



UiT Norges arktiske universitet

Institutt for pedagogikk og lærerutdanning

Kommunikasjonsmønster i undersøkende matematikkundervisning

En casestudie av hva som kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom læreren og elevene i en undersøkende matematikkundervisning.

Silje Kristine Eide

Masteroppgave i matematikdidaktikk – LRU-3903 – Juni 2020



Sammendrag

I min masteroppgave er fokuset på kommunikasjon mellom elever og lærere i en undersøkende matematikkundervisning, hvor målet er å få en dypere innsikt i hva som kjennetegner de ulike dialogene som oppstår. Forskningsspørsmålet er: *Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom læreren og elevene i en undersøkende matematikkundervisning?* I det teoretiske rammeverket skiller jeg mellom tradisjonell- og undersøkende matematikkundervisning, og knytter opp ulike kommunikasjonsmønstre til disse undervisningsmetodene.

Forskningsprosjektet er en kvalitativ casestudie, som er gjennomført med observasjon som metode, kombinert med lyd- og videoopptak. Utvalget er fire lærere som er tilknyttet SUM-prosjektet, og som har jobbet med undersøkende matematikkundervisning i tre år.

Datamaterialet består av en undervisningstime hvor lærerne selv har bestemt innhold, og er strukturert ut fra tredelingen i undersøkende matematikkundervisning fra Blomhøj (2016). Mine data ble transkribert, kodet og sortert i et rammeverk utviklet av Drageset og Allern (2020), hvor resultatene gav meg et overblikk over hva som kjennetegner kommunikasjonen mellom informantene i en undersøkende matematikkundervisning.

Resultatene fra forskningsprosjekter viser at kommunikasjonsmønsteret i undersøkende undervisning både inneholder tegn til tradisjonelle- og undersøkende kommunikasjonsmønstre. I iscenesettelsen var dialogene lærerstyrt, noe som peker i en retning av oppgaveparadigme. Videre viser elevene at de blir engasjerte og er aktive deltakere i dialogen, som er kjennetegn på problemløsning og et undersøkelseslandskap, samt at de responderer på det læreren sier som kan passe med kommunikasjonsmønsteret IRE. I gjennomføringsfasen ser man fremdeles tegn på at kommunikasjonsmønsteret for lærerne bærer preg av oppgaveparadigmet. Derimot er det et større fokus på å få tilgang til og dele elevtenking, noe som kan tyde på at læreren er interessert i elevenes tankegang, og er kjennetegn på problemløsning og et undersøkelseslandskap. Oppsummeringsfasen inneholder mer kjennetegn til undersøkelseslandskap blant lærerutsagnene, men siden elevene kommer med svar som bare passer respons i et IRE-mønster, kan vi se kjennetegn på tradisjonelt kommunikasjonsmønster fra elevene i den siste fasen.

Forord

Dette forskningsprosjektet markerer avslutningen på min femårige lærerutdanning ved Universitetet i Tromsø. Utdanningen har vært lærerik, motiverende, livsendrende og ikke minst morsom. Etter masterprogrammet i matematikdidaktikk sitter jeg igjen med verdifull kunnskap som jeg kan ta med meg videre og dra nytte av i mine fremtidige år som lærer.

Jeg ønsker å benytte anledningen til å takke alle som har vært med meg på denne reisen. Først og fremst vil jeg gi en stor takk til min veileder Ove Gunnar Drageset for å stille opp til enhver tid og gitt meg konstruktive tilbakemeldinger og gode råd gjennom prosessen. Med din kunnskap, gode råd og støtte har du bidratt til å få frem det beste i oppgaven.

Jeg vil også takke informantene som meldte seg villig til å delta på mitt forskningsprosjekt.

Videre vil jeg takke mine medstudenter for gode samtaler digitalt, støtte, hjelp og humor gjennom en tid som viste seg å være veldig annerledes enn vi hadde trodd, med COVID-19 som har herjet rundt oss.

Til slutt ønsker jeg å takke min familie og mine nærmeste for støtten jeg har fått gjennom alle årene i dette studiet, og for alltid å ha troen på meg.

Silje Kristine Eide

Tromsø, juni 2020

Innholdsfortegnelse

1	Innledning	1
1.1	Bakgrunn for studien.....	1
1.2	Formål og forskningsspørsmål.....	2
1.3	Oppgavens oppbygning	2
2	Teoretisk rammeverk	4
2.1	Ulike typer matematikkundervisning.....	4
2.1.1	Tradisjonell matematikkundervisning	4
2.1.2	Problemløsning og modellering	6
2.1.3	Undersøkende matematikkundervisning.....	11
2.2	Matematisk kommunikasjon.....	16
3	Metode og empiri.....	25
3.1	Forskningsmetode og kunnskapssyn.....	25
3.2	Valg av kvalitativ metode	26
3.3	Utvalg.....	27
3.4	Datainnsamlingsmetode.....	28
3.4.1	Observasjon med lyd- og videoopptak	29
3.4.2	Gjennomføring av observasjon	30
3.5	Analysemetode.....	31
3.5.1	Konversasjonsanalyse	31
3.5.2	Gjennomføring av analyse	32
3.6	Validitet og reliabilitet	33
3.7	Etiske betraktninger	35
4	Analyse og diskusjon	37
4.1	Lærere	37
4.1.1	Fortelle eller informere elevene	37
4.1.2	Støtte og lede elevene (til å komme videre mot å finne et svar).....	40

4.1.3	Fokusere på detaljer (av betydning).....	43
4.1.4	Få tilgang til og dele elevtenking.....	44
4.1.5	Bruke eller utvide elevideer.....	46
4.1.6	Utfordre ideer.....	49
4.2	Elever.....	51
4.2.1	(Bare) svar på matematiske spørsmål.....	51
4.2.2	Forklaringer.....	52
4.2.3	Initiativer.....	54
4.2.4	Evalueringer.....	56
4.3	Karakteristikk av de tre fasene.....	58
4.3.1	Iscenesettelsefasen.....	60
4.3.2	Gjennomføringsfasen.....	61
4.3.3	Oppsummeringsfasen.....	62
5	Konklusjon.....	64
5.1	Videre arbeid innenfor forskningsfeltet.....	65
6	Referanseliste.....	66
	Vedlegg 1 – Klasserommene.....	71
	Vedlegg 2 – Grensetilfeller.....	75
	Vedlegg 3 – Samtykkeskjema for deltakelse.....	77
	Vedlegg 4 – Samtykkeskjema for deltakelse under 15 år.....	79
	Vedlegg 5 – Kvittering fra NSD.....	81

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for studien

Matematikk har vært et fag jeg har forbundet med masse tall, regler og pugging. Av erfaring fra grunnskolen gikk lærerne gjennom stoff fra læreboken på tavlen, elevene noterte ned regler i regelbok, for deretter å pugge og benytte disse på repetitive oppgaver. Reglene gjorde oppgavene for meg, og jeg trengte verken å forklare eller vise hvordan de fungerte, dersom jeg fikk rett svar. Denne bestemte måten å organisere undervisningen på er kjent som en *tradisjonell matematikkundervisning*, hvor tavleundervisning og oppgaveløsning dominerer (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 110). Etter jeg begynte grunnskolelærerutdanningen 5.-10. trinn ved Universitetet i Tromsø, og valgte matematikk som mitt hovedfag, har jeg utviklet et bredere og dypere syn på matematikk og tilegnet meg mer kunnskap i faget. Dette har gitt meg en interesse og nysgjerrighet på å forstå faget, som jeg ikke har hatt tidligere, og jeg har innsett at matematikk innebærer mye mer enn å holde på med repetitiv oppgaveløsning og slavisk jobbing med regler og prosedyrer.

Høsten 2020 skal læreplanene for grunnskolen og videregående opplæring fornyes, og dette blir omtalt som fagfornyelsen. Grunnen til fornyelsen kommer av at samfunnet er i konstant endring, og krever at innholdet er oppdatert og relevant slik at elevene er forberedt til å delta i samfunnet etter endt skolegang (Utdanningsdirektoratet, 2018). I fagfornyelsen får læreplanene en ny struktur, hvor det innledningsvis står informasjon om fagets relevans og sentrale verdier. I matematikk står det blant annet at matematikk skal bidra til at elevene utvikler et presist språk for resonnering, kritisk tenking og kommunikasjon, og utvikle deres evne til å samarbeide gjennom utforskning og problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2019). For at elevene skal kunne bli gode utforskere og problemløsere anbefales det å søke til en mer utforskende tilnærming, kalt *undersøkende matematikkundervisning* (Wæge & Nosrati, 2015).

Fagfornyelsen har også utviklet kjerneelementer i hvert fag. Kjerneelementene utgjør det innholdet i fagene som er mest sentralt, og omhandler hva elevene må kunne for å mestre og anvende kunnskaper og ferdigheter i faget. I matematikk er det seks kjerneelementer: utforskning og problemløsning, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering og matematiske kunnskapsområder (Utdanningsdirektoratet, 2019). Noen av disse kjerneelementene krever at elevene skal kunne kommunisere og utvikle et matematisk språk.

Blant annet Wæge og Nosrati (2015), Alrø og Skovsmose (2006), Boaler (2015) og Blomhøj (2016) forteller at undersøkende matematikkundervisning er å foretrekke, og at det vil utvikle et mer elevaktivt *kommunikasjonsmønster* i klasserommet, men vi vet lite om hvordan dette gjennomføres i praksis. Siden det i fagfornyelsen er vektlagt matematisk språk og kommunikasjon, ser jeg det som interessant å finne ut av hvordan kommunikasjonen mellom lærer og elever foregår i klasserommet. God kommunikasjon i klasserommet har stor betydning for elevenes læring, og at det kan være med på å bedre læringsresultatet (Botten, 2016, s. 82), dermed anser jeg det som viktig å være klar over hvordan kommunikasjonen foregår i praksis.

1.2 Formål og forskningsspørsmål

Basert på hvor viktig kommunikasjon er i fagfornyelsen og hvor viktig det kommer til å bli for meg som lærer å føre gode matematiske samtaler med elevene, ønsker jeg å undersøke hva som kjennetegner kommunikasjonen mellom læreren og elevene. Dette får meg til å stille følgende forskningsspørsmål:

Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom læreren og elevene i en undersøkende matematikkundervisning?

Formålet med forskningsprosjektet er å undersøke lærere som underviser undersøkende matematikk, og se hvilke samtaletrekk det er som utpeker seg i hver fase av den tredelte arbeidsstrukturen til Blomhøj (2016, s. 156). Med dette kan man avdekke hvordan matematiske samtaler tar sted i praksis, og på den måten ta lærdom i lærernes praksis knyttet til matematiske samtaler i undersøkende matematikkundervisninger. Målet er at forskningen skal bidra til å klargjøre viktigheten av god matematisk kommunikasjon i klasserommet, samt inspirere andre lærere til å utvikle og ta i bruk metoder for å styrke den matematiske samtalen med elevene.

1.3 Oppgavens oppbygning

Dette forskningsprosjektet består av seks overordnede kapitler. Første er innledning hvor bakgrunnen for valg av tema og forskningsspørsmål blir presentert. I det andre kapitlet blir det teoretiske rammeverket for oppgaven presentert i form av tidligere forskning på temaet som vil gi leseren et bilde av teorigrunnlaget forskningsprosjektet er forankret i. Det tredje kapitlet presenterer jeg mine metodiske valg under forskningsprosessen, og kvaliteten på

forskningsprosjektet vil bli drøftet. I kapittel fire analyseres kommunikasjonen i undersøkende matematikk, hvor jeg ser på kategoriseringen av forskjellige lærerutsagn, kategoriseringen av forskjellige elevutsagn og kommunikasjonen i ulike faser. Analyseringen vil gi leseren et godt bilde av hvordan matematisk kommunikasjon foregår i en undersøkende matematikkundervisning. I kapittel fem vil funnene fra analysekapittelet bli drøftet opp mot det teoretiske rammeverket forskningsprosjektet er forankret i, og i kapittel seks vil det bli presentert en konklusjon hvor forskningsspørsmålet blir besvart, og det blir foreslått videre arbeid innenfor forskningsfeltet. I referanser bruker jeg sidetall på litteratur som er hentet fra bøker. Deretter vil ikke referanser inneholde sidetall hvis det er en gjentakelse.

2 Teoretisk rammeverk

I dette kapittelet vil det teoretiske rammeverket for mitt forskningsprosjekt bli presentert. Her vil begrepene tradisjonell matematikkundervisning, problemløsning og modellering og undersøkende matematikkundervisning bli presentert. Deretter vil ulike typer kommunikasjonsmønstre som kan oppstå i et klasserom bli presentert, inkludert et rammeverk på kommunikasjon som står sentralt i analysekapittelet.

2.1 Ulike typer matematikkundervisning

2.1.1 Tradisjonell matematikkundervisning

Tradisjonell matematikkundervisning er en bestemt måte å organisere undervisningen på, hvor tavleundervisning og løsning av rutineoppgaver dominerer (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 110). Læreren starter med å presentere nytt lærestoff til elevene som normalt følger det som står i læreboken. Det nye lærestoffet kan blant annet bestå av et matematisk tema, prosedyre eller algoritmer. Deretter jobber elevene med utvalgte matematikkoppgaver som løses ved hjelp av lærestoffet læreren har presentert til elevene, samtidig som læreren går rundt og hjelper, og kontrollerer om de har løst oppgavene riktig. En slik tradisjonell matematikkundervisning defineres av Alrø og Skovsmose (2006, s. 110) som et *oppgaveparadigme*, hvor hovedfokuset ligger på oppgaver, oppgaveløsning og korrigering av feil som kan oppstå i elevenes løsninger. I oppgavene finnes kun et riktig svar på et matematisk spørsmål. I oppgaveparadigmet er ofte læreboka dominerende, og Wæge (2007, s. 1) sier at læreboken ofte dominerer så mye at vi kan kalle undervisningen for lærerbok- og oppgavesentrert.

Skovsmose (2003, s. 123) viser til at oppgaveparadigmet passer med det Stieg Mellin-Olsen (1996) beskriver som *oppgavediskursen*, hvor Mellin-Olsen (1996, s. 9) fremhever den sentrale rollen oppgaveløsningen har i matematikkundervisningen. Han skriver at oppgavediskursen preges av metaforene «kjøre», «reise» og «fart». Det skal kjøres på med oppgaver, og det skal kjøres i en retning mot mål, som for eksempel gjøre elevene klare for ungdomsskolen, eller eksamen. «Reisen» er den store mengden med stoff og oppgaver elevene skal gjennom, mens «fart» indikerer tempoet for å komme gjennom pensum. Det var om å gjøre å holde «farten» oppe, slik at man kom igjennom stoffet, som var representert med oppgaver. Det er læreren som styrer farten, og det er opp til elevene å henge med, hvis ikke

kan de falle av og henge etter (Mellin-Olsen, 1996, s. 11). Tradisjonell matematikkundervisning kan ifølge Topphol (2012, s. 137) forstås i lys av Mellin-Olsens (1996) oppgavediskurs. Timene starter med en faglig presentasjon og instruksjon hvor læreren forbereder elevene til å kunne «kjøre» igjennom oppgavene som skal gjøres. Deretter legger elevene ut på «reisen» alene (Topphol, 2012, s. 137).

Boaler (2015) beskriver tradisjonell tilnærming til matematikkundervisning slik den tar plass i England. Hun beskriver at læreren begynner undervisningen med tavleundervisning hvor matematiske metoder blir introdusert til elevene, og deretter jobber elevene med oppgaver i læreboka (Boaler, 2015, s. 58). Denne beskrivelsen ligner på beskrivelsen av oppgaveparadigmet til Alrø og Skovsmose (2006). I tillegg beskriver Boaler (2015, s. 59), på samme måte som Mellin-Olsen (1996), at undervisningen er preget av individuelle oppgaver, der kunnskapen reproduseres i ensomhet.

Boaler (2015, s. 46) skriver om hva som går galt i klasserommet, og prøver å identifisere problemene. Hun presiserer at lærerbøkene er fylt med meningsløse, historiebaserte kontekster, fremfor å gi elevene realistiske situasjoner som de kan analysere. Boaler (2015, s. 47) beskriver at en effekt av dette vil være at elevene får redusert interesse for emnet siden det er mystisk og ikke virkelighetsnært. Den andre effekten er at elevene lærer seg å ignorere konteksten og bare bruker tallene som er gitt i oppgaven, en strategi som ikke vil kunne knyttes til en situasjon i virkeligheten (Boaler, 2015, s. 47). Videre argumenterer Boaler (2015, s. 47) for at kontekstoppgaver i matematikk må være realistiske og øke elevenes interesse, eller få de til å modellere et matematisk begrep. Mellin-Olsen (1996, s. 11) mener også at effekten av en oppgave- og lærebokstyrt undervisning ved tradisjonell matematikkundervisning kan ha en uheldig virkning på elevene, da deres evne til å finne riktig løsning og svar prioriteres fremfor det å utvikle en dypere forståelse for fagstoffet i matematikk.

Begrep og beskrivelser som oppgavediskurs (Mellin-Olsen, 1996), tradisjonell undervisning og oppgaveparadigme (Alrø & Skovsmose, 2006), lærebok- og oppgavefokusert (Wæge, 2007), og lite realistiske oppgaver (Boaler, 2015) beskriver et matematikkfag som er virkelighetsfjernt og dominert av oppgaveløsning.

2.1.2 Problemløsning og modellering

Ikke all matematikkundervisning foregår på en tradisjonell måte, der finnes alternative undervisningsmetoder. Allerede i 1945 foreslo George Polya (1945) problemløsning som et alternativ til tradisjonell matematikkundervisning.

«Solving a problem means finding a way out of a difficulty, a way around an obstacle, attaining an aim which was not immediately attainable.» (Polya, 1981, s. ix)

Ut fra denne definisjonen, anser jeg problemløsning som evnen til å håndtere ikke-trivielle problemer, som enda ikke har en rutinemessig kjent løsningsstrategi hos eleven, men som gir eleven muligheter for å utvikle nye løsningsstrategier.

Gjennom sitt arbeid med problemløsning har Polya (1945) dannet grunnlaget for mye av den moderne forskningen innenfor feltet. Han deler problemløsningsprosessen inn i en firetrinnsprosess, omtalt som Polyas problemløsningsmodell, som skal hjelpe andre å kunne arbeide med problemløsning (Polya, 1945, s. xvii). Første trinn handler om å *forstå problemet*. Det andre trinnet handler om å *legge en plan*, og bestemme seg for hvordan man ønsker å gå frem for å løse problemet. I det tredje trinnet skal man *gjennomføre planen*. I det fjerde trinnet, skal man *se tilbake og tolke resultatet*. Denne modellen er ikke en mal på hvordan problemløsning bør gjøres, men skal hjelpe problemløseren til å lettere strukturere arbeidet og bli bevisst på hvilke trinn som inngår i problemløsning. I tillegg er modellen en syklisk modell der man kan flytte seg mellom trinnene uavhengig av rekkefølgen de er nevnt i. Denne modellen har vært grunnlaget for mye av problemløsningsarbeidet i skolen frem til 1992, der Schoenfeld (1992) bygget videre på denne tankegangen.

Problemløsning handler om å løse et problem, og videre vil flere definisjoner på et problem bli presentert. Polya (1981) definerer et problem på følgende måte:

«to search consciously for some action appropriate to attain a clearly conceived, but not immediately attainable, aim.» (Polya, 1981, s. 117)

Å løse et problem betyr å finne en slik handling. Ifølge Polya (1981, s. 117) er det ikke et problem hvis en slik handling kommer automatisk til problemløseren, derimot hvis en slik handling ikke oppstår for problemløseren, er det et problem.

Schoenfeld (1989) definerer et matematisk problem, for en elev, med to kriterier:

«For any student, a mathematical problem is a task (a) in which the student is interested and engaged and for which he wishes to obtain a resolution, and (b) for which the student does not have a readily accessible mathematical means by which to achieve that resolution.» (Schoenfeld, 1989, s. 87)

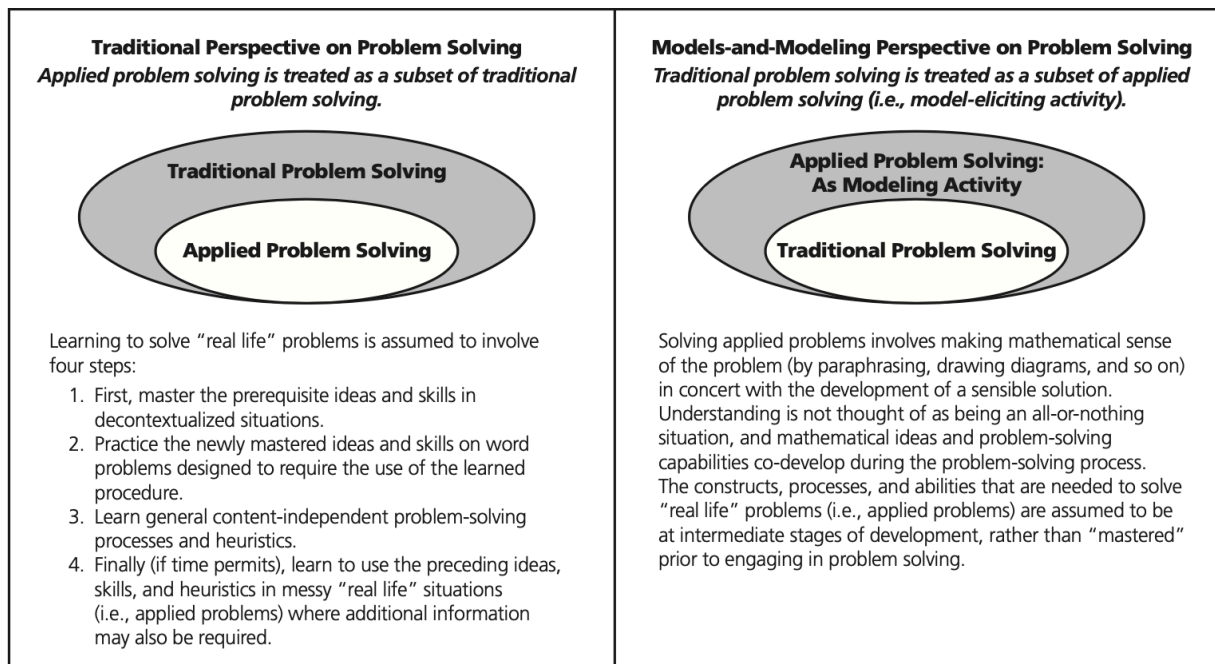
Både Schoenfeld (1989) (b) og Polyas (1981) definisjoner peker på at problemløseren må bevisst lete etter en metode å løse problemet på, uten å vite hvordan med en gang. Et problem er en oppgave hvor det er utfordrende for eleven å finne løsningen. Schoenfelds (1989) definisjon forutsetter at engasjement er viktig i problemløsning, og at oppgaven blir til et problem når eleven har gjort den til sitt problem. Det nye her, som Polyas (1981) definisjon ikke nevner, er interesse, engasjement og et ønske om å finne en løsning. Interesse og engasjement kan man koble opp til det Boaler (2015) skriver om meningsløse oppgaver. Hun mener at oppgavene elevene jobber med må være realistiske og kunne tilby noe til elevene, som for eksempel å øke deres interesse, noe som passer Schoenfelds (1989) beskrivelse. Videre mener Schoenfeld (1989, s. 88) at de fleste «problem»-oppgavene i lærebøker og hjemmelekser gitt til elevene ikke defineres som problemer ifølge denne definisjonen, det er øvelsesoppgaver. De fleste oppgavene i lærerboka kan løses direkte ved hjelp av en prosedyre illustrert innenfor kapittelet.

Verden har gått videre siden Polya (1945) foreslo et alternativ til tradisjonell undervisning, og problemløsning er nå definert av flere forskere, blant annet Lesh og Zawojewski (2007). Lesh og Zawojewski (2007) foreslår følgende definisjon på problem:

«A task, or goal-directed activity, becomes a problem (or problematic) when the “problem solver” (which may be a collaborating group of specialists) needs to develop a more productive way of thinking about the given situation.» (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782)

Her ser vi at denne definisjonen forklarer at en oppgave blir et problem når problemløseren trenger å utvikle en mer produktiv måte å tenke på den gitte situasjonen, noe som kan pekes mot Schoenfelds (1989) og Polyas (1981) definisjoner. Med å utvikle en «mer produktiv måte å tenke på» mener Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) at problemløseren må delta i en prosess for å tolke situasjonen. Med andre ord definerer de problemløsning som prosessen med å tolke en situasjon matematisk. Prosessen innebærer gjentatte sykluser for å uttrykke, teste og revidere matematiske tolkninger, og å sortere ut, integrere, endre eller revidere matematiske begreper fra forskjellige temaer, både innenfor og utenfor matematikk (Lesh & Zawojewski,

2007, s. 782). Forskjellen fra de andre definisjonene fremkommer med at de fjerner det Schoenfeld (1989) skriver om engasjement og ønske om å finne en løsning. Derimot sier denne definisjonen noe om grupper og at elevene kan samarbeide sammen om et problem. Videre skriver Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) at definisjonen ser på problemløsning som gjentatte sykluser for å forstå problemene og målene til et problem, fremfor å definere det som et søk etter en prosedyre som tar problemløseren fra det gitte problemet til målet.

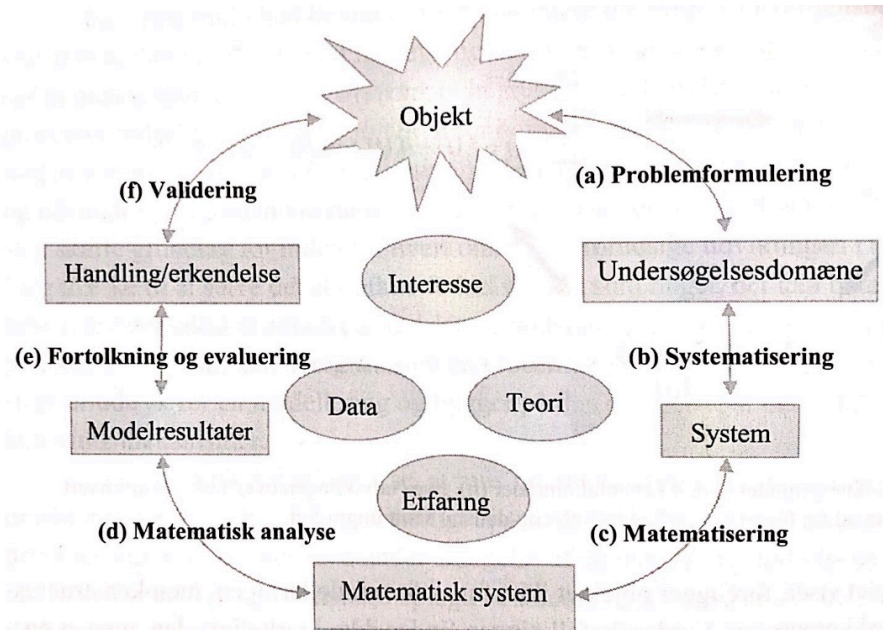


Figur 1: Views of problem-solving: traditional versus modeling (Adapted from Lesh & Doerr (2003) hentet fra (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 783).

Lesh og Zawojewski (2007, s. 783) argumenterer for at definisjonen på problemløsning også innebærer forestillingen om at man lærer matematikk gjennom problemløsning, og at man lærer problemløsning gjennom å lage matematiske modeller. Innenfor et tradisjonelt perspektiv på modellering har man antakelsen om at anvendte problemer fra det «virkelige liv» er de vanskeligste problemene å løse. Derfor blir disse problemene presentert til elevene etter at prosedyrer og problemløsningsstrategier har blitt lært og praktisert på historiebaserte oppgaver (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 783). Videre forklarer de at elevene får løse realistiske anvendte problemer i slutten av undervisningen, hvis tiden strekker til. Anvendte problemer er en liten undergruppe av problemløsningsopplevelsene elevene engasjerer seg i under det tradisjonelle perspektivet. Innenfor modell-og-modelleringsperspektivet skjer læringen av matematikk gjennom modellering (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 783). Lesh og Zawojewski (2007, s. 783) forklarer at elevene begynner sin læringserfaring med å utvikle

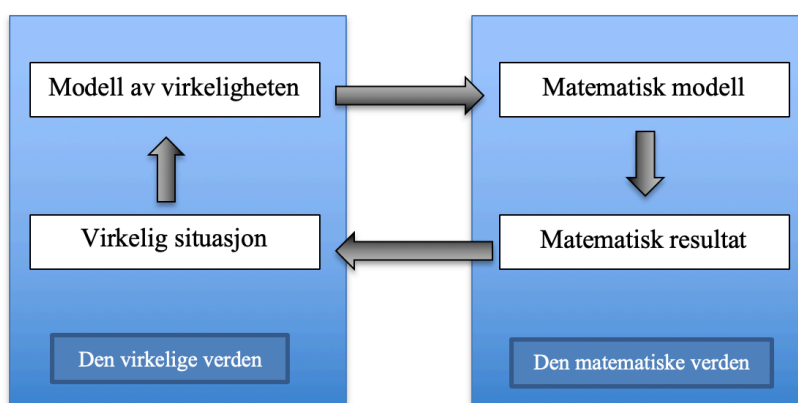
konseptuelle systemer (modeller) for å gi mening til situasjoner i det virkelige liv, og det vektlegges situasjoner der elevene forventes å skape, avgrense eller tilpasse matematiske tolkninger, eller måter å tenke på. Videre forklarer de at elevene forventes også å ha personlige meninger om et problem, og å teste og revidere tolkningen sin gjennom en serie modelleringssykluser (beskrevet nedenfor). Innenfor dette perspektivet antar Lesh og Zawojewski (2007, s. 783) at elevene samtidig får en økt forståelse av problemsituasjonen og deres egen matematisering av problemet. I motsetning til et tradisjonelt perspektiv på problemløsning, vil tradisjonelle historiebaserte problemer bli en undergruppe av de anvendte problemene som elevene lærer matematikk gjennom i et modell-og-modelleringperspektiv (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 783).

Blomhøj (2006, s. 80) forklarer at matematisk modellering er systematisk tilgang på å beskrive, forstå, gjennomføre og kritisere anvendelser av matematikk. Videre forklarer han at når matematikken brukes til å beskrive, beregne eller forklare forhold utenfor matematikken, skjer det gjennom en eller annen form for modellering (Blomhøj, 2006, s. 85). Med dette mener han at det etableres en relasjon mellom matematiske objekter og relasjoner på den ene siden, og noen størrelser og sammenhenger som har en mer direkte forbindelse til den fysiske virkeligheten på den andre siden. En matematisk modell er en relasjon mellom visse trekk ved og oppfattelser av virkeligheten, og noen matematiske objekter og deres gjensidige sammenhenger. Björkquist (2003, s. 56) mener at det er rimelig å se på matematisk modellering som den mest fullstendige typen av problemløsning i matematikk. I tillegg skriver han at utgangspunktet for matematisk modellering er at det skal fremkomme et ekte problem i en kontekst som ikke oppfattes som matematikk. Man gjennomgår en prosess med tydelige trinn som til sammen fører til praktisk nytte eller økt forståelse innenfor denne konteksten (Björkquist, 2003, s. 56).



Figur 2: Grafisk fremstilling av en matematisk modelleringsprosess hentet fra (Blomhøj, *Mod en didaktisk teori for matematisk modellering*, 2006, s. 88)

Slike tydelige trinn er det flere forskere som har prøvd å definere i en modelleringscyklus. Blant dem har Blomhøj (2006, s. 88) et eksempel på en slik modelleringscyklus som han kaller for en matematisk modelleringsprosess, se figur 2. Han beskriver og analyserer en matematisk modelleringsprosess som en syklisk prosess bestående av seks trinn, som i prinsippet skal finnes igjen i enhver matematisk modelleringsprosess. De seks trinnene blir forklart i Jensen og Blomhøj (2003, s. 125), og er tydelig på at matematisk modellering innebærer at hele prosessen blir gjennomført, og at man kan bevege seg mellom de ulike trinnene.



Figur 3: Egenprodusert illustrasjon av Blums (1993) modelleringscyklus.

En annen forsker som har utviklet en modelleringssyklus er Blum (1993, s. 4). Han har en modell som består av 4 steg, som beskriver hvordan man beveger seg mellom den virkelige verden, og den matematiske verden, se figur 3.

Felles for disse modelleringssyklusene er at problemløseren tar utgangspunkt i en situasjon i den virkelige verden, som må forenkles og struktureres for å få en reell modell av situasjonen. Deretter blir den reelle modellen matematisert i en matematisk modell av den opprinnelige situasjonen. Så arbeides det matematisk med modellen for å oppnå et resultat. Resultatet må deretter tolkes i forhold til den opprinnelige situasjonen, og omplasseres til den virkelige verden (Blum, 1993, s. 4). Blum (1993) har også en modelleringssyklus på syv steg som går mer detaljert inn i modelleringsprosessen. Det som skiller denne modellen fra Blomhøj (2006) sin er at det i sjette trinn tas en vurdering om man skal jobbe igjennom prosessen på nytt, eller om man kan eksponere en endelig løsning og si seg ferdig i trinn sju.

2.1.3 Undersøkende matematikkundervisning

Undersøkende matematikkundervisning er en alternativ undervisningsform for tradisjonell undervisning, som er nært beslektet og ofte sammenlignet med problemløsning (Sikko, 2015, s. 1). I motsetning til tradisjonell matematikkundervisning som sammenlignes med å jobbe innenfor oppgaveparadigmet, presenterer Alrø og Skovsmose (2006, s. 113) undersøkelseslandskapet som et alternativ til dette. Her inviterer læreren elevene inn i et undersøkelseslandskap med å presentere et tema, eller en problematikk. Videre er det opp til elevene å takke ja til invitasjonen, ta eierskap til prosessen og finne ut av hvordan de ønsker å løse problemet. Alrø og Skovsmose (2006, s. 113) understreker at selv om læreren er den som tar initiativet til å starte en undersøkelsesprosess, må elevene inviteres med og godta invitasjonen for at det skal være et ekte undersøkelseslandskap. Mesteparten av tiden engasjerer elevene seg i utforskning som bringer prosessen fremover, men av og til vil de stå fast, og da er det læreren som skal utfordre elevene for å finne andre veier (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 116). Med dette mener Alrø og Skovsmose (2006) at et undersøkelseslandskap kan understøtte læringsaktiviteter, som er undersøkende, risikofylte, uforutsigbare og likeverdige. I tillegg forklarer de at oppgavene elevene får er åpne og baseres ikke på en korrekt måte å løse det på, eller et korrekt svar.

	Oppgaveparadigmet	Undersøkelandskaper
Referencer til «ren» matematik	(1) Rene taloppgaver	(2) På let etter mønster og systemer i tall
Semi-referencer til «virkeligheden»	(3) Tekstoppgaver	(4) Problemløsningsoppgaver
Reelle referencer	(5) Reelle tallopplysninger	(6) Prosjektoppgaver med reelle problemstillinger

Figur 4: Egenprodusert illustrasjon av Skovsmoses (1998, s. 29) læringsmiljøer.

Skillet mellom oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet illustrerer Skovsmose (1998, s. 29) i en matrise med to kolonner, illustrert på figur 4. Innenfor disse to undervisningsformene forklarer han at det kan arbeides med ren matematikk, matematikk fra en semi-virkelighet og med matematikk som tar utgangspunkt fra virkeligheten. Videre argumenterer han for at arbeidsmetodene angir 6 forskjellige typer læringsmiljøer. Læringsmiljø (1) henter sine referanser fra ren matematikk innenfor oppgaveparadigmet. Elevene regner på rene taloppgaver som ikke er satt sammen med en konstruert eller reell virkelighet, og er ofte styrt av fasit (Skovsmose, 1998, s. 30). Læringsmiljø (2) henter også sine referanser fra ren matematikk, men er innenfor undersøkelseslandskapet. Disse oppgavene er ikke satt inn i noen kontekst, og handler om å finne mønster og strukturer i tall (Skovsmose, 1998, s. 30). Læringsmiljø (3) henter sine referanser fra en konstruert virkelighet, innen oppgaveparadigmet. Dette er typiske historiebaserte oppgaver som man finner i lærebøkene (Skovsmose, 1998, s. 30). Oppgavene prøver å være virkelighetsnære, men kan ende opp med å føles kunstig for elevene, noe som kan kobles opp mot Boaler (2015) sin forklaring om historiebaserte kontekster. I en konstruert virkelighet, under undersøkelseslandskapet finner vi læringsmiljø (4). Et eksempel på en oppgave i dette læringsmiljøet er at læreren forteller en historie, hvor historien fungerer som en ramme for undervisningen. I samarbeid med læreren skal elevene konstruere en fiktiv verden hvor det oppstår problemer og situasjoner som elevene blir invitert inn til å finne en løsning på (Skovsmose, 1998, s. 30). Læringsmiljø (5) beskriver Skovsmose (1998, s. 30) som oppgaver

som har reelle referanser, innenfor et oppgaveparadigme. Videre beskriver han et eksempel på en oppgave innen dette læringsmiljøet, hvor læreren har iscenesatt rammen, og gitt strukturerte oppgaver innenfor den. Elevene presenteres for eksempel for tabeller med lønninger innen bestemte næringsliv, som er hentet direkte ut fra lønnsstatistikker og ikke imaginære. Deretter får elevene en rekke strukturerte oppgaver, for eksempel å sammenligne lærerlønn med det en taxisjåfør tjener. Disse oppgavesekvensene styrer arbeidet til elevene. Siste læringsmiljø (6) er undersøkelseslandskap med reelle referanser til virkeligheten. Forskjellen fra læringsmiljø (5) er at læreren ikke lengre styrer oppgavene. Skovsmose (1998, s. 30) forklarer at det finnes flere måter å invitere elevene inn i et slikt undersøkelseslandskap, men poengterer at prosjektarbeid i sin klassiske form representeres som en måte å jobbe på. Elevene inviteres inn i et prosjektarbeid hvor de forsker videre ut fra nysgjerrighet, egne erfaringer og interesse (Skovsmose, 1998, s. 30). Undersøkelseslandskapet til Alrø og Skovsmose (2006, s. 113) i matrisen kan kobles opp mot de to perspektivene på modellering til Lesh og Zawojewski (2007, s. 783). Vi ser at et tradisjonelt perspektiv på modellering jobber fra ren matematikk og ned reelle referanser, mens et modell-og-modelleringsperspektiv jobber motsatt vei.

Ifølge Wæge og Nosrati (2015) skiller en undersøkende matematikktime seg betydelig fra tradisjonell undervisning. I tillegg beskriver Wæge (2007, s. 51) at undersøkende matematikkundervisning handler om mer enn bare å finne et riktig svar. Elevene skal utforske, være kreativ, vise nysgjerrighet og samarbeide. Undervisningen skal fokusere på å lete etter mønster og systemer, matematisk resonnement, problemløsning, sammenhenger og grunnleggende ferdigheter (Wæge, 2007, s. 51). En undersøkende matematikkundervisning vil gi elevene muligheter til å være utforskende og aktive, og det blir lagt vekt på at elevene skal utforme egne problemstillinger og utvikle egne løsningsstrategier selv, derfor arbeides det mye med problemløsning og åpne oppgaver i denne tilnærmingen (Wæge, 2007, s. 193).

Blomhøj (2016, s. 152) mener at undersøkende undervisning kan bli sett på som en motpol til tradisjonell undervisning, der lærerboken dominerer og læreren presenterer metoder til elevene før de får arbeide med oppgaver som kan utvikle ferdigheter og kunnskap i det aktuelle temaet. Videre mener han at det kan utdeles noen avgjørende krav til undersøkende matematikkundervisning som han oppsummerer i tre punkter (Blomhøj, 2016, s. 155). I det første punktet forklarer han at det i en undersøkelsesprosess må etableres et spørsmål eller en nysgjerrighet hos elevene, som legger føringer for deres arbeid og den etterfølgende oppbygningen av en felles faglig læring. Videre i det andre punktet forklarer han at det må

etableres pedagogiske og faglige forutsetninger for elevenes undersøkelsesarbeid. I det siste punktet forklarer han at elevenes resultater og refleksjoner kan gi grunnlag for å bygge opp en relevant felles faglig kunnskap. Blomhøj (2016, s. 156) mener at kravene til undersøkende matematikkundervisning fører til en tredelt struktur med fasene iscenesettelse, elevenes undersøkende arbeid og felles refleksjon og faglig læring. Han understreker at fasene ikke trenger å bli fulgt slavisk som angitt, man kan jobbe frem og tilbake i fasene slik man selv ønsker, og hver fase har sitt didaktiske fokus.

Iscenesættelse af forløbet over for eleverne indeholder:

- *Overdragelse af udfordringen/problemet til eleverne*
- *Etablering af et fælles sprog med eleverne om udfordringen*
- *Etablering af det didaktiske miljø for arbejdet*
- *Formidling af de tidsmæssige og praktiske rammer*
- *Klargøring af produktkrav, bedømmelsesformer og succeskriterier*

Figur 5: Grunnleggende prinsipper for iscenesettelsesfasen hentet fra (Blomhøj, 2016, s. 156).

Avgjørende for første fasen, *iscenesettelsesfasen*, er at det i undersøkende matematikkundervisning er noe for elevene å undersøke (Blomhøj, 2020). Det må oppstå en situasjon der elevene kan gjøre et undersøkende arbeid som er meningsfylt for dem. Blomhøj (2020, s. 9) forklarer at det må skapes et spørsmål, en forundring eller en utfordring hos elevene som utgangspunkt, som styrer arbeidet og danner et grunnlag for at det i klassen skal bygges en felles matematisk kunnskap. Videre begrunner han begrepet iscenesettelse med å poengtere at elevene blir aktive aktører i utførelsen av undersøkelsesprosessen.

Gjennomføringen av denne fasen er mangfoldig, og begrenses kun av fagdidaktisk og pedagogisk fantasi. Blomhøj (2020, s. 9) eksemplifiserer gjennomføringen av iscenesettelsesfasen ved at læreren forteller en historie, innenfor ren matematikk eller utenfor matematikk, som legger opp til et undersøkelsesarbeid. Læreren kan også iscenesette ved å skape felles opplevelser, for eksempel i form av en praktisk oppgave eller situasjon som kan motivere elevene for undersøkelsesarbeidet. I tillegg kan faglig variasjon og generalisering av spesifikke matematikkproblemer, eller variasjon av den didaktiske situasjonen også gi et rammeverk for undersøkelsesaktiviteter. Slik jeg forstår Blomhøj (2020) er målet med iscenesettelsen å få elevene til å danne en interesse til undersøkelsesarbeidet. Dette medfører at det er viktig å skape en dialog med elevene om hvordan de forstår situasjonen, hva de

syntes er spennende, interessant og viktig, og det vurderes hvilke erfaringer, språk, matematikk og andre begreper elevene kan forventes å ta med seg i situasjonen (Blomhøj, 2020, s. 10). Videre forklarer Blomhøj (2020, s. 10) at det er viktig at det didaktiske miljøet formidles til elevene. Dette inkluderer tidsmessige- og praktiske rammer, klargjøring av krav, vurderingsformer og suksesskriterier (Blomhøj, 2020, s. 10).

Elevernes selvstendige undersøgende arbeid kræver:

- *Tilstrækkelig tid, frihed og støtte til, at de kan arbejde selvstændigt med problemet*
- *Støtte til etablering af samarbejde mellem elever*
- *Støtte og udfordring gennem dialog*
- *Forberedelse gennem konstruktion af eksemplariske dialoger*

Figur 6: Grunnleggende prinsipper for gjennomføringsfasen hentet fra (Blomhøj, 2016, s. 156).

I den andre fasen, *gjennomføringsfasen*, ligger fokuser på elevenes selvstendige undersøkelsesarbeid. For at elevene skal kunne delta i undersøkelsesarbeidet må det etableres faglige, didaktiske og pedagogiske forutsetninger, og de må få muligheten til å danne og teste faglig kunnskap i forhold til den konkrete undersøkelsen (Blomhøj, 2020, s. 10). Blomhøj (2020, s. 10) poengterer at elevene må ha tilstrekkelig med tid, frihet og støtte i denne fasen til sitt undersøkende arbeid. Videre forklarer han at læreren sin jobb er å fungere som en veileder som støtter og utfordrer elevene gjennom dialoger, og poengterer at forskjellige grupper av elever vil kunne kreve differensiert støtte eller utfordringer. I denne fasen kan læreren benytte seg av spørsmål som: Hva tenker du? Hvilke muligheter ser du for deg? Hvordan fant du ut av det? Hvorfor er det riktig? Kan man tenke på andre måter? Hva om..? (Blomhøj, 2020, s. 10). Det er viktig at læreren hjelper elevene så mye som nødvendig, uten å frata elevene de viktigste faglige utfordringene som bør identifiseres på forhånd som en del av undersøkelsesprosessen. I denne fasen kan det også være et poeng å ha samlinger med hele klassen underveis, spesielt ved lengre undervisningsforløp. Ved å samle elevene kan de forskjellige gruppene inspirere hverandre og du kan oppnå en viss synkronisering av gruppearbeidet (Blomhøj, 2020, s. 11).

Fælles refleksion og faglig læring medfører:

- *At erfaringer og resultater systematiseres og gøres fælles*
- *Udpregetning af faglige pointer i elevernes arbejde*
- *Opbygning af fælles faglig viden med fælles fagsprog*
- *Forbindelser og sammenkædninger af denne viden med tidligere etableret viden*
- *Udpregetning af nye mulige spørgsmål og undersøgelser*

Figur 7: Grunnleggende prinsipper for iscenesettelsesfasen hentet fra (Blomhøj, 2016, s. 156).

Resultatene, erfaringene og refleksjonene elevene foretar seg skal i denne fasen, *oppsummeringsfasen*, systematiseres og deles i klassen for å danne felles faglig kunnskap (Blomhøj, 2020, s. 11). Dette deles gjerne med muntlige presentasjoner, presentasjoner av ferdige resultater, ved lærerens innsamling av informasjon under undersøkelsesforløpet i dialog med klassen, eller en kombinasjon av disse metodene. Dersom hele klassen har jobbet med de samme problemene foreslår Blomhøj (2020, s. 11) at det kan være lurt å dele ansvaret for å presentere forskjellige deler av arbeidet mellom gruppene, for å unngå en evigvarende repetisjon av de samme erfaringene og resultatene. Etter elevene har delt sine erfaringer og resultater, skal det reflekteres over felles i klassen. Videre foreslår Blomhøj (2020, s. 11) noen refleksjonspunkter: Hva vet vi nå, som vi ikke viste fra før? Er det noe vi fremdeles ikke vet? Har det dukket opp noen nye spørsmål basert på resultatene fra undersøkelsen? Hvilke metoder er brukt, hva er likheten eventuelt ulikhetene? Finnes det flere metoder? På bakgrunn av slike refleksjoner er det opp til læreren å trekke ut sentrale faglige poeng for elevene, og knytte dem til innhold og læringsmål for timen (Blomhøj, 2020, s. 11).

2.2 Matematisk kommunikasjon

Botten (2016, s. 82) beskriver matematiske samtaler som et nyttig og viktig bidrag for læring i matematikk, og at selve kommunikasjonen i faget har stor betydning for elevenes læring i matematikk. Dårlig kommunikasjon kan være et hinder for læring, mens god kommunikasjon kan bety større forståelse og større engasjement i læreprosessen som kan føre til bedre læringsresultat (Botten, 2016, s. 82).

I tradisjonell matematikkundervisning (*oppgaveparadigmet*) er det kun et riktig svar på en oppgave, og dette mener Alrø og Skovsmose (2006, s. 110) gjenspeiler seg i kommunikasjonsmønsteret mellom lærer og elever. De skriver at kommunikasjonen mellom

lærer og elever i en tradisjonell matematikkundervisning ofte vil følge visse rutiner, som gjerne kalles tradisjonelle kommunikasjonsmønstre (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 45). Videre beskriver de et mønster de har valgt å kalle for «*gjett hva læreren tenker*». Her struktureres samtalen oftest i tre faser; I første fase begynner læreren med å stille et spørsmål, eleven svarer i andre fase, og i siste fase evaluerer lærerne svaret (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 110). Denne typen kommunikasjonsmønster betegnes som et IRE-, eller IRF-mønster (Sinclair & Coulthard, 1975). IRE er forkortelsen for initiativ (*initiation*), respons (*response*) og evaluering (*evaluation*), hvor sistnevnte er erstattet av tilbakemelding (*feedback*) i et IRF-mønster. Drageset (2016, s. 170) skriver at samtaler i et slikt kommunikasjonsmønster ofte blir forbundet med samtaler som domineres av læreren, og at elevene får snakke i de tilfellene læreren stiller de et spørsmål, og tar ellers ingen initiativ. Sinclair og Coulthard (1975) sier at IRF-mønsteret er karakteristisk for kommunikasjonen som oppstår i et matematikklasserom.

Alrø og Skovsmose (2004, s. 40) nevner i artikkelen «*Dialogic learning in collaborative investigation*» at kommunikasjonen i tradisjonelle klasserom har vist seg å få negative konsekvenser for elevenes aktivitet med dette kommunikasjonsmønsteret. Elevene gir ofte minimal respons på lærerens spørsmål, og tar lite ansvar for prosessen. De kan stille et spørsmål som svar, avvise eget svar, gjette vilkårlig, be om en annen forklaring, gjenforteller en annen elev sitt svar, være helt stille eller holde på med andre ting (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 111). På den andre siden forklarer Alrø og Skovsmose (2004, s. 40) at et tradisjonelt kommunikasjonsmønster som IRE kan støtte en læring av matematikk som tar sikte på å lære hva som er rett og galt i matematikk, og det kan være nyttig for å kontrollere det som allerede er kjent. Videre forklarer de at IRE-mønsteret kan få elevene og læreren til å føle seg komfortabel og trygg i klasserommet, siden den har en karakteristisk form som er godt kjent og gjenkjennbar. På denne måten kan kvaliteten på læringen påvirkes av kvaliteten på kommunikasjonen (2004, s. 40). Johnsen-Høines og Herheim (2016, s. 10) skriver at lærere og elever som er vandt til denne undervisningskulturen blir sosialisert til denne samtaleformen. De kjenner reglene for dialogene, og samtalen blir forutsigbar og effektiv. Ettersom samtaleformen føles effektiv vil den bygge opp under oppgavediskursen, og virke naturlig innenfor et læringsmiljø som er preget av oppgavediskursen (Johnsen-Høines & Herheim, 2016, s. 10).

Wells (1993), nevnt i artikkelen «*Korleis lærarar leier ein matematisk samtale*» av Drageset (2016, s. 170), peker på at det skjuler seg mange praksiser innenfor et IRE-mønster. Han viste hvordan initiativ, respons og evaluering kan variere i kvalitet selv innenfor IRE-mønsteret.

Hovedpoenget til Wells (1993) er at man ikke kan stemple IRE-mønsteret som negativt helt uten videre, men at det avhenger av måten læreren tar initiativ, hvilke typer svar man får fra elevene og hvordan evalueringen blir gjort (Drageset, 2016, s. 171).

I klasseromsundervisningen har IRE-mønsteret en sterk posisjon, men denne måten å kommunisere på kan brytes ved at noen eller alle deltakere går inn i en undersøkende samtale, hvor målet er å finne svar på noe de ikke vet løsningen på fra før (Johnsen-Høines & Alrø, 2016, s. 124). Her forklarer Johnsen-Høines og Alrø (2016, s. 124) at samtalestrukturen endrer seg og blir mindre forutsigbar. Videre forklarer de at samtalestrukturen vil bli preget av lyttende pauser, prøvende ytringer og dvelende ytringer. Kvaliteter ved slike samtaler kan vi se i et undersøkende kommunikasjonsmønster. Drageset (2016, s. 170) skriver at undersøkende kommunikasjonsmønster ofte er omtalt som bedre, rikere, eller at de gir elever et bedre læringsutbytte. Dette poengterer Brendefur og Frykholm (2000, s. 126), illustrert i figur 8, hvor de omtaler fire forskjellige perspektiver på samtaler.

Ensrettet kommunikasjon
Medvirkende kommunikasjon
Refleksiv kommunikasjon
Rik kommunikasjon

Figur 8: Egenprodusert illustrasjon av Brendefur og Frykholms (2000, s. 126) ulike perspektiv på kommunikasjon

Brendefur og Frykholm (2000, s. 126) beskriver at i en ensrettet kommunikasjon har lærerne en tendens til å styre samtalene ved å forelese, stille lukkede spørsmål og lar som regel ikke elevene få lov til å presentere sine strategier, ideer og tanker. Videre beskriver de at medvirkende kommunikasjon fokuserer på samhandling mellom elever, og mellom lærer og elever. Elevene får muligheter til å kommunisere med hverandre om oppgaver, løsningsstrategier eller hjelpe hverandre, men samtalene er vanligvis av en korrigerende form som for eksempel «Slik gjør du...» (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126). Samtalen begrenser seg til hjelp og deling, ofte med liten eller ingen dype tanker. Brendefur og Frykholms (2000, s. 127) definisjon av refleksiv kommunikasjon er et steg opp fra medvirkede kommunikasjon ved at elevene deler strategier og løsninger med hverandre og lærere, og tar opp ulike ideer

fra både lærer og elever for å reflektere, utfordre og diskutere med formål om å utvikle en dypere forståelse for matematikken (Drageset, 2016, s. 171). Det fjerde og øverste perspektivet, rik kommunikasjon, involverer mer enn bare samhandling mellom elever og lærere. Drageset (2016, s. 171) skriver at i dette kommunikasjonsmønsteret samarbeider elever og lærere tett med formål om å utvikle elevenes forståelse av matematikken de arbeider med. Situasjonene læreren presenterer for elevene skal bringe frem, opprettholde, oppmuntre og endre matematikkunnskapene til elevene (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 128). Brendefur og Frykholm (2000, s. 128) understreker at endringshandlingen er sentral for rik kommunikasjon fordi det kan føre til endring av elevenes matematiske forståelse, og når elevenes tankegang fremkommer forstår læreren tankeprosessene, styrken, begrensningene til noen av elevene, samt de kan begynne å planlegge påfølgende instruksjon. Dette kommunikasjonsmønsteret krever aktive og utforskende elever og lærere som utfordrer og stiller spørsmål mer enn de forklarer og definerer (Drageset, 2016, s. 171). Brendefur og Frykholm (2000, s. 128) skriver at perspektivene er basert på forestillingen om at hvert nivå inneholder egenskapene til forgjengeren. Hvis elevene for eksempel kommuniserer refleksiv, kan man anta at det også foregår noe medvirkende- og ensrettet kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 128).

Drageset og Allern (2020, s. 3) har utviklet et rammeverk som presenterer ulike kategorier for lærerinteraksjoner og elevinteraksjoner som kan utspilles i et klasserom. Drageset og Allern (2020, s. 3) argumenterer for at lærerinteraksjoner under plenumsamtale med elevene kan oppsummeres i seks hovedtyper, som både inkluderer tradisjonelle og mer undersøkende samtalegrep:

Hovedkategorier for lærerinteraksjoner	Støttende samtaletrekk
<i>Fortelle eller informere elevene</i>	Informere og foreslå (Ponte & Quaresma, 2016) Demonstrere (Drageset, 2014)
<i>Støtte og lede (elevene til å komme videre mot å finne et svar)</i>	Støtte og veilede (Ponte & Quaresma, 2016) Åpen fremdrift (Drageset, 2014) Forenkle (Drageset, 2014) Lukket fremdrift (Drageset, 2014) Veiledet algoritmisk resonnement (Lithner, 2008) Traktmønster (Wood, 1998) Topaz effekt (Brousseau & Balacheff, 1997)
<i>Fokusere på detaljer (av betydning)</i>	Gjenta (Chapin, 2009) Poengtere (Drageset, 2014) Oppsummere (Drageset, 2014) Tilkobling (Rowland et al., 2005)
<i>Få tilgang til og dele elevtenking</i>	Fremkalle elevtenking (Fraivillig et al., 1999) Belyse detaljer (Drageset, 2014) Invitere (Ponte & Quaresma, 2016)
<i>Bruke eller utvide elevideer</i>	Utvide elevtenking (Fraivillig et al., 1999) Oppmuntre til refleksjon (Cengis et al., 2011) Oppmuntre til resonnering (Cengis et al., 2011) Gå ut over den første metoden ved å presse på for alternative metoder (Cengis et al., 2011) Utvikle elevideer i plenum (Bjerkeli et al., 2020)
<i>Utfordre ideer</i>	Korrigerende spørsmål (Drageset, 2014) Foreslå en ny strategi (Drageset, 2014) Utfordre (Alrø & Skovsmose, 2002) Utfordre (Ponte & Quaresma, 2016)

Figur 9: Hovedkategorier for lærerinteraksjoner utviklet av Drageset og Allern (2020, s. 3)

I vestre kolonne i figur 9 ser vi kategorier for lærerinteraksjoner, og til høyre ser vi litteraturen kategoriene er basert på. Den første kategorien beskriver hvordan lærere *forteller eller informere elevene* om noe. Her skriver Drageset og Allern (2020, s. 3) at læreren kan introdusere informasjon, gi forslag, presentere argumenter eller evaluere svar ved å fortelle og informere. I tillegg skriver de at læreren kan dele innsikt i hvordan og hvorfor noe skal gjøres, eller fortelle hva som er riktig eller ikke ved å demonstrere.

Den andre kategorien beskriver hvordan lærere *støtter og leder elevene (til å komme videre mot å finne et svar)* på en oppgave. Kategorien er ifølge Drageset og Allern (2020, s. 3) en balanse mellom støtte og mer aktiv veiledning gjennom spørsmål som peker en retning elevene kan følge. Denne balansen understreker de med samtalerekken «åpen fremdrift», der et spørsmål presenteres uten å lede eleven til en foretrukket fremgangsmåte, og «forenkle», hvor læreren legger til informasjon gjennom hint og ledende spørsmål som gjør oppgaven mindre komplisert.

Noen ganger kan lærere *fokusere på detaljer*. Dette er en kategori som fokuserer på hvordan lærere legger vekt på det de syntes er viktig under en dialog (Drageset & Allern, 2020, s. 4). Her skriver Drageset og Allern (2020, s. 4) at læreren kan gjenta elevutsagn nøyaktig eller mer presisert for å understreke viktigheten av den. Videre skriver de at læreren kan poengtere deler av utsagnet som er viktig ved å bruke påminnelser og oppsummeringer. Tilkobling kan og være relatert til viktige detaljer, hvor læreren knytter forbindelser mellom begreper og prosedyrer (Drageset & Allern, 2020, s. 4).

Den fjerde kategorien beskriver hvordan læreren jobber for å *få tilgang til og dele elevtanker*. Drageset og Allern (2020, s. 4) skriver at læreren i denne kategorien kan jobbe for å fremkalle elevtenking, og hvordan læreren noen ganger belyser detaljer med å be elevene om å forklare detaljene rundt hvordan de fant et svar. Videre skriver de at læreren i denne kategorien kan invitere elevene med i dialogen, ved å presentere sine forslag eller ideer. Drageset og Allern (2020, s. 4) poengterer at en viktig effekt med å få tilgang på elevenes tanker i fellesskap, er at tankene også deles med de andre elevene.

I tillegg til å få tilgang til elevtenking, kan læreren i den femte kategorien *bruke eller utvide elevideer*. Ifølge Drageset og Allern (2020, s. 4) kan læreren utvide elevtenking, og bruke og utvide elevideer i plenum sammen med hverandre i en utforskende diskusjon. Her presenterer de tre måter å gjennomføre dette på: oppmuntre til refleksjon, oppmuntre til resonnering, og gå ut over den første metoden ved å presse på for alternative metoder.

Den siste kategorien beskriver hvordan lærere noen ganger *utfordrer ideer*, og gjør dette for å endre retningen på en arbeids- eller løsningsprosess ved å stille korrigerende spørsmål, eller å tilby en ny strategi (Drageset & Allern, 2020, s. 4). Drageset og Allern (2020, s. 4) skriver at læreren gir mer klare utfordringer som søker at elevene skal produsere nye representasjoner, tolke en uttalelse, etablere forbindelser, eller formulere et resonnement eller en evaluering. Videre skriver de at diskusjoner og refleksjoner kan være et resultat av forskjellige utfordringer.

Kategoriene *fortelle eller informere elevene*, og den delen av *støtte og lede elevene* hvor læreren legger til informasjon gjennom hint og ledende spørsmål som gjør oppgaven mindre komplisert, kan minne om et tradisjonelt klasserom. Her styrer læreren retningen på undervisningen, og disse to kategoriene dominerer samtalen i klasserommet. De fire siste kategoriene er kategorier hvor elevene sine tanker er viktige og blir brukt i undervisningssammenheng, noe som peker i en retning av undersøkende kommunikasjonsmønstre.

Lærerne er som oftest initiativtaker til aktiviteter og leder av diskusjonen, men elevene deltar også i diskusjonen på forskjellige måter. I artikkelen til Drageset og Allern (2020) er fokuset på samtaletrekk hos lærerne, noen få hovedtyper av samtaletrekk hos elevene diskuteres kort. Drageset og Allern (2020) foreslår følgende fire samtaletrekk for elever.

Hovedkategorier for elevinteraksjoner	Støttende samtaletrekk
<i>(Bare) svar på matematiske spørsmål</i>	Lærerstyrte svar (Drageset, 2015) Uforklarte svar (Drageset, 2015) Delvis svar (Drageset, 2015)
<i>Forklaringer</i>	Advokere (Alrø & Skovsmose, 2002) Tenke høyt (Alrø & Skovsmose, 2002) Forklare handlinger (Drageset, 2020) Forklare begrunnelser (Drageset, 2020) Forklare begrep (Drageset, 2020)
<i>Initiativer</i>	Utfordre (Alrø & Skovsmose, 2002) Elev initiativer (Drageset, 2015)
<i>Evalueringer</i>	Evaluerer (Alrø & Skovsmose, 2002) Be om vurdering fra andre elever (Drageset, 2014)

Figur 10: Hovedkategorier for elevinteraksjoner utviklet av Drageset og Allern (2020, s. 3)

I vestre kolonne i figur 10 ser vi kategorier for elevinteraksjoner, og til høyre ser vi litteraturen kategoriene er basert på. Den første kategorien beskriver hvordan elevene gir *(bare) svar på matematiske spørsmål*, og er ifølge Drageset og Allern (2020, s. 5) en naturlig del av en dialog. Videre skriver de at svar kan komme av forskjellige typer, de kan være lærerstyrte, uforklarte eller delvis forklarte svar. Med denne kategorien ønsker Drageset og Allern (2020, s. 5) å skille «bare» svar fra andre typer svar, som er et svar uten mer informasjon om tanken, logikken eller prosessen bak. De poengterer at disse svarene ikke innebærer mangel på verdi, da uforklarte svar kan avdekke en dyp innsikt, eller ha et resonnement grunnlag.

Den andre kategorien beskriver hvordan elevene kan komme med forskjellige typer *forklaringer*, som derimot inkluderer slik informasjon. Her kan elevene forsvare og argumentere eget eller andres forslag, eller ikke gi opp uten å tilby argumenter, noe som er en form for forklaringer (Drageset & Allern, 2020, s. 5). Drageset og Allern (2020, s. 5) mener også at å tenke høyt er en form for forklaring da dette kan gi informasjon om forståelse,

resonnement eller løsningsprosesser. Videre beskriver de at forklaringer kan deles i tre typer. Den første er elever som forklarer handlingen og trinnene som er gjort for å komme frem til et svar. Den andre er elever som argumenterer for hvorfor svaret eller metoden er riktig, eller har et ønske om å gi et riktig svar. Den siste er elever som forklarer hva et begrep eller en ide betyr.

Den tredje kategorien beskriver hvordan elever på ulike måter kan ta *initiativer* i klasserommet, og handler om at elevene jobber med å foreslå en ny ide, påpeke noe de syntes er viktig under dialogen, rette noen eller spørre hva eller hvordan de skal gjøre noe (Drageset & Allern, 2020, s. 6). En annen måte å ta initiativ på er å utfordre, hvor elevene forsøker å styre diskusjonene i en annen retning, eller stille spørsmål ved allerede innhentet kunnskap og perspektiver (Drageset & Allern, 2020, s. 6).

Den siste kategorien kan vi se elever som *evaluerer* i form av å gi støtte, råd, kritikk og rette feil (Drageset & Allern, 2020, s. 6). Videre skriver Drageset og Allern (2020, s. 6) at evalueringer kan komme som en forespørsel fra læreren om å vurdere en annen elevs løsning eller ide, og ses på som et svar.

Kategoriene (*bare*) svar på matematiske spørsmål og forklaringer utgjør den dominerende delen av fem IRE-klasserom i en rapport fra Drageset (2015), skriver Drageset og Allern (2020, s. 6). De to neste kategoriene er med på å bryte IRE-mønsteret. Initiativer og evalueringer er mer I og E i IRE-mønsteret. Her gjør elevene noe som læreren vanligvis gjør i et tradisjonelt kommunikasjonsmønster, men siden det er elevene som er utforskende og deltakere peker dette i en retning av undersøkende kommunikasjonsmønster.

3 Metode og empiri

Dette kapittelet gjør rede for ulike forskningsmetodiske valg i mitt forskningsprosjekt for å besvare følgende forskningsspørsmål:

«Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom læreren og elevene i en undersøkende matematikkundervisning?».

For å kunne svare på forskningsspørsmålet, må utvalget være elever og lærere i en undervisningssituasjon hvor det oppstår matematiske samtaler mellom informantene, samt at det matematiske innholdet kan plasseres innenfor undersøkende matematikkundervisning. Datamaterialet jeg samler inn må kunne gi meg innsikt i kommunikasjonen som oppstår mellom informantene. Dette medfører at det blir gjort metodiske valg som sikrer at datamaterialet gir meg muligheten til å analysere de matematiske samtalene som oppstår mellom elever og lærere. For å si noe om hva som kjennetegner kommunikasjonsmønsteret anser jeg det som hensiktsmessig å undersøke flere lærere, som gjør det mer generaliserbart.

3.1 Forskningsmetode og kunnskapssyn

Det kan skilles mellom to ulike tilnærminger til forskningsmetode i samfunnsforskning: kvalitativ- og kvantitativ metode. Thagaard (2018, s. 15) skriver at kvalitativ forskningsmetode ofte søker en forståelse av sosiale fenomener, og det kan skje ved nær kontakt med deltakerne gjennom observasjon eller intervju, eller ved analysering av tekster og uttryksformer som er visuelle. Postholm og Jacobsen (2018, s. 89) skriver at i kvalitativ metode er virkeligheten oftest fremstilt i tekster, enten ved at forskeren skriver ned observasjoner, eller ved direkte nedskrivning av hva folk sier. Kvantitative forskningsmetoder er basert på at all informasjon om virkeligheten formidles ved hjelp av tall som kan behandles av statiske analyser (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 110), og de er preget av en større distanse mellom forsker og informanter, og informantene bidrar ofte ved å svare på spørreskjema der spørsmålene har faste svaralternativer (Thagaard, 2018, s. 16). Christoffersen og Johannessen (2012, s. 17) påpeker at hovedforskjellen mellom kvalitativ og kvantitativ forskningsmetode er hvor stor grad av fleksibilitet man har. I kvalitativ metode er det rom for å være mer fleksibel i form av at man kan tillate spontanitet og tilpasning i større grad, noe som kan være vanskelig i en kvantitativ metode når informantene ikke kan svare like utfyllende og detaljerte siden man ikke har den nærheten mellom forsker og informanter (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 17). For å kunne besvare mitt forskningsspørsmål vil en kvalitativ

metode egne seg, da denne tilnærmingen er fleksibel, og gir informantene større frihet til å uttrykke seg enn hva de kan i kvantitativ metode. Dette vil gi meg mulighet til å observere dialogene som oppstår i undersøkende matematikkundervisning, og studere datamaterialet i dybden.

Postholm (2010, s. 33) skriver at kvalitative forskere tar utgangspunkt i et paradigme eller et verdenssyn når de nærmer seg sin forskning. Dette begrunner hun med at forskeren har med seg et sett av antagelser eller et syn på verden som styrer retningen på forskningen, og er et uttrykk for hvordan forskeren oppfatter verden. Postholm (2010, s. 20) presenterer tre slike paradigmer: kognitivism, konstruktivism og positivisme. Kognitivismen og positivismen kan ses på som motpoler av hverandre, og handler om at mennesker ikke skaper eller konstruerer kunnskapen som etterhvert blir en del av deres livsverden selv (Postholm, 2010, s. 21). Innenfor et konstruktivistisk paradigme blir derimot mennesket regnet som aktivt handlende og ansvarlig, der kunnskapen blir skapt og konstruert av forståelse og mening i møte med andre mennesker i sosial samhandling (Postholm, 2010, s. 21). Når man studerer sosiale fenomener er det umulig å skille forskeren fra objektet som studeres, og når jeg skal forske på kommunikasjon i klasserommet vil jeg ha en interaksjon mellom de jeg studerer. Jeg vil kunne bli påvirket av omgivelsene og omgivelsene vil kunne bli påvirket av meg, og kunnskapen vil konstrueres i møte mellom informantene i sosial samhandling. Dette medfører at jeg kan plassere mitt forskningsprosjekt innenfor et sosialkonstruktivistisk paradigme, hvor virkeligheten konstrueres sammen med andre (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 50)

3.2 Valg av kvalitativ metode

Innenfor kvalitativ metode finnes det ulike tilnærminger på hvordan man kan forske, som hver og en har egne særtrekk. Christoffersen og Johannessen (2012) presenterer etnografi, fenomenologi og casestudiet som tre tradisjonelle tilnærminger til kvalitativ metode. Casestudie er et forskningsdesign som studerer «en case» som er avgrenset i tid og rom, og som kan rettes mot et eller flere individ, en gruppe, et program, en aktivitet, en organisasjon eller et partnerskap (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 63). Christoffer og Johannesen (2012, s. 110) skriver at kjennetegnene på en casestudie er at forskeren innhenter mye informasjon fra noen caser eller få enheter over kortere eller lengere tid, som inkluderer detaljert og omfattende datainnsamling. Videre skriver de at casestudier ofte er gjennomført i kvalitative forskningsmetoder hvor observasjon og åpne intervju benyttes. Kort oppsummert er

casestudier forskning hvor forskeren henter inn så mye data som mulig om et avgrenset fenomen.

Yin (2007) presenterer fire designstrategier for casestudier, som er arbeidet ut fra to dimensjoner. Den ene forteller om antall caser som studeres, den andre forteller om det er en eller flere analyseenheter i forskningsprosjektet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 111). I mitt forskningsprosjekt skal jeg innhente informasjon fra lærere som jobber med undersøkende matematikk i samme prosjekt (SUM-prosjektet, se vedlegg 3). Jeg velger å se på at lærerne er en gruppe, altså enn analyseenhet, mens forskjellige skoler betyr flere systemer. Dermed anser jeg dette forskningsprosjektet til å være en flercasedesign av en analyseenhet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 111). Flercasedesign skiller seg ikke ut fra en enkelt casedesign med tanke på metode og design, og begge er ment for å si noe om hendelser fra den virkelige verden som forskeren har liten kontroll over, og som skjer her og nå (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 110). Kommunikasjonsmønstrene jeg observerer er situasjoner som skjer i løpet av en begrenset periode, og er situasjoner jeg har liten kontroll over som forsker. Basert på denne beskrivelsen av casestudie, anser jeg mitt forskningsprosjekt som passende i et flercasedesign.

3.3 Utvalg

Cohen et al. (2007, s. 100) skriver at forskeren må avgjøre fire faktorer i utvalget: størrelsen av utvalget, representativitet i utvalget, tilgang til utvalget og utvalgsstrategien som skal brukes. Størrelsen på et utvalg avhenger blant annet av formålet med forskningsprosjektet, men generelt sett er et utvalg bedre desto større det er siden det blir større pålitelighet og er mer generaliserbart (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, s. 101). Cohen et al. (2007, s. 101) skriver at i kvalitativ forskning er det mer sannsynlig at størrelsen på utvalget vil være liten. Kvalitative analyser er tid- og ressurskrevende, og setter begrensninger for utvalget (Thagaard, 2018, s. 59). Dermed burde ikke utvalget være større enn at det er mulig å kunne gjennomføre omfattende analyser. For å få tilgang til informanter ble mitt forskningsprosjekt tilknyttet SUM-prosjektet (se vedlegg 3), hvor det er opprettet en gruppe på syv lærere og to forskere på overgangen fra barnetrinn til ungdomstrinnet, som arbeider sammen med å utvikle, gjennomføre og evaluere undersøkende undervisningsforløp. Av de syv lærerne som fikk muligheten til å delta, var det fire som meldte seg. Tre kvinner, og en mann, som alle jobbet på forskjellige skoler i Troms og Finnmark fylke.

Thaagard (2018, s. 55) skriver at utvalget i kvalitative studier ikke er representativ for en populasjon, siden utvalget av informanter er basert på hensiktsmessigheten for forskningsspørsmålet.

Videre som forsker må jeg sørge for at tilgang til informantene er tillatt og mulig å gjennomføre (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, s. 109). For at det skal være tillatt for meg å filme klasserommene har SUM-prosjektet fikset alle godkjenninger, samtykke fra lærere, elever og foresatte til innsamling av data og godkjenning fra norsk senter for forskningsdata (NSD) til å filme. Jeg fikk opplæring fra en av forskerne på hvordan data skal innhentes, dro ut til skolene selv, og samlet inn all data på vegne av meg og SUM-prosjektet.

I strategisk utvelging velges informantene strategisk ut fra egenskaper eller kvalifikasjoner som er hensiktsmessig i forhold til problemstillingen (Thagaard, 2018, s. 54). Christoffersen og Johannessen (2012, s. 50) presenterer ulike måter å sette sammen strategisk utvalg på, og en måte er kriteriebasert utvelgelse. Her velges informantene ut fra om de oppfyller spesielle kriterier eller ikke. De lærerne jeg har valgt ut oppfyller spesielle kriterier. Informantene mine er matematikklærere, har kompetanse og erfaring i undersøkende matematikkundervisning og er villig til å bli filmet i løpet av undervisningen.

Lærerne i mitt utvalg er deltakere på SUM-prosjektet, og er midt i målgruppen for mitt forskningsspørsmål som har fokus på undersøkende matematikkundervisning. Disse lærerne er godt egnet siden de har jobbet med undersøkende matematikk i tre år, og har utviklet undervisningskompetansen innenfor undersøkende matematikkundervisning, noe som styrker utvalget mitt. Svakheten er at det er litt få lærere, jeg skulle gjerne hatt flere informanter, men siden det ikke var flere fra prosjektet som meldte seg til å være med har jeg et begrenset antall. Lærerne underviste i klasser fra 6.-10. trinn og det var totalt 45 elever med i de fire klasserommene. For å bevare anonymitet oppgir jeg ikke nøyaktig klassetrinn og antall elever. For å lese mer om innholdet i klasserommene se vedlegg 1.

3.4 Datainnsamlingsmetode

Hvordan forskningsspørsmålet er formulert og hva hensikten med prosjektet er, avgjør hvilken metode som er lurt å benytte seg av når det kommer til innsamling av data. Ifølge Christoffersen og Johannesen (2012, s. 60) er de vanligste metodene å samle inn data i kvalitativ tilnærming intervju og observasjon. Observasjon er en datainnsamlingsmetode hvor forskeren kan se menneskers aktiviteter, atferd eller handlinger og samhandling mellom

mennesker, men uten å vite noe om tanker og følelser (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 60). For å kunne gi et svar på mitt forskningsspørsmål anser jeg det som hensiktsmessig å velge observasjon som metode for å samle inn data. Dette fordi jeg er avhengig av å observere lærerens samhandling med elevene gjennom dialoger, og denne metoden gir meg direkte tilgang til det jeg undersøker.

3.4.1 Observasjon med lyd- og videoopptak

Observasjon er en type datainnsamlingsmetode som egner seg godt for å få direkte tilgang til det som skal undersøkes, som i mitt tilfelle er dialoger som oppstår mellom lærer og elever i et undersøkende klasserom. Observasjon blir gjerne kalt for naturalistisk siden observasjonene gjennomføres i naturlige settinger, og handler om å bruke alle våre sanser for å oppfatte og forstå situasjoner (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113).

Ifølge Cohen et al. (2007, s. 404) finnes det ulike grader av deltakelse for forskeren i observasjon. Fullstendig deltaker (*complete participant*) er en forsker som tar en insider rolle i gruppen som blir undersøkt, og som ofte utelukker å fortelle at han eller hun forsker. Deltaker-som-observatør (*participant-as-observer*) er en forsker som deltar sosialt med informantene og registrerer og dokumenterer hva som skjer i henhold til forskningsmålet. Observatør-som-deltaker (*observer-as-participant*) er på samme måte som deltaker-som-observatør kjent som en forsker for gruppen, men har mindre omfattende kontakt med informantene. Den siste er fullstendig observatør (*complete observer*), hvor informantene ikke vet at de blir observert, og er en annen form for skjult forskning. Som observerende deltaker er ikke forskeren, ifølge Cohen et al. (2007, s. 404) en del av gruppen som observeres, men informantene er likevel klar over forskerens rolle som observatør. Forskeren deltar i minst mulig grad i interaksjon mellom informantene i aktiviteten som skal gjennomføres, men kan engasjere seg gjennom samtaler og intervjuer. For å kunne undersøke samtalene mellom lærere og elever, er det viktig at jeg som forsker deltar i minst mulig grad i undervisningen for å ikke påvirke utsagnene i innsamlingen av data. Ifølge Thaagard (2018, s. 73) er observasjon uten deltakelse å foretrekke i forskningsprosjekter hvor det er grunn til å tro at deltakelse fra forskeren er med på å endre relasjonene forskeren skal studere. Som forsker er jeg i klasserommet for å observere, og deltar ikke i aktiviteten som observeres. Jeg kan godt svare elevene på spørsmål om hvem jeg er og hva jeg gjør, men får jeg spørsmål som omhandler undervisningen må jeg henvise de til læreren. Med denne beskrivelsen anser jeg meg som en observatør-som-deltaker.

Ved å bruke observasjon som metode får man både visuelle og muntlige data (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, s. 407). Hvordan man velger å dokumentere dette danner et empirisk grunnlag for videre analyse i forskningsprosjektet. Noen av teknikkene en kvalitativ forsker kan bruke for å dokumentere observasjoner er feltnotater, journalnotater, intervjuer, videoopptak, lydopptak osv. (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, s. 181). Lyd- og videoopptak vil være et nyttig hjelpemiddel for observasjon i mitt forskningsprosjekt, siden jeg ønsker å få med meg hva som blir sagt i samtalene mellom lærer og elevene. Opptakene kan gi en fremstilling av situasjonen akkurat slik den oppstod, og kan hjelpe forskeren med å få med alle ordene som blir sagt, og man kan se opptaket gjentatte ganger i ettertid (Postholm, 2010, s. 61).

Observasjon kan, i likhet med andre metoder for å samle data, ha flere utfordringer knyttet til datainnsamling og analyse. Videoopptak kan oppleves som forstyrrende og utfordrende for forskningsdeltakerne, og siden innsamlingen skjer i en naturlig setting har ikke forskeren kontroll over hendelsesforløpet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71). Denne uforutsigbarheten kan ifølge Bailey (1994) føre til at observasjonen blir mindre nyttig og kanskje ikke like anvendelig (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, s. 259). Cohen et al. (2007, s. 396) skriver at denne uforutsigbarheten kan på en annen side ha en positiv innvirkning ved at den kan gi en friskhet til denne datainnsamlingsmetoden, som ikke oppstår i andre metoder.

3.4.2 Gjennomføring av observasjon

Før observasjonen gjorde jeg meg kjent med utstyret som ble benyttet. Utstyret jeg brukte var et videokamera og en lydopptaker som ble festet til læreren og sendte lydopptak til videokamera. På denne måten sikret jeg meg data på dialogene læreren hadde med elevene. Før opptaket sjekket jeg at kameraet virket, at batteriene var fulladet, at jeg hadde skjøteledning der det trengtes og gjorde testopptak.

Videokameraet ble plassert på stativ i klasserommet på et sted hvor det ikke skulle virke forstyrrende for de som ble observert. Som forsker sto jeg bak kameraet og roterte det etter lærerens bevegelser i klasserommet. Hver lærer ble filmet i en undervisningstime på 60 minutter, hvor lærerne på forhånd hadde forberedt et undervisningsopplegg som samsvarer med Blomhøjs (2016) trefasearbeid for undersøkende matematikkundervisning. Den ene læreren ble ikke helt ferdig i løpet av en undervisningstime, og valgte å fortsette i neste undervisningstime. Her tok jeg et valg å bli igjen og filme den andre undervisningstimen, for å få tilgang på mer data. Tilsammen er datagrunnlaget på 4 timer 27 minutter og 24 sekunder.

Etter observasjonen gikk jeg igjennom opptaket og transkriberte selv ordrett det som ble uttrykt verbalt. Dette resulterte i 84 transkriberte sider (linjeavstand 1, tekststørrelse 12). Ved å transkribere opptakene selv fikk jeg sett opptaket gjentatte ganger og fikk en dypere forståelse av hvordan samtalen foregikk, og det gjorde det lettere for meg å kategorisere utsagnene i analyseringen av datamaterialet. For å gjennomføre transkriberingen brukte jeg programmet iMovie og skrev utsagnene inn i et Word-dokument. All verbal aktivitet ble skrevet ned med svart skrift, mens pauser og visuell aktivitet ble markert i parentes med grå skrift. På denne måten kunne jeg skille verbal og visuell data.

3.5 Analysemetode

Hensikten med å finne en analysemetode er for å sortere datamaterialet som er innsamlet i et forskningsprosjekt, og kunne gjøre materialet forståelig (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 139). Mitt datamateriale er rettet mot meningsinnholdet i transkriberingen fra videoopptakene jeg samlet inn i forskningsfeltet. Allerede ute i feltet når man observerer begynner analyseringen, og ifølge Thaagard (2018, s. 151) er analyse og tolkning av data en kontinuerlig prosess som pågår gjennom hele forskningsprosjektet. I dette kapittelet vil jeg presentere fremgangsmåten jeg benyttet meg av for å organisere datamaterialet når jeg jobber med transkriberingen.

3.5.1 Konversasjonsanalyse

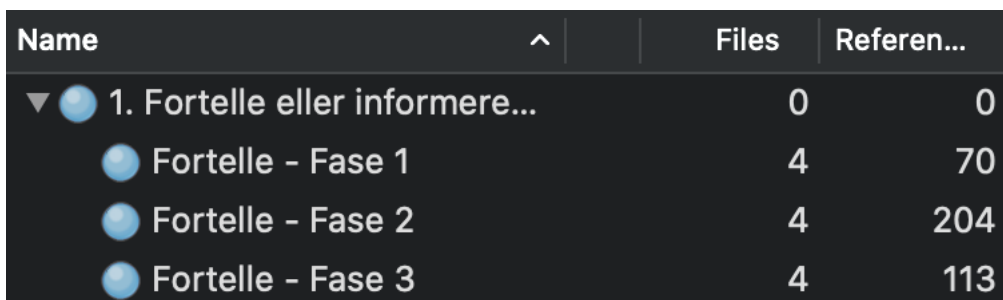
Mitt forskningsprosjekt er en detaljert studie av språklig interaksjon mellom lærer og elever, noe Postholm og Jacobsen (2018, s. 164) identifiserer som samtaleanalyse, også kalt konversasjonsanalyse. Forskere som benytter seg av konversasjonsanalyse studerer sosiale handlinger og hvordan disse iscenesettes i hverdagslig interaksjon. Gjennom denne metoden ordnes og analyseres språket i detalj, og intensjonen er å forstå språket som oppstår i naturlige settinger, og oppmerksomheten rettes mot det som blir sagt og hvordan det blir sagt (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 164). Ifølge Tholander og Cekaite (2015) kan konversasjonsanalyse benyttes når datamaterialet består av lyd- og videoopptak fra forskjellige samtalsituasjoner, og når man ønsker å forstå ytringene til informantene fremfor å spekulere i hva som skjer mellom informantene og vurdere utsagn opp imot virkeligheten (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 164). Mitt forskningsprosjekt kan plasseres innenfor denne metoden siden jeg ikke ser etter holdninger, men hva det er som faktisk blir sagt i samtalen i seg selv, og siden jeg har valgt å bruke lyd- og videoopptak som observasjonsmetode.

3.5.2 Gjennomføring av analyse

Etter å ha transkribert datamaterialet, bestemte jeg meg for å kategorisere og systematisere utsagnene til læreren og til elevene. Jeg har valgt å bruke ferdige kategorier fra rammeverket til Drageset og Allern (2020), som er presentert ovenfor. Grunnen til at jeg har valgt dette fordi jeg er tilknyttet SUM-prosjektet som også benytter seg av dette rammeverket, og fordi å utvikle et eget rammeverk er svært arbeidskrevende og tidkrevende, og jeg hadde ikke hatt nok tid til dette innen rammene for et masterprosjekt. Fordelene med å bruke et eksisterende rammeverk er at det er enklere å kategorisere utsagnene og det er enklere å sammenligne med andre. Ulempene kan være at kategoriene til en viss grad styrer hva jeg ser etter, og jeg kan gå glipp av funn som jeg ellers hadde oppdaget hvis jeg utviklet kategorier ut fra innsamlet data. Siden dette rammeverket ikke er publisert enda, og min veileder har vært med på å utvikle det, har jeg med mitt forskningsprosjekt vært med på å komme med justeringer til rammeverket gjennom min analyse. På denne måten har jeg bidratt til å forbedre rammeverket som de to forskerne skal utgi i SUM-prosjektet.

For å gjøre meg trygg på kategoriene i rammeverket gjorde jeg et forarbeid hvor jeg lagde egne notater basert på teorien for å bli trygg på hva som skulle inn i hver enkelt kategori, og jobbet ut fra disse notatene. Notatene ble bearbeidet underveis hvor jeg skrev ned stikkord på hva som skilte de kategoriene som jeg følte var litt uklare, noe som gjorde at jeg ble enda mer sikker på plasseringene.

For å kategorisere utsagnene brukte jeg dataprogrammet NVivo som er et analyseverktøy som brukes innen kvalitativ forskning. Her kan man blant annet kode tekst, lyd, bilde og video, som i mitt tilfelle var å kode tekst.



Name	Files	Referen...
▼ 1. Fortelle eller informere...	0	0
● Fortelle - Fase 1	4	70
● Fortelle - Fase 2	4	204
● Fortelle - Fase 3	4	113

Figur 11: Eksempel på kategori og underkategorier i NVivo.

I programmet la jeg inn de forskjellige kategoriene av rammeverket til Drageset og Allern (2020) og skapte tre underkategorier til de tre fasene i undersøkende matematikkundervisning

til Blomhøj (2016), illustrert i figur 11. Etter å ha navngitt alle kategoriene begynte jeg med transkripsjonsdokumentet til det første klasserommet, så på alle lærerutsagnene i oppsummeringsfasen og plasserte disse utsagn for utsagn innenfor den kategorien jeg mente var den beste plasseringen. Jeg måtte se på dialogen og finne ut av hva det var utsagnet betydde før jeg plasserte den innenfor en kategori. Dette er fordi et utsagn kan bli sterkt påvirket av forrige utsagn. For eksempel kan måten læreren stiller spørsmål på, prege elevens svar. Det som er viktig å poengtere er at jeg hele tiden analyserte enkeltutsagn og gikk stadig tilbake i kategoriene og omplasserte de som var feil. Prosessen gjorde meg gradvis tryggere på plasseringene og gjorde det enklere etterhvert. Den tryggheten jeg opparbeidet meg ble deretter brukt til å gå igjennom kategoriene på nytt. Etterhvert som jeg ble tryggere på kategoriene, ble det enklere for meg å se grensetilfeller mellom kategoriene, og disse ble notert underveis i analyseringen. Ut fra resultatet av denne analyseringen, er hovedfokuset å identifisere hva som kjennetegner elevutsagn og lærerutsagn i undersøkende matematikkundervisning.

3.6 Validitet og reliabilitet

For å kvalitetssikre et forskningsarbeid må det tas hensyn til validitet og reliabilitet (Cohen, Manion, & Morrison, 2007, s. 133). Cohen et al. (2007, s. 133) påpeker at begrepene må diskuteres opp mot den spesifikke tilnærmingen forskningsprosjektet er tilknyttet, da det stilles forskjellige krav til ulike tilnærminger.

Ifølge Postholm og Jacobsen (2018, s. 222) handler validitet om gyldigheten av forskningen, med andre ord hvor gyldig dataene, funnene og resultatene er. Gyldighet er viktig for å få til effektiv forskning, og Cohen et al. (2007, s. 134) skriver at hvis forskningen er ugyldig, er det verdiløst. Det skilles mellom to typer validitet: intern og ekstern. Intern validitet dreier seg om i hvor stor grad det man forsker på samsvarer med det man påstår man forsker på, og om man har et grunnlag for å uttale seg om kausalitet ut fra det forskningsarbeidet som er utført (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 229). Datamaterialet består av lyd- og videoopptak som er gjennomført i en naturlig situasjon for lærerne og elevene. Lærerne har jobbet med dette i tre år, og det er dermed en naturlig situasjon for begge parter å delta i. Videre kan lyd- og videoopptak være med på å styrke den indre validiteten siden det ga meg muligheter til å både se og høre opptakene flere ganger. Transkripsjonen har også noe å si for indre validitet i forskningsprosjektet. Jeg brukte mye tid på transkriberingen for å sikre at det som ble sagt på opptakene ble ordrett skrevet ned. Siden andre forskere fra SUM-prosjektet skal benytte seg

av datamaterialet jeg har samlet inn, og transkriberingen, var det viktig at dette ble gjennomført på en pålitelig måte. Ekstern validitet dreier seg om i hvor stor grad forskningen kan generaliseres, og i hvor stor grad resultatene kan overføres til andre situasjoner som ikke er studert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 238). I mitt forskningsprosjekt er det ikke tilstrekkelig nok informanter til å generalisere forskningsspørsmålet. Derimot kan prosjekter være overførbart til enkeltlærere i matematikk ved å gjøre de oppmerksom på hva som kjennetegner kommunikasjonsmønsteret i et klasserom hvor det jobbes med undersøkende matematikk. Mine funn kan gi opphav til faglige diskusjoner og drøftinger, og inspirere til videre forskning på temaet.

Reliabilitet dreier seg om hvor pålitelig eller troverdig forskningsprosjektet er (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 224). Ifølge Postholm og Jacobsen (2018, s. 223) er det utfordrende å gjenta en kvalitativ studie på grunn av at møtet mellom forskeren og informantene i forskningsfeltet vil kunne utartes forskjellig på grunn av subjektivitet og individuelle teorier og fordi mennesker er i stadig utvikling. På bakgrunn av dette knytter Postholm og Jacobsen (2018, s. 224) reliabilitet til refleksjon over hvordan forskeren og undersøkelsen kan ha påvirket resultatene. Når man som forsker trer inn i et klasserom er det utfordrende, om ikke umulig, at tilstedeværelsen ikke påvirker faktorene som utspiller seg på stedet. Som forsker var jeg tilstede i rommet, men hadde ikke noen direkte kontakt med elevene. Jeg var i dialog med læreren før og etter filmingen, men ikke underveis. Det er vanskelig å si om dette har påvirket læreren eller elevene i noen grad, men jeg fokuserte på å være minst mulig synlig, og unngå å forstyrre undervisningen mens jeg filmet. Ifølge Thagaard (2018, s. 188) kan forskerens relasjon til deltagere ha betydning for påliteligheten. Jeg hadde ingen kjennskap til noen av lærerne eller elevene jeg observerte. Under hele forskningsprosessen har jeg vært tydelig og arbeidet systematisk gjennom både datainnsamlings- og analyseprosessen. Jeg har vært åpen og ærlig, og beskrevet prosessen med nøye beskrivelser. I analyseprosessen har jeg sjekket at kategoriseringen av utsagn har vært rett med å gå frem og tilbake og dobbeltsjekket gjentatte ganger. Jeg har hatt et klart skille på hva som er primærdata, og hva som er mine tolkninger, kommentarer og vurderinger. Disse faktorene hvor jeg synliggjør for leseren mine valg, og hva som er gjort, er med på å gjøre forskningen min transparent. Dette kan ifølge Thagaard (2018, s. 188) være med på å styrke reliabiliteten. På bakgrunn av mine valg og beskrivelser, vil det være opp til leseren å vurdere i hvor stor grad forskningen er pålitelig.

3.7 Etiske betraktninger

I kvalitativ metode undersøker forskeren menneskelige prosesser i deres naturlige setting, og forholdet mellom forsker og informantene kjennetegnes som nært. Postholm (2010, s. 142) skriver at i et godt kvalitativt forskningsprosjekt blir informantene respektert og verdsatt i forskningsprosessen. Hensikten å skrive om etiske betraktninger er å belyse hvordan jeg har ivaretatt etiske prinsipper gjennom hele forskningsprosessen.

I Norge er det utviklet forskningsetiske retningslinjer av den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH), som blant annet skal sørge for at etiske krav mellom forsker og informanter skal ivaretas (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2016). Blant disse kravene finner man kravet om fritt og informert samtykke som skal sikre at informantene deltar frivillig, og at de er godt informert om forskningsprosjektets hensikt. Barn som har fylt 15 år kan som oftest gi samtykke selv til at forskeren skal bruke de som informanter. Er derimot barna under 15 år må forskeren innhente samtykke fra foresatte. En av fordelene med å knytte mitt prosjekt til SUM-prosjektet var at forskerne i SUM-prosjektet allerede hadde samlet inn nødvendig med samtykke fra deltakerne og underskrifter fra foresatte. Samtykkeskjema er vedlagt, se vedlegg 3 og 4.

Det er viktig å følge etiske betraktninger allerede før forskningen tar sted, og det er ifølge Erickson (1986) to etiske hensyn bør tas i betraktning på forhånd (Postholm, 2010, s. 145). Den første handler om at de som blir studert trenger så mye informasjon som mulig om hensikten med forskningsprosjekter og de forskningsaktivitetene som tenkes gjennomført. Informantene som deltok i mitt forskningsprosjekt var allerede deltakere i SUM-prosjektet og hadde vært en del av det i tre år. Informantene har blitt filmet før, i samme setting, og var klar over hva de hadde i vente da jeg kom til skolen for å filme. Lærerne valgte selv innholdet i undervisningen, men hadde på forhånd fått beskjed av forskerne i SUM-prosjektet at det måtte være undersøkende matematikkundervisning med fokus på trefasestrukturen til Blomhøj (2016). Derimot var det nytt for lærerne at det var jeg som skulle filme de, derfor sendte jeg en mail til lærerne og forklarte hvem jeg var, hva mitt forskningsprosjekt gikk ut på, og hvorfor jeg var den som skulle filme. Dette gjorde jeg for å skape et tillitsforhold mellom meg og informantene, noe Postholm (2010, s. 147) poengterer er viktig i et forskende partnerskap. Den andre handler om at informantene må opplyses om at deres identitet er sikret og at de er anonyme. Alt datamaterialet jeg har samlet inn har blitt oppbevart på et sikkert sted under hele prosessen, og det er kun jeg og forskerne i SUM-prosjektet som har hatt

tilgang til disse dataene. I tillegg vil ingen navn nevnes i analysen, slik at det ikke kan spores tilbake til informantene.

I mitt forskningsprosjekt benytter jeg meg av lyd- og videoopptak, og transkribering hvor der kan komme frem personopplysninger som kan spores tilbake til en av informantene. Med dette er man pliktig til å melde fra om mitt forskningsprosjekt til Norsk senter for forskningsdata (NSD). Hovedoppgaven til NSD er å bidra til at forskere ivaretar lovpålagte plikter knyttet til kvalitetssikring og internkontroll av egen forskning (NSD - Norsk senter for forskningsdata, 2019). Igjen var fordelene med SUM-prosjektet at denne søknaden allerede var godkjent, se vedlegg 5.

4 Analyse og diskusjon

Analysen består av tre delkapitler. I den første delen av analysen tar jeg for meg de forskjellige typer lærerutsagn som oppstod i dialogene mellom lærer og elev når læreren underviste i undersøkende matematikk, i den andre vil jeg gjøre det samme bare med forskjellige typer elevutsagn. Lærer- og elevutsagnene vil bli sett opp mot de seks hovedtypene av samtaletrekk hos lærere innenfor Dragesets og Allerns (2020) rammeverk. I all kategorisering vil det være grensetilfeller hvor to kategorier kan gå inn i hverandre. De kategoriene jeg syntes det var vanskelig å skille har jeg presentert og gitt en begrunnelse for i vedlegg 2. Den tredje delen blir kommunikasjonen i de ulike fasene presentert. For hver kategori vil det bli gitt et eksempel på et utsagn, og de viktigste utsagnene vil bli satt i kursiv. I dette kapittelet vil analyseringen samtidig bli drøftet med utgangspunkt i det teoretiske rammeverket for forskningsprosjektet.

4.1 Lærere

4.1.1 Fortelle eller informere elevene

Lærere *forteller eller informerer elevene* om ulike ting i løpet av undervisningsøkten. I dette samtaletrekket kan læreren demonstrere og dele innsikt i hvordan eller hvorfor noe skal gjøres, introdusere informasjon, presenter argumenter, gi forslag eller validere elevenes svar (Drageset & Allern, 2020, s. 3). I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg tre hovedtyper.

Den første typen er utsagn som forteller hvordan eller hvorfor noe skal gjøres, ofte hva som er rett og galt. I utsagn 1 ser vi en avsluttende kommentar på en økt hvor elevene har jobbet med å regne ut hvor mange kvadratmeter vegg de skal male. Læreren har gått rundt og veiledet og ser at det er flere som ikke har fått med seg kommentaren fra starten av timen om at de kunne avrunde et av målene slik at de får et helt tall.

Lærer: ... *Jeg ser det er enda noen som regner, han, han elev 19 og ho elev 18 og han elev 17 har jeg vært og veiledet litt der, og dem har sånn, de vil ha komma tall. Altså to desimal.. så du ganger to desimaltall sammen, og det har vi nesten ikke jobbet med. Så jeg vil at dere skal runde det ene av, sånn at dere får et helt tall. For det blir å gjøre det mer lettere for.. For det dere har gjort, det er kjempebra utregning og det, men det blir jo så mye utregning at dere kommer ikke i mål.*

Utsagn 1: Alle utsagn er direkte sitater og alle er navn erstattet med elev og nummer i henhold til dataanalysen. Viktige utsagn vil bli satt i kursiv.

Her forteller læreren en ønsket fremgangsmåte til elevene, og informerer om hvordan og hvorfor de skal runde av et tall for å gjøre oppgaven lettere. Eksempelet viser hvordan lærerne noen ganger gir forslag til hvordan man skal løse en oppgave gjennom å fortelle hva elevene skal gjøre.

Den andre typen er korte svar som bekrefter og avslutter diskusjonen. De virker på samme måten som den første ved at læreren forteller hva som er rett, men disse inneholder ingen forklaring. I utsagn 2 har læreren gitt en oppgave til elevene om å finne ut hvor mye vann det er plass til i et akvarium. En elev på en av gruppene forteller til resten av klassen at de fant ut at det er plass til 20,5 liter. Læreren spør om de har brukt noen av hjelpemidlene for å komme frem til svaret, og om noen av de kan vise hvordan de brukte dem.

Lærer: Er det noen av dere som vil vise eller?

Elev 6: Eh, vi brukte dem til.. da vi målte oppover. Og da brukte vi disse (Eleven stabler to blå tusenkuber i høyden), og så tok vi sånn, også brukte vi.. de der (Eleven stabler de gule hundreplatene over der igjen).

Lærer: De der og ja..

Elev 6: Ja.

Lærer: *Okei!*

Utsagn 2

Etter eleven har forklart og vist med kuber og hundreplater bekrefter læreren fremføringen med «okei». Med dette svaret bekrefter og avslutter læreren dialogen.

Den tredje typen er informasjon om hva som skal gjøres eller hvordan arbeidet skal organiseres, noe som inneholder lite eller ingen grad av matematikk. Utsagn 3 er hentet fra

avslutningen på en av øktene jeg observerte. Læreren ønsker å få svar fra elevene, men merker at de fleste har falt av og får ikke med seg hva læreren er ute etter.

Lærer: Enn hvis vi gjør det enkelt og så sier vi at det isteden for 40 så står det 4, 2 og 3?

Elev 3: Hæ, hva du sa?

Lærer: At det står 4 her, at vi sier den er 4, den er 2 og den er, den er 3? (6 sek) Hæ? (5 sek)
Jeg tenker vi skal stoppe litt der. Vi blir å fortsette med det her neste uke. På mandagen så skal vi gjøre oss ferdig med den der tanken, for nå ser jeg at dere er kjempe sliten. Men dere har fått tenkt mye på hvordan dere kan finne ut hvor mye vann det er plass oppi. Jeg sier ikke hva som er rett eller noe sånt, for det, det var ikke det som var det interessante. Jeg var interessert i å høre hvordan dere tenkte, så skal vi se om vi kan klare å finne oss en formel på det her her til, til slutt.

Utsagn 3

I denne avslutningsfasen forteller læreren til elevene hva som er tenkt videre, og hva hun forventer til neste gang. Utsagnet etter tenkepausen inneholder ikke matematikk, men hvordan de skal jobbe med matematikken.

Det som er felles for disse tre typene er at læreren styrer retningen på undervisningen, med å fortelle og informere. Det skjer enten ved en forklaring som er avsluttende, et kort svar uten forklaring som også avslutter eller avklarer, eller informasjon om hva som kommer. Det er altså fortelling og informasjon om matematikk og om hvordan de skal jobbe med matematikken. I likhet med Drageset og Allerns (2020) rammeverk ser vi at læreren forteller og informerer elevene med å introdusere informasjon, evaluerer svar, og kommer med forklaringer. Derimot er det lite av demonstrasjoner fra lærerne, hvor læreren deler innsikt i hvordan noe skal gjøres. Dette kan komme av at undersøkende matematikk handler om at elevene selv skal jobbe seg frem til svaret, og at læreren fungerer som veileder (Blomhøj, 2020).

I løpet av en undervisning er det nødvendig at en lærer *forteller eller informerer*. Denne kategorien kan oppstå både i undersøkende- og tradisjonell undervisning, men blir det derimot for mye av denne kategorien kan det minne om en lærer dominert dialog som er samsvarer med et tradisjonelt kommunikasjonsmønster, slik Drageset (2016, s. 170) beskriver lærerens rolle i dialogene i en tradisjonell matematikkundervisning.

4.1.2 Støtte og lede elevene (til å komme videre mot å finne et svar)

Lærere kan i dialog med elevene *støtte og lede* de til å komme videre mot å finne et svar i løpet av en undervisning. Drageset og Allern (2020, s. 3) skriver at dette samtaletrekket kan inneholde en balanse mellom støtte og mer aktiv veiledning, hvor læreren enten presenterer et spørsmål eller et problem uten å lede eleven til en fremgangsmåte, eller hvor læreren gjør mesteparten av tenkingen og gir hint og ledende spørsmål som avgrenser oppgaven og gjør den lettere. I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg fire hovedtyper.

Den første er utsagn hvor læreren støtter og leder elevene gjennom spørsmål og hint som hjelper de å finne veien mot et svar. I utsagn 4 jobber elevene med å finne ut av hvor mye vann det går i et akvarium. I en situasjon hvor læreren er ute etter hvordan elevene har kommet frem til kvadratcentimeter, prøver en elev å forklare at kvadratcentimeter er et tall over 100.

Elev 14: Nei, var det ikke sånn at hvis det var over 100 så blir det, ble det kvadratcentimeter?
Lærer: *Husker du når vi jobbet med hvorfor det ble kvadratcentimeter?*
Elev 14: Litt.
Lærer: *Hva gjorde dere da når det ble kvadratcentimeter? La dere i sammen der?*
(Elev 12 rister på hodet)
Elev 14: Ja, på en måte. Nei. Det var når du hadde sånn der centimeter centimeter..

Utsagn 4

Eleven er ikke helt inne på det rette sporet, og har ikke gitt læreren det riktige svaret. Læreren gir dermed eleven et hint ved å referere til tidligere arbeid med kvadratcentimeter og støtter eleven til å komme tilbake på rett spor igjen, og leder en vei mot det rette svaret.

Den andre typen er korte ledende spørsmål der læreren deler oppgaven inn i mindre deler som reduserer oppgavens kompleksitet. Svarene lærer får fra elevene er som regel korte og inneholder lite selvstendig tenking. I utsagn 5 har elevene fått i oppgave å lage et uttrykk som forteller noe om hvor mange dyr det er på gården og lage et uttrykk som forteller noe om benene til dyrene. En elev foreslår uttrykket $4x+2y$ og får bekreftelse av læreren. En annen

elev lurer på hvorfor dette uttrykket var rett, og får uttrykket forklart av eleven. Etter å ha fått det forklart, tar læreren over og stiller korte spørsmål for hvert steg.

Lærer: *Nå uttrykker hun, hvor, hva vet du om benene til, til en generell gris?*

Elev 13: *Den har 4.*

Lærer: *Hva vet du om benene til en generell høne?*

Elev 13: *Den har 2.*

Lærer: *Mm. Og, hvor mange ben var det på Kjell sin, sitt drømmeparadis?*

Elev 13: *40.*

Utsagn 5

Ved å stille korte spørsmål for hvert steg, trenger bare eleven å svare på enkle spørsmål mens læreren tar seg av prosessen. Hvor mange ben en gris og en høne har er enkelt, fordi det var presentert i oppgaven. Dermed er disse to ledende spørsmål. Læreren forsøker å få en fremdrift mot et svar, noe som er typisk for *støtte og lede elevene*.

Den tredje typen som gikk igjen i de fire klasserommene er å gi elevene oppgaver. Lærerne presenterer spørsmål eller problemer til elevene, uten å lede de til en foretrukket fremgangsmåte. I utsagn 6 er elevene delt inn i grupper på to og to, og løser uttrykk med å måle lenger med to tau. I løpet av timen presenterte læreren tre forskjellige uttrykk, utsagn 6 viser det siste uttrykket av de tre.

Lærer: *Skal vi se. (Lærer skriver uttrykket på lærebrettet, 13 sek) $3b... 2(b+g) - 3b$. (4 sek) Hvordan i alle dager måler man det her?*

Utsagn 6

Læreren presenterer uttrykket $2(b+g)-3b$ til elevene, og deretter var det opp til dem å finne ut av hvilken fremgangsmetode dem ønsket å bruke. Læreren gir ingen hint eller peker ut en retning de kan følge, men stiller et spørsmål slik at det er opp til elevene å velge hvordan de ønsker å løse det.

Den siste fjerde er bekreftende svar som støtter elevene under dialogen, og viser at de er på rett vei. Lik den andre hovedtypen i «fortelle og informere elevene», bare ikke avsluttende. I utsagn 7 ber læreren en elev om å fortelle om hun ønsket å gjøre noe annerledes etter alle gruppene har presentert sine fremgangsmåter.

Elev 8: At, isteden for, for vi regnet ut sånn at vi tok den ene veggen og så tok vi minus det vinduet da..

Lærer: *Ja.*

Elev 8: ..sånn fra den ene veggen.

Lærer: *Ja.*

Elev 8: Det hadde vært lettere å bare ta å så regne ut alle veggene, og så ta minus det vinduet,

Lærer: *Ja.*

Elev 8: Ja liksom alle.

Utsagn 7

Eleven forklarer hva hun ville gjort annerledes sier læreren «ja» underveis for å støtte svaret til eleven. Som vi ser er ikke dette avsluttende for samtalen, men foregår mens eleven forklarer, og kan virke støttende for eleven siden hun får bekreftelse på at det hun forteller er rett.

Det som er felles for disse fire typene er at læreren støtter og leder elevene. Det skjer enten ved støtte gjennom spørsmål og hint, korte spørsmål som reduserer oppgavens kompleksitet, gjennom å gi oppgaver eller bekreftende svar underveis i dialogen. Det handler om å gi støtte til elevene i matematikk som hjelper dem videre mot å finne et svar. I likhet med Drageset og Allerns (2020) rammeverk ser vi at læreren støtter og gir aktiv veiledning og forenkler oppgaven til elevene. Rammeverket sa lite om bekreftende svar underveis i dialogen, noe som var tydelig i mine data, og er også en type støtte for elevene.

Kategorien *støtte og lede elever* har to sider. Den ene er å hjelpe elevene til å komme videre uten å gi en foretrukket fremgangsmåte, med å stille åpne spørsmål og oppmuntre. Den andre siden er å lede, hinte og peke ut en vei, som reduserer oppgavens kompleksitet. Den førstnevnte er nok vektlagt i et undersøkelseslandskap slik Alrø og Skovsmose (2006, s. 116) beskriver, hvor lærerens rolle er å støtte og veilede elevene uten å frata de viktigste faglige utfordringene. Dette er noe Blomhøj (2020) også poengterer er lærerens jobb i gjennomføringsfasen. Videre vil den andre typen minne mer om et oppgaveparadigme, hvor læreren styrer dialogene og gjør det meste av tenkingen for elevene.

4.1.3 Fokuserer på detaljer (av betydning)

Lærere kan *fokuserer på detaljer (av betydning)* i dialog med elevene. I dette samtaletrekket kan læreren gjenta, omformulere eller poengtere elevutsagn som oppstår i dialogen som læreren syntes er viktig å oppsummere (Drageset & Allern, 2020, s. 4). I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg to hovedtyper.

Den første handler om at læreren poengterer deler av en dialog, eller deler av undervisningen som læreren anser som viktig med å bruke oppsummeringer eller påminnelser. I utsagn 8 ber læreren en gruppe om å fortelle hvordan de har kommet frem til hvor mange kvadratmeter rommet er. Etterhvert som eleven forklarer, stopper læreren eleven med å spørre om hvorfor de ganget 5,6, som var hvor mange kvadratmeter en vegg var, med 2.

Lærer: Hvorfor ganget dere 5,6 med to?

Elev 1: Fordi at det er jo to sånne.

Lærer: *Ja, det er to vegger. Dere slo den i sammen, med den i sammen. (Viser de to korte sidene på veggene, og tegner streker på den ene kortsiden for å markere) Så dere trengte ikke regne det ut to ganger, for dere hadde to helt likedanne vegger.*

Utsagn 8

Eleven kommer med en forklaring om at det er «to sånne» vegger. Læreren omformulerer svaret til eleven og poengterer at det er to vegger, og at de ikke trenger å regne det ut to ganger, fordi de har to helt like vegger. Her omformulerer læreren utsagnet til eleven som er viktig ved å bruke oppsummering. Oppsummeringen poengterer noe som læreren syntes er viktig for de andre elevene å få med seg.

Den andre typen er der læreren gjentar elevutsagn. Her kan læreren enten gjenta det eleven sier til fellesskapet, for at alle skal få med seg den detaljen, ellers kan læreren gjenta korte utsagn som elevene sier for å få bekreftet at man hørte riktig. I utsagn 9 forklarer en elev at de ikke har brukt samme metode med tavle som en annen gruppe, men de har lagt opp regnestykket med en gang og funnet svaret. Etter forklaringen gjentar læreren deler av utsagnet til eleven. I utsagn 10 forteller en elev sin tankegang til resten av klassen. Samtidig som eleven forklarte bråket resten av klassen som førte til at det var vanskelig å få med seg der som ble sagt. Dermed gjentar læreren elevutsagnet for å bekrefte at det var riktig.

Elev 13: Ehm, vi gjorde ikke det der med tavlen. Vi bare, la det opp med en gang, og så, ja, fant vi svaret.

Lærer: *Dere bare la det opp med en gang.*

Elev 13: Ja.

Utsagn 9

Elev 10: Han fortalte meg du kunne bare gange lengden bredden og høyden så fikk du se. Dere hørte ingenting for at det var resten av klassen som pratet her.

Lærer: *Okei, hysj, gange lengden, bredden, høyden?*

Elev 9: Lengden og bredden, altså 30 ganger 40.

Utsagn 10

Både utsagn 9 og 10 viser hvordan læreren gjentar elevutsagn.

Det som er felles for disse hovedtypene er at læreren gjentar og omformulerer elevutsagn. Det skjer enten ved at læreren poengterer detaljer ved bruk av oppsummeringer og påminnelser, eller ved å gjenta elevutsagn. Det handler om at læreren fokuserer på detaljer av betydning. I likhet med Drageset og Allern (2020) ser vi at læreren gjentar og poengterer det de syntes er viktig. Derimot fant jeg ingen lærerutsagn som kunne koblet opp mot «tilkobling», hvor læreren knyttet forbindelser mellom prosedyrer og begreper. Dette kan være på grunn av at læreren ønsker at elevene skal se sammenhengene selv, uten å få det forklart fra læreren slik Blomhøj (2020) beskriver undersøkende matematikkundervisning.

Ved å fokusere på detaljer med hjelp av å poengtere, oppsummere og gjenta utsagn kan læreren knytte viktige refleksjoner og ideer til sentrale faglige poeng for elevene opp mot innhold og læringsmål, noe som ligner på måten Blomhøj (2020) beskriver lærerens rolle i oppsummeringsfasen. Læreren får også mulighet til å presisere det en elev sa mer tydelig, og på den måten sikre at flere elever får det med seg og blir engasjerte, noe Schoenfeld (1989) beskriver som et nødvendig grunnlag for problemløsning.

4.1.4 Få tilgang til og dele elevtenking

Lærere kan jobbe for å *få tilgang til og dele elevtanker* i dialog med elevene. Drageset og Allern (2020, s. 4) skriver at læreren kan fremkalle elevtenking, og at det skjer ved å belyse

detaljer, og invitere med andre elever i dialogen. I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg tre hovedtyper.

Den første typen handler om at læreren kan fremkalle elevtenking, ved blant annet å spørre elevene om hvordan de tenker eller å fortelle hva dem har gjort. Det handler om å starte en dialog med elevene om deres tankegang. I utsagn 11 tar en elev initiativ til dialog med læreren med å fortelle at gruppen er ferdig med oppgaven. Videre spør læreren om hvordan de har tenkt for å få tilgang til elevtanker i en dialog med elevene.

Lærer: *Okei, forklare, hvordan har dere tenkt?*

Elev 11: Vi tok, vi så i 4 gangen med at grisene har 4 ben. Også tok vi og, tok vi et visst antall da som det og var 32. Også tok vi og delte det på 4 da også fikk vi 8.

Utsagn 11

Ved å stille spørsmål om hvordan elevene har tenkt, får de mulighet til å dele tankene sine uten at læreren er den som styrer samtalen.

Den andre typen handler om at læreren får elevene til å forklare detaljer i prosessen rundt hvordan et svar eller en ide nås. Det som skiller denne fra den første er at læreren ønsker å få frem elevtenking på en detalj i prosessen, som skjer underveis i dialogen. I utsagn 12 har elevene jobbet med å finne ut hvor mange kvadratmeter med vegg de skal male på soverommet de har fått utdelt. Læreren ber en elev om å fortelle hva gruppen har gjort for å komme frem til svaret.

Elev 1: Det vi gjorde var å ta ehm, det var å finne ut høyden på de to lengste, 9,2 og ganget vi bare det med 2, så vi fikk 18,4. Og så ganget vi den korte siden med lengden på høyden, så fikk vi 5,6, og så tok vi det ganger to.

Lærer: *Hvorfor ganget dere med to den? (Lærer skriver 5,6 på den korte veggen på tavla)*

Elev 1: Vi eh...

Lærer: *Hvorfor ganget dere 5,6 med to?*

Utsagn 12

Mens eleven forklarer stopper læreren eleven med å stille spørsmål om hvorfor de har ganget 5,6 med to. Læreren stopper eleven for å ha fokus på en detalj i prosessen ved å forklare hvorfor de har gjort det de har gjort, for å få tilgang til elevtenking.

Den tredje handler om at læreren kan invitere andre elever med i dialogen for å dele sine ideer og for å få tilgang til elevtenking. I utsagn 13 går læreren bort til en gruppe som sitter og jobber, spør om de er kommet i gang, og stiller spørsmål om hvordan de skal finne ut hvor mye maling de trenger.

Lærer: Det der er elev 10 sitt soverom, det vet du. Hvordan skal dere finne ut hvor mye maling trenger jeg?

Elev 12: Ved å se på malingen?

Lærer: Mm.. Elev 11 må du være med. *Elev 10, hva tror du?*

Elev 10: Ehm.. Må gange 12 ganger med 3,1?

Utsagn 13

Etter å ha fått forslaget om å se på malingen, stiller læreren spørsmål direkte til en annen elev om hva hun tenker. Her inviterer læreren en elev til å komme med forslag eller ideer for å få tilgang til den elevens tenking.

Det som er felles for disse hovedtypene er at læreren gjentar og omformulerer elevutsagn. Det skjer enten ved at læreren fremkaller elevtenking ved spørsmål og utsagn, inviterer elever med på dialogen, eller ved å forklare detaljer rundt en ide og hvordan den nås. Det handler om at læreren ønsker å få tilgang til og dele elevtenking. I likhet med Drageset og Allerns (2020) rammeverk ser vi at læreren fremkaller elevtenking, begrunner svaret eller en detalj i løsningsprosessen, og inviterer med elever for å få tilgang til elevtenking. Jeg kunne ikke finne noe som ikke passet inn i rammeverket, og rammeverket nevner ikke noe som jeg ikke fant.

I denne kategorien jobber læreren med å få tak på elevenes tanker, dermed også deres personlige meninger som det forventes at elevene skal ha i et modell-og-modelleringsperspektiv på problemløsning ifølge Lesh og Zawojewski (2007, s. 783). Er det mye av denne kategorien kan det minne om et undersøkelseslandskap slik Alrø og Skovsmose (2006, s. 116) beskriver, hvor lærerens oppgave er å veilede og støtte elevene når de står fast. For å finne ut av hvor elevene er i prosessen er det vesentlig å få tak på elevenes tankegang.

4.1.5 Bruke eller utvide elevideer

Lærere kan *bruke eller utvide elevideer*, og Drageset og Allern (2020, s. 4) skriver at dette kan gjøres ved å oppmuntre elevene til refleksjon og resonnement, og å utvikle alternative

metoder enn de som har oppstått i utgangspunktet. I tillegg kan læreren bruke og utvikle elevideer i plenum, og utvikle elevideer sammen. I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg tre hovedtyper.

Den første typen handler om at lærere bruker andre elever sine ideer, for eksempel til å forklare videre til en annen elev hva noe betyr. I utsagn 14 har flere grupper en etter en fremført hvordan de kom frem til svaret. Læreren har spart en gruppe som han ønsker skal fremføre en del av løsningsmetoden på tavlen for resten av klassen.

Lærer: Dem har.. ikke jukset litt. *For at det dem har gjort er at de har ei som har lært seg en annen måte å regne gange på enn, jeg tror nok at det er mammaen eller pappaen som har vist henne det.*

Elev 9: Elev 5..

Lærer: *Så jeg har lyst til at du skal vise dem hvordan ..*

Elev 5: Nei.

Lærer: *..du regnet den, bare den ene siden ut.*

Utsagn 14

Han ber en elev om å gå frem til tavlen for å vise, fordi hun har lært seg en annen metode å multiplisere på. Denne multiplikasjonsalgoritmen ønsker han at de andre i klassen skal få med seg, og læreren bruker elevideen til å vise de andre i klassen en annen løsningsmetode.

Den andre typen handler om at læreren ønsker å utvide elevideer, og skape en bredere forståelse, med å oppmuntre eleven til refleksjon. I utsagn 15 jobber elevene med å finne ut hvor mye vann det er plass til i et akvarium. Elevene har brukt tusenkuber og hundreplater for å måle hvor langt og bredt akvariet er. Ved oppstart av timen skrev læreren mål på akvariet for å gjøre måleprosessen lettere for elevene. Disse målene er cirka mål som ikke skal gi elevene for vanskelige tall å regne med. De færreste av gruppene benytter seg av målene som er på fra før, og ønsker å bruke hjelpemidlene for å komme frem til svaret. I oppsummeringsfasen er det en elev som stiller spørsmålstegn med målet læreren skrev på akvariet.

Elev 5: Det jeg lurer på, hvis den her var 30?

Lærer: Mm?

Elev 5: Hvorfor får man bare plass til 1, 2, 3, 4, 5 sånne? (Eleven stabler opp 2 tusenkuber og 5 hundreplater i høyden)

Lærer: *Ja, for det er bare plass til 5 egentlig, hvorfor tror dere at jeg har valgt å bruke 30 i stedet for 25? (4 sek) Hvorfor tror dere det? Forslag på det du eh.. Elev 18?*

Utsagn 15

Eleven lurer på om hvis den var 30 centimeter, hvorfor det bare var plass til 2 tusenkuber og 5 hundreplater som da symboliserer 25 centimeter? Fremfor for å svare eleven på spørsmålet stiller hun et spørsmål tilbake til elevene og spør hvorfor de tror at hun har valgt å bruke 30 i stedet for 25. Læreren oppmuntrer elevene til å reflektere over hvorfor, og utvikler elevideer i plenum.

Den tredje typen er at læreren oppmuntrer elevene til å finne alternative metoder. Etter å ha presenter bondegårdsoppgaven til elevene, går læreren rundt for å veilede. En gruppe tar initiativ til dialog og sier at det finnes mange ulike svar til oppgaven, og omformulerer det til et spørsmål til læreren.

Elev 2: Kan det ikke være ganske mange, ulike svar?

Lærer: *Dere kan, dere kan jo, prøve å se om dere, hvis dere tenker at det er mange muligheter, eller mange løsninger så, prøv å finn ulike løsninger.*

Utsagn 16

Fremfor å svare elevene om det finnes flere svar, sier læreren at hvis de tror det finnes ulike løsninger, kan de prøve å finne de ulike. Her oppmuntrer læreren elevene til å finne alternative metoder å løse en oppgave på.

Det som er felles for disse hovedtypene er at læreren skaper en utforskende diskusjon med elevene, og utvikler elevideer sammen med elevene. Det skjer enten ved at læreren bruker andre sine ideer, utvider elevideer med å oppmuntre til refleksjon eller utfordrer med å finne andre metoder. Det handler om at læreren ønsker å bruke eller utvide elevideer. I likhet med Drageset og Allerns (2020) rammeverk ser vi at læreren utvider elevenes tenking, og utvikler det også i plenum med andre. Jeg kunne ikke finne noe som ikke passet inn i rammeverket, og rammeverket nevner ikke noe som jeg ikke fant.

Ved å bruke og utvide elevideer kan man hjelpe andre elever til å forstå en løsningsprosess. I tillegg må læreren bruke ideene for å teste faglig kunnskap i forhold til den konkrete undersøkelsen noe som Blomhøj (2020) vektlegger i gjennomføringsfasen, og slik Lesh og Zawojewski (2007, s. 783) mener elevene skal teste og revidere tolkningene i problemløsning. For at elevene skal teste og revidere tolkningene kan læreren bruke refleksjonene til elevene for felles faglig kunnskap med å knytte sammen refleksjonene.

4.1.6 Utfordre ideer

Det siste samtaletrekket hos lærere handler om at læreren kan *utfordre ideer*. I dette samtaletrekket skriver Drageset og Allern (2020) at læreren kan utfordre elevenes ideer ved å stille korrigerende spørsmål, foreslå en ny strategi eller gi utfordringer som søker at elevene produserer nye resonnement og representasjoner, tolker en uttalelse eller evaluere. I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg to hovedtyper.

Den første typen er læreren som stiller spørsmål som utfordrer svarene og ideene til elevene. Utsagn 17 er hentet fra timen hvor de jobber med hvor mye kvadratmeter vegg elevene har, og hvor mye maling de trenger. To grupper har allerede lagt frem deres svar, og forklart at de trengte 3 liter maling for å male rommene. Den tredje gruppen presenterer sin løsningsmetode og forklarer at de hadde 26,5 kvadratmeter vegg og trengte 4 liter maling.

Elev 1: Ja, så fikk vi 26,5 kvadratmeter som svar. (Lærer skriver 26,5 m² på tavla) Og så da må vi ha 4 liter med maling.

Lærer: 4 liter med maling, ja. Så det gikk herifra, 3, 3 til 4. (Lærer peker på 19 m², 22,8 m² og 26,5 m²) Hva det var som gjorde at dere, elev 2, hva det var som gjorde at dere fikk 4 liter, og ikke hadde nok med 3 liter?

Utsagn 17

Læreren stiller et spørsmål til eleven om hva det var som gjorde at de trengte 4 liter og ikke hadde nok med 3 liter maling. Her utfordrer læreren eleven til å tolke svaret sitt og formulere et resonnement som forklarer hvorfor hun fikk et annet svar enn de andre gruppene. På denne måten utfordrer læreren elevene til å produsere nye resonnement, og utfordringer kan på denne måten føre til diskusjoner og refleksjoner.

Den andre typen er korrigerende spørsmål som utfordrer på samme måte som over, men som gir elevene mulighet til å endre retning på en arbeids- eller løsningsprosess. I utsagn 18 har en

elev foreslått at i bunnen av akvariet er det plass til 4 tusenkuber i lengden, og 2 i bredden. Læreren stiller spørsmål felles til elevene om hvor mange tusenkuber man kan få plass til i bunnen av akvariet hvis det er plass til 4 i lengden og 2 i bredden.

Lærer: Ja, hvis vi kun får på bunnen, altså vi bare tenker at vi skal bare finne overflaten. Hvor mange slike må vi ha da? Elev 6?

Elev 14: 8.

Lærer: 8. 4 ganger 2, 8. Mm. *Men blir det å stemme?*

Utsagn 18

En elev foreslår 8 kuber, og bekrefter at svaret er riktig. Etter å ha fått svaret stiller hun spørsmål om det blir å stemme, fordi målene hun hadde på akvariet var 30 centimeter i lenden og 20 i bredden, noe som ville resultert i 6 tusenkuber. Her stiller læreren et korrigerende spørsmål som tilbyr eleven å endre retningen på løsningsprosessen. Siden eleven først foreslo at det kunne være plass til 4 i lengden og 2 i bredden, vil eleven kunne endre sitt svar ettersom læreren spør om det blir å stemme.

Felles for de to hovedtypene var å gi utfordringer til elevenes svar og ideer. Dette skjer enten ved korrigerende spørsmål som utfordrer eller ved å gjøre det mulig for elevene å endre tankegang. I likhet med Drageset og Allerns (2020) rammeverk ser vi at læreren utfordrer ideer med å stille korrigerende spørsmål og tilbyr en ny strategi. Det å tilby en ny strategi ser jeg på som det samme som å gi elevene en mulighet til å endre tankegang, og i denne prosessen kan elevene produsere nye representasjoner, etablere forbindelser, tolke en uttalelse eller formulere resonnement og evalueringer. Dermed kunne jeg ikke finne noe som ikke passet inn i rammeverket, og rammeverket nevner ikke noe som jeg ikke fant.

Det å utfordre er en sentral del av undersøkelseslandskapet hvor lærerens jobb er å utfordre elevene til å finne andre veier (Alrø & Skovsmose, 2006, s. 116). Når læreren gir utfordringer får elevene muligheter til å endre sin tankegang og revidere tolkningene sine, som samsvarer med beskrivelsen på problemløsning ifølge Lesh og Zawojewski (2007, s. 783).

4.2 Elever

4.2.1 (Bare) svar på matematiske spørsmål

Elevene kan komme med svar som ikke inneholder mye informasjon om tankeprosessen i løpet av en undervisningsøkt. Dette er det Drageset og Allern (2020, s. 5) kategoriserer som *(bare) svar på matematiske spørsmål*. Samtaletrekket inneholder lærerstyrte svar, uforklarlige svar, og delvis svar som ikke inneholder noen informasjon om tankegangen. I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg to hovedtyper.

Den første var bare korte svar som bekrefter eller avkrefter, som for eksempel ja, nei, okei. I utsagn 19 har læreren fått svar fra en elev at g ganger 1 er det samme som g. Læreren bekrefter dette og gjenforteller det med et eksempel.

Lærer: Eh, for la oss si at g hadde vært 5, så blir det jo bare 1 ganger 5 og det blir jo bare 5, sant?

Elev 7: Ja.

Lærer: Så man trenger ikke å skrive det 1 tallet, hvis man nå skal være litt lat.

Elev 7: Ja.

Utsagn 19

I denne dialogen ser vi at eleven svarer ja på det læreren forteller, noe som kategoriseres som «bare» svar siden det ikke er noen mer tanker lagt til grunn i svarene.

Den andre var korte svar som inneholder matematikk, men ingen forklaringer rundt tankeprosessen. I utsagn 20 ønsker læreren å vite hvordan man kan lage et uttrykk for hvor mange dyr det er på gården.

Lærer: Eh, hvis vi skal uttrykke hvor mange dyr som er på gården, hvordan kan vi sette opp det? Opp med labben. Elev 13?

Elev 13: $x + y = 12$.

Utsagn 20

Eleven svarer et uttrykk uten å utdype mer om hvordan eleven kom frem til svaret, noe som gjør at det kan kategoriseres som «bare» et svar på et matematisk spørsmål.

Felles for disse to er at svaret til eleven bare er et svar, og ikke inneholder mer informasjon om tanken, logikken eller prosessen bak svaret. Dette kan gjøres ved korte svar som ikke inneholder matematikk, eller korte matematiske svar uten tanker rundt prosessen. I likhet med Drageset og Allens (2020) rammeverk ser vi at elevene kommer med svar på matematiske spørsmål som ikke inneholder mer informasjon rundt svaret. Derimot valgte jeg å ta med elevsvar som kom uten at elevene ble stilt et matematisk spørsmål, men som bare var et bekræftende svar til læreren om at eleven følger med på lærerens forklaringer, som rammeverket ikke sier noe om.

Drageset og Allern (2020) skriver at denne kategorien utgjør den dominerende delen av det tradisjonelle kommunikasjonsmønsteret IRE, som ifølge Alrø og Skovsmose (2006, s. 40) kan føre til minimal respons fra elevene som *(bare) svar på matematiske spørsmål*. På en annen side er det viktig å huske på at selv korte svar ikke er verdiløse, fordi de kan inneholde tanker og ideer som ikke kommer frem (Wells, 1993).

4.2.2 Forklaringer

Elevene kommer med flere *forklaringer* til læreren i løpet av en undervisningsøkt. Forklaringer kan komme i ulike varianter, og ifølge Drageset og Allern (2020, s. 5) kan dette være argumenter, høyttenking, og forklaring av handling, årsak eller begreper. I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg tre hovedtyper.

Den første typen er elever som tenker høyt, og deler sine tanker som inkluderer informasjon om elevens forståelse, resonnement eller løsningsprosess. I utsagn 21 ønsker læreren at elevene skal finne på noen eksempler på hva en variabel kan være.

Lærer: (Lærer ser på lærebrettet til gruppe 5) Ja. Klarer dere å komme på noen eksempler også kanskje?

Elev 10: *Sånn som, A, sånn for eksempel i den der, regne ut arealet så er H/L.*

Lærer: For eksempel.

Elev 10: *Høyde * lengde liksom.*

Utsagn 21

Eleven svarer med en gang og deler tankene sine høyt med de andre på gruppen. Dette er en utforskende form å dele tenking som gir informasjon om elevens forståelse av variabler, og er dermed en type av forklaringer elever kan komme med.

Den andre handler om at eleven forklarer årsaken til hvorfor svaret eller metoden blir riktig. I utsagn 22 har læreren spurt om noen av gruppene merket at de alltid kom lengst, eller kortest når de målte uttrykkene med tauene. En elev svarte at de kom lengst de to første gangene, og deretter kortest. En annen elev sier at det gir mening.

Lærer: Hvorfor gir det mening?

Elev 10: *Fordi hvis dem, hvis dem kommer lengst så har jo dem de lengste tauene, så når dem da kommer kortest så er det fordi dem har lengere tau.*

Utsagn 22

I denne situasjonen spør læreren om hvorfor det gir mening. Da forklarer eleven årsaken, og argumenterer for hvorfor det gir mening. Denne typen argumenter er en form svar som forklarer.

Den tredje handler om at elevene forklarer handlingen som er gjort for å komme frem til et svar. I utsagn 23 har læreren samlet elevene for å dele hva de har tenkt. En elev på en gruppe reiser seg opp for å forklare løsningsprosessen.

Elev 10: *Ja, det første vi gjorde da, det var at vi så på antall øyner, og siden alle dyr har 2 øyner så tok vi og delte det på 2 da, som ble 12, så visste vi at vi hadde 12 dyr. Og siden vi vet at grisene har 4 ben, så tok vi egentlig og begynte å gange oss opp i 4 gangen, til et tall som vi tenkte kunne passe, og så tok vi de gjenværende, av de 40 benene da, og så tok vi også og delte det på 2 i og med at hønene har 2 ben. Og da kom vi frem til at vi hadde 8 griser og 4 høner.*

Utsagn 23

Her ser vi tydelig at eleven forklarer hvert enkelt trinn som er gjort i løsningsprosessen for å komme frem til svaret. Svaret til eleven inkluderer informasjon om elevens løsningsprosess og kan markeres som en type elevforklaring.

Felles for disse tre er at eleven kommer med svar som inkluderer informasjon som kan markeres som ulike typer forklaringer. Dette kan gjøres ved å tenke høyt, forklare årsaken eller forklare handlingen som er gjort for å komme frem til et svar. I likhet med Drageset og Allerns (2020) rammeverk ser vi at elevene kommer med forklaringer ved å tenke høyt som gir informasjon om elevens forståelse, resonnement eller løsningsprosess, og ved å forklare årsak og handlingen. Derimot kunne jeg ikke se tegn til at elevene forklarer hva et begrep eller en ide betyr i mine data, noe Drageset og Allern (2020) vektlegger i denne kategorien.

Denne kategorien, som forrige, utgjør en dominerende del av IRE, hvor forklaringer kan komme som et svar på initiativ fra lærer (Drageset & Allern, 2020, s. 6). Forklaringene fra elevene vil kunne inneholde personlige meninger, noe som samsvarer med et modell-og-modelleringsperspektiv på problemløsning (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 783).

4.2.3 Initiativer

I løpet av en undervisningsøkt kan elevene starte og bryte dialog med lærer og andre elever med å ta *initiativ* til å snakke. Drageset og Allern (2020, s. 6) skriver at initiativer kan fremkomme ved interaksjoner der elevene tydelig bryter strømmen av tale, og ved at elevene stiller hypotetiske spørsmål som utfordrer allerede fastslått forståelse. I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg tre hovedtyper.

Første handler om at elevene kan ta initiativ ved å foreslå nye svar, ideer eller metoder. I klasserommet hvor de jobber med å uttrykke hvor mange griser og høner det er på bondegården, spør læreren en gruppe om de kan lage en likning som tar for seg antall ben på dyrene. Dialogen er gående mellom læreren og elevene i gruppen. Uten å ha blitt spurt tar en elev initiativ til å komme med et forslag om et uttrykk.

Lærer: Ja, men en høne?

Elev 13: 2 ben.

Elev 14: 2. *Blir det ikke $4x + 2$?*

Lærer: Se på.. Hva var det som var.. (Lærer peker frem til tavlen)

Elev 14: *Nei, $4x + 2y$?*

Utsagn 24

Eleven bryter tydelig strømmen av tale ved å foreslå en uttrykket $4x+2y$ til de andre som deltar i dialogen.

Den andre handler om at en elev retter på seg selv, eller noen andre. I utsagn 25 er det en elev som prøver å forklare en løsningsprosess til læreren.

Lærer: Hvordan klarte du den der? (Peker i arket)

Elev 1: Vi bare, vi bare tok 0,1 ganger 2 som er 0,2. Også 0,4 ganger 2. Det er sikkert feil, eller er det?

Elev 3: *Du mener 0,2 ganger 0,4.*

Utsagn 25

Imens eleven legger frem løsningsprosessen, korrigerer en annen elev på gruppen utsagnet til eleven som snakker og sier at du mener 0,2 ganger 0,4. Eleven tar initiativ til å rette opp en feil i utsagnet til den andre eleven.

Den tredje handler om at elevene ønsker å vite hva, hvordan eller hvorfor de skal gjøre noe. Det handler om at eleven selv tar initiativ til å få informasjon om noe de ikke vet fra før. I utsagn 26 har en elev nettopp forklart sin løsningsprosess og kommet frem til at det er plass til 18 liter i akvariet. Etter forklaringen er det en elev som rekker opp hånden og har et spørsmål til løsningsprosessen.

Elev 5: *Det jeg lurer på, hvis den her var 30?*

Lærer: Mm?

Elev 5: *Hvorfor får man bare plass til 1, 2, 3, 4, 5 sånne? (Eleven stabler opp 2 tusenkuber og 5 hundreplater i høyden)*

Utsagn 26

Eleven lurer på hvorfor det bare blir plass til 5 hundreplater, siden 2 tusenkuber og 5 hundreplater symboliserer 25, når målet var 30. Her ser vi at en elev tydelig tar initiativ til å finne ut av noe som er uklart i dialogen, med å stille spørsmål om hvorfor.

Felles for disse tre er at elevene tar initiativ på forskjellige måter. Dette kan gjøres ved at elevene foreslår en ny ide, retter på seg selv eller andre eller søker informasjon om hva og hvordan de skal gjøre noe. Drageset og Allens (2020) rammeverk sier at elevene kan ta initiativ ved å foreslå en ny ide, påpeke noe de syntes er viktig, rette noen, eller spørre hva eller hvordan de skal gjøre noe. Dette var akkurat det samme som gikk igjen i dette samtaletrekket. Derimot observerte jeg lite av det rammeverket forklarer som «utfordringer», hvor elevene forsøker å bevege dialogene en annen retning, eller stille spørsmål med allerede faste perspektiver og kunnskap. Det kunne oppstå noen få ganger, men som regel var det læreren som tok ansvar for utfordringer.

Kategorien initiativer kan tyde på et engasjement slik Schoenfeld (1989, s. 87) beskriver som en forutsetning for problemløsning. Det kan også tyde på et undersøkelseslandskap definert av Alrø og Skovsmose (2006, s. 116) hvor elevene har en interesse og takker ja til invitasjonen. I et undersøkelseslandskap forsker elevene videre ut fra en nysgjerrighet eller interesse (Skovsmose, 1998, s. 30). Det kan også knyttes opp mot personlige meninger i et modell-og-modelleringsperspektiv på problemløsning slik Lesh og Zawojewski (2007, s. 783) beskriver.

4.2.4 Evalueringer

Elevene kan i løpet av en undervisningsøkt *evaluere*. I dette samtaletrekket kan evaluering komme i form av støtte, råd, kritikk og retting av feil skriver Drageset og Allern (2020, s. 6). I tillegg skriver han at det kan komme basert på en forespørsel fra læreren om å vurdere en annen elevs ide. I de fire klasserommene jeg observerte oppdaget jeg tre hovedtyper.

Den første handler om at elevene støtter eller kritiserer hverandre når de deler elevideer. I utsagn 27 har elevene fått i oppgave å lage et uttrykk som gjør at deres gruppe kommer lengre enn de andre gruppene med tauene. To elever fra en gruppe forteller læreren hva de har tenkt når de har kommet frem til et uttrykk.

Elev 4: Vi tar minus.. Minus halvparten av dem.

Elev 10: *Det var smart.*

Utsagn 27

Etter å ha presentert for læreren hvilket uttrykk de ønsker å bruke, er det en elev fra en annen gruppe på sidelinjen som kommenterer at det var smart. Eleven har da evaluert deres løsning og kommet frem til at det var en smart metode å løse oppgaven på, og viser dermed støtte med å fortelle det høyt.

Siden denne måten å evaluere på også kan komme i form av kritikk, ser jeg det hensiktsmessig å ta med et til eksempel. I utsagn 28 har en elev fremført

multiplikasjonsalgoritmen på tavla foran resten av klassen, og forklart hvordan hun har multiplisert to desimaltall med hverandre.

Elev 5: Så skriver jeg en 0 der, fordi nå begynner jeg på sånn 10'er ting. Ja, så 2 ganger 4 som blir 8, så skriver jeg 1 der. Og så 2 ganger 2 det er 4, og så... Nei, det ble feil.. En der.

Elev 6: *Jeg skjønnte ikke noe.*

Utsagn 28

Etter å ha presentert for klassen, er det en elev som sier at han ikke skjønnte noe av det hun fremførte. Her har eleven prøvd å forstå, men ikke klart å henge med på elevens forklaring. Med å fortelle at eleven ikke forsto evaluerer eleven med å kritisere fremføringen.

Den andre handler om at elevene rettet på sine egne svar, med å evaluere svarene og kommet frem til at det første ikke kunne stemme. I utsagn 28 ser vi klasserommet hvor de jobber med å finne ut av hvor mange griser og hvor mange høner det er på gården. Elevene diskuterer i grupper.

Elev 7: Vent, hvis vi tar.. Hvis vi tar eh, 12 ganger 2 det er 24. Da har vi 12 høner. (5 sek)
Nei. Det blir ikke riktig.

Lærer: Men hvorfor tenker du at det ikke blir riktig, elev 7?

Elev 7: *Fordi, da har vi ikke nok øyne igjen.*

Utsagn 29

Her har vi et utsagn fra en elev som foreslår en løsning til resten av gruppen. Det blir stille i 5 sekunder før eleven forteller at det ikke blir riktig og kommer med begrunnelse. Her har eleven kommet med et forslag, men tenkt over sin egen løsning før hun trekker seg og sier at det ikke kan bli riktig. Eleven evaluerer sitt eget svar og kommer frem til at fremgangsmåten ikke var riktig.

Den tredje handlet om at læreren ber en elev om å vurdere en annen elevs ide eller løsning, og får på denne måten frem en evaluering av elevene. I utsagn 29 har en gruppe forklart sin fremgangsmåte til de andre elevene. Etter forklaringen lurer læreren på om hva de andre syntes om denne metoden.

Lærer: Mm. Hva dere syntes om den metoden?

Elev 13: *Vi gjorde det samme.*

Lærer: Ja, dere brukte den samme. Hva dere andre syntes?

Elev 10: *Jeg syntes det var kjempe smart.*

Elev 11: *Effektiv.*

Utsagn 30

Elevene må dermed vurdere en annen elevs løsning og kommer med tilbakemeldinger som vi gjorde det samme, det var smart og det var effektivt. Her evaluerer elevene en annen elevs ide eller løsning på forespørsel fra læreren.

Felles for disse tre er at elevene gir evalueringer i forskjellige varianter. Dette kan skje enten ved at elevene evaluerer løsningsprosessen, retter på egne svar, eller vurderer andres ideer eller løsninger på forespørsel fra læreren. I likhet med Drageset og Allens (2020) rammeverk ser vi at elevene gir evalueringer i form av støtte, kritikk og retting av feil. I tillegg nevner rammeverket at evaluering kan komme i form av at elevene vurderte andres svar på forespørsel fra læreren. Jeg kunne ikke finne noe som ikke passet inn i rammeverket, og rammeverket nevner ikke noe som jeg ikke fant i mine data.

Ved å evaluere løsningene sine får elevene muligheter til å endre eller revidere tolkningene sine, noe Lesh og Zawojewski (2007, s. 783) skriver at elevene skal i problemløsning. Det å revidere og endre tolkningene sine er en vesentlig del av modelleringssykluser før man kobler et matematisk resultat tilbake til den virkelige verden (Blomhøj, 2006, s. 88).

4.3 Karakteristikk av de tre fasene

I denne delen av analysen tar jeg for meg hvilke utsagn som var mest typisk i de ulike fasene i undersøkende matematikk. Jeg har tatt antall utsagn i hver enkelt kategori og omgjort de til prosentandel, og deretter undersøkt om hva som var mest typisk for iscenesettelsesfasen, gjennomføringsfasen og oppsummeringsfasen. Prosentene i de kolonnene som ikke blir 100% til sammen er på grunn av avrunding av den enkelte.

	Iscenesettelsesfasen	Gjennomføringsfasen	Oppsummeringsfasen	Total prosent
<i>Fortelle eller informere elevene</i>	54%	31%	22%	29%
<i>Støtte og lede elevene (til å komme videre mot å finne et svar)</i>	29%	33%	24%	29%
<i>Fokusere på detaljer (av betydning)</i>	4%	6%	20%	11%
<i>Få tilgang til og dele elevtenking</i>	12%	27%	28%	26%
<i>Bruke eller utvide elev ideer</i>	1%	2%	4%	3%
<i>Utfordre ideer</i>	0%	1%	2%	1%
Antall utsagn	125	655	537	1317

Tabell 1: Antall og prosentandel av antall lærerutsagn i de fire klasserommene.

	Iscenesettelsesfasen	Gjennomføringsfasen	Oppsummeringsfasen	Total prosent
<i>(Bare) svar på matematiske spørsmål</i>	33%	40%	50%	43%
<i>Forklaringer</i>	21%	39%	36%	37%
<i>Initiativer</i>	47%	19%	11%	18%
<i>Evalueringer</i>	0%	2%	3%	2%
Totalt antall utsagn	73	822	473	1368

Tabell 2: Antall og prosentandel av antall elevutsagn i de fire klasserommene.

4.3.1 Iscenesettelsesfasen

Ut fra tabell 1 kan man se at typiske lærerutsagn for iscenesettelsesfasen er kategoriene *fortelle eller informere elevene* og *støtte og lede elevene*. Hele 54% av lærerutsagnene er *fortelle eller informere elevene*, og 29% av lærerutsagnene er *støtte og lede elevene*. Til sammen gjør disse to kategoriene for samtaletrekk 83% av det læreren sier i iscenesettelsesfasen.

Ut fra tabell 2 kan man se at typiske elevutsagn for iscenesettelsesfasen er kategoriene *initiativ*, *(bare) svar på matematiske spørsmål* og *forklaringer*. 47% av elevutsagnene er *initiativ*, 33% av elevutsagnene er *(bare) svar på matematiske spørsmål*. Til sammen utgjør disse to kategoriene for samtaletrekk 80% av det elevene sier i iscenesettelsesfasen. Videre kan vi se at 21% av elevutsagnene er *forklaringer*.

Blomhøj (2020) forklarer iscenesettelsen med at det må skapes et spørsmål, en forundring eller en utfordring hos elevene som utgangspunkt og at iscenesettelsen skal danne en interesse hos elevene. Videre beskriver han at læreren kan iscenesette undervisningen med å fortelle en historie, eller skape felles opplevelser som legger opp til undersøkelsesarbeid, og at det er viktig at læreren formidler det didaktiske miljøet til elevene. I mine data handlet iscenesettelsen om at lærerne ga informasjon rundt det spørsmålet eller problemet som ble presentert til elevene og gav informasjon rundt tidsmessige- og praktiske rammer med kategorien *fortelle eller informere elevene*. Dette kan sammenlignes med det Blomhøj (2020) skriver om hvordan læreren kan iscenesette med å fortelle en historie, og fortelle om det didaktiske miljøet. Siden denne kategorien utgjør over halvparten av lærerutsagnene, kan det tyde på en lærerstyrt dialog som er typisk for et tradisjonelt kommunikasjonsmønster, slik Alrø og Skovsmose (2006, s. 110) beskriver lærerens rolle. Videre handlet mine data om at læreren overleverte en oppgave eller et spørsmål til elevene uten å forklare en ønsket fremgangsmåte, og med å gi små hint eller stille åpne spørsmål som gjør det enklere for elevene å finne en vei frem til et svar ved kategorien *støtte og lede elevene*. Dette er likt med det Blomhøj (2020) forklarer om at det må skapes en forundring og en interesse hos elevene som utgangspunkt til undersøkende arbeid. Det kan i tillegg tyde på en type veiledning og støtte Alrø og Skovsmose (2006, s. 116) skriver at læreren kan gi i et undersøkelseslandskap. Videre i mine data er nesten halvparten av elevutsagnene *initiativer*, hvor elevene aktivt prøvde å forstå oppgaven og ønsket å finne ut av mer informasjon ved å stille spørsmål om hvordan eller hvorfor de skal gjøre noe, noe som kan anses som en type interesse slik

Blomhøj (2020) forklarer at en skal forsøke å skape engasjement og en interesse hos elevene. Engasjement er også en viktig del av problemløsning ifølge Schoenfeld (1989, s. 87), og samsvarer med et undersøkelseslandskap ifølge Alrø og Skovsmose (2006, s. 116).

4.3.2 Gjennomføringsfasen

Også i gjennomføringsfasen er typiske lærerutsagn kategorisert *fortelle eller informere elevene* og *støtte og lede elevene*. Disse to kategoriene utgjør 64% av lærerutsagnene, noe som er mye, men tydelig mindre enn iscenesettelsesfasen. Det som skiller lærerutsagnene i gjennomføringsfasen fra iscenesettelsesfasen er kategorien *få tilgang til å dele elevtanker* som utgjør 27% av lærerutsagnene.

I gjennomføringsfasen er det de samme tre kategoriene av elevutsagn som er typisk, som i iscenesettelsesfasen. Derimot kan vi se en endring innenfor hver kategori. *Initiativ* er mer enn halvert, det er nesten doblet opp med *forklaringer* og det er mer (*bare*) *svar på matematiske spørsmål* i gjennomføringsfasen. Det mest typiske for gjennomføringsfasen er (*bare*) *svar på matematiske spørsmål* og *forklaringer* som utgjør 79%, også er det en del *initiativ*, 19%.

Blomhøj (2020) forklarer at læreren må i gjennomføringsfasen fungere som en veileder som støtter og utfordrer elevene, og foreslår at læreren kan benytte seg av spørsmål som: Hva tenker du? Hvilke muligheter ser du for deg? Hvordan fant du ut av det? Hvorfor er det riktig? Hva om..? Han påpeker videre at læreren må hjelpe elevene tilstrekkelig, uten å frata dem de viktigste faglige utfordringene. Videre forklarer han at det kan være nyttig å ha samlinger med hele klassen underveis for å oppnå en viss synkronisering av gruppearbeidet. I mine data stilte læreren åpne-, korte- og ledende spørsmål og ga elevene bekreftende svar som *støtter og leder elevene* under dialogen, noe som tyder på at lærerne fungerte som en veileder som støtter elevene, slik Blomhøj (2020) beskriver lærerens rolle. Støtten kom både som veiledning uten foretrukket fremgangsmåte, og hint som reduserer oppgavens kompleksitet, noe som kan tyde på at det kjennetegn til både undersøkelseslandskap og oppgaveparadigme ifølge Alrø og Skovsmose (2006, s. 110, 116). Dette kan komme av at forskjellige grupper av elever vil kunne kreve differensiert støtte eller utfordringer, slik Blomhøj (2020) beskriver. Det at læreren ifølge Blomhøj (2020) skal fungere som en veileder som utfordrer, var det lite av i mine data, noe som kan tyde på at det er et avvik fra Blomhøj (2020) sin beskrivelse av lærerrollen i gjennomføringsfasen. Videre i mine data fortalte læreren en del informasjon om hvordan eller hvorfor noe skal gjøres rent praktisk, og ga korte svar som bekrefter og avslutter diskusjonen. Læreren ønsket også å få tilgang til hvordan elevene tenker, og hvordan de kom

frem til de ulike ideene. Her stilte læreren spørsmål på lik måte som Blomhøj (2020) foreslår. Ofte når læreren ønsker å få tilgang til elevtenking, kommet det et matematisk svar på et spørsmål, både med og uten en forklaring om tankene rundt. Forklaringene elevene gav var som oftest hvordan de hadde tenkt eller kommet frem til en løsning.

Blant disse spørsmålene som Blomhøj (2020) vektlegger, virker det som om at det skulle vært en del av kategorien *fokusere på detaljer*, noe det var lite av i mine data. Det ser ut til at det er mye fortelling og mye støtte i gjennomføringsfasen, mens det Blomhøj (2020) vektlegger er *tilgang til og dele elevtenking* og *fokusere på detaljer*. På den ene siden kan dette virke som et avvik i retning et mer tradisjonelt klasserom, siden det er en tendens til at læreren dominerer med å *fortelle* og *støtte*, og lite *fokus på detaljer*. På den andre siden er det tydelige elementer av *få tilgang til og dele elevtenking*.

4.3.3 Oppsummeringsfasen

Lærerutsagnene i oppsummeringsfasen har i likhet med de to andre fasene en stor andel av kategoriene *fortelle eller informere elevene* og *støtte og lede elevene*, som utgjør 46% av lærerutsagnene. I likhet med gjennomføringsfasen er *kategorien få tilgang til og dele av elevtenking* også typisk i denne fasen, og utgjør 28%. Det som er nytt, og som skiller denne fasen fra de to andre er kategorien *fokusere på detaljer*, som utgjør 20%.

Elevutsagnene i oppsummeringsfasen har i likhet med de to andre fasene en stor andel av *(bare) svar på matematiske spørsmål og forklaringer*. *(Bare) svar på matematiske spørsmål* utgjør i seg selv halvparten av elevutsagnene i denne fasen, mens *forklaringer* utgjør 36%. Til sammen utgjør dette 86% av elevutsagnene i oppsummeringsfasen. Det som skiller seg fra de andre fasene er at *initiativer* faller helt ned til 11%.

I oppsummeringsfasen forklarer Blomhøj (2020) at resultatene, erfaringene og refleksjonene elevene foretar seg skal systematiseres og deles i klassen for å danne felles faglig kunnskap. Videre forklarer han at det skal reflekteres over de delte erfaringer og resultater felles i klassen, og at læreren på bakgrunn av refleksjonene skal trekke ut faglige poeng for elevene. I mine data ordnet lærerne rekkefølge på elevene og hvordan de skulle presentere. Lærerne stilte spørsmål for å *få tilgang til og dele elevtenking*, og *fokusere på detaljer* ved å trekke ut faglige poeng ved bruk av gjentakelse og å poengtere deler av utsagnene til elevene. Her er det kategoriene *fokusere på detaljer* og *tilgang til og dele elevtanker* som er sentrale, og samsvarer med et modell-og-modelleringsperspektiv på problemløsning ifølge Lesh og

Zawojewski (2007, s. 783), hvor elevene skal få mulighet til å teste og revidere tolkningene sine. I mine data kan man se at det er mye fra kategoriene *fortelle eller informere elevene* og *støtte og lede elevene* i oppsummeringsfasen. Dette har ikke Blomhøj (2020) med i sin beskrivelse av oppsummeringsfasen. Mens elevene kom med ulike *forklaringer*, støttet og ledet læreren elevene i forklaringen slik at fremgangsmåten skulle bli tydelig for alle elevene. Dette kan minne om en lærerstyrt dialog, som er typisk for et tradisjonelt kommunikasjonsmønster ifølge Alrø og Skovsmose (2006, s. 110). Ofte når læreren ønsket å få tilgang til elevtenking, kom det enten *(bare) svar på matematiske spørsmål*, eller *forklaringer*. Kategoriene *(bare) svar på matematiske spørsmål* og *forklaringer* utgjør den dominerende delen av IRE-mønsteret ifølge Drageset og Allern (2020, s. 6).

5 Konklusjon

Forskningsspørsmålet «*Hva kjennetegner kommunikasjonsmønsteret mellom læreren og elevene i en undersøkende matematikkundervisning?*» har gjennom hele forskningsprosjektet vært i fokus. For å kunne besvare forskningsspørsmålet ble fire lærere observert og filmet i en undersøkende matematikkundervisning, som var bygget på Blomhøjs (2016) trefasearbeid; iscenesettelse, gjennomføring og oppsummering. Gjennom nøye bearbeidelse og analysering av datamaterialet ved hjelp av Drageset og Allerns (2020) rammeverk, har jeg endt opp med tilstrekkelig innsikt for å kunne svare på mitt forskningsspørsmål.

Gjennom forskningsprosjektet er det blitt avdekket funn tilknyttet til hvordan lærerne og elever kommuniserer innenfor hver kategori i Drageset og Allerns (2020) rammeverk. Her oppdaget jeg at de fleste kategoriene passet fint i forhold til mine data, men det var noe i mine data som ikke rammeverket hadde vektlagt, og det fantes noen samtaletrekk i rammeverket som jeg ikke kunne finne i mine data. Blant annet var det lite av demonstrasjoner fra læreren under kategorien *fortelle eller informere elevene*, noe rammeverket hadde vektlagt. Under kategorien *støtte og lede elevene* sa rammeverket lite om bekreftende svar underveis i dialogen, noe som var tydelig i mine data. I kategorien *fokusere på detaljer*, var det lite lærerutsagn som kunne kobles opp mot det rammeverket nevnte om tilkobling, hvor læreren skulle knytte forbindelser mellom begrep og prosedyrer. I kategorien *(bare) svar på matematiske spørsmål* kom det tydelig frem i mine data at elever kan svare uten å bli stilt et spørsmål av læreren, som bekrefter for læreren at de henger med, noe som ikke ble forklart i rammeverket. Til slutt var det lite av utfordringer hvor elevene forsøkte å styre dialogene i en annen retning eller stille spørsmål ved allerede oppnådd perspektiver og kunnskap, noe rammeverket forklarte under kategorien *initiativer*.

Ved å studere kommunikasjonen i hver av de tre fasene som Blomhøj (2020) foreslår ser jeg noen tydelige trekk. I iscenesettelsen var kategoriene *fortelle eller informere elevene* og *støtte og lede elevene* totalt 83% av lærerutsagnene. Kategoriene *initiativer* og *(bare) svar på matematiske spørsmål* utgjorde totalt 80% av elevutsagnene i iscenesettelsesfasen, også var det en del *forklaringer*. Kategoriene for lærerutsagnene bærer preg av at dialogen er lærerstyrt, som er typisk for oppgaveparadigmet. Kategorien *initiativer* viser at elevene blir engasjerte og er aktive deltakere i dialogen som er kjennetegn på problemløsning og et undersøkelseslandskap, samt at de responderer på det læreren sier med *(bare) svar på matematiske spørsmål* som kan passe med oppgaveparadigmet. I gjennomføringsfasen var

kategoriene *støtte og lede elevene* og *fortelle eller informere elevene* som dominerte med totalt 64% av lærerutsagnene, også var det en del av kategorien *få tilgang til og dele elevtenking*. Av elevutsagnene var det de samme tre kategoriene som dominerte, men *initiativer* ble over halvert, det ble nesten doblet opp med *forklaringer*, og *(bare) svar på matematiske spørsmål* økte. Dette medførte at *(bare) svar på matematiske spørsmål* og *forklaringer* utgjorde totalt 79% av elevutsagnene, også var det en del *initiativ*. Fremdeles ser vi tegn på at kommunikasjonsmønsteret for lærerne bærer preg av oppgaveparadigmet, men det er et større fokus på å få tilgang til og dele elevtenking som viser at læreren er interessert i ideene til elevene, og er kjennetegn på problemløsning og et undersøkelseslandskap. I oppsummeringsfasen var kategoriene *få tilgang til og dele elevtenking*, *støtte og lede elevene*, *fortelle eller informere elevene* og *fokusere på detaljer* jevnt fordelt mellom 20-28%, hvor der var mest av den førstnevnte. I denne fasen fikk klasserommene jeg observerte en mer undersøkende tilnærming, hvor læreren hadde større fokus på detaljer, og poengterte viktige deler av undervisningen, samt få tak i og dele elevtenking. For elevutsagnene i oppsummeringsfasen var det *(bare) svar på matematiske spørsmål* og *forklaringer* som var dominerende, og utgjorde 86% av elevutsagnene. Her har oppsummeringsfasen kjennetegn til undersøkelseslandskap blant lærerutsagnene, men siden elevene kommer med svar som bare passer respons i et IRE-mønster, kan vi se kjennetegn på tradisjonelt kommunikasjonsmønster fra elevene i den siste fasen.

5.1 Videre arbeid innenfor forskningsfeltet

Etter mitt forskningsprosjekt har jeg fått en dypere innsikt i hvordan lærere og elever kommuniserer i en undersøkende matematikkundervisning, og identifisert kjennetegn på kommunikasjonen ut fra kategorier om hva det er som utpeker seg i hver fase av den tredelte arbeidsstrukturen til Blomhøj (2016). Ut fra forskningsprosjektet kan jeg og andre lærere ta lærdom fra mine funn, og utvikle og ta i bruk metoder for å styrke den matematiske samtalen med elevene. Ut fra det jeg har sett i mine fire klasserom kunne jeg i et videre arbeid med forskningsprosjektet tenkt meg å utforske et større antall lærere. I tillegg hadde det vært interessant å utforske hvordan man kan endre praksisen for å få til en matematisk samtale med elevene som inkluderer mer av kategoriene *bruke og utvide elevtenking*, *utfordre elevideer*, og få elevene til å *evaluere* mere.

6 Referanseliste

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2004). Dialogic learning in collaborative investigation. *Nordic Studies in Mathematics Education, No 2*, ss. 39-62.
- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisning - udvikling af IC-Modellen. I O. Skovsmose, M. Blomhøj, H. Alrø, H. Bødtkjær, B. Dahl, I. M. Christiansen, . . . T. Wedege, *Kunne det tænkes? - om matematiklæring* (ss. 110-126). Danmark: Forlag Malling Beck A/S.
- Alrø, H., Blomhøj, M., & Skovsmose, O. (2003). *Kan det virkelig passe? : om matematiklæring*. København: Forlag Malling Beck.
- Björkquist, O. (2003). Matematisk problemløsning. I B. Grevholm, *Matematikk for skolen* (ss. 51-70). Bergen: Vignostad & Bjørke AS.
- Blomhøj, M. (2006). Mod en didaktisk teori for matematisk modellering. I O. Skovsmose, M. Blomhøj, H. Alrø, H. Bødtkjær, B. Dahl, I. M. Christiansen, . . . T. Wedege, *Kunne det tænkes? - Om matematiklæring* (ss. 80-109). Danmark: Forlag Malling Beck A/S.
- Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktik i matematik*. Frederiksberg C: Frydenlund.
- Blomhøj, M. (2020). Hvad er undersøgende matematikundervisning – og virker den? I M. W. Andersen, & P. Weng, *Håndbog om matematik i grundskolen. Læring, undervisning og vejledning*. København: Dansk Psykologisk Forlag.
- Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. I T. Breiteig, I. Huntley, & G. Kaiser-Messmer, *Teaching and Learning Mathematics in Context* (ss. 3-14). Chichester: Ellis Horwood Limited.
- Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom - Helping children learn and love maths*. London: Souvenir Press.
- Botten, G. H. (2016). *Matematikk med mening - mening for alle*. Bergen: Caspar Forlag.

- Brendefur, J. L., & Frykholm, J. (2000, 05). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two Preservice Teachers' Conceptions and Practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, ss. 125-153.
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag AS.
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education*. New York: Routledge.
- De nasjonale forskningsetiske komiteene. (2016, 04). *etikkom.no*. Hentet fra Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi: https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf
- Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines, *Matematikksamtaler. Undervisning og læring - analytiske perspektiv* (ss. 169-180). Bergen: Caspar forlag.
- Drageset, O. G., & Allern, T.-H. (2020). A drama approach to mathematics teaching. *Ikke publisert. Sendt til review*.
- Jensen, T. H., & Blomhøj, M. (2003, 07). Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning. *Teaching mathematics and its applications*, ss. 123-139.
- Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2016). Trenger en å spørre for å være spørrende? I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines, *Matematikksamtaler. Undervisning og læring - analytiske perspektiv* (ss. 123-140). Bergen: Caspar forlag.
- Johnsen-Høines, M., & Herheim, R. (2016). Innledning: Samtaler danner rom for læring. I M. Johnsen-Høines, & R. Herheim, *Matematikksamtaler. Undervisning og læring - analytiske perspektiv* (ss. 7-21). Bergen: Caspar Forlag.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. I R. Lesh, & H. M. Doerr, *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem*

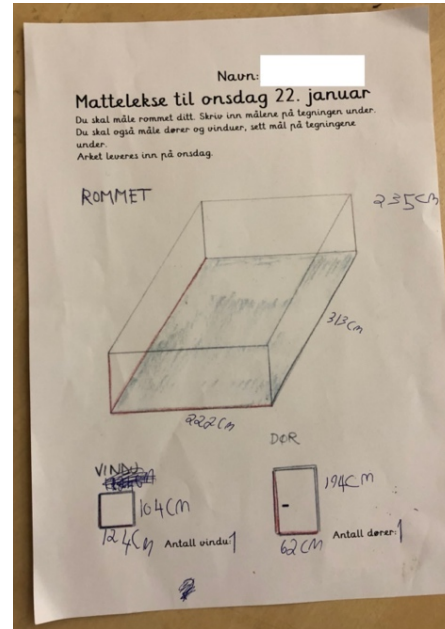
- solving, learning and teaching* (ss. 3-34). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Inc.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modelling. I F. K. Lester Jr., *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 763-804). Nord-Carolina: Information Age Publishing.
- Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk - Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten*(2), ss. 2-4.
- NSD - Norsk senter for forskningsdata. (2019, 02 18). *nsd.no*. Hentet fra NSD - Personverntjenester: <https://nsd.no/personvernombud/>
- Polya, G. (1945). *How to solve it; a new aspect of mathematical method*. New Jersey: Princeton University Press.
- Polya, G. (1981). *Mathematical discovery - On understanding, learning, and teaching problem solving*. New Jersey: John Wiley & Sons Inc.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode; en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kausstudier*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Oslo: Cappelen damm akademisk.
- Schoenfeld, A. H. (1989, 01). *www.researchgate.net*. Hentet fra Mathematical thinking and problem solving:
https://www.researchgate.net/publication/44425404_Mathematical_thinking_and_problem_solving
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. I D. A. Grouws, *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 334-370). New York: MacMillan.
- Sikko, S. A. (2015). IBL-orienterte matematikkaktiviteter med tilknytning til arbeidslivet. Profesjonsutvikling i EU-prosjektet mascil. *MNT-konferansen* (ss. 1-5). Bergen: MNT-konferansen 2015.

- Sinclair, J. M., & Coulthard, M. (1975). *Towards an analysis of discourse*. London: Oxford University Press.
- Skovsmose, O. (1998). Undersøgelandskaber. I T. Dalvang, & V. Rohde, *Matematikk for alle : LAMIS 1. sommerkurs, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU), Trondheim 6.-9. august 1998* (ss. 24-37). Landås: Landslaget for matematikk i skolen.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitative metoder*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Toppol, A. K. (2012). "Da klokka klang ..." - Om timesignaturane til matematikk og naturfag. I P. Haug, *Kvalitet i opplæringa. Arbeid i grunnskolen observert og vurdert* (ss. 122-143). Oslo: Det Norske Samlaget.
- Utdanningsdirektoratet. (2018, 11 26). *udir.no*. Hentet fra Hva er fagfornyelsen?: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/nye-lareplaner-i-skolen/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019, 11 15). *udir.no*. Hentet fra Læreplan i matematikk 1.–10. trinn: <https://www.udir.no/lk20/mat01-05>
- Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning*. Trondheim: Norges Teknisk-Naturvitenskapelige Universitet (NTNU).
- Wæge, K. (2007, 12). *ntnuopen.ntnu.no*. Hentet fra Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning : https://ntnuopen.ntnu.no/ntnu-xmlui/bitstream/handle/11250/258129/123229_FULLTEXT01.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Wæge, K., & Nosrati, M. (2015, 04 30). *Utdanningsforskning*. Hentet fra Sentrale kjennetegn på god læring og undervisning i matematikk: <https://utdanningsforskning.no/artikler/sentrale-kjennetegn-pa-god-laring-og-undervisning-i-matematikk/>

Vedlegg 1 – Klasserommene

KLASSEROM 1:

Lærer starter undervisningen med elevene i en sirkel og ber alle elevene om å levere inn hjemmelekse. De har fått i oppgave å måle vegger, vinduer og dører på soverommet sitt hjemme. Oppdraget er at de skal finne ut hvor mye maling de trenger for å male veggene, samt hvor mye malingen kommer til å koste. Vedlagt bilde er et eksempel på et soverom. På tavla står det planen for dagen på høyre side, nede til venstre står det «1 desimal» og «8 m² per liter maling» med liten skrift. Elevene er delt i seks grupper med tre elever på hver gruppe og er på hver sin stasjon i klasserommet. I dette klasserommet brukte læreren 2 økter på å fullføre undervisningen, og jobbet på følgende måte med Blomhøjs (2016) trefasestruktur:



Økt 1:

Iscenesettelsesfasen – Læreren overleverer oppgaven til elevene; De skal male rommet og finne ut hvor mye maling de trenger, og ber elevene om å finne ut av dette.

Gjennomføringsfasen – Elevene jobber i grupper mens læreren går rundt og veileder.

Oppsummeringsfasen – Læreren samler alle elevene for å få tilgang til og dele hva de har tenkt så langt. Lærer kommer med et tips om å runde av et desimaltall, og ber elevene om å gå tilbake til stasjonen og jobbe videre.

Gjennomføringsfasen – Elevene jobber i grupper mens læreren går rundt og veileder.

Oppsummeringsfasen – Læreren samler alle elevene for å få tilgang til og dele hva de har kommet frem til, og konkluderer med at de trenger en time til.

Økt 2:

Iscenesettelsesfasen – Læreren har observert at de fleste har fått regnet ut hvor mange kvadratmeter vegg de har, og trukket fra vinduer og dører. Læreren gir nå en oppgave at

elevene skal finne ut av hvor mange liter maling de trenger. Her har læreren skrevet på tavlen at 8 kvadratmeter krever 1 liter maling.

Gjennomføringsfasen – Elevene jobber i grupper mens læreren går rundt og veileder.

Iscenesettelsesfasen – Etterhvert som elevene har regnet ut hvor mange liter maling de trenger går læreren frem til tavlen og skriver tilleggsinformasjonen: «Obs bygg: 3 liter maling 179,-».

Gjennomføringsfasen – Elevene jobber i grupper mens læreren går rundt og veileder.

Oppsummeringsfasen – Alle gruppene deler sine tanker og løsningsstrategier felles i klassen.

KLASSEROM 2:

Elevene starter timen i klassering med faste plasser. Læreren har plassert en rektangulær glassboks i midten av ringen hvor hun har skrevet lengde (40cm), bredde (20cm) og høyde (30cm) med tusj på glasset, og henter med seg desilitersmål, 2 blå tusenkuber, 6 gule hundretall plater og to mindre glassbokser på størrelse med tusenkubene. Oppgaven elevene fikk var å finne ut av hvor mye vann det gikk i et akvarium hvis elevene skulle hatt klasseakvarium i klasserommet. På tavlen er gruppene ferdig inndelt; fire grupper med fire elever og en gruppe med fem elever, totalt fem grupper. Læreren jobbet på følgende måte med Blomhøjs (2016) trefasestruktur:

Iscenesettelsesfasen – Læreren forteller elevene at de skal fylle akvariet med vann. Før hun presenterer oppgaven får jentene et tenkespørsmål hvor de skal finne ut av hvordan man kan finne ut av hvor mye det er plass til i akvariet for deretter å presentere dette til guttene. Etter elevene har tenkt og delt med hverandre, gir læreren elevene et hint med å fylle vann i en kube, og forklarer at en tusenkube rommer en liter. Deretter presenterer læreren oppgaven hvor elevene skal finne ut av hvordan de kan finne ut av hvor mye vann det går i akvariet.

Gjennomføringsfasen – Elevene jobber i grupper mens læreren går rundt og veileder.

Underveis ser læreren at en gruppe ble ferdig lenge før de andre, og gir de en utfordring (Iscenesetter en gruppe). De skal finne ut av hvor mye vann det går i akvariet hvis det er fem centimeter med sand i bunnen.

Oppsummeringsfasen – Utvalgte gruppene deler sine tanker og løsningsstrategier felles i klassen. Læreren hadde valgt ut på forhånd noen strategier som skulle presenteres.

KLASSEROM 3:

Lærer starter timen med å sende elevene dit de skal være slik at hun sitter igjen med de elevene som skal gjennomføre dagens trefaseundervisning. Deretter presenterer de som filmer seg, og forklarer hvorfor de er der. Videre forklarer lærer at de er der for å filme henne, og hun repeterer oppgavene de jobbet med dagen før. Elevene har fått i oppgave å finne ut av hvor mange griser og høner det er på en gård ved hjelp av opplysningene 40 ben og 24 øyer. Elevene har fått fargeblyanter, knapper, fyrstikker og læretavle til hjelpemidler. Læreren jobbet på følgende måte med Blomhøjs (2016) trefasestruktur:

Iscenesettelsesfasen – Læreren forteller en historie om en person elevene har kjennskap til fra før og forteller at han eier en gård med griser og høner. Læreren hadde sammen med en kollega besøkt denne gården og hadde spurt denne kjenningen om hvor mange griser og hvor mange høner han hadde. Kjell hadde bare svart med at han totalt hadde 40 ben og 24 øyner. Det var opp til elevene å finne ut av hvor mange griser og høner det var.

Gjennomføringsfasen – Elevene jobber i grupper mens læreren går rundt og veileder.

Oppsummeringsfasen – Læreren stopper det selvstendige arbeidet og ber alle gruppene om å dele hva de har kommet frem til og dele hvilken metode de hadde brukt for å finne ut av svaret.

Iscenesettelsesfasen – Etter alle har presentert sin løsning får elevene en ny oppgave, de skal matematisere løsningen de har kommet frem. Læreren ønsker at gruppene skal lage et uttrykk som forteller noe om hvor mange dyr det er og et uttrykk som forteller noe om benene til dyrene. Som hint skriver hun at griser kan være x og høner kan være y .

Gjennomføringsfasen – Elevene jobber i grupper mens læreren går rundt og veileder.

Underveis gir læreren en tilleggs-utfordring til de som ble ferdige, som handlet om å bearbeide likningene de hadde kommet frem til.

Oppsummeringsfasen – Alle gruppene deler sine tanker og løsningsstrategier felles i klassen. Etter presentasjonene ønsker læreren å vite om noen har klart tilleggs-utfordringen, men ingen svarer. Hun konkluderer med at de skal jobbe med det neste time.

KLASSEROM 4:

Lærer starter timen med å ta elevene med ut i gangen på skolen. Her skal hun gjennomføre en matematikktime med mål om å utforske algebraiske uttrykk og forstå hva en variabel er.

Elevene deles to grupper med tre elever og to grupper med to elever, totalt fire grupper.

Gruppene får utdelt et blått og et gult tau, og læretavler til hjelpemiddel. Denne læreren har jobben med trefasestrukturen på en litt annerledes måte enn de tre andre lærerne. Hun har flere sykluser inn og ut av hver fase. Læreren jobbet på følgende måte med Blomhøjs (2016) trefasestruktur:

Iscenesettelsesfasen – Læreren starter med å gi elevene oppgave å diskutere sammen og skrive ned en forklaring på hva en variabel er. Elevene jobber sammen og etter de har skrevet ned en beskrivelse snakker de sammen om det i fellesskap. Dette ser jeg på som iscenesettelses-, gjennomførings- og oppsummeringsfasen i oppstarten.

Gjennomføringsfasen – Læreren har delt ut et gult og et blått tau til elevene med forskjellige lengder, hvor de skal måle opp uttrykket hun skriver ned på lærebrettet. Hun deler ut tre uttrykk, hvor elevene løser uttrykkene og måler dem opp. Læreren setter en teip for å markere hvor langt gruppene kom for hver gang, slik at de kan sammenligne lengdene. Dette ser jeg på som en bevegelse mellom iscenesettelsesfasen og gjennomføringsfasen tre ganger. Etter å ha løst tre uttrykk snakker de sammen om resultatene. Noe jeg ser på som en oppsummeringsfase. Etter å ha diskutert lengdene, gir læreren en ny oppgave til elevene hvor de skal prøve å lage sine egne algebraiske uttrykk som vil ta deres gruppe lengst, ut fra de variablene (tauene) de har fått utdelt, og ut fra tidligere målinger. Her iscenesetter læreren en ny oppgave. Deretter jobber elevene i grupper mens læreren går rundt og veileder. Etter læreren har veiledet, plukker hun ut en gruppe sin løsning som de skal teste, dermed får elevene presentert en ny oppgave. Denne prøver de å gjennomføre, men klarer det ikke så den ender med felles faglig refleksjon over uttrykket isteden.

Oppsummeringsfasen – I oppsummeringsfasen samles elevene igjen og får en ny oppgave. De skal i gruppene diskutere hvorfor de kom ulikt i lengde, når de brukte de samme uttrykkene. Deretter jobber elevene i grupper mens læreren går rundt og veileder. Til slutt reflekterer de sammen og hver gruppe presenterer det de har kommet frem til som svar. Dette ser jeg på som iscenesettelses-, gjennomførings- og oppsummeringsfasen i avslutningen.

Vedlegg 2 – Grensetilfeller

I all kategorisering vil det være grensetilfeller hvor to kategorier kan gå inn i hverandre, og ikke ha et klart skille. I dette vedlegget vil det bli gitt en begrunnelse for hvordan jeg har valgt å kode de kategoriene jeg syntes det var vanskelig å skille.

De første utsagnene jeg hadde utfordringer med å skille var korte svar fra læreren som bekrefter eller avviser, i form av ja, mm, nei og lignende. Begge kunne plasseres i *fortelle eller informere elevene* og *støtte og lede elevene (videre mot å finne et svar)*. Disse oppstod i to ulike situasjoner. Den ene var underveis i en dialog, mens den andre var avsluttende på en dialog. Dermed ble det naturlig for meg å plassere de korte svarene som oppstod underveis i en dialog i kategorien *støtte og lede elevene*, fordi det ga elevene en bekreftelse på at de var på vei i riktig retning, mens korte svar som var avsluttende var mere en måte for læreren å *fortelle eller informere elevene*. Forskjellen mellom disse illustreres i utsagn to og utsagn syv over i kapittel 4.1.

De andre utsagnene jeg hadde utfordringer med å skille var om utsagnet fra læreren var å fortelle, eller å poengtere. Det å poengtere er det samme som å fortelle informasjon til elevene. Skillet her ble at når læreren poengterte deler av utsagnet til en elev som læreren syntes er viktig, ble dette mer en kategori som kunne plasseres innenfor *fokusere på detaljer (av betydning)* fremfor *fortelle eller informere elevene*. Det kan virke som å fortelle, men læreren poengterer noe eleven sier. Forskjellen mellom disse illustreres i utsagn en og åtte over i kapittel 4.1.

Jeg fikk også utfordringer når jeg skulle skille utsagn fra læreren som både kunne plasseres innenfor *bruke og utvide elevideer* og *utfordre ideer*. Begge kategoriene kan gi utfordringer til elevene som kan utvide elevideer. Ved å utfordre ideene til elevene, utvider samtidig læreren elevideer. Skillet her ble om læreren ville utvide elevideene når eleven har tatt initiativ til spørsmålet, eller om læreren ønsket å styre elevideene en vei som gjør at elevene måtte søke nye representasjoner, forbindelser, resonnement osv. Når en elev tar et initiativ og stiller et spørsmål, og læreren stiller spørsmålet tilbake oppmuntrer læreren til at eleven selv skal reflektere over svaret. Dette kan plasseres innenfor kategorien *utvide elevideer*. Når læreren selv stiller et utfordrende spørsmål til eleven, er det en utfordring som kommer fra læreren, noe som kan plasseres innenfor kategorien *utfordre ideer*. Forskjellen mellom disse illustreres i utsagn 15 og utsagn 17 over i kapittel 4.1.

Den siste utfordringen jeg støtte på innen lærerutsagn var når læreren inviterte med andre elever til å dele elevtenking. For meg kunne det plasseres innenfor kategoriene *få tilgang til og dele elevtenking* eller *bruke og utvide elevideer*. Ved å invitere en elev med i dialogen får du eleven til å dele sin tankegang, samt du som lærer får tilgang til den. Men her kan også andre elever få utvidet sine ideer ved å høre på en annen elev dele sine tanker. Her endte jeg opp med å kode lærerutsagnene hvor læreren inviterte med andre elever i kategorien *få tilgang til og dele elevtenking*, fordi jeg tolket at hovedgrunnen til at læreren inviterer elever til å komme med forslag eller ideer for å få tilgang til elevtenking. Et eksempel på dette illustreres i utsagn 13 over i kapittel 4.1.

De utsagnene jeg hadde utfordringer med å skille innenfor elevutsagn var utsagn som inneholdt bare et matematisk svar fra elevene uten noen tanker rundt hvordan eller hvorfor løsningen var rett. Det kan virke som at det var naturlig å plassere disse innenfor kategorien *(bare) svar på matematiske spørsmål*, siden det ikke inneholdt noen andre tanker rundt hvordan eleven kom til svaret, men elevutsagnene kunne komme uten at læreren hadde stilt et matematisk spørsmål. Dermed ble det mer rett å plassere de utsagnene som ikke var et direkte svar på et matematisk spørsmål fra læreren innenfor kategorien *initiativ*, fordi eleven selv tok initiativet til å komme med løsningen. Forskjellen mellom disse illustreres i utsagn 20 og utsagn 24 over i kapittel 4.2.

Under kodingen av utsagnene oppdaget jeg at begge kategoriene *initiativ* og *evalueringer* inneholdt at elevene kunne rette på seg selv. Skillet mellom disse er om rettingen av feil kom som et resultat av å ta initiativ, eller om det kom som et resultat av å evaluere seg selv. Når elevene evaluerte tok det som regel litt tid siden eleven måtte tenke seg om. Dette skillet illustreres i utsagn 25 og utsagn 29 over i kapittel 4.2.

Vedlegg 3 – Samtykkeskjema for deltakelse



Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching"

Bakgrunn og formål

Målet med dette prosjektet er å bidra til utvikling av barn og unges matematikklæring og motivasjon for matematikk gjennom å integrere perioder med utforskende undervisning i matematikkundervisningen fra barnehage til universitet. Disse utviklingsaktivitetene skal foregå gjennom tre skoleår. Prosjektet drives av forskningsgruppen Matematikdidaktikk ved UiT Norges arktiske universitet, institutt for lærerutdanning og pedagogikk med støtte fra Norsk forskningsråd.

Utvalget er rekruttert gjennom Norges arktiske studentsamskipnad, Troms fylkeskommune og Tromsø kommune. Hver deltakende skole/barnehage har valgt 2 – 4 lærere / barnehagelærere til å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Et fokusområde for prosjektet vil være overganger der det erfaringsmessig er utfordringer knyttet til elevers motivasjon og matematikklæring:

Barnehage => Barneskole => Ungdomstrinn => Videregående skole => Universitet

For hver av disse overgangene dannes en gruppe lærere/pedagoger og to forskere. Vi ønsker at det er med 2 lærere/pedagoger fra skole/barnehage. Deltakerne i disse gruppene vil, så langt det lar seg gjøre, følges over alle de tre periodene 17/18, 18/19 og 19/20. Hver av disse periodene skal deltakerne i en gruppe arbeide sammen med å utvikle, gjennomføre (i lærernes egne klasser eller barnehager) og evaluere 3 utforskende undervisningsforløp av en varighet på 5-10 skoletimer eller tilsvarende i barnehage. Disse undervisningsforløpene skal være i overensstemmelse med relevante læreplanmål på de aktuelle klassetrinnene eller mål fra Rammeplan for barnehage.

Forskerne i gruppa vil samle inn data gjennom både klasseromsobservasjoner, lyd- og bildeopptak, intervjuer og spørreskjema til lærere/pedagoger og elever/barnehagebarn, samt faglige tester for å dokumentere elevenes faglige utvikling.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er bare medlemmer i forskningsgruppen som har tilgang til datamaterialet. Alt datamateriale lagres i låsbare skap ved UiT Norges arktiske universitet.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2020. Etter dette blir datamaterialet anonymisert og videomaterialet slettet. Dersom det er gitt tillatelse til korte sekvenser til bruk i undervisning og konferanser vil disse bli lagret ved UiT.

Kontaktinformasjon.

Per Øystein Haavold e-post: per.oystein.haavold@uit.no tlf. 77645587

Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

1

Vedlegg 4 – Samtykkeskjema for deltakelse under 15 år



Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"SUM: Coherence through inquiry based mathematics teaching"

Bakgrunn og formål

Målet med dette prosjektet er å bidra til utvikling av barn og unges matematikklæring og motivasjon for matematikk gjennom å integrere perioder med utforskende undervisning i matematikkundervisningen fra barnehage til universitet. Disse utviklingsaktivitetene skal foregå gjennom tre skoleår. Prosjektet drives av forskningsgruppen Matematikdidaktikk ved UiT Norges arktiske universitet, institutt for lærerutdanning og pedagogikk med støtte fra Norsk forskningsråd.

Utvalget er rekruttert gjennom Norges arktiske studentsamskipnad, Troms fylkeskommune og Tromsø kommune. Hver deltakende skole/barnehage har valgt 2 – 4 lærere / barnehagelærere til å delta i prosjektet.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Et fokusområde for prosjektet vil være overganger der det erfaringsmessig er utfordringer knyttet til elevers motivasjon og matematikklæring:

Barnehage => Barneskole => Ungdomstrinn => Videregående skole => Universitet

For hver av disse overgangene dannes en gruppe lærere/pedagoger og to forskere. Deltakerne i en gruppe arbeide sammen med å utvikle, gjennomføre (i lærernes egne klasser) og evaluere 3 utforskende undervisningsforløp av en varighet på 5-10 skoletimer. Disse undervisningsforløpene skal være i overensstemmelse med relevante læreplanmål på de aktuelle klassetrinnene.

Forskerne i gruppa vil samle inn data gjennom både klasseromsobservasjoner, lyd- og bildeopptak, intervjuer og spørreskjema til lærere og elever samt faglige tester for å dokumentere elevenes faglige utvikling.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er bare medlemmer i forskningsgruppen som har tilgang til datamaterialet. Alt datamateriale lagres i låsbare skap ved UiT Norges arktiske universitet.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 31.12.2020. Etter dette blir datamaterialet anonymisert og videomaterialet slettet. Dersom det er gitt tillatelse til korte sekvenser til bruk i undervisning og konferanser vil disse bli lagret ved UiT.

Kontaktinformasjon.

Per Øystein Haavold e-post: per.oystein.haavold@uit.no tlf. 77645587

Postboks 6050 Langnes, N-9037 Tromsø / 77 64 40 00 / postmottak@uit.no / uit.no / org.nr. 970 422 528

1

Vedlegg 5 – Kvittering fra NSD



Per Øystein Haavold

9006 TROMSØ

Vår dato: 06.09.2017

Vår ref: 54660 / 3 / LAR

Deres dato:

Deres ref:

Tilbakemelding på melding om behandling av personopplysninger

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 06.06.2017.

Meldingen gjelder prosjektet:

54660

Behandlingsansvarlig

Daglig ansvarlig

SUM - Sammenheng gjennom Undersøkende Matematikkundervisning

UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder

Per Øystein Haavold

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget [skjema](#). Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en [offentlig database](#).

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2020, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Dersom noe er uklart ta gjerne kontakt over telefon.

Vennlig hilsen

Marianne Høgetveit Myhren

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Lasse André Raa

Kontaktperson: Lasse André Raa tlf: 55 58 20 59 / Lasse.Raa@nsd.no
Vedlegg: Prosjektvurdering



SAMARBEIDSSSTUDIE

Prosjektet er en internasjonal samarbeidsstudie. UiT Norges arktiske universitet er behandlingsansvarlig institusjon for den norske delen. Personvernombudet forutsetter at ansvaret for behandlingen av personopplysninger er avklart mellom institusjonene. Vi anbefaler at det inngås en avtale som omfatter ansvarsfordeling, ansvarsstruktur, hvem som initierer prosjektet, bruk av data og eventuelt eierskap.

INFORMASJON OG SAMTYKKE

Utvalget informeres skriftlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskriv og samtykkeerklæring, slik de foreligger i reviderte utgaver av 24.08.2017 og 05.09.2017, er godt utformet.

Det foreligger imidlertid et avvik mellom prosjektslutt oppgitt i meldeskjema og i informasjonsskrivene. Personvernombudet legger til grunn at sistnevnte stemmer, og har derfor endret prosjektslutt til 31.12.2020.

BARN I FORSKNING

Deltakelse i forskning skal alltid være frivillig for barnet selv om foreldrene samtykker på barnets vegne. Dette innebærer at barnet bør få tilpasset informasjon og at forsker må få barnets aksept under datainnsamlingen. I tråd med dette, bør den som foretar datainnsamlingen ha tilstrekkelig kompetanse til å tilpasse fremgangsmåten slik at barnets behov ivaretas.

BARN I FORSKNING

Personvernombudet vurderer at ungdommer som har fylt 15 år kan samtykke selv til å delta i dette prosjektet, så lenge de får tilpasset informasjon om prosjektet, og at det sørges for at de forstår at deltakelse er frivillig og at de når som helst kan trekke seg dersom de ønsker det. Det forutsettes at forsker følger retningslinjer for den enkelte skole.

DATASIKKERHET

Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger UiT Norges arktiske universitet sine interne rutiner for datasikkerhet.

PUBLISERING AV PERSONOPPLYSNINGER

Det oppgis at indirekte identifiserende personopplysninger kan bli publisert. Personvernombudet legger til grunn at det i så fall foreligger eksplisitt samtykke fra den enkelte til dette. Vi anbefaler dessuten at deltakerne gis anledning til å lese igjennom egne opplysninger og godkjenne disse før publisering.

PROSJEKTSLUTT

Forventet prosjektslutt er 31.12.2020. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres.

Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å:

- slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel)
- slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)

