MAT-3906

Mastergradsoppgave i matematikk - lektorutdanning

EN SAMMENLIGNENDE STUDIE AV NORSKE OG RUSSISKE EKSAMENSOPPGAVER MED LOGARITMER

EN ANALYSE AV EKSAMENSOPPGAVER MED KOGNITIVE KATEGORIER SOM REDSKAP

Veronika Zvorono

Februar, 2011

Fakultet for naturvitenskap og teknologi
Institutt for matematikk og statistikk

Universitetet i Tromsø

MAT-3906

Mastergradsoppgave i matematikk - lektorutdanning

EN SAMMENLIGNENDE STUDIE AV NORSKE OG RUSSISKE EKSAMENSOPPGAVER MED LOGARITMER

EN ANALYSE AV EKSAMENSOPPGAVER MED KOGNITIVE KATEGORIER SOM REDSKAP

Veronika Zvorono

Februar, 2011

Til John Arne

Forord

Med denne matematikkdidaktiske oppgaven avslutter jeg den lange veien som jeg skulle gå for å bli godkjent som lektor ved norsk skole.

Prosessen med å skrive denne oppgaven har vært lang og krevende, men lærerik. Jeg ble mer bevisst på forskjellene mellom norsk og russisk skole, og grunnene til de forskjellene og følgene av dem.

Jeg vil uttrykke min store takknemlighet til mine veiledere Anne Birgitte Fyhn, Institutt for lærerutdanning og pedagogikk, og Trygve Johnsen, Institutt for matematikk og statistikk, for at dere har lest og har gitt raske tilbakemeldinger, for deres konstruktive innspill og ikke minst for deres hjelp med språket.

Stor takk til John, Ericka og Knut for hjelp med korrekturlesing.

Jeg vil også takke min familie og venner, både norske og russiske, for alt støtte i gode og dårligere dager, særlig i de dårligere. Uten dere, ville jeg ikke klare meg.

Tromsø, februar 2011

Veronika Zvorono

Innhold

1. Innledning

1.1. Bakgrunn

Russisk er morsmålet mitt, norsk er det språket som jeg har snakket de siste tretten årene av mitt liv.

Jeg har studert matematikk, fysikk og pedagogikk ved Moskva Statlig Pedagogiske Universitet på slutten av 80-, begynnelsen av 90- tallet, da Russland var i begynnelse av den store forandringsprosessen fra en kommunistisk stat til et demokrati. Jeg har begynt å undervise i norske skole for mer enn 10 år siden, i begynnelsen uten noe annet studiepåfyll fra norske lærerskoler. Det var mye som var uklart og annerledes enn jeg var vant med fra den russiske virkeligheten. I løpet av de neste årene har jeg studert forskjellige studier ved høgskoler og universiteter i Norge og har utviklet min innsikt i norske skolen og opparbeidet mitt eget bilde om den.

En av de viktigste konklusjonene som jeg kom fram til etter mine studier og flere års arbeid i norsk skole er at man ikke skal være raskt med å bedømme skolesystemene i praksis på bakgrunn av åpenbare forskjeller og dens uttrykk. Man skal ikke sammenlikne utdanningssystemer uten å forstå det som ligger i bunnen av ulikhetene.

I forbindelse med dette var det interessant å lese hos Wadel som i sin tur siterer Barth:

Hvis vi vil forstå noe av andres liv, må vi akseptere deres oppfatninger om hva som er viktig i livet; vi må lytte til dem og deres prioriteter. Hva mer er, vi må godta den andre kulturen som en pakke-løsning: det er en annen virkelighet vi vil ha del i, ikke være noen brokker av forestillinger og overtro (Wadel, 1991: 12).

Det er alltid fristende å sammenlikne norsk og russisk skole. For meg som faglærer i matematikk var det interessant å se på matematikkopplæringen og på resultater av denne opplæringen. For å ikke havne i en felle av egne subjektive meninger, prøvde jeg å støtte meg med resultater av komparative undersøkelser som PISA og TIMSS.

Min oppgave kan sees på som et resultat av denne sammenlikningen i praksis.

1.2. Problemstilling

Utgangspunktet for min oppgave er å belyse testede ferdigheter hos elever ved eksamener i matematikk i Norge og Russland, og jeg var interessert i å finne ut hvilke nivå for kunnskapservervelse eksamensoppgavene krever. Det vil ikke bli en objektiv sammenlikning av eksamensoppgaver og de aktuelle ferdighetene for de ulike land, uten å ta i betraktning de forskjellige læreplanene og de ulikepedagogiske teoriene, som ble lagt til grunn til de læreplanene og taksonomier for kognitive nivå, og som verdsettes i den aktuelle skolekulturen. Begrensninger i oppgavens omfang lot meg ikke belyse alle disse sidene i saken. Som hovedmetode valgte jeg å analysere eksamensoppgaver på bakgrunn av offentlige dokumenter, og de pedagogiske teoriene drøftes derfor ikke i oppgaven.

Ulike TIMSS undersøkelser har påvist et svakt prestasjonsnivå hos norske elever, blant annet i området *Algebra* og, jeg syntes at det var interessant å se på eksamensoppgaver i algebra i sammenheng med nivå av kunnskapservervelse. Til slutt ble problemstillingen formulert sånn:

Hva er forskjeller og likheter mellom eksamensoppgaver med logaritmer i Norge og i Russland? Hva tester man ved eksamensoppgaver med logaritmer i Norge og i Russland?

Til analysen ble det valgt oppgaver fra eksamener i matematikk R1 i norske videregående skole og fra avgangseksamener i matematikk i russisk ungdomsskole.

For å beskrive forhold og sammenheng mellom forskjellige læringsmål og mellom forskjellige kognitive virksomhetstyper bruker man ulike typer klassifikasjoner og systematisering av objekter, såkalt *taksonomier.* Objekter i taksonomier befinner seg, som regel, i et hierarki til hverandre fra den enkle til den komplekse.

Jeg valgte å ha fokus på hvilke nivå i ulike taksonomier eksamensoppgavene tilsvarer, og brukte kognitive kategorier som analyseredskap.

Jeg hadde ikke hatt fokus på hvilke ferdigheter og kompetanser som oppgavene ville kontrollere. Jeg har heller ikke analysert de pedagogiske teoriene som ligger bak de nasjonale læreplanene.

1.3. Hovedfunn

Ved analyse av ulike dokumenter, knyttet til eksamensproblematikken i Norge og i Russland og selve eksamensoppgavene med logaritmer for eksamener vår 2009-vår 2010, har jeg vurdert eksamensoppgaver etter innhold, vanskelighetsgrad og kognitive kategorier i de ulike taksonomiene.

Oppsummert viser vurderingen følgende:

– *Likheten mellom oppgaver i Norge og Russland vises i formelle formuleringer av oppgaver*. *Oppgaver med like formuleringer har tilnærmet likt innhold og kontrollerer delvis de samme kunnskapene.*

– *Til forskjell fra de analyserte norske oppgavene, er de russiske oppgavene med logaritmer mer sammensatte og innholdsrike. De russiske oppgavene tester kunnskaper fra andre områder og fra tidligere matematikkurs i større grad enn norske oppgavene gjør. Dessuten har russiske oppgaver høyre vanskelighetsgrad enn norske*.

– Når det gjelder taksonomiens nivå viser oppgaveanalysen at *selv de vanskeligste norske eksamensoppgaver med logaritmer ligger generelt minst på ett nivå lavere i alle taksonomier enn de russiske oppgavene.*

– Mine analyser av eksamensoppgaver med logaritmer for kurs matematikk R1 på videregående skole for de to siste årene viser *at norske elevene testes kun i standardiserte rutinepregede oppgaver.*

2. Teori.

Det var flere viktige punkt, som jeg ville ta med i det teoretiske grunnlaget: TIMSS undersøkelsen, ulike taksonomier for forskjellige kognitive virksomheter og backwash-effekten. I dette kapitlet presenteres den teoretiske forankringen som ligger til grunn for videre analyser av eksamensoppgaver og sensorveiledninger.

1. Her beskrives komparativ undersøkelse TIMSS Advanced 2008, blant annet de kognitive kategorier og kompetansenivå som er brukt der.
2. Det gjøres nærmere rede for to ulike taksonomiene som brukes i vestlige og russiske pedagogikkene.
3. Videre ser jeg nærmere på begrepstrekanten *Kunnskap – ferdigheter - rutinepregete ferdigheter* og på *rutinepregede regneferdigheter* som har ulik plass i norske og russiske skoler.
4. På slutten av kapittelet skriver jeg om sammenhengen mellom eksamen og undervisning, den såkalte backwash effekten (Clarke, 1996). Dette avsnittet har ikke direkte tilknytning til de to tidligere, men har en viktig plass ved å karakterisere arbeidet med læreplanene i undervisningsprosessen.

2.1. TIMSS Advanced 2008

Her vil jeg komme nærmere på hva TIMSS er og hva det står for. Grunnen til det er blant annet at resultatene fra TIMMS Advanced 2008 som en komparativ undersøkelse var et utgangspunkt for mitt arbeid. Både Norge og Russland deltar i den komparative undersøkelsen, og bruker resultatene av den som pekepinner for utviklingsretningen.

TIMSS (*Trends in International Mathematics and Science Study*) er et internasjonalt forskningsprosjekt om matematikk og naturfag i grunnskolen på ulike klassetrinn, hovedsakelige for 4. og 8. klasse, som gjennomføres hvert fjerde år. Norge har deltatt i TIMSS i 1995, 2003 og 2007. Hovedmålet i TIMSS er å samle inn data for å kunne sammenligne realfagundervisning i deltakerlandene. I TIMSS 2007 deltok nærmere 70 land. TIMSS Advanced er et tilsvarende prosjekt om matematikk og fysikk på slutten av videregående skole. Norge har deltatt i 1995 (matematikk i 1998) og i 2008. Målet for TIMSS Advanced er å undersøke elever som har valgt fysikk eller matematikk til fordypning i det siste året på videregående skole. TIMSS Advanced 2008 er, som andre TIMSS undersøkelser, gjennomført i regi av organisasjonen IEA (*International Association for the Evaluation of Educational Achievement*). I TIMSS Advanced 2008 deltok 10 land, bl.a. Norge og Russland.

Studiene dekker spørsmål som gjelder elevenes faglige kompetanse, deres syn på betydning av faget, holdninger, læreres og elevers oppfatning av undervisning og lærernes utdanningsbakgrunn. Undersøkelsen sammenlikner prestasjoner og bakgrunnsfaktorer mellom land, studerer utvikling over tid (trendstudier), prøver å identifisere faktorer, nasjonalt og internasjonalt, som fremmer god læring og en positiv utvikling innen matematikk (og fysikk) i skolen.

TIMSS er en læreplanbasert undersøkelse, der man ønsker å måle det som kan betegnes som ”skolekunnskap”. Et av de viktigste kriteriene for utvelgelse av oppgaver for hvert land er at de er relevante i forhold til hva som undervises i de representative landene (TIMSS, 2005).

2.1.1. Emneområder, mål og sentrale problemstillinger

TIMSS Advanced 2008 har tre innholdsmessige emneområder i matematikk: *Algebra, Geometri* og *Calculus.*

Målet til prosjektet var å beskrive de ulike sider ved læreplaner i det aktuelle faget og sammenhenger mellom disse sidene. Data var analysert på følgende nivå:

– *Systemet (den intenderte læreplanen).* TIMSS analyserer utdanningssystemer, hva som står i fagplaner og lærebøker, strukturen i skolesystemet, skoletyper og fag.

– *Klasserommet (den implementerte læreplanen).* Dette nivået handler om undervisningen og læringsmiljøet i klassen, hva som skjer i klasserommet, hvor stor vekt det legges på ulike faglige emner.

- *Elevene (den resulterte læreplan).* Det handler om hva elevene har oppnådd i form av kunnskap og holdninger (Brekke, 2000).

TIMSS er den mest omfattende og den mest komplekse internasjonale studien til nå. Derfor er det viktig å forstå at de data som ble samlet inn i forskjellige deler av studien har ulik karakter. Datagrunnlaget for undersøkelsen består av elevprestasjoner, spørreskjemaer for elever, lærere og skolelederne. Prosjektlederne i de enkelte deltakerlandene oppgir også opplysninger om organisering av skoletilbudet, rammefaktorer, ressurstilgang, læreplaner og vurderingsformer og lignende (Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010). Data for elevprestasjoner er ganske objektive. Elevens svar på forskjellige spørsmål på et spørreskjema er mindre objektive. Samtidige er analyser av forskjellige læreplaner og lærebøker påvirket (preget) av subjektive meninger til den som utfører dette arbeidet. I tillegg til det er datamengdene så enormt stor at det er vanskelig å skape sammenheng og mening i dataene (Brekke, 2000).

2.1.2. Deltakere i TIMSS Advanced 2008

Populasjonene er definert som elever som tar avansert matematikk i det siste året på videregående skole. I Norge er det elever som tok 3 MX, i Russland er det avgangselever på ungdomsskole, som har valgt matematikk som studieretning.

Videre undersøkes i TIMSS: gjennomsnittlige alder, antall år på skolen og hvor stor andel av den aktuelle aldersgruppa som undersøkes (dekningsgrad). Variasjonene mellom landene er rimelig store. For de aktuelle landene for min undersøkelse er det følgende

	Alder	**Antall år på skolen**	**Dekningsgrad**
Norge	18,8	12	10,9 %
Russland	17	10 eller 11	1,4 %

I undersøkelsen framgår at norske elevene fra det siste året på videregående skole er både nesten 2 år eldre og har gått lengre på skolen, enn russiske elever fra avgangsklasser med fordypning i matematikk. Forskjellen i dekningsgrad er også vesentlig. På grunn av begrensning i oppgavens omfang drøftes den store variasjonen i dekningsgrad ikke videre.

2.1.3. TIMSS kompetansenivå

TIMSS Advanced har utviklet et system for å kunne gi en beskrivelse av hvilken type kompetanse elever har, basert på antall poeng de oppnår.

– *Avanserte nivå* karakteriseres med at elevene viser begrepsforståelse og behersker prosedyrer. De demonstrerer evne til å gjennomføre resonnementer i ulike emner og bruker dette til å løse problemer i komplekse situasjoner. Den minste poengsummen er 625 poeng;

– *Høyt nivå* karakteriseres med at elevene kan bruke sin kjennskap til matematiske begreper og prosedyrer i ulike emner for å analysere og løse både standardiserte og ikke-standardiserte flertrinnsoppgaver. Den minste poengsummen er 550 poeng;

– *Middels nivå* karakteriseres med at elevene kan bruke sin kjennskap til begreper og prosedyrer i ulike emner for å løse rutinepregede oppgaver. Den minste poengsummen er 475 poeng.
– *Lavt nivå* – mindre enn 475 poeng. (Dette er ikke et nivå som er definert og beskrevet).

Elevene som har den kompetanse som kjennetegner ett nivå, vil i tillegg ha de kompetansene som definerer de lavereliggende nivåene (Grønmo, Onstad og Pedersen , 2010: 45-48).

2.2. Taksonomier

I dette avsnittet vil jeg gi en kort karakteristikk av ulike taksonomier.

Det ene av dem er taksonomien som brukes i TIMSS. Hensikten med å vise TIMSS taksonomien er å vise en annen taksonomi, som ikke er den samme som brukes tradisjonelt innenfor de nasjonale skolene, men som brukes på grunn av at landene deltar i internasjonale komparative undersøkelser, i dette tilfellet – TIMSS. TIMSS taksonomien vil være den felles taksonomien.

De to andre er "lokale" taksonomier: den vestlige av Bloom og den russiske av Bespaljko. Målet med å beskrive de tre systemer er å vise et utvidet spekter av analyseverktøy, som vil videre brukes ved oppgaveanalysen. På grunnlag av de tre taksonomiene vil jeg analysere eksamensoppgaver videre i kapittelet 5 *Analyse*.

Man kan se på opplæringen som en ervervelse av kunnskaper og ferdigheter til at de når et bestemt nivå i løpet av en bestemt begrenset periode. I grunnlaget for kunnskapservervelse hos elever ligger aktiv kognitiv virksomhet, som skal veiledes av læreren. Som jeg har forklart tidligere beskriver taksonomier forhold og sammenheng mellom forskjellige læringsmål og mellom forskjellige kognitive virksomhetstyper.

Den første taksonomien for opplæringsmål ble publisert av Bloom i 1956. I den vestlige pedagogikken finnes det flere alternativer til Blooms taksonomi. Her kan man nevne PISAs taksonomi (Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe og Turmo, 2004) og TIMSS – taksonomi (Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010; Kovaleva, under arbeid). I den russiske pedagogikken er mest kjente taksonomien av V.P.Bespaljko (Bespaljko, 1989) og av D. Tolingerova (Talysina, 1998).

Taksonomiene brukes som et rammeverk for vurdering av og for læring og for beskrivelse av ulike kompetanse eller ferdighetsnivå. Throndsen mfl. (Throndsen, Hopfenbeck , Lie og Dale, 2009) i rapporten ”*Bedre vurdering for læring*” beskriver en sammenheng mellom taksonomiens tenking og gradering av kompetansemål fra LK06. En liknende sammenheng kan finne også i beskrivelse av opplæringsmål i russiske Utdanningsstandarder (DUVFR, utkast).

2.2.1. Kognitive kategorier i matematikk i TIMSS Advanced.

Det er et mål at oppgavene i alle TIMSS undersøkelsene skal stille krav til ulike kognitive kategorier til elevene. Rammeverket for TIMSS Advanced 2008 har definert tre slike kategorier:

Å *kunne* – elever må huske fakta, å gjenkjenne objekter og uttrykk, å beherske algoritmer (som for eksempel løsning av standard likninger), å hente informasjon fra grafer og tabeller

(Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010: 247).

Muligheter til bruk av matematikk til oppgaveløsning eller resonnement avhenger ofte av kjennskap til matematiske fakter (grunnsetning, teorem, egenskaper og lignende) og forståelse av essensen/kjernen til matematiske begrep. Jo flere fakter som en elev kan reprodusere og jo bredere begrepsforståelse, jo større er muligheten at eleven kan klare seg i forskjellige problemsituasjoner og vil utvikle matematikkforståelse videre.

Uten en kunnskapsbase som hjelper å reprodusere matematikkspråk og de grunnleggende fakter, kan man ikke beherske matematisk tenkning. Uten kjennskap og beherskelse av prosedyrer og algoritmer kan man ikke generalisere og lage modeller.

Kategorien *Å kunne* inneholder ulike typer kognitiv virksomhet:

Reprodusere	Å reprodusere definisjoner, terminologi, symboler, egenskaper av tall, geometriske egenskaper.

Identifisere	Å identifisere matematiske ekvivalente objekter (for eksempel ulike representasjoner av samme funksjoner eller sammenhenger).
Regne ut	Utføre algoritmer (for eksempel å finne den deriverte av et polynom og løse enkle likninger).
Trekke ut informasjon	Å trekke ut informasjon fra grafer, tabeller, diagrammer og andre kilder. (Kovaleva, under arbeid; Grønmo, Onstad og Pedersen , 2010).

Å *anvende* – å bruke kunnskapene og ferdighetene til å velge metoder og strategier, å representere matematisk informasjon på ulike måter, å modellere situasjoner, å løse rutineoppgaver (Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010: 247).

I oppgaver av denne type kreves at elever ikke bare bruker sine kunnskaper av matematiske fakter, ferdigheter og algoritmer, men også har forståelse av ulike matematiske begrep til å lage ulike presentasjoner av ideer eller objekter og til oppgaveløsning. Fremstilling av ideer, resonnementer og løsninger danner et grunnlag for matematisk tenking og kommunikasjons ferdigheter. Evnen til å presentere objekter ved hjelp av ulike presentasjoner sikrer vellykkete resultater i matematikk.

Oppgaveløsning sees på som det viktigste målet og middelet i matematikkopplæring. Derfor tilhører evner til oppgaveløsning og ferdigheter den kognitive kategorien *å anvende* (*å bruke kunnskaper og begrep).* Å velge, å presentere, å modellere er et eksempel på ferdighetene knyttet til oppgaveløsning. Oppgaver fra kategorien *å anvende* kan både være knyttet til reelle praktiske situasjoner, eller være teoretiske, for eksempel knyttet til algebraiske uttrykk, funksjoner, likninger, geometriske figurer, statistikk. I denne kategorien legges vekt på løsningen av typiske standardiserte oppgaver. Disse oppgavene må være kjent for elevene, slik at de kan velge og bruke en kjent for dem metode.

Kategorien *Å anvende* inneholder ulike typer kognitiv virksomhet:

Velge metoder	Velge en produktiv metode eller strategi for å løse problemet i saken når det finnes en alminnelig utbredt (kurant) metode.

Presentere	Lage tilsvarende (ekvivalente) former for representasjon av matematiske objekter, sammenhenger eller informasjon (for eksempel på grunnlag av et funksjonsuttrykk i form av en likning, skal man lage en verditabell som vil beskrive den aktuelle funksjonen).
Modellere	Lage en modell (for eksempel en likning, en funksjon, en graf) til løsning av en standardisert (typisk) oppgave.
Løse standardiserte (typiske) oppgaver	Løse standardiserte oppgaver (som ligner på oppgaver fra undervisning), for eksempel å differensiere et polynom, bruke egenskaper til geometriske figurer til oppgaveløsning.

(Kovaleva, under arbeid; Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010).

Den tredje kategorien er **å *resonnere*** – å tenke logisk, å analysere informasjon og trekke gyldige konklusjoner, å generalisere resultater, å kombinere matematiske ideer, kunnskaper og ferdigheter; å begrunne påstander ut fra matematiske resultater og egenskaper; å løse komplekse problemer som ikke er rutinepreget, både i ren matematiske og anvendte sammenhenger (Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010: 247).

Oppgavene fra denne kategorien er ofte komplekse og er ikke kjente for elever. For å løse slike oppgaver kreves en kognitiv virksomhet på et høyere nivå, enn til løsning av mer typiske oppgaver, selv om at for oppgaveløsning i denne kategorien er de nødvendige faktene og ferdigheter kjente for elever. Disse oppgaver krever anvendelse av fakter og ferdigheter i en ny ukjent situasjon og interaksjon mellom ulike resonnement typer (argumentasjon, bevis, forklaring og lignende).

De ulike typene kognitive virksomheter i kategorien *Å resonnere,* er en del av refleksjonen ved tenkning og løsning av nye eller vanskelige oppgaver. Samtidige er hver av disse typene et betydelig resultat av læring, og fremmer utviklingen av en mer generell stil i tenkninger eller evne til generalisering. Dette inkluderer evner til å observere, trekke konklusjoner, utlede logiske konsekvenser som er basert på antagelser og regler, og forklare resultatene.

De ulike typer kognitive virksomhet i kategori *Å resonnere* er:

Analysere	Å undersøke en gitt informasjon, å velge ut de matematiske faktaene, som er nødvendig for å løse problemet. Å identifisere, beskrive, eller å bruke forholdet mellom verdier eller objekter i matematiske situasjoner. Å gjøre nøyaktige konklusjoner basert på en gitt informasjon.
Generalisere	Å utvide det området der resultatene kan anvendes i matematisk tenkning og å løse problemer ved hjelp av utformingen av resultater i mer generelle vendinger (termer).
Bruke syntese	Å kombinere ulike matematiske prosedyrer for å oppnå resultater og å kombinere resultatene for nye resultater videre. Å etablere koblinger mellom ulike elementer av kunnskap og relevante presentasjoner; å etablere likheter mellom nærstående matematiske ideer.
Løse ikke-typiske oppgaver	Å løse problem rent matematisk, eller relatert til virkelige dagligdags situasjoner som elevene involvert i testing, mest sannsynlig ikke hadde noen kjennskap til; å bruke matematiske metoder i en ukjent eller vanskelig situasjon. (Etter Kovaleva, under arbeid; Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010).

Jeg vil tolke sammenhengene mellom kognitive kategorier i TIMSS studiet og de beskrivelsene for kompetansenivå på følgende måte: for å oppnå *Middels nivå* må elevene befinne seg i kategorien *Å kunne.*For å kunne gå over *til Høyt nivå*, må eleven både *kunne*, *anvende* og til og med komme delvis inn i kategorien *Å resonnere. Det Avanserte nivået* vil karakteriseres av bruk av alle tre kategorier.

2.2.2. Blooms taksonomi

Blooms måltaksonomi (Bloom, 1956) som tar for seg klassifisering av pedagogiske mål innenfor det kognitive området er imidlertid mest kjent og brukt innenfor den vestlige pedagogikken.

		Karakteriseres av	Knyttet til mål Elevene skal kunne
1	Kunnskap /hukommelse	At eleven husker spesifikke fakta, lagrer ulike typer informasjon i sin bevissthet. Eleven klarer å organisere informasjonsbitene i hukommelsen slik at de kan hentes fram senere ved behov.	– gjenkjenne konkrete fakter, begrep, regler og prinsipper; – huske og reprodusere termer; – gjenkjenne metoder og algoritmer.
2	Redegjørelse /forståelse	At eleven skal kunne beskrive og i noen grad utdype med egne ord det en har lært. Eleven forstår stoffet, kan presentere det i forskjellige former og kan beskrive evt. konsekvenser (følger)	– forstå fakta, regler og prinsipper; – presentere stoff i forskjellige former bl.a. ved hjelp av matematiske symboler
3	Anvendelse	At eleven kan ta i bruk den lærte kunnskapen (innlærte regler, metoder, begrep, prinsipper, teorier)i løsningen av ulike typer problemer.	– anvende begrep og prinsipper i en ny ukjent situasjon; – anvende teorier i konkrete praksissituasjoner – demonstrere riktig anvendelse av metoder eller algoritmer
4	Analyse	At eleven på en effektiv måte klarer å dele opp helheter i elementer og forstår sammenhengen mellom dem i den totale konteksten.	– ser feil i et logisk resonnement; – skiller mellom fakta og følger – vurderer vesentlighet av informasjon.
5	Syntese	At eleven kan sette sammen deler eller elementer slik at de danner en helhet. Det nye produktet kan være et foredrag, handlingsplan, skjemaer som systematiserer informasjon	– anvende kunnskap fra forskjellige områder til å lage en løsning/løsningsplan til et komplekst problem.
6	Evaluering	At eleven på en effektiv måte klarer å vurdere et stoff (læresetning, forskningsdata, litteraturstykke og lignende) etter bestemte kriterier.	– vurdere logikk i oppbygning av stoffet; – vurderer sammenheng mellom informasjon og konklusjoner utefra bestemte logiske kriterier.

Tabell 2-1. Blooms taksonomi. (Etter Bloom, 1956; Talysina, 1998).

Blooms måltaksonomi (tabell 2.2.-1.) beskriver og rangerer de kognitive læringsmålene i en stigende rekkefølge fra den enkle til den avanserte. Den mer avanserte forutser at eleven mestrer det som kreves på lavere nivå.

Throndsen mfl. (Throndsen mfl., 2009) gjør oppmerksom på at bruk av uttrykk for måloppnåelse som: ”å gi eksempel”, ”å beskrive” som vanligvis karakteriserer lav måloppnåelse i enkelte tilfeller, likevel kan være uttrykk for høy måloppnåelse, når problemstillingen er komplisert. Omvendt, kan uttrykkene ”å analysere” og ”å forklare” vise lav måloppnåelse ved en forklaring av fenomener ved en velkjent situasjon og vise høy måloppnåelse ved en komplisert og/eller ukjent situasjon. Derfor skal verbene ikke brukes isolert fra situasjonsbeskrivelser.

2.2.3. Bespaljkos taksonomi

Ervervelsesnivå av nye kunnskaper			
	Navn	Karakteristiske oppgavetyper	Karakteriseres av:
0 (null)	Forstå (reproduktiv virksomhet)		At elever viser fravær av erfaringer i dette konkrete området / virksomhetstyper. Samtidige vitner (bekrefter) forståelsen om evner til oppfatning av ny informasjon, dvs. opplæringsevner.
1	Kjenne igjen (reproduktiv virksomhet)	– klassifisering – identifisering – skjelne mellom	At elever utfører alle handlinger på grunnlag av en handlingsbeskrivelse, eksempel, tips (reproduktiv virksomhet/ handling).
11	Reprodusere (reproduktiv virksomhet)	– typiske oppgaver – konstruktive – innsetning	At elever selvstendig reproduserer kunnskaper og bruker de i en kjent situasjon, men virksomhet/ handling forsetter å være reproduktiv.
111	Anvende (produktiv virksomhet)	– ikke typiske (evristiske) oppgaver	At elever viser evner /dyktighet til å bruke ervervet kunnskap i en ukjent situasjon. I dette tilfellet er handlingen produktiv.
1V	Skape ny (å være kreativ) (produktiv virksomhet)	– komplekse problemer	At elever fungerer i en ny og ofte i en uforutsigbar for han situasjon, vil skape nye regler, handlingsalgoritmer, dvs. en ny kunnskap. En slik produktiv handling/virksomhet regnes som en ekte kreativitet (skapelse)

Tabell 2-2. Bespaljkos taksonomi. (Etter Bespaljko, 1989)

Bespaljkos taksonomi (Bespaljko, 1989) beskriver og rangerer nivå for kunnskapservervelse. De nivåene kan også tolkes som kognitive læringsmål. Bespaljko sier at kunnskaper kan tilegnes på ulike nivå:

– *reproduktivt nivå* – reproduksjon etter et eksempel, en instruksjon;

– *produktivt nivå* – søking og funn av nye kunnskaper, en ikke- standard framgangsmåte.

Ved å skille mellom produktive og reproduktive virksomhetstyper og se på dens struktur etter gjennomføringsselvstendighet, kan man strukturere ervervelsesnivå av nye kunnskaper. Taksonomien er presentert i tabell 2-2.

2.3. *Kunnskap – Ferdigheter - Rutinepregete ferdigheter*. Regneferdigheters plass i norsk og i russisk skole

I dette avsnittet, vil jeg se mer detaljert på begrepet *rutinepregete ferdigheter* som har ulik plass i norske og russiske skolene. Jeg betrakter dette begrepet som viktig, i forhold til spørsmålet som skal drøftes videre ved analysen om ferdigheter fra tidligere matematikkurs.

I russisk skole brukes begrepet som en del av trekanten: *Kunnskaper – ferdigheter – rutinepregete ferdigheter*. *Kunnskap* sees som en forståelse, bevaring i minne og en ferdighet til å reprodusere de grunnleggende fakta og å kunne dedusere av dem teoretiske generaliseringer (regler, lov, konklusjoner og lignende). *Ferdigheter* er beherskelse av forskjellige framgangsmåter (metoder) til anvendelse av allerede ervervete kunnskaper i praksis. For eksempel er ferdigheter til å løse matematiske oppgaver/problemer knyttet til tilegnelse av slike metoder som:

analyse av oppgavens betingelser, sammenlikning av denne betingelsen med ervervede kunnskaper, valg av framgangsmåter på grunnlag av anvendelse til ervervede kunnskaper, praktiske handlinger (løsning) og til slutt vurdering av svarets gyldighet.

I dette tilfellet ser man på *rutinepregete ferdigheter* som på en komponent av ferdigheter, som på en automatisert handling. For eksempel, flytende lesing kan tolkes som en rutinepreget ferdighet, en nødvendig komponent for en innsiktsfull lesing (Harlamov, 1990).

Hvis man skal finne et eksempel på rutinepregete ferdigheter i emnet *Algebra* som er aktuelt for min oppgave, kan man vise til løsninger av andregradslikninger både ved hjelp av *abc*-formelen og ved hjelp av Viete-setningen. Ved innføringen av emnet *Andregradslikninger,* vil bruk av Viete-setningen ses som en ferdighet. Etter hvert, etter at kunnskapen vil bli ervervet og er gjort til sin egen, skal den anvendes til løsninger av mer sammensatte problemstillinger, der andregradslikningen bare er en av flere deler i resonnementet. Ved løsningen av slike problemstillinger/oppgaver, vil bruk av Viete-setningen ses som en rutinepreget ferdighet.

Trekanten *Kunnskaper- ferdigheter – rutinepregete ferdigheter* har en spesiell plass i russisk pedagogikk (didaktikk) og jeg vil kalle den for et særtrekk for den russiske didaktiske tenkingen, der man skal se på begrepet som en helhet. Delene fungerer ikke uten hverandre og må vurderes som en helhet.

I forhold til det internasjonale nivået brukes tydelig mer tid i russisk skole til automatisering av algoritmer og regneferdigheter enn for eksempler arbeidet med begrepsforståelse, utforskningsferdigheter, problemløsning med komplekse problemer og lignende (Kovaleva, under arbeidet).

I den norske skolen er situasjonen med arbeidet med regneferdigheter annerledes. Viktigheten av å ha regneferdigheter og faktakunnskaper er blitt til en viss grad nedtonet i skolematematikken, mens viktigheten av begrepsforståelse og problemløsing har blitt framhevet. Den økte vekten på matematikk i dagliglivet, spesielt i L97, sammen med en klar nedtoning av blant annet algebra på ungdomstrinnet, har fått konsekvenser også for elevenes læring av matematikk i videregående skole at prestasjonene i algebra blitt lave (Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010).

2.4. Backwash-effekten.

I den siste delen av dette avsnittet vil jeg i korte trekk beskrive hva backwash-effekten er og hvorfor det er viktig for mitt arbeid å ta i betraktning denne effekten.

Begrepet "backwash-effekt" brukes i faglitteraturen for å illustrere sammenhengen mellom vurdering og undervisning.
David Clarke (Clarke, 1996), en anerkjent internasjonal forsker innen for matematikkevaluering, mente at det som skal evalueres bestemmer hva som skal undervises i.

Det som blir verdsatt i evalueringen fungerer som mål i undervisningen og det som ikke vil evalueres, eller er vanskelig å evaluere, vil nedprioriteres i undervisningen. Kort sagt: hva som skal vurderes bestemmer, hva som skal undervises i. Det er lett å forestille seg at lærere ønsker at elevene vil gjøre det godt på prøver/avsluttende prøver og derfor vil velge dette stoffet i sin undervisning som prøven vil omhandle. Lærere vil sannsynligvis legge mindre vekt på eller velge bort stoffet som de vet (eller tror at de vet) ikke kommer til å bli presentert på prøven/eksamen.

Sammenhengen eksamen - undervisning kan være negativt (jf begrepet ”teach to the test”), men kan også innebære noe positivt. Er testene konstruert ut fra godt dokumenterte teorier om hva det faktisk er viktig å mestre, gjør det jo ingen ting om innholdet i dem påvirker undervisningen.

Læringskvaliteten ved undervisningen er påvirket både av kjennskapen til eksamensinnhold og elevens innsikt i evalueringsprosessen. Smith (Smith, 2009) henviser til forskere Gipps, Black&William, Stiggins, og sier at de er enig at ved vurderinger som fokuserer på kun på sluttproduktet, er det ikke uvanlig at elevene velger å fokusere på pugging like før eksamen, de prøver å ta igjen det som ikke ble gjort på et tidligere tidspunkt. Under en slik eksamensforberedelse utvikler elever prøvestrategier, som ikke nødvendigvis karakteriserer dyp kunnskap, eller mer og bedre kompetanse. Kunnskapen kan være mer overfladisk og vil bli fort glemt. På den andre siden, når elever er involverte i vurderinga av egen læring om hva de kan og hva som de må gjøre for å komme videre, følger de sin egen utvikling i løpet av læringsprosessen på en aktiv måte. Dokumentasjon i den internasjonale forskningslitteraturen viser at kvaliteten på læringa vil bli bedre.

Spørsmålet om backwash effekten er et viktig spørsmål for mitt arbeid. Med utgangspunktet i ulike prestasjoner ved TIMSS Advanced 2008 hos norske og russiske elever, ville jeg sammenlikne i undervisning i matematikk i Norge og i Russland. Backwash-effekten, som sier at eksamener styrer undervisning, gir meg grunnlag til å bytte undervisningsanalyse med analyse av eksamener og eksamensoppgaver.

I drøftingen av dette temaet vil jeg også ta med det som Smith med henvisning til Ediger (Smith, 2009) og Dale og Wærness (Dale og Wærness, 2006) påpeker, at vurdering av læringsprosessen og læringsresultater i praksis påvirkes av det læringssyn og den læringsfilosofien som i sin tur avhenger av det politiske systemet. Dette vil jeg drøfte videre i kapittel 6. *Diskusjon* og beskrive hvordan sammenhengen mellom undervisning og eksamen uttrykkes i offisielle rapporter i Norge og i veiledninger til lærere i Russland, og vise synsvinkler på problematikken i de to ulike skolesystemer. Disse rapportene som jeg har fått til disposisjon gir meg ikke grunnlag til å sammenlikne undervisningen som er rettet mot eksamen i de to landene i praksis. Rapportene og veiledningene avspeiler intensjoner karakteristiske for de aktuelle skolekulturene i forhold til backwash-effekten.

3. Bakgrunnsmaterialet.

I dette kapitlet presenteres innhold av de to aktuelle matematikkursene: R1 i norske videregående skole og på ungdomstrinnet i russiske allmennskolen. En viktig del i kapittelet er avsnittet om innhold av eksamenssett ved eksamener for de to siste årene (2009, 2010). På slutten viser jeg til offisielle norske og russiske veiledninger, som sier noe om backwash effekten (sammenhengen mellom eksamen og undervisning).

3.1. Innblikk i det russiske skolesystemet

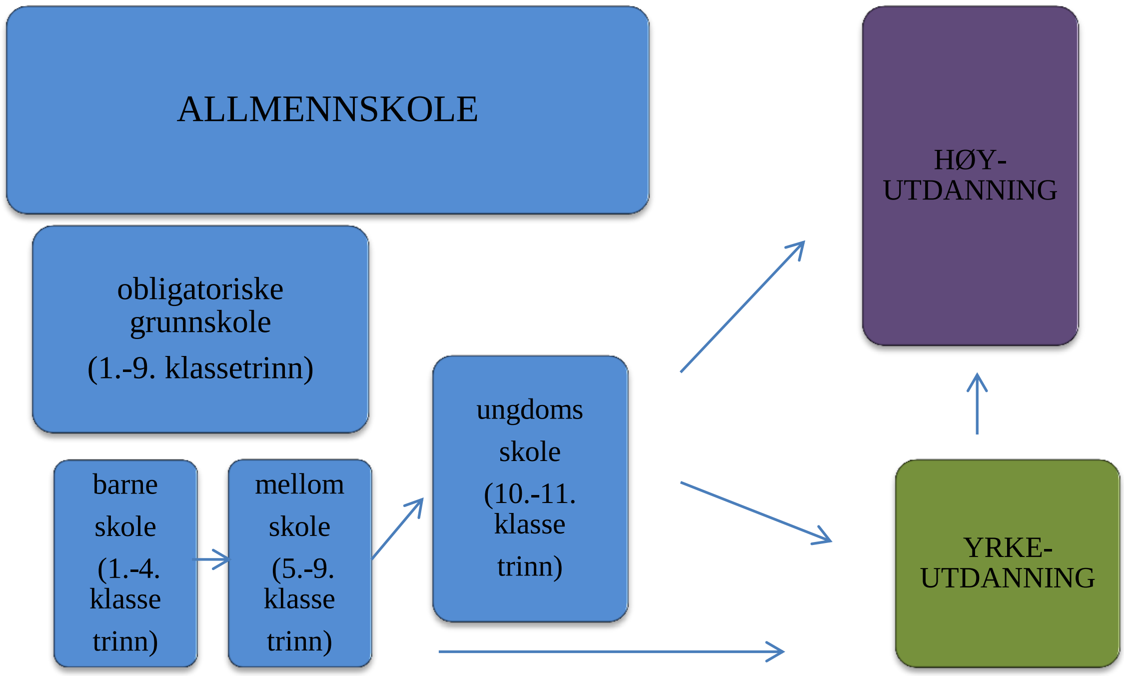
I dette avsnittet vil jeg i korte trekk presentere skolestrukturen i Russland, eksamensordning i den russiske skolen og noen særtrekk i russisk skoletradisjon. Jeg vil ikke gå like dypt i beskrivelse av norske struktur, skoletradisjonen og eksamensordning, ut fra at norske lesere har en viss kjennskap til norsk skole.

3.1.1. Skolestruktur

For å forenkle litt bildet av et komplisert utdanningssystem i Russland, med flere ledd som kan kombineres i et skoleforløp, vil jeg her bare vise allmennskoleforløpet (fig.1). Allmennskolen består av den obligatoriske grunnskolen, som i sin tur kan deles inn i barneskolen (1.- 4. trinn) og mellomskolen (5.- 9.trinn). Etter den obligatoriske grunnskolen kan man slutte på allmennskolen og begynne på yrkesskolen, eller fortsette med allmennskolen i form av ungdomsskole i 10.– 11. trinn. Fra 9. trinnet (og i noen skoler enda tidligere) kan man velge fordypning i ulike utdanningsprogrammer.

I følge Lov om Opplæring (DUVRF, 1996: § 19.2) man må starte på allmennskole i 6-7 års alderen (men ikke senere enn ved 8 år) og man skal avslutte skolen senest ved 18 år. Foreldrene kan søke om at barna kan begynne på skolen og avslutte den tidligere (tidligst ved 15 år). På samme måte som den videregående opplæringen i Norge, er ungdomstrinnet på allmennskole (10.– 11. klassetrinn) ikke obligatorisk i Russland. Men for å fortsette utdanning på et høyere nivå, må man fullføre enten ungdomstrinnet eller yrkesskolen på et mellomnivå.

Lov om opplæring fra 1996 åpner for forskjellige typer private friskoler, familieskoler, gymnaser, lycéer og lignende. Reglementene for de skolene kan være prinsipielt ulike, og skolene kan bestemme selv det meste, blant annet utdanningsprogram, organisering av opplæring, arbeidsformer, vurderingsformer og vurderingskriterier. Samtidige bestemmer Loven formål for opplæringen, felles minste krav til opplæringsinnhold og minste krav til resultater hos avgangselever (kompetansemål) for alle typer skoler (DUVRF, 1996: § 13, 15–16).



Figur 1. Skolestruktur i Russland. Allmennskoleforløpet.

3.1.2. Statlige utdanningsstandarder

I den russiske "Lov om opplæring" av 1996 ble det bestemt at det skal utarbeides Statlige utdanningsstandarder (DUVRF, 1996, § 7), som definerer det nødvendige kunnskapsnivå som alle elever har krav på ved opplæringen. Disse standardene skal legges til grunn for en

objektiv vurdering av utdanningsnivå og kvalifikasjoner hos avgangselever uansett opplæringsform.
Statlige Standarder for grunnleggende allmenn utdanning dekker spørsmål om: krav til resultater av grunnleggende utdanningsprogrammer ved allmenn utdanning; struktur til grunnleggende utdanningsprogrammer, bl.a. krav om innholdsemner og forholdet mellom obligatoriske og valgfri deler i programmer; implementeringsvilkår (personal, finanser, logistikk og lignende)

Standarder bestemmer formål, de grunnleggende resultatene av opplæring og krav til resultater hos avgangselever etter avsluttet opplæring.

3.1.3. Læreplaner og timefordeling

I dette avsnittet vises hvor mange timer som er tildelt til matematikkfaget på ulike trinn og ulike studieretninger i Russland. Mer detaljert informasjon om timefordelingen i russiske skolen kan man finne i Appendiks 1 *Timefordeling*. For norske lesere som ikke kjenner til detaljer i læreplaner i norsk grunnskoler, vil jeg oppgi også en liknende informasjon om timetall i matematikkfaget i Norge.

I tabellen 3.-1. vises en oversikt over timetall i matematikk fra barnetrinn til og med VG2 i Norge og i Russland. Det vises også forskjellene mellom timetall i faget avhengig av studieretning. Man må være oppmerksom på at på grunn av VG3 kurs er ikke aktuell for min undersøkelse, er timetallet fra VG3 ikke med i tabellen. Antall timer har jeg omregnet til 45 min lengde, i parenteser står timetall i 60 min. enheter.

Den statlige grunnleggende (basis) læreplan er et normativt dokument som er laget på grunnlag av de statlige utdanningsstandarder, den statlige komponenten. Læreplanen regulerer timefordelinger i løpet av et skoleår og bestemmer forholdet mellom den statlige komponenten, den regionale/ nasjonal-regionale[1] komponenten og komponenten til den spesifikke enkelte utdanningsinstitusjons komponenten (lokale komponenten). Som navnene antyder kan innholdet av disse komponentene bestemmes på statlige, regionale/nasjonal-regionale og lokalt på utdanningsinstitusjonsnivå.

[1] Russland har i alt 83 administrative områder.

Man skal se her at begrepet *Læreplan* i russisk skole er ikke det samme som begrepet *Læreplan* i norsk skole. Der den norske Læreplanen regulerer både formål med faget, hovedområder, timetall, grunnleggende ferdigheter og kompetansemål, regulerer den russiske Læreplanen kun timetall og forholdet mellom ulike komponentene. De andre hoveddelene reguleres av de Statlige utdanningsstandarder.

	Barne trinn	***Mellom trinn***	***Ungdoms skole***	***VG1***	***VG2***	***Til sammen***
Russland (spesialiserende retning)	540	875	560 [2]	-	-	**1975** (eller mer, inntil 2255)
Russland (ikke-spesialiserende retning)	540	875	280	-	-	1695
Norge (spesialiserende retning)	747 (560)	437 (328)	417 (313)	187 (140)	187 (140)	**1975**
Norge (ikke-spesialiserende retning)	747 (560)	437 (328)	417 (313)	187 (140)	112 (84)	1900

Tabell 3-1. Oversikt over timetall i matematikk fra barnetrinn til og med VG2 i Norge og 11. klassetrinn i Russland. (DUVRF, 2004a; KD, 2006b; KD, 2006c).

3.1.4. Eksamensordning ved Enhetlig Statlig Eksamen (ESE)

I dette avsnittet skal jeg gi en kort generell beskrivelse av eksamensordning i matematikk og vise til noe karakteristiske trekk ved det. Beskrivelse av innholdet i eksamenssett vil bli gitt senere i kapittelet.

Ved avslutning av skoleforløp etter 9. klasse avlegges en Statlig Avsluttende Attestering, der elever må ta minimum 4 eksamener. Det er to skriftlige eksamener - en i russisk språk og en i matematikk. To andre eksamener velger elevene selv i de fag som er nødvendig for å gå videre til aktuelle yrkesskoler, eller fortsette 2 år til på allmennskole i en grunnleggende (universal) eller en spesialiserende retning. Etter 11.klasse må alle elevene avlegge obligatorisk Enhetlig Statlige Eksamen (videre ESE) i minst to fag: matematikk og russisk språk og litteratur. Disse eksamenene er obligatoriske for alle avgangselever som har fått i alle fag standpunktkarakter *tilfredsstillende (3)* eller bedre. ESE ligner på eksamener fra 9.klassen i formen og organisering, men har høyere faglige nivå. Eksamener i andre fag bestemmes av

[2] I følge grunnleggende læreplanen (DUVFR, 2004a) kan samlet timetall i matematikk (fra den statlige, den regionale og den lokale komponentene) være inntil 840 undervisningstimer (45 min) fordelt på 2 år. Konecpoljskaja oppgir at i praksis dreier det seg ofte om 8 timer matematikk per uke, 560 timer på to år, der delen fra den statlige komponenten utgjør 420 t, fra den regionale – 70 t og fra den utdanningsinstitusjons komponenten – 70 t (Konecpoljskaja, 2010).

elevers ønske, dersom de trenger de fagene for å studere videre ved høgskoler/universiteter eller ved andre fagskoler/yrkesskoler på et lavere nivå.
Eksamensoppgaver er utarbeidet av den Statlige Instituttet for Pedagogiske Målinger (indikatorer for måloppnåelse). Oppgaver er laget i samsvar med kravene som stilles av utdanningsstandarder. Oppgavene hentes fra ESEs databasen, som inkluderer over 100 000 oppgaver. Fordi Russland er et stort land og ulike landsdeler ligger i ulike tidssoner, brukes det ulike oppgavesett i forskjellige landregioner. Alle varianter av eksamenssett har samme type oppgaver av tilnærmet lik emner og vanskelighetsgrad. Alle oppgavesett har lik struktur og bygd opp etter samme plan (SIPM, 2009).

3.2. Innholdet i de aktuelle matematikkursene og logaritmes plass i de kursene

I dette avsnittet vil jeg gi en kort beskrivelse av innhold av matematikkurs R1 (programfag i studiespesialiserende utdanningsprogram) i norsk videregående skole og matematikkurs for ungdomstrinnet (spesialiserende retning i matematikk) i russisk allmennskole. Jeg vil gi en oversikt over timetall beregnet på de aktuelle kursene, innholds hovedområder og grunnleggende ferdigheter som kontrolleres ved en skriftlig eksamen. For lesere kunne bedre forstå grunnlag for forskjellene i omfang av eksamensoppgavers innhold i Norge og i Russland, vil jeg videre vise de kompetansene og ferdighetene som er knyttet til oppgaver med logaritmer og som kontrolleres ved en norsk og russisk eksamen.

3.2.1. Kurset R1 i norsk videregående skole

Hovedområder: Geometri, Algebra, Funksjoner, Kombinatorikk og sannsynlighet.

Timetall: 140 årstimer, der timetallet er oppgitt i 60 minutters enheter. Ved omregning til en undervisningstime på 45 min, vil man få ca. 187 årstimer, det vil si 5 undervisningstimer per uke.

Innholdselementer som er knyttet/kan knyttes til emnet Logaritmer. LK6 sier ingenting direkte om innholdselementer i hovedområdene. Men hvis man skal ha en rask analyse av noen lærebøker som brukes ved videregående skole, kan man lage et tilnærmet bilde av hvilke innholdselementer elevene får undervisning i. Jeg har analyserte følgende bøker: Gyldendals Sigma R1 matematikk (Sandvold mfl., 2007), Aschehougs Matematikk R1 (Heir, Borgan, Erstad, Moe og Skrede, 2007), Cappelens Sinus matematikk R1 (Oldervoll, Orskaug, Vaaje, Hanisch, Hals, 2007). Det er viktig å legge merke til at her presenteres lærerbøkers tolkning av læreplanen og kompetansemål. I tabellen 3-2. kan man finne de elementene som gjelder logaritmer og som forfattere av lærebøker belyser.

Emner	**Innholdselementer**
ALGEBRA	– Definisjon av logaritmer; – Briggske logaritmer; – Logaritmesetningene ($\lg(a \cdot b), \lg \frac{a}{b}, \lg a^{x}$); – Likninger med logaritmer, eksponentiallikninger; – Tallet e, Naturlige logaritmer; – Likninger med naturlige logaritmer; – Utrykk og likninger med tallet **e;** **–** Ulikheter med eksponentialfunksjoner og logaritmer.
FUNKSJONER	– Drøfting av logaritmefunksjoner; – Derivasjon av logaritmefunksjoner; – Derivasjon av **e-** og ln- funksjoner

Tabell 3-2. Oversikt over Innholdselementer som er knyttet/kan knyttes til emnet Logaritmer i kurs R1.

Kompetansemål som gjelder oppgaver med logaritmer. I tabellen 3-3. viser jeg til kompetansemålene fra LK06 som gjelder logaritmer og innholdselementer i kurset.

Emner	**Kompetansemål som er direkte knyttet til logaritmer.** *Mål for opplæringen er at eleven skal kunne:*	**Andre kompetansemål som indirekte knyttet til logaritmer og/eller kan tolkes slik** *Mål for opplæringen er at eleven skal kunne:*
ALGEBRA	**-** utlede de grunnleggende regnereglene for logaritmer, og bruke dem og potensreglene til å forenkle uttrykk og løse likninger og ulikheter	– omforme og forenkle <…> andre symbolske uttrykk med og uten bruk av digitale hjelpemidler
FUNKSJONER	– bruke formler for den deriverte til <…> logaritmefunksjoner, og derivere summer, differanser, produkter, kvotienter og sammensetninger av disse funksjonene.	– tegne grafer til funksjoner med og uten digitale hjelpemidler, og tolke grunnleggende egenskaper til en funksjon ved hjelp av grafen.

Tabell 3-3. Oversikt over kompetansemål som er knyttet/kan knyttes til emnet Logaritmer i kurs R1. (KD, 2006c)

3.2.2. Matematikkurset 10.– 11. trinn, spesialiserende retning i russisk allmennskole

Hovedområder (for matematikkurs 10.– 11. trinn): Tall- og bokstavuttrykk (70t), Trigonometri (30t), Funksjoner (30t), Grunnleggende matematiske analyse (30t), Likninger og ulikheter (70t), Elementer av kombinatorikk, statistikk og sannsynlighetsteori (20t), Geometri (120t), Reserve (50t). Det vil tilsvare 420 t fra den statlige komponenten (DUVRF, 2004b).

Russisk læreplan spesifiserer ikke hvordan disse emnene fordeles ved de ulike trinn, men læreplanen viser timefordeling som er anbefalt til gjennomgåing av hvert enkelt emne.

Timetall: Basislæreplanplan for 10.- 11.- trinn (se avsnitt 3.1.3.) tildeler 420 (for 2 år) årstimer fra den statlige komponenten, der timetallet er oppgitt i 45 minutters enheter. I tillegg kan det komme 140 årstimer fra den regionale komponenten og opp til 280 årstimer fra den lokale komponenten. Per uke kan det utgjøre i hvert av trinnene 6 timer fra den statlige, 2 timer fra den regionale og minst 4 timer fra den lokale komponenten. Det vil si opp til 12 timer per uke. Det er vanlig å ha ca. 8 timer per uke i matematikk i en klasse med spesialiserende retning i matematikk, 560 årstimer fordelt på to år (Konecpoljskaja, 2010).

Kompetansemål som gjelder oppgaver med logaritmer. I tabellen 3-4. viser jeg til innholdselementer i kurset som gjelder logaritmer og i tabellen 3-5. de kunnskapene og ferdighetene (kompetansemål) som skal kontrolleres ved ESE. Utdanningsstandarder (DUVRF, 2004b: 87–90) beskriver innholdselementer og i vedlegget *Spesifikasjoner* til eksamensoppgaver (SIPM 2009; SIPM 2010) formuleres de følgende kunnskapene og ferdighetene.

Emner	**Innholdselementer**
TALL OG BOKSTAVSUTTRYKK	**Logaritme.** Logaritmen av et tall. Den grunnleggende logaritmiske setningen ($a^{\log_a b} = b$). Logaritmen av et produkt, av en brøk og av en potens, overgang til et nytt grunntall. Briggske logaritmer og naturlige logaritmer. Tall e **Omforming av de elementære (enkleste) uttrykkene,** som inneholder aritmetiske operasjoner og i tillegg operasjoner med eksponenter og logaritmer.
LIKNINGER OG ULIKHETER	Løsning av <...> logaritmiske likninger og ulikheter.
FUNKSJONER OG GRAFER	Den logaritmefunksjonen, egenskaper og graf.

GRUNNLEGGENDE MATEMATISKE ANALYSE	Derivasjon av grunnleggende funksjoner. Anvendelse av derivasjon ved løsning av likninger, ulikheter, tekstoppgaver, oppgaver i fysikk og geometri

Tabell 3-4. Oversikt over innholdselementer som er knyttet/kan knyttes til emnet Logaritmer i Matematikkurs 10.-11. trinn, spesialiserende retning i russiske allmennskolen.(DUVRF, 2004b)

Emner	**Kompetansemål som er direkte knyttet til logaritmer.** *Mål for opplæringen er at eleven skal kunne:*	**Andre kompetansemål som indirekte knyttet til logaritmer og/eller kan tolkes slik** *Mål for opplæringen er at eleven skal kunne:*
TALL OG BOKSTAVS UTTRYKK	– utføre aritmetiske operasjoner, kombinere muntlige og skriftlige metoder, finne verdiene av <…>, ***logaritmen***, bruke digitale hjelpemidler, bruke evaluering og beregninger i praktiske sammenheng; – utføre ved hjelp av kjente formler og regler omforminger og utregninger av setninger med bokstaver med <…>, ***logaritmer*** <…>.	– regne ut verdien i enkle setninger med tall og bokstaver, utføre nødvendig omforminger;
LIKNINGER OG ULIKHETER	– løse rasjonelle og irrasjonelle, eksponentielle og ***logaritmiske likninger*** og dens systemer; – løse rasjonelle, eksponentielle og ***logaritmiske ulikheter*** og dens systemer.	– løse likninger og ulikheter og dens enkle systemer ved hjelp av funksjonens egenskaper, bruke grafiske metoder ved løsninger.
FUNKSJONER OG GRAFER		– tegne grafer til grunnleggende funksjoner, omforme grafer; – beskrive egenskaper til funksjoner etter graf; – løse likninger, likningssett og ulikheter grafisk; – anvende ervervet kunnskap i praksis og dagliglivet for å beskrive og drøfte og reelle sammenheng (situasjoner) ved hjelp av funksjoner, tolke grafer til reelle prosesser.
GRUNNLEGGENDE MATEMATISKE ANALYSE		– derivasjon og integrasjon av de grunnleggende funksjoner

Tabell 3-5. Oversikt over kompetansemål som er knyttet/kan knyttes til emnet Logaritmer i Matematikkurs 10.-11. trinn, spesialiserende retning i russiske allmennskolen. (DUVRF, 2004b)

Man kan se med en gang at det russiske kurset er mer omfattende enn den norske. Det gjelder både timetall tildelt til kurset, selve innholdet og kompetansemålene. Kjennskap til dette vil også gi en bedre forståelse i forskjellene mellom omfang av testede kunnskaper ved den norske eksamen i kurs R1 og den russiske avgangseksamen i matematikk.

3.3. Eksamener i matematikk, år 2009–2010

Her beskrives forskjellige sider ved eksamener og gitt kort karakteristikk av oppgavesett ved eksamen i matematikk R1 norsk skole og ESE i russisk skole. Jeg har tidligere gitt et innblikk i russisk eksamensordning i avsnittet 3.1.4. *Eksamensordning.* I dette avsnittet beskriver jeg de sidene av eksamen som ikke ble beskrevet tidligere og gå inn i mer detaljer på de sidene av den russiske eksamen i matematikk.

3.3.1. Eksamen i matematikk R1 i norsk videregående skole

Vurderinger i skole har ulike formål og som en følge av det skal ha ulike former. Man skiller mellom sluttvurdering og underveisvurdering. Eksamen er en form for sluttvurdering på rekke med standpunktvurdering og vurdering til fag- og svenneprøver. I videregående skole er formålet med sluttvurdering å gi informasjon om nivået til eleven ved avslutningen av faget.

I forskrift til opplæringslova (KD, 2006a: § 3-25 og § 4-18) står det at eksamen skal organiseres slik at eleven kan få vist kompetansen sin i faget. Det står videre at eksamenskarakteren skal fastsettes på individuelt grunnlag og gi uttrykk for kompetansen til eleven eller privatisten slik denne kommer til uttrykk på eksamen. Det gjelder både sentralt gitte og lokalt gitte eksamensfag.

For en skriftlig eksamen i matematikk i norsk videregående skole er aktuell en følgende eksamensordning:

Eksamensmodell: Skriftlig eksamen i matematikk (det gjelder kurs R1 også**)** består av to deler og varer fem timer. Besvarelsen av Del 1 leveres inn etter to timer, besvarelsen av Del 2 skal leveres inn innen fem timer etter eksamensbegynnelse. Del 1 av eksamen er papirbasert.

Innhold: Eksamensoppgavene samsvarer de hovedområdene fra kurs R1: *Geometri, Algebra, Funksjoner og Kombinatorikk og sannsynlighet.* Ved utforming av eksamensoppgaver tas det utgangspunkt i kompetansemålene i læreplanen for faget. Ved eksamen dekker oppgavene færre kompetansemål i faget enn det er definert (som skal legges til grunn for standpunkt).

Ferdigheter: Oppgavesettene er bygget opp slik at elevene skal få mulighet til å vise sin kompetanse i faget i forbindelse med teoretiske problemstillinger. På grunnlag av de viste kunnskaper og ferdigheter skal foregå vurdering. For å kunne vurdere elevens kompetanse på bredest mulig grunnlag, inneholder oppgavesettene elementer av ulike vanskegrad (Udir, 2010c: 7) Vurderingen skal ta i utgangspunkt i det eleven mestrer i forhold til kursets kompetansemål.

I Del 1 kontrollerer ferdigheter og grunnleggende matematikkforståelse. Det kan være både flere mindre oppgaver med temaer i ulike kompetansemålene i læreplanen og mer sammenhengende oppgaver. Oppgavene i Del 1 forutsetter beherskelse av grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs. I Del 1 prøves ferdigheter og grunnleggende matematikkforståelse (Udir, 2009d; Udir 2010c). Oppgaver i Del 2 forutsetter at alle hjelpemidler tillat, bl.a. digitale hjelpemidler.

Hjelpemidler. Under Del 1 kan elever bruke vanlig skrivesaker, passer, linjal med cm-mål og vinkelmåler. Under Del 2 er alle hjelpemidler tillat å bruke, unntatt verktøy som tillater kommunikasjon (inkl. Internett)

Vurdering. Informasjon om vurdering for elever er gitt i vurderingsveiledninger, men også i selv eksamenssettet vises en følgende veiledning:

Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensor vurderer i hvilken grad man

- *viser regneferdigheter og matematisk forståelse*
- *gjennomfører logiske resonnementer*
- *ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan bruke fagkunnskap i nye situasjoner*
- *kan bruke hensiktsmessige hjelpemidler*
- *vurderer om svar er rimelige*
- *forklarer framgangsmåter og begrunner svar*
- *skriver oversiktlig og er nøyaktig med utregninger, benevninger, tabeller og grafiske framstillinger* (Udir, 2010c:17).

Det er en viktig informasjon for analyse om hva som vektlegges ved løsningen av eksamensoppgaver og hva som kreves av elever for å vise sin kompetanse i faget. Man kan se også at de vurderingskriteriene kan knyttes i ulike grad til forskjellige kognitive nivå i de tre aktuelle taksonomier. For eksempel, vurdering av regneferdigheter viser at det testes blant annet den kognitive virksomheten *Regne ut* i TIMSS kategorien **Å kunne.** Vurdering av at elev ser sammenhenger i faget, er oppfinnsom og kan bruke fagkunnskap i nye situasjoner peker i retning den kognitive virksomheten *Generalisere* i TIMSS kategorien **Å resonnere** og i tillegge til Bespaljkos erververlsesnivå *Anvende* (produktiv virksomhet). I kapittel 5 vil jeg analysere om de norske oppgaver med logaritmer gir rom til å vurdere elevens kunnskaper etter ulike kognitive nivå og etter angitte kriterier.

3.3.2. Enhetlig Statlige Eksamen i matematikk i russisk allmennskole

Eksamensmodell. En skriftlig eksamen varer 4 timer. Til og med eksamen 2009 besto det av tre deler: flervalgsoppgaver, oppgaver med kun kort svar og oppgaver som krever en utvidet løsning. Fra og med eksamen 2010 ble del 1 flervalgsoppgaver fjernet fra oppgavesettet. Besvarelsene fra alle deler av oppgavesettet skal leveres samtidige.

Innhold. Fra 2009 inkluderte eksamen i tillegg til overnevnte emner også emner fra kurs Matematikk (7.-11. trinn). Antall oppgaver med forskjellige vanskelighetsgrad varierte også fra et år til et annet med hensikt å gjøre eksamen mer brukervennlig, samtidige vurdere elevbesvarelsene på mest mulig objektiv måte (SIPM, 2009).

Vanskelighetsgrad og ferdigheter. Eksamenssett inneholder oppgaver i tre vanskelighetsgrader: grunnleggende, forhøyet og høy. Vanskelighetsgrad til oppgaver er oppgitt i Spesifikasjoner til eksamen i matematikk. (SIPM 2009, SIPM 2010). Spesifikasjoner er utgitt av Statlige Instituttet for Pedagogiske Målinger og er en del av "eksamenspakker", publisert på offentlige Internettsider til Instituttet og er åpent til allmenhet ca. fra begynnelse av skoleåret.

Oppgavene fra **grunnleggende** vanskelighetsgrad tilhører kurs *Algebra* 7-11 og *Geometri* 7-11. Disse oppgavene skal gi en dekkende kontroll over kunnskapsnivået i emner fra disse kursene på et grunnleggende nivå. Ved utføring av disse oppgavene kreves det av elever at de bruker sine kunnskaper og ferdigheter i en kjent situasjon (problemstilling).

Ved utføring av oppgaver av **forhøyet** vanskelighetsgrad kreves at elever skal bruke sine kunnskaper og ferdigheter i en forandret situasjon. Det forventes at de skal bruke løsningsmetoder kjent for dem fra skolekurset. Innholdet til disse oppgavene tilsvarer både innholdet til minimum krav (kompetansemål) fra skolekurset og innholdet til oppgaver som elever kan møte ved opptakseksamener ved høyskoler/universiteter.

Ved utføring av oppgavene av **høy** vanskelighetsgrad kreves av elevene at de skal anvende sine kunnskaper og ferdigheter i en ny/ukjent for dem situasjon. Det forventes at elevene 1) kan analysere denne situasjonen, 2) å utarbeide selvstendig en matematisk modell og en løsningsmetode ved å bruke kunnskap fra forskjellige områder i skolematematikk, 3) gi en begrunnelse til sin løsning og til slutt 4) føre den ned på en korrekt måte.

Man skal ta i betraktning at til forskjell fra norske eksamener i videregående skole, spesialiserende retning, er russisk eksamen ESE i matematikk beregnet på alle avgangselever, uavhengig om de tok matematikk i spesialiserende retning eller ikke-spesialiserende retning. Det vil si, elever med ulike forutsetninger og ulike kompetansenivå. Derfor skal oppgavesett bestå av oppgaver i alle emner beregnet på forskjellige målgrupper:

1) elever med målsetning bare å bestå i faget, og klare å fullføre det nødvendige minimum på 5-6 oppgaver;

2) elever med målsetning å få middels høy antall poeng (50-60 av 100), som er høy nok for å bli tatt opp på studier som ikke krever høy matematikkompetanse;

3) elever med målsetning å få et høyt antall poeng (høyre enn 60), som er nødvendige for å bli tatt på studier som setter høye krav til matematikkompetanse. (Semenov (red)., 2009).

Oppgavene er formelt delt inn i tre deler (A, B og C) avhengig av hvilken form skal gis svar og/eller løsning: flervalgsoppgaver, oppgaver med kun kort svar og oppgaver med utvidet løsning. Et riktig svar på oppgaver fra delen med oppgaver med utvidet løsning, må vise en løsning ved utregninger og/eller forklaringstekst og/eller hjelpefigur med forklaringstekst. Det kan være en grafisk løsning uten utregning, men med forklaringstekst.

Resultater av besvarelsene på oppgaver fra delene B og C gjør det mulig å differensiere elever videre og mer nøye etter kunnskapsnivå. På grunnlag av resultatene fra deler B og C kan utdanningsinstitutter (høyskoler, universiteter osv.) velge ut de mest kvalifiserte søkere til opptak på en objektiv og begrunnet måte (SIPM, 2009)

Man skal også ta i betraktning at de vanskeligste oppgavene ikke er beregnet på en gjennomsnittlig elev, men på elever med gode karakterer fra klasser med fordypning i matematikk. Disse oppgavene er ikke noen standardoppgaver med standard løsninger (STKUF, 2009).

Hjelpemidler. Det er ikke lov å bruke andre hjelpemiddel enn skrivesaker og linjal. De siste årene ble det tillat å bruke en tabell med kvadrattall. Verken kalkulator- eller bruk av andre digitale verktøy er tillatt under eksamen ESE.

Vurdering. I tillegg til spesifikke krav til hver av oppgavene finnes det også flere felles krav til besvarelser.

En helhetsvurdering baseres på et følgende system:

– et riktig svar uten forklaringstekst og/eller utregninger vurderes til 0 poeng (gjelder oppgaver fra del C);

– ved en løsning kan eleven bruke alle matematiske fakter fra lærebøker som er godkjent av Departement av utdanning og vitenskap uten verken å bevise de eller henvise til bøker. Eksempelet på det kan være bruk av Viete-setningen ved løsning av andregradslikninger uten ytterligere forklaringer.

– det finnes flere måter å utføre og skrive ned en utvidet løsning. Hovedkravet er at løsningen må være matematisk korrekt. Tankegangen (resonnementsgangen) må være tydelig nok. Det settes ikke noe krav til løsningsmetoder eller nedføringsform av løsningen utover det. Fullstendighet og underbyggingen av resonnementet, vurderes uavhengig av den valgte løsningsmetoden (SIPM, 2010: 3).

3.4. Veiledninger

Her gis innblikk i de ulike veiledningene ved skoleeksamener i Norge og Russland. Disse dokumentene ble lagd som grunnlag for analyse av oppgaver.

3.4.1. Norske veiledninger

Sensorveiledning. Sensorveiledninger inneholder kommentarer til oppgavene og retningslinjer til sensor om vurderingen. Den publiseres på eksamensdagen. Hensikten med publikasjoner er å støtte opp om den sentrale sensuren og sikre en rettferdig sensur (Udir, 2010b: 13).

Vurderingsveiledninger: Vurderingsveiledninger i ulike fag utgis av Utdanningsdirektoratet hvert år i god tid før eksamen. Målgruppa for veiledninger er lærere, elever, privatister, sensorer og foresatte. Fra og med vurderingsveiledningen vår 2010, i matematikk, sentralt gitt eksamen, står det også om hensikten med disse veiledningene: at de gir informasjon om hvordan en skriftlig eksamen i matematikk er organisert, og hva sensorene skal legge vekt på når de vurderer besvarelsene. Intensjonene med vurderingsveiledning er også å gi alle partene informasjon om hva kjennetegner kompetanser på ulike nivået. Sensorene skal bruke de veiledningene som en felles referanseramme i sitt arbeid (Udir, 2010b: 2).

Videre understrekker veiledningen(Udir, 2010c:15) at kjennetegnene skal gi informasjon om hva som vektlegges i vurderingen av besvarelsen. De skal ikke beskrive mangel på kompetanse, men på utvist kompetanse. Målet med kjennetegnene er å gi en pekepinn for sensor, hvordan man skal vurdere prestasjonen.

3.4.2. Russiske veiledninger

Sensorveiledninger: Sensorveiledninger (eller Metodiske anbefalinger til vurdering av oppgaver med utvidet løsning) om hvordan kan man vurdere oppgaver med utvidet løsning utgis av det Føderale Instituttet for Pedagogiske Målinger hvert år, i begynnelsen av skoleåret. Anbefalingene kan man finne på internettsiden til Instituttet www.fipi.ru. Sidene er åpne og tilgjengelige til allmennheten. Disse anbefalingene er ganske detaljerte. Ofte viser de inntil 5-6 forskjellige elevers besvarelser og anbefalte vurderinger av dem, med kommentarer og forklaringer som eksempler på vurdering.

Vurderingskriteriene til spesifikke typer oppgaver kan man bli kjent med, også fra demoversjoner av ESE oppgaver. Eksempler på spesifikk vurdering til hver av oppgavene og felles krav til besvarelser ble gitt i Appendiks 3. *Russiske oppgaver med logaritmer ved eksamener 2009–2010.*

Vurderingsveiledninger. Det finnes ikke vurderingsveiledninger i denne forstand som man har i Norge. Felles krav til besvarelser vises *Spesifikasjoner til eksamener*, som en del av "eksamenspakke". Mer spesifikke krav knyttet til konkrete typer oppgaver gis i overnevnte sensorveiledninger.

4. Metoder

I dette kapittelet skal jeg gjøre rede for de metodene jeg har benyttet ved arbeidet med problemstillingen og beskrive det analyseapparatet som jeg har brukt videre ved gjennomføring av undersøkelsen og analyse av data. Deretter vil jeg begrunne mine valg av oppgaver og kilder. Jeg vil også beskrive kort de utfordringer som jeg møtt ved forskning i egen miljø. På slutten vil jeg skrive om problematikken ved oversettelse av dokumenter til et annet språk og tolkning av offisielle dokumenter.

4.1. Kvalitative kontra kvantitative metoder

I begynnelsen ved arbeidet dreide hovedspørsmålet for oppgaven om *Hva testes ved eksamener i matematikk i norsk skole og ved (avgangs) eksamen i matematikk i russisk skole*? Som hovedframgangsmåte ble valgt innholdsanalyse av dokumenter

For å kunne svare på problemstillingen skulle jeg velge metoder som ville egne seg best, som å velge mellom kvantitative og kvalitative metoder, eller muligens kombinere de. Grønmo (Grønmo, 1996) viser at kvalitative og kvantitative tilnærminger utfyller hverandre, men ofte må man velge mellom de to tilnærmingene av strategiske grunner. Hvilken av dem av dem som er mest fruktbar, avhenger av problemstillingen.

I tabellen 4-1. skal jeg med henvisning til Grønmo gjøre rede for hva som karakteriserer kvalitative og kvantitative metoder ved et typisk undersøkelsesopplegg, med bruk av innholdsanalyse av dokumenter.

	Kvalitativ innholdsanalyse	**Kvantitativ innholdsanalyse**
Dreier seg om	– systematisering av sitater med sikte å belyse problemstillingen.	
Hovedmålet	– er å få innblikk i hvilke argumenter, holdninger, verdier og standpunkter som står sentralt i tekster.	– er å vurdere teksten i forholdt til et strukturert kategoriskjema, der kategoriene kan være argumenter, holdninger, verdier og standpunkter; – går ut på å registrere hvor mange av teksteenheter kan plasseres i hver kategori.

Tabell 4-1. Karakteristikk av kvalitativ og kvantitativ innholdsanalyse.

Jeg tenker å bruke begge typer av innholdsanalyse. Jeg vil analysere hvilke argumenter, holdninger og standpunkter som er brukt i ulike dokumenter, rapporter og veiledninger (kvalitativ analyse). Deretter skal jeg analysere eksamensoppgaver og veiledninger etter ulike kategorier.

Et undersøkelsesopplegg med en datainnsamling og en påfølgende analyse har forskjellige typer aspekter som har ulike sider, avhengig av hvilken tilnærming er valgt: kvalitativ eller kvantitativ.

I tabellen 4-2. er skissert en del trekk ved de to typene av et undersøkelsesopplegg sett i forhold til fire ulike aspekter ved undersøkelser:

Datatype Aspekt ved undersøkelsen	**Kvalitative data**	**Kvantitative data**
Problemstilling	Analytiske beskrivelser	Statistiske generaliseringer
Design	Fleksibilitet	Strukturering
Kilde	Nærhet og sensitivitet	Avstand og selektivitet
Tolkningsmulighet	Relevans	Presisjon

Tabell 4-2. Ulike aspekter ved et undersøkelsesopplegg. (Grønmo, 1996: 81)

Formålet med en analytisk beskrivelse er å beskrive totale situasjoner. Det innebærer at beskrivelsene er systematisert i forhold til begreper, kategorier eller teorier. Formålet med statistiske generaliseringer er ofte å gi en oversikt over større populasjoner. Slike generaliseringer er basert på statistiske teknikker.

I forholdt til min undersøkelse er det ikke aktuelt å gjennomføre statistiske generaliseringer, blant annet på grunn av at jeg har et begrenset i antall eksamensoppgaver som skal analyseres. Derimot vil det å analysere oppgaver i forhold til f.eks. ulike taksonomier være gjennomførbart.

Det andre aspektet dreier seg om hvilke design (metodiske opplegg) undersøkelsen er basert på. En kvalitativ undersøkelse kan bli endret og tilpasset underveis, mens undersøkelsen pågår. Opplegget kan brukes på forskjellig måte overfor ulike enheter i undersøkelsen. Kvantitative undersøkelse er sterkt strukturerte og kan ikke endres underveis. Alle enheter skal behandles på samme måte. I tilfelle med min aktuelle undersøkelse, skal alle oppgaver, uansett om de er norske eller russiske, analyseres i forhold til det samme analyseapparatet:

med bruk av sett av tre ulike taksonomier. På denne måten tilhører min undersøkelse den kvantitative tilnærmingen.

Den tredje aspekten gjelder forskernes forhold til datakilder. Det kan være preget av nærhet og sensitivitet ved kvalitative tilnærminger, eller preget av avstand og selektivitet ved kvantitative. Det nære forholdet til kilden i det første tilfellet, kommer til uttrykk ved at forskeren selv vanligvis arbeider med kildene. Ved kvantitative tilnærminger er det bestemt på forhånd hvilke data skal stå sentralt og hvilke aspekter ved kildene som skal utforskes (selektivitet).

I analyse av oppgavene er jeg interessert i forholdet mellom oppgavene og de bestemte kategoriene, slik at jeg vil karakterisere opplegget som kvantitative. Samtidig er jeg praktiserende lærer, og kjenner problematikken med eksamensoppgaver og tolkning av norske veiledninger fra mitt daglige arbeidsliv. Jeg har også erfaring fra russisk skole og har en viss tilhørighet til den russiske skolekulturen. På denne måten er undersøkelsen kvalitativ.

Det siste aspektet med tolkningsmuligheter er tett forbundet med forholdet til kilden. Kvalitative tilnærminger gir gode muligheter til relevante tolkninger. På den andre side kan et fleksibelt opplegg og et nært forhold føre at resultatene er ikke enhetlige, og tolkninger kan være lite entydige og ha begrenset gyldighet. Kvantitative undersøkelser har tolkninger av data mer presis form. Til gjengjeld, kan relevansen til disse presise spørsmål være tvilsom, på grunn av begrenset antall spørsmål, eller med bruk av kategorier som passer for samtlige enheter.

Hovedtrekk ved innsamling av kvalitative og kvantitative data med dokumenter som kildetype er presentert i tabell 4-3.

Min undersøkelse bærer preg av begge typer tilnærminger. Datakildene ble valgt ut på forhånd og oppgavene/veiledninger fra de ulike settene har sammenliknbart innhold og hensikt. Det er et kjennetegn for kvantitative data. De to andre aspekter tilhører mest til den kvalitative tilnærmingen.

Datatype / Aspekt ved datainnsamlingen	**Kvalitative data**	**Kvantitative data**
Forhold til kilde	– Kildematerialet suppleres underveis	– Tekstenheter er valgt ut på forhånd
Prinsipp for behandling av kilde	– Tilgjengelighet til relevant informasjon	– Sammenliknbarhet mellom de utvalgte tekstenhetene
Prinsipp for data registrering	– Fullstendighet	– Nøyaktighet
Viktigste ledd i datainnsamling	– Forsker	– Instrument

Tabell 4-3. Ulike aspekter ved en datainnsamling. (Grønmo, 1996: 86)

Hovedtrekk ved analysen av kvalitative og kvantitative data kan framstilles i tabellform (tabell 4-4.).

Datatype / Aspekt ved analyse	**Kvalitative data**	**Kvantitative data**
Siktepunkt for analysen	– Helhetlig forståelse av spesifikke forhold – Dybde – Utvikling av hypoteser og teorier	– Representativ oversikt over generelle forhold – Bredde – Testing av hypoteser og teorier
Viktige elementer i analysen	– Begreper, kategorier og typologier – Kategoriers innhold	– Frekvenser, fordelinger og korrelasjoner – Kategoriers utbredelse
Organisering av analysen	– Analyse og tolkning parallelt med datainnsamling – Ingen statistiske analyseteknikker	– Analyse og tolkning etter datainnsamling – Store datamengder kan behandles ved hjelp av statistiske teknikker
Formidling av analyseresultatene	– Illustrasjon ved hjelp av sitat	– Dokumentasjon ved hjelp av tabeller

Tabell 4-4. Ulike aspekter ved en analyse. (Grønmo, 1996: 92)

Her viser min undersøkelse tilhørighet til både kvalitative og kvantitative tilnærminger: jeg søkte forståelse av det spesifikke forholdet mellom oppgavene og kognitive nivå i taksonomiene, og jeg har analysert bare noen få oppgaver, det vil si at datamengden var sterkt begrenset, noe som er et kjennetegn på kvalitative tilnærminger. Min hypotese helt fra begynnelsen var at russiske oppgaver tilhører høyere kognitive nivå enn de norske oppgaver gjør. Jeg har testet min hypotese hele veien. Ved analysen har jeg brukt beskrivelse av taksonomiers innhold. Det kunne vært slik at resultatene underveis ville peke på at hypotesen er feil, og jeg ville måte bearbeide den. Det er også et kjennetegn for kvalitative tilnærminger.

Presentasjon av analyseresultater er aktuelt både i tabellform og ved hjelp av sitater.

Siden innhold av oppgavesettene og analyseapparatet ble bestemt ved begynnelsen av undersøkelse, foregikk analysen etter datainnsamling. Samtidige hadde jeg et begrenset antall oppgaver og jeg har ikke brukt statistiske analyseteknikker.

I valget mellom kvantitative og kvalitative metoder veiledet jeg meg med Grønmos beskrivelsen av fire strategier for å kombinere kvalitative og kvantitative metoder etter Grønmo:

1. kvalitative undersøkelse som forberedelse til kvantitative undersøkelse;
2. kvalitative undersøkelser som oppfølging av kvantitative undersøkelser;
3. parallell utnytting av kvalitative og kvantitative tilnærminger under både datainnsamling og analyse;
4. innsamling av kvalitative data som kvantifiseres under analysen (Grønmo, 1996).

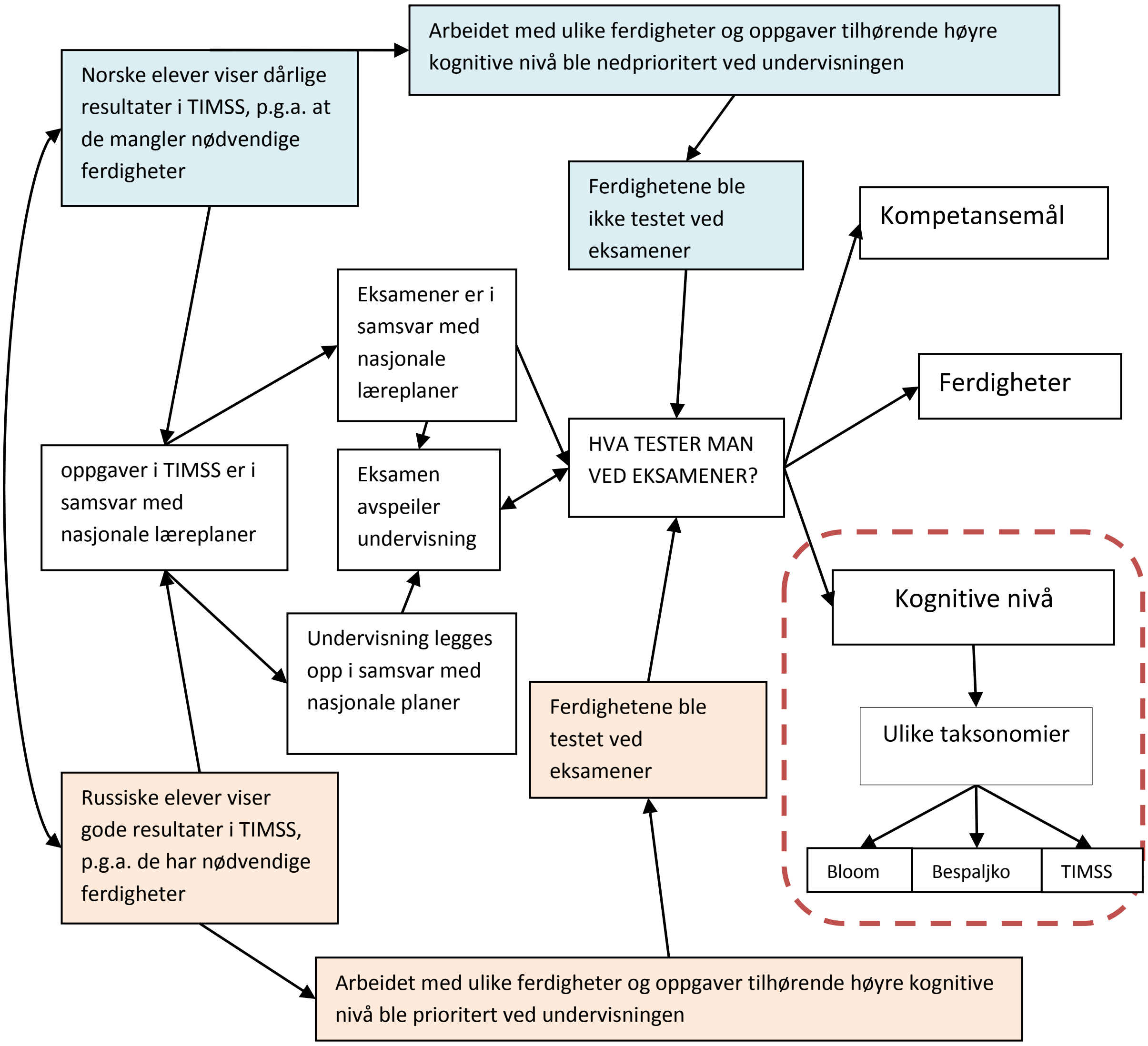
Disse strategiene står ikke i motsetning til hverandre eller utelukker hverandre. I forskningen kan de med fordel kombineres i ulik grad, avhengig av problemstillingene som skal undersøkes.

I forhold til de ulike metoder som er vist ovenfor, kommer jeg å kombinere kvantitative og kvalitative metoder etter den 3. strategitypen.

4.2. Begrensning av problemstilling

Til å begynne med noe var jeg nysgjerrig på hvilke forklaringer det har at resultatene i den internasjonale komparative undersøkelsen TIMSS 2008 Advanced var så ulike for norske og for russiske elever. Siden de nasjonale oppgavesettene ved undersøkelsen utarbeides i samsvar med nasjonale planene i hvert enkelt land, kunne man ikke gå ut i fra at norske elever kjente dårligere til de aktuelle oppgavetypene og emnene som de ble testet i, enn russiske elever. Jeg antok at russiske elever var bedre rustet (forberedt) til undersøkelsen ved å ha bedre ferdigheter som er nødvendige for å løse de aktuelle oppgavene, enn norske elever.

Jeg hadde en hypotese om at elever i ulike land viser forskjellige resulater ved TIMSS undersøkelser, blant annet fordi de får ulik opplæring i matematikk. Denne ulikheten kan komme til uttrykk både i innholdet av matematikkurs, og i at det ble lagt ulik vekt ved arbeidet med utvikling av nødvendige ferdigheter (i oppgaveløsning) og ved arbeidet med kognitive nivå av kunnskaperververlse.



Figur 2. Tankekart under arbeidet med problemstilling

Læreplaner forutsetter at eksamensoppgavene utrykker ferdighetene som er utviklet og anvendes i undervisningen. Samtidige finnes det en annen sammenheng mellom eksamen og undervisning, der de ferdighetene som testes ved eksamener i stor grad påvirker undervisning og styrer hva som skal bli trent på underveis i løpet av skoleåret, den såkalte backwash-effekten (Clarke, 1996).

Siden jeg ikke hadde muligheter til å sammenlikne hvordan matematikkopplæring generelt foregår, brukte jeg Clark's backwash-effekt teorien. I følge teorien setter eksamensoppgaver spissen på undervisningsinnholdet. Da kan man tenkte seg at man kan forstå undervisningsinnhold bedre ved analyse av eksamensoppgaver.

Basert på den overnevnte teorien, ble mitt neste trinn med arbeidet med formuleringen av problemstillingen, at jeg ville undersøke nærmere spørsmålet*: Hva testes ved eksamener i matematikk i norsk skole og ved (avgangs) eksamen i matematikk i russisk skole? Bruk av hvilke kognitive prosesser kreves ved utføring av eksamensoppgaver i de to landene?*

For å finne et svar på disse spørsmålene, har jeg samlet inn data rundt eksamensoppgaver. På bakgrunn av offentlige dokumenter (vurderingsveiledninger, sensorveieledninger og publiserte oppgaveløsninger) har jeg tolket oppgaver og funnet ut deres forhold til kognitive nivå fra tre ulike taksonomiene. Den ene taksonomien brukes ved TIMSS undersøkelsen og er en felles grunnlag til sammenlikning, den andre er kjent fra vestlige pedagogikken og den tredje – fra den russiske pedagogikken. Disse tre taksonomiene skal tjene som kategoriene ved min analyse.

Fig. 2 presenterer et tankekart som ble utarbeidet underveis.

Det hadde vært interessant å analysere eksamensoppgaver også på grunnlag av nasjonale planer med kompetansemål og på grunnlag av de pedagogiske teorier som brukes ved de to ulike skolekulturer. Dessverre, tillater ikke rammene for denne oppgaven meg å gjøre det.

Videre måtte jeg begrense mengde av eksamensoppgaver. Jeg valgte oppgaver med logaritmer som er en del av emnet *Algebra*. Grunnen til at jeg valgte oppgaver fra *Algebra* (logaritmer) var at TIMSS Advanced 2008 har påvist en stor forskjell mellom prestasjoner hos norske og russiske elever (Mullis, Martin, Robitaille & Foy, 2009: 83). Dette store avvik i prestasjoner har gjort meg nysgjerrig på hvilke deler av og hvordan *Algebra* undervises i norske skole.

Ut fra dette kom jeg fram til følgende problemstillinger: **Hva er forskjeller og likheter mellom eksamensoppgaver med logaritmer i Norge og i Russland? Hva tester man ved eksamensoppgaver med logaritmer i Norge og i Russland?**

Jeg valgte å ha fokus på hvilke nivå i de tre ulike taksonomier for kognitive nivå eksamensoppgavene tilsvarer.

4.3. Analyseapparatet

Jeg har analysert hver oppgave både fra norske og russiske eksamener, i forhold til kognitive nivå i forskjellige taksonomier.

Resultatene har jeg framstilt i en tabell for hver enkelt oppgave. På grunnlag av de samlede data, har jeg laget oversikt over de kategoriene som eksamensoppgavene i de to landene hører hjemme i. Denne oversikten skulle gi et tilnærmet svar på problemstillingen og er en pekepinn om i hvilken retning kognitive virksomheter/kognitive læringsmål/kognitive nivå for kunnskapservervelse, vektlegges ved arbeidet med emnet *Logaritmer* ved undervisning i matematikk i de aktuelle kursene.

4.4. Utvalg av oppgaver

Å analysere flere oppgavesett bestående av mange oppgaver og i tillegg analysere vurderingsveiledninger til dem, ville bli tidskrevende og derfor er ikke gjennomførbart for den begrenset tidsperioden som jeg hadde til rådighet. Derfor har jeg begrenset mengden av oppgaver ved å velge oppgaver med logaritmer ved eksamener i Norge og i Russland.

På grunn av særtrekkene til det russiske utdanningssystemet kunne jeg bare velge avgangseksamen i matematikk ved grunnskole, eksamen etter 11. klassetrinnet. Dette klassetrinnet var også det samme som deltok i TIMMS Advanced 2008 undersøkelsen.
I Norge deltok elevene som tok avansert matematikk i det siste året på videregående skole,

3MX etter R94 i undersøkelsen. Et tilsvarende (etter LK06) kurs R2 fra VG3, har ikke logaritmer som et innholds område. Derfor valgte jeg kurset R1 fra VG2 som har dette emnet.

For meg som er praktiserende lærer i norske skolen, er spørsmålet om den nåværende tilstanden i skolen er mer aktuelt enn spørsmålet om tilstanden i 2008, da norske elever på avsluttende året i videregående skole fremdeles fulgte læreplanen R94. Derfor valgte jeg å basere min analyse på grunnlag av eksamenssettene for de to siste årene, 2009 og 2010. I det norske tilfelle vil det tilsvare oppgaver fra eksamener 2009, vår og høst, og vår 2010. For det russiske – vår 2009 og vår 2010.

I lyset av spørsmålet om oppgavens utvalg er det viktig å diskutere spørsmålet om hvor typiske de oppgavene som ble valgt ut til analyse er. Norske oppgaver antar jeg som typiske eksamensoppgaver, så lenge i de offisielle dokumenter (eksamenssett, ulike veiledninger og forhåndssensur) ikke står noe annet. Det samme gjelder russiske oppgaver med grunnleggende og forhøyet vanskelighetsgrad. Når det gjelder oppgaver med høy vanskelighetsgrad presiserer Vedlegget til Eksamen (ESE i matematikk) *Spesifikasjoner* (SIPM, 2009; SIPM 2010), at disse oppgavene er ikke typiske for undervisningen. Samtidig har alle oppgavesettene ved en eksamen (ESE) i matematikk en standardisert oppbygging, der slike "utypiske" oppgaver er en obligatorisk del av settene. Det er også kjent på forhånd hvilke kunnskaper og ferdigheter oppgaven skal teste, men verken i hvilke form eller i hvilke sammenheng. Dette viser at alle oppgavene som ble valgt til analyse er typiske for eksamener i de to landene.

Karakteristikker av eksamenssett ved eksamener i Norge og Russland og argumentasjon til videre begrensning av datamaterialet vil bli presentert i kapitel 5 *Analyse.* Oppgaver med foreslåtte løsninger og poengtelling kan man se i *Appendiks* 2 og 3.

4.5. Valg av kilder

I dette avsnittet skal jeg vise hvilke kilder jeg har brukt og drøfte spørsmålet om dens brukbarhet.

Ved analysen av data har jeg benyttet meg av

- offentlige normative kilder: norske og russiske lover, læreplaner, sensorveiledninger, vurderingsveiledninger;

- offentlige kognitive kilder - forskjellige rapporter, publiserte løsninger til eksamensoppgaver, norske lærebøker for videregående skole, kurs R1;
- eksamensoppgaver som hoved bakgrunnsmaterialet.

Ved løsningen av norske oppgaver har jeg brukt Aschehougs løsningsforslag (Heir, Erstad, Engeseth, Borgan, Moe, Skrede, Nastad, 2009a, 2009b, 2010), publisert på internettside til forlagets læringsportal *Lokus*.

Norske lærebøker i kurs R1, som ble brukt for analyse av kursets innhold, er de tre mest brukte i undervisningen i det aktuelle kurset læreverker i norske videregående skole. Det er *Matematikk R1* fra Aschehoug (Heir mfl., 2007), *Sinus R1* fra Cappelen (Oldervoll mfl., 2007) og *Sigma R1* fra Gyldendal (Sandvold mfl., (2007).

Jeg har ikke sett behov å analysere russiske bøker på lik linje med norske bøker av to grunner: 1) i Russland finnes dusinvis at godkjente lærerbøker som skolene kan velge selv; og 2) alle de spørsmålene som var aktuelle til min undersøkelse var dekket i de offentlige dokumenter.

Som kvalitetssikring og for å kontrollere om jeg tolker dokumenter riktig, eller for å avklare spørsmål rundt eksamener, har jeg opprettet kontakter med informanter som er knyttet til institusjoner som driver med spørsmålene aktuelle for min oppgave:

- koordinatoren for TIMSS i Russland Galina Sergeevna Kovaleva, assisterende direktør Statlige Institutt for Pedagogiske Målinger, leder av Avdelingen for vurdering av kvalitet i utdanning ved Russisk Utdannings Akademi, PhD;
- koordinatoren for TIMSS i Norge, førsteamanuensis Liv Sissel Grønmo fra Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (videre ILS) ved Universitet i Oslo;
- seniorrådgivere avdeling for vurdering fra Utdanningsdirektoratet Øyvind Raanes og Gregorios Brogstad;
- lærer ved gymnaset Nr.1512 i Moskva med 20 år undervisningserfaring og sensor ved Eksamen i matematikk, Julia Jakovlevna Konecpoljskaja.

Ved henvisning til russiske resultater i TIMSS Advanced 2008 og analyser av dem har jeg brukt upubliserte rapporten leder til russiske TIMSS undersøkelser, PhD, Galina Sergeevna Kovaleva. Rapporten ble tilsendt til meg per epost 2.02.10 av Kovaleva med tillatelse å henvise til den.

Jeg har også fått foredragsnotater ved sensorkurs (i Norge) av 06.11.2009 fra seniorrådgiveren avdeling for vurdering fra Utdanningsdirektoratet Øyvind Raanes, tilsend per epost.

I tillegg for å avklare noen spørsmål om hvordan ulike aspekter ved eksamen fungerer i praksis brukte jeg informasjon som jeg har fått fra samtaler med norske lærere i matematikk på Tromsdalen videregående skole og min egen 10 års erfaring fra norsk offentlig skole.

4.5.1. Brukbarhet av kilder

De fleste både norske og russiske dokumenter fikk jeg tak i gjennom Internett. Det var viktig å være oppmerksom på hvem som står bak kilden. Særlig var det aktuelt i forbindelse med oppgaver, løsninger og kommentarer til den russiske Enhetlig Statlige Eksamen. Det finnes en del russiske Internettsider som driver med informasjon om eksamener og forberedelser, men samtidig står de av ulike grunner på den "svarte" listen til Den Russiske Utdanningsdepartementet (STKUF, 2010). Selv om at det kunne vært interessant å se på saken (oppgaver) fra forskjellige sider, var intensjonene ved mitt arbeidet å skaffe offentlige dokumenter om eksamen og oppgaver. Derfor har jeg unngått bevist bruk av de uoffisielle Internettsiden.

Fra norsk Internett benyttet jeg meg av sidene til Utdanningsdirektoratet og Aschehoug forlaget.

De kildene som jeg har brukt, vurderer jeg som troverdige i forholdt til undersøkelsen, siden de har en direkte tilknytting til statlige utdanningssystem, eksamener og TIMSS undersøkelsen.

4.6. Om pålitelighet

Prøving av pålitelighet kan skje ved at man kan sammenlikne uavhengige undersøkelser av samme fenomen. I mitt arbeid støttet jeg meg på ulike norske rapporter om eksamener, vurderinger og undervisning for å bekrefte/avkrefte mine funn. Som eksempler på ulike rapporter jeg har brukt, kan man nevnes Rambølls og ILSs rapporten *Evaluering av matematikkeksamener* og EKVA/ILSs Bedre *vurdering for læring.* I tillegg har jeg brukt veiledningsbrev til lærere i den russiske skolen og hovedfunn i norske og russiske TIMSS rapporter.

4.7. Om oversettelse

Ved oversettelse av russiske offisielle dokumenter og oppgaver møtte jeg problemer som Aase (Aase, 1997) nevner i *Tolkning av kategorier*. De dreier seg om oversettelse og tolkning i tilfelle der ulike kulturer har forskjellige antall kategorier å velge mellom, ved begrepsfesting av det samme fenomenet. Personer som tilhører ulike kulturer kan legge ulikt meningsinnhold i en og samme kategori. Dette gjaldt oversettelse av den russiske nasjonale planen og nasjonale standarder og begreper *faglig krav, kompetansemål og ferdigheter*. Eksemplet på bruk av begrep *Ferdighetene* i russiske dokumenter kan man finne i vedlegget *Spesifikasjoner til Enhetlige Statlige eksamen*, der ferdighetene som testes ved russiske eksamener i matematikk beskrives. Men de er formulert på den måten som en norsk leser vil kjenne igjen som *kompetansemål*. Fordi det var vanskelig å beholde de norske begrepene ved en oversettelse av de russiske tekstene, uten å miste innholdet, har jeg beholdt de russiske begrepene. For å unngå misforståelser, prøvde jeg å vise eksempler på ulike ferdigheter fra *Spesifikasjonene*.

Et annet eksempel på ulikt innhold, kan være innholdet av norske og russiske læreplaner. Mindre problemer oppsto også ved oversettelse av navn på forskjellige russiske statlige tjenester og institutter. Ved en direkte oversettelse kan man få en tung og klossete navn, som ville minne norske lesere om Sovjetisk diktatur, statlige tjenester o.l. For å unngå unødvendige assosiasjoner har jeg prøvd å forenkle disse navnene, men samtidige beholde innholdet.

4.8. Tolkning av oppgaver og løsningsforslag

Ved tolkningen og videreanalysen av norske eksamensoppgaver om hvor oppgavene ligger i forhold til kognitive kategorier, kunne jeg støtte meg på min pedagogiske erfaring og igjen på tolkning av sensorveiledninger og vurderingsveiledninger. Veiledningene viser hvordan det skal legges vekt ved vurderingen av oppgaver, og utfra dette kunne jeg bestemme hvilke nivå skal verdsettes i de konkrete oppgavene.

Kilden til løsningsforslag til eksamensoppgaver var lærerressurser ved læringsportal *Lokus* fra Aschehoug. Det er viktig å legge merke til at løsningsforslag var utarbeidet av forlaget selv utfra deres tolkning både av læreplan og eksamensoppgaver. Det vil si at disse løsningsforslagene kan vurderes som sekundær datakilder i dette tilfellet. På denne måte, når jeg skal tolke videre løsningsforslag i forhold til ferdigheter/kompetansemål, tolker jeg forlagets tolkning.

Ved tolkning av russiske eksamensoppgaver brukte jeg *Spesifikasjoner* til Enhetlig Statlig Eksamen, der det er gitt full oversikt over om hvilke oppgaver som tester hvilke ferdigheter. Dette var til stor hjelp. Når det gjelder løsningsforslag, er forslaget utarbeidet av det samme Statlige Institutt for Pedagogiske Målinger som har ansvar for eksamensoppgaver. Da mener jeg at datakilden er primær.

Under tolkning og analyse av innsamlede data skal man også huske på at det kan være faglige moteretninger som låser valg av perspektiver, fokusering og begrepsbruk (Fossåskaret, 1997).

Wadel (Wadel, 1990) påpekte også på hvordan en forsker velger begrep og kategorier og at "*de begreper og kategorier forskeren utvikler og velger å ta i bruk i sine analyser, framhever noen trekk ved det observerte samfunnet, og overser andre*".

Valget av perspektivet og valget av begrep i mitt arbeid var selvfølgelig påvirket av pågående diskusjonen i presse om prestasjoner til norske elever ved komparative undersøkelser som TIMSS og PISA.

4.9. Forskning i egen kultur

Forskning i egen kultur kan sammenliknes med et tveegget sverd: på den ene siden er det ofte praktisk lettere enn forskning i en fremmed kultur. Man kan språket, man kjenner grunnleggende verdier i kulturen som er "tatt for gitt", uuttalt og ubevist (Wadel, 1991). På den andre siden kan denne kjennskap og forskerens forutforståelse føre til problemer med å se det selvsagte og underforståtte (Paulgaard G, 1997). Spørsmål som var naturlig å stille ved forskningen i en fremmed kultur, ble ikke stilt ved forskningen ved egen kultur, det underforståtte var ikke oppdaget. Wadel (Wadel, 1991) foreslår en løsning som hjelper å oppdage det opplagte i egen kultur – *er å se på oss selv som litt "rare"*.

For meg med min bakgrunn som en lærer med russisk pedagogisk utdanning og norsk arbeidserfaring, hadde arbeidet med dokumenter og oppgaveanalyser ved undersøkelsen både ulemper og fordeler. Jeg kunne karakterisere min posisjon som "egen blant fremmede, fremmed blant egne". Jeg kunne både russisk språk og kunne kulturelle koder, men flyttet fra Russland før den siste utdanningsreformen 1998 og kjente ikke til forandringer i utdanningssystemet innefra. Fra Norge hadde jeg arbeidserfaring, men min innsikt i kulturen er ikke helhetlig, jeg mangel en del forståelse i dypere forhold mellom årsak og følge i den norske skolekulturen, som har historiske røtter i norske skoletradisjoner. Alt til alt kan man si at jeg hadde mest fordeler ved å velge emnet i komparativ forskning. For begge kulturene var jeg litt fremmed og litt egen. Ulempene var også til stede, de gjaldt mest den språklige problematikken og det at jeg ble i noen grad "altfor mye egen": kunne jeg risikere å overse det opplagte i begge kulturene.

4.10. Feilkilder

Her vises noen av de mulige feilkildene (svakhetene) ved min undersøkelse:

I en samtale som fant sted under den regionale konferansen om TIMSS i Tromsø 5.10.10, nevnte L.S. Grønmo (Grønmo, 2010) at ulike land – deltakere i TIMSS ikke har en enighet i spørsmålet om hvilke oppgaver kan defineres som typiske eller standardiserte. Dert norske TIMSS - rapporten nevner de kognitive kompetansene, taksonomien, men legger ikke mye vekt på dette spørsmålet ved analyse av elevens besvarelser.

Som det er vist tidligere, har jeg valgt en av kategoriene for analysen av sammenhengen mellom oppgavene og kognitive kategoriene, TIMSS taksonomien. Jeg har tolket begrepet standardiserte oppgaver på en bestemt måte: som oppgaver elevene er kjent med fra undervisningssituasjon og/eller som er framstilt som eksempler og øvingsoppgaver i lærebøker.

Når man bruker TIMSS som et slags "felles element" for sammenlikning i min oppgave videre, må man være oppmerksom på at det finnes kritikk av bruk av TIMSS resultater blant norske og russiske pedagoger. De peker bl.a. på fare for, at TIMSS kan innebære et uheldig press i retning av å innføre en universell, internasjonal læreplan, som basert på konsensus og kompromisser. En slik plan kan bli apolitisk og tom for idealer og verdier, uten mål som dreier seg om interesse og holdninger. (Sjøberg, 2006:196)

Talysina (Talysina, 1998) legger til i sin karakteristikk av Blooms og Bespaljkos taksonomier at de taksonomiene har sine ulemper som for eksempel:

a. – overflødige detaljerte beskrivelser av nivåhierarkiet for reproduktiv virksomheter på bekostning av andre nivå;
b. – beskrivelser av erververvelsesnivå er ofte byttet mot beskrivelser av de typiske oppgaver, som er karakteristiske for dette aktuelle nivået;
c. – grenser mellom erververvelsesnivå er ofte flyttende. Det gjør det vanskelig å bruke beskrivelsene til testing, diagnostisering og videre til elevvurdering.

Man kan se at det finnes kritikk både av taksonomier, dens bruk og TIMSS resultater. I min undersøkelse har jeg brukt alle de tre punkter. Resultatene av min undersøkelse bør tolkes med å ta i betraktning de overnevnte punktene.

5. Analyse

I dette kapittelet skal jeg vise utført oppgaveanalyse, i forhold til ulike taksonomier. Først vil jeg drøfte spørsmålet om i hvor stor grad påvirker de taksonomiene på utarbeidelse av eksamensoppgaver i praksis. Deretter gjøres det rede for grunnlaget oppgavene ble valgt ut i hver av nasjonale oppgavesettene. Til slutt utfører jeg selve analysen for hver av oppgavene, sammenliknende analysen og presenterer resultatene.

5.1. Taksonomiens rolle ved utarbeidelse av eksamen

Jeg har valgt tre ulike taksonomier for kognitive nivå av opplæringsmål/kunnskapservervelse for kategoriene ved analyse. Den ene er TIMSS- taksonomien og to andre er taksonomier kjent forholdsvis godt i vestlig pedagogikk (Blooms) og i russisk pedagogikk (Bespaljkos). Minst to av dem er kjente for didaktikere og pedagoger i hvert av landene, den tredje ville bli et eksempel på en "fremmed" tenking. Jeg har undersøkt veiledninger, læreplaner og andre **primære** offentlige dokumenter i forhold til spørsmålet om hvor godt taksonomitenkinger er integrert i utarbeidelse av læreplaner eller eksamensoppgaver. Det vises seg at verken norske eller russiske offisielle dokumenter (primære kilder) som var lagd i grunnlag av min oppgave viser noen tegn på bruk av verken TIMSS' eller sin "nasjonale" taksonomi ved eksamener. Videre, presiserer Raanes (Raanes, 2009) at kjennetegn på måloppnåelse presentert i norske Vurderingsveiledninger 2009–2010 (Udir, 2009d og 2010c) relaterer seg ikke til noen bestemt taksonomi. Spørsmålet om at norske *Kjennetegn på måloppnåelse* (del av Vurderingsveiledninger) og russiske inndeling etter *Vanskelighetsgrad* presenterer sine egne nye taksonomiske hierarkier, drøftes ikke i denne oppgaven.

Det er ikke riktig å påstå at taksonomisk tenking er helt fremmed for skoler. Den norske rapporten *Bedre vurdering for læring (2009)* av en gruppe forskere fra ILS som jobbet med prosjektet *Evaluering av modeller for kjennetegn på måloppnåelse* viser at under prosjektet ble det arbeidet med vurderingskriterier på måloppnåelse knyttet til taksonomisk tenking, bl.a. til Blooms taksonomien (Throndsen mfl., 2009).

5.2. En generell analyse av norske oppgavesett 2009–2010

Her vises en analyse av oppgavesett ved norske eksamener i matematikk R1. Det begrunnes også en viderebegrensning av antall oppgaver som skal analyseres.

I min analyse har jeg begrenset antall eksamenssett til de 3 siste eksamener: vår og høst år 2009 og vår 2010.

Eksamenstid til alle tre eksamener er på 5 timer. Eksamener består av to deler: 1. delen (uten hjelpemidler) skal leveres inn etter 2 timer etter eksamensstart, 2.delen (med hjelpemidler) skal leveres inn etter 5 timer.

Antall oppgaver varierer lite fra eksamen til eksamen, men forholdet varierer i større grad mellom del 1 (uten hjelpemidler) og del 2 (med hjelpemidler) ved eksamen høst -2009 og andre to eksamener. Antall analyserte oppgavesett fra høsteksamener gir ikke meg nok datagrunnlag for å trekke en konklusjon om at høsteksamener har en annerledes oppbygning enn eksamener i vår.

Alle tre oppgavesettene har inneholdt oppgaver med logaritmer. I vår og høst 2009 er det 2 oppgaver i hvert av oppgavesettene, i vår 2010 – 1 oppgave. Fire av de fem oppgavene er plassert i del 1, der ferdigheter og grunnleggende matematikkforståelse prøves (Udir, 2009d: 6). Kun oppgavesett vår 2009 hadde en oppgave med logaritmer i del 2. Oppgavene med løsninger er presentert i Appendiks 2 *Norske oppgaver med logaritmer ved eksamener 2009–2010.*

5.3. En generell analyse av oppgaver med logaritmer i norske oppgavesett 2009–2010

Videre vil jeg beskrive kort hva oppgavene med logaritmer dreier seg om, hvilke kunnskaper må elevene ha til å løse disse oppgavene. Jeg vil også begrense antall oppgaver som jeg skal analysere og begrunne mitt valg.

Ved analysen er også aktuelt å se på hvordan disse oppgavene er formulert avhengige av hvilken del de er plassert i.

Det vises seg at de aktuelle fire oppgavene fra den første delen kan deles etter formuleringen i to grupper. Den ene går på å *skrive så enkelt som mulig* et uttrykk med logaritmer. Det omfavner to oppgaver av de fire. De andre oppgavene fra del 1 tilhører oppgavetypen som går på *å derivere en funksjon*. Oppgaven fra del 2 går på å finne den eksakte løsningen til likningen ved regning.

Oppgaver av den første typen fra Del 1 dreier seg om summen (eller differansen) av to logaritmer, der argumenter er et produkt eller en brøk. Videre brukes det at: lg *1*=0. Oppgavene er nesten identiske, men den ene av oppgavene fra høst 2009 vil kreve kjennskap til flere grunnleggende regler enn oppgaven fra vår 2009. Denne oppgaven vil jeg anse som den som er mest vanskelig av de to, og vil bruke denne oppgaven til analysen videre.

Oppgaver av den andre typen fra Del 1 dreier seg om derivasjon av produktet av to funksjonen, der ene av dem er en potensfunksjon, den andre er en logaritmisk funksjon. Selv om oppgaven inneholder logaritmer (logaritmefunksjonen), tilhører den hovedområdet *Funksjoner*. Oppgavene tester mest kjennskap til derivasjonsregler. Ved begrensning av antall oppgaver som lar seg analysere i en kort masteroppgave, vil jeg velge bort disse oppgavene til fordel av "rene" algebra-oppgaver med logaritmer.

Den siste oppgaven tilhører **den andre delen** og kan løses ved hjelp av ulike hjelpemidler, bl.a. notater, bøker og digitale hjelpemidler, unntatt kommunikasjonsmidler. Oppgaven dreier seg om å løse en andregradslikning, der argumentet er logaritmiske funksjoner. På denne måten har vi en sammensatt problemstilling her og oppgaven skal løses i flere trinn.

Løsningen av denne oppgaven krever at elevene må kjenne til grunnleggende løsninger av likninger av andre grad og av enkle likninger med logaritmer.

Oppgavene som er valgt til analyse:

Oppgave 1 (NOR1) er oppgave 1d fra eksamen 2009 høst (Udir, 2009b):

Skriv så enkelt som mulig $\lg(a^2b) - \lg(\frac{1}{ab})$.

Oppgave 2 (NOR2) er oppgave 3b fra eksamen 2009 vår (Udir, 2009a):

Finn den eksakte løsningen til likningen ved regning $(\ln x)^2 + \ln x^2 = 3$.

5.4. Analyse av oppgave 1 i norske oppgavesett (NOR1)

I dette avsnittet analyserer jeg bakgrunnsmaterialet av norske oppgaver NOR1 og selve oppgaven.

Jeg baserer min analyse på beskrivelser av taksonomier gitt tidligere i Teori kapittelet, på kommentarene til oppgaver fra Sensorveiledninger, generelle kommentarer fra Vurderingsveieledninger og på min tolkning av foreslåtte løsninger, hentet fra læringsportal *Lokus* til forlaget Aschehoug (Heir mfl., 2009a og 2009b). Jeg vil vise til aktuelle løsningsforslagene også ved analyse av oppgaver.

5.4.1. Analyse av bakgrunnsmaterialet til oppgave NOR1

Oppgave 1 er oppgave 1d fra eksamen 2009 høst (Udir, 2009b):

Skriv så enkelt som mulig $\lg(a^2b) - \lg(\frac{1}{ab})$.

De grunnleggende reglene som skal elevene kjenne til for å fullføre oppgaven er:

$$\lg\left(\frac{a}{b}\right) = \lg a - \lg b$$

$$\lg a^k = k \cdot \lg a$$

$$\lg 1 = 0$$

De tre første reglene er omtalt i Vurderingsveiledningen 2009 (Udir, 2009d). Den siste formelen står ikke på liste med de formlene som forutsettes kjent ved Del 1 av eksamen i matematikk R1 i Vurderingsveiledning, men kan utledes av formelen fra listen

$$\lg x = c \Leftrightarrow x = 10^c$$
$$\lg 1 = 0 \Leftrightarrow 1 = 10^0.$$

Vurderingsveiledningen fra 2009 presiserer at *"eksamensoppgavene er laget ut fra kompetansemålene i læreplanen, og utvalget av formler angir derfor ikke begrensninger av kompetansemål som kan prøves i Del1"*(Udir, 2009d:7).
I tillegg oppgir alle de tre læreverkene som jeg brukte til analyse, denne utledning i forklaringsteksten ved innføring av logaritme emne.

Videre har jeg undersøkt om det finnes noen spesifikke kommentarer til denne oppgaven i Sensorveiledningen. Sensorveiledningen etter forhåndssensur høst 2009 er ikke tilgjengelig på Utdanningsdirektoratets internettsiden. Sensorveiledningen vår 2009 har ikke spesifikke kommentarer til oppgaven fra Del 1 av samme type (Udir, 2009c). Jeg vil anta at det ikke var kommentarer til den identiske oppgaven i høst 2009 heller.

5.4.2. Oppgaveanalyse i forhold til ulike taksonomier

Her presenteres selve analysen av oppgavene i forhold til TIMSS', Blooms og Bespaljkos taksonomiene. Beskrivelse av taksonomiene er gitt tidligere i *Teori* kapittel.

5.4.2.1. TIMSS taksonomi

Den første kognitive kategorien i taksonomien **Å kunne** innebærer at elever må huske fakta, å gjenkjenne objekter og uttrykk, å beherske algoritmer (som for eksempel løsning av standard likninger), å hente informasjon fra grafer og tabeller.

Jeg vil tolke oppgaven NOR1 og den foreslåtte løsningen at oppgaven tester kjennskap til de grunnleggende regnereglene med logaritmer og reproduksjon av dem. Elevene må vise at de husker fakta (regler) uten at de benytter hjelpemidler. Det kommer under betegnelse den kognitive virksomheten *Reprodusere,* kognitive kategorien **Å kunne.**

Oppgaven avspeiler oppgaver fra undervisning og derfor etter min tolkning vil komme under kategorien **Å anvende**, i underkategorien som karakteriserer kognitive virksomhet *Løse standardiserte oppgaver***.**

Oppgaven krever ikke en kompleks løsning og er kjent for elever, derfor vil den ikke teste de kognitive virksomhetene som kommer under kategorien **Å resonnere** (analysere, generalisere, bruke syntese og løse ikke-standardiserte oppgaver).

5.4.2.2. Blooms taksonomi

For å løse den aktuelle oppgaven, som jeg tidligere definerte som standardisert, uten hjelpemidler, må elevene kunne gjenkjenne regler, metoder og algoritmer. Elevene *kan* også forstå de reglene og prinsippene som er brukt. Jeg mener bestemt at en korrekt løsning av standardiserte/rutinepregede oppgaver nødvendigvis ikke innebærer forståelse. Oppgaver som lar seg løse ved å følge et sett regler og/eller algoritmer, er ofte basert på overfladisk betraktning av oppgaver.

Oppgaven kan utføres like godt både av elever som forstår den matematikken som ligger til grunn og av elever som kun har fått trening i algoritmisk løsning.

Jeg vil konkludere at etter Blooms taksonomi tester oppgaven kognitive læringsmål mest på 1. nivået- *Hukommelse.* Løsninger gitt av elever ville ikke vise skillet mellom elever som befinner seg på det 1.nivået og på det 2. – *Forståelse*. Løsningen vil ikke gi et entydig bilde av elevers grunnleggende matematikkforståelse.

Oppgaven tester ikke andre kognitive læringsmål fra Blooms taksonomi.

5.4.2.3. Bespaljkos taksonomi

Oppgaven er en lukket oppgave med lite rom for kreative løsninger og ikke-standardiserte framgangsmåter. De kognitive virksomhetstypene som testes tilhører reproduktive nivå, hvor eksempel reproduseres.

Jeg tar som utgangspunkt at alle elever som deltar i eksamen, har fått standpunktkarakter i faget og derfor har vist evner til oppfatning av ny informasjon, opplæringsevner. Jeg anser det som en bekreftelse på at elever i utgangspunktet befinner seg på 0-nivået *Forstå* i taksonomien, selv i et tilfelle, når de ikke har besvart på oppgaven i det hele tatt.

Begge de neste nivåene tilhører den reproduktive virksomheten. Skille mellom 1.nivået *Kjenne igjen* og 2.nivået *Reprodusere* ligger i selvstendighetsgrad ved fullføring av oppgaven. Siden vår oppgave skal utføres uten bruk av hjelpemidler, vil jeg tolke at dette viser større grad av selvstendighet. Elever reproduserer fortsatt kunnskap og bruker den i en kjent situasjon så lenge oppgaven er en standardisert oppgave. Derfor, er det øverste nivået i taksonomien som oppgaven tester, det 2.nivået *Reprodusere.*

5.4.3. Konklusjon om NOR1

I tabellen 5-1. vises samlede analyse for oppgaven NOR1 som er beskrevet i avsnittene over.

TIMSS taksonomi (3 nivå)	Oppgaven NOR1 tester – 1. nivået, kognitive kategorien *Å kunne* i delen som gjelder kognitiv virksomheten *Reprodusere* (kjennskap til regler og reproduksjon av dem); – 2. nivået, kognitive kategorien Å *anvende* i delen som gjelder *Å løse standardiserte oppgaver.* Det er det høyeste nivået som oppgaven kommer under i taksonomien.
Blooms taksonomi (6 nivå)	Oppgaven tester – kognitive læringsmålet på 1. nivået - *Hukommelse.* – Selv en korrekt utført løsning vil ikke gi et entydig bilde om elevens grunnleggende matematikk. Derfor kan man ikke trekke en konklusjon om hvor mye (eller hvor godt) oppgaven tester læringsmålet på 2. nivået – *Forståelse.* Oppgaven tester ikke kognitive læringsmål på høyere nivå enn det 2.
Bespaljkos taksonomi (4 nivå)	Oppgaven tester: – nivå *1 - Kjenne igjen* (reproduktiv nivå), der elevene skal identifisere og klassifisere oppgaven; – nivå 2 - Reprodusere (reproduktiv nivå) fra det reproduktive nivået i delen om å løse typiske (standardiserte) oppgaver.

Tabell 5-1. Samlede analyse for oppgaven NOR1

5.5. Analyse av oppgave 2 i norske oppgavesett (NOR2)

I dette avsnittet analyserer jeg bakgrunnsmaterialet av norske oppgaver NOR2 og selve oppgaven.

Oppgave NOR 2 er oppgave 3b fra eksamen 2009 vår (Udir, 2009a):

Finn den eksakte løsningen til likningen ved regning

$$(\ln x)^2 + \ln x^2 = 3$$

5.5.1. Analyse av bakgrunnsmaterialet til oppgave NOR2.

De grunnleggende reglene som elevene skal kjenne til for å fullføre oppgaven er:

- $\lg a^k = k \cdot \lg a$

– løsninger av likninger av andre grad;

– løsninger av enkle likninger med logaritmer.

Vurderingsveiledningen (Udir, 2009d) gjør lesere oppmerksomme på språkbruk i oppgaveformuleringen. Oppgaven presiserer at eleven skal finne løsningen ved regning. Det betyr at løsningen skal redegjøres trinn for trinn, slik at mellomregninger kommer tydelig fram. Det vil si at eleven skal redegjøre for utregningen steg for steg. Det samme sier Sensorveiledningen etter forhåndssensuren 2009 (Udir, 2009c).

Ved bruk av digitale verktøy med integrerte ferdige prosedyrer for løsning av sammensatte problemer, for eksempel for løsninger av likninger og ligningssystemer, skal elevene redegjøre for tankegangen bak løsningen av oppgaven (Udir, 2009d).

Oppgaveløsningen 1 forutser kjennskap til løsningen av andregradslikningen. Det er pensum fra kurset 1T, som kurset R1 basert på. Vurderingsveiledningen 2009 (Udir, 2009d: 7) påpeker at det forventes at en behersker grunnleggende formler og framgangsmåter fra tidligere kurs og skolegang. Formelen til løsningen til andregradslikningen (såkalt *abc*-formelen) er oppgitt i Vurderingsveiledningen som forutsettes kjent for både for kurs 1T og

R1. I listen med kjente formler for R1 kurset, står også de andre to formlene nødvendige for løsningen.

Det at oppgaven NOR2 tilhører eksamensdel 2 vil i praksis bety at man kan bruke hjelpemidler ved løsningen, bl.a. digitale hjelpemidler. I vårt tilfelle kan de brukes til løsningen av andregradslikningen, til løsningen av de enkle logaritmiske likninger og til å finne eksakte verdier.

$$\ln x = -3$$
$$\underline{\underline{x = \mathrm{e}^{-3} = 0,050}}$$
$$\ln x = 1$$
$$\underline{\underline{x = \mathrm{e} = 2,718}}$$

Det understrekkes at hvis ferdige prosedyrer bl.a. for likningsløsningen tas i bruk, er det viktig at eleven redegjør for tankegangen bak løsningen av oppgaven.

Spørsmål om omfang av bruk av digitale hjelpemidler ved løsning av denne oppgaven har ikke et entydig svar. I appendiks 2 presenteres løsningsforslaget 2 til oppgave NOR2 (oppgave3b fra eksamen våren 2009). Løsningen hentet fra Internettside til Texas Instruments Incorporated © og er utarbeidet av Anders Overbye, undervisningskonsulent ved Texas Instruments Incorporated © og lektor i matematikk og fysikk. Kalkulatorer *Texas* og *Texas* pedagogiske programvære brukes ofte ved matematikkundervisning i norske videregående skoler, bl.a. i Troms fylkeskommune. På Internettsiden er publisert et løsningsforslag til eksamensoppgaver som vil trenge bruk av digitale hjelpemidler i våren 2009 for kursene 2T, 2P, R1 og S2.

Diskusjon om hvor mye Overbyes løsning vil tilsvare kravene fra Vurderingsveiledningen foregår i matematikklærermiljøet i Troms, og sannsynligvis ikke bare der. Etter min vurdering forandrer løsningsforslag 2 ikke oppgavens innhold i forhold til kognitive kategorier, og i min analyse vil jeg se bort fra dem.

Ved vurdering av bruk av hjelpemidler ved eksamen R1, skal man være oppmerksom på at det ikke bare er digitale hjelpemidler som er benyttet av elever ved eksamen. Rapporten *Evaluering av matematikkeksamener, vår 2009 – MAT0010 og REA3022* viser til seks hjelpemiddel som oppgis å være de som ble benyttet mest under eksamen i matematikk R1:

1. Lærebok;

2. Elevbok/egne notater fra ordinær undervisning;

3. Grafisk kalkulator uten symbolbehandlende verktøy;

4. Kalkulator med symbolbehandlende verktøy;

5. Enkel kalkulator;

6. Regelbok/formelhefte. (Rambøll M.C. og ILS, 2009: 45)

Bruk av lærebøker og egne notater fra ordinær undervisning retter oppmerksomheten mot spørsmålet om hvor godt elevene kjenner til oppgavetypen til NOR2.

Alle tre læreverk som ble brukt til analysen inneholder oppgaver med en enkelt variasjon fra eksamensoppgaven av type: $(\ln x)^2 + 2\ln x = 3$. For å komme fra formen til NOR 2 til denne type oppgave, vil det kreves bruk av regelen $\ln a^k = k \cdot \ln a$. Et av hovedspørsmålene ved analyse av NOR2 er spørsmålet om oppgaven kan karakteriseres som en oppgave der det testes kunnskaper i en ny, forandret situasjon. Jeg mener at forskjellen mellom eksamensoppgaven og eksempler i lærebøker, som består av bruk av kun en enkel grunnleggende regel, er for liten til å kunne tolke den som en ukjent situasjon. Derfor vil jeg karakterisere NOR2 som en standardisert oppgave, som elevene skal kjenne igjen fra undervisningen.

Oppgaven NOR2 er en sammensatt oppgave, der elever skal kunne se at en likning med logaritmer er en andregradslikning. Det finnes ikke liknende oppgaver i kurset 1T. Men jeg synes at denne løsningen som er presentert på *Lokus* (Heir mfl, 2009a) viser oss at det er egentlig kompetansemål fra kurset 1T ble testet i det meste. Dette viser jeg også i analysen av sammenhengen mellom oppgaven og kompetansemål. Jeg kunne karakterisere denne oppgaven som en oppgave der elevene skal vise sine kunnskaper i en ny situasjon ved for eksempel eksamen i kurs 1T. Ved kurset R1, der liknende oppgaver er foreslått som øvingsoppgaver, vil jeg kalle oppgaven som standardisert, der elevene skal bruke kjente løsningsmetoder for å løse den.

Videre, i analysen av oppgavene RUS1 og RUS2 vil vi treffe en liknende situasjon, da oppgavene blant annet tester kunnskaper fra tidligere kurs. Forskjellen ligger i utføring av utregninger. Løsningsforslagene til de russiske oppgavene viser at det er ikke påkrevd like detaljert utregning som *Lokus* forslaget (Heir mfl., 2009a) viser til den norske oppgaven. Jeg vil tolke det slik at i tilfelle med RUS1 og RUS2 skal disse kunnskapene og regneferdighetene ses på som en allerede ervervet kunnskap, og ferdighetene er rutinepregete. *Lokus* forslaget gir grunnlaget til å tolke at kunnskaper fra 1T testes på like linje som kunnskaper fra R1. Hvis vi vil vurdere 1T- kunnskapene, som rutinepregete for R1, vil oppgaven redusere seg til en enkel oppgave om bruk av en enkel regel for logaritmer og om løsning av enkle logaritmiske likninger.

5.5.2. Oppgaveanalyse i forhold til ulike taksonomier

5.5.2.1. TIMSS taksonomi

Løsningen av oppgaven forutser kjennskap til de grunnleggende regneregler med logaritmer, løsningen av andregrads- og logaritmiske likninger og at elevene kan reprodusere disse reglene. Det kommer under betegnelse de kognitive virksomhetene *Reprodusere og Regne ut*, kognitive kategorien **Å kunne.**

Oppgaven avspeiler oppgaver fra undervisning og derfor vil komme under kategorien **Å anvende**, i underkategorien som karakteriserer kognitive virksomhet *Velge metoder* og *Løse standardiserte oppgaver***.**

Vanskelighetsgrad av oppgavens kompleksitet vil jeg vurdere som lav. For å fullføre løsningen korrekt må man blant annet se at en har en andregradslikning med *ln x* som den ukjente. Man kan løse oppgaven uten å gå over til en ny variabel. Eksemplene på en slik løsning er presentert i lærebøker og den gitte Lokus-løsningen. Oppgaven er kjent for elever, derfor vil den teste de kognitive virksomhetene som kommer under kategorien **Å resonnere** i ingen (eller liten) grad.

5.5.2.2. Blooms taksonomi.

Muligheter til å bruke både bøker og egne notater fra undervisninger under eksamens gjør vurderingen vanskelig. Ved tilgang til hjelpemidler trenger man verken å huske spesifikke regler eller algoritmer eller i stor grad å forstå reglene og algoritmer.

Rapporten *Evaluering av matematikkeksamener, vår 2009 – MAT0010 og REA3022* (Rambøll M.C. og ILS, 2009: 45–46) viser at totalt 93 % av elevene benyttet seg av lærebok under eksamen enten mye eller noe og 66 % benyttet av elevbok/egne notater fra ordinær undervisning. De elevene som ikke benyttet seg av hjelpemidler i det hele tatt (3 % av elever) oppgir blant annet følgende grunner til det: at de ikke hadde bruk for de hjelpemidler de hadde med seg (54 %) og at de ikke hadde tid til å bruke dem (34 %).

Disse tallene er korrekte for generell bruk av hjelpemidler ved del 2. Jeg har ikke grunnlag verken å påstå eller å avvise at de samlede tallene er de samme i forhold til oppgaven NOR2.

Under betingelsen at man skal benytte seg av hjelpemidlene som lærebøker og egne notater fra undervisning i en liten/begrenset grad, vil jeg vurdere oppgaven på følgende måte:

– ved analysen av oppgaven tok jeg utgangspunktet i at oppgavetypen er kjent for elever og at oppgaven kan karakteriseres som standardisert. I utgangspunkt med overnevnte kan man si at oppgaven tester at elevene skal gjenkjenne begrep, regler, metoder og algoritmer. Man skal tolke likningssuttrykket riktig og kunne bruke innlærte regler og metoder. Jeg vil konkludere at oppgaven **tester** læringsmålene nivå 1. *Hukommelse, og* nivå 2. *Redegjørelse/Forståelse.* Testing av *Anvendelse* foregår **ikke**, hvis man skal tolke kategorien at man skal anvende begrep og prinsipper i en ny ukjent situasjon.

5.5.2.3. Bespaljkos taksonomi

Oppgaven NOR2 tester ervervelse av nye kunnskaper tilsvarende 1. nivået *Kjenne igjen*, der oppgaven løses på grunnlag av eksempler fra bøker og/eller undervisning, det vil si når hjelpemidlene benyttes i stor eller noe grad.

Oppgaven NOR2 tester ervervelse av nye kunnskaper tilsvarende 2. nivået *Reprodusere,* der løsningen reproduserer kunnskaper og bruker de i en kjent situasjon. Det forutsettes lite eller ingen grad av bruk av de overnevnte hjelpemidlene.

Begge nivåene representerer den reproduktive kognitive virksomheten.

5.5.3. Konklusjon om NOR2

I tabellen 5-2. vises samlede analyse for oppgaven NOR2 som er beskrevet i avsnittene over.

TIMSS taksonomi (3 nivå)	Oppgaven NOR2 tester – 1. nivået, kognitive kategorien *Å kunne* i delen som gjelder kognitiv virksomheten *Reprodusere og Regne ut*; – 2. nivået, kognitive kategorien Å *anvende* i delen som gjelder *Velge metoder* og *Løse standardiserte oppgaver*. Det er det høyeste nivået som oppgaven kommer under i taksonomien.
Blooms taksonomi (6 nivå)	Ved betingelsen at man skal benytte seg av hjelpemidlene som lærebøker og egne notater fra undervisning i en liten/begrenset grad vil oppgaven **teste** læringsmålene nivå 1. *Hukommelse*, *og* nivå 2 *Redegjørelse/Forståelse.* Testing av *Anvendelse* foregår **ikke**, hvis man skal tolke kategorien at man skal anvende begrep og prinsipper i en ny ukjent situasjon.
Bespaljkos taksonomi (4 nivå)	Ved benyttelse av bøker og notater fra undervisning i stor eller noe grad, tester oppgaven 1. nivået *Kjenne igjen*. Ved benyttelse av bøker og notater fra undervisning i lite eller ingen grad, tester oppgaven 2. nivået *Reprodusere.* Begge nivåene representerer den reproduktive kognitive virksomheten.

Tabell 5-2. Samlede analyse for oppgaven NOR2

5.6. En generell analyse av russiske oppgavesett 2009 og 2010

Innhold i de russiske programmer i matematikk ble ikke forandret i de siste årene. Derfor synes jeg at det er tilstrekkelig å se på eksamensoppgaver fra de to siste årene (2009, 2010) for å danne et bilde av oppgavesettenes struktur, oppgavenes vanskelighetsgrad og vurderingskriteriene som ble stilt til besvarelsene.

Eksamenstid til begge eksamener er på 4 timer.

Oppbygningen av oppgavesettene ble forandret fra 2009 til 2010. I eksamenssettet 2010 ble flervalgsoppgaver som ikke hadde teoretisk forankring i russiske pedagogiske tradisjoner, tatt ut fra avgangseksamen. Samtidig ble antall oppgaver med kort svar, og oppgaver med utvidet løsning øket. Eksamenssett 2010 bestod av 2 deler og inneholdt 18 oppgaver, mot 26 oppgaver fordelt på 3 deler i 2009. Eksamenssett 2009 bestod av 13 oppgaver av grunnleggende, 10 av forhøyet og 3 av høy vanskelighetsgrad. Der er 2 oppgaver av høy vanskelighetsgrad fra området *Algebra* og en fra *Geometri*. Eksamenssett 2010 bestod av 12 oppgaver av grunnleggende, 4 av forhøy av 2 av høy vanskelighetsgrad. De siste to oppgavene var beregnet på elever som skal gå videre gjennom konkurranseutvalg (seleksjon) ved de utdanningsinstituttene som har høye krav til matematikk kunnskap hos sine søkere (SIPM, 2009 og SIPM, 2010).

5.7. En generell analyse av oppgaver med logaritmer i russiske oppgavesett 2009 og 2010

I dette avsnittet har jeg sett på eksamenssett om hvor mye oppgaver med logaritmer de inneholder, hvilke del tilhørte de og hvilken vanskelighetsgrad oppgavene hadde. Oppgavene med løsningsforslag er presentert i Appendiks 3.

Analysene av oppgavesett viser at oppgaver med logaritmer er representert i alle vanskelighetsgrader.

I 2009 inneholdte eksamenssett oppgaver med logaritmer: 2 oppgaver med grunnleggende vanskelighetsgrad, 1 oppgave med forhøyet og 1 med høy vanskelighetsgrad.

I 2010 inneholdte eksamenssett oppgaver med logaritmer: 1 i grunnleggende vanskelighetsgrad og 1 i forhøyet vanskelighetsgrad. En slik fordeling ulike fra fordeling i 2009 kan forklares at antall oppgaver ble sterkt redusert generelt og settet inneholdte bare 2 oppgaver av høy vanskelighetsgrad. Sannsynligvis var det ikke mulig (eller vanskelig) å gjøre det i praksis slik at oppgavene av høy vanskelighetsgrad vil dekke de fleste emner.

La oss se på hvordan oppgavene er formulert og hvilke vanskelighetsgrader de hadde. Formuleringer av oppgaver har vist i tabellen 5-3.

	2009	2010
Grunnleggende vanskelighetsgrad	– Regn ut – På en av de 4 gitte figurene er framstilt graf til en gitt funksjon. Vis nr. til denne figuren.	– Regn ut
Forhøyet vanskelighetsgrad	– Regn ut	– Regn ut ulikheten
Høy vanskelighetsgrad	– Finn alle verdier for *x* >1, slike at den største av de to tall *a* og *b*, angitte som uttrykk av *x*, er større enn ett gitt tall .	

Tabell 5-3. Oversikt over formuleringer av de ulike oppgavene med logaritme og dens vanskelighetsgrad.

Jeg anser at oppgavene med forhøyet og høy vanskelighetsgradsnivå passer mest til testing av kunnskaper hos elever som studerte matematikk i spesialiserende retning.

Eksamen	**Eksamen 2009**	**Eksamen 2010**
Oppgaven	Regn ut $6^{\log_6 5} + 100^{\lg\sqrt{8}}$	Regn ut ulikheten: $\log_{x+3}(9-x^2) - \frac{1}{16}\cdot\log^2_{x+3}(x-3)^2 \geq 2$
Testes følgende kunnskaper knyttet til emne *Logaritmer direkte*	$a^{\log_a b} = b$ $\log_n a^k = k\cdot\log_n a$	- definisjon av logaritmen; – definisjonsmengder for logaritmiske funksjoner; – løsninger av enkle likninger med logaritmer; – grunnleggende regler med logaritmer
Testes følgende kunnskaper som er ikke knyttet til emne *Logaritmer* direkte	– definisjon av kvadratrot. $\left(a^p\right)^q = a^{p\cdot q}$	– definisjonsmengder for sammensatte uttrykk; – definisjon av absoluttverdien; – konjugatsetningen; – løsningen av andregradsulikheter; – løsningen av ulikhetssett av flere ulikheter; – intervallmetoden; – løsningen av andregradslikninger; – løsningen av likningssett av flere likninger.

Tabell 5-4. Oversikt over kunnskaper som er nødvendige til å fullføre oppgaven med utvidet løsning med forhøyet vanskelighetsgrad.

For å kunne velge mellom to oppgaver av forhøyet vanskelighetsgrad vil jeg se på de kunnskaper oppgavene tester. Oppgavene er sammensatte og krever fortrolighet med ulike områder i algebra i tillegg til fortrolighet med Logaritme-emnet. Resultatene vises i tabellen 5-4.

Det ser ut at oppgaven fra 2010 tester flere kunnskaper enn oppgaven fra 2009 og jeg vil velge denne oppgaven til videre testing.

Spesifikasjoner til eksamenssett (SIPM, 2009) understrekker at oppgaver av forhøyet og av høy vanskelighetsgrad tester ulike kognitive virksomheter.

Den neste tabellen 5-5. viser oversikt over kunnskaper nødvendige til å fullføre oppgaven med utvidet løsning av høy vanskelighetsgrader.

Eksamen	**Eksamen 2009**
Oppgaven	Finn alle verdier x >1, slike at den største av de to tall $a = \log_2 x + 2 \cdot \log_2 32 - 2$ og $b = 41 - \log_2^2 x^2$ er større enn 5.
Testes følgende kunnskaper knyttet til emne *Logaritmer* direkte	– definisjon av logaritmen; – egenskaper til logaritmer; - $\log_n a^k = k \cdot \log_n a$ - $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$ – løsninger av enkle ulikheter med logaritmer.
Testes følgende kunnskaper som er ikke knyttet til emne *Logaritmer* direkte	– kjennskap til ekvivalens og implikasjon; – $\left(a^p\right)^q = a^{p \cdot q}$ – løsningen av andregradslikninger; – løsningen av sammensatte likninger; – løsninger av enkle ulikheter; – løsningen av rasjonale ulikheter; – løsningen av andregradsulikheter; – løsningen av ulikhetssett av flere ulikheter.

Tabell 5-5. Oversikt over grunnleggende kunnskaper som er nødvendige til å fullføre oppgaven med utvidet løsning av høy vanskelighetsgrad.

Ved arbeidet videre har jeg valgte å analysere nærmere en oppgave av forhøyet vanskelighetsgrad og en av høy vanskelighetsgrad. Det er de to følgende oppgavene:

Oppgave 1 (RUS1): oppgave C3 fra 2010 (SIPM, 2010):

Regn ut ulikheten: $\log_{x+3}(9 - x^2) - \frac{1}{16} \cdot \log_{x+3}^2 (x-3)^2 \geq 2$

Oppgave 2 (RUS2): oppgave C3 fra 2009 (SIPM, 2009):

Finn alle verdier for x >1, slike at den største av de to tall $a = \log_2 x + 2 \cdot \log_2 32 - 2$ og $b = 41 - \log_2^2 x^2$ er større enn 5.

5.8. Analyse av oppgave 1 i russiske oppgavesett (RUS1)

I de to neste avsnittene beskrives analyse av bakgrunnsmateriale av russiske oppgaven RUS1 og gis selve analysen av oppgaven i forhold til alle tre taksonomiene: TIMSS, Blooms og Besaplakos.

Jeg baserer min analyse på beskrivelser av de beskrivelsene av taksonomien, som ble gitt tidligere i Teori kapittelet, og på vedlegg til de aktuelle eksamenssettene: Spesifikasjoner til eksamen i matematikk ESE 2009 og 2010, Oversikt over emnekoder til ulike oppgaver for innholdselementer i matematikk ved eksamen 2009 og 2010 (SIPM, 2009 og SIPM, 2010).

5.8.1. Analyse av bakgrunnsmaterialet til oppgave RUS1

Oppgave 1 (RUS1) er oppgaven C3 fra eksamen 2010 (SIPM, 2010).

Regn ut ulikheten:

$$\log_{x+3}(9 - x^2) - \frac{1}{16} \cdot \log_{x+3}^2 (x-3)^2 \geq 2$$

Demoversjonen viser to løsninger til denne oppgaven som beskriver riktig resonnement med korrekt løsningsføring. Videre vises også kriterier ved vurdering av denne oppgave med poenguttelling. Både løsningene og de spesifikke vurderingskriterier med poengfordeling vises i *Appendiks* 3.

Oppgaven tester kunnskaper fra kurs *Algebra* 7-11 kl. og har et forhøyet (i forhold til grunnleggende) vanskelighetsnivå. For å utføre denne typen oppgave kreves det av elever å anvende sine kunnskaper i en forandret situasjon ved bruk av metoder fra skolekurset i matematikk. Oppgavens innhold vil tilsvare både det innholdet til matematikkurset på grunnskolenivå og tilsvarer kravene stilte på opptaksprøver i matematikk ved høgskoler og universiteter med studier med fordypning i matematikk. (SIPM, 2010)

Spesifikasjoner til eksamenssett definerer de innholdselementer og kompetansemål som er testet i **største grad** ved denne oppgaven: at eleven må kunne løse rasjonale-, eksponentielle- og logaritmiske ulikheter og dens systemer. Tidligere i tabellen 5-4. har jeg vist mer detaljert oversikt over kunnskaper påkrevd i denne oppgaven. Oppgaven er sammensatt og krever fortrolighet til ulike områder i algebra i tillegg til fortroligheten til *Logaritme*-emnet.

Det beregnet ca. 30 min til løsning av oppgaven RUS1. Der er ikke tillat å bruke hjelpemidler ved eksamen.

5.8.2. Oppgaveanalyse i forhold til ulike taksonomier

5.8.2.1. TIMSS taksonomi

Løsningen av oppgaven RUS1 vil kreve kjennskap til ulike definisjoner, regler og egenskaper. Elevene må kunne identifisere likningen som andregradslikning, kunne se sammenheng mellom uttrykkene av *x* under log-symboler og lignende. Det påkreves også regneferdigheter i stor grad. Oppgaven RUS1 tester den kognitive kategorien ***Å kunne*** i deler som gjelder kognitive virksomheter *Reprodusere*, *Identifisere* og *Regne ut*.

For å løse denne sammensatte oppgaven RUS1, må elevene velge en produktiv strategi/metode og fullføre det. Under løsningen kan de presentere resultatene som man skal få underveis i ulike representasjoner. Her er det aktuelt å snakke om å løse ulikhetssett ved hjelp av intervallmetoden grafisk. Selv oppgaven kan sees som en sammensetning av flere standardiserte deloppgaver, der elevene må vise kjennskap til aktuelle løsningsmetoder og beherskelse av dem. Oppgaven tester den kognitive kategorien ***Å anvende*** i kognitive virksomheter *Velge metoder*, *Presentere* og *Løse standardiserte oppgaver*.

Løsning av oppgaven vil kreve bruk av analytiske evner: det matematiske uttrykket må analyseres, "brytes" i biter, man skal velge de faktaene (egenskaper til logaritmer) som er nødvendige. Ved løsningen underveis skal delsvarene velges bort etter betingelser for definisjonsmengde, det vil si at må man gjøre konklusjoner basert på en gitt informasjon. Videre må man kombinere ulike prosedyrer og algoritmer for å kombinere resultatene for nye resultater videre. Oppgaven krever anvendelse av kunnskaper både fra emnet *Tall og bokstavuttrykk* og emnet *Likninger og ulikheter.* Oppgaven tester den kognitive kategorien ***Å resonnere*** i kognitive virksomheter *Analysere* og *Å bruke syntese*.

Den samlede informasjon på bakgrunn av offentlig dokumenter gir meg ikke grunnlag til å trekke en konklusjon om hvor mye testes virksomhet *Generalisere.* Svaret på dette spørsmålet kan gis for eksempel på bakgrunn av kjennskap om i hvor stor grad læreverker, som er brukt i russiske skole ved det aktuelle kurset, tilbyr øvingsoppgaver som i stor grad avspeiler oppgaven RUS1. Det vil se om i hvor stor grad oppgaven kan karakteriseres som en standardisert oppgave og i hvor stor grad situasjonen (formuleringen, matematiske symboluttrykket og lignende) er ukjent for elever.

5.8.2.2. Blooms taksonomi

Spesifikasjoner til eksamen 2010 viser vanskelighetsgrad for oppgaven RUS1 som forhøyet. Det innebærer at elevene kjenner løsningsmetoder fra undervisning, men situasjonen er forandret.

Konecpoljskaja bekrefter at oppgaver av denne typen finnes blant øvingsoppgaver i ulike læreverker til kurset matematikk, spesialiserende retning. Konecpoljskaja påpeker også at disse oppgavene fra lærebøker er ofte litt enklere og sjelden inneholder uttrykk av *x*, både i grunntallet og i argumentet av *log* samtidige (Konecpoljskaja, 2010). Det vil jeg tolke at oppgaven RUS1 krever bruk av kunnskaper og kjente algoritmer i en forandret situasjon. Det at oppgaven tester kunnskaper i en forandret situasjon vil si at det ikke er nok å bruke regler etter *Hukommelse*, men det kreves en viss *Forståelse* av oppbygninga av uttrykket. Oppgaven vil skille godt mellom elever som befinner seg på det første nivået og på det andre nivået i Blooms taksonomi.

Oppgaven RUS1 er en sammensatt oppgave og krever kjennskap til flere ulike regler, definisjoner og algoritmer.

Jeg vil konkludere med dette at oppgaven tester i stor grad de kognitive læringsmålene *Hukommelse/Kunnskap* og *Redegjørelse/forståelse.* Det at løsningen krever sammensetning av flere algoritmer samtidige, at elever må holde styr på flere områder (som definisjonsmengder, logaritmiske regler, ulike argumenter under *log*) vil jeg tolke som bekreftelse at løsningen krever forståelse av regler og framgangsmåter. Det vil se at oppgaven tester læringsmål *Anvendelse* (nivå 3) i delen om riktig anvendelse av metoder og algoritmer i stor grad.

Det at for å løse oppgaven skal man bruke løsningsmetoder kjente fra undervisning, vil jeg tolke i forhold til oppgaven at det skal brukes et sett av algoritmer. Oppgaven gir ikke et entydig svar på i hvilken grad elever kan anvende begreper og løsningsprinsipper i en helt **ny** situasjon.

Den sammensatte løsningen vist i begge løsningsforslagene og i forslaget til poenguttelling, peker i retning at for å utføre oppgaven korrekt, må elever ha innforstått oppgaven riktig, dele den matematiske uttrykket i elementer og forstå sammenhengen av dem. Denne beskrivelse karakteriserer nivå 4. *Analyse.* Selv om at oppgaven i en viss grad er kjent for elever fra undervisningssituasjon, vil jeg anse løsningen så pass sammensatt at det vil kreve analytiske evner for å løse den. Samtidige kan oppgaven løses etter et skjema, oppgave er fortsatt standardisert. På denne måten vil oppgaven teste 4.nivå *Analyse* i middels grad. Oppgaver tester ikke nivå av høyre grad.

5.8.2.3. Bespaljkos taksonomi

Jeg ser på oppgaven RUS1 som en oppgave der man tester kunnskaper og løsningsmetoder kjente for elever fra før. Oppgaven er sammensatt og skal løses uten hjelpemidler. Det er alle kjennetegner for nivået 2 *Reprodusere*. Det at situasjonen er forandret i forholdt til typiske øvingsoppgaver, som vises seg til å være ofte mindre sammensatt (iflg. Konecpolsjkaja), vil gi åpning til tolkning at oppgaven befinner seg på vei mot 3.nivået *Anvende*.

5.8.3. Konklusjon om RUS1

I Tabellen 5-6. vises samlede analyse for oppgaven RUS2 som er beskrevet i avsnittene over.

TIMSS taksonomi (3 nivå)	Oppgaven RUS2 tester – 1. nivået, den kognitive kategorien ***Å kunne*** i deler som gjelder kognitive virksomheter *Reprodusere*, *Identifisere* og *Regne ut*. – 2. nivået, den kognitive kategorien ***Å anvende*** i deler som gjelder kognitive virksomheter *Velge metoder*, *Presentere* og *Løse standardiserte oppgaver*. – 3. nivået, den kognitive kategorien ***Å resonnere*** i deler som gjelder kognitive virksomheter *Analysere* og *Å bruke syntese*.
Blooms taksonomi (6 nivå)	Oppgaven tester i stor grad kognitive læringsmålene *Hukommelse/Kunnskap* og *Redegjørelse/forståelse*. Oppgaven tester læringsmål *Anvendelse* (nivå 3) i delen om riktig anvendelse av metoder og algoritmer i stor grad, men kan ikke gi et entydig svar på i hvilken grad elever kan anvende begreper og løsningsprinsipper i en helt **ny** situasjon. Oppgaven tester 4.nivå *Analyse* i en middels grad. Oppgaver tester ikke nivå av høyre grad.
Bespaljkos taksonomi (4 nivå)	Oppgaven tester 2. nivået *Reprodusere* fra det reproduktive nivået. Det finnes en åpning for tolkning at oppgaven befinner seg på vei mot 3.nivået *Anvende* (laveste grense av det 3.nivået)

Tabell 5-6. Samlede analyse for oppgaven RUS2

5.9. Analyse av oppgave 2 i russiske oppgavesett (RUS2)

5.9.1. Analyse av bakgrunnsmaterialet til oppgave RUS2

Oppgave 2 (RUS2): oppgave C3 fra 2009 (SIPM, 2009)

Finn alle verdier for x >1, slike at den største av de to tall $a = \log_2 x + 2 \cdot \log_2 32 - 2$ og $b = 41 - \log_2^2 x^2$ er større enn 5.

Demoversjoner til eksamen 2009 viser til ulike løsninger og vurderingskriterier av de oppgavene av høy vanskelighetsgrad. Det understrekes at de foreslåtte løsningene bare er noen av flere mulige. Hensikt med å vise både løsninger og vurderingskriterier, er å gi et bilde av kravene for oppgavebesvarelser til oppgaver med utvidet løsning, dens korrekte utføring og resonnement. (SIPM, 2009: 2)

Ved analyse av løsningen kan man legge merke til at både i del 1) (overgangene (1)-(4) og i delene 2) og 3) mangler det forklaringer til overganger. Her, mener ekspertene, er det tilstrekkelig nok med forklaringer uten henvisninger til regler og formler. Samtidige presiserer Spesifikasjoner at løsningen må være korrekt begrunnet. Det vil jeg tolke slik at

– bruk av de grunnleggende logaritmiske reglene ved overgang (1)-(2) og del 2) og

– løsning av ulikhetssett i den siste ekvivalensen i del 2)

vurderes som rutinepregede ferdigheter. Jeg anser at mangel på mer detaljerte forklaringer ved de andre delene av løsningsforslaget har den samme forklaringen.

Oppgaven tester kunnskaper fra kurs *Algebra* 7-11 kl. og har høy grunnleggende vanskelighetsgrad. Det forutser at elever skal anvende sine kunnskaper i en for dem ny situasjon. Ved dette kreves det av elever å kunne analysere situasjonen (problemet), selvstendig utarbeide dens matematiske modell og framgangsmåten ved bruk av kunnskaper fra ulike områder av skolekurset. Elevene må også vise et resonnement, og utføre løsningen korrekt ved hjelp av matematisk formelt språk. Besvarelser på denne (og andre) oppgaver med høy vanskelighetsgrad utgjør en nyansert differensiering av elever etter elevers matematikkunnskaper. På grunnlag av denne differensieringen, kan høgskoler og universiteter utføre en objektiv og begrunnet seleksjon blant søkere (SIPM, 2009). Oppgaver av høy vanskelighetsgrader beregnet utelukkende på elever med et høyt nivå matematikkunnskaper (SIPM, 2009). Det er viktig å ta denne bemerkningen med: det viser at i utgangspunkt var oppgaven beregnet på elever som hadde matematikkurs med 5 eller flere timer per uke, med matematikk som spesialiserende retning. Kurset som kan sammenliknes med kurset R1 i norske videregående skole.

Spesifikasjoner til eksamenssett definerer de innholdselementer og kompetansemål som er testet **i størst grad** ved denne spesifikke oppgaven: at eleven må kunne løse matematiske problemer ved å lage dens modeller (ulikheter), å kunne løse ulikheter, blant annet logaritmiske ulikheter (løse ulikheter, finne løsninger etter gitte betingelser, løse ulikhetssett av flere ulikheter). Tidligere i tabellen 5-5. har jeg vist en mer detaljert liste over kunnskaper påkrevd av denne oppgaven. Oppgaven er sammensatt og krever fortrolighet til ulike områder i algebra i tillegg til fortroligheten til *Logaritme*-emnet.

Spesifikke krav til oppgaveløsningen med poengskala vises i Appendiks 3 etter den aktuelle oppgaven. Generelle krav til oppgaveløsningen er det de samme som ble vist til analyse av oppgaven RUS1.

Det beregnet ca. 40 min til løsning av oppgaven RUS2. Der er ikke tillatt å bruke hjelpemidler ved eksamen.

5.9.2. Oppgaveanalyse i forhold til ulike taksonomier

5.9.2.1. TIMSS taksonomi

Demoversjonen av eksamen 2009 presenterer bare et løsningsforslag til oppgave RUS2, men påpeker at oppgaven kan løses på flere ulike måter. Analysen til oppgaven RUS2 er gitt på bakgrunnen av det gitte forslaget med forutsetning om at andre løsninger og framgangsmåter vil vise andre kognitive virksomheter som aktuelle.

På samme måte som oppgave RUS1 vil oppgaven RUS2 teste den kognitive kategorien **Å kunne** i følgende kognitive virksomheter: *Reprodusere, Identifisere og Regne ut*. Løsningen krever at elever kjenner til definisjoner, egenskaper til funksjoner, algoritmer og lignende.

Oppgaven er en kompleks problemstilling, som krever at elevene skal kunne velge produktive strategier, lage en modell til løsning og kunne løse standardiserte oppgaver (for eksempel: de enkle logaritmiske ulikheter). Det vil si at oppgaven tester den kognitive kategorien **Å anvende** i følgende kognitive virksomheter: *Velge metoder, Modellere og Løse standardiserte oppgaver* i stor grad.

Den foreslåtte løsningen og Oversikt over vurderingskriteriene viser at elevene må i **stor grad** kunne *analysere* oppgaven og dele den opp i elementer. Videre må de kunne samle resultatene i en helhet. Elevene må anvende sin kunnskap fra ulike områder fra matematikkurset: ulikheter, logaritmer, andregradslikninger og så videre. Det karakteriserer oppgaven som et kompleks problem som krever *bruk av syntese* i middels eller stor grad ved løsningen. Elevene må også bruke matematiske metoder i en ukjent/vanskelig situasjonen, med andre ord: løse *en ikke-standardisert oppgave*. Alt dette vil peke at oppgaven tester den kognitive kategorien **Å resonnere.**

5.9.2.2. Blooms taksonomi

På samme måte som Oppgave RUS1 vil Oppgave RUS2 teste nivået 1 *Kunnskap/ Hukommelse*, nivået 2 *Redegjørelse/Forståelse* og nivået 3 *Anvendelse* i stor grad. Elevene må huske definisjoner, egenskaper til logaritmiske funksjoner og ulike algoritmer. Oppgaven tester kunnskapen i en ny situasjon og det settes krav om at elevene må forstå og anvende sine kunnskaper ved en fra før ukjent problemstilling.

I avsnittet over om oppgaveanalyse i forhold til TIMSS taksonomi ble det drøftet spørsmålet om at ved løsning av oppgaven RUS2 må elevene vise evner til *Analyse* (det fjerde nivået) og *Syntese* (det femte nivået). De skal vises ved denne konkrete ny komplekse problemstillingen (ny situasjon) i middels eller stor.

Beskrivelse av det sjette nivået *Evaluering* er vanskelig å bruke i praksis ved analysen av oppgaven. Med den tolkningen, at elever må kunne *evaluere* om resultatet (svaret på oppgaven) er riktig i forhold til gitte betingelsene og løsningen er utført korrekt, vil jeg konkludere at det er vanskelig/ikke mulig å vurdere om eleven viser ferdighetene på dette nivået ved **en skriftlig** eksamen. Både elevene, som kan evaluere løsninger og svar, og elevene som ikke kan gjøre det (og befinner seg på det femte nivået Syntese), vil vise et riktig svar med en korrekt utført løsning.

Denne tolkningen gir meg ikke rom til å vurdere om hvordan oppgaven tester dette nivået.

5.9.2.3. Bespaljkos taksonomi

Oppgaven RUS2 forutsetter at elever klarer å reprodusere kunnskap fra tidligere klassetrinn, som gjelder for eksempel løsninger av andregradslikninger og løsninger av ulikhetssett. De må også vise evner til å kjenne igjen problemstillingen eller deler av oppgaven, bruke ervervet kunnskap i en ukjent situasjon. Det betyr at oppgaven tester nivåene 1, 2 og 3: *Kjenne igjen, Reprodusere og Anvende* i stor grad.

Oppgaven regnes som en oppgave med en for elever ny problemstilling, at de ikke kjenner oppgavetypen fra før. For å løse oppgaven må man skape en ny handlingsalgoritme, som vil karakterisere en produktiv virksomhet. Alt dette peker mot at oppgaven RUS2 tester 4. nivået *Skape ny (å være kreativ).*

5.9.3. Konklusjon om RUS2

I tabellen 5-7. vises samlede analyse for oppgaven RUS2 som er beskrevet i avsnittene over.

TIMSS taksonomi (3 nivå)	oppgaven RUS2 tester – 1. nivået, den kognitive kategorien **Å kunne** i følgende kognitive virksomheter: *Reprodusere, Identifisere og Regne ut*. – 2. nivået, den kognitive kategorien **Å anvende** i følgende kognitive virksomheter: *Velge metoder, Modellere og Løse standardiserte oppgaver* i stor grad. – 3.nivået, den kognitive kategorien **Å resonnere** i følgende kognitive virksomheter: *Analysere, Bruke syntese, Løse ikke-typiske oppgaver*.
Blooms taksonomi (6 nivå)	Oppgaven RUS2 tester nivået 1 *Kunnskap/Hukommelse*, nivået 2 *Redegjørelse/Forståelse*, nivået 3 *Anvendelse* og nivå 4 *Analyse i* stor grad. Nivået 5. *Syntese* testes i middels eller stor grad.
Bespaljkos taksonomi (4 nivå)	Oppgaven RUS2 tester nivåene 1 *Kjenne igjen*, 2 *Reprodusere* og 3 *Anvende* i stor grad. Oppgaven tester også 4. nivået *Skape ny (å være kreativ).*

Tabell 5-7. Samlede analyse for oppgaven RUS2

5.10. Sammenliknende analyse

5.10.1. Analyse av norske og russiske oppgavesett og oppgaver med logaritmer

Ved analyse av både norske og russiske eksamenssettene har det kommet fram at eksamensoppgavene kan deles inn etter nivå. For det norske tilfellet ville det tilsvare oppgaver som tester grunnleggende ferdigheter fra Del 1 og oppgaver som tester mer avanserte ferdigheter fra Del 2. I det russiske tilfellet er oppgavene delt etter vanskelighetsgrad: grunnleggende, forhøyet og høy vanskelighetsgrad som vil tilsvare ferdigheter på ulike nivå.

Jeg har framstilt resultatene i tabellene: tabell 5-8. *Oversikt over det samlede antall oppgaver i eksamenssett*, tabell 5-9. *Oversikt over fordeling av oppgaver med logaritmer etter ferdighetsnivå.*

Som man kan se fra tabell 5-8. er det samlede antallet deloppgaver sammenliknbare og det er mellom 26-28 deloppgaver. Unntak er den russiske eksamen fra vår 2010, der er det kun 18 deloppgaver.

Eksamener	**Norsk**	**Russisk**
2009 vår	28	26
2009 høst	27	-
2010 vår	28	18

Tabell 5-8. Oversikt over det samlede antallet oppgaver i eksamenssett

Man kan stille spørsmål om hvis det samlede antallet oppgaver er mindre, kan innebære at oppgaver tilhørende russisk eksamen vår 2010 er kvalitetsforskjellige fra de andre: innebærer dette f.eks. testing av kunnskaper og ferdigheter fra flere områder enn de norske? Eller hva med den russiske eksamenen fra vår 2009 da antallet oppgaver var sammenliknbar med norske eksamenssett, var det mindre sammensatte oppgaver enn i 2010?

Oversikt over kunnskapene som testes i russiske oppgaver fra eksamener 2009 og 2010, gitt i avsnittet 5.7, viser at det overnevnte ikke er tilfellet for oppgaver med logaritmer. Oppgaven fra vår 2010 har sammenliknbare antall testede innholdselementer med oppgaven fra vår 2009. Det har altså ikke skjedd store forandringer fra 2009 til 2010.

Videre vil jeg vise til antall oppgaver med logaritmer fordelt etter ferdighetsnivå i norske og russiske oppgaver. Resultatene er framstilt i tabellen 5-9.

Eksamener	**Antall norske oppgaver etter ferdighetsnivå**		**Antall russiske oppgaver etter vanskelighetsgrad**		
	grunnleggende	avanserte	grunnleggende	forhøyet	høy
2009 vår	1	1	2	1	1
2009 høst	2	0			
2010 vår	1	0	1	1	0

Tabell 5-9. Oversikt over fordeling av oppgaver med logaritmer etter ferdighetsnivå.

Tabellen 5-9. viser at russiske eksamenssett inneholder flere oppgaver knyttet til emnet logaritmer enn de norske gjør. *Andelen for de aktuelle oppgaver av det samlede antall oppgaver har økt i perioden 2009–2010 i russiske eksamener og sank i samme perioden i norske eksamener.* Siden at det ble analysert kun få eksamenssett og perioder bare to år, er det ikke mulig å trekke en konklusjon om disse forandringene er en trend.

Det er også aktuelt å se på vanskelighetsgrad og fordeling av de aktuelle oppgavene i de ulike eksamenssettene. Det er vanskelig sammenlikne nivået for testede ferdigheter på grunn av begrenset antall aktuelle oppgaver, men det ser ut til at russiske oppgaver har høyre vanskelighetsgrad enn de norske, og det er flere av dem.

Oversikten over innholdselementer testete med de norske oppgavene (gitt i avsnitt 5.3) og med de russiske oppgavene (gitt i avsnitt 5.7) peker i retning at de russiske oppgavene er i større grad sammensatte og tester kunnskaper fra flere emner, blant annet fra området *Likninger og Ulikheter.* Jeg kan se for meg at hvis jeg hadde valgt å analysere oppgaver som inneholder et annet emne, for eksempel *Ulikhetssett av flere ulikheter*, ville jeg velge den samme oppgaven fra russiske eksamener. I norsk sammenheng ville det gjelde kun et tilfelle, hvis jeg hadde valgt å analysere oppgaver med derivasjon.

Når det gjelder testing av kunnskaper fra tidligere matematikkurs, skal man huske på forskjellene i skolesystemene. Russiske eksamen ESE er en eksamen for avgangselever og tester kunnskaper for alle kursene i matematikk fra og med 5 kl. til og med 11 kl. (*Matematikk* 5-6kl, *Algebra* 7-11 kl., *Geometri* 7-11kl., *Grunnleggende Matematikkanalyse* 10-11kl.) (SIMP, 2010: 4). Intensjoner med norske eksamen R1 er at det skal også kontrolleres kunnskaper fra tidligere kurs. I praksisen finnes det motsetninger mellom disse intensjonene, og at eksamener i matematikk ble lagt opp slik at elevene ikke skal testes i stoff som ligger på nivå under det aktuelle kurset de nå tar, og at det vil svikte vedlikehold av grunnleggende ferdigheter. (Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010: 233).

Kun en av de analyserte norske oppgavene med logaritmer tester kunnskaper fra den tidligere kurs 1T mot flere av de russiske oppgavene.

Det ser ut at russiske oppgavene med logaritmer er mer sammensatte og innholdsrike . De russiske oppgavene tester kunnskapene fra andre områder og fra tidligere matematikkurs i større grad enn norske oppgavene gjør.

Jeg har prøvd også å finne likheter mellom norske og russiske oppgaver med logaritmer. En tilsynelatende likhet er at oppgaver med formuleringen *Regn ut* finnes ved eksamener i begge landene. De norske oppgavene med formuleringen *Regn ut,* tester ferdigheter på det grunnleggende nivå som kjennskap til regneregler med logaritmer. Tilsvarende russiske oppgaver tester i tillegg kjennskap til definisjon av logaritmer. Dessuten krever en russisk oppgave av forhøyet vanskelighetsgrad kunnskap til flere innholdselementer.

Det vil si at oppgaver med samme formulering i de ulike norske og russiske eksamenssettene tester ***delvis*** *de samme kunnskapene. Det gjelder delen av grunnleggende regneregler med logaritmer.*

Jeg fant ikke flere grunnlag der norske og russiske oppgaver med logaritmer viser likhet.

5.10.2. Oppgaveanalyse i forhold til taksonomier

På bakgrunn av analysen av oppgaver med logaritmer i forhold til de tre taksonomiene gitt i kapittel 5, har jeg lagd en oversikt over de høyeste kognitive kategorier/ervervelsesnivå som ble testet ved de aktuelle oppgaver. Oversikten er presentert i tabellen 5-10.

Taksonomier / Oppgaver	TIMSS (3 nivå)	Bloom (6 nivå)	Bespaljko (4 nivå)
NOR1	Nivå 2	Nivå 1 Nivå 2- ikke entydige	Nivå 2
NOR2	Nivå 2	Nivå 2	Nivå 2
RUS1	Nivå 3	Nivå 4	Nivå 2 (evt. nivå 3)
RUS2	Nivå 3	Nivå 5	Nivå 4

Tabell 5-10. Oversikt over de høyeste kognitive kategorier/ervervelsesnivå som ble testet ved eksamensoppgaver med logaritmer i Norge og i Russland.

Tabellen viser at norske eksamensoppgaver på sitt beste testes i TIMSS taksonomien i kategorien 2 - *Å anvende,* i Blooms taksonomien i kategorien 2- *Redegjørelse/Forståelse,* i Bespaljkos taksonomien i kategorien 2- *Reprodusere (reproduktiv virksomhet).*

Russiske eksamensoppgaver på sitt beste testes i TIMSS taksonomien i kategorien 3 - *Å resonnere,* i Blooms taksonomien i kategorien 5- *Syntese,* i Bespaljkos taksonomien i kategorien – 4 - *Skape ny/å være kreativ (produktiv virksomhet).*

Man skal ta i betraktning at norske oppgavene NOR1 og NOR 2 ble valgt ut som oppgaver med logaritmer med flest kontrollerte innholdselementer ved eksamen henholdsvis fra den første og den andre delene. Oppgaven NOR1 skulle kontrollere grunnleggende ferdigheter (Del 1), NOR2 – mer avanserte (Del 2). Tilsvarende russiske oppgaver RUS1 og RUS2 er mest vanskelig av de andre oppgavene med logaritmer. Vurdering av vanskelighetsgrad ble gjort på bakgrunn av karakteristikk gitt til disse oppgavene i *Spesifikasjoner* til eksamener.

Alt dette vil tyde at *selv de vanskeligste norske eksamensoppgaver med logaritmer ligger generelt minst på ett nivå lavere i alle taksonomier enn de russiske oppgavene.*

5.10.3. Oppgaveanalyse i forhold til TIMSS kompetansenivå

Denne delen av analyse går utover min problemstilling. Jeg vil ta denne med likevel for å kunne sammenlikne mine funn med resultater til TIMSS Advanced 2008. Sammenlikning av mine funn og resultatene i TIMSS vil bli gitt i kapittel 7.

Ved karakteristikk av TIMSS' taksonomi og TIMSS' kompetansenivå tidligere i kapittel 2 foreslår jeg følgende sammenheng mellom dem:
– at for å oppnå *Middels kompetansenivå* må elevene befinne seg i kategorien *Å kunne (*nivå 1).
– For å kunne gå over *til Høyt kompetansenivå*, må eleven både *kunne (*nivå1), *anvende* (nivå 2) og til og med, komme delvis inn i kategorien *å resonnere* (nivå 3).
– *Det Avanserte nivået* vil karakteriseres av bruk av alle tre kategorier.

Etter disse sammenhengene vil jeg konkludere at norske oppgaver med logaritmer tester kunnskaper og ferdigheter som (på sitt beste) vil tilsvare TIMSS *Middels kompetansenivå*. De russiske oppgavene tester kunnskaper og ferdigheter som vil tilsvare TIMSS *Avanserte kompetansenivå.*

6. Diskusjon

I dette kapittelet vil jeg kort belyse noen spørsmål som ville vært interessant å undersøke nærmere fra forskjellige synsvinkler, i forbindelse med sammenlikning av ulike sider ved mattematikkeksamen i Norge og i Russland.

6.1. Spørsmål om backwash-effekten

Under forberedelsedelen har jeg sett på spørsmålet om hvem lager eksamensoppgaver og hvordan fungerer forbindelse mellom dem og brukere.

Det vises seg at eksamensoppgaver i Norge er laget av fagnemnder på oppdrag av Utdanningsdirektoratet. Fagnemndene er sammensatt av lærere, lektorer og høgskolerærere. Forlagene deltar ikke i konstruksjon/utforming av eksamensoppgavene. Eksamensoppgavene konstrueres på grunnlag av fagnemndmedlemmenes faglige kompetanse og erfaring fra skoleslaget de lager eksamensoppgaver for. Dessuten finnes det et større apparat av fagkonsulenter som uttaler seg under prosessen med utarbeidelse av eksamensoppgavene. (Brogstad, 2011)

Et eksempel på hvordan eksamensoppgaver evalueres er *Evaluering av matematikkeksamener vår 2009 i R1* gjennomført av Rambøll Management Consulting i samarbeidet med Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling (videre ILS) ved Universitet i Oslo på oppdrag for Utdanningsdirektoratet. Rapporten tar for seg følgende problemstillinger:
– eksamensordningens relevans for å prøve kompetansemålene i det aktuelle fags læreplan;
– eksamensoppgavenes relevans for å prøve kompetansemålene i det aktuelle fags læreplan;
– hjelpemidlenes relevans for å kunne løse eksamensoppgavene;
– sammenhengen mellom undervisning og eksamensoppgaver;
– sammenheng mellom undervisning og eksamensordning (Rambøll M.C. og ILS, 2009:9).

Etter en detaljert analyse gir rapporten anbefalinger **til oppdragsgiveren** angående den todelte modellen, utforming av oppgaver og elevenes eksamensforberedelse (i delen bruk av digitale hjelpemidler).

Et helt annet synspunkt på hvordan man ser på sammenhengen mellom undervisning og eksamen viser det russiske utdanningssystemet. Systemet tradisjonelt er preget av styring ovenfra. Et typisk eksempel for russiske system (både det politiske systemet og utdanningssystemet) er at Statlig Institutt for Pedagogiske Målinger som har ansvar for utgivelse av eksamensoppgaver, også deltar i utarbeidelse av Veiledninger om bruk av eksamensresultater.

Samme Institutt, i samarbeid med den Statlige Tjenesten for kontrollen over utdanning og vitenskap, utgir hvert år en stor analytisk rapport om resultater av Enhetlig Statlige Eksamen i alle fag. Rapporten beskriver særtrekk av de ulike eksamener i det aktuelle året, beskrivelse av særtrekk av de materialer og oppgaver som ble brukt og forskjellen fra oppgaver fra tidligere år med analyse av hovedresultater for eksamener, analyse av grupper oppgaver som kontrollerer spesifikke ferdigheter og kunnskaper, og lignende. På grunnlag av en slik analyse bestemmes retning for videreutvikling og forbedring av eksamensmaterialer i hvert fag. (Kovaleva, 2009)

Videre, på grunnlag av den årlige rapporten utarbeides Veiledninger om bruk av eksamensresultater. Den har hensikt å vise **til skoleeiere, lærere, foreldre, elever, forskere og andre interesserte** hovedfunn som belyser nøkkelspørsmål ved forberedelse til eksamener. Veiledningen viser de mest utbredte feil som elever gjør ved eksamener og gir anbefalinger til lærere rettet mot forbedring av undervisning (Semenov, 2010). Veiledninger gir også detaljerte anbefalinger til lærere om arbeidet med ulike elevgrupper: mål med forberedelse til eksamen til disse elevgruppene, former og strategier.

Som man kan se er sammenhengen mellom eksamen og undervisning i russiske skolen ikke overlatt til tilfeldighet, men bevist styrt av systemet.

Man kan drøfte her om hvor stor grad spørsmålet knyttet til ulike politiske- og utdanningssystemets syn på sentralisert styring av undervisning.

6.2. Spørsmål om åpenhet og tilgjengelighet av eksamensdokumenter

Store forskjellene man kan se i tilgjengelighetsgrad av eksamensdokumenter i Norge og i Russland.

Fra og med våren 2008 publiseres norske eksamensoppgaver for eksamener etter LK06 på Utdanningsdirektoratets Internettside. (Før ble eksamensoppgaver send til skoler og fylkeskommuner i papirutgave.) Vurderingsveiledninger og Sensorveieledninger kan man finne også på Utdanningsdirektoratets Internettside. Man skal legge til at verken

Sensorveiledninger eller Forhåndssensur til eksamen R1 i høst 2009 er tilgjengelige, de ble ikke lagt ut.

Når det gjelder løsninger til eksamensoppgaver, kan man finne de på læringsportaler som forlagene (for eksempel Aschehoug og Gyldendal) tilbyr til sine kunder. Løsningene ligger i lærerressursdelen og er passordbeskyttet. Det vil si at løsningsforslagene er tilgjengelig kun for lærere. I denne forbindelsen kan man drøfte spørsmålet om at selv om løsningsforslagene er utarbeidet av forlagetsforfattere, kunne de vise elever og andre interesserte en tilnærmet løsning på hva som forventes ved en besvarelse, blant annet de formelle krav på besvarelsesutforming med forklaring og resonnementsføring. Om en lærer vil vise til sine elever disse løsningsforslagene er overlatt til hans/hennes vurdering.

I Russland er oppgaven med å gjøre eksamensmaterialer kjent til allmennheten, tillagt den Statlige tjenesten for kontrollen over utdanning og forskning. Det finnes flere offisielle Internettsider som tar for seg ulike spørsmål som gjelder den Enhetlige Statlige Eksamen. Bak disse offisielle Internettportalene står Departement for utdanning og vitenskap RF og Statlige tjenesten for kontroll over utdanning og forskning. Sidene er åpne og tilgjengelig til allmennhet. Målbrukere er avgangselever, deres foreldre og skoler (lærere og ledelse). På noen av disse sidene kan man også ta en test med eksamensoppgaver fra åpen oppgavedatabase over i on-line regime.

Eksempler på slike nettsteder kan være en offisiell Internettside til den Statlige Tjenesten - http://www.ege.edu.ru/ og en Internettside til Statlige Instituttet for Pedagogiske Målinger www.fipi.ru. Der publiseres normative, analytiske, didaktiske materialer og informasjon som kan være til hjelp ved organisering av undervisning og forberedelse elever til ESE. På nettside drevet av Moskva Institutt for åpen utdanning i samarbeidet med Statlige tjenesten for kontroll over utdanning og forskning - http://mathege.ru kan man selvstendig ta tester i on-line regime, uavhengig av skolen.

Demoopgaver fra oppgavedatabase over og **on-line tester** gir mulighet til elever å repetere matematikkurs, å finne svake steder i sin kunnskap og forbedre den før eksamen. Disse oppgavesettene brukes ikke ved ordentlige eksamener, men har samme struktur og gir elever muligheter å utarbeide sine læringsstrategier ved forberedelse til ESE. Database inneholder oppgaver som har både like høy vanskelighetsgrad som ekte eksamensoppgaver og oppgaver med både lavere og høyre vanskelighetsgrad. Demoversjoner av eksamensoppgaver som er publisert på de offisielle nettsidene er åpne for allmennheten og tilgang til dem krever ikke noen form for passord (SIPM, 2004–2011; STKUF, 2010; Semenov (red.), 2009).

Diagnostiske prøver tilsendes skolene fra Statlige Instituttet for Pedagogiske Målinger med oppgaver tilsvarende eksamensoppgaver i hver av eksamensemner flere ganger per år, slik at lærere kan arbeide målrettet med arbeidet i forberedelse til eksamen.

Ved å bruke disse forskjellige kildene, kan elevene forberede seg til eksamen både på skolen og individuelt. De tre nevnte nettstedene har ulike funksjoner og hyperkoblinger til hverandre. Alle disse eksemplene kan også sees som et uttrykk for backwash effekten i russisk skole.

6.3. Spørsmål om tolkning av innhold i de aktuelle kursene

Ved anskaffelse av bakgrunnsmaterialet til oppgaven, blant annet undersøkelse av kursenes innhold, har jeg oppdaget at russiske dokumenter regulerer kursinnholdet og kompetansemål veldig streng, for å ikke si rigid. Statlige utdanningsstandarder (den føderale komponenten) tar av seg både kompetansemål ved opplæringsavslutning og detaljert beskrivelse av det minimale kursinnholdet. Standarder legges til grunn for innholdet av alle godkjente lærebøker til undervisningen. På denne måten vil kvaliteten bli sikret og det minimale innholdet vil bli det samme for alle bøker uansett forlaget og didaktiske synspunkter hos forfattere. Videre ved eksamen, viser vedlegg til eksamener *Spesifikasjoner* til de spesifikke kompetansemålene og innholdselementene som testes ved hver av eksamensoppgaver. Det gir heller ikke noen rom til ulike tolkninger om hva som testes ved eksamen og hva som kan være aktuelt til undervisningen ved eksamensforberedelser.

I motsetning til dette gir norsk læreplan stor rom til tolkning av kompetansemål. Læreplanen viser ikke noe detaljerte beskrivelser til kursinnhold. Min 10års lærererfaring sier at lokale læreplaner lages i stor grad på bakgrunn av lærebøkersinnhold. Det vil si at undervisningen i videregående skoler baseres på tolkning av læreplaner av forlag/forfattere og lærerens egen tolkning av kompetansemål.

Jeg ville gjerne stille et spørsmål om hvordan norske bokforfattere tolker innhold til et eller annet kompetansemål, hvorfor gjøres det slik og kunne det vært annerledes?

6.4. Spørsmål om dekningsgrad

I forbindelse med det overnevnte i 6.1. kunne man drøfte spørsmålet om hvorfor de russiske oppgavene, som er beregnet på elever som valgte matematikk studieretning, er mer innholdsrike og krever kompetanse på høyre kognitive nivå enn de norske. Kan det være sammenheng med at andel elever av den aktuelle aldersgruppe som valgte matematikk studieretning i Russland er svær lite (ca. 1,4 %)? Grønmo synes om dekningsgrad i Russland at ”*avansert matematikk i Russland er et typisk fag for en liten elite, som når et ganske høyt kompetansenivå allerede i ung alder” (*Grønmo, Onstad og Pedersen, 2010: 16). Dette kan reflektere for eksempel grad av seleksjon, ulike skolesystem og annet, elitæristisk/ egalitær tenkning.

6.5. Spørsmål om standardiserte og ikke-standardiserte oppgaver i undervisningen.

Under arbeidet med oppsummeringer og konklusjoner har jeg kommet over et funn i Rapporten *Evaluering av eksamen R1.* Det viser at elevene opplever at de ble godt forberedt til eksamen i matematikk R1. Samtidig, sier elevene at de **ikke var forberedt** på enkelte eksamensoppgaver, som følge at disse typene av oppgaver **var annerledes** enn ved tidligere eksamener (Rambøll M.C. og ILS, 2009). Det er ikke spesifisert om det gjelder oppgaver i området *Algebra* eller noen andre områder.

Det er en stor fristelse å tolke dette funn som at norske elever er ikke forberedt med å møte ikke-standardiserte oppgaver, som vil teste kognitive kategoriene på det høyeste nivået. Dette ville også bekrefte mine funn. Jeg vil heller tolke rapportenes funn at norske eksamener inneholder *ikke-standardiserte* oppgaver, men undervisningen ble ikke påvirket av det. Støtte for bekreftelse i dette synet fant jeg i at den samme rapporten viser at over 80 % både lærere og elever oppgir at forberedelse til eksamen foregår ved at eksempeloppgave eller tidligere eksamensoppgaver ble gjennomgått (Rambøll M.C. og ILS, 2009: 41).

I forbindelse med dette bør det å drøftes om undervisningen rettet mot eksamen ved norske skoler kan være fokusert på arbeidet med å gjøre ukjente oppgaver til standardiserte.

Russiske *Spesifikasjoner* omtaler oppgaver av høy vanskelighetsgrad som tester kunnskaper i en helt ny ukjent situasjonen for elever. Kan man tolke det at elever får trening i kreativ tenking? Det har jeg ikke noe svar på.

Som jeg tidligere skrev påpekte Liv-Sissel Grønmo at spørsmålet om standardiserte oppgaver er et vanskelig spørsmål og tolkes ulikt blant land-deltakere TIMSS.

7. Oppsummering og refleksjoner

Innledningsvis stilte jeg følgende spørsmål: **Hva er forskjeller og likheter mellom eksamensoppgaver med logaritmer i Norge og i Russland? Hva tester man ved eksamensoppgaver med logaritmer i Norge og i Russland?** Jeg har valgt å ha fokus på hvilke nivå i ulike taksonomier oppgavene tilsvarer, og brukte kognitive kategorier som analyseredskap.

For å belyse disse spørsmålene har jeg analyserte eksamener (offentlige dokumenter rundt eksamener i matematikk og selve eksamensoppgaver med logaritmer) for de to siste årene 2009 og 2010 for kurs matematikk R1 i Norge (tre eksamener) og for Enhetlige Statlige Eksamen i matematikk i Russland (to eksamener). Jeg vil presisere at konklusjonene presentert i dette kapittelet ble gjort på bakgrunn av analyse av kun få eksamensoppgaver med logaritmer, og ettersom utvalget et lite vil det ikke bli korrekt å generalisere resultatene for alle eksamener i matematikk.

7.1. Oppsummering

Jeg ville se nærmere på forskjeller og likheter mellom oppgaver med logaritmer ved å se på dem fra den formelle og den innholdsmessige siden. Når man ser på det formelle ved oppgaver, kan man analysere, for eksempel, hvor stor andel av det samlede antallet oppgaver som utgjøres av de aktuelle oppgaver, og/eller i hvilken eksamensdel de er plassert og hvorfor, og/eller analysere hvordan oppgavene er formulert.

Den andre siden, innholdsmessige, innebærer analyse av innholdet. Der kan man sammenlikne oppgaver i forhold til innholdselementer, testede kompetanser og ferdigheter og tilsvarende nivå i taksonomier. Man kan se at begge sidene, den formelle og den innholdsmessige, belyser problemstillingen om forskjeller og likheter på hver sin måte og det er ikke alltid lett å skille mellom disse sidene, som, for eksempel, ved beskrivelsen av vanskelighetsgrad og mengde kontrollerte innholdselementer. Spørsmålet om kognitive kategorier kan ses som en del av den store problemstillingen om forskjeller og likheter.

Den sammenliknende analyse av eksamensoppgaver med logaritmer for de to siste årene viser at:

– ***likheten*** *mellom oppgaver i Norge og Russland vises i formelle formuleringer av oppgaver*. *Oppgaver med like formuleringer har tilnærmet likt innhold og kontrollerer delvis de samme kunnskapene.*

– Til ***forskjell*** *fra de analyserte norske oppgavene, er de russiske oppgavene med logaritmer mer sammensatte og innholdsrike enn de norske. De russiske oppgavene tester kunnskapene fra andre områder og fra tidligere matematikkurs i større grad enn norske oppgavene gjør. Dessuten har russiske oppgaver høyre vanskelighetsgrad enn norske.*

Når det gjelder taksonomiens nivå viser oppgaveanalysen at

– selv de vanskeligste norske eksamensoppgaver med logaritmer ligger generelt minst på ett nivå lavere i alle taksonomier enn de russiske oppgavene.

I forhold til kognitive kategorier i ulike taksonomier kan man si at norske eksamensoppgaver på sitt beste testes i TIMSS taksonomien i kategorien *Å anvende,* i Blooms taksonomien i kategorien *Redegjørelse/Forståelse,* i Bespaljkos taksonomien i kategorien - *Reprodusere (reproduktiv virksomhet).* Russiske eksamensoppgaver på sitt beste testes i TIMSS taksonomien i kategorien *Å resonnere,* i Blooms taksonomien i kategorien *Syntese,* i Bespaljkos taksonomien i kategorien – *Skape ny/å være kreativ (produktiv virksomhet).*

– at norske elevene testes kun i standardiserte rutinepregede oppgaver der de kan bruke sin kjennskap til begreper og prosedyrer i algebra: utføre grunnleggende algebraiske operasjoner, løse likninger og ulikheter, finne uttrykk til en sammensatt funksjon i enkle tilfeller. Man kan legge til at 5 av 6 oppgaver med logaritmer fra eksamener 2009–2010 tilhører del 1, delen der grunnleggende kunnskapen testes (Udir, 2010c). Det vil si at kun 1 av 6 oppgaver tester avanserte ferdigheter i *Algebra*.

Mine funn peker i retning at norske eksamensoppgaver ikke tester ferdigheter i å gjennomføre resonnementer i algebra og bruke dem til å løse problemer i komplekse situasjoner. Elever testes ikke i oppgaver som vil tilsvare TIMSS det høyeste taksonominivået. Det testes i standardiserte oppgaver, men ikke i ikke-standardiserte som kan knyttes til TIMSS *Avanserte kompetansenivået*.

7.2. Sammenlikning med resultater fra TIMSS Advanced 2008

Utgangspunktet for min undersøkelse var svake prestasjoner hos norske elever ved TIMSS Advanced 2008. Derfor vil jeg se nærmere på TIMSS resultater og sammenlikne dem med mine funn i forhold til norske oppgaver.

TIMSS viser at gjennomsnittlige prosent riktig svar hos norske elever er 33 % og hos russiske – 57 %. I området Algebra er gjennomsnittlige prosent tilsvarende på 33 % og 62 %.
I kategorien *å kunne* for samlede oppgaver: 34 % hos norske og 59 % hos russiske;
I kategorien *å anvende*: 33 % hos norske og 56 % hos russiske;
I kategorien *å resonnere*: 32 % hos norske og 56 % hos russiske (Mullis mfl., 2009: 83).

TIMSS resultater viser også at kun 1 % norske elever befinner seg på avansert nivå mot 24 % russiske elever. På høyt nivå ligger 9 % norske elever og 55 % russiske og på middels nivå ligger 25 % norske mot 83 % russiske og under middels nivå 65 % norske elever mot 17 % russiske (Mullis mfl., 2009:94).

Resultatene av TIMSS Advanced 2008 vil jeg tolke som en bekreftelse til mine funn.
Det at russiske eksamensoppgaver ville teste kunnskaper og ferdigheter som vil tilsvare TIMSS *Avanserte kompetansenivået* og at de norske eksamener ikke tester dette nivået ville også avspeile denne forskjellen som viser TIMSS Advanced 2008 resultater i fordelingen mellom kompetansenivå. Ved analyse av disse tallene må en ta i betraktning at andel elever av den aktuelle aldersgruppe som valgte matematikk studieretning i Russland er svær liten (ca. 1,4 %) mot 10,9 % i Norge. Dette pekte jeg på også i kapittel 6 *Diskusjon*.

7.3. Refleksjon

Det at norske eksamensoppgaver med logaritmer ikke tester ferdigheter i å gjennomføre resonnementer i algebra og bruke dem til å løse komplekse problemer, kan tyde på at, som en følge av backwash-effekten, at det øves lite med liknende oppgaver ved undervisningen.

Jeg tror ikke på en enkelt løsning for å forandre situasjonen med elevens prestasjoner ved en innføring av komplekse oppgaver ved eksamener og i lærebøker kun ved kurset matematikk

R1. Problemet er mer sammensatt. Noen av problemstillingene som vil følge med har jeg belyst i kapittel 6 *Diskusjon:* at norske eksamensoppgaver og løsningsforslagene er lite tilgjengelig for allmennheten, at det er mye rom for ulik tolkning av innhold av læreplaner og at tolkningen er overlatt til lærebokforlag og til lærere selv, og annen liknende problematikken.

Arbeidet med denne oppgaven har gjort meg bevist på forskjeller ved ulike sider i norsk og russisk matematikkundervisning, grunner til de forskjellene og følger av dem. Jeg er sikker på at det vil hjelpe meg videre i mitt pedagogiske hverdag.

Referanseliste

Aase, T.H. (1997): Tolkning av kategorier. Observasjon, begrep og kategori *i* Fosssåskaret E, Fuglestad, O.L., Aase T.H.(red.) *Metodisk feltarbeid,* Oslo: Universitetsforlaget. S. 143-167

Bloom, B.S. (Ed.). (1956): *Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals: Handbook I, cognitive domain.* New York: Longman.

Brogstad, G. (2011): epost av 28.01.11.

Bespaljko, V.P. (1989): *Bestanddeler i pedagogisk teknologi*. Moskva: Pedagogika (Min oversettelse. Original tittel: Беспалько В.П. (1989): *Слагаемые педагогической технологии*. Москва: Педагогика.)

Brekke, G. (2000): Internasjonale undersøkingar i matematikk, i Gjonne G. og Onstad T. (red) *Mathema 2000*, Oslo: NKS-forlaget.

Clarke, D. (1996): "Assessment". A. J. Bishop et al. (Eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, (327-370). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Dale, E.L., Wærness, J.I. (2006): *Vurdering og læring i en elevaktiv skole*. Oslo: Universitetsforlaget.

DUVRF, Departement for utdanning og vitenskap i den Russiske Føderasjon (1996): *Lov om opplæring*, Moskva. (Min oversettelse. Original tittel: Министерство образования и науки Российской Федерации. (1996): *Закон Российской Федерации «Об образовании».* Москва) . Lastet ned 23.11.10 fra http://mon.gov.ru/dok/fz/obr/3986/

DUVRF, Departement for utdanning og vitenskap i den Russiske Føderasjon (2004a): *Den statlige grunnleggende læreplanen og forslag til læreplaner for utdanningsinstitusjoner i Russland*. (Min oversettelse. Original tittel: Министерство образования и науки Российской Федерации. (2004a): *Федеральный базисный учебный план и примерные учебные планы для образовательных учреждений Российской Федерации, реализующих программы общего образования. Начальное общее и основное общее образование. Среднее (полное) общее образование*). Lastet ned 26.11.10 fra http://zakon.edu.ru/catalog.asp?cat_ob_no=12707&ob_no=13100

DUVRF, Departement for utdanning og vitenskap i den Russiske Føderasjon (2004b): *Den føderale komponenten av statlige utdanningsstandarder for allmennutdanning.* Del 2. Spesialiserende retning. Moskva. (Min oversettelse. Original tittel: Министерство образования и науки Российской Федерации. (2004b). *Федеральный компонент государственного стандарта общего образования*. Часть 11. Среднее (полное) общее образование. Профильный уровень). Lastet ned 03.12.10 fra http://www.ed.gov.ru/ob-edu/noc/rub/standart/p2/1288/

DUVRF, Departement for utdanning og vitenskap i den Russiske Føderasjon (utkast): *Statlig Utdannings Standard for Allmenn Utdanning*, Moskva. (Min oversettelse. Original tittel: Министерство образования и науки Российской Федерации (проект): *Проект Федеральный Государственный образовательный стандарт Общее образование*, Москва). Lastet ned 23.11.10 fra http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=2588.

Fossåskaret, E. (1997): Ustrukturert intervjuer med få informanter gir i seg selv ikke noen kvalitativ undersøkelse *i* Fossåskaret E, Fuglestad, O.L., Aase T.H.(red.) *Metodisk feltarbeid,* Oslo: Universitetsforlaget. S. 11–48.

Grønmo, S. (1996): Forholdet mellom kvalitative og kvantitative tilnærminger i samfunnsforskningen i Holter, H. og Kalleberg, R. (red) *Kvalitative metoder i samfunnsforskning.* Oslo: Universitetsforlaget, s. 73–108. Første utgave 1982.

Grønmo, L.S. (2010): Samtale av 5.10.10, Tromsø

Grønmo, L.S., Onstad, T. og Pedersen I.F. (2010): *Matematikk i motvind. TIMSS Advanced 2008 i videregående skol*e. Oslo: Unipub.

Harlamov, I.F. (1990): *Pedagogikk*, 2.utg., Moskva: Vysshaja shkola. (Min oversettelse. Original tittel: Харламов, И.Ф. (1990): *Педагогика*, 2ое изд. Москва: Высшая школа).

Heir, O., Borgan, Ø., Erstad, G., Moe, H. og Skrede, P.A. (2007): *Matematikk R1*. Oslo: Aschehoug.

Heir, O., Erstad, G., Engeseth, J., Borgan, Ø., Moe, H., Skrede, P.A., Nastad, K. (2009a): *Eksamen våren 2009 – Løsninger*. Aschehoug ©. Lastet ned 01.02.11 fra http://www.lokus.no/file/ci/59048937/Eksamen_R1_V_2009_Losninger.pdf (internettside er passord beskyttet)

Heir, O., Erstad, G., Engeseth, J., Borgan, Ø., Moe, H., Skrede, P.A., Nastad, K. (2009b): *Eksamen høsten 2009 – Løsninger*. Aschehoug ©. Lastet ned 01.02.11 fra http://www.lokus.no/file/ci/68911944/Eksamen_R1_H_2009_Losninger.pdf (internettside er passord beskyttet)

Heir, O., Erstad, G., Engeseth, J., Borgan, Ø., Moe, H., Skrede, P.A., Nastad, K. (2010): *Eksamen våren 2010 – Løsninger*. Aschehoug ©, Lastet ned 01.02.11 fra http://www.lokus.no/file/ci/92861707/Eksamen_R1_V_2010_Losninger.pdf (internettside er passord beskyttet)

KD, Kunnskapsdepartementet (2006a): *Forskrift til opplæringsloven*. Lastet ned 27.11.10 fra http://lovdata.no/for/sf/kd/kd-20060623-0724.html

KD, Kunnskapsdepartementet (2006b): *Læreplanverket for Kunnskapsløftet (LK06). Læreplan i matematikk fellesfag.* Lastet ned 26.11.10 fra http://www.udir.no/grep/Lareplan/?laereplanid=1101832 .

KD, Kunnskapsdepartementet (2006c): *Læreplanverket for Kunnskapsløftet (LK06). Læreplan i matematikk for realfag – programfag i studiespesialiserende utdanningsprogram. Læreplankode: MAT3-01*. Lastet ned 21.12.10 fra http://www.udir.no/grep/Lareplan/?laereplanid=168732&visning=1

Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R.V., Roe, A. og Turmo, A. (2004): *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2003*. Oslo: Universitetsforlaget.

Konecpoljskaja, J.J. (2010): *Telefonsamtaler*, 20.02.10., 15.03.10, 25.03.10.

Kovaleva G.S. (red) (2009): *Resultater av Enhetlig Statlig Eksamen 2009,* Moskva (Min oversettelse. Original tittel: Ковалева, Г.С. (ред.) (2009): *Результаты единого государственного экзамена 2009 года*. Москва). Lastet ned 20.01.11 fra http://www.centeroko.ru/public.htm#ege_pub

Kovaleva G.S. (under arbeid): *Om resultater av TIMSS Advanced 2008*. Ikke publisert. (Min oversettelse. Original tittel: Ковалева Г.С.: *О результатах исследования TIMSS Advanced 2008*. Не опубликовано). Tilsend til meg på epost 2.10.10 av Kovaleva

Mullis, I.V.S., Martin, M.O., Robitaille, D.F., & Foy, P. (2009): *TIMSS Advanced 2008 International Report: Findings from IEA's Study of Achievement in Advanced Mathematics and Physics in the Final Year of Secondary School.* Chestnut Hill, MA: TIMSS & PIRLS International Study Center, Boston College. Lastet ned 23.11.10 fra http://timss.bc.edu/timss_advanced/ir.html

Oldervoll, T., Orskaug, O., Vaaje, A., Hanisch, F., Hals, S. (2007): *Sinus. Matematikk R1*. Oslo: Cappelen.

Overbye, A. (2009): *Eksamensløsninger med TI Nspire. CAS. Matematikk 2P, 2T, R1, S2 våren 2009*. Lastet ned 3.01.11 fra http://education.ti.com/sites/NORGE/downloads/pdf/examensett_overby.pdf

Paulgaard G.(1997): Feltarbeid i egen kultur i E. Fossåskaret, O.L. Fuglestad, T.H. Aase (red). *Metodisk feltarbeid. Produksjon og tolkning av kvalitative data.* Oslo: Universitetsforlaget, s. 70–93.

Raanes, Ø. (2009): *Vurdering av sentralt gitt skriftlig eksamen i matematikk*. Foredragsnotater ved sensorkurs i regi av Utdanningsdirektoratet 06.11.2009, tilsendt per epost 15.03.10.

Rambøll M.C. og ILS, Rambøll Managment Consulting og Institutt for lærerutdanning og skoleutvikling ved Universitet i Oslo (2009): rapport *Evaluering av matematikkeksamener, vår 2009 – MAT0010 og REA3022,* Oslo. Lastet ned 27.11.10

fra
http://www.udir.no/upload/Rapporter/2009/Rapport_evaluering_av_matematikkeksamener_var_2009.pdf.

Sandvold, K.E., Øgrim, S., Bakken, T., Pettersen, B., Skrindo, K., Dypbukt, W.,… Thorstensen, R. (2007): *Sigma R1. Matematikk.* Oslo: Gyldendal.

Sjøberg, S. (2006): TIMSS, PISA og norsk skole i Brock-Utne, B. og Bøyesen, L. (red) *Å greie seg i utdanningssystemet i nord og sør. Innføring i flerkulturell og komparativ pedagogikk, utdanning og utvikling*, Bergen: Fagbokforlaget, s. 190–203

Semenov A.L.(red.) (2009): Metodisk anbefalingsbrev om bruk av resultater fra Enhetlig Statlig Eksamen 2009 i matematikkundervisning i allmennskole. (Min oversettelse. Original tittel: Семенов А.Л (н.рук.) (2009): Методическое письмо *Об использовании результатов единого государственного экзамена 2009 года в преподавании математики в образовательных учреждениях среднего (полного) общего образования.). Lastet ned 27.11.10 fra* http://www.fipi.ru/view/sections/208/docs/485.html

SIPM, den Statlige Instituttet for Pedagogiske Målinger (2004–2010): *Kontroll- og måledokumentasjon.* (Min oversettelse. Original tittel: ФИПИ, Федеральный институт педагогических измерений (2004–2011): *Контрольные измерительные материалы*.) Lastet ned 27.11.10 fra http://fipi.ru/view/sections/92/docs/

SIPM, den Statlige Instituttet for Pedagogiske Målinger (2009): *Kontroll- og måledokumentasjon 2009. Matematikk:* Demooppgaver, Spesifikasjoner og Oversikt over emnekoder til ulike oppgaver for innholdselementer, Eksamen 2009. (Min oversettelse. Original tittel: ФИПИ, Федеральный институт педагогических измерений (2009): *Контрольные измерительные материалы 2009. Математика:* Единый государственный экзамен по математике. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2009 г.; Спецификация экзаменационной работы по математике; Кодификатор элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материлов*).* Lastet ned 27.11.10 fra http://fipi.ru/view/sections/197/docs/388.html .

SIPM, den Statlige Instituttet for Pedagogiske Målinger (2010*): Kontroll- og måledokumentasjon 2010. Matematikk:* Demooppgaver Spesifikasjoner, Oversikt over emnekoder til ulike oppgaver for innholdselementer og Oversikt over krav til faglignivå til avgangselever. Eksamen 2010. (Min oversettelse. Original tittel: ФИПИ, Федеральный институт педагогических измерений (2010): *Контрольные измерительные материалы 2010: Математика:* Единый государственный экзамен по математике. Демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2010 г.; Спецификация экзаменационной работы по математике; Кодификатор элементов содержания по математике для составления контрольных измерительных материалов; Кодификатор требований к уровню подготовки выпускникув по математике. *).* Lastet ned 27.11.10 fra http://fipi.ru/view/sections/211/docs/471.html

STKUF, Statlige tjenesten for kontroll over utdanning og forskning (2009): *Åpen database for oppgaver i matematikk*. (Min oversettelse. Original tittel: Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки.(2009): *Открытый банк заданий по математике*). Lastet ned 27.11.10 fra http://mathege.ru:8080/or/ege10/Main

STKUF, Statlige tjenesten for kontroll over utdanning og forskning (2010): *Den offentlige informasjonsportal for Enhetlige Statlige Eksamen*, 2010. (Min oversettelse. Original tittel: Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки.(2010). *Официальный информационный портал Единого Государственного Экзамена*, 2010). Lastet ned 27.11.10 fra http://www3.ege.edu.ru/content/view/2/6/

Smith, K. (2009): Vurdering – en kompleks aktivitet. i *Bedre skole*, 2009, nr.3, s.83–87.

Talysina, N.F. (1998): *Pedagogisk psykologi*. Moskva: Akademia. (Min oversettelse. Original tittel: Талызина Н.Ф. (1998): *Педагогическая психология*. Москва: Академия).

Throndsen I., Hopfenbeck, T.N., Lie, S., Dale E.L. (2009): Rapport Bedre vurdering for læring, fra *Evaluering av modeller for kjennetegn på måloppnåelse*, Det utdanningsvitenskapelig fakultet, Universitet i Oslo, Enhet for kvantitative utdanningsanalyser.

TIMSS, Trends in International Mathematics and Science Study (2005): *Om TIMSS.* Lastet ned 24.11.10 fra www.timss.no

Udir, Utdanningsdirektoratet (2009a): *Eksamen REA3022 Matematikk R1* av 22.05.09. Lastet ned 01.02.11 fra http://www.udir.no/upload/Eksamen/Videregaende/Tidligere_gitte_eksoppg_Kunnskapsl/Programfag_studieforberedende/V09/REA3022_Matematikk_R1_V09.pdf

Udir, Utdanningsdirektoratet (2009b): *Eksamen REA3022 Matematikk R1* av 02.12.09. Lastet ned 1.02.11 fra http://www.udir.no/upload/Eksamen/Videregaende/Tidligere_gitte_eksoppg_Kunnskapsl/Programfag_studieforberedende/H09/REA3022_Matematikk_R1_H09.pdf

Udir, Utdanningsdirektoratet (2009c): *Sensorveiledning etter forhåndssensur. Våren 2009. REA3022 Matematikk R1*. Lastet ned 20.12.10 fra http://www.udir.no/upload/Eksamen/Videregaende/V2009/Matematikk_R1_Forhandssensur_v09.pdf.pdf

Udir, Utdanningsdirektoratet (2009d): *Vurderingsveiledning 2009. Matematikk, sentralt gitt eksamen. Studieforberedende og yrkesfaglige utdanningsprogram.* Kunnskapsløftet LK06. Lastet ned 21.12.10 fra http://www.udir.no/upload/Eksamen/Videregaende/V2009/Vurderingsv_V09/Matematikk_fellesfag_programfag_vgs_BM_Vurd%20veil.pdf

Udir, Utdanningsdirektoratet (2010a): *Eksamen REA3022 Matematikk R1* av 27.05.10. Lastet ned 1.02.11 fra http://www.udir.no/upload/Eksamen/Videregaende/Tidligere_gitte_eksoppg_Kunnskapsl/Programfag_studieforberedende/V10/REA3022_Matematikk_R1_V10.pdf

Utdanningsdirektoratet (2010b): *Sensorveiledning*. Våren 2010. REA3022 Matematikk R1. Lastet ned 20.12.10 fra http://www.udir.no/upload/Eksamen/Videregaende/V2010/Sensorveiledning/27_mai/REA3022_Matematikk_R1_V10_Sensorveiledning.pdf

Udir, Utdanningsdirektoratet (2010c): *Vurderingsveiledning 2010. Matematikk, sentralt gitt eksamen. Studieforberedende og yrkesfaglige utdanningsprogram*. Kunnskapsløftet LK06. Lastet ned 27.11.10 fra http://217.18.206.228/upload/Eksamen/Videregaende/V2010/Matematikk_VGO_%20BM.pdf

Wadel, C. (1990): *Den samfunnsvitenskapelige konstruksjon av virkeligheten*, Seek A/S, Flekkefjord.

Wadel, C. (1991): *Feltarbeid i egen kultur: en innføring i kvalitativt orientert samfunnsforskning*, Seek A/S, Flekkefjord.

Appendiks 1. Eksempler på ulike læreplaner i russisk allmennskole

Eksemplene nedenfor viser timefordeling på ulike klassetrinn til sammen og matematikkens plass i de ulike læreplanene. Det finnes forskjeller i læreplan for skoler med russisk som undervisningsspråk og for skoler der undervisning foregår på annet morsmål enn russisk. Det utgjør liten eller ingen forskjell for timefordeling i matematikkfag. Derfor vil jeg vise her eksempler på basislæreplanen, uten å ta hensyn til undervisningsspråket.

1. **Allmenn begynneropplæring (barneskolen).** ***Omtrentlig årlig læreplan for utdanningsinstitusjoner i RF***

trinn	**1.**	**2.**	**3.**	**4.**	**Til sammen**
skolefag	**Antall timer i år**				
Matematikk	132	136	136	136	540
Totalt	660	748	748	748	2904
	Antall timer i uke				
Matematikk	4	4	4	4	16
Totalt	20	22	22	22	86

2. **Allmenn grunnopplæring (mellomskolen).** ***Omtrentlig årlig læreplan for utdanningsinstitusjoner i RF***

trinn	**5.**	**6.**	**7.**	**8.**	**9.**	**Til sammen**
skolefag	**Antall timer i år**					
Matematikk	**175**	**175**	**175**	**175**	**175**	**875**
Totalt	**910**	**945**	**1015**	**1050**	**1015**	**4935**
	Antall timer i uke					
Matematikk	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**	**25**
Totalt	**26**	**27**	**29**	**30**	**29**	**141**

3. **Allmenn grunnopplæring (ungdomsskolen).** ***Omtrentlig læreplan for noen av mulige studieretninger***

3.1. Realfagsretning (f.eks. Fysikk - matematikk, kjemi - matematikk)

Studiefag	Antall timer per uke for 2 studieår
1. Den føderale komponenten	
De grunnleggende studiefagene	
De samlede fag	32
De spesialiserende studiefagene	
Matematikk	12 (6+6)
Informatikk og IKT	8
Fysikk (kjemi)	10
11. Den regionale (nasjonale-regionale) komponenten	
Etter vurdering til ulike regioner i Russland	4
111. Den utdanningsinstitusjonen (lokale) komponenten	
Valgfag studiefag, studiepraksis, prosjekter, forskning.	8

Det samme antall timer kan beholdes for matematikk også i retninger: fysikk-kjemi, kjemi - biologi, biologi - geografi, samfunnsfag - økonomi, informasjonsteknologi

3.2. Andre studieretninger bl.a. samfunns – humanitære retning. (Retning: filologi, landbruk, kunst og estetikk etc.)

Studiefag	Antall timer per uke for 2 studieår
1. Den statlige komponenten	
De grunnleggende studiefagene	
De samlede fag	22
Matematikk	8 (4+4)
De spesialiserende (fordypning) studiefagene	
De samlede fag	32
11. Den regionale (nasjonale-regionale) komponenten	
Etter vurdering til ulike regioner i Russland	4
111. Den utdanningsinstitusjonen (lokale) komponenten	
Valgfag studiefag, studiepraksis, prosjekter, forskning	6

3.3. Omtrentlig læreplan til universal studieretning (ikke-spesialiserende)

Studiefag	Antall timer per uke for 2 studieår
1. Den statlige komponenten	
De grunnleggende studiefagene	
De samlede fag	43
Matematikk	8 (4+4)
11. Den regionale (nasjonale-regionale) komponenten	
Etter vurdering til ulike regioner i Russland	4
111. Den utdanningsinstitusjonens (lokale) komponenten	
Elektiv (valgfag) studiefag, studiepraksis, prosjekter, forsknings(virksomhet)/ timene kan brukes til undervisning i spesialiserende fag	17

(DUVRF, 2004a)

Basis læreplan ungdomskolen allmennopplæring

DEN STATLIGE KOMPONENTEN

Den ikke-variable delen

De obligatoriske studiefag på det grunnleggende nivået

Studiefag	**Timetall for 2 studieår (10/11 kl- an. Timer per uke)**
	Det grunnleggende nivået
Russisk	**70** (1/1)
Litteratur	**210** (3/3)
Fremmedspråk	**210** (3/3)
Matematikk	**280** (4/4)
Historie	**140** (2/2)
Samfunnsfag (inkl. økonomi og rettslære)	**140** (2/2)
Naturfag	**210** (3/3)
Gym	**140** (2/2)

Den variable delen

Studiefag til valg på det grunnleggende og det spesialiserende nivået

Studiefag	**Timetall for 2 studieår (10/11 kl- ant. timer per uke)**	
	Det grunnleggende nivået	**Det spesialiserende nivået**
Russisk	-	**210** (3/3)
Litteratur	-	**350**(5/5)
Fremmedspråk	-	**420**(6/6)
Matematikk	-	**420**(6/6)
Historie	-	**280** (4/4)
Gym	-	**280** (4/4)
Samfunnsfag (ekskl. økonomi og rettslære)	**70** (1/1)	**210** (3/3)
Økonomi	**35** (0,5/0,5)	**140** (2/2)
Rettslære	**35** (0,5/0,5)	**140** (2/2)
Geografi	**70** (1/1)	**210** (3/3)
Fysikk	140(2/2)	**350**(5/5)
Kjemi	**70** (1/1)	**210** (3/3)
Biologi	**70** (1/1)	**210** (3/3)
Informatikk og IKT	**70** (1/1)	**280** (4/4)
Kunst	**70** (1/1)	**210** (3/3)
Teknologi	**70** (1/1)	**280** (4/4)
Den grunnleggende livssikkerhet opplæring (?)	**35** (1/-)	**140** (2/2)
TIL SAMMEN	**Maksimum 2100** (maks 30/ maks 30)	

DEN REGIONALE (NASJONALE-REGIONALE) KOMPONENTEN	
TIL SAMMEN	**140** (2/2)

DEN UTDANNINGSINSTITUSJONSKOMPONENTEN	
TIL SAMMEN	**minst 280** (minst 4/minst 4)

TIL SAMMEN	**Opptil 2520 (36/36)**
Ved 6-dagers studieuke	**2520** (36/36)
Ved 5-dagers studieuke	**2450** (35/35)

(DUVRF, 2004a)

Appendiks 2. Norske oppgaver med logaritmer ved eksamener 2009–2010

Oppgaver fra del 1 (uten hjelpemidler)

1. Oppgave 1 f (vår 2009)

Skriv så enkelt som mulig: $\lg(\frac{1}{a^2}) + 3 \cdot \lg a$ (Udir, 2009a: 10)

Løsning foreslått på *Lokus*:

$$\lg\left(\frac{1}{a^2}\right) + 3 \cdot \lg a = \lg 1 - \lg a^2 + 3 \cdot \lg a = 0 - 2 \cdot \lg a + 3 \cdot \lg a = \lg a$$

(Heir mfl, 2009a)

2. Oppgave 1b (høst 2009)

Deriver funksjonen $g(x) = x^3 \cdot \ln(2x)$ (Udir, 2009b: 10)

Løsningen foreslått på *Lokus*:

$$g'(x) = 3x^2 \cdot \ln(2x) + x^3 \cdot \frac{1 \cdot 2}{2x} = 3x^2 \cdot \ln(2x) + x^3 \cdot \frac{1}{x} = 3x^2 \cdot \ln(2x) + x^2$$

(Heir mfl, 2009b)

3. Oppgave 1d (høst 2009)

Skriv så enkelt som mulig $\lg(a^2 b) - \lg(\frac{1}{ab})$ (Udir, 2009b: 10)

Løsningen foreslått på *Lokus*:

$$\lg(a^2 b) - \lg\left(\frac{1}{ab}\right) = \lg a^2 + \lg b - (\lg 1 - \lg ab)$$
$$= 2 \cdot \lg a + \lg b - \lg 1 + \lg a + \lg b$$ (Heir mfl, 2009b: 2)
$$= 3 \cdot \lg a + 2 \cdot \lg b$$

4. Oppgave 1a1) (vår 2010)

Deriver funksjonen $f(x) = x^3 \cdot \ln x$ (Udir, 2010a: 11)

Løsningen:

$$f'(x) = (x^3 \cdot \ln x)' = 3x^2 \cdot \ln x + x^3 \cdot \frac{1}{x} = 3x^2 \cdot \ln x + x^2$$ (løsningen er utført av meg)

Oppgaver fra Del 2 (med hjelpemidler)

5. Oppgave 3 b (vår 2009)

Finn den eksakte løsningen til likningen ved regning

$(\ln x)^2 + \ln x^2 = 3$ (Udir, 2009a: 12)

Løsning 1, foreslått på *Lokus*:

$$\left(\ln x\right)^2 + \ln x^2 = 3$$

$$\left(\ln x\right)^2 + 2 \cdot \ln x - 3 = 0$$

$$\ln x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$\ln x = -3 \quad \vee \quad \ln x = 1$$

$$\ln x = -3$$

$$e^{\ln x} = e^{-3}$$

$$x = e^{-3} = 0{,}050$$

$$\ln x = 1$$

$$e^{\ln x} = e^{1}$$

$$x = e = 2{,}718$$ (Heir mfl, 2009a: 2).

Løsning 2
(Overbye, 2009)

Eksamen R1 - vår 09

R1 – Oppgave 3

a) 1) Se konstruksjonen øverst til høyre.

2) Se konstruksjonen nederst til høyre.

b) Eksakt løsning:

$\text{solve}\left((\ln(x))^2+\ln(x^2)=3,x\right) \blacktriangleright x=0.0498 \text{ or } x=2.718$

Substitusjon b=ln(x): $(\ln(x))^2+\ln(x^2)=3 \blacktriangleright b^2+2\cdot b=3$

$\text{solve}(b=\ln(x),x) \Rightarrow x=e^b$

$\text{solve}(b^2+2\cdot b=3,b) \Rightarrow b=-3 \text{ or } b=1$

Løsningene blir $x=e^{-3}$ eller $x=e^1$

Figur 3. Løsningsforslag2 til oppgave 3b eksamen våren 2009 (Overbye, 2009: 7)

I eksamen 2009 høst og 2010 vår finnes det ikke oppgaver med logaritmer i del 2.

Appendiks 3. Russiske oppgaver med logaritmer ved eksamener 2009–2010

Oppgavene A3 og A4 (eksamen 2009) er flervalgsoppgave, der man skal velge riktig alternativ blant de 4 gitte alternativ. Oppgaven B7 (eksamen 2010) er en av de oppgavene der svaret skal oppgis som et tall uten noe av form av utregninger eller forklaringsteksten.

Løsningsforslag til oppgavene med høy vanskelighetsgrad er utarbeidet av spesialister fra Statlige Instituttet for Pedagogiske Målinger. Løsningsforslag til oppgavene av grunnleggende og forhøyet vanskelighetsgrader utarbeidet av meg.

Flervalgsoppgaver

1. **Oppgave A3 (2009) – grunnleggende vanskelighetsgrad**

   Regn ut $\log_2 400 - \log_2 25$

   1)8 2) 2 3) 3 4) 4 (SIPM, 2009)

   Riktig svaret er **4**. (Det riktige svaret er ikke oppgitt i eksamenssett. Jeg viser til svaret her for å vise formen av svaret eller løsningen som forventes av elever).

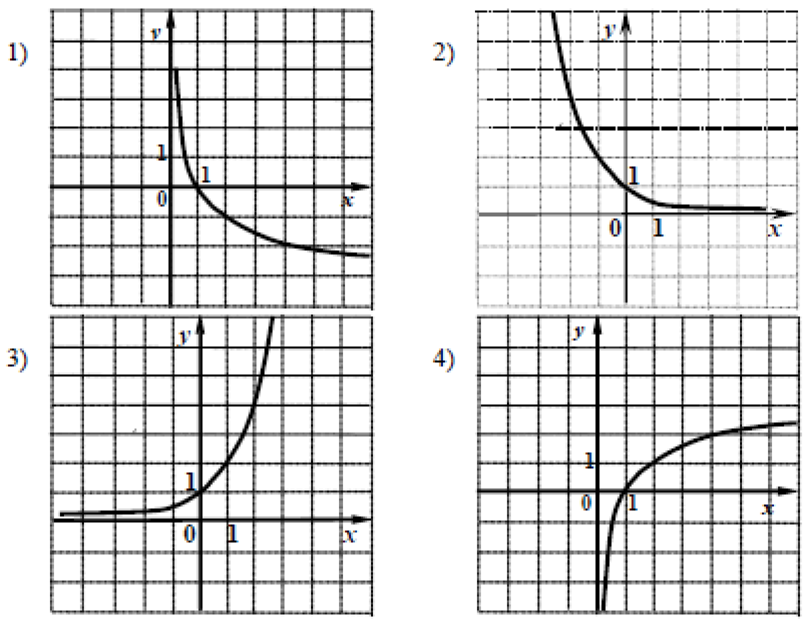
   Løsning. Det er en flervalgsoppgave. Her skal markeres det riktige alternativet uten å vise noe form av forklaring. Det forventes av elever skal gjøre et liknende resonnement:

   $$\log_2 400 - \log_2 25 = \log_2\left(\frac{400}{25}\right) = \log_2 16 = \underline{\underline{4}}$$

(løsningen er utført av meg)

2. **Oppgave A4 (2009) – grunnleggende vanskelighetsgrad**

   På en av de figurene er framstilt graf til funksjon $y = \log_2 x$. Vis nr. til denne figuren.



Riktig svaret er **4** (SIPM, 2009).

Oppgaver med kun kort svar

3. Oppgave B7 (2010) – grunnleggende vanskelighetsgrad

Regn ut: $\log_2 200 + \log_2 \frac{1}{25}$

Riktig svaret er **3.** (SIPM, 2010).

Løsning. I denne oppgaven skal oppgis bare et svar uten å vise noe form av forklaring. Det forventes av elever å gjøre et liknende resonnement:

$$\log_2 200 + \log_2 \frac{1}{25} = \log_2\left(200 \cdot \frac{1}{25}\right) = \log_2 8 = \underline{\underline{3}}$$

(løsningen er utført av meg)

4. Oppgave B6 (2009) – forhøyet vanskelighetsgrad.

Regn ut $6^{\log_6 5} + 100^{\lg\sqrt{8}}$

Riktig svaret er **13** (SIPM, 2009).

Løsning. I denne oppgaven skal oppgis bare et svar uten å vise noe form av forklaring. Det forventes av elever å gjøre et liknende resonnement:

$$6^{\log_6 5} + 100^{\lg\sqrt{8}} = 5 + \left(10^2\right)^{\lg\sqrt{8}} = 5 + 10^{2\cdot\lg\sqrt{8}} = 5 + 10^{\lg\left(\sqrt{8}\right)^2} = 5 + 10^{\lg 8} = 5 + 8 = \underline{\underline{13}}$$

(løsningen er utført av meg)

Oppgaver med utvidet løsning

5. Oppgave C3 (2010) - forhøyet vanskelighetsgrad

Regn ut ulikheten: $\log_{x+3}(9-x^2) - \frac{1}{16}\cdot\log^2_{x+3}(x-3)^2 \geq 2$

Riktig svaret er -1 (SIPM, 2010)

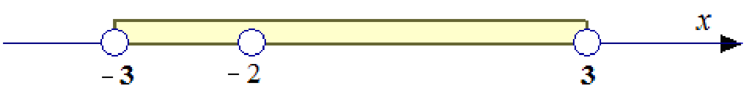
Demoversjonen viser to løsninger til denne oppgaven som beskriver riktig resonnement med korrekt løsningsføring. Videre vises også kriterier ved vurdering av denne oppgave med poenguttelling.

Løsning 1.

Man skal omforme ulikheten til: $\log_{x+3}((3-x)(3+x)) - \frac{1}{4}\cdot\log^2_{x+3}|x-3| \geq 2$

Videre skal vi bestemme definisjonsmengde for den venstre delen av ulikheten:

$$\begin{cases} 9-x^2>0 \\ x+3>0 \\ x+3\neq 1 \\ x-3\neq 0 \end{cases} \text{ og videre } \begin{cases} (3-x)(3+x)>0 \\ x>-3 \\ x\neq -2 \\ x\neq 3 \end{cases}$$



Vi får: -3 < x < - 2 eller -2 < x < 3.

Det betyr at $|x-3| = 3-x$ for alle x fra definisjonsmengde. Derfor

$$\log_{x+3}(3-x) + \log_{x+3}(3+x) - \frac{1}{4}\cdot\log^2_{x+3}\left(3-x\right) \geq 2$$

$$\log_{x+3}(3-x) + 1 - \frac{1}{4}\cdot\log^2_{x+3}\left(3-x\right) \geq 2$$

La oss bytte $\log_{x+3}(3-x) = y$. Da får man:

$y - \frac{1}{4}y^2 \geq 1$

$y^2 - 4y + 4 \leq 0$. Det fører oss til at

$(y-2)^2 \leq 0$

$y = 2$

$\log_{x+3}(3-x) = 2$

$(x+3)^2 = 3-x$

$x^2 + 7x + 6 = 0$

$x = -6 \ eller \ x = -1$

Det er kun *x*=-1 tilfredsstiller betingelsen at -3 < *x* < - 2 eller -2 < *x* < 3.

Svaret er $\underline{\underline{x = -1}}$

Løsning 2

Man skal omforme ulikheten til: $\log_{x+3}((3-x)(3+x)) - \frac{1}{4}\cdot\log^2_{x+3}|x-3| \geq 2$

Uten å finne definisjonsmengden til den venstre siden, kan man se at
$x + 3 > 0 \ og \ (3-x)(3+x) > 0$

Det betyr at $3 - x > 0$ og derfor $|x-3| = 3-x$

$$\log_{x+3}(3-x) + \log_{x+3}(3+x) - \frac{1}{4}\cdot\log^2_{x+3}\left(3-x\right) \geq 2$$

Da man kan få $\log_{x+3}(3-x) + 1 - \frac{1}{4}\cdot\log^2_{x+3}\left(3-x\right) \geq 2$

La oss bytte $\log_{x+3}(3-x) = y$. Da får man:

$y - \frac{1}{4}y^2 \geq 1$

$y^2 - 4y + 4 \leq 0$. Det fører oss til at $\log_{x+3}(3-x) = 2$

$(y-2)^2 \leq 0$

$y = 2$

Videre:

$$\begin{cases} (x+3)^2 = (3-x) \\ x+3>0 \\ x+3 \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+7x+6=0 \\ x>-3 \\ x \neq -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-6 \end{array}\right. \\ x>-3 \\ x \neq -2 \end{cases} \Rightarrow x=-1$$

Svaret er $\underline{\underline{x=-1}}$

Man kan se at den 2.løsningen er kortere enn den 1. og krever ikke innføring av definisjonsmengden. (SIPM, 2010)

Det har vist følgende vurderingskriterier ved poenguttelling for denne oppgaven:

Antall poeng	Vurderingskriterier
3	*Maksimum antall primærpoeng*
3	Det riktige svaret er korrekt begrunnet
2	Ved et korrekt resonnement finnes en regnefeil som ikke påvirker på den korrekte rekkefølgen av tankegangen, men kan føre til et feil svar.
1	På lik linje med den riktig finnes (oppgis) de falske løsninger
0	Løsningen er enten ikke fullført ferdig eller svaret er feil (unntatt tilfeller da antall poeng er 1-2, se over)

(SIPM, 2010)

6. Oppgave C3 (2009) - høy vanskelighetsgrad

Finn alle verdier x >1, slike at den største av de to tall $a = \log_2 x + 2 \cdot \log_2 32 - 2$ og $b = 41 - \log_2^2 x^2$ er større enn 5. (SIPM, 2009)

Foreslått løsning

Siden $x > 1$, fører det at $\log_2 x > 0$

1) $a > 5 \Leftrightarrow \log_2 x + 2 \cdot \log_x 32 - 2 > 5 \Leftrightarrow$ (1)

$$\Leftrightarrow \frac{\log_2^2 x - 7 \cdot \log_2 x + 10}{\log_2 x} > 0 \Leftrightarrow \qquad (2)$$

$$\Leftrightarrow (\log_2 x - 2) \cdot (\log_2 x - 5) > 0 \Leftrightarrow \qquad (3)$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x > 5 \\ \log_2 x < 2 \end{array}\right. \qquad (4)$$

Legg merke til at overgangene (1)-(4) gis uten ytterlige forklaringer, men på grunnlag av kjente formler og regler.

Her vil jeg vise overgang (1) – (2) utført av meg som et eksempel på hva som forventes å kunne.

$$\log_2 x + 2\cdot\log_x 32 - 2 > 5 \Leftrightarrow \log_2 x + \log_x \left(2^5\right)^2 - 7 > 0 \Leftrightarrow$$
$$\log_2 x + \log_x 2^{10} - 7 > 0 \Leftrightarrow \log_2 x + 10\cdot\log_x 2 - 7 > 0 \Leftrightarrow$$
$$\log_2 x + \frac{10}{\log_2 x} - 7 > 0 \Leftrightarrow \frac{\log_2^2 x - 7\log_2 x + 10}{\log_2 x} > 0$$

2)

$$b > 5 \Leftrightarrow 41 - \log_2^2 x^2 > 5 \Leftrightarrow 4\cdot\log_2^2 x < 36 \Leftrightarrow \log_2^2 x < 9 \Leftrightarrow \log_2 x < 3$$

Her vil jeg vise mer detaljert forklaring utført av meg:

$$41 - \log_2^2 x^2 > 5 \Leftrightarrow -\log_2^2 x^2 > -36 \Leftrightarrow \log_2^2 x^2 < 36 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \log_2 x^2 \cdot \log_2 x^2 < 36 \Leftrightarrow 2\cdot\log_2 x \cdot 2\cdot\log_2 x < 36 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 4\cdot\log_2^2 x < 36 \Leftrightarrow \log_2^2 x < 9 \Leftrightarrow \log_2 x < 3$$

3) Det største av tallene *a* og *b* større enn 5 hvis og bare hvis, da minst ett av dem større enn 5, det vil si, da

$$\left[\begin{array}{l} a > 5 \\ b > 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_2 x > 5 \\ \log_2 x < 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 32 \\ x < 8 \end{array}\right.$$

Svaret er $1 < x < 8$ *og* $x > 32$

Både i 1) (overgangene (1)-(4) og i 2) og 3) mangler forklaringer til overganger. Her, mener ekspertene, er det tilstrekkelig nok forklaringer uten henvisninger til regler og formler. Det forutser at elever kan begrunne slike overganger, det vil si at elever behersker reglene og kan anvende de i en ukjent situasjon. (SIPM, 2009)

Det har vist følgende vurderingskriterier ved poenguttelling for denne oppgaven:

Antall poeng	Vurderingskriterier til løsninger til oppgave C3 (2009)
4	*Maksimum antall primærpoeng*
4	Det er gitt en korrekt løsning, som inneholder alle de følgende punktene (kan være i en tilfeldig rekkefølge og form) 1) Løsning til den 1.ulikheten 2) Løsning til den 2. ulikheten 3) Det er vist helhet av de to ulikhetene og dens løsningen. Til slutt ble et riktig svar regnet ut
3	Det er gitt en logisk korrekt løsning, som inneholder punktene 1)-3) og regnet ut et svar. Det kan forekomme noen regnefeil som ikke skal påvirke på korrekthet til videre resonnementsgang. Som en følge av disse feilene kan forekomme et feil svar
2	Begge punktene 1) og 2) er korrekte fullført. Punktet 3) enten mangler, eller ikke fullført ferdig, eller ikke fullført korrekt. Svaret er manglende eller feil.
1	En av punktene 1) eller 2) er fullført korrekt. De andre punktene enten mangler, eller ikke fullført ferdig, eller ikke fullført korrekt. Svaret er manglende eller feil.
0	Alle de andre tilfeller, som ikke tilsvarer vurderingskriteriene for poeng 1-4.

(SIPM, 2009)

Felles krav til besvarelser:
I tillegg til spesifikke krav til hver av oppgaver finnes også flere felles krav til besvarelser.

En helhetsvurdering baseres på et følgende system:

– et riktig svar uten forklaringstekst og/eller utregninger vurderes ved 0 poeng (gjelder oppgaver fra del C)

– ved en løsning kan eleven bruke alle matematiske fakter fra lærebøker som er godkjent av Departement av utdanning og vitenskap uten verken å bevise de eller henvise til bøker.

– det finnes flere måter å utføre og skrive ned en utvidet løsning. Det hovedkravet er at løsningen må være matematisk korrekt. Tankegangen (resonnementsgangen) må være tydelig nok. Det settes ikke noe krav til løsningsmetoder eller nedføringsform av løsningen utover det. Fullstendighet og gyldighet (underbygge) til resonnement vurderes uavhengig av valgte løsningsmetoden. (SIPM, 2010: 3)

Appendiks 4. Liste over tabeller og figurer

Tabeller

Figurer