Uniped
Tidsskrift for universitets- og høgskolepedagogikk

VITENSKAPELIG PUBLIKASJON

UNIVERSITETSFORLAGET

Årgang 44, nr. 3-2021, s. 154–164
ISSN Online: 1893-8981
https://doi.org/10.18261/issn.1893-8981-2021-03-02

En tematisk analyse av hva ingeniørstudenter gjør når de lærer lineær algebra

A thematic analysis of what engineering students do when learning linear algebra

Ragnhild Johanne Rensaa
Professor, Institutt for elektroteknologi, UiT Norges arktiske universitet
ragnhild.rensaa@uit.no

Sammendrag
Denne artikkelen diskuterer hva ingeniørstudenter gjør når de lærer lineær algebra. Arbeidet inngår i et pågående forskningsprosjekt om læring, og grunnlagsdataene for artikkelen ble samlet inn ved at studentene besvarte et obligatorisk spørreskjema der spørsmålet om hva de gjør når de lærer lineær algebra, ble stilt som et åpent spørsmål. Dataene representerer derfor studentenes egne ord om hva de gjør, og svarene er analysert med bruk av tematisk analyse. Resultatene er gitt i form av fremkomne temaer med tilhørende koder og er eksemplifisert for å vise hva studentene vektlegger og hvilke sammenhenger som finnes mellom aktivitetene. Resultatene gir en systematisk informasjon om ingeniørstudentenes aktiviteter i læringsprosessen, noe som kan være til hjelp i utviklingen av undervisningen i lineær algebra spesielt og i matematikk generelt.

Nøkkelord
ingeniørstudenter, lineær algebra, tematisk analyse, studentaktiviteter

Abstract
This paper discusses what engineering students do when learning linear algebra. It is part of an ongoing research project on learning, and the data for the paper has been collected as students responded to a compulsory questionnaire, asking what they do when they learn linear algebra as an open question. The data therefore represent the students' own words about what they do, and the answers are analysed using thematic analysis. The results show the emerging themes with associated codes, and examples are provided to show what students emphasise when they learn and which connections there may be between activities. The results provides information about which activities engineering students consider important in the learning process, which can be of help when developing the teaching style for linear algebra in particular and mathematics in general.

Keywords
engineering students, linear algebra, thematic analysis, student activities

Innledning

De fleste MNT-studier har ett eller flere grunnleggende emner i lineær algebra som obligatorisk del. Dette er et viktig område av matematikken både fordi det binder sammen ulike fagkomponenter og fordi det fins så mange anvendelser av faget (Dorier, 1995). Men lineær algebra er også et emne som studentene ofte syns er vanskelig. Utfordringene bunner i hovedsak i tre ting: pedagogiske utfordringer – bevis og teori synes vanskelig; formalisme – emnet inneholder mange nye ord og begreper; krav til kognitiv fleksibilitet – evne til å se sammenhengen mellom teoretiske og praktiske deler (Dorier & Sierpinska, 2001). Lineær algebra har et høyere abstraksjonsnivå enn det studentene er vant til fra tidligere matematikkemner. Dette gjør at mange studenter føler det som om de har landet på en ny planet og strever med å finne frem i dette nye landskapet (Dorier, Robert, Robinet & Rogalski, 2000). I en slik situasjon blir det viktig å ha ekstra fokus på hva som er utfordringene, og hvordan man kan tilrettelegge for bedre læring. Dette er ikke entydig enkelt fordi studenter er ulike og har ulike behov, men et viktig skritt på veien er å kartlegge hva studentene selv beskriver. Det er intensjonen med denne artikkelen, der jeg tolker sivilingeniørstudenters refleksjoner rundt hva de gjør når de lærer lineær algebra. Slike refleksjoner er verdifulle i seg selv fordi studentene da må tenke gjennom sitt syn på matematikk og hvorfor de studerer matematiske emner, men systematiseringen av slike svar kan også gi innspill for bedre tilrettelegging av fremtidige emner. Artikkelen er en utvidelse og utdypning av en konferanseartikkel i 2019 (Rensaa, 2019).

Spørsmålet om hva studenter gjør når de lærer, er inspirert av en gruppe forskere som stilte tilsvarende spørsmål til studenter på forkurs for ingeniørutdanningen. Disse forskerne vektlegger hva forkursstudentene legger i begrepet 'læring' i fysikk og matematikk, og hvordan studentene vet at de har lært noe (Marshall, Summers & Woolnough, 1999). Marshalls studenter var altså i en innledende fase av sine ingeniørstudier. Mine studenter er erfarne studenter, på sitt fjerde år i et sivilingeniørstudium, og datainnsamlingen ble gjort i sluttfasen av et lineær algebrakurs – dog før eksamen. For enkelthets skyld kaller jeg studentene heretter for ingeniørstudenter, og jeg stiller følgende forskningsspørsmål: Hvilke aktiviteter beskriver ingeniørstudenter som viktige for deres læring av lineær algebra?

Litteraturbakgrunn

Når studenter blir bedt om å reflektere over hva de gjør når de lærer lineær algebra, så representerer dette en oppfordring til metakognisjon. Forskningslitteraturen finner det vanskelig å gi en eksakt definisjon av begrepet som Flavell (1976) brukte allerede i 1976, blant annet fordi det har en tverrfaglig natur, men det representerer en innsikt i egen tankeprosess. Alle studentsvar i undersøkelsen må sees i lys av dette fordi studentene besvarte et spørreskjema i sluttfasen av et matematikkemne der de nettopp ble bedt om å reflektere over egen læring. Metakognisjon spiller en sentral rolle i studentenes læring i matematikk (Schoenfeld, 1992), men som Schoenfeld påpeker, er dette ett av flere aspekter ved matematisk tenkning. I tillegg kommer måten man ser, representerer og analyserer verden på. Dette påvirkes av rammene for matematikkundervisningen som studentene tilbys, herunder undervisningsformat, aktiviteter, hva studentene selv velger å gjøre i læringsprosessen, og hvordan de oppfatter matematikk som fag.

Forelesninger har en lang og sterk tradisjon innen akademia og er en dominerende undervisningsform også i matematikk (Iannone & Miller, 2018). Formatet muliggjør undervisning for større studentgrupper der alle får samme tilbud. Bergsten (2011) har undersøkt hvorfor studenter går på forelesninger, og deltakerne i hans studie la vekt på at matematikken er lettere å forstå når man er på forelesning heller enn når man leser fagstoffet i en lærebok. Bergstens studenter poengterte imidlertid sterkt at lærerens engasjement og nærhet er helt sentral, både som inspirator og som en som kan klargjøre matematiske begreper og metoder. I forelesningene er det mange studenter som velger å ta notater. Dette er en aktivitet studentene syns er viktig, også i situasjoner der notatene er tilgjengelige via nett (Rensaa, 2015). Dataene i Bergstens undersøkelse peker på at det å ta notater er en vesentlig gevinst av en forelesning (2011). Det har også vært mulig å identifisere notatenes innflytelse på en students løsning av matematiske problemer (Rensaa, 2014), men som belyst i Rensaa (2014), konkluderer forskningslitteraturen litt ulikt når det gjelder læringseffekten av slike notater. Forelesningsformen i seg selv står også for hogg, og det reises tvil om dens utbytte generelt (Folley, 2010). Folleys kritikk er at forelesninger er en 'enveisprosess' og innehar 'liten eller ingen aktiv deltakelse' for studenter, med den konklusjon at de dermed ikke har noen verdi. Meningene er altså delte.

Et nyere undervisningsformat som øker i omfang og tilretteleggelse, er bruk av video og opptak både som supplement til og erstatning for forelesninger. For strømmede forelesninger viser en tidligere undersøkelse at studentene primært brukte opptakene til å hoppe frem og tilbake, se deler, repetere før eksamen og som sikkerhetsnett fordi det var mulig å ta igjen en forelesning i sanntid som man hadde gått glipp av – altså som støtte til, og ikke erstatning for, den tradisjonelle forelesningen (Rensaa, 2015). For korte videosekvenser kan opplegget varieres. I denne sammenhengen er omvendte klasserom et fremvoksende undervisningsformat. Studentene forventes å ha sett kortere videoer før de møter til organisert undervisning, som da i større grad brukes til spørsmål, oppgaveregning og veiledning (Bergmann & Sams, 2012). Formen har fått stor oppmerksomhet fordi den gir studentene mulighet til å ta kontroll over egen læringshastighet og de dermed kan ta mer ansvar for egen læring (Fulton, 2012). Omvendt klasserom stiller større krav til studentene siden de forventes å ha forberedt seg før de møter til undervisning, og fokuset i undervisningen rettes i mye større grad mot problemløsningsstrategier. Disse strategiene kan også sees i et samarbeidsperspektiv. I Liljedahl og kollegaers 'State-of-the-Art'-kapittel (Liljedahl, Santos-Trigo, Malaspina, & Bruder, 2016, s. 3) fremheves samarbeid i mindre grupper som en viktig måte å fremme problemløsningsferdigheter i matematikk på.

Når studenter svarer på spørsmålet om hva de gjør når de lærer lineær algebra, farges svarene av hvilket syn de har på matematikk generelt og lineær algebra spesielt. I forskningslitteraturen er det vanlig å dele matematisk kunnskap i to deler; en prosedyremessig og en begrepsmessig type. Ulike forskere har satt ulike navn og definisjoner på disse delene. Hiebert (1986) definerer prosedyrekunnskap som kjennskap til symboler og måter å representere matematikk på, men også kunnskap om regler og prosedyrer som kan brukes til å løse ulike oppgaver i matematikk. Dette til forskjell fra begrepsmessig kunnskap som er et sett delkunnskaper forbundet med hverandre til en helhet (Hiebert, 1986). En mangeårig debatt pågår imidlertid om tolkningen av disse begrepene blant undervisere (Rensaa & Vos, 2017), men også tilknytningen til studentenes læring og tenkning (Crooks & Alibali, 2014). For ingeniørstudenter har Englebrecht, Bergsten og Kågesten tilpasset en definisjon der prosedyretilnærming handler om bruk og håndtering av matematiske ferdigheter mens begrepstilnærming handler om hvorvidt tolkning og bruk av begreper i matematiske situasjoner kunne omforme et matematisk uttrykk til et annet og koble det som hører sammen (Engelbrecht, Bergsten & Kågesten, 2009). Harris og kollegaer konkluderer med at grunnen til at mange ingeniørstudenter sliter med de matematiske emnene og anser disse som mest utfordrende i sine ingeniørstudier, er nettopp at de har problemer med å se nytten av matematikk i ingeniørprofesjonene, og dermed forsvinner bruksverdien for dem (Harris, Black, Hernandez- Martinez, Pepin & Williams, 2015).

Oppsummert er det mange aktiviteter som er relevante for ingeniørstudentenes læring av lineær algebra: forelesninger, notatskriving, video, oppgaveløsning og syn på matematikk, men også aktiviteter sett i sammenheng i et større perspektiv. Samlet gir dette et bakteppe for den tematiske analysen av studentdataene som presenteres i neste avsnitt. Som en del av analysen blir også aktivitetene gruppert.

Metode

Datainnsamling og rammen for denne

Dataene som ligger til grunn for denne artikkelen, ble samlet inn i et videregående emne i lineær algebra for ingeniørstudenter som etter fullført bachelorgrad fortsatte for å ta en mastergrad. Undervisningen varierte mellom tradisjonelle forelesninger med øvinger (55 %), omvendt klasseromsundervisning (25 %) og andre aktiviteter (20 %). Forelesningsdelen ble både strømmet og gjort opptak av, og dette ble tilgjengeliggjort for studentene. Til den omvendte klasseromsundervisningen hadde jeg laget egne, kortere videosekvenser. Av andre aktiviteter hadde vi oppgavegjennomgang etter ønske fra studentene og tester med Kahoot.

Datainnsamlingen ble utført i form av et obligatorisk spørreskjema som ble distribuert til samtlige studenter på emnet – 69 stykker totalt hvorav 18 % var kvinner og 82 % var menn. Via en ekstern nettserver kunne studentene svare elektronisk og anonymt blant annet på det åpne spørsmålet «Kan du beskrive hva du gjør når du lærer lineær algebra». Det var også andre spørsmål i skjemaet, og totalt 60 studenter (87 %) sendte inn svar på skjemaet. Av disse var det 9 stykker som leverte blankt på spørsmålet om hva de gjør når de lærer lineær algebra, noe som resulterte i 51 formulerte åpne svar på spørsmålet – 74 % av den totale studentmassen. Emnet ble undervist på engelsk, så studentenes svar var på engelsk. Dataene referert til i denne artikkelen, er derfor oversatt til norsk.

Tematisk analyse

Siden datagrunnlaget i undersøkelsen bestod av svar på et åpent spørsmål der studentene med egne ord beskrev hva de gjør når de lærer lineær algebra, var svarene ulike både i fokus, lengde og tematikk. Gjennomsnittlig svarlengde på spørsmålet var 25 ord, men spriket var stort mellom korte stikkord og lengre forklaringssvar. For å kunne systematisere en slik datamengde trengtes en analysemetode som tar inn over seg kompleksiteten, diversiteten og nyansene som et kvalitativt materiale krever. Tematisk analyse er en slik metode (Braun & Clarke, 2006). Den er både fleksibel og mulig å bruke i kombinasjon med andre teorier.

«Tematisk analyse er en metode for å identifisere, analysere og rapportere mønster (tema) i et datasett» (Braun & Clarke, 2006, s. 79, egen oversettelse). Dette muliggjør mer enn å beskrive dataene, i og med at analysen kan brukes som argumentasjon for å besvare forskningsspørsmålene som er stilt. Metoden legger til rette for å se mønstre ved at den er delt inn i flere faser. Braun og Clarke foreslår følgende trinn: gjøre seg godt kjent med dataene, generere innledende koder, søke etter tema, gjennomgå temaene på nytt og til slutt gi temaene navn (Braun & Clarke, 2006). Kodingsfasen gir mulighet for å finne beslektede utsagn som kan gis samme kode og dermed berike kodens innhold. Dernest søker man etter fellestrekk i kodene i flere trinn – fellestrekk som gir grunnlag for temaer. Disse vil være til hjelp for å se mønstre og elementer som går igjen i svarene. Resultatet kan gi en rik beskrivelse av dataene og bidra til å tolke ulike aspekter av et forskningstema.

Resultat

Analysen ble gjennomført i tematiske analysefaser. Etter å ha gjort meg godt kjent med svarene, startet kodingen. Noen koder gav seg selv ganske raskt fordi så mange studenter nevnte disse i én eller annen form. Dette gjelder eksempelvis kodene 'Løse oppgaver' og 'Forstå'. Studentene fremhever at det å løse oppgaver eller arbeide med stoffet på en måte som øker forståelsen, er viktig. Andre koder kom etter flere runder med gjennomlesning, når mønstrene og sammenhengene mellom ulike utsagn begynte å tre frem. Med utgangspunkt i kodene gikk jeg så gjennom dataene på nytt for å lete etter sammenhenger og fellestrekk som kunne generere et tema. Kodene var altså styrende for identifisering av temaene. Det ferdige resultatet er gitt i Tabell 1. Tabellen viser hvilke undertemaer og koder som inngår i hvert tema. I tillegg er det gitt en kort beskrivelse av hva de enkelte kodene betyr.

Tabell 1. Resultat av den tematiske analysen

Tema	Kode	Kort beskrivelse
Storgruppeaktiviteter	Være på forelesninger	Fysisk til stede på forelesninger
	Ta forelesningsnotater	Notere både fra fysiske forelesninger og forelesningsvideoer
	Løse oppgaver	Oppgaveløsing, både rutinemessige og mer kreative
	Se på videoer	Videoer som opptak fra forelesninger, kortere videosnutter generert spesielt for kurset, videoer på nett
Egenaktiviteter	Lese	Lese ulike bøker, kompendier eller notater
	Bli bevisst	Innse hva det dreier seg om
	Spørre lærer	Spørre i forelesninger, i øvingstimer eller ved å oppsøke lærer
	Memorere	Pugge, gjøre bruk av husketeknikker
	Forstå	Kognitiv forståelse
	Anvende	Generelt om hvordan matematikk kan anvendes
Fagsammenhengsaktiviteter	Finne relasjoner	Søke sammenhenger mellom ulike begrep og mellom ulike fagområder
	Repetere	Friske opp hukommelsen
Smågruppeaktiviteter	Diskutere	Dialog med andre
	Forklare andre	Dele egen kunnskap med andre i en dialog
	Se spesifikke anvendelser	Hvordan spesifikke lineær-algebra-begreper kan anvendes og brukes i en kontekst
	Få ideer	Kreative innfallsvinkler
Lineær-algebraaktiviteter	Bruke metoder og teknikker	Prosedyrer, oppskrifter, mulighet for å bruke deler av en beslektet skissert løsning i egen løsning
	Se perspektiver	Få overblikk, se helheten
	Se lineær algebra som fundament	Lineær algebra som grunnleggende for andre fagområder

For å illustrere noen temaer med koder i analysemetoden samt fremheve kodesammenhenger vil jeg ta for meg et utvalg studentforklaringer. Flere eksempler med tilsvarende analyser følger i diskusjonsavsnittet – da i en tema-for-tema-gjennomgang med tilhørende drøfting. Studentsitatene refereres til med nummer (S1, S2 osv.), og analysene er gitt fortløpende i parentes. I flere tilfeller gjengis kun deler av en students forklaring, i og med at det er disse delene som illustrerer temaet som ønskes belyst.

Innenfor temaet egenaktivitet fremhever følgende student hvordan hen bearbeider stoffet i etterkant av forelesningene som en sentral del av det å lære lineær algebra:

> Jeg går gjennom forelesningsnotatene (Lese) og skiver ned all viktig informasjon på et nytt ark med datering, denne informasjonen kategoriserer og grupperer jeg (Ta forelesningsnotater). Jeg løser oppgaver fra alle disse grupperte delene og legger også dette inn som vedlegg (Løse oppgaver). Deretter fokuserer jeg på hvordan denne kunnskapen kan hjelpe meg til å løse tidligere eksamensoppgaver som jeg har samlet i en egen gruppe (Bli bevisst) (S19).

Forelesninger er en fellesaktivitet, men studenten fokuserer på viktigheten av etterarbeid med ønske om å sette kunnskapen i et system for å generere læring. Kiewra (1987) vektlegger at bearbeiding av notater er med på å bidra til en forbedret læringsprosess. Studenten påpeker sammenhengen mellom kategorier som notater og egen gruppering av oppgaveløsninger. Dette viser viktigheten av å tilrettelegge fagmaterialet for individuell bearbeiding.

Den neste forklaringen peker på hvordan sammenhengsaktiviteter er viktige, spesielt i starten:

> Når jeg lærer et nytt emne, forsøker jeg å få et perspektiv (Bli bevisst) på hva det kan brukes til i en større sammenheng (Finne relasjoner), og hvordan det kan anvendes innen mitt fagfelt (Anvende) (S14).

Studenten søker helhet og anvendelse. Et slikt helhetsperspektiv kan knyttes til Hieberts 'begrepsmessige kunnskap' (1986) om det å søke sammenhenger mellom kunnskapsdeler. Beskrivelsen til student S14 er generell og viser hvor viktig det er å ha et visst metaperspektiv i matematikkundervisningen for å hjelpe studentene med å se helheten.

Det tredje sitatet fokuserer på dette at studentene jobber sammen i grupper – en viktig del av temaet smågruppeaktiviteter:

> Jeg liker å diskutere med mine venner (Diskutere) og jeg lærer også masse fra deres forståelse av oppgavene (Løse oppgaver) (S6).

Studenten beskriver læring som å foregå i en sosial kontekst der oppgaver løses i fellesskap og understreker behovet for å snakke med medstudenter for å forstå oppgaveløsningen bedre. Dette er en tilnærming som også påpekes av forskere som viktig (Liljedahl et al., 2016), og det viser at sammenhengen mellom diskusjon og oppgaveløsning er sentral for noen studenter.

Det siste sitatet er et lengre sitat innenfor temaet lineær-algebra-aktiviteter, der en student mer spesifikt trekker frem bruken av emnet i relaterte problemstillinger:

> Du må bli i stand til å ha mer klart for deg ting og du forstår ting som videospill og animasjoner, hvordan de er laget og hva som er fenomener bak dem, hele prosessen (Bli bevisst, Forstå, Se spesifikke anvendelser), også basis for andre fagområder i informatikk som datavisjoner, data og visuell modellering, bildeprosessering etc. (Se lineær algebra som fundament) (S50).

Denne studenten fremhever at det å se anvendelser av lineær algebra innen informatikk er essensielt når emnet skal læres. Igjen er et metaperspektiv i undervisningen viktig, der sammenhengen mellom spesifikke matematiske begreper og anvendelser illustreres. Harris og kollegaer påpeker at bruksverdien av matematikk i ingeniørprofesjonen er en sentral faktor for å øke studenters engasjement i faget (Harris et al., 2015).

Diskusjon

I diskusjonen vil jeg fokusere på det teoretiske grunnlaget for å belyse analysemetoden, men også vise hvordan studentene selv vektlegger hvordan kombinasjonen av ulike aktiviteter fremmer læring, altså temaer og kategorier sett i sammenheng. Med basis i den tematiske analysen er diskusjonen seksjonert etter tema, men sammenhenger mellom temaer og koder vil naturlig krysse litt mellom disse. Jeg har valgt å utdype én kode fra hvert tema, men flere av disse berører også andre koder og temaer.

Storgruppeaktiviteter

For temaet storgruppeaktiviteter er koden 'Være på forelesninger' den sentrale. En fjerdedel av studentene har poengtert viktigheten av å gå på forelesninger, og de har brukt argumenter som at de gjennom disse forstår hvordan de kan bruke teoremer og teknikker (S47), og hvordan eksempler gjennomgått i forelesninger brukes når de skal gjøre oppgaver (S30). Studentene fremhever altså læringseffekten av å være fysisk til stede på forelesninger, men også av det å ta notater selv om alle forelesninger ble strømmet med notater tilgjengelig på nett. Som en av studentene har uttrykt det:

> Følge med, ta notater i liveforelesninger (Være på forelesninger, Ta forelesningsnotater), deretter forsøke å løse oppgaver relatert til forelesningen (Løse oppgaver). Hvis jeg sitter fast, leser jeg gjennom forelesningsnotatene før jeg igjen forsøker å løse oppgaven (Lese, Løse oppgaver) (S6).

Forelesningsformatet er omdiskutert men attraktivt for studenter, og forskere har belyst både sterke og svake sider ved en slik undervisningsform (Bergsten, 2011; Folley, 2010). Det å ta notater i forelesningene har også en verdi selv om notatene er tilgjengelige. Dataene indikerer at flere studenter har erfart læringseffekten som kombinasjonen 'Være på forelesninger' og 'Ta forelesningsnotater' gir, også belyst i forskingsresultater (Iannone & Miller, 2018; Rensaa, 2014, 2015). I iveren etter å tilby nye undervisningsmetoder kan det være nyttig å ta med seg at også de tradisjonelle metodene har en verdi. Disse kan foredles og også i fremtiden bidra til læring. I datamaterialet er likevel ikke dette en entydig oppfatning, noe følgende utsagn tilkjennegir:

> Jeg finner det vanskelig å lære i forelesninger. Jeg lærer mest av å gjøre oppgaver (Løse oppgaver) (S22).

Egenaktiviteter

I temaet egenaktiviteter dominerer oppgaveløsning sterkt. Mange studenter poengterer at dette er en viktig aktivitet dersom de skal lære lineær algebra. Problemløsning innbefatter flere deler, med alt fra teknikker og regler til kreativitet i ulike problemsstillinger (Engelbrecht et al., 2009; Liljedahl et al., 2016). Når studentene fremhever oppgaveløsning som en læringsaktivitet, er det ofte i kombinasjon med andre aktiviteter. Det følgende sitatet illustrerer dette:

> Ta gode notater fra forelesninger (Være på forelesninger, Ta forelesningsnotater) og/eller videoer (Se på videoer) kombinert med å løse oppgaver fra læreboka (Løse oppgaver) og kanskje bruke YouTube for mer informasjon om nødvendig (Se på videoer) (S42).

Flere av oppgavene i læreboka (Lay, Lay, & McDonald, 2016) kan fremstå som utfordrende for studentene fordi de innehar et abstraksjonsnivå som er nytt for dem, jamfør Dorier et al. (2000). Sitatet viser at studenten har behov for å få fagstoffet presentert på flere måter og samtidig være aktiv i form av notatskriving og oppgaveløsning; en kombinasjon av kunnskapspresentasjon og egenaktivitet. Omvendt undervisning kan tilrettelegge for en slik kombinasjon, der problemløsningsdelen har størst fokus (Bergmann & Sams, 2012; Fulton, 2012). Problemløsning kan være utfordrende, og det å hente inspirasjon fra YouTube representerer en relativt ny strategi innen matematisk læring, altså undervisningsvideoer tilgjengelig på nett. Studenter som ønsker å få fagstoffet presentert på flere måter og av ulike aktører, finner videoer på nett som tilbyr dette. De er vante nettbrukere, men det kan være utfordrende for en student i innlæringsfasen av et matematisk emne å vurdere kvaliteten av innholdet i videoer på nett. Som emneansvarlig kan det derfor være relevant å guide studentene til gode videoer, altså hjelpe dem til å finne de beste kildene, og på denne måten øke deres input til læring av faget.

Fagsammenhengsaktiviteter

For temaet fagsammenhengsaktiviteter kan vi skille mellom interne og eksterne sammenhenger. Den interne delen omhandler det å se sammenhengen mellom ulike matematiske begreper og skjønne det matematiske i dette, mens den eksterne delen fokuserer på å sette lineær algebra i sammenheng med andre ingeniørfaglige emner og problemstillinger. Begge deler er viktig for forståelse og motivasjon og krever en andel metakognisjon (Schoenfeld, 1992) fordi studentene må løfte blikket for å være i stand til å se sammenhengene. Følgende studentsitat illustrerer vektleggingen av den interne sammenhengen mellom ulike begreper:

> Vi forsøker å forstå teorien bak begrepene (Forstå) og hvordan vi kom frem til en spesifikk relasjon eller et argument ved å studere bevis og hvordan vi kan bruke liknende bevismetoder for å komme frem til andre relasjoner og argumenter (Bruke metoder og teknikker, Finne relasjoner) (S37).

Slike sammenhenger mellom begreper, der kunnskap knyttes sammen, er en sentral del av Hieberts definisjon av hva læring betyr (Hiebert, 1986). Hiebert kaller det begrepsmessig kunnskap, noe som bidrar til en større helhetsforståelse. At studenten fremhever dette som viktig, signaliserer modenhet. Studentens forklaring er i tråd med Engelbrecht og kollegaers definisjon av begrepsmessig kunnskap tilpasset ingeniørstudenter. De poengterer bruk av begreper i matematiske situasjoner som sentralt (Engelbrecht et al., 2009), selv om dette med 'begrepsmessig kunnskap' kan tolkes på flere måter (Crooks & Alibali, 2014; Rensaa & Vos, 2017). Forskning viser at studenter ofte syns lineær algebra er et vanskelig emne (Dorier & Sierpinska, 2001), og da blir det spesielt viktig at undervisningen fokuserer på hvordan kunnskapsdelene i lineær algebra inngår i en helhet; en fagsammenhengsrelasjon.

Forklaringen til student S14 i Resultat-avsnittet er et eksempel på argumentasjon hos en student som vektlegger mer av den eksterne sammenhengen. Denne studenten søker et overordnet bilde av hvordan emnet inngår i en helhet i studiet, og hvordan det anvendes innenfor det som omtales som eget fagfelt. En slik kontekst vektlegges av studenten som en vesentlig del av det å lære et emne. Det er i samsvar med forskningen som viser til hvor viktig det er for ingeniørstudenter å kunne relatere matematikken til ingeniøremner og se bruksverdien av emnene (Harris et al., 2015).

Smågruppeaktiviteter

Det fjerde temaet omhandler smågruppeaktiviteter der studenter jobber sammen, ofte om oppgaveløsning, og gjennom dette diskuterer og forklarer matematiske begreper for hverandre. Slike arbeidsmetoder ble av student S6 i Resultat-avsnittet poengtert som en god kilde til læring, med utsagnet 'lærer masse fra'. Følgende sitat fra en annen student utdyper problemstillingen:

> Å forklare begreper til andre (Forklare andre), og/eller hjelpe dem med oppgaver er også nyttig for meg når jeg skal lære, dette fordi jeg får repetert hva jeg har lært (Repetere) og oppdager hva jeg egentlig ikke forstår så godt som jeg hadde trodd (Bli bevisst) (S18).

Samarbeid om oppgaveregning utgjør en viktig problemløsningsstrategi (Liljedahl et al., 2016). Læring som sosialt fenomen har en lang tradisjon som skriver seg tilbake til Vygotskis teorier om kunnskap som distribuert mellom individer, og fordi forskjellige personer kan ulike ting, er det viktig at læringen er sosial slik at kunnskapen kan deles.

Svaret til student S18 viser hvordan diskusjon med andre gir næring til å se fagsammenhenger som en del av repetisjonen av fagstoffet, men også for å innse egen tilkortkommenhet i form av bevisstgjøring rundt hva man kan og ikke kan. Undervisning som tilrettelegger for smågruppeaktiviteter, kan derfor være gunstig, men primært på studentenes premisser. Det kan være studenter som ikke ønsker å arbeide i grupper, og derfor er det lurt å ta studentene med på råd for best mulig tilrettelegging.

Lineær algebra-aktiviteter

Det siste temaet dreier seg om mer spesifikke lineær algebra-koder, som illustrert av følgende student:

> Jeg prøver å forstå hvordan vektorrom og matriser er dannet (Forstå, Se lineær algebra som fundament), deres logiske operasjon og sammenheng (Finne relasjoner), hvordan de kan anvendes relativt til koordinatene i de ulike dimensjonene av vektorrommene, og hvilken frihetsgrad de tillater (Anvende) (S39).

Studenten fremhever sammensetningen av faget og peker på begreper, prosesser og hvordan disse kan anvendes i andre deler av lineær algebra-emnet. Dette er både en lineær-algebra-aktivitet og en sammenhengsaktivitet. Anvendelse av spesifikke lineær algebra-begreper harmonerer med Englebrecht, Bergsten og Kågestens definisjon av begrepsforståelse i ingeniørmatematikk (2009). Studenten peker på anvendelse i matematiske situasjoner og hvordan vektorrom og matriseoperasjoner kan oversettes til andre vektorrom. Dette bidrar til forståelse og til å se hvilken rolle fagets egenart har. Også student S50 i Resultat-avsnittet trekker frem anvendelser av lineær algebra, men med spesielt fokus på en ekstern relasjon til informatikk. Dette viser at ingeniørstudenter motiveres av å se hvordan matematikken kan brukes, og i student S50s tilfelle innen de mer profesjonsrettede emnene. Lineær algebra har mange anvendelsesområder (Dorier, 1995), og ingeniørstudenter trenger å se 'bruksverdien' av matematikk (Harris et al., 2015). Derfor er det for mange viktig at undervisningen trekker paralleller fra matematiske til profesjonsrettede problemstillinger.

Konklusjon

I en konklusjon om hva studentene gjør når de lærer lineær algebra, kan det oppsummeringsvis være nyttig å se litt på frekvensene av kodene i Tabell 1 (detaljer i Rensaa, 2019). Selv om frekvenser ikke er det sentrale i tematisk analyse, kan de være en god pekepinn. Tre av kodene har frekvens ≥ 15: 'Løse oppgaver', 'Anvende' og 'Forstå'. Alle tre kodene dreier seg om studentenes bearbeiding av fagstoffet, der 'Løse oppgaver' har høyest frekvens. Det vektlegges imidlertid i mindre grad at det å løse oppgaver skal skje i samarbeid med andre; kodene i 'Smågruppeaktiviteter' har lav frekvens. I den etterfølgende gruppen av koder, med frekvens ≥ 10, har fysiske forelesninger høyest frekvens; høyere frekvens enn det å se på videoer. Dette er i tråd med en tidligere undersøkelse (Rensaa, 2015), men med den forskjellen at deler av undervisningen denne gangen var basert på korte videosekvenser spesiallaget til forberedelse i en omvendt klasseromsundervisning. Likevel er det en større andel studenter som fremhever det å være på fysiske forelesninger som en aktivitet som fremmer læring.

Sammen tegnes det et bilde av en student som gjerne vil være i et fagfellesskap på fysiske forelesninger når nytt fagstoff i lineær algebra skal tilegnes, og som i kombinasjon med dette fokuserer på egen kognitiv aktivitet når stoffet skal bearbeides, fremfor å diskutere med andre. De øvrige kodene med frekvens ≥ 15, 'Anvende' og 'Forstå', har også en større grad av metaperspektiv over seg. De viser at studentene har et behov for å kunne sette begreper og kunnskap inn i en større sammenheng, enten det dreier seg om hvordan disse kan anvendes i andre sammenhenger, eller om å knytte dem sammen med allerede tilegnet kunnskap for en større forståelse. I en undervisningssituasjon trenger studentene hjelp for å kunne se det større bildet, og forelesninger er en god arena for å gi slik oversikt.

Resultatene i denne artikkelen har derfor et sammensatt budskap. Det ene er at forelesninger ikke bør fases helt ut – de har sin misjon som del av et matematikkemne. Tilrettelegging for kombinasjoner med andre aktiviteter for kognitiv bearbeiding er imidlertid viktig, deriblant ulike arenaer for oppgaveløsing. Vi vet også at studenter av i dag er aktive nettbrukere, og slik aktivitet kan i større grad utnyttes i den kognitive bearbeidingen dersom studentene guides i hvordan de henter frem gode videoer heller enn at de søker tilfeldig på nett. Også dette kan undervisningen tilrettelegge for.

Vi er stadig på jakt etter å forbedre de arenaene vi møter studentene på, og tolkninger av åpne tilbakemeldinger om hva studentene gjør når de lærer, er verdifulle i det som jo er en kontinuerlig prosess.

Litteratur

Bergmann, J. & Sams, A. (2012). *Flip your classroom: reach every student in every class every day*. International Society for Technology in Education.

Bergsten, C. (2011). *Why do students go to lectures?* Paper presented at the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Rzeszow, Poland.

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology, 3*(2), 77–101. https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa

Crooks, N. M. & Alibali, M. W. (2014). Defining and measuring conceptual knowledge in mathematics. *Developmental Review, 34*, 344–377. https://doi.org/10.1016/j.dr.2014.10.001

Dorier, J.-L. (1995). Meta level in the teaching of unifying and generalizing concepts in mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 29*(2), 175–197. https://doi.org/10.1007/BF01274212

Dorier, J.-L., Robert, A., Robinet, J. & Rogalski, M. (2000). The obstacle of formalism in linear algebra. I J.-L. Dorier (red.), *On the teaching of linear algebra* (s. 85–94). Kluwer Academic Publisher.

Dorier, J.-L. & Sierpinska, A. (2001). Research into the teaching and learning of linear algebra. I D. Holton (red.), *The teaching and learning of mathematics at university level: An ICMI study* (s. 255–273). Kluwer Academic Publishers.

Engelbrecht, J., Bergsten, C. & Kågesten, O. (2009). Undergraduate students' preference for procedural to conceptual solutions to mathematical problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *40*(7), 927–940. https://doi.org/10.1080/00207390903200968

Flavell, J. H. (1976). Metacognitive aspects of problem solving. I L. B. Resnick (red.), *The nature of intelligence* (s. 231–236). Lawrence Erlbaum.

Folley, D. (2010). The lecture is dead long live the e-lecture. *Electronic Journal of E- learning*, *8*(2), 93–100.

Fulton, K. (2012). Upside down and inside out: Flip Your Classroom to Improve Student Learning. *Learning & Leading with Technology*, *39*(8), 12–17.

Harris, D., Black, L., Hernandez-Martinez, P., Pepin, B. & Williams, J. (2015). Mathematics and its value for engineering students: what are the implications for teaching? *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *46*(3), 321–336. https://doi.org/10.1080/0020739X.2014.979893

Hiebert, J. (1986). *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics*. Erlbaum.

Iannone, P. & Miller, D. (2018). Guided notes for university mathematics and their impact on students' note taking behaviour. *Educational Studies in Mathematics.*

Kiewra, K. A. (1987). Note-taking and review: The research and its implications. *Instructional Science*, *16*, 233–249. https://doi.org/10.1007/BF00120252

Lay, D. C., Lay, S. R. & McDonald, J. J. (2016). *Linear algebra and its applications* (5 ed.). Addison-Wesley.

Liljedahl, P., Santos-Trigo, M., Malaspina, U. & Bruder, R. (2016). *Problem Solving in Mathematics Education*. Springer Nature.

Marshall, D., Summers, M. & Woolnough, B. (1999). Students' conceptions of learning in an engineering context. *Higher Education, 38*, 291–309. https://doi.org/10.1023/A:1003866607873

Rensaa, R. J. (2014). The impact of lecture notes on an engineering student's understanding of mathematical concepts. *Journal of Mathematical Behavior, 34*, 33–57. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2014.01.001

Rensaa, R. J. (2015). Ingeniørstudenters bruk av læringsverktøy i et lineær algebra-emne - hvilken rolle spiller nettbaserte forelesninger? *Uniped, 38*(4), 345–352.

Rensaa, R. J. (2019). *Hva gjør ingeniørstudenter når de lærer lineær algebra?* Paper presented at the MNT-konferansen 2019, Tromsø. https://ntnu.no/ojs/index.php/njse/article/view/2992/2918

Rensaa, R. J. & Vos, P. (2017). *Interpreting teaching for conceptual and for procedural knowledge in a teaching video about linear algebra*. Paper presented at the Norma 17, Stockholm, Sweden. http://matematikdidaktik.org/wp-content/uploads/2018/09/NORMA-17-2018-papers-SMDF-skriftserie.pdf

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. A. Grouws (red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 334–370). Macmillan.