på en rimelig måte, og er logisk konsekvent (Postholm, 2010). Silverman (2011, gjengitt i Thagaard, 2013, s. 205) skriver at transparens i studien vil styrke validiteten. I denne sammenhengen er studien transparent dersom forskeren tydelig redegjør for hvordan hans fortolkninger gir grunnlag for konklusjonen. Intervjuguiden vår ble skrevet med utgangspunkt i problemstillingen til studiet vårt. Spørsmålene har vært åpne, og

kun hatt fokus på lærernes meninger om matematikk, matematikkundervisning, ligninger og undervisning i ligninger.

Noble og Smith (2015) beskriver validitet i kvalitativ forskning som integriteten i studien, hvordan metodene blir brukt og om resultatene reflekterer datamaterialet. Måten en kan sikre at resultatene samsvarer med datamaterialet på er ifølge Noble og Smith (2015) å vise til at flere virkeligheter finnes og ved å definere forskerens ståsted som kan ha innvirkning på forskningen. Dette har vi gjort ved å forankre vår studie i det konstruktivistiske paradigme og redegjøre for vårt ontologiske og epistemologiske ståsted (se kapittel 3.1).

Et tiltak Noble og Smith (2015) viser til som forskere kan gjøre i kvalitativ forskning for å sikre dataenes gyldighet er å ha en fyldig og rik beskrivelse av informantens utsagn for å underbygge resultatene. Dette støttes av Creswell og Miller (2000) som også sier at en fyldig og rik beskrivelse vil styrke validiteten. Dette er relevant for vår studie siden vi baserer våre funn på informantens utsagn. Vi har etterstrebet dette ved å ta med sitater som inneholder mye informasjon om det informantene mener. Vi har uttrykt i hvilken kontekst sitatet er hentet fra, samt at vi har kommet med en beskrivelse og tolkning av sitatet.

Et annet tiltak som Creswell og Miller (2000) trekker frem for å sikre validitet i studien er at utvalget må være passende med studiens formål, og må bestå av informanter som har kunnskap om temaet og informanter som kan representere utvalget. Utvalget vårt må basert på problemstillingen bestå av matematikklærer på ungdomsskolen. Alle våre seks informanter er matematikklærere på ungdomsskolen, med utdanning og erfaring som gjør at de har kunnskap om temaet og kan være representanter for utvalget.

### **3.8.2 Reliabilitet**

Reliabilitet handler om studiens pålitelighet (Tjora, 2012). Studiens pålitelighet baserer seg på nøyaktigheten til studiens data (Christoffersen og Johannessen, 2012). Postholm (2010) skriver at reliabiliteten til en studie avgjøres etter hvorvidt studien kan reproduseres med samme resultat. Dersom studien reproduseres med samme resultat, tyder dette på høy reliabilitet. Christoffersen og Johannessen (2012) beskriver dette som test-retestreliabilitet. Dette er ifølge Postholm (2010) et lite hensiktsmessig mål på reliabilitet i kvalitativ intervju. Informanten vil sjelden svare på samme måte dersom intervjuet skulle gjentas, både fordi

informanten ikke vil huske hva han har svart og fordi informanten vil ha økt innsikt etter første intervju. Derfor bør reliabiliteten måles på bakgrunn av studiens stabilitet og konsekvente gjennomføring. Silverman (2011, gjengitt i Thagaard, 2013, s. 202) skriver at transparens vil styrke reliabiliteten på samme måte som validiteten. Dette oppnås ved at forskeren detaljert beskriver forskningsstrategier og analysemetoder som er brukt i studien, samt det teoretiske ståstedet fortolkningene er basert på. Noble og Smith (2015) beskriver reliabilitet i kvalitativ forskning som om at reliabiliteten beskriver konsistensen i de anvendte analysemetodene.

I vår studie intervjuet vi seks informanter om deres oppfatninger innen undervisning i ligninger. Målet med studien var å undersøke hvilken undervisning lærerne oppfattet som hensiktsmessig når de skulle undervise i dette. I intervjuguiden var vi opptatte av å utarbeide åpne spørsmål for ikke å påvirke lærernes svar i noen retning. Intensjonen vår var at lærerne skulle komme med sine egne oppfatninger og erfaringer uten noen ekstern påvirkning fra oss som intervjuere.

I metodekapittelet har vi først beskrevet vårt teoretiske ståsted som har vært bakgrunnen for vår tolkning av informantenes svar. Videre har vi gjort rede for vår strategi og analysemetoder som har blitt brukt for å svare på vår problemstilling. Dette har sørget for transparens i forskningen, og styrket vår reliabilitet.

Thagaard (2013) skriver også at forskningens reliabilitet styrkes dersom flere forskere deltar i studien. Dette støttes av Noble og Smith (2015) som sier at et tiltak for å styrke studiens reliabilitet er å være flere forskere eller samarbeide med flere forskere for å redusere feiltolkning og egen påvirkning på både informanter og resultater. I vår studie har vi vært to forskere som har diskutert og kommet fram til beslutninger sammen. På denne måten har vi redusert muligheten for feiltolkning og påvirkning av studien.

### **3.8.3 Etiske betraktninger**

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsfag og humaniora (NESH, 2016) definerer forskningsetikk som “et mangfold av verdier, normer og institusjonelle ordninger som bidrar til å konstituere og regulere vitenskapelig virksomhet.” Videre skriver de at universiteter og høyskoler har et lovpålagt ansvar for at blant annet forskning holder et høyt

nivå og utøves i overensstemmelse med anerkjente etiske prinsipper. Forskeren står til etisk ansvar for alle som deltar i sitt forskningsprosjekt. I dette kapitlet vil vi ta for oss etiske spørsmål i vår studie, og redegjøre for hva vi har gjort i vår studie for å oppfylle disse etiske retningslinjene.

NESH (2016) skriver at ved bruk av opplysninger som kan knyttes direkte eller indirekte til en person er studien meldepliktig. Tidlig i studien ble prosjektet derfor meldt inn til Norsk senter for forskningsdata (NSD). Studien omfatter ingen personopplysninger utover arbeidserfaring og studiebakgrunn, og ble raskt godkjent under den forutsetning av at krav til behandling av personopplysninger ble oppfylt.

NESH (2016) skriver at forskeren skal gi forskningsdeltakerne tilstrekkelig informasjon om forskningens formål, hvem som får tilgang til informasjonen og hvordan resultatene er tenkt brukt. I informasjonsskrivet informantene fikk lese før deltakelsen, gjorde vi rede for alt dette (vedlegg 2). Dette sikret at informantene var klar over studiens formål før de valgte å delta i studien. Videre skriver NESH (2016) at forskeren både må informere og innhente samtykke fra deltakerne i studien. Dessuten skal samtykket være fritt, uten ytre press eller begrensninger av personlig frihet. Et slikt press kan blant annet være forskerens nærvær (NESH, 2016). Informantene våre hadde på forhånd blitt tilsendt informasjonsskrivet og samtykkeskjemaet, og hadde i god tid før intervjudagen hatt mulighet til å trekke seg. Derfor mener vi at deres samtykke var både informert og fritt.

Datamaterialet skal ifølge NESH (2016) lagres forsvarlig, og ikke lenger enn nødvendig. Alt datamaterialet ble anonymisert før lagring. Datamaterialet ble lagret i papirform og oppbevart i låst skap med en kode som kun vi forskerne kjente til. Datamaterialet som ble lagret digitalt ble kryptert og passordbeskyttet. Det vil si at alt av datamateriale ble oppbevart forsvarlig og utilgjengelig for uvedkommende.

Thagaard (2013) skriver at et grunnprinsipp i forsvarlig forskningspraksis er konfidensialitet. Dette betyr i praksis at personlige opplysninger skal være aidentifisert, og forskningsmaterialet anonymisert (NESH, 2016). I praksis betyr dette at informantene ikke skal kunne identifiseres i studien når den publiseres. Vi valgte å bruke fiktive navn for å sikre konfidensialiteten. Alle informantene fikk fiktive navn som ble brukt gjennom alle fasene i

studien; transkriberingen, kodingen og skrivingen av rapporten. Som nevnt valgte vi også å oversette informantenes dialekt til bokmål, noe som sikret anonymiteten ytterligere.

### **3.8.4 Metodekritikk**

Vi benyttet oss av semistrukturert intervju som metode for datainnsamlingen, men det kan hende at intervjuet noen ganger opplevdes som mer strukturert enn det som var ønskelig. Dette fordi vi ikke alltid var kapabel til å stille de rette oppfølgingsspørsmålene eller fordi vi som uerfarne forskere ikke alltid visste hvor mye vi kunne kreve at informantene utdypet og begrunnet sine utsagn. Oppfølgingsspørsmålene vi improviserte underveis i intervjusituasjon har vi i ettertid sett at var noe ledende formulert. Vi forholdt oss nok også i litt for stor grad til hvordan rekkefølgen på spørsmålene var satt opp i intervjuguiden, det vil si at vi stilte spørsmålene slik de sto i intervjuguiden og ikke alltid evnet å hoppe mellom spørsmål der det var naturlig. I ettertid oppdaget vi at responsen vi ga informantene ofte besto av anerkjennende nikk eller muntlige bekreftelser som *ja* eller *fint*. Dette kan virke bekræftende, noe som kan være uheldig siden vi var opptatt av deres oppfatninger og ikke målte deres kompetanse. I den forbindelse har vi også erfart utfordringer ved innhenting av informanter. I starten fikk vi veldig lite respons, dette kan være fordi vi i starten ikke uttrykte klart nok at vi kun var ute etter lærernes erfaringer og oppfatninger, og ikke skulle måle deres kompetanse. Hvis vi hadde uttrykt dette klarere tidligere kan det hende prosessen med å innhente informanter ville gått raskere og det kan hende vi hadde fått flere informanter. Postholm (2010) forklarer at informantene kan prøve å tilfredsstille intervjueren med å svare det en tror at intervjueren ønsker å høre. Dette kan føre til at informantens respons ikke alltid er like pålitelig. Til slutt ønsker vi å trekke frem at studien bygger på et konstruktivistisk paradigme som innebærer at kunnskapen er subjektiv. Det betyr at resultatene ikke kan tolkes som en objektiv sannhet på virkeligheten som studeres.



## 4. Resultater og funn

I dette kapittelet skal vi presentere funnene fra de seks intervjuene vi hadde med lærere på ungdomsskolen. Vi har valgt å gi informantene fiktive navn for å bevare deres anonymitet: Erling, Vegard, Mia, Kari, Bjørn og Jonas. Oss selv henviser vi til som *intervjuer*. Disse to kategoriene stammer fra Beswick (2005) tabell om sammenhengen mellom de ulike oppfatningene. De er også utarbeidet i tilknytting til våre forskningsspørsmål:

- Oppfatninger av matematikk og ligninger
- Oppfatninger av læring og undervisning i matematikk og ligninger

### 4.1 Oppfatninger av matematikk og ligninger

I denne kategorien har vi sett på lærernes ulike oppfatninger av hva matematikk og ligninger er. Som Ernest (1989) skriver vil lærernes oppfatning av matematikk ha en innvirkning på deres handlinger og valg i undervisning. Innenfor denne kategorien har vi utarbeidet fire kategorier basert på lærernes utsagn: *Matematikk som problemløsning*, *Matematikk som skolefag*, *Matematikk er overalt rundt oss, og vi trenger matematikk for å fungere i hverdagen* og *Alle regneoperasjoner er ligning*.

#### 4.1.1 Matematikk som problemløsning

En tendens blant svarene vi fikk om lærernes oppfatninger av matematikk var at de så på matematikken som problemløsning. De hadde fokus på at matematikk dreide seg om å bruke de kompetansene, kunnskapene og ferdighetene man har til å løse ulike problemer. Fire lærer hadde denne oppfatningen av matematikk.

*Bjørn: "Matematikk, det dreier seg om problemer, at du er nødt til å gjøre noe mer enn bare å regne"*

Bjørn sier at matematikk dreier seg om problemer. Videre sier han at i matematikk, så er en nødt til å gjøre mer enn bare å regne. Slik vi tolker dette, mener Bjørn at det å gjøre matematikk dreier seg om mer enn bare å regne. Hans oppfatning av matematikk dreier seg ikke bare om regneoperasjoner, men også om problemer.

*Erling: "Det må jo være ganske mye. Det handler om alt fra mekaniske regnemåter til å modellere noe fra virkeligheten, og oversette det til matematisk symbolspråk for å*

*løse delproblema og hele problema. (...) Og bruke alle mulige kilder for å forstå problemer.”*

Sitatet over er Erlings svar på hva han legger i matematikk. Han svarer først at han legger ganske mye i matematikk, før han blir mer konkret. Da kommer det fram at matematikk handler om alt fra mekaniske regnemåter til å oversette virkeligheten til matematiske symbolspråk gjennom modellering for å løse del- eller hele problemer. I bunn og grunn handler matematikk om å bruke alle mulige kilder innen matematikken for å forstå problemer. Vi tolker det slik at Erlings oppfatning av matematikk dreier seg om at matematikk er sammensatt av mange ulike prosesser som brukes for å løse deler av eller hele problemer.

*Jonas: “Da tenker jeg at man ikke behøver å være den som får de beste karakterene. Jeg tenker at du ser at det er mønster, du tenker logisk, du resonnerer, du bruker på en måte alle de matematiske kompetansene for å løse et problem. (...) og bruker ulike resonnement og tankerekker for å komme frem til en løsning. Det ser jeg på som en som er flink i matematikk”*

Jonas beskriver hva det ifølge han vil si å være flink i matematikk. Han sier at det å være flink i matematikk ikke nødvendigvis handler om å få de beste karakterene, men at en ser mønster, tenker logisk, resonnerer og bruker alle kompetansene i matematikken for å finne en løsning på problemer. Vi tolker det slik at hans oppfatning av matematikk vil styre hva han betegner som en flink elev. Hans oppfatning av matematikk er at det handler om å løse et problem, og det er også hans beskrivelse av en flink elev. For å være flink sier Jonas at elevene må kunne bruke alle de matematiske kompetansene for å løse et problem. Vi tolker dette dithen at Jonas mener at matematikk handler om å bruke de matematiske kompetansene for å løse problemer.

Vi ser av de tre ulike sitatene at alle tre lærerne i større eller mindre grad trekker frem at matematikk handler om problemløsning. Bjørn uttrykker eksplisitt at matematikk handler om problemløsning. Dette støttes av Erling da han mener at matematikk handler om å bruke alle mulige kilder for å løse deler av eller hele problemer. Jonas støtter også dette da han beskriver at en elev som er flink i matematikk bruker de matematiske kompetansene for å løse problemer.

Hana (2014) skriver at problemløsning blir ansett av mange som matematikkens kjerne. Han skriver videre at å løse problemer er grunnleggende i anvendelsen av matematikk. Bjørns utsagn tyder på at også han ser på matematikk slik Hana (2014) beskriver. Erlings utsagn om hva matematikk er, samsvarer med måten Lesh og Zawojewskis (2007) beskriver problemløsning. De ser på problemløsning gjennom modellering og fokuserer på at oppgaven skal gi matematisk mening. Også Jonas' beskrivelse av en flink matematikkelev faller inn under matematikk som problemløsning. Dette er i tråd med Lesh og Zawojewskis (2007) beskrivelse av en problemløseres evner som handler om å kunne se, tolke, beskrive og forklare matematiske situasjoner.

#### **4.1.2 Matematikk er overalt rundt oss, og vi trenger matematikk for å fungere i hverdagen**

Tre lærere hadde den oppfatning av at vi trenger matematikk for å fungere i hverdagen, og at matematikken elevene lærer på skolen bør derfor være relevant for det de møter senere i livet. Vi ser at disse lærerne hadde fokus på elementer som økonomi, høyere utdanning og yrker som krever at du behersker matematikk på både et praktisk og teoretisk nivå, samt hverdagslige utfordringer.

*Jonas: "Matematikk er jo egentlig alt rundt oss, alt som skjer. Alt som foregår i samfunnet i dag er jo basert på matematikk og algoritmer osv., så det er jo egentlig alt. Det handler jo om at dem skal klare seg i livet da. At dem skal overleve. Det går jo alt fra budsjett, til å ta opp lån, til å sjekke om du har fått riktig lønn og feriepenger, ja egentlig alt du skal gjøre i hverdagen handler om matematikk."*

Jonas uttrykker eksplisitt at matematikk er overalt rundt oss, at det er alt som skjer.

Samfunnet i dag er basert på algoritmer og matematikk, og vi trenger derfor matematikk for å klare oss i livet. Videre kommer han med noen eksempler på hva han mener med dette. Vi trenger blant annet matematikk for å sette opp et budsjett og ta opp lån, samt sjekke om vi har fått riktig lønn og feriepenger. Alle disse elementene er eksempler på hvordan matematikken hjelper oss til å fungere i hverdagen.

*Erling: "Dem vil få bruk for det for å forstå, altså om du ikke skal bli matematiker, ingeniør eller økonom så må du kunne forstå matematikk. Alt fra statistikk, til å kunne klokka, telle penger, beregne egen økonomi eller vite hvor stort huset ditt er. Det er*

*overalt rundt oss. Du kommer ikke unna det om du skal ta høyere utdanning. Du kommer ikke unna det hvis du skal bli snekker, elektriker eller rørlegger.”*

Erling svarer i utgangspunktet på hvorfor elevene trenger matematikk. I dette sitatet kommer det likevel fram hvilken oppfatning han har av hva matematikk er. Han sier “*det er overalt rundt oss*”, og med det mener han at matematikken er overalt rundt oss. Han sier videre at selv om en ikke skal bli matematiker, eller utdanne seg innenfor yrker med avansert matematikk, så må en forstå matematikk. Han kommer så med eksempler på hvorfor; blant annet statistikk, beregne egen økonomi og kunne klokken, alle eksempler på hvordan matematikken hjelper oss til å fungere i hverdagen.

*Kari: “Du finner jo matematikken overalt. Det å øve den logiske tanken, matematiske tanken, så øver du på å gjennomskue livet.”*

Også Kari sier at vi finner matematikk overalt. Gjennom å øve den logiske, matematiske tanken, så øver du på å gjennomskue livet, sier hun. Vi tolker det slik at gjennom å øve den logiske tanken, så øver du på å klare deg i livet og gjennomskue utfordringer du møter i hverdagen, eller i livet. For eksempel vil en som har øvd seg på å tenke matematisk gjennomskue et forsøk på å presentere statistikk på en feilaktig måte eller vurdere hvilket lånetilbud som er mest fordelaktig.

Gjennom sitatene til Erling, Jonas og Kari kommer det fram hvor viktig matematikk er i dagens samfunn. De ser på matematikken som en nødvendighet for å lykkes i ulike deler av livet, være seg hverdagen, høyere utdanning eller jobb. Wistedt (1990) har forsket på hverdagskunnskaper i matematikk. Hun sier at hverdagskunnskaper er noe vi opparbeider oss gjennom det hverdagslige livet eller kunnskap vi trenger for å fungere i dagliglivet. Wistedt (1990) trekker særlig frem to positive aspekt ved å knytte matematikken til hverdagen: matematikken gjøres mindre abstrakt og elevene kan lettere knytte lærestoffet til noe de kjenner til.

#### **4.1.3 Matematikk som skolefag**

Fokuset innen denne kategorien er hva matematikk som skolefag kan gi elevene og hvordan fagets rammeverk legger føringer på hva man vektlegger i undervisningen. Lærerne er

opptatte av hva undervisningen må inneholde for at elevene skal oppnå kompetansemålene etter tiende trinn og lykkes på eksamen. Denne kategorien er plassert under oppfatninger om matematikk og ligninger fordi disse tre lærerne snakket om matematikk som skolefag når de ble spurt hva matematikk er.

*Mia: "Jeg bruker å si at det vi jobber mot på ungdomsskolen er delvis hverdagen, delvis videre utdanning og dessverre veldig mye mot eksamen også. For eksamen legger veldig store føringer på hva man prioriterer og vektlegger i matte."*

Mia forteller at hun bruker å si at på ungdomsskolen jobber de delvis mot hverdagen og videre utdanning, og veldig mye mot eksamen. Videre forteller hun at eksamen legger føringer for hva hun prioriterer og vektlegger i matematikk. Vi har valgt å plassere hennes utsagn i denne kategorien fordi hun eksplisitt sier at eksamen legger store føringer for hennes undervisning. Mias fokus på eksamener kan knyttes til fenomenet Schoenfeld (2007) kaller "What you teach is what you get" (WYTIWYG). Dette fenomenet beskriver at læreres undervisning er preget av prøvers innhold. Schoenfeld (2007) kommer med et eksempel: Dersom viktige prøver fokuserer på prosedyrell forståelse, vil lærerne fokusere på elevenes utførelse av oppgaver. Dette medfører at elevenes konseptuelle forståelse nedprioriteres. I denne konteksten er eksamen den summative vurderingen av elevens kompetanse etter tiende trinn. Denne eksamen er med å avgjøre hvilken skole elevene får fortsette utdanningen sin på, og er derfor svært viktig. Selv om hun sier at de delvis jobber mot både videre utdanning og hverdagen, tolker vi ut ifra sitatet at undervisningen i størst grad dreier seg om at elevene skal mestre matematikken som fag i skolen.

*Vegard: "På den ene siden føler at det er et, altså på den generelle sida føler jeg at det er et fag som lærer deg å tenke logisk, finne sammenhenger og mønster. På en annen side så er det også et fag som har veldig mange praktiske anvendelser sånn som regnskap og geometri."*

I sitatet over beskriver Vegard hva han mener at matematikk som fag skal gi elevene. Han nevner at faget lærer elevene å tenke logisk, og å finne sammenhenger og mønster. Videre sier han at faget også har noen praktiske anvendelser og kommer med eksempler som regnskap og geometri. Det som skiller Vegards sitat fra Bjørn og Mia er at faget skal bidra til

at elevene skal lære å tenke logisk, og har samtidig praktiske anvendelser. Vi velger å plassere sitatet i denne kategorien fordi Vegard snakker om faget matematikk.

*Bjørn: "Som mattelærer er matematikk noe annet enn i det private. For som mattelærer må jeg ha et forhold til matten som dreier seg om den her dybdeforståelsen og oppbygging av strukturer."*

Bjørn gjør et tydelig skille på at matematikk som matematikklærer er noe annet enn matematikk i det private. Han skiller mellom den hverdagslige oppfatningen av matematikk og den oppfatningen av matematikk han som lærer må ha. Han legger vekt på at som lærer er det viktig å ha fokus på dybdeforståelse og oppbygging av strukturer. Det at Bjørn skiller mellom matematikk som lærer og i det private gjør at hans oppfatning faller inn under matematikk som skolefag.

Svarene over beskriver alle det vi tolker som en oppfatning av matematikk som et skolefag. Mia snakker om hvordan eksamen påvirker hennes prioriteringer i undervisningen. Vegard beskrev også matematikk som et skolefag, men med fokus på hva faget gir elevene. Bjørn skilte mellom hva matematikk er for han som matematikklærer og hva matematikk er i det private. Som matematikklærer bar matematikken preg av strukturer. De er alle opptatt av hva undervisningen må inneholde for at elevene skal mestre faget, og er ikke i like stor grad opptatt av matematikkens andre bruksområder i undervisningen. Kategorien skiller seg fra de andre kategoriene fordi matematikken omtales som et fag i skolen, mens lærerne oppfattet matematikk som problemløsning og noe vi trenger i hverdagen i de ovennevnte kategoriene.

Undervisningen bærer dessuten preg av regneoperasjoner og målrettet arbeid mot en kommende eksamen framfor å fokusere på hvordan matematikken kan brukes i hverdagen, eller til å løse problemer. Eynde, De Corte og Verschaffel (2003) beskriver elevenes oppfatninger av matematikk som skolefag. Selv om de har sett på elevens oppfatninger kan dette knyttes til lærernes oppfatninger da det som inngår i vår kategori samsvarer noe med deres forskning. I matematikk som fag så beskriver Eynde m fl (2003) at matematikken blir sett på som noe som læres på skolen og ikke har sammenheng med det virkelige livet. Dette kan sees i sammenheng med lærernes utsagn, som skiller ut matematikk som skolefag.

#### 4.1.4 Alle regneoperasjoner er ligninger

To av lærerne sier at alle regneoperasjoner også er ligninger når de snakker om deres oppfatninger av hva ligninger er. I denne kategorien legger vi vekt på lærere som uttalte at all regning var ligning. Om det er addisjon, subtraksjon, divisjon eller multiplikasjon, så vil alt med et likhetstegn være en ligning. Dette fordi ligninger handler om å finne likevekt, og i alle regneoperasjoner så vil det være likevekt på begge sidene av et likhetstegn.

*Jonas: "Strengt tatt mener jeg at dem starter med ligninger allerede i første klasse.  $1+1=2$  er jo en ligning. Så alle regneoperasjoner tenker jeg at er ligninger. Så jeg tenker at alt med et likhetstegn er så å si en ligning."*

Jonas hevder at elever starter med ligninger allerede i første klasse. Når de blir introdusert for regnestykke  $1+1=2$ , mener han at de blir introdusert for en ligning. Dette begrunner han med at alt med et likhetstegn er så å si en ligning. Jonas sier at alle regneoperasjoner er ligninger. Hans utsagn forteller mye om hans oppfatning av ligninger, og spesielt likhetstegnet. Jonas ser ikke på likhetstegnet som en aksjon, men mer som en indikasjon på likevekt mellom høyre og venstre side i regneoperasjon.

*Bjørn: "Så hvis all regning er ligning, og hvis alle lærere hadde forståelse av det, at alt dreier seg om ligninger der vi bare driver og sammenligner verdier hele tiden så hadde det vært mye lettere."*

Bjørn har samme oppfatning av ligninger som Jonas, nemlig at all regning er ligning, men har en annen innfallsvinkel til tematikken enn Jonas. Bjørn snakket her om hvorfor ligninger kan oppfattes som utfordrende av elever. Han mener at elever i mindre grad ville hatt en slik oppfatning om alle lærere hadde en oppfatning om at all regning er ligninger. Videre sier han alt dreier seg om ligninger der vi bare driver og sammenligner verdier hele tiden. At i all regning så sammenligner vi verdien på høyre side av likhetstegnet med verdien på venstre side.

Både Jonas og Bjørn har en oppfatning om at alle regneoperasjoner er ligninger. Selv om ikke Bjørn uttrykker eksplisitt at alt med likhetstegn er en ligning, så sier han at alt dreier seg om ligninger der vi sammenligner verdier. Vi tolker det slik at utsagnene til både Jonas og Bjørn er like, selv om de formulerer seg på ulike måter.

## 4.2 Oppfatninger av læring og undervisning i matematikk og ligninger

I denne kategorien vil vi presentere våre funn av lærernes oppfatninger av undervisning i matematikk og ligninger, samt læring i matematikk og ligninger. Basert på utsagnene til lærerne vi snakket med har vi utarbeidet elleve kategorier til denne kategorien: *Læreren som tilrettelegger i undervisningen, Lærende elever i undervisningen, Læreren må være faglig dyktig for å drive god undervisning, Læreren må ha god relasjonskompetanse, Undervisning med vekt på resultat, Undervisning med vekt på forståelse, Elevfokusert undervisning, Problemløsning som undervisningsmetode, Bruk av konkreter i undervisningen, Diskusjon som undervisningsmetode og Oppfatning av likhetstegnet som en operasjon.*

### 4.2.1 Læreren som tilrettelegger i undervisningen

I denne kategorien presenterer vi lærernes beskrivelser av sin rolle i undervisningen. I analysen så vi at samtlige av lærerne beskrev sin rolle som en tilrettelegger i undervisningen generelt. Med dette mener vi at lærerne legger til rette for undervisningen basert på elevenes nivå og etter hva som er målet med undervisningen. I arbeidet med lærestoffet så fungerer læreren som en veileder, som både kan hjelpe elevene faglig men også til å holde opp læringsaktiviteten. Det betyr at læreren prøver å hjelpe elevene til å selv løse oppgavene, fremfor å gi de svaret eller fremgangsmåten, samtidig som han bidrar til at elevene er aktive.

*Jonas: Min rolle er jo å tilrettelegge for hver enkelt elev. Jeg har et spenn fra fjerdeklasse til videregående, så da er min rolle å kunne balansere den her ligningen så alle får utfordret seg på sin måte.*

Jonas snakker om nivåforskjellene som befinner seg i hans klasserom. Han forteller om en ungdomsskoleklasse med et spenn i nivå fra fjerdeklasse til videregående. I undervisningen må han sørge for at alle elevene får utfordret seg på sin måte og på sitt nivå, det er dette han refererer til som "*å kunne balansere den her ligningen*". Hans rolle blir da å tilrettelegge for hver enkelt elev i klassen. Jonas må tilpasse undervisningen til elevenes nivå slik at alle kan oppleve mestring og få utfordringer.

*Vegard: "Jeg må gi dem interessante arbeidsoppgaver og når man først har gitt dem arbeidsoppgaver, så må jeg prøve å opprettholde aktiviteten. Blir på en måte en*



*tilrettelegger da. Men også en sånn som inspirerer og prøver å holde flyten, holde dem i gang.”*

Vegard forteller at hans rolle er som en tilrettelegger for læring. Han må legge til rette for interessante arbeidsoppgaver i undervisningen. Det som skiller Vegard fra de andre er at han i tillegg legger vekt på at han må inspirere og holde aktiviteten i gang. Gjennom å tilrettelegge for interessante oppgaver i undervisningen skal elevene bli inspirert. Hans rolle som veileder kommer fram i utsagnet om at han skal opprettholde aktiviteten og holde dem i gang. Dette kan han gjøre med å være en aktiv veileder som bidrar til å holde læringsaktiviteten oppe. Selv om Vegard ikke eksplisitt uttrykker at han er en veileder mener vi at det i veilederrollen inngår å opprettholde aktiviteten i arbeidet med lærestoff, og ikke nødvendigvis bare veilede elevene faglig.

*Erling: “Rollen min er jo mellom å vise og strukturere undervisningen, men også legge til rette for deres læring. Så jeg må jo legge opp til at dem jobber for å lære. (...) Variere undervisningen, det er jo rollen. Skal veilede og legge til rette for læring.”*

Erling beskriver sin rolle på flere måter. Han trekker fram at hans rolle er mellom å vise og strukturere undervisning, men også variere undervisningen. Grunnen til at hans utsagn er med i denne kategorien er at han også legger vekt på at han skal veilede og legge til rette for læring. Rollen hans er både som veileder og tilrettelegger. Han har som fokus at han skal legge til rette for læring og at elevene jobber for å lære.

Basert på sitatene over legger alle disse lærerne vekt på at deres rolle i undervisningen er å tilrettelegge for hver enkelt elev, samtidig som de skal veilede elevene i arbeidet. Vegard legger i tillegg vekt på at han må inspirere og motivere elevene i arbeidet. Jonas viser viktigheten av en slik rolle ved å poengtere at elevene i klassen er på helt ulike nivå faglig. Det er da viktig å tilrettelegge for hver enkelt elev slik at alle elevene får muligheten til å oppnå mestring og utvikling. Hiebert og Grouws (2007) poengterer at undervisningen må treffe elevenes nivå for at de skal ha mulighet for læring. Det kan sees i sammenheng med flere av de fem dimensjonene i “TRU framework” (Schoenfeld, 2016). Disse fem dimensjonene handler om hvordan klasseromsaktivitetene og undervisningen må være strukturert, samt hvilke muligheter undervisningen kan gi elevene (Schoenfeld, 2016). Det er

jo nettopp dette som er lærerens oppgaver i rollen som tilrettelegger. En av disse dimensjonene er kognitive krav (cognitive demand). Den handler om at elevene må få utfordringer som fører til utvikling og læring, det vil si at de må få produktive utfordringer. Produktive utfordringer vil være tilpasset elevens nivå, og vil være utfordringer som ikke er for lette for eleven, men heller ikke for vanskelig (Schoenfeld, 2016). Dette ser vi igjen i det Jonas snakket om. Nemlig at han måtte tilpasse undervisningen til hver enkelt elevs nivå.

#### **4.2.2 Lærende elever i undervisningen**

I motsetningen til den forrige kategorien vil vi her se på elevenes rolle i undervisningen. Det var ikke alle lærerne som snakket om elevenes rolle i undervisningen, men de to som snakket om dette trakk særlig fram at elevene skulle utforske og skape læring selv. Læreren skal ikke formidle kunnskapen til elevene, den skal de oppdage selv.

*Bjørn: “Det er veldig viktig å huske at det er elevene som skal lære. Der har vi veldig dårlig ordforråd på norsk: teaching og learning. Jeg er en teacher, dem er en learner.”*

Bjørn sier at det er viktig å huske på at elevene er de som skal lære når han snakker om elevenes rolle i undervisningen. I mangel på et beskrivende norsk ord bruker han det engelske uttrykket *learner* for å beskrive hvilken rolle elevene har i klasserommet. Vi har valgt å bruke *lærende*. Med denne oversettelsen tolker vi Bjørns sitat til å bli at læreren i klasserommet er en lærer, mens elevenes rolle er å være de lærende. I dette legger vi at elevene aktivt skaper og oppdager kunnskapen.

*Jonas: Der er ikke jeg som skal stå foran å peke og si at  $2+2$  er 4. Elevene skal utforske og finne ut av det selv.”*

Jonas beskriver også elevenes rolle i klasserommet. Han sier at det ikke er hans jobb å stå og si at  $2+2=4$ . Vår tolkning er at Jonas ikke skal stå fremme og fortelle elevene framgangsmåten, den skal de oppdage selv. Videre sier han at elevene skal utforske og finne ut selv hvordan oppgavene skal løses. Samlet tolker vi det dithen at elevene skal være aktive i undervisningen for å skape læring.

Det Bjørn og Jonas sier forteller mye om deres oppfatning av undervisning. Den handler om at de ikke skal formidle kunnskap og læring til elevene, men heller at elevene selv skal finne ut av det. Det er som Bjørn sier, “*dem er en learner*”, dem er lærende. Det er altså elevene som skal lære. Det som skiller disse sitatene er at Jonas i tillegg legger vekt på at elevene må være utforskende. Lærende elever vil ta i bruk alle mulige hjelpemidler de har tilgjengelig for å løse et problem og skape kunnskap, samt prøve og feile i valg av løsningsstrategier. I en slik rolle er ikke eleven levnet helt til seg selv, læreren må fortsatt være tilstede for å veilede eleven. Dette kan sees i sammenheng med Piagets teori om konstruktivisme (Imsen, 2012). Denne teorien går ut på at læring ikke skjer gjennom ytre stimulering, men ved at våre tolkninger av stimuleringen skaper læring. I denne teorien er det fokus på at kunnskap er en subjektiv konstruksjon (Imsen, 2012).

#### **4.2.3 Læreren må være faglig dyktig for å drive god undervisning**

Samtlige lærere i studien la vekt på faglig dyktighet som en forutsetning for å drive god matematikkundervisning. Vi har valgt å trekke frem tre sitater som belyser dette.

*Mia: “Først og fremst må man være god i matte selv, synes jeg. At det er ikke nok å kunne det som tiende trinns nivå skal kunne, man må kunne litt høyere.”*

I sitatet over svarer Mia på hvilke kunnskaper hun mener er viktig for å drive god undervisning. Mia sier at en forutsetning for å ha god matematikkundervisning er at man først og fremst må være god i matematikk selv. Videre sier hun at læreren må kunne matematikk på et høyere nivå enn elevene sine, og bruker i denne sammenhengen tiende trinns nivå som eksempel for sin situasjon. Vi tolker det slik at hun mener at læreren må kunne matematikk på et høyere nivå enn elevene sine, uansett trinn. Som lærer på ungdomsskolen vil hennes referanse være elevenes kompetanse etter tiende trinn, derfor bruker hun nettopp tiende trinns nivå i matematikk når hun skal forklare at læreren må være sterkere faglig enn elevene.

*Erling: “Du må være faglig god, og huske på hva som er matematiske begrep og hva som er faglig begrep også må du være obs når du bruker det, og gjenta og repetere for dem så dem henger med.”*

Også Erling sier at læreren må være faglig god for å drive god undervisning i matematikk. Videre sier han at læreren må skille mellom matematiske begreper og faglige begreper, og når han skal bruke disse. I den sammenheng er det viktig at læreren gjentar og repeterer de faglige begrepene. Dette for at elevene skal henge med i undervisningen. Vi tolker Erlings sitat slik at læreren må være faglig god, slik han uttrykker i begynnelsen av sitatet. En del av dette er å vite hvilke matematiske og faglige begreper man må gjenta og repeterer for elevene, for at de skal henge med i undervisningen.

*Jonas: "Du må ha kunnskap innenfor matematikk først og fremst. Der du ligger på et nivå over der elevene er, så du kan se den røde tråden helt fra første klasse til dem skal begynne på videregående."*

Jonas' sitat viser at også han mener at faglig kunnskap er en forutsetning for å drive god undervisning i matematikk. Han utdyper dette videre ved å si at læreren må være på et nivå over elevene sine, og begrunner dette i at læreren da kan se den røde tråden i matematikkundervisningen fra første til tiende trinn.

Vi ser av sitatene over at både Mia, Erling og Jonas legger vekt på faglig kunnskap som en forutsetning for å drive god undervisning i matematikk. Jonas og Mia utdyper faglig kunnskap til å være på et nivå over elevene sine. Jonas bygger videre på dette da han sier at læreren kan bruke sin kunnskap til å se sammenhengen i læreplanen (den røde tråden) fra første klasse til elevene begynner på videregående. Erling mener at læreren må ha kunnskap innenfor matematiske og faglige begrep for å vite hvilke han skal repeterer for elevene for at de skal henge med i undervisningen.

Lærerne hadde en nokså lik oppfatning av hvilke kunnskaper som måtte ligge til grunn for å kunne undervise i matematikk på en tilstrekkelig god måte. Ball, Thames og Phelps (2008) diskuterer i sin artikkel hvilken undervisningskunnskap en lærer må ha. De utarbeidet en modell med to hovedkategorier, nemlig fagkunnskap og pedagogisk kunnskap. Innenfor fagkunnskap hadde de tre ulike områder; allmenn fagkunnskap, spesialisert fagkunnskap og horisontkunnskap. Alle lærerne i studien fremhever betydningen av å ligge på et faglig nivå som er over elevene. Dette beskrives i modellen til Ball m fl (2008) som horisontkunnskap. Innenfor pedagogisk kunnskap hadde Ball m fl (2008) områdene; kunnskap om innhold og elevene, kunnskap om innhold og undervisning, og kunnskap om innhold og læreplan. Jonas

sier at faglig kunnskap er viktig for at læreren skal kunne se den røde tråden. Slik vi tolket dette snakker han om den røde tråden i læreplanen fra første klasse, til elevene begynner på videregående. I modellen vi viser til beskrives dette som kunnskap om innhold og læreplan i matematikk.

#### **4.2.4 Læreren må ha god relasjonskompetanse**

Alle seks lærerne sa i sitt intervju at relasjonskompetansen var en viktig egenskap å ha for å gjennomføre god undervisning i matematikk. Imsen (2016) viser til forskning som sier at relasjonskompetanse er en av tre viktige lærerkompetanser. Om relasjonskompetanse skriver hun at det er viktig at læreren inngår i en positiv sosial interaksjon med elevene. Læreren bør ha en relasjon til elevene som bærer preg av respekt, toleranse, empati og interesse for elevene, og fremme elevaktivitet og motivasjon (Imsen, 2016, s. 456). Relasjonskompetanse er en sentral del av undervisningen, og anses som en av fire hovedområder innen klasseledelse. Nordahl (2013) skriver at relasjonen til elevene har stor innvirkning på elevers læring.

*Mia: “(...) Også vet man at for elever så er ikke faglig dyktighet det viktigste i det hele tatt. Det som er en god lærer for dem er jo om du er snill, om du bryr deg om dem og om du er rettferdig.”*

Mia sier i sitatet over at for elevene, så er ikke faglig dyktighet det viktigste i undervisningen. For dem er en god lærer snill, omtenksom og rettferdig. Dette er hennes erfaring på hva elevene setter pris på hos en lærer. Vi velger å plassere henne i denne kategorien fordi vi mener egenskapene hun beskriver er sentrale egenskaper i lærerens relasjonskompetanse.

*Bjørn: “Jeg har som hovedprinsipp at jeg skal ha gode relasjoner til alle, men jeg bestemmer reglene”*

I sitatet utdyper Bjørn sin rolle i klasserommet. Vi har valgt å ta dette med i denne kategorien fordi han legger vekt på relasjoner. Bjørn sier at hans hovedprinsipp er at han skal ha gode relasjoner til alle elevene sine. Likevel er det klart at det er han som bestemmer reglene. Vi tolker Bjørns utsagn dithen at han mener relasjonskompetanse er viktig.

*Jonas "Du må ha relasjonskompetanse, ikke minst. Til hver enkelt elev. Det hjelper deg med å tilpasse undervisningen og motivere elevene."*

Sitatet fra intervjuet med Jonas er et svar på hvilke kunnskaper en lærer må ha for å drive god undervisning. Han sier at læreren må ha relasjonskompetanse, og relasjoner til hver elev. Videre begrunner han hvorfor dette er viktig med at en god relasjon hjelper læreren å tilpasse undervisning, samt motivere elevene.

Mia legger ikke bare vekt på faglig tyngde som matematikklærer. Også relasjonen til elevene vil være viktig for god undervisning. Bjørn er enig i dette, og har gode relasjoner med elevene som hovedprinsipp i hans undervisning. Sitatet hans skiller seg likevel noe fra Mias sitat ved at han ikke presiserer hvilke egenskaper elevene setter pris på i en lærer. Bjørn trekker også fram at det er han som bestemmer reglene. Jonas legger også vekt på relasjonskompetanse og sier at det er noe en lærer må ha for å kunne tilpasse undervisningen for elevene og motivere dem.

Mias beskrivelse av hva som er viktig for elevene samsvarer i stor grad med relasjonskompetansen Imsen (2016) beskriver. Mia har erfart at elevene ønsker en lærer som er snill og som bryr seg om dem. Hun trekker også inn rettferdighetssans som en viktig del av et godt lærervirke. Imsen (2016) beskriver også regjledelseskompetanse som en viktig lærerkompetanse. Bjørn sier at selv om han ønsker å ha en god relasjon til elevene sine, så er det han som bestemmer reglene. Reglene må ifølge Imsen (2016) formuleres eksplisitt av læreren. Jonas trekker inn både motivasjon og tilpasset opplæring som en viktig grunn til å ha god relasjonskompetanse. Imsen (2016) skriver at relasjonskompetanse er viktig i motiveringen av elevene. Stray og Stray (2015) presiserer viktigheten av gode relasjoner til elevene for å tilpasse opplæringen. De skriver at didaktiske tilnærminger gjerne vil ha begrenset verdi dersom elevene ikke følger med i undervisningen. Derfor mener de at læreren bør ha et stort spekter av fremgangsmåter å møte elevene sine på for å lykkes med tilpasset opplæring (Stray og Stray, 2015, s. 57).

#### **4.2.5 Undervisning med vekt på resultat**

Lærernes mål med undervisningen varierte noe fra lærer til lærer. Denne kategorien handler om lærernes fokus på resultat i undervisningen. Med fokus på resultat mener vi at læreren

legger opp undervisningen basert på hva elevene testes i på prøver, samt en avsluttende eksamen. Det var kun en lærer som hadde dette som sitt fokus i undervisningen. Likevel mener vi dette er relevant å ta med som en kategori da dette bidrar til å svare på problemstillingen vår.

*Mia: "Det er litt det der igjen med at eksamen legger veldig store føringer på hva du jobber mot og det blir jo god på det du trener på. Og om du skal trene mot en skriftlig eksamen så må du gjøre litt skriftlige oppgaver, så det er jo mye oppgavejobbing."*

Mia sier i sitatet over at eksamen legger veldig store føringer på hva de jobber mot i undervisningen. Hun nevner også at det blir mye oppgavejobbing, og begrunner dette i trening mot skriftlig eksamen i matematikk.

*Mia: "Når du har algebra trenger du masse mengdetrening, så da har det vært sånn at jeg har advart de om at lekseplanen er en annen, men at det er en grunn til det. For det er som å lese; skal du bli god å lese må du lese mye."*

I sitatet over ser vi Mias oppfatning av undervisning i algebra og ligninger. Hun sier at når du har algebra, så trenger man masse mengdetrening. Derfor bruker lekseplanen å være en annen når de underviser i algebra. Hun trekker så paralleller til leseopplæringen, at dersom du skal bli god til å lese, så må du lese mye.

Mia forteller at eksamen legger store føringer for hvordan hun legger opp undervisningen. Det er eksamen som skal teste deres kompetanse etter ti års skolegang. Mia begrunner at dersom elevene skal gjøre det bra på en skriftlig eksamen, så kreves det mye oppgavejobbing. Dette ser vi igjen når hun snakker om algebra og ligninger, der også oppgavejobbing og mengdetrening er en viktig faktor for å få gode resultater. Dette kan sees i sammenheng med den instrumentalistiske oppfatningen av matematikk (Beswick, 2005; Ernest, 1989). I denne oppfatningen er det fokus på at elevene skal mestre de ulike ferdighetene i matematikk og utføre disse korrekt. Undervisningen her vil være styrt av læreren (se kapittel 2.3.1). I tillegg kan dette sees i sammenheng med Hiebert og Grouws' (2007) teori om undervisning utvikler elevenes ferdigheter. De legger vekt på at matematikken læres i en spesiell kontekst og

handler i stor grad om ferdighetslæring (se kapittel 2.4.3), dette ser vi igjen i hennes uttalelser om at eksamen legger føringer på undervisningen.

#### **4.2.6 Undervisning med vekt på forståelse**

I denne kategorien ser vi på lærere som har fokus på forståelse av matematikk og ligninger i sin undervisning. Forståelse i denne sammenhengen vil være at elevene forstår matematiske ideer og prosesser, samt at de klarer å se sammenhenger. Det var to av lærerne vi snakket med som hadde et slikt fokus i undervisningen sin.

*Jonas: “God undervisning? Jeg tenker at det handler om å få elevene til å forstå. Da har du god undervisning. Akkurat hvordan det gjøres tror jeg ikke det finnes noe fasit på siden elevene lærer forskjellig, men det handler om å bygge opp en forståelse. Få elevene til å se sammenhenger.”*

Jonas uttrykker at forståelsen til elevene ligger til grunn for god undervisning. Likevel understreker han kompleksiteten i elevenes forståelse. Det finnes ikke et eksakt svar på hvordan man skal undervise for at de skal forstå, men det viktigste er at man har fokus på å bygge opp en forståelse hos elevene. Avslutningsvis sier Jonas at det handler om å om få elevene til å se sammenhenger. Vi tolker det slik at han mener at elevene, gjennom å se sammenhenger, bygger opp en forståelse.

*Intervjuer: “Hvordan mener du elevene lærer matematikk best?”*

*Kari: Høres ut som sånn oppgulp fra studiet: learning by doing and reflecting. Men det er sånn jeg jobber, og det funker.”*

Kari sier at hennes undervisning er inspirert av “learning by doing and reflecting”-prinsippet. Her vil de i tillegg til å måtte løse oppgaver reflektere over hvorfor de fikk det svaret de fikk, hvorfor fremgangsmåten fungerte eller ikke fungerte, og om det er mulig å løse oppgaven på en annen måte. Ved at elevene må reflektere rundt eget arbeid og egne/andres løsninger kan det bidra til at det bygges opp en forståelse av hvorfor noe fungerte og hvorfor noe ikke fungerte. Alt dette vil være med på å bygge opp en forståelse for matematiske ideer og prosesser hos elevene.



Selv om disse to lærerne har ulike innfallsvinkler til hvordan elevene kan opparbeide seg forståelse, ser vi at undervisningen til begge bærer preg av et fokus på forståelse. Jonas mener god undervisning handler om å få elevene til å forstå matematikk. Kari har et fokus på at elevene selv skal erfare og reflektere rundt matematikken og på den måten skape en forståelse. Kari snakker om “Learning by doing”. Dette knyttes gjerne til Dewey (Imsen, 2012). Han mente at elevenes aktivitet i undervisning er avgjørende for deres læring. Kun gjennom å gjøre erfaringer kunne elevene lære. Jonas’ beskrivelse av god undervisning kan ses i sammenheng med måten Hiebert og Lefevres (1986) beskrivelse av konseptuell forståelse. De mener at en forutsetning for å bygge opp en konseptuell forståelse er å se sammenhenger mellom kunnskapen en innehar og annen kunnskap, og at konseptuell forståelse kan ses på som et nettverk av kunnskap (se kapittel 2.4.2).

#### **4.2.7 Elevfokusert undervisning**

I denne kategorien vi sett på lærere som har hatt en elevfokusert undervisning. En lærer med en slik oppfatning av undervisning tilpasser undervisningen for elevene og legger til rette for deres læring. Elevene er aktive og utforskende i undervisningen. Med en slik oppfatning av undervisning legger lærerne til rette for at elevene må tenke og reflektere rundt ulike elementer i undervisningen, samt at de aktivt må søke etter kunnskapen selv. Fem av lærerne snakket om undervisning på en slik måte at vi tolket at de hadde en elevfokusert undervisning. De to lærerne vi har tatt med under uttrykte tydeligere at deres oppfatning av undervisning falt inn under denne kategorien. Det gjorde de ved å fortelle at elevene var i fokus i deres undervisning.

*Intervjuer: “Hvordan mener du elever lærer best?”*

*Vegard: “Med å være veldig aktiv selv. Jeg legger opp til mye aktivitet i klassen og mye samarbeid, og det å prøve å løse oppgaver som er relativt åpne. Dem lærer best når dem må tenke selv.”*

På spørsmål om hvordan elever lærer best svarer Vegard kjapt at de lærer best med å være aktiv selv. Hans oppgave som lærer er å legge opp til mye aktivitet og samarbeid i klassen. Dette gjør han ved at elevene skal løse oppgaver som er åpne. Her må elevene selv være

aktive i undervisningen og sammen med andre utforske og skape kunnskapen. Vegard mener at elevene lærer best når de må tenke selv.

*Erling: "God undervisning er når du klarer å tilpasse til den enkelte sitt nivå. Hvis du får jobbe på ditt mestringsnivå så er sannsynligheten bedre for at du kommer til å like det og komme deg videre."*

*Erling: "God undervisning er når elevene jobber, tenker, løser og forstår selv."*

Erling var den andre læreren som falt inn under denne kategorien. Her har vi valgt å ta med to utsagn fra Erling, da han i begge utsagnene snakker om hva god undervisning er. I det første sitatet til Erling argumenterer han for at hvis elever får jobbe på sitt mestringsnivå, så er sannsynligheten for at de kommer til å like faget og komme seg videre større. Dette mener han en kan oppnå ved å tilpasse undervisningen til hver enkelt elev. I det andre sitatet sier Erling at god undervisning er når elevene jobber, tenker, løser og forstår selv. Elevene må her være aktive i undervisningen og tenke selv. Erling sier ikke noe om hvordan man kan oppnå dette, men at når det er tilfelle så er det god undervisning. Vi ser at Erling har fokus på å tilpasse til hver enkelt elev og at det er elevene som skal tenke og forstå selv.

Selv om Erling har en annen innfallsvinkel enn Vegard har han fortsatt en elevfokusert oppfatning av undervisning. Erling har fokus på å tilpasse undervisningen til elevenes nivå, som også er noe som inngår i Beswick (2005) beskrivelse av elevfokusert undervisning. Ved å tilpasse undervisningen til hver elevs nivå argumenterer Erling for at man i større grad kan skape læring og utvikling hos eleven. Begge lærerne har fokus på at eleven skal være aktiv og tenke selv, og at det er eleven som skal være i fokus. Dette kan ses i sammenheng med Schoenfelds (2016) tredje dimensjon. Dimensjonen handler om at alle skal ha lik tilgang på læringsinnholdet (equitable access to content) og at alle elever skal bli involvert på en meningsfull måte i undervisningen (Schoenfeld, 2016).

#### **4.2.8 Problemløsning som undervisningsmetode**

Tre av lærerne brukte problemløsning aktivt i undervisningen. Dette gjaldt ikke bare i emnet ligninger, men var noe de etterstrebet i alle emner i matematikk. De hadde en oppfatning av at problemløsning som metode i undervisningen la til rette for best mulig læring for elevene. To

av de andre lærerne nevnte også problemløsning som en hensiktsmessig metode i undervisningen. Likevel ser vi på det som hensiktsmessig å kun trekke frem sitater fra transkripsjonene til Bjørn, Kari og Vegard.

*Intervjuer: "Hvordan mener du at elever lærer best?"*

*Bjørn: "Hmm... Gjennom problemløsning!"*

På spørsmål om hvordan elever lærer best svarer Bjørn helt konkret at det er gjennom problemløsning. Det er det som er utgangspunktet for hans undervisning. Bjørn kommer ikke med noe mer utdypende forklaring på hvorfor, men han er helt tydelig på at problemløsning som metode bidrar til best læring.

*Kari: "Problemløsningsoppgaver er alltid en hit. Det er enkelt å differensiere også. For jeg er ikke veldig fan av de som for eksempel er veldig gode da, at de plutselig skal få første videregående matteboka og jobbe med. Da er jeg redd for at de blir sittende og jobbe alene, også kan de etablere misforståelser som jeg ikke legger merke til. Så jeg gir dem heller litt vanskeligere oppgaver innenfor problemløsningen. Da har jeg kontroll."*

Kari var en av lærerne som prøvde å bruke problemløsning i all undervisning. Hun argumenterte blant annet med at differensiering av undervisningen blir lettere med problemløsning, og at hun i større grad har kontroll over det elevene arbeider med. Istedenfor at de elevene som er på et høyt nivå i matematikk skal arbeide med oppgaver på et nivå over de andre, får de heller vanskeligere problemløsningsoppgaver. På denne måten mener hun at man kan løse utfordringen med tilpasset opplæring i en klasse der elevene er på ulike nivåer.

*Vegard: "De siste månedene har jeg jobbet sånn helt spesifikt med et sånt kanadisk prosjekt, thinking classroom. Det baserer seg på problemløsning og åpne oppgaver. Elevene står og jobber på vertikale flater på whiteboard, skriver på vinduene. Veldig engasjerende, kjempebra."*

Vegard fremhever også den positive effekten av problemløsningsoppgaver. Ved bruk av *thinking classroom* må elevene opp å stå og løse matematiske problem på blant annet

vindu, og at dette virker veldig engasjerende på elevene. I motsetning til Kari som argumenterte for bruk av problemløsning for differensiering, så bruker Vegard problemløsning for å skape engasjement og aktivitet i undervisningen.

Alle disse tre lærerne har en oppfatning av at problemløsning er en god metode for å skape læring. Der Bjørn er veldig kort i sitt svar, forklarer Kari og Vegard mer inngående om hvorfor de synes dette er en god metode og hvordan de bruker dette. De trekker frem både differensiering og engasjement som to positive aspekter ved problemløsning som undervisningsmetode, både generelt i matematikk og i emnet ligninger. Lester (2013, gjengitt i Hana, 2014) skiller mellom undervisning via og undervisning for problemløsning. Underviser en via problemløsning er problemløsningen et middel for å nå andre mål. Et slikt mål kan være å motivere elevene, slik Vegard snakker om eller å tilpasse undervisningen slik Kari snakker om. Underviser en for problemløsning er problemløsningen i seg selv målet. I en slik undervisning fokuserer en på problemløsningsmetoden (Hana, 2014). Vår tolkning av lærernes utsagn tyder på at ingen lærere har problemløsning som mål i seg selv. Problemløsning kan knyttes til Hiebert og Grouws' (2007) tilnærming til undervisning som utvikler elevenes konseptuelle forståelse (se kapittel 2.4.3). De skriver at løsning av problemer er en prosess som trekker koblinger mellom elevenes kunnskaper, og dermed utvikler elevenes relasjonelle forståelse.

#### **4.2.9 Bruk av konkrete som undervisningsmetode**

Fire av lærerne hadde den oppfatning at bruken av konkrete i undervisningen av ligninger er hensiktsmessig. Konkrete i matematikkundervisning vil være fysiske objekter som elevene kan ta og føle på. I dette tilfelle bruker lærerne objekter som kan brukes som representasjoner i en ligning, som for eksempel en vektskål eller andre gjenstander.

*Kari: "Kjenner dere til ligningsspillet med fyrstikker og fyrstikkesker? Det er genialt."*

Kari viser i sitatet over sin begeistring for ligningsspillet med fyrstikker og fyrstikkesker. Hun oppfatter ligningsspillet som et genialt tilskudd til undervisningen i ligninger. Kari forklarte senere ligningsspillet i en relativt lang seanse. Vi har valgt å ikke sitere hennes forklaring på grunn av dens lengde, men skal i korte trekk forklare hva spillet går ut på: To eller flere elever

jobber i grupper. Den ene eleven legger noen fyrstikker i esken, og de(n) andre eleven(e) skal finne ut hvor mange fyrstikker som ligger i esken gjennom algebraisk tenkning.

*Jonas: “Ha med gjenstander. Her har du en skrue og en mutter til, på den her sida har du en skrue og bla bla bla. Den veier det og det, hva må da den her veie? Hvis du starter med å bruke praktiske ting som for eksempel fyrstikker og fyrstikkesker, hvor mange fyrstikker ligger i eska for at det her skal stemme? Man får dem inn på den tankegangen før man går inn på bokstaver.”*

Jonas kommer med et annet eksempel på hvordan en kan bruke konkrete i undervisningen av ligninger. Essensen i oppgaven ligner på Karis eksempel ved at elevene skal finne en ukjent verdi. Videre trekker han fram bruk av fyrstikker og fyrstikkesker, slik som Kari også gjorde. Han forklarer videre at han bruker konkrete for å få elevene inn på tankegangen før man går inn på bokstaver. Slik vi tolker tankegangen han beskriver mener han likevekt mellom høyre og venstre side av likhetstegnet.

*Bjørn: “Jeg ville heller brukt vektskål og lært dem at hvis noe skjer her nå, hvis jeg tar bort to her nå, så blir den lettere, hva må jeg gjøre da? Da må jeg ta bort to på den her sida. Også skrive algebraen samtidig”*

Bjørn trekker også fram bruk av vektskål som en hensiktsmessig måte å undervise i algebra. Han bruker gjerne dette for å vise elevene at dersom han fjerner to enheter fra den ene siden, må han også gjøre det på den andre siden. Bjørns sitat skiller seg fra Jonas og Karis sitater fordi Bjørn også foreslår å skrive algebraen mens han viser hva som skjer med å bruke konkrete.

To av lærerne trekker særlig fram bruken av fyrstikker og fyrstikkesker og henviser til det som kalles for ligningsspillet. Bruken av vektskål for å vise likhet og likhetstegnets betydning er også noe disse lærerne trekker fram. Det er ikke kun bruken av konkrete i seg selv som er interessant i denne forbindelsen, men grunnen til at lærerne bruker konkrete. Jonas forklarer dette godt når han sier at “Man får dem inn på den tankegangen før man går inn på bokstaver”. Slik vi tolker Jonas’ utsagn, samsvarer dette med måten Carraher og Schliemann (2009) forklarer early algebra. Early algebra, eller tidlig algebra, handler i stor grad om å introdusere elevene til algebraisk tenkning før den formelle algebraen introduseres.

Algebraisk tenkning handler om å se og forklare mønstre i matematikken, uten å uttrykke det som for eksempel en funksjon (Carraher og Schliemann, 2009). Det handler om å skjønne prinsippet som ligger bak en ligning, nettopp at det skal være likevekt på begge sider. Bruken av konkrete gjør at elevene kan se dette visuelt og få en forståelse for prinsippet før de introduseres for bokstaver. Bjørn viderefører Jonas' tanke med at han også foreslår å skrive algebraen samtidig som fremgangsmåten gjøres med konkrete. Carraher og Schliemann (2009) viser til flere studier som tyder på at bruken av konkrete er en hensiktsmessig måte å lære barn å tenke algebraisk, og å representere og finne den ukjente i førstegradslikninger.

#### **4.2.10 Diskusjon som undervisningsmetode**

Denne kategorien omhandler både felles klasseromsdiskusjon og diskusjon hvor elevene diskuterer seg imellom. Flere av lærerne vi snakket med var av den oppfatning at diskusjoner var viktig i matematikkundervisningen. I diskusjoner må elevene forklare, reflektere og argumentere for sine egne og andres løsninger på matematikkoppgaver. Dette kan bidra til at elever sammen kan utvikle en bedre forståelse av emnet som tas opp.

*Bjørn: "Klasseromsdiskusjoner er den situasjonen der du lærer best, viser forskning."*

Når Bjørn snakker om god undervisning viser han til forskning han har lest som sier at klasseromsdiskusjoner er den situasjon der elevene lærer best. Dette tyder på at Bjørn legger opp til klasseromsdiskusjoner i sin undervisning.

*Erling: "Det er mange ting vi jobber med for å skape diskusjoner. At det ikke blir monolog og gjøre oppgaver, monolog og gjøre oppgaver. Så diskusjon er viktig for variasjon. Prøve å involvere flest mulig."*

Erling viser til at diskusjon er veldig viktig for variasjon i undervisning. I stedet for at undervisningen bærer preg av at læreren snakker og elevene jobber med oppgaver, legger Erling opp til at elevene kan snakke sammen. På denne måten prøver Erling å involvere flest mulig i undervisningen. Det at han har mange ting han jobber med for å skape diskusjoner viser at dette er noe han legger vekt på i sin undervisning.

Som vi ser av sitatene mener lærerne at diskusjon er viktig i undervisningen. DeFranco og Truxaw (2008) skriver at diskusjoner er essensielt for elevenes læring i matematikk. Det er ikke bare de felles klasseromsdiskusjonene som er viktig for elevenes læring, men også diskusjoner mellom elevene. Her kan de bruke hverandres kunnskap til å sammen løse matematiske oppgaver og utvikle ny kunnskap. Dette er i tråd med Vygotskys teori om at læring skapes ved sosial samhandling og dialog (Vygotsky, 1978). Hiebert og Grouws (2007) skriver også om diskusjoner i klasserommet. Diskusjoner om matematiske ideer kan knyttes til utviklingen av konseptuell forståelse slik Hiebert og Grouws (2007) beskriver (se kapittel 2.4.3).

#### **4.2.11 Oppfatning av likhetstegnet som en operasjon**

To av lærerne opplevde at elevene ofte har en misoppfatning av hva likhetstegnet egentlig betyr, og flere av lærerne snakket om at elevene mangler forståelse av likhetstegnet. Det som særlig ble trukket fram var at elevene så på likhetstegnet som en operasjon.

*Bjørn: "Veldig mange har jo en misoppfatning om at likhetstegnet, det er en aksjon på lik linje med pluss. At det er en handling."*

På spørsmål om hvilke misoppfatninger Bjørn er kjent med i ligninger forteller han at mange elever har en misoppfatning av hva likhetstegn er. Han viser til at mange elever ser på likhetstegnet som en aksjon på lik linje med addisjon. Dette betyr at mange elever tenker at etter likhetstegnet så kommer det et svar på et regnestykke. Slike elever vil ikke godta at  $5+2=3+4$ , fordi likhetstegnet her ikke er en handling.

*I: Hvorfor tror du norske elever synes algebra og ligninger er utfordrende?*

*Kari: "Det er kanskje at de ikke har forståelse for likhetstegnet. At det har lett for å bli veldig abstrakt og at de ikke skjønner poenget, det kan godt være. Hvorfor skal du da gjøre det? Bruke masse tid på å ta bort noe på begge sider, hva er det for noe vas? Kanskje de ikke en gang gidder å spørre hvorfor det er lov, de bare gjør det rent teknisk."*

Kari mener også i likhet med Bjørn at elever ikke har en forståelse av likhetstegnet. Hun sier at det har veldig lett for å bli abstrakt for mange, at de ikke helt skjønner poenget med

likhetstegnet. De vet rett og slett ikke hva likhetstegnet betyr. Hun viser til at elever ikke skjønner hvorfor de skal drive å ta bort noe på begge sider, men at de bare gjør det rent teknisk. Slik vi tolker det snakker hun om at elevene har en instrumentell forståelse av likhetstegnet. De har lært seg flytte-bytte regelen, men de vet ikke hvorfor den fungerer eller hva de faktisk gjør.

Lærernes utsagn kan ses i sammenheng med studien utført av Knuth m fl (2006). I denne studien kommer det fram at elever har en begrenset forståelse av likhetstegnet, og at de som ser på likhetstegnet som en operasjon presterer dårligere enn de som ser på likhetstegnet som et symbol på matematisk ekvivalens (Knuth m fl, 2006). Dette finner vi igjen hos Bjørn som sier at mange elever har en misoppfatning om at likhetstegnet er en aksjon på lik linje med addisjonstegnet. Denne oppfatningen av likhetstegnet støttes av Van de Walle m fl (2015) som beskriver en operasjonell oppfatning av likhetstegnet der elevene ser på likhetstegnet som en operasjon (se kapittel 2.6.1).

### **4.3 Redegjørelse av lærernes vurderinger av undervisningsopplegg**

Før intervjuene utarbeidet vi to undervisningsopplegg (se kapittel 3.4.1) som lærerne skulle vurdere. Lærerne fikk tilsendt disse på forhånd og fikk beskjed om å sette seg inn i disse. Under intervjuet ble lærerne bedt om å vurdere styrker og svakheter ved undervisningsoppleggene, samt om de kunne brukt hele eller deler av opplegget i sin undervisning. I dette kapittelet vil vi redegjøre for lærernes svar.

#### **4.3.1 Mia**

Utgangspunktet for undervisningen synes Mia var en fin oppgave. Dette begrunnet hun med at “elevene får se at for eksempel  $3x=18$ ”. Elevene forstår da hva ligningen betyr og hvordan de skal gjøre det. Dette hjelper elevene å forstå hvilke metoder de skal bruke på mer komplekse ligninger. Videre sa hun at hun likte undervisning B godt. Dette fordi oppgavene i undervisningsopplegget lærer elevene hvordan de uttrykker ting matematisk. Ifølge Mia gir dette elevene en bedre forutsetning for å sette opp ligninger selv. Videre viste hun til eksempler fra egen undervisning som ligner litt på oppgavene i undervisningsopplegg B. Hun forteller da at hun for eksempel kan spørre “hvordan uttrykker vi det hvis vi legger 2 til tallet, og deler på 3?”.



### **4.3.2 Bjørn**

Bjørn tok avstand fra undervisningsoppleggene. Han begrunnet dette med at ferdige opplegg gjør at læreren mister spontaniteten i undervisningen. Likevel kunne han til en viss grad brukt undervisningsopplegg A. “Jeg ville brukt det kanskje. Også ville jeg sett om det virker. Hvis det funker kan vi bruke det en gang til, men hvis det ikke funker må jeg gå bort fra dette opplegget med en gang”. Bjørn mente at en som lærer ikke kan være for avhengig av ferdige og detaljerte opplegg, men at disse kunne brukes som utgangspunkt for undervisningen. Bjørn mente også at læreren hele tiden må gjøre vurderinger om opplegget fungerer eller ikke, og at hvis det ikke fungerer må en gå bort fra opplegget. I tillegg la Bjørn vekt på at oppgavene i undervisningsoppleggene la opp til at elevene bare måtte lære seg de ulike reglene for å løse oppgavene, ikke nødvendigvis fokusere på mønstre og sammenhenger.

### **4.3.3 Jonas**

Jonas så styrker i begge undervisningsoppleggene. Han syntes at måten oppgavene var bygd opp på i undervisningsopplegg B ga en veldig fin progresjon ved at oppgavene ble gradvis vanskeligere. Dette gjorde det også lettere å tilpasse undervisningen. Han kunne gitt de enkleste oppgavene til de svakeste elevene, mens de sterkeste elevene kunne begynt på de som var mer utfordrende. Undervisningsopplegg A likte Jonas fordi elevene måtte være veldig aktiv selv og at lærerens rolle ble mer en veileder enn en formidler. Han uttrykte også at oppsummeringen av undervisningsopplegg A ga elevene muligheten til å se styrker og svakheter med egne og andres løsninger. I tillegg gir undervisningsopplegg A læreren mulighet til å gå rundt og se hvordan de ulike elevparene løser oppgavene. Dette kan gi læreren et innblikk i de ulike løsningsstrategiene som blir brukt. På denne måten kan læreren gjøre en systematisk utvelgelse av hvilke elevpar som skal få presentere sin løsning ifølge Jonas.

### **4.3.4 Kari**

Kari mente at oppgaven vi hadde satt som utgangspunkt for begge undervisningsoppleggene var for lett. Hun sa at de fleste elevene hun hadde i sin syvende klasse også ville løst disse oppgavene, og at de ikke hadde trengt å løse de som ligninger, men at de bare hadde sett hva svaret er. Kari mente også at ligningene elevene fikk presentert var for like. At det som

skjedde på venstre sida av likhetstegnet var for likt tallet som sto på høyre side. Det er hensiktsmessig at det skjer mer på begge sidene av likhetstegnet ifølge Kari.

#### **4.3.5 Erling**

Erling syntes at undervisningsoppleggene og oppgavene i undervisningsoppleggene var noe han kunne brukt, og ønsket å prøve i egen undervisning. Han syntes særlig det med at elevene selv skulle lage ligninger var positivt. Her fikk de se hvordan en ligning er bygd opp, og dette kunne hjelpe dem når de skulle løse andre ligninger. Erling likte undervisningsopplegg A bedre enn undervisningsopplegg B. I undervisningsopplegg A fikk elevene i større grad prøve og feile. Han mente at ved en slik undervisning kan en være med på å avdekke misoppfatninger av likhetstegnet.

#### **4.3.6 Vegard**

Vegard skildret forskjellene på undervisningsoppleggene på følgende måte: “De er litt forskjellig, ja. Jeg likte jo A da, best. Den likte jeg godt. For den vil jo aktivisere elevene i mye større grad, mens B her vil stille krav til at elevene må lytte mer og ha tålmodighet til at læreren får gjort seg ferdig. Det liker jeg ikke. Jeg liker ikke den typen undervisning der elevene må sitte over tid og ta imot. Da er det veldig mange som melder seg ut”. I sitatet uttrykker Vegard eksplisitt at han likte undervisningsopplegg A best fordi det aktiviserer elevene mer. Videre sier han at han ikke liker at elevene må sitte og lytte og vente på at læreren skal bli ferdig. Han begrunner dette med at elevene melder seg ut hvis de blir sittende og bare tar imot over tid. Likevel så Vegard en styrke ved undervisningsopplegg B: “Den er jo veldig strukturert den her B’en, ikke sant, med at du ser inngangen og utgangen på alt du vil igjennom”. Han uttrykte også at “det stiller jo mer krav til læreren den A’en, tenker jeg”. Dette begrunnet han i at elevene er med å forme timen i større grad i undervisningsopplegg A.

#### **4.3.7 Sammendrag**

Det var noe forskjellige meninger blant lærerne om undervisningsoppleggene de skulle vurdere. Kari og Bjørn var kritiske til begge undervisningsoppleggene, men av ulike grunner. Bjørn tok avstand fordi bruk av ferdiglagde undervisningsopplegg tar bort spontaniteten i undervisningen, mens Kari synes nivået på oppgavene var for lave og undervisningsoppleggene lite kreative. Bjørn kunne likevel prøvd å bruke oppgavene i

undervisningsopplegg A, og heller lagt de til side dersom de ikke fungerte. Jonas og Erling så styrker i begge undervisningsoppleggene, og kunne brukt disse i egen undervisning. Jonas likte særlig progresjonen i undervisningsopplegg B. Begge likte imidlertid undervisningsopplegg A best. Dette ble begrunnet med mer aktivisering av elevene og at det var rom for å prøve og feile. Jonas syntes også undervisningsopplegg A ga læreren større mulighet til å observere elevenes løsninger. Vegard syntes undervisningsopplegg A var det beste. Også han syntes aktivisering av elevene er viktig, og mente undervisningsopplegg B ble for passivt. En styrke med undervisningsopplegg B var strukturen ifølge Vegard. Mia likte undervisningsopplegg B best blant annet fordi oppgavene minnet henne om egen undervisning. Ifølge Mia viste oppgavene metoden på en fin måte som gjør at elevene på et senere tidspunkt vil ha et bedre grunnlag for å sette opp egne ligninger og løse mer komplekse ligninger i framtiden.

#### 4.4 Redegjørelse av lærernes rangering av oppgaver

Lærerne skulle i tillegg til å svare på spørsmålene i vårt intervju og vurdere to undervisningsopplegg rangere oppgaver etter hvor utfordrende de mente det ville være for elevene å løse disse. Oppgavene ble rangert på en skala fra 1 til 4, der 4 indikerer at elevene synes denne oppgaven er den vanskeligste. I dette kapittelet vil vi systematisk redegjøre for lærernes rangeringer og deres begrunnelser. For å gjøre kapittelet oversiktlig har vi utelatt å bruke tallord når vi omtaler oppgavene.

Oppgaver	Mia	Bjørn	Jonas	Kari	Erling	Vegard
Oppgave 1	2	1	2	1	2	1
Oppgave 2	1	2	1	2	1	2
Oppgave 3	4	4	4	4	4	4
Oppgave 4	3	3 (1)	3	3	3	3

Tabell 3: Lærernes rangeringer

Oppgave 1:

*Vurder om ligningsparet er like/ekvivalente:*

$$X+2 = 5 \quad x+2-99=5-99$$

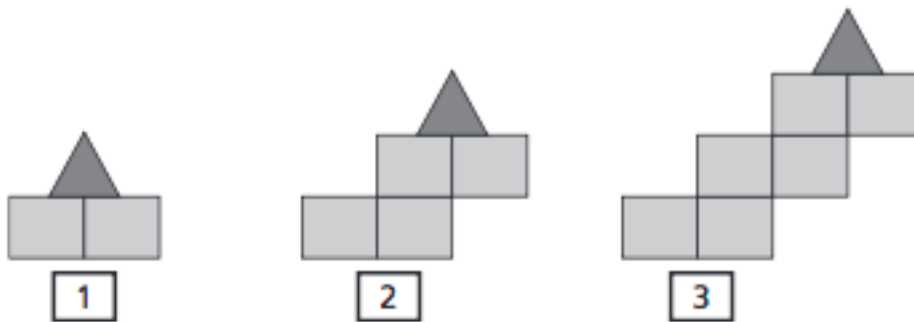
Oppgave 2:

Løs ligningen:

$$4+n-2+5 = 11+3+5$$

Oppgave 3:

Bestem et uttrykk for antall firkanter og trekanten i figur  $x$  uttrykt ved  $x$ :



Oppgave 4:

Anne, Berit og Christian er til sammen 100 år. Berit er dobbelt så gammel som Anne, og Christian er 8 år yngre enn Anne. Kall alderen til Anne for  $x$ . Still opp og løs en likning for å finne ut hvor gamle de tre er.

#### 4.4.1 Mia

Mias spontane reaksjon da hun skulle rangere oppgavene var å fjerne ordet “ekvivalent” fra oppgave 1. Hun sier at “bare ved at det ligger det ordet der inne, gjør at det blir vanskelig for elevene”. Hun rangerte så oppgave 2 som den letteste oppgaven å løse for elevene. Mia rangerte derimot oppgave 3 som den vanskeligste. “Grunnen til at jeg rangerer denne som vanskeligst er at elevene ikke kommer til å skjønne hva det betyr” var Mias begrunnelse for dette. Hun sier likevel at oppgaven i seg selv ikke nødvendigvis er så utfordrende. Hun mener at dersom elevene får forklart hva oppgaven egentlig er ute etter vil den kanskje være lettere for elevene. Hun påpeker at dette ofte er utfordringen i matematikk.

#### 4.4.2 Bjørn

Som en kan se i tabellen rangerte Bjørn oppgave 1 som den letteste. Bjørn begrunner dette med at “denne vil elevene kunne resonnerer seg fram til ganske enkelt hvis du skjønner likhetstegnet.” Han velger likevel å stryke ordet “ekvivalent”. Dette fordi han opplever bruk

av hverdagslige ord som mer hensiktsmessig. Videre forklarte han at dette er en diagnostisk oppgave som han ville brukt dersom han ville finne ut hvilken forståelse elevene har av likhetstegnet. Bjørn rangerte i utgangspunktet oppgave 4 som den nest vanskeligste oppgaven, men sa at den også kunne være den letteste oppgaven for noen av elevene. Han valgte derfor å rangere denne oppgaven på lik linje med oppgave 1 i tillegg (markert i parentes i tabell 3). Han utdypet valget sitt videre med at elevene ikke nødvendigvis vil forstå hvorfor de får det til, at de bare ser det. Han forklarte dette med at oppgaven kan løses med logikk. Oppgave 3 ble også av Bjørn rangert som den mest utfordrende oppgaven å løse for elevene. Han forklarte dette med at ordlyden i oppgaven gjorde det vanskelig for elevene å skjønne den. Elevene blir ifølge Bjørn nødt til å abstrahere flere ganger. Først må elevene se sammenhengen mellom figurene, så må de bestemme et uttrykk som beskriver disse sammenhengene.

#### **4.4.3 Jonas**

Jonas uttrykte tydelig at oppgave 2 er den enkleste å løse for elevene. Dette begrunnet han med at “det er bare vanlig ligningsløsning.” Videre rangerte han oppgave tre som den vanskeligste oppgaven. Han sier at å “finne et uttrykk er vanskeligst, for da handler det om å se mønsteret og lage et uttrykk for det mønsteret.” Han skilte oppgave 3 og 4 fordi oppgave 4 i større grad oppgir viktige opplysninger for uttrykket elevene skal bestemme i oppgaven. Han sier at “jeg ser for meg at hvis du har jobbet litt med ligninger, så klarer du å sette opp ganske greit.”

#### **4.4.4 Kari**

Kari hadde ikke noe klart skille på oppgave 1 og 2, men rangerte disse som de to letteste. Oppgave 3 og 4 rangerte hun som vanskeligst. Hun sier “hvis de ikke har jobbet med mønster, figurtall, da tror jeg den kan være vanskelig, eller utfordrende. Og det samme her med den tekstoppgaven.” Kari sier i sitatet at dersom elevene ikke har jobbet med mønster og figurtall, så vil oppgave 3 være utfordrende. Oppgave 3 og 4 kan oppleves som utfordrende for elevene, siden dette er oppgavetyper de ikke møter like ofte som for eksempel oppgave 2. Som de andre lærerne, reagerte hun også på ordlyden i oppgave 3; at elevene skulle bestemme et uttrykk, uttrykt ved  $x$ .

#### **4.4.5 Erling**

Erling rangerte oppgave 2 som den letteste oppgaven. Hans begrunnelse for dette var at “det er bare flytt og bytt, og trekk sammen”. Også Erling reagerte på bruken av ordet “ekvivalent” i oppgave 1. Dette gjorde at han valgte å rangere oppgave 1 som nest lettest. Videre valgte han å rangere oppgave 3 som den vanskeligste oppgave for elevene å løse. Mye av dette skyldes ordlyden i oppgaven. Særlig “et uttrykk, uttrykt ved” mener han at elevene synes er utfordrende.

#### **4.4.6 Vegard**

Vegard rangerte oppgave 1 og 2 som de letteste. Videre rangerte han oppgave 3 som den vanskeligste oppgaven. Han begrunnet dette med at oppgaven oppleves som mer abstrakt enn de andre. De andre oppgavene er ifølge Vegard mer konkret. Oppgave 4 kunne også oppleves like vanskelig for elevene som oppgave 3, men vil kanskje oppleves som lettere fordi elevene nok er mer trent på en slik oppgave ifølge Vegard.

#### **4.4.7 Sammendrag**

Rangeringene til informantene tyder på at de i stor grad var enige om hvilke oppgaver som typisk er lette for elevene å løse, og hvilke oppgaver elevene finner mer utfordrende. Oppgave 1 og 2 ble sett på som de enkleste oppgavene av alle informantene i studien. Oppgave 1 ble rangert som den letteste av tre av lærerne. Likevel valgte alle lærerne å fjerne ordet “ekvivalent” fra oppgaven. Bjørn begrunnet dette med at det vil være mer hensiktsmessig å bruke hverdagslige ord og uttrykk. Oppgave 2 ble også rangert som den letteste oppgaven av tre lærere. En av lærerne begrunnet sin rangering av denne med at elevene klarer å bruke “flytt og bytt”-regelen. Det var også enighet om at oppgave 3 var vanskeligst for elevene, mye på grunn av ordlyden i oppgaven. Særlig at elevene skulle “bestem et uttrykk for  $x$ , uttrykt ved  $x$ ” ble trukket fram som utfordrende for elevene å tolke. Mia sier at oppgaven nok vil oppleves lettere for elevene dersom de får forklart hva oppgaven er ute etter. Oppgave 4 ble av alle lærerne rangert som nest vanskeligst for elevene å løse. Jonas forklarte dette med at oppgaven er mer gitt enn oppgave 3 fordi elevene får opplysninger som vil hjelpe dem å løse oppgaven i oppgaveteksten. Han forklarer dette med at Anne oppgis som  $x$ . Bjørns rangering av oppgave 4 skilte seg litt fra de andre. Han mente at noen elever ikke ville ha store utfordringer med å klare oppgaven, og rangerte denne som en potensiell 1-er på vanskelighetsskalaen (markert i parentes i tabell 3). Hans begrunnelse for dette var at

oppgaven kunne løses med logikk. Han forklarte at elevene kunne løse oppgaven i hodet, men ikke nødvendigvis være kapabel til å forklare hvorfor.





## 5. Drøftingsdel

For å besvare problemstillingen vår skal vi i dette kapittelet drøfte resultatene fra kapittel 4. Vi har valgt å dele drøftingsdelen i fire. I første del skal vi drøfte tendenser i resultatdelen som kan forklare hva lærerne flest mener. For å gjøre dette vil vi også inkludere lærernes vurderinger av undervisningsoppleggene. I del to vil vi drøfte hvilke oppfatninger som skiller seg ut fra resten, men likevel er essensielle for å svare på problemstillingen. I tredje del vil vi drøfte lærernes rangeringer av oppgavene opp mot deres besvarelser i resultatdelen (kapittel 4.1 og 4.2). I den siste delen drøfter vi lærernes oppfatninger av undervisning opp mot de to tilnærmingene til Hiebert og Grouws (2007): undervisning for prosedyrell forståelse og undervisning for konseptuell forståelse, og plasserer lærerne under de forskjellige tilnærmingene.

### 5.1 Tendenser i resultatdelen

I dette kapittelet skal vi drøfte noen tendenser vi har funnet i analysen: lærernes konstruktivistiske læringssyn og deres bruk av tilpasset opplæring. Vi begrunner vår tolkning av disse tendensene og knytter disse til teori.

#### 5.1.1 Konstruktivistisk læringssyn

En tendens i våre resultater er at lærerne har en oppfatning av at elevene må være aktive selv for å skape kunnskap. Dette kommer blant annet fram i kategorien *Elevfokusert undervisning* (se kapittel 4.2.7). Vegard beskrev at han legger opp til mye aktivitet og samarbeid i sin undervisning, dette fordi elevene lærer best med å tenke selv. Dette kommer fram i hans vurdering av undervisningsoppleggene. Her uttrykte Vegard at han likte undervisningsopplegg A godt fordi opplegget aktiviserer elevene. Vi ser også at Jonas sier at elevene må utforske og finne ut av matematikken selv i kategorien *Lærende elever i undervisningen* (se kapittel 4.2.2). Kari forteller også at hennes undervisning bærer preg av at elevene må være aktive. Hun sier at måten hun jobber på i undervisningen er inspirert av “learning by doing”, og at det fungerer. I tillegg brukte fem av lærerne metoder som problemløsning (se kapittel 4.2.8) og diskusjon (se kapittel 4.2.10) i undervisningen. Dette er undervisningsmetoder som krever at elevene er aktive.

Utsagnene og kategoriene tyder på at fem av lærerne har et konstruktivistisk læringssyn. Ifølge konstruktivismen er ikke kunnskap “noe i seg selv”, men et menneskeskapt produkt

skapt i vårt forsøk på å forstå verden (Imsen, 2012, s. 227). Kari nevner “learning by doing” som en arbeidsmetode i hennes undervisning. Dette begrepet stammer fra John Dewey, og har rot i det konstruktivistiske læringssynet (Imsen, 2012). Teorien legger vekt på at eleven må delta aktivt for å lære noe, og at ytre stimuli ikke fører til læring. Elevene lærer gjennom å gjøre noe og å høste erfaringer fra dette. Erfaringer defineres som “et samspill mellom det å gjøre noe og å se hva handlingen førte til” (Imsen, 2012, s. 38). Det er når elevene forstår sammenhengen mellom handlingen som er gjort og resultatet av handlingen at læring skjer. Jonas’ sitat kan også knyttes til denne teorien, selv om han ikke nevner dette eksplisitt. Jonas legger vekt på at han som lærer ikke skal være den som viser elevene hvordan de skal løse oppgaver, men at de skal utforske og finne ut av dette selv. Tolkningen vår av Jonas’ utsagn tyder på at han mener at elevenes kunnskap ikke kan konstrueres gjennom ytre stimuli, men gjennom erfaringer. Vegard legger til rette for mye aktivitet og samarbeid i undervisningen. Vi tolker det slik at han har et sosialkonstruktivistisk læringssyn. Ifølge sosial konstruktivisme må kunnskap og læring ses i lys av kulturen, språket og fellesskapet individet hører til i (Imsen, 2012).

### **5.1.2 Tilpasset opplæring**

En annen tendens i våre resultater er at lærerne har et fokus på å tilrettelegge undervisningen for hver enkelt elev. Under kategorien *Læreren som tilrettelegger i undervisningen* (se kapittel 4.2.1) er det flere lærere som tar opp nettopp dette. Blant annet Jonas som sier at hans rolle er å tilrettelegge for hver enkelt elev og Erling som sier at han må legge opp til at elevene jobber for å lære. Jonas sier også at relasjonskompetanse og gode relasjoner til hver enkelt elev vil hjelpe læreren med å tilpasse undervisningen (se kapittel 4.2.4). Han vurderte også at en styrke undervisningsopplegg B var at progresjonen gjør det lettere å tilpasse undervisningen for elevene. Erling sier under kategorien *Elevfokusert undervisning* (se kapittel 4.2.7) at god undervisning er når en som lærer klarer å tilpasse undervisningen til den enkeltes nivå. Kari sier i *Problemløsning som undervisningsmetode* (se kapittel 4.2.8) at hun bruker problemløsning for å differensiere undervisningen.

Disse utsagnene og kategoriene tyder på at flere lærere har et fokus på tilpasset opplæring i sin undervisning. Prinsippet om tilpasset opplæring er nedfelt i opplæringsloven § 1-3. Der står det at opplæringen skal tilpasses elevens evner og forutsetninger (Opplæringslova, 1998, § 1-3). Både Jonas, Erling og Kari snakker om å tilpasse undervisningen til den enkelte eleven. Jonas påpeker også viktigheten av gode relasjoner til elevene for å kunne tilpasse

undervisningen. Dette støttes av Stray og Stray (2015) som sier at selv om læreren har gode didaktiske tilnærminger til tilpasset opplæring hjelper dette lite dersom elevene responderer dårlig på undervisningen på grunn av dårlige relasjoner til læreren. Måten læreren kommuniserer med elevene på har ikke bare innvirkning på atferd, men også elevenes læringsutbytte (Stray og Stray, 2015). Erling snakker om at god undervisning er når læreren klarer å tilpasse undervisningen til den enkelte elevs nivå og Kari sier at problemløsning er en hensiktsmessig metode for å differensiere undervisningen. Å differensiere undervisningen vil si å gi ulike typer oppgaver, ulike vanskelighetsgrad på oppgavene eller å lage egne grupper basert på interesser og evner (Håstein og Werner, 2015). Kari differensierer undervisningen ved å gi ulik vanskelighetsgrad på oppgavene som brukes i undervisningen. Brevik og Gunnulfsen (2016) viser til flere studier som sier at en slik differensiering har en positiv effekt og en gevinst i klasserom som både er komplekse og sammensatte. Hiebert og Grouws (2007) skriver også at problemløsning er en undervisningsmetode som gir elevene mulighet til å utvikle sin konseptuelle forståelse. En forutsetning for dette er at oppgavene tilpasses slik at de treffer elevenes nivå, slik Kari snakker om.

## **5.2 Instrumentalistisk oppfatning av matematikk**

Tolkningen vår av informantenes svar tyder på at det var en lærer som skilte seg fra de andre. Mias svar plasserte vi under kategorien *Matematikk som et skolefag* (kapittel 4.1.3). Der kom det fram at eksamen legger store føringer for hennes undervisning. Mia beskrev også at man i algebra trenger mengdetrening for å bli flink. Mia vurderte også undervisningsopplegg B til å være det mest hensiktsmessige. Som redegjort for i kapittel 3.4.1 er undervisningsopplegg B bygget på teori om undervisning for prosedyrell forståelse. Her er innlæring av ferdigheter og fremgangsmåte i fokus. Ifølge Skemp (1976) vil instrumentell forståelse av matematikk bære preg av at eleven kan bruke algoritmer for å løse oppgaver uten å kunne beskrive hvorfor algoritmen fungerer. Dette knyttet vi til Hiebert og Lefevres' (1986) prosedyrelle forståelse (se kapittel 2.4.2). De beskriver prosedyrell forståelse som en isolert del av kunnskap uten koblinger til annen kunnskap (Hiebert og Lefevre, 1986). Vi tolker derfor Mias svar dithen at hun har en instrumentalistisk oppfatning av matematikk slik vi har beskrevet i kapittel 2.3.1 og 2.4.1. En slik oppfatning av matematikk innebærer at læreren vil være opptatt av at elevene mestrer de ulike ferdighetene i matematikk korrekt. Dette kommer fram med at Mia har fokus på mengdetrening i algebra. Det belyses også av at Mia vurderte oppgavene i undervisningsopplegg B som mest hensiktsmessig. Disse oppgavene er preget av en

forhåndsbestemt fremgangsmåte som elevene lærer seg å bruke når de løser disse oppgavene. Oppgavene har ikke fokus på hvorfor fremgangsmåten fungerer, men utførelsen. Forståelsen som utvikles her kan i stor grad kun brukes i samme kontekst som oppgavene. Dette er i tråd med Skemp's (1976) instrumentelle forståelse.

### **5.3 Drøfting av lærernes rangeringer**

Vi valgte å knytte noen oppgaver til intervjuet vårt. I metodekapittelet begrunnet vi dette i at det vil være hensiktsmessig å kunne knytte noe observerbart med lærernes svar, for å se om deres svar og deres praksis samsvarer. Lærernes oppfatninger er dessuten kontekstavhengig, og kan derfor variere basert på hvilken kontekst en er i (se kapittel 3.4.1). Vi ønsker med oppgavene å skape ulike kontekster i intervjusituasjonen for å se om lærernes oppfatninger endret seg avhengig av konteksten. I dette kapittelet skal vi drøfte lærernes rangeringer og knytte resultatdelen opp mot rangeringene.

Vi så i stor grad at lærernes samsvarer med rangeringene av oppgavene. I tillegg var det bred konsensus blant lærerne om at oppgave 3 var den vanskeligste å løse for elevene. Alle lærerne synes ordlyden i oppgaven gjorde den utfordrende. Kari sa likevel at dersom elevene har jobbet med slike typer oppgaver før og er kjent med ordlyden, vil den ikke være like utfordrende. I tillegg til ordlyden var det flere av lærerne, blant annet Vegard, som mente at denne oppgaven fort kunne bli for abstrakt for elevene, og derfor utfordrende. Denne oppgaven er en prealgebra oppgave hentet fra Carraher og Schliemann (2009, s. 688) og var en del en studie gjort på andreklassinger. Det som er interessant i denne sammenhengen er at selv om denne oppgaven ble gitt til andreklassinger i studien, så rangerte lærerne denne som vanskeligst for elever på ungdomsskolen. Det gjorde de ikke nødvendigvis på grunn av oppgavetyper, men på grunn av ordlyden i oppgaven. Det var flere lærere, blant annet nevnte Kari, som uttrykte at oppgaven ville oppleves som enklere med enn annen og mer kjent ordlyd for elevene.

Både Bjørn og Kari snakker om misoppfatninger av likhetstegnet i intervjuet. Dette samsvarer med studien utført av Knuth m fl (2006), som undersøkte elevenes forståelse av likhetstegnet og konkluderte med at de hadde en begrenset forståelse av likhetstegnet. I resultatdelen så vi at begge hadde erfaringer med at elevene ikke helt skjønner hva likhetstegnet betyr. Bjørn mente at elevene hadde en oppfatning av at likhetstegnet er en aksjon, på lik linje med pluss

og minus. Dette samsvarer med det Van de Walle m fl (2015) beskriver som en operasjonell oppfatning av likhetstegnet. Kari mente at dette kunne skyldes likhetstegnets abstraksjonsnivå, at det ble i overkant abstrakt for elevene. Likevel valgte de å rangere oppgaven om ekvivalens (oppgave 1) som den enkleste av de fire oppgavene. Her svarer lærerne ulikt basert på kontekst. Vi tror dette kan skyldes oppgavens kompleksitet; at denne oppgaven var for enkel i seg selv og i forhold til de andre tre oppgavene. Grunnen til at vi antar dette, er at Bjørn begrunnet sitt valg med at “her vil dem kunne resonnerer seg fram til ganske enkelt hvis du skjønner likhetstegnet” da han rangerte denne oppgaven som den letteste.

## **5.4 Sammenheng mellom oppfatninger og undervisning av matematikk og ligninger**

I teorikapittelet redegjorde vi for Hiebert og Grouws' (2007) to tilnærminger til undervisning. Der kom det fram at lærere kan undervise for prosedyrell forståelse eller undervise for konseptuell forståelse. I dette kapittelet skal vi drøfte lærernes svar mot denne teorien.

Bjørn, Vegard og Kari etterstrebet å bruke problemløsning som undervisningsmetode (se kapittel 4.2.8) i matematikkundervisningen. Bjørns oppfatning av hva matematikk dreier seg om kan ses i sammenheng med undervisningsmetoden han bruker fordi han mener matematikk handler om problemløsning. Også Jonas hadde den oppfatning av at matematikk dreide seg om problemløsning da han beskrev en som var flink i matematikk som en god problemløser (se kapittel 4.1.1). Dette er i tråd med at mange ifølge (Hana, 2014) ser på problemløsning som matematikkens kjerne. Disse oppfatningene av undervisning kan knyttes til Hiebert og Grouws' (2007) undervisning for konseptuell forståelse. Problemløsning brukes her som et virkemiddel for at elevene skal utfordres. Utfordringen brukes som en prosess for å knytte koblingene mellom kunnskap, og utvikler konseptuell forståelse av matematikk. Erling og Bjørn sier at de bruker diskusjon i undervisningen (se kapittel 4.2.10). Bjørn sier videre at forskning tyder på at diskusjoner er den situasjonen der elevene lærer best. Erling bruker diskusjoner for å variere undervisningen og inkludere flest mulig.

Ifølge Hiebert og Grouws (2007) kan diskusjoner bidra til utvikling av konseptuell forståelse. I denne sammenhengen utvikles konseptuell forståelse når diskusjonene eksplisitt redegjør for koblingene mellom kunnskap. Vi tolker Erlings ønske om å involvere flest mulig og Bjørns bevissthet om at diskusjoner er den beste lærings situasjonen for elevene slik at de begge

bruker diskusjoner for å diskutere koblingen mellom matematisk kunnskap med elevene. Basert på dette mener vi at Bjørn, Kari, Jonas, Vegard og Erlings tilnærming til undervisning gir elevene mulighet til å utvikle sin konseptuell forståelse i matematikk.

Mia var den eneste læreren som hadde fokus på resultat i sin undervisning, hun var også av den oppfatningen at matematikk var et skolefag (se kapittel 4.1.3). Hun sa at eksamen legger store føringer for hvordan hun legger opp undervisningen, og hva hun prioriterer og vektlegger i matematikk. Hun legger i stor grad vekt på oppgavejobbing og mengdetrening i matematikkundervisningen sin (se kapittel 4.2.5). Hiebert og Grouws (2007) sier at undervisning for prosedyrell forståelse kjennetegnes av at deler av matematikken læres i en spesiell kontekst og baseres i stor grad på ferdighetslæring. Slik vi tolker Mias utsagn om undervisning så foregår den ofte i en kontekst som er preget av eksamensfokus, samt mye oppgavejobbing og mengdetreninger for å innlære ferdigheter. Basert på dette mener vi at Mias tilnærming til undervisning gir elevene mulighet for å utvikle prosedyrell forståelse.

## 6. Avslutning

I dette kapittelet vil vi svare på våre to forskningsspørsmål og vår problemstilling. Vi vil også si noe om videre forskning på temaet.

### 6.1 Hva mener matematikklærere på ungdomsskolen er hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger?

Vår problemstilling er *“Hva mener matematikklærere på ungdomsskolen er hensiktsmessig undervisning i emnet ligninger?”*.

Vårt første forskningsspørsmål er *“Hvilke oppfatninger har lærerne av matematikk og ligninger?”*. Dette spørsmålet handler om hva matematikk og ligninger er for lærerne. I kapittel 4.1 blir disse oppfatningene presentert. Her fant vi tre ulike oppfatninger tilknyttet matematikk generelt, samt en oppfatning av ligninger. Det var tre av lærerne som hadde en oppfatning av matematikk som problemløsning, tre lærere som hadde en oppfatning av at matematikk var overalt rundt oss og at vi trenger matematikk for å fungere i hverdagen, og tre lærere som hadde en oppfatning av matematikk som et skolefag. Det var to lærere, Erling og Jonas, som hadde en oppfatning av matematikk både som problemløsning og at den var overalt rundt oss. I tillegg var det to lærere som hadde en oppfatning av at alle regneoperasjoner er ligninger. Dette forklarte de med at all matematikk handler om å finne likevekt på begge sider av likhetstegnet, og at alt med likhetstegn var en ligning.

Vårt andre forskningsspørsmål er *“Hvilke oppfatninger har lærerne av læring og undervisning i matematikk og ligninger?”*. Dette spørsmålet handler om hvordan lærerne mener elever lærer matematikk best og hva de mener er hensiktsmessig undervisning i matematikk og ligninger. I kapittel 4.2 blir disse oppfatningene presentert. Lærerne pekte på flere elementer rundt deres egen rolle i undervisningen. De hadde en samlet oppfatning om at lærerens rolle har betydning i undervisningen, og de la vekt på at læreren måtte være faglig dyktig, ha god relasjonskompetanse og innta rollen som en tilrettelegger i undervisningen. To av lærerne hadde også fokus på elevenes rolle i undervisningen, og at de skulle være lærende. Lærerne hadde også ulikt fokus i sin undervisning. Én lærer hadde vekt på resultat, to lærere hadde vekt på forståelse og to lærere hadde en elevfokusert oppfatning av undervisning. Undervisningsmetoder som problemløsning, diskusjon og bruk av konkrete ble særlig trukket fram som hensiktsmessig av lærerne når de snakket om undervisning i ligninger.

Forskningsspørsmålene våre blir brukt for å svare på problemstillingen. Blant lærerne vi intervjuet viste det seg å være noe varierte oppfatninger av matematikk og ligninger, og av læring og undervisning i matematikk og ligninger. Vi drøftet om det var noen sammenhenger mellom deres oppfatninger av matematikk og ligninger, og undervisningen deres. Her kom det fram at det finnes en sammenheng mellom oppfatninger og undervisning i matematikk. Denne sammenhengen kommer også fram i studien til Beswick (2005). Dette er noe vi kan dra nytte av i egen praksis. Den har gjort oss bevisst på at våre oppfatninger av matematikk vil påvirke vår undervisning. Vi så at lærerne som hadde en oppfatning av matematikk som problemløsning og at matematikken var overalt rundt oss ser på problemløsning og diskusjoner som hensiktsmessig undervisning, i tillegg til at de ønsker undervisning med vekt på forståelse. Hiebert og Grouws (2007) trekker fram at diskusjoner og problemløsningsoppgaver kan være hensiktsmessig for å utvikle elevenes konseptuelle forståelse av matematikk. Dette er bakgrunnen for at vi plasserte disse fem lærerne under en undervisning for konseptuell forståelse. De samme fem lærerne som hadde en undervisning for konseptuell forståelse hadde også et konstruktivistisk læringssyn. Samtidig som de var opptatt av at elevene skulle utvikle en konseptuell forståelse, var de også opptatt av at det var elevene selv som måtte oppdage og skape kunnskapen. Det at lærerne har en oppfatning av undervisning som fremmer forståelse finner vi også i studien til Kuhs og Ball (1986, gjengitt i Thompson, 1992). På den andre siden så vi en lærer som hadde en oppfatning av matematikk som skolefag. Denne læreren hadde stort fokus på undervisning med vekt på resultat, samt et fokus på undervisning som utvikler prosedyrell forståelse. Selv om denne læreren står i kontrast til de andre fem, fant vi også her en sammenheng mellom oppfatningen av matematikk og ligninger, og undervisningen.

Vi forsket på lærernes oppfatninger av undervisning i ligninger. Fem av lærerne hadde en oppfatning av undervisning som vi tolket konstruktivistisk. Denne tolkningen baseres på at lærerne var opptatte av at elevene aktivt måtte skape og oppdage kunnskapen. Vi plasserte også de samme fem lærerne under en undervisningstilnærming som fremmer konseptuell forståelse. Lærerne la vekt på elevaktivitet som en viktig forutsetning for læring. Undervisningsmetoder som problemløsning og diskusjon ble særlig trukket fram som hensiktsmessig av lærerne når de snakket om undervisning i ligninger. Studien tyder på at matematikklærere på ungdomsskolen mener at undervisning som fremmer konseptuell forståelse er mest hensiktsmessig i emnet ligninger.



## **6.2 Videre forskning**

I denne studien har vi undersøkt lærernes oppfatninger av undervisning i emnet ligninger. Lærerne mener at undervisning som utvikler konseptuell forståelse av matematikk er hensiktsmessig. Vi har også synliggjort at det finnes en sammenheng mellom lærernes oppfatninger av matematikk og hvordan de underviser. Funnene er gjeldende for våre data, og et naturlig steg videre vil være å undersøke om dette gjelder for andre lærere. Det kan også være interessant å undersøke dette med et større utvalg. Vi har undersøkt lærernes oppfatninger i en intervjukontekst og knyttet dette til vurdering av undervisningsopplegg og rangering av elevoppgaver. For videre forskning vil vi foreslå at lærernes oppfatninger knyttes til deres undervisningspraksis gjennom observasjon. På denne måten vil forskningen være mer dyptgående.



## Litteraturliste

- Ball, D. L., Thames, M. H., Phelps, G. (2008). *Content Knowledge for Teaching: What makes it so special?*. Journal of Teacher Education, 59(5), 389-407. Sage Publications.
- Bergem, O. K. (2016). Hovedresultater i matematikk. I O. K. Bergem, H. Kaarstein, T. Nilsen. (Red.). *Vi kan lykkes i realfag. Resultater og analyser fra TIMSS 2015* (s. 22-44). Oslo: Universitetsforlaget.
- Beswick, K. (2005). *The Beliefs/Practice Connection in Broadly Defined Contexts*. Mathematics Education Research Journal, 7(2), 39-68.
- Blomhøj, M., Kjeldsen, T. H. (2006). *Teaching mathematical modelling through project work*. ZDM, 38(2), 163-177.
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). *Using thematic analysis in psychology*. Qualitative research in psychology, 3(2), 77-101.
- Brevik, L. M., Gunnulfsen, A., E. (2016). *Differensiert undervisning for høyt presterende elever med stort læringspotensial*. Acta Didactica Norge, 10(2), 212-234.
- Caelli, K., Ray, L. & Mill, J. (2003). *'Clear as mud': toward greater clarity in generic qualitative research*. International journal of qualitative methods, 2(2), 1-13.
- Carraher, D. W., Schliemann, A., D. (2009). *Early algebra and algebraic reasoning*. I F. K. Lester. (Red.). Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. Charlotte: Information Age Publishing.
- Christoffersen, L., Johannesen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Creswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative & mixed methods approaches*. Los Angeles, CA: Sage Publications.

Creswell, J. W., Miller, D. L. (2000). *Determining Validity in Qualitative Inquiry*. Theory in Practice, 39(3), 124-130.

Cross, D. I. (2009). *Alignment, cohesion, and change: Examining mathematics teachers' beliefs structures and their influence on instructional practices*. Springer Science.

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education (6.utg)*. New York: Routledge.

Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode – en kvalitativ tilnærming (2.utg)*. Oslo: Universitetsforlaget.

DeFranco, T., Truxaw, M. P. (2008). *Mapping Mathematics Classroom Discourse and Its Implications for Models of Teaching*. Journal for Research in Mathematics Education, 3(5), 489-525.

Ernest, P. (1989). *The Knowledge, Beliefs and Attitudes of the Mathematics Teacher: A model*. Journal of Education for Teaching, 15(1), 13-33.

Eynde, O. P., De Corte, E., Verschaffel, L. (2003). Framing Students' Mathematics-Related Beliefs. A Quest for Conceptual Clarity and a Comprehensive Categorization. I G. C. Leder, E. Pehkonen, G. Torner. (Red.). *Beliefs: A Hidden Variable in Mathematics Education*. New York: Kluwer Academic Publishers.

Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter*. Bergen: Caspar Forlag AS

Hiebert, J., Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. I F. K. Lester. (Red.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 371-404). Charlotte: Information Age Publishing.

Hiebert J., Lefevre, P. (1986). *Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis*. Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics, 2, 1-27.

Håstein, H., Werner, S. (2015). Tilpasset opplæring i fellesskapets skole. I M. Bunting. (Red.), *Tilpasset opplæring - I forskning og praksis*. (s. 19-55). Oslo: Cappelen Damm AS.

Imsen, G. (2012). *Elevenes verden*. Oslo: Universitetsforlaget.

Imsen, G. (2016). *Lærerens verden*. Oslo: Universitetsforlaget.

Johannesen, A., Tufte, P. A. (2002). *Introduksjon til samfunnsvitenskapelig metode*. Oslo: Abstrakt forlag AS.

Kieran, C. (2007). Learning and Teaching Algebra at the Middle School Through College Levels. Building Meaning for Symbols and Their Manipulation. I F. K. Lester. (Red.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 707-762). Charlotte: Information Age Publishing.

Knuth, E. J., Alibali, M. W., McNeil, N. M., Weinberg, A., Stephens, A. C. (2005). *Middle School Students' Understanding of Core Algebraic Concepts: Equivalence & Variable*. ZDM, 38(1), 68-76.

Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., Alibali, M. W. (2006). *Does Understanding the Equal Sign Matter? Evidence from Solving Equations*. Journal for Research in Mathematics Education, 37(4), 297-312.

Küchemann, D. E. (1981). Algebra. I K. M. Hart. (Red.). *Children's Understanding of Mathematics: 11-16* (s. 102-119). London: John Murray.

Kvale, S. (1997). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Kvale, S., Brinkman, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lesh, R., Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. K. Lester. (Red.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 763-804). Charlotte: Information Age Publishing.

McLeod, D. B. (1992). Research on affect in mathematics education: A reconceptualization. I D. A. Grouws. (Red.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 575-596). New York: Macmillan.

Morse, J. M. (2000). *Determining Sample Size*. *Qualitative Health Research*, 10(1), 3-5.

Nathan, M. J., Koedinger, K. R. (2000). *An Investigation of Teachers' Beliefs of Students' Algebra Development*. *Cognition and Instruction*, 18(2), 209-237.

NESH – Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2016). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet 14. Mai 2019 fra <https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/>

Noble, H., Smith, J. (2015). *Issues of validity and reliability in qualitative research*. *Evid Based Nurs*, 18(2), 34-35.

Nordahl, T. (2013). Klasseledelse. I T. Manger, S. Lillejord, T. Nordahl og T. Helland (Red.). *Livet i skolen I* (s.105-135). Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS.

Opplæringslova (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (LOV-1998-07-17-61)*. Hentet 30. April 2019 fra <https://lovdata.no/dokument/NL/lov/1998-07-17-61>

Pajares, M. F. (1992). *Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct*. *Review of Educational Research*, 62(3), 307-332.

Phillip, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. I F. K. Lester. (Red.). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 629-667). Charlotte: Information Age Publishing.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.

Saldaña, J. (2016). *The coding manual for qualitative researchers*. London: SAGE.

Schoenfeld, A. H. (2007) *Issues and tensions in the assessment of mathematical proficiency*. Hentet 27. April 2019 fra <http://library.msri.org/books/Book53/files/01schoen.pdf>

Schoenfeld, A. H., the Teaching for Robust Understanding Project. (2016). *An Introduction to the Teaching for Robust Understanding (TRU) Framework*. Berkeley, CA: Graduate School of Education. Hentet 28. April 2019 fra [https://www.map.mathshell.org/trumath/intro\\_to\\_tru\\_20161223.pdf](https://www.map.mathshell.org/trumath/intro_to_tru_20161223.pdf)

Skemp, R. R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding*. *Mathematics Teaching*. 77, 20-26.

Skott, J. (2015). The promises, problems, and prospects of research on teachers' beliefs. I H. Fives, M. G. Gill. (Red.). *International Handbook of Research on Teachers' Beliefs* (s. 13-30). New York: Routledge.

Stray, T., Stray, I. E. (2015). Alle elever har behov for å bli forstått - Tilpasset opplæring sett I et differensiert relasjonsperspektiv. I M. Bunting. (Red.), *Tilpasset opplæring - I forskning og praksis*. (s. 56-75). Oslo: Cappelen Damm AS.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.

Thompson, A. G. (1992). Teachers' beliefs and conceptions: A synthesis of the research. I D. A. Grouws. (Red.). *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 127-146). New York: Macmillan.

Tjora, A. (2012). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis*. Oslo: Gyldendal Akademisk.

Utdanningsdirektoratet. (2013a). Læreplan i matematikk fellesfag: Hovedområde. Hentet 03. Mai 2019 fra <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Hovedomraader>

Utdanningsdirektoratet. (2013b). Læreplan i matematikk fellesfag: Kompetansemål etter 10. årssteget. Hentet 03. Mai 2019 fra <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget>

Utdanningsdirektoratet (u.å.). *Ordbok – for begreper i grunnopplæringen, norsk-engelsk/engelsk-norsk*. Hentet 23. April 2019 fra: <https://www.udir.no/verktoy/ordbok/>

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., Bay-Williams, J. M. (2015). *Elementary and Middle School Mathematics – Teaching Developmentally*. Edinburgh Gate, Harlow: Pearson Education Limited.

Van Zoest, L. R., Jones G. A., Thornton, C. A. (1994). *Beliefs about mathematics teaching held by preservice teachers involved in a first grade mentorship program*. *Mathematics Education Research Journal*, 6(1), 37-55.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: The Development of Higher Psychological Processes*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.

Wistedt, I. (1990). *Vardagskunskaper och skolmatematikk - Några utgangspunkter för en empirisk studie*. Stockholms Universitetet: Pedagogiska Institutionen.



# Vedlegg 1: Godkjenning fra NSD

Meldeskjema for behandling av personopplysninger

06.05.2019, 10.53



## NSD sin vurdering

### Prosjekttittel

Hvordan lærere forklarer undervisning i ligningsløsning.

### Referansenummer

317127

### Registrert

24.01.2019 av Daniel Mikkelsen - dmi007@post.uit.no

### Behandlingsansvarlig institusjon

UiT Norges arktiske universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

### Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Per Øystein Haavold, per.oystein.haavold@uit.no, tlf: 77645587

### Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

### Kontaktinformasjon, student

Daniel Mikkelsen, dmi007@uit.no, tlf: 40454423

### Prosjektperiode

14.01.2019 - 01.07.2019

### Status

24.01.2019 - Vurdert

### Vurdering (1)

---

#### 24.01.2019 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet

med vedlegg den 24.01.2019. Behandlingen kan starte.

#### MELD ENDRINGER

Dersom behandlingen av personopplysninger endrer seg, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. På våre nettsider informerer vi om hvilke endringer som må meldes. Vent på svar før endringer gjennomføres.

#### TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET

Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 01.07.2019.

#### LOVLIG GRUNNLAG

Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

#### PERSONVERNPRINSIPPER

NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

#### DE REGISTRERTES RETTIGHETER

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

#### FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER

NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

#### OPPFØLGING AV PROSJEKTET

NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!  
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

## Vedlegg 2: Samtykkeskjema/Informasjonsskriv

### Vil du delta i forskningsprosjektet ”Undervisning i ligningsløsning”?

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å undersøke hvordan lærere underviser i ligningsløsning med en eller flere ukjente. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

#### Formål

I vår studie ønsker vi å undersøke matematikklæreres faglige tanker rundt egen undervisning i ligningsløsning. Hensikten vil være å øke forståelsen av læreres ulike tankemåter i matematikkundervisningen. Dette vil vi undersøke gjennom samtaler med matematikklærere på ungdomsskolen.

Vi skal undersøke problemstillingen: *Hvordan forklarer matematikklærere på ungdomsskolen sin undervisning i emnet ligningsløsning, med en eller flere ukjente?*

Prosjektet er en del av vår masterstudie ved UiT Norges arktiske universitet, og vil være grunnlaget for vår masteroppgave som skal leveres våren 2019. UiT Norges arktiske universitet er ansvarlig for prosjektet.

Du blir spurt om å delta i studien fordi du jobber som matematikklærer i ungdomsskolen.

#### Hva innebærer det for deg å delta?

Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du blir med på et oppgavebasert intervju med maksimal varighet på 45 minutter. Under intervjuet vil vi gjøre notater, samt et lydopptak av intervjuet. Notatene og opptaket vil senere bli analysert etter studiens formål. I tillegg til opplysningene over vil vi innhente informasjon om studiebakgrunn og jobberfaring.

**Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykke tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle opplysninger om deg vil da bli anonymisert. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.**

#### Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. Kun studentene

Daniel Mikkelsen og Glenn Tommy Johansen samt veileder Per Øystein Haavold vil ha tilgang til informasjonen som innhentes i studien. Informasjonen vil bli oppbevart låst, kryptert og utilgjengelig for andre samt anonymisert.

I publikasjonen vil deltakerne anonymiseres og omtales med fiktive navn slik at du ikke vil kunne gjenkjennes.

### **Hva skjer med opplysningene dine når vi avslutter forskningsprosjektet?**

Prosjektet skal etter planen avsluttes 15. Mai 2019. Sensurfristen for studien er seks uker etter innlevering. Etter dette vil alle oppbevarte personopplysninger bli anonymisert/destruert. Dersom studien mot formodning ikke er fullført på dette tidspunktet, vil alle deltakende i studien kontaktes dersom vi ønsker videre oppbevaring av informasjonen.

### **Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

### **Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD – Norsk senter for forskningsdata AS, på epost: [personverntjenester@nsd.no](mailto:personverntjenester@nsd.no) eller telefon: 55 58 21 17.

### **Hvor kan jeg finne ut mer?**

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

*Student Daniel Mikkelsen, tlf: 40454423 og epost: [dmi007@uit.no](mailto:dmi007@uit.no)*

*Student Glenn Tommy Johansen, tlf: 47828110 og epost: [gjo056@uit.no](mailto:gjo056@uit.no)*

*Veileder Per Øystein Haavold, tlf: 77645587 og epost: [per.oystein.haavold@uit.no](mailto:per.oystein.haavold@uit.no)*

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig  
(Forsker/veileder)

*Eventuelt student*

---

**Samtykkeerklæring**

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Undervisning i ligningsløsning*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til å delta i et oppgavebasert intervju.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca. juli 2019.

---

*(Signert av prosjektdeltaker, dato)*

# Vedlegg 3: Intervjuguide

## Intervjuguide

1. Hvilken studiebakgrunn og arbeidserfaring har du i matematikk/lærer?
  - a. Har du jobbet på andre skoler? Har du kun jobbet på ungdomstrinnet?
  - b. Har du noen tilleggsutdanning innen matematikk?
  - c. Hvilket trinn underviser du på nå?

*Del 1: Generelt om oppfatninger om hva matematikk er, om læring i matematikk og undervisning i matematikk.*

1. Hva er matematikk for deg? Hva legger du i matematikk?
  - a. Hvorfor bør elever kunne matematikk?
2. Hva vil det si å være flink i matematikk?
  - a. Kan alle bli flink i matematikk? Hvorfor/hvorfor ikke?
3. Hvordan mener du elever lærer matematikk best? Hvorfor?
  - a. Eksempler?
4. Hvordan vil du beskrive din rolle i klasserommet? Hvorfor?
  - a. Hvordan er en slik rolle?
  - b. Hva er viktige egenskaper i en slik rolle?
5. Hva mener du er god undervisning i matematikk? Hvorfor?
  - a. Hvordan bør vi undervise i matematikk?
  - b. Er god undervisning universelt for alle emner, eller bør man undervise forskjellig avhengig av emne?
    - i. Har du eksempler på emner du ville undervist ulikt i?
  - c. Hvilke aktiviteter har du erfaring med fra undervisningen i matematikk?
    - i. Hva tenker du om bruken av digitale verktøy i undervisningen?
    - ii. Hva tenker du om diskusjon i undervisningen?
    - iii. Hva tenker du om problemløsning/åpne oppgaver i undervisningen?
    - iv. Gruppearbeid?
    - v. Bruk av konkrete?
    - vi. Individuelt arbeid?

- vii. Er det noen aktiviteter du synes fungerer bedre i undervisningen?  
Hvorfor?
- 6. Hvilken kunnskap trenger du som matematikklærer for å planlegge og gjennomføre god undervisning?
  - a. Noen kunnskaper som er viktigere enn andre?

*Del 2: Oppfatninger om hva ligninger er, om læring av ligninger og undervisning i ligninger.*

- 1. Resultater fra TIMSS viser at norske elever synes algebra er utfordrende. Hvorfor tror du norske elever synes algebra er utfordrende?
  - a. Største misoppfatninger i algebra?
- 2. Hva mener du inngår i emnet ligninger?
  - a. Hva tror du elevene legger i ligninger?
  - b. Hvilken rolle har ligninger i matematikk? Hvorfor?
  - c. Bør vi inkludere ligninger i undervisningen av andre emner i matematikk?
    - i. Eksempler?
  - d. Hvorfor mener du at elevene skal lære om ligninger?
- 3. Hvilke ferdigheter mener du er sentrale for elevenes forståelse for ligninger?
  - a. Hva vil det si å forstå ligninger?
  - b. Hva må elevene kunne for å løse ligninger?
    - i. Forståelse av likhetstegnet?
    - ii. Forståelse av variabler?
    - iii. Regnearter?
    - iv. Regnerekkefølge?
    - v. Inverse?
  - c. Er det noen av disse ferdighetene som du opplever at elevene synes er særlig utfordrende? Hvorfor?
  - d. Hvordan kan du finne ut hva elevene kan om ligninger?
    - i. Prøver?
    - ii. Samtaler?
    - iii. Begrunnelse for valg?

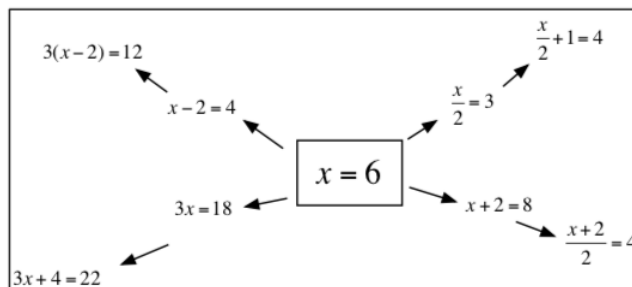


4. Tidligere spurte vi om god undervisning generelt i matematikk. Hva mener du er god undervisning innenfor emnet ligninger?
- a. Hvordan bør vi undervise i ligninger?
  - b. Trenger vi en annen tilnærming til undervisning om ligninger enn i matematikk generelt? Eksempel?
  - c. Hvilke aktiviteter har du erfaring med fra undervisningen i ligninger?
    - i. Hva tenker du om bruken av digitale verktøy i undervisningen?
    - ii. Hva tenker du om diskusjon i undervisningen?
    - iii. Hva tenker du om problemløsning/åpne oppgaver i undervisningen?
    - iv. Gruppearbeid?
    - v. Bruk av konkrete?
    - vi. Individuelt arbeid?
    - vii. Er det noen aktiviteter du synes fungerer bedre i undervisningen om ligninger? Hvorfor?
  - d. Synes du det er utfordrende å undervise i ligninger? Hvorfor/hvorfor ikke?
    - i. Synes du elevene har nok kunnskap etter syvende trinn?
      1. Hvilke kunnskaper mangler elevene etter syvende trinn? Hvorfor tror du de mangler kunnskap?

## Vedlegg 4: Undervisningsoppleggene

### Undervisningsopplegg:

Læringsmålet for begge undervisningene er at elevene skal kunne "lage og løse ligninger med en variabel". Begge øktene varer i 60 minutter. En forutsetning er at elevene har arbeidet med ligninger tidligere.



### Undervisning A:

#### Introduksjon (ca. 25 minutter)

Undervisningen begynner med at læreren introduserer elevene for læringsmålet for timen. Læreren skriver  $x = 6$  på tavlen. Videre spør læreren elevene om de i par kan lage flere ligninger hvor  $x = 6$ . Disse tas opp i plenum og skrives på tavla. Dersom noen av regneartene mangler, spør læreren om de kan lage ligninger med disse regneartene. Læreren spør så om elevene i par kan bygge videre på ligningene som er kommet opp på tavlen. Etter denne seansen vil tavlen se lik ut som i figuren over.

#### Elevarbeid (ca. 20 minutter)

Elevene får utdelt oppgaveark lik de under.

### Building Equations

Operations	Operations
_____ $x =$ _____	_____ $y =$ _____
_____ $\leftarrow$ _____	_____ $\leftarrow$ _____
_____ $\leftarrow$ _____	_____ $\leftarrow$ _____
_____ $\leftarrow$ _____	_____ $\leftarrow$ _____
_____ $\leftarrow$ _____	_____ $\leftarrow$ _____
This is Equation 1	This is Equation 2
Check	Check

Elevene skal i par lage to ulike ligninger. Hver ligning skal inneholde alle de fire regneartene, og de må vise stegene slik som i eksempelet under. De må også undersøke om ligningen stemmer.

$$x = 6$$

$$-2 \leftarrow x - 2 = 4$$

$$\times 4 \leftarrow \frac{x - 2}{4} = 1$$

$$+3 \leftarrow \frac{x + 1}{4} = 4$$

$$\times 5 \leftarrow \frac{5(x + 1)}{4} = 20$$

Når elevene har laget ligningene skriver de ligningene øverst på arket under og gir dem videre til et annet elevpar som skal løse disse. Alle elevparene skal løse ligninger som andre elevpar har laget.

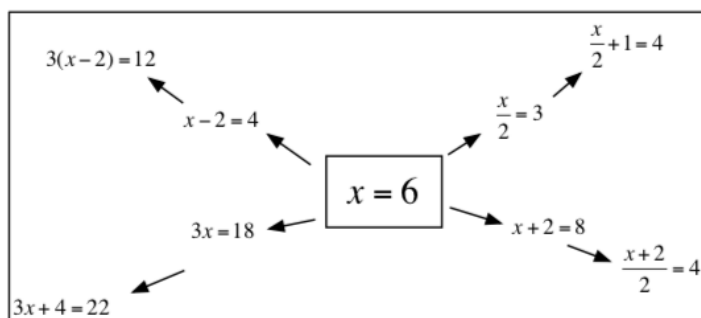
### Solving Equations

Operations	Equation 1	Operations	Equation 2
_____	⤵ _____	_____	⤵ _____
_____	⤵ _____	_____	⤵ _____
_____	⤵ _____	_____	⤵ _____
_____	⤵ _____	_____	⤵ _____

### Oppsummering (ca. 15 minutter)

Under oppsummeringen av timen får noen av parene forklare hvordan de har løst oppgaven, hvorfor de har løst oppgaven på denne og hvorfor dette fungerte eller ikke fungerte. Læreren prøver å skape en diskusjon der andre elever gjerne kan komme med spørsmål til parenes løsninger. Til slutt repeteres læringsmålet og eleven får evaluere om de har oppnådd målet for timen.

### Undervisning B:



2. Here is another algebra machine.

Complete the **Algebra** column.

Solve your equation. Show and explain all your steps.

<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Input the number, x.</div>	<b>Algebra</b>	Use this space to solve the equation.
↓		
Add 7	-----	
↓		
Multiply by 3	-----	
↓		
Subtract 2	-----	
↓		
Divide by 5	-----	
↓		
<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Output the number, 11</div>	-----	

Når elevene mestrer oppgavetype 1 og 2 får de begynne på oppgavetype 3. I disse oppgavene må elevene fullføre begge kolonnene, både instruksjonskolonnen og algebrakolonnen. Til slutt må de løse ligningen og forklare stegene deres.

3. Here is a third algebra machine.

Complete the machine instructions and the **Algebra** column.

Solve your equation. Show and explain all your steps.

<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Input the number, w</div>	<b>Algebra</b>	Use this space to solve the equation.
↓		
<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div>	----- 5w	
↓		
<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div>	-----	
↓		
<div style="border: 1px solid black; width: 100px; height: 20px; margin: 0 auto;"></div>	----- $\frac{5w - 6}{3}$	
↓		
Add 2	-----	
↓		
<div style="border: 1px solid black; border-radius: 50%; padding: 5px; width: fit-content; margin: 0 auto;">Output the number, 5</div>	-----	

**Oppsummering (ca. 15 minutter)**

Læreren spør elevene i plenum hvordan de har løst oppgavene. Læreren går gjennom en oppgave fra hver av oppgavetyperne sammen med elevene. Til slutt repeterer læreren læringsmålet for timen og elevene får vurdere seg selv om de har oppnådd målet for timen.

## Vedlegg 5: Elevoppgaver

### Oppgaver:

#### Oppgave 1:

Vurder om ligningsparet er like/ekvivalente:

$$x+2 = 5 \quad x+2-99 = 5-99$$

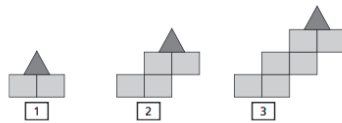
#### Oppgave 2:

Løs ligningen:

$$4+n-2+5=11+3+5$$

#### Oppgave 3:

Bestem et uttrykk for antall firkanter og trekanter i figur  $x$  uttrykt ved  $x$ :



#### Oppgave 4:

Anne, Berit og Christian er til sammen 100 år. Berit er dobbelt så gammel som Anne, og Christian er 8 år yngre enn Anne. Kall alderen til Anne for  $x$ . Still opp og løs en likning for å finne ut hvor gamle de tre er.

