UiT Norges arktiske universitet

Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning

Kognitive krav i norske læreverk

Hvordan tilfredsstiller oppgaver i norske læreverk læreplanens krav til utforsking?

Inger-Ann Jensberg

Masteroppgave i matematikkdidaktikk LER-3903, mai 2023

Forord

Dette forskningsprosjektet markerer slutten på min femårige lærerutdanning ved UiT Norges Arktiske Universitet i Tromsø. Utdanningsforløpet har vært tidvis vært krevende, men det har også vært veldig lærerikt. Av denne grunnen sitter jeg igjen med mye verdifull kunnskap og kompetanse som jeg tar med meg videre i mitt yrke som lærer og i livet.

Det er flere jeg ønsker å takke. Først og fremst vil jeg takke min veileder Thomas F. Eidissen for hans gode veiledning underveis, mye god kunnskap og fine synspunkter. Jeg ønsker også å rette en takk til min biveileder Ove Gunnar Drageset for gode råd og tilbakemeldinger.

Jeg ønsker også å takke mine medstudenter for mange gode faglige diskusjoner, støtte og mange gode samtaler. Dere har gjort studietiden fin og morsom, og dere har bidratt til å utvikle min kompetanse gjennom godt, faglig samarbeid. Takk for at dere har vært med på sosiale aktiviteter for å få et avbrekk fra studiene av og til. I tillegg ønsker jeg å takke venner og familie for støtte og hjelp, og for at dere alltid har troen på meg. Dere har bidratt til at jeg nå kan levere denne masteroppgaven som markerer slutten på min lektorutdanning.

Målselv, mai 2023

Inger-Ann Jensberg

Sammendrag

Denne mastergradsoppgaven ser nærmere på utforskende preg i et norsk læreverk for matematikk for 10.trinn. Læreplanen pålegger lærere å drive utforskende matematikk, og på bakgrunn av dette var hensikten med studien å avdekke i hvor stor grad oppgavene i læreverket ivaretar Fagfornyelsens krav til utforsking i matematikkundervisningen. I tillegg var målet å avdekke hvilke kognitive krav de gitte oppgavene stilte. Oppgavene ble også analysert etter hvor mange mulige svar og løsningsstrategien oppgaven var åpen for.

Som teoretisk grunnlag vil relevant tematikk, og oppgavens rammeverk, beskrives i kapittel 2. Her vil fokuset ligge på hva som ligger i begrepet utforskende matematikk, og hva som gjør en oppgave utforskende. Det vil også legges vekt på hva læreplanen sier om utforskende arbeid i matematikkfaget. Utover dette vil det teoretiske grunnlaget bak oppgavens rammeverk belyses. Det teoretiske grunnlaget er sentralt i analysen, og ligger til grunn for valg og resultater.

Studien har en mixed methods-tilnærming. Den baseres på en oppgaveanalyse bestående av en kvantitativ og en kvalitativ analyse. All data i analysen ble ført inn i et excel-dokument, og videre analysert derfra. Rammeverket *Task Analysis Guide* (TAG) var grunnlaget for den kvalitative analysen.

Resultater i studien viser at majoriteten av oppgavene som ble analysert var oppgaver som hadde bare ett mulig svar og én mulig løsningsstrategi. Gjennom den kvantitative analysen kom det frem at 97% av oppgavene i hele boka bare hadde ett riktig svar, og 76% av oppgavene kunne bare løses ved bruk av én strategi. Oppgaver med lave kognitive krav var også dominerende i den kvalitative analysen. 83% av oppgavene som ble analysert ble kategorisert som lave kognitive krav

Studiens resultater tyder på en lite utforskende tilnærming i læreverket, og store deler av oppgavene som ble analysert var svært algoritmiske og lukket.

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

Figurliste

1 Innledning

Denne mastergradsavhandlingen baseres på en mixed method studie der jeg skal gjøre en dokumentanalyse i form av en lærebokanalyse. Gjennom analysen vil jeg se på hvordan oppgaver i nye matematikkbøker tilfredsstiller Fagfornyelsens krav til utforsking. Jeg vil i tillegg analysere hvilke kognitive krav disse oppgavene stiller. Avhandlingen vil ta for seg hvordan datainnsamlingen og analysen gjennomføres, og resultater og funn vil bli drøftet gjennom tidligere forskning og annen relevant teori.

1.1 Bakgrunn for studien

I følge flere tidligere gjennomførte masteroppgaver kommer det frem at oppgavene i lærebøkene stiller for lave kognitive krav, og gjerne bare krever ett enkelt svar. Bergheim (2017) analyserte tre lærebøker fra de største forlagene i Norge for 8.trinn med fokus på kognitive krav og problemfylt aktivitet. Her viste resultatet en stor overvekt av oppgaver som var lite kognitivt krevende. Av oppgavene I studien var det 14,1 % av de som la til rette for problemfylt aktivitet. Resten var oppgaver som baserte seg på prosedyrer

Strand & Heimstad (2018) utførte en lærebokanalyse på to av de mest brukte lærebøkene for ungdomstrinnet i Norge. Et av funnene deres var at mellom 88 % og 98 % av oppgavene i bøkene krevde ett enkelt svar.

Charalambous et al. (2010) og Jones & Tarr (2007) har gjennomført lærebok analyser I henholdsvis Kypros, Irland og Taiwan, og USA. Begge gjorde funn som indikerer at oppgaver I lærebøker stiller for lave kognitive krav.

På bakgrunn av resultatene i disse studiene, og med Fagfornyelsen bakhodet, finner jeg det interessant å se spesifikt på utforsking i matematikkoppgaver i norske lærebøker. Siden flere av de nevnte studiene ble gjennomført før Fagfornyelsen kom på banen, ser jeg det som relevant å utforske i hvilken grad de *nye* lærebøkene står i tråd med Fagfornyelsens utforskende fokus.

1.2 Formål og forskningsspørsmål

Utforsking har i nyere tider blitt et høyaktuelt tema. Spesielt siden Fagfornyelsen kom har utforsking fått et vesentlig større fokus kontra i LK06. Vi er både oppfordret, og pålagt å drive utforskende matematikkundervisning. Da er det viktig at læreverkene skolene benytter seg av står i tråd med dette. Det jeg ønsker å undersøke i denne studien er hvordan et norsk læreverk for 10.trinn i matematikk støtter Fagfornyelsens krav om utforskende arbeid i matematikkfaget

Valverde et al. (2002) skriver om at lærebøker fungerer som et hjelpemiddel til å formidle læreplanens verdier, og å videreføre de inn i undervisningen. Derfor vil det være relevant å analysere lærebøkene, og å undersøke om de oppfyller kravene læreplanen stiller. Jeg vil i all hovedsak fokusere på oppgavene i boka.

På bakgrunn av nevnte avgrensinger og studiens formål har jeg formulert følgende problemstilling:

Fagfornyelsen pålegger lærere å drive utforskende matematikkundervisning. I hvor stor grad ivaretas dette i nye læreverk?

Med påfølgende forskningsspørsmål:

1. Hvor stor andel av oppgavene i et norsk læreverk i matematikk for 10.trinn er utforskende?
2. Hvilke kognitive krav stiller oppgaver i et norsk læreverk i matematikk for 10.trinn?

Problemstillingen fokuserer både på at læreren er pålagt å drive med utforskende undervisning, og i hvilken grad dette fremkommer i læreverk. Det er dermed relevant å presentere hva utforskende undervisning er, og det teoretiske grunnlaget knyttet til utforskende undervisning. Forskningsspørsmålene fokuserer på hvilke kognitive krav som er nødvendig for at elevene skal løse de gitte oppgavene for matematikk på 10. trinn kognitive krav vil dermed også være relevant for det teoretiske grunnlaget. Det teoretiske grunnlaget for problemstillingen og forskningsspørsmålene beskrives i kapittel 2. Forskningsspørsmålene fokuserer også på norske læreverk for 10. trinn, som er med på å begrense studien. Valget for dette beskrives i kapittel 3. I dette kapittelet forklares og begrunnes også oppgavens forskningsdesign. Resultatene beskrives videre i kapittel 4 før noen relevante resultater og funn diskuteres i kapittel 5. I det siste kapittelet følger konklusjonen og i hvilken grad oppgaven svarer på problemstillingen.

2 Teori

I dette kapittelet presenteres det teoretiske grunnlaget for oppgaven. Slik det kommer frem av forskningsspørsmålene, er det relevant å beskrive utforskende matematikk og kognitive krav som stilles i matematikkoppgaver. Det er også relevant å se dette i sammenheng med læreplanen i matematikkfaget.

2.1 Utforskende matematikk

Å definere begrepet utforskende matematikk er utfordrende. Det finnes ulike norske og engelske begrepet som beskriver undervisningsmetoden, men i min studie har jeg valgt å benytte med av begrepet *utforskende matematikk*. Dette er på bakgrunn av læreplanens bruk av begrepet i både kjerneelement og kompetansemål. I denne delen av studiet vil det legges frem ulike begrepsavklaringer, og teorien bak det valgte rammeverket vil bli presentert. Utover dette vil jeg ta for meg hva Fagfornyelsen sier om utforskende matematikk.

2.1.1 Hva er utforskende matematikk?

Tradisjonell matematikkundervisning blir mye omtalt i ulike studier. Matematikk som fag kan gjerne kjennetegnes ved at man løser oppgaver ved en bestemt algoritme for å komme seg frem til det riktige svaret. Skånstrøm & Blomhøj (2016) mener derimot at setningen «Det kommer an på» kan flytte fokuset mot å utforske ulike matematiske konsepter, og elevene får muligheten til å se disse matematiske koseptene i sammenheng for å få en mer sammensatt forståelse av faget. Ved å flytte fokuset vekk fra algoritmisk tenking, og over på en mer utforskende tankegang, vil elevene ifølge Skånstrøm & Blomhøj (2016) bli mer involvert i læringsprosessen. Dette vil videre føre til at faget går fra å være et typisk ferdighetsfag, til et mer utforskende fag.

Utforskende matematikk omtales av Stedøy (2018) som en metode som skal gi elevene muligheten til å utforske og undersøke en problemstilling. Videre poengterer hun at elevene skal planlegge, forklare og begrunne løsningene sine, og dette er noe som skiller utforsking fra oppgaveparadigmet. Denne formen for oppgaveløsning krever at elevene ikke får tildelt en algoritme de skal følge, men at de heller bruker tidligere tilegnede kunnskaper i arbeid med nye matematiske oppgaver.

Flere nøkkelelementer i en modell utforskende matematikk ble brukt i LBM-prosjektet (Lær Bedre Matte). Disse seks er: Spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere og undre (Stedøy, 2018). En viktig del av denne modellen er at elevene skal undersøke, diskutere og reflektere. Disse begrepene er vektlagt i Skovsmose (2001).

Skovsmose (2001) omtaler begrepet *oppgaveparadigmet*, og viser til at dette er et kjent fenomen i dagens tradisjonelle klasserom. *Oppgaveparadigmet* kan sees i sammenheng med det Mellin-Olsen (1996) omtaler som *oppgavediskursen*. Oppgaver innenfor oppgavediskursen kjennetegnes ved at det har en tydelig begynnelse og en tydelig slutt. Denne slutten er ofte et svar som er gjengitt i en fasit.

Slike oppgaver er ifølge Skovsmose (2001) en kontrast til et *undersøkelseslandskap* der elevene blir involvert i en prosess bestående av utforsking og forklaring. Oppgaver innenfor et slikt landskap er ifølge Alrø & Skovsmose (2006) mer åpne, og fokuset ligger ikke på selve svaret i seg selv, men heller den matematiske prosessen rundt. Fokuset flyttes på denne måten fra å finne riktig svar, til å bruke ulike metoder for å løse matematiske oppgaver på. Under slike oppgaver kan det være viktig at det ikke nødvendigvis er et riktig svar, men at blant annet sunn fornuft kan bidra til at svarene endrer mening. I slike tilfeller er det viktig at læreren viser til at de ulike tolkningene har lik verdi. Klasseromsdiskusjoner kan i slike tilfeller baseres på de ulike tolkningene av oppgavene og å vurdere gyldigheten av dem.

Videre fremstiller Skovsmose (2001) seks ulike læringsmiljø. Disse læringsmiljøene danner et skille mellom oppgaveparadigmet og undersøkelseslandskapet. Læringsmiljø 1,3 og 5 befinner seg innenfor oppgaveparadigmet, og læringsmiljø 2,4 og 6 befinner seg innenfor undersøkelseslandskapet (Se *Figur 1)*.

	Oppgaveparadigmet	Undersøkelseslandskapet
Referanser til ren matematikk	(1) Rene talloppgaver	(2) Leting etter mønster og systemer i tall
Semi-referanser til «virkeligheten»	(3) Tekstoppgaver	(4) Problemløsningsoppgaver
Reelle referanser	(5) Reelle tallopplysninger	(6) Prosjektoppgaver

Figur 1 Illustrasjon av læringsmiljøene (Skovsmose, 2001, s.126)

Innenfor de to ulike læringsmiljøene kan man arbeide på tre ulike måter. Man kan arbeide med oppgaver som inneholder ren matematikk, oppgaver som tar utgangspunkt i en semivirkelighet og oppgaver som inneholder matematikk med utgangspunkt i virkeligheten. Innenfor hver av disse tre er det kategorisert to ulike oppgavetyper, en innenfor hvert læringsmiljø.

Læringsmiljø (1) preges av rene talloppgaver uten utgangspunkt i virkeligheten. Slike oppgaver er gjerne algoritmiske, og målet er å komme frem til et fasitsvar. Læringsmiljø (2) kategoriseres under *undersøkelseslandskap*. I likhet med læringsmiljø (1) tar heller ikke disse oppgavene utgangspunkt i virkeligheten. Videre finner vi læringsmiljø (3) under oppgaveparadigmet. Oppgaven er knyttet til en semi-virkelighet, der konteksten gjerne ikke er realistisk. Eksempelvis kan en slik oppgave være en tekstoppgave der konteksten er oppdiktet.

Under undersøkelseslandskapet finner vi også læringsmiljø (4). Disse oppgavene er gjerne problemløsningsoppgaver, og er i likhet med læringsmiljø (3) knyttet til en semi-virkelighet. Elevene jobber utforskende gjennom en konstruert virkelighet. Læringsmiljø (5) er knyttet til en reel kontekst og befinner seg i oppgaveparadigmet. Elevenes arbeid styres av de gitte oppgavene, men de får arbeide med oppgaver som tar utgangspunkt i virkeligheten.

Læringsmiljø (6) har både reelle referanser, og befinner seg under undersøkelseslandskapet. Til kontrast fra læringsmiljø (5) er det ikke læreren som styrer arbeidet. Ifølge Skovsmose (2001) er det elevene selv som styrer. I tillegg kommer det frem at elevene inviteres til å utforske og ta i bruk egne erfaringer.

Det fremkommer tydelig at det er undersøkelseslandskapet som er mest undersøkende. Under oppgaver i denne kategorien hvor konteksten baseres på reelle referanser finner man prosjektoppgaver. Eksempler på prosjektoppgaver som elevene kan møte på 10. trinn kan blant annet knyttes til å lage spareplaner eller budsjett knyttet opp mot større kjøp som er relevant for elevenes fremtidige liv. Under reelle oppgaver, men under oppgaveparadigmet handler det derimot om å hente ut reelle tallopplysninger. Her kreves det ikke nødvendigvis at elevene er med på å lage oppgaven selv, men at de får utdelt et oppgavesett hvor de skal hente ut tall som kreves i utregning. Forskjellen mellom dette og tekstoppgaver, som også befinner seg under oppgaveparadigmet, men med semi-referanser til virkeligheten, er hovedsakelig kun forskjellen i hvor relevant oppgavekonteksten er for virkeligheten. Under slike oppgaver er det som regel et riktig svar, mens under for eksempel prosjektoppgaver må elevene som regel lage konteksten selv. På denne måten vil det ikke være et riktig svar som brukes i vurderingen, men heller elevenes kritiske vurdering av oppgaven.

De tre læringsmiljøene som befinner seg under undersøkelseslandskapet skiller seg på denne måten helt klart fra den tradisjonelle matematikkundervisningen. Elevene blir mer aktive i læringsprosessen, og fokuset forflyttes fra algoritmisk tenking, til en mer utforskende tilnærming.

Artigue & Blomhøj (2013, s.801) legger frem 5 essensielle undervisningsaktiviteter utarbeidet av National Science Education Standards (NSES) ved arbeid med utforskende matematikk:

- Elevene lager egne forskningsorienterte spørsmål.
- Elevene vektlegger bevis i besvarelser av oppgaver
- Elevene formulerer egne forklaringer basert på bevis.
- Elevene kobler forklaringer til forskningsbasert kunnskap.
- Elevene kommuniserer og rettferdiggjør sine forklaringer

Felles for disse aktivitetene er at elevene er i fokus. Dette er noe som reflekterer et utforskende klasserom. Elevenes læring vektlegges i stor grad, og dette bærer preg av et mer elevaktivt klasserom. Dette kan sees i sammenheng med figur 1.

Når Smith & Stein (1998) omtaler en «god» matematikkoppgave legges det vekt på i hvor stor grad oppgaven får elevene til å tenke. Ulike typer kognitive krav stiller også krav til ulike måter å tenke på. En oppgave som stiller krav til memorering stiller en type krav til tenking, og en oppgave med høyere kognitive krav krever en annen type tenking.

Utforskende matematikk kan også knyttes til det Lithner (2008) beskriver som imitativ og kreativ resonnering. Han beskriver begrepet resonnering som «rekken av tanker som benyttes for å danne en antakelse og en konklusjon i oppgaveløsing» (Lithner, 2008, s. 257). Imitativ resonnering kjennetegnes gjerne ved at elevene tilegner seg en gitt strategi eller algoritme for å løse en bestemt oppgave. Dette medfører at alt elevene trenger å skrive ned er selve strategien og svaret. Slike oppgaver baseres gjerne på tidligere tilegnede erfaringer slik som ved oppgaver som leder til instrumentell forståelse. Disse oppgavene mangler en form for matematisk forankring, og elevene trenger heller ikke å se en form for sammenheng i det de gjør.

Den andre typen resonnering er kreativ resonnering. Det finnes ulike kriterier for at et resonnement kan kategoriseres som kreativt. I følge Lithner (2008) kreves det at det må oppstå en form for argumentasjon. Denne argumentasjonen skal kunne støtte opp under valg av strategi, og skal kunne begrunne hvorfor denne fungerer. I tillegg kreves en form for matematisk forankring. Argumentene må altså i tillegg være matematisk forankret.

Man ser en tydelig kobling mellom høye kognitive krav, relasjonell forståelse og kreativ resonnering. Alle disse begrene fokuserer på matematisk forankring, og evnen til å se sammenhenger. På den andre siden ser man også en sterk kobling mellom lave kognitive krav, instrumentell forståelse og imitativ resonnering der fokuset ligger på å gjennomføre en gitt prosedyre eller følge en strategi som skal lede mot et riktig svar.

Inquiry er et omfattende, og mye brukt begrep, i matematikken. Begrepet er sterkt knyttet til begrepet utforskende matematikk. I følge Jaworski, (2010) handler blant annet inquiry om å stille spørsmål, undersøke, utforske, undre, identifisere problemer og søke løsninger, og se kritisk på det en utforsker. I forbindelse med det tidligere nevnte LBM-prosjektet ble begrepet inquiry brukt på tre ulike nivåer (Jaworski 2006):

1) Inquiry i matematikk: Elevene lærer matematikk gjennom utforskning i klasserommet, og lærere bruker inquiry som et redskap for å fremme elevenes læring.

2) Inquiry i undervisning av matematikk: Lærere bruker inquiry for å utforske utforming og implementering av oppgaver og aktiviteter i klasserommet, og didaktikere bruker inquiry som et redskap for å gjøre lærerne i stand til å utvikle sin undervisning

3) Inquiry i forskning som resulterer i utvikling av matematikkundervisning: Lærere og didaktikere forsker på bruk av inquiry i matematikk og i matematikkundervisning

I denne studien vil det være mest relevant å fokusere på (1), men også (2) vil være relevant ved diskusjon rundt lærerens rolle i utforskende matematikk.

Jaworski (2006) påpeker at elevene gjennom arbeid som er inquiry-basert vil kunne bidra til at elevene får en mer relasjonell forståelse.

2.1.2 Læreplanen

Sammen med nye kompetansemål, brakte også Fagfornyelsen med seg en rekke verktøy for å utvide forståelsen av selve faget. Et av disse er fagets kjerneelement, og disse skal skildre det viktigste innholdet i faget (Utdanningsdirektoratet, 2019). Kjerneelementene skal også reflektere det elevene må lære for å mestre faget, og de preger innholdet i kompetansemålene. Samtidig er kjerneelementene sterkt knyttet til kompetansemålene i fagene, og hele seks av ti kompetansemål i matematikk for etter 10.årstrinn knyttes direkte til kjerneelementet *utforsking og problemløsning*.

Ifølge kjerneelementet *utforsking og problemløsning* handler utforsking i matematikk som aktiviteter der elevene skal lete etter mønster, diskutere og sammenlikne løsninger (Utdanningsdirektoratet, 2019). Utover dette kommer det frem at utforsking skal ivareta nysgjerrighet og undring. Samtidig kan utforsking bety at elevene får muligheten til å tenke kritisk, evaluere og prøve ut ulike arbeidsmetoder. Dette kan innebære å sanse, søke, oppdage eller observere.

1.september 2017 ble *Overordna del – verdiar og prinsipp for grunnopplæringa* en del av læreplanverket (Kunnskapsdepartementet, 2017). Overordnet del reflekterer den pedagogiske praksisen som skal prege hele grunnopplæringen, og gir retning for opplæringa i de ulike fagene i skolen.

Ifølge *Overordnet del* skal alle fag i opplæringen styre elevene inn mot en skapertrang og en utforskertrang (Utdanningsdirektoratet, 2020). Skolen skal dyrke elever som ser ulike måter å utforske på, og det kommer også frem at utforsking er viktig for dybdelæring i fagene, noe som ble spesielt viktig da LK20 kom inn i bildet.

Seks av de ti kompetansemålene som er presentert for 10.trinn i matematikk omhandlet arbeid med utforsking. Fire av disse kompetansemålene inneholder verbet utforsking. Flere av de andre kompetansemålene inneholder også verb som tolke, diskutere og vurdere (Utdanningsdirektoratet, 2020).

Et av kompetansemålene som gjelder for 10.trinn er at elevene skal kunne: «hente ut og tolke relevant informasjon frå tekstar om kjøp og sal og ulike typar lån og bruke det til å formulere og løyse problem» (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Dette kompetansemålet er direkte knyttet til kjerneelementet utforsking og problemløsing.

I tillegg bærer også kjerneelementet *resonnering og argumentasjon* preg av utforsking. Der står det blant annet at elevene skal kunne vurdere og forså matematiske tankerekker (Utdanningsdirektoratet, 2019). I tillegg skal elevene kunne forstå matematikken som ligger bak, og også dette er sentralt ved utforskende arbeid.

Ifølge Utdanningsdirektoratet (2019) betyr å utforske «å utforske kan bety å sanse, søke, oppdage, observere og granske. I nokre tilfelle betyr det å undersøke ulike sider av ei sak gjennom open og kritisk drøfting.» Utforskende oppgaver skal altså bære preg av å oppdage og å søke ny informasjon. I tillegg handler utforsking om å oppleve og eksperimentere. Elevene skal også kunne utvikle en metode for å løse et gitt problem som de ikke kjenner til fra før av. Utdanningsdirektoratet (2020b) vektlegger også bruken av algoritmisk tenking som en del av en prosess for å løse en oppgave.

Et annet kompetansemål som direkte knyttes opp mot utfroskende arbeid er: «planleggje, utføre og presentere eit utforskande arbeid knytt til personleg økonomi» (Utdanningsdirektoratet, 2020b).

Det som setter det største skillet mellom LK06 og Fagfornyelsen er antall kompetansemål. LK06 hadde 25 kompetansemål for etter 10.årstrinn, og hadde ulike flere ulike kompetansemål innenfor hvert tema. Fagfornyelsen har bare ti kompetansemål for 10.trinn i matematikk, og disse bærer preg av andre verb enn LK06. I kompetansemålene i LK06 var ofte verb som regne, bruke og utføre dominerende. Fagfornyelsen har et mye større fokus på utforsking, og verbene som brukes skiller seg tydelig fra verbene i LK06.

Det at det kom en endring i læreplanens kompetanse mål og kjerneelement, gjorde også at fagets innhold skulle endres. Fokuset skulle vekk fra at elevene skulle kunne regne ut, løse og finne ut. Elevenes arbeid i faget skulle i mye større grad preges av rom for dybdelæring. Dette er en form for læring som Utdanningsdirektoratet (2019b) beskriver slik at elevene gradvis skal opparbeide seg kompetanse og kunnskap i faget, og at dette skal være varig. Dette vil med andre ord si at det er viktig at elevene opparbeider seg en forståelse for faget, og at de evner å se sammenhenger i faget og mellom fagområder.

Utforsking er altså blitt en sentral del at matematikken igjennom den nye læreplanen Fagfornyelsen. Elevene skal ikke bare tilegne seg kunnskap, men de skal utvikle en forståelse og kompetanse i faget slik at de evner å se matematikken som en helhet. Viktigheten av å arbeide utforskende og problembasert kommer tydelig frem i alle delene av læreplanen, både i kjerneelementene, kompetansemålene og overordnet del.

2.2 Kognitive krav

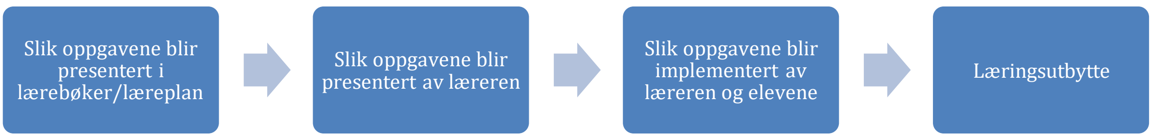
Skemp (1976) omtaler begrepene instrumentell og relasjonell forståelse og viser til en todeling av begrepet *forståelse*. En elev med en instrumentell forståelse vil evne å benytte seg av en algoritme eller en regel, mens en elev med relasjonell forståelse vil forstå hvorfor algoritmen eller reglen fungerer. Dette kan eksempelvis illustreres gjennom å se på det å «låne» når man subtraherer. Eleven med instrumentell forståelse vil gjennomføre algoritmen uten å forstå hva det betyr å «låne». Herheim (2016) viser til at dersom matematikkfaget legges opp på denne måten, kan elevene tenke på matematikk som et huskefag, hvor læreren kan sees på som en tryllekunstner som bare drar formler ut av hatten. Matematikk blir dermed ikke et fag som er forankret i det sosiale, og koblingen mellom matematikk og hverdagslivet kan svekkes. Derimot beskriver Skemp (1976) av eleven med relasjonell forståelse evne å se at man kan gjøre en slik «låning» fordi du veksler en tier til enere. Denne eleven knytter dermed inn plassverdisystemet i matematikk, og kobler det til subtraksjon. Ved at eleven kobler sammen de ulike kompetansene i matematikk, ser eleven relasjoner mellom tidligere tilegnede kunnskaper og nye kunnskaper og kan anvende dem når eleven gjør matematikkoppgaver. Ved at sammenhengene i matematikk knyttes sammen, kan også relevansen for matematikk i hverdagen bli tydeligere for elevene. Skemp (1976) beskriver at den relasjonelle kompetansen i større grad viser forståelse enn instrumentell kompetanse som baseres på å pugge formler.

Videre kan man se på det Hiebert og Lefevre (1986) omtaler som konseptuell og prosedyrebasert kunnskap. Forholdet mellom konseptuell og prosedyrebasert kunnskap er mer utfordrende å definere da kunnskapene i større grad er avhengige av hverandre (Carpenter, 1986). Konseptuell kunnskap handler om å evne å se sammenhenger i matematikken slik at man ikke bare vet hvordan man kan løse en oppgave, men også hvorfor det fungerer. Dette kan sees i sammenheng med det Skemp (1976) skriver om relasjonell forståelse. Forskjellen mellom relasjonell og konseptuell forståelse er at Hiebert og Lefevre (1986) anerkjenner at det er mulig å ha relasjonskompetanse samtidig som eleven benytter algoritmer for å løse oppgaver. Dette er mulig så lenge elevene forstår hvorfor algoritmen fungerer, men bruker algoritmer for å effektivisere arbeid med matematikkoppgaver. Prosedyrebasert kunnskap handler derimot å gjenkjenne symboler og liknende, samt å løse oppgaver ved hjelp av tidligere lærte algoritmer, og dette kan sees i sammenheng med instrumentell forståelse.

Oppgaver som leder elever inn i en instrumentell forståelse har lave kognitive krav. Fokuset i oppgaven vil være å komme frem til et svar, fokuset på selve løsningsstrategien frafaller. Skemp (1976) beskriver at selv om oppgaver som baseres på instrumentell forståelse har lave kognitive krav, kan de fortsatt være effektiviserende under arbeid med matematikkoppgaver. Kognitivt krevende oppgaver vil derimot lede elevene mer mot en relasjonell forståelse da elevene må forstå matematikken som ligger til grunn. Skemp (1976) beskriver at matematikkundervisning og matematiske oppgaver som leder elevene mot en relasjonell forståelse er rikere, men at det er mer tidkrevende. Flere lærere velger ofte å gi algoritmen fremfor å forklare hvorfor algoritmen fungerer for å komme gjennom pensum i faget. Når elevene derimot har begynt å utvikle konseptuell forståelse slik Hiebert og Lefevre (1986) beskriver, vil elevene lettere tilegne seg ny kunnskap fordi den nye kunnskapen kobles sammen med tidligere tilegnet kunnskap. På denne måten utvikles også den relasjonelle og konseptuelle kunnskapen ved at nye kunnskaper kobles inn i elevenes matematiske «nettverk».

2.3 Rammeverk

Smith & Stein (1998) konstruerte *The mathematical task framework*. Dette rammeverket viser til hvordan en oppgave kan gi elevene maksimalt utbytte, og fokuserer seg inn på tre ulike faser oppgaven går gjennom. *Figur 1* viser en modell med oversikt over de tre fasene.



Figur 2The Mathematical Task Framework (Smith & Stein, 1998)

Den første fasen i modellen omhandler hvordan oppgavene blir presentert for elevene, og dette skjer gjennom enten lærebøker eller læreplaner. Den neste fasen går ut på hvordan oppgaven blir presentert av lærere, og den siste fasen omhandler hvordan en oppgave til slutt blir implementert av læreren og elevene.

Hvordan oppgavene blir presentert i lærebøker er den delen av rammeverket som er relevant for min del. Det er denne delen av rammeverket jeg kommer til å fokusere på videre i studien. Likevel er det vesentlig å poengtere viktigheten av de to neste fasene. Smith & Stein (1998) viser til at måten oppgaver blir presentert i lærebøker og/eller læreplaner ikke nødvendigvis reflekterer måten oppgaven blir presentert av læreren i klasserommet. Videre fremhever de hvordan dette kan påvirke hvordan elevene jobber med oppgavene.

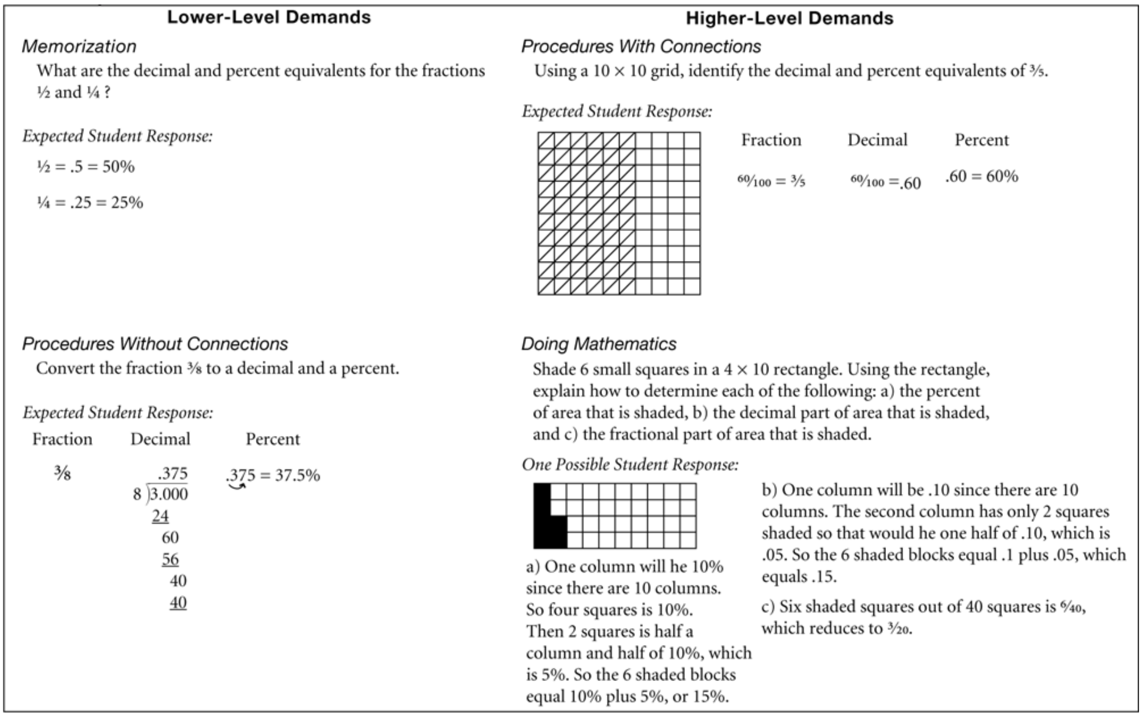
Innenfor fase 1 vil oppgavens kognitive krav bli vektlagt. Smith & Stein (1998) har konstruert en veileder for å avgjøre hvilke kognitive krav oppgavene stiller. Rammeverket kalles *Task Analysis Guide* (TAG), og vil være grunnlaget for min kvalitative analyse.

2.4 Task Analysis Guide (TAG)

Smith & Stein (1998) presenterer fire ulike kategorier for å avgrense hvilke kognitive krav en oppgave har. Disse er fire kategoriene er: (1) memorization, (2) procedures without connections, (3) procedures with connections og (4) doing mathematics. Videre i studien vil jeg benytte meg av følgende betegnelser for kategoriene: (1) memorering (M), (2) prosedyrer uten sammenheng (PU), (3) prosedyrer med sammenheng (PM) og (4) gjøre matematikk (GM).

Disse oppgavetypene kan også sees i sammenheng med det Doyle (1983) beskriver som Memory tasks, Procedural and routine tasks, Comprehension or understanding tasks og Opinion tasks. Memory tasks krever i likhet med M at elevene husker eller reproduserer informasjon de tidligere har tilegnet seg. Procedural and routine tasks handler om at elevene skal bruke en åpenbar, eller gitt, prosedyre eller algoritme for å løse oppgaven. I likhet med oppgaver under PU krever Comprehension or understanding tasks at elevene har kjennskap til, og forståelse, for ulike prosedyrer. Dette er for at elevene selv skal kunne vurdere hvilken prosedyre som passer til den gitte oppgaven. Til slutt har vi Opinion tasks som er en mer kompleks form for oppgaveløsing, i likhet med oppgaver under kategorien GM.

Oppgaver innenfor de ulike kategoriene av kognitive krav vil ifølge Smith & Stein (1998) føre til ulike måter å tenke på. En oppgaves kognitive krav vil ifølge Smith & Stein (1998) også avhenge av elevforutsetninger. Høye kognitive krav for en andreklassing vil ikke være tilsvarende for en femteklassing. Eksempelvis trekkes det frem at addering med flersifrete tall vil kunne regnes som rutineoppgaver for femteklassingene, mens for andreklassinger som gjerne jobber med konkreter vil oppgaven være mer kognitivt krevende. Smith & Stein (1998) setter en sammenlikning der ved at femteklassingene gjerne vil forklare hvordan de *gjorde det*, mens andreklassingene heller vil forklare hvordan de *tenkte*.



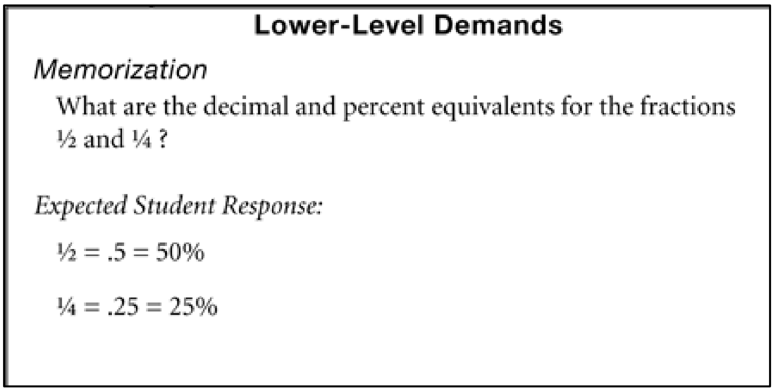
Figur 3 Eksempler på oppgaves kognitive krav. Hentet fra Smith & Stein (1998)

Figur 3 viser en oversikt hentet fra Smith & Stein (2016) der fire ulike oppgaver innenfor omgjøring av brøk, desimaltall og prosent. Hver oppgave er kategorisert etter kognitive krav. Videre vil jeg gå dypere inn på hvert av disse eksemplene, og gjennom teori beskrive hvorfor hver enkelt oppgave passer inn i den gitte kategorien. I tillegg vil jeg legge vekt på karakteristiske trekk innenfor hver kategori.

2.4.1 Memorering

Oppgaver som går under kategorien *memorering,* vil være oppgaver som stiller lavest kognitive krav. I en slik oppgave skal elevene huske og bruke tidligere regler, fakta eller formler som de tidligere har lært (Smith & Stein, 1998). Slike oppgaver trenger derfor ingen utregning, og stiller ingen krav til en matematisk prosedyre.

Smith & Stein (2016) ser på ulike aspekter med oppgaver som faller under kategorien memorering. I et tradisjonelt klasserom der tiden er knapp, og man gjerne skal gjennom mest mulig på kortest mulig tid, vil slike oppgaver kunne være hensiktsmessig. Dette begrunner de med en økt effektivitet når det kommer til å løse rutineoppgaver. Likevel stiller de seg kritisk til hvordan disse oppgavene kan redusere elevenes tenking og forståelse for matematikken. Her trekkes det frem et eksempel ved at elevene evner å bruke en formel, men får vanskeligheter med å gjenkjenne hvilke situasjoner de kan brukes i (Smith & Stein, 2016). I korte trekk vil dette kunne føre til at elevene mangler evnen til å generalisere på bakgrunn av deres manglende instrumentelle forståelse. Denne refleksjonen er også gjeldende for oppgaver under *prosedyrer uten sammenhenger*.


Lower-Level Demands

Memorization

What are the decimal and percent equivalents for the fractions ½ and ¼ ?

Expected Student Response:

½ = .5 = 50%

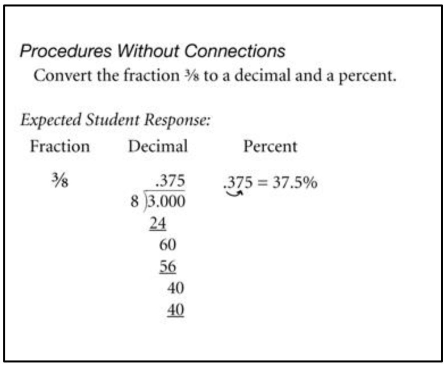
¼ = .25 = 25%

Figur 4 Eksempeloppgave M. Hentet fra Smith & Stein (1998)

Figur 4 viser en eksempeloppgave hentet fra Smith & Stein (1998). Dette er en typisk memoreringsoppgave der det stilles krav til å huske tidligere regler. Oppgaven går ut på å omgjøre spesifikke brøker til både desimaltall og prosent. Utover dette vil fokuset i en slik oppgave være utelukkende å finne det riktige svaret. Utover dette poengterer Smith & Stein (2016) at oppgaver med lave kognitive krav (M og PU) gjerne inneholder relativt mange deloppgaver, og at oppgaveløsingen ofte preges av høy grad av repetisjon.

2.4.2 Prosedyrer uten sammenheng (PU)

I likhet med oppgaver som faller under kategorien *memorering*, vil også oppgaver under *prosedyrer uten sammenheng* være oppgaver med lave kognitive krav. Slike oppgaver vil ifølge Smith & Stein (1998) ofte omhandle bruk av tidligere innført kunnskap i form av regler, formler eller definisjoner. I korte trekk vil en slik oppgave være svært algoritmisk og vil lede elevene inn i en typisk instrumentell forståelse. Disse oppgavene krever derfor ingen forståelse for det underliggende i hver enkel formel eller regel. Videre poengterer Smith & Stein (1998) at slike oppgaver inneholder tydelige instrukser for hvilke data som skal reproduseres. Dette vil med andre ord si at det ikke stilles krav til at elevene selv må tolke noen form for tekst, diagram eller tabell etc. for å finne informasjonen de trenger for å løse oppgaven.

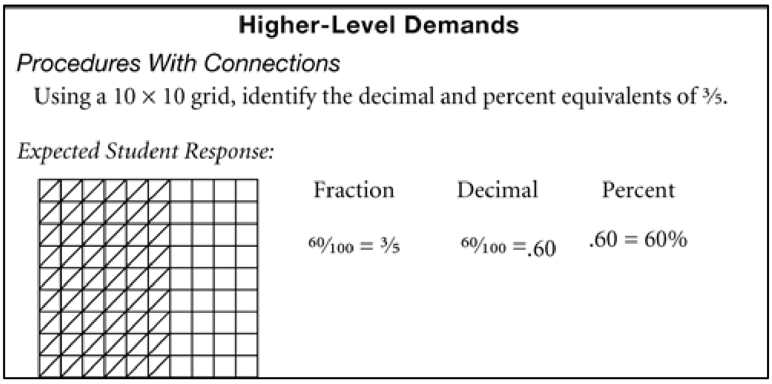


Figur 5 Eksempeloppgave PU. Hentet fra Smith & Stein (1998)

Figur 5 viser en eksempeloppgave hentet fra Smith & Stein (1998). Denne oppgaven faller under kategorien *prosedyrer uten sammenheng.* Det som skiller denne typen oppgaver fra *memorering* er at denne oppgaven krever en form for matematisk prosedyre. Smith & Stein (1998) poengterer at selv om disse oppgavene krever en prosedyre, vil det ikke stilles krav til verken forståelse eller evnen til å se meningen bak prosedyren. Slike oppgaver kan gjerne knyttes til det Hiebert & Lefevre (2013) beskriver som prosedyrebasert forståelse som vil si at eleven har kjennskap til, og memorerer, regler og algoritmer som kreves for å løse en oppgave.

2.4.3 Prosedyrer med sammenhenger (PM)

Den ene av to kategorier under høye kognitive krav, er *prosedyrer med sammenheng.* Smith & Stein (1998) beskriver denne kategorien som oppgaver som ikke bare krever en prosedyre, men også en sammenheng mellom prosedyren og forståelse i forhold til mening og forståelse. Dette skiller PU og PM relativt tydelig. *Figur 5* viser en oppgave knyttet til kategorien PM.



Figur 6 Eksempeloppgave prosedyre med sammenheng. Hentet fra Smith & Stein (1998)

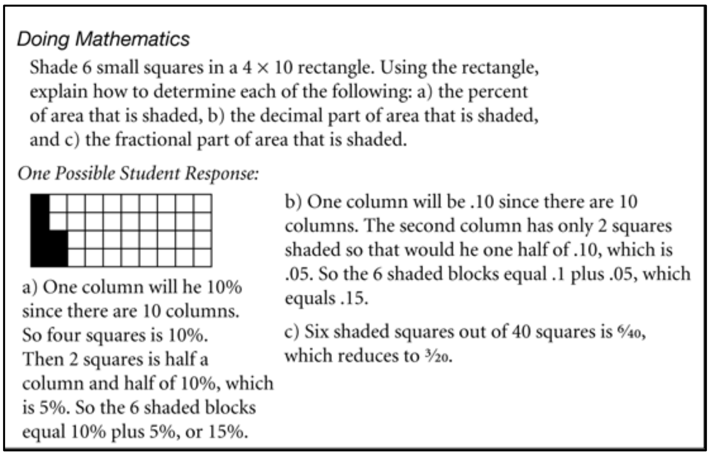
Som vist i *Figur 6* ser man at oppgaven kan løses med en prosedyre i likhet med oppgaven i *Figur 5*. Det som skiller disse oppgavene fra hverandre er at oppgaven under PM leder elevene inn i en slags forståelse for meningen bak omgjøringen. Til kontrast fra oppgaven under PU, legger ikke denne oppgaven opp til bruk av en algoritme eller regel, og vil derfor stille høyere kognitive krav til elevene.

2.4.4 Gjøre matematikk (GM)

De oppgavene som stiller høyest kognitive krav, vil falle under kategorien *gjøre matematikk.* Ifølge Smith & Stein (2016) gir disse oppgavene elevene muligheten til å bruke sin forståelse innenfor et tema på flere ulike måter. I motsetning til oppgaver med lave kognitive krav, kommer oppgaver som knyttes til GM og PM gjerne i små mengder. Smith & Stein (2016) beskriver hvordan dette skiller oppgavene fra de med lave kognitive krav, og at svaret i seg selv ikke er målet med oppgaveløsingen.

Utover dette nevner Smith & Stein (2016) noen karakteristiske trekk ved en oppgave under kategorien GM. For det første inneholder oppgavene et mer utforskende preg enn i de resterende kategoriene. Det blir heller ikke lagt frem en foreslått eller åpenbar strategi for å løse oppgaven. Oppgavene er også ifølge Smith & Stein (2016) ikke preget av algoritmisk tenking, i kontrast til oppgavene under M og PU.

Videre legger Smith & Stein (2016) frem at det vil kunne være nødvendig at elevene strever litt med å løse oppgavene. Dette er i sterk kontrast til oppgavene under M, der målet gjerne er å løse mest mulig oppgaver på kortest mulig tid. Oppgavene under GM skal i likhet med oppgavene med lave kognitive krav gjøre at elevene henter og benytter seg av tidlige tilegnet kunnskap. Det som likevel skiller de er at oppgaver under GM stiller krav til å bruke denne kunnskapen som en del av prosessen ved oppgaveløsingen, mens det ved oppgaver under M og PU ofte vil være tilstrekkelig å benytte denne kunnskapen til å direkte finne svaret på oppgaven.


Doing Mathematics

Shade 6 small squares in a 4×10 rectangle. Using the rectangle, explain how to determine each of the following: a) the percent of area that is shaded, b) the decimal part of area that is shaded, and c) the fractional part of area that is shaded.

One Possible Student Response:

a) One column will he 10% since there are 10 columns. So four squares is 10%. Then 2 squares is half a column and half of 10%, which is 5%. So the 6 shaded blocks equal 10% plus 5%, or 15%.

b) One column will be .10 since there are 10 columns. The second column has only 2 squares shaded so that would he one half of .10, which is .05. So the 6 shaded blocks equal .1 plus .05, which equals .15.

c) Six shaded squares out of 40 squares is $\frac{6}{40}$, which reduces to $\frac{3}{20}$.

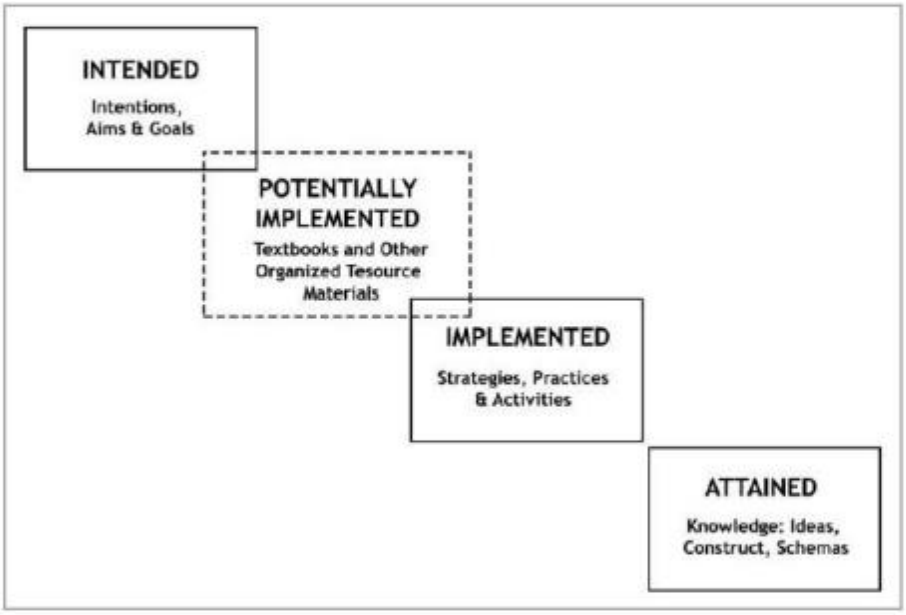
Figur 7 Eksempeloppgave gjøre matematikk. Hentet fra Smith & Stein (1998)

Som det kommer frem i *Figur 7* krever en oppgave under GM at elevene forklarer hvordan de kom frem til løsningen, og hvorfor dette er riktig. Oppgaven viser heller ikke til en spesifikk prosedyre eller algoritme som vil føre til svaret. Elevene tillates å utforske problemområdet, og det vil kunne forekomme ulike former for løsningsstrategier. I tillegg må elevene sette sammen det de har lært samtidig som de ser matematikken som en helhet. Det kommer tydelig frem under *mulige elevresponser* at målet med oppgaven er å forstå prosessen, og ikke bare komme med et konkret svar.

2.5 Lærebokanalyse

Forskning på matematikkbøker har en mye kortere historie enn matematikkbøkene selv (Fan, Zhu, Miao, 2013). Det var ikke før på 1800-tallet at forskere innså mangelen på forskning innen dette feltet, og Fan (2011) påpeker hvordan forskningen på matematikkbøker har endret seg de tre siste tiårene. Videre skriver Fan et al. (2013) at tekstbøker fungerer som en hovedformidler av læreplanen på tvers av fagene i skolen, og det presiseres viktigheten av dette i det moderne klasserom. Det refereres også til Robitaille & Travers (1992) som påpeker at matematikk er et fag der lærebøkene potensielt er mer karakteristisk for selve undervisningen enn i andre fag. Dette kan sees i sammenheng med det Cai (2010) skriver om hvordan forskning på lærebøker fikk større oppmerksomhet grunnet sin sterke tilknytning læreplanen. Dette kan i tillegg støttes opp ved å se på det (Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001) sier om at lærebøker er det mest innflytelsesrike læringsmateriellet i et klasserom.

Valverde et al. (2002) utviklet en modell for å illustrere læreplanens ulike stadier ved skolen og elevenes læring. Modellen heter International Association for the Evaluation of Education Achievement (IEA), og består av tre stadier. Disse er: *(1) Tiltenkt læreplan, (2) hvordan den blir brukt i klasserommet (implementert) og (3) det elevene blir sittende igjen med av kunnskap etter undervisning (oppnådd).* Denne modellen ble I midlertidig videreutviklet i samsvar med det økte fokus på lærebøkenes rolle i undervisningen. Valverde et al. (2002) beskriver lærebøker som et pedagogisk verktøy som kan hjelpe lærere å forme undervisningen. Dette kommer frem i *Figur 8* som illustrerer hvordan lærebøker er en tydelig link mellom det som direkte står i læreplanen (*intended)*, og det som faktisk utføres i klasserommet (*implemented).*



Figur 8 Lærebøker sett i sammenheng med IEA. Gjengitt etter Valverde et al. (2012)

2.5.1 Tidligere relevant forskning

Son, Watanabe & Lo (2017) påpeker at selv om forskning innenfor lærebøker har sett en positiv utvikling, viser selve forskningen funn som skaper bekymring. Bekymringen ligger i kvaliteten på lærebøkene, og hvordan dette kan forme måten vi underviser og lærer matematikk. Son et al. (2017) ser dette i sammenheng med resultater fra TIMSS (1995, 1999, 2003, 2007, og 2011) og PISA (2003 til 2012). Disse studiene gir muligheten til å sammenlikne elvenes prestasjoner med jevnaldrete elever i andre land. I en slik sammenlikning er det naturlig å se på faktorer som påvirker elevenes læring, og deriblant finner vi lærebøker.

Fan et al. (2013) har plassert tidligere gjennomført lærebokforskning i fire ulike kategorier; lærebøkenes rolle, lærebokanalyse og sammenligninger av lærebøker, bruk av lærebøker og andre områder. Denne avhandlingen vil naturlig falle inn under kategorien *lærebokanalyse*. Videre presenterer Fan et al. (2013) fem ulike aspekter ved lærebokforskning; (1) matematisk innhold og temaer; (2) kognitive krav og pedagogikk; (3) kjønn, etnisitet, kultur og verdier; (4) sammenlikning av ulike tekstbøker og (5) konseptualisering og metodiske forhold. Min studie fokuserer aller høyeste grad på kognitive krav, og vil derfor samsvare med punkt 2; kognitive krav og pedagogikk.

En hel rekke andre studier har benyttet seg av rammeverket *The Mathematical Task Framework.* Rammeverket er et verktøy for å analysere hvilket nivå av kognitive krav oppgavene stiller (Smith & Stein, 1998). Det skilles mellom to nivåer av kognitive krav; *Higher leven demands (HLD) og Lower level demands (LLD)*. Under hver av disse nivåene finner vi to underkategorier; *Memorization og Procedures without (LLD), og Procedures with connections og Doing mathematics (HLD) connections (*HLD). Jones og Tarr (2007) gjennomførte en slik lærebokanalyse i USA der de benyttet rammeverket for å fastsette kognitive krav på oppgaver innenfor sannsynlighetsregning. Deres studie viste en sterk overvekt av oppgaver som falt under kategorien *Procedures without connection* (LLD).

Johnsen & Storaas (2015) benyttet samme rammeverket da de analyserte oppgaver i en norsk og en svensk/finsk bokserie. Resultatene i denne studien viste at også her var andelen oppgaver med lave kognitive krav dominerende. Blant disse var oppgaver under *Procedures without connections* sterkt representert med en prosentandel på hele 82 % i gjennomsnitt i Faktor-serien (1, 2 og 3 for ungdomstrinnet), og om lag 70 % i den svensk/finske serien Pi (7, 8, 9 og Statistikk).

Bergheim (2017) benyttet seg også av *The Matematical Task Framework,* og 68 % av oppgavene som ble analysert falt under *Procedures without connections (LLD).* I sin helhet lå prosentandelen for oppgaver som stilte lavere kognitive krav på 84 %. Dette resultatet samsvarer med resultatet Charalambous, Delaney, Hsu, & Mesa (2010) fikk ved bruk av samme rammeverk. I studien kom det frem at 85 % av oppgavene i matematikkbøker i henholdsvis Kypros og Irland ble kategorisert som oppgaver med lavere kognitive krav.

En gjenganger i tidligere forskning er at lærebøker i sin helhet legger for lave kognitive krav i oppgavene.

3 Metode

I dette kapitlet vil jeg gjøre rede for valgt metode. Jeg vil beskrive og begrunne valg av metode og utvalg. I tillegg vil jeg ta for med studiens kvalitet, og forskingsetiske aspekter.

3.1 Metodevalg

Forskningsspørsmålene for denne studien omhandler preg av utforsking i lærebøker for matematikk. Det vil da være naturlig å se på oppgavene i boka som elevene bruker i matematikkundervisning. Hiebert & Wearne (1993) hevder at oppgavene elevene får presentert avgjør det matematiske grunnlaget som skapes, og hva de lærer. Charalambous et al. (2010) påpeker også at oppgavene er det elevene møter i undervisningen. På bakgrunn av dette har jeg valgt å forske på selve oppgavene som presenteres i den valgte læreboka.. Videre vil denne studien derfor falle under kategorien innholdsanalyse da fokuset vil være på innhold og ikke språk.

I følge Gleiss & Sæther (2021, s. 119) krever en tekstanalyse, i likhet med andre forskningsmetoder, at det tas noen valg. Det skal velges teksttype, tematikk og analysemetode. Disse valgene er beskrevet tidligere i innledningen, men vil i dette kapitlet begrunnes og gjøres rede for i større grad

Det finnes flere ulike former for tekstanalyse. Gleiss & Sæther (2021, s. 122) beskriver semiotiske analyser, diskursanalyser og narrative analyser som språkfokuserte analysemetoder som tar for seg språk og struktur i stor grad. Gleiss & Sæther (2021, s.136) beskriver derimot en innholdsanalyse, også definert som dokumentanalyse, som en analyse med fokus på innholdet og tekstens funksjon, og ikke tekstens struktur eller språk slik som eksempelvis en semiotisk analyse. En kvantitativ innholdsanalyse er ifølge Grønmo (2016) en systematisk inndeling av dokumenter i forhåndsbestemte kategorier. Denne typen analyse passer for min studie da oppgavene enkelt lar seg kategorisere. En dokumentanalyse gir i tillegg stor frihet til valg av relevante teoretiske begreper i analysen, som kan være behjelpelig for å analysere og tolke de valgte tekstene. (Gleiss & Sæther).

Ulike tilnærminger til forskningsdesign kan bruker. Creswell & Plano Clark (2011) deler inni to ulike tilnærminger: ««typology-based approach» og «dynamic approaches». Den første legger vekt på å bruke et tilpasset design. Det er denne tilnærmingen jeg har valgt å bruke, og bruker et konstruert rammeverk.

3.2 Utvalg

Grunnet min studieretning, som er grunnskole lærer 5.-10.trinn vil det være naturlig for meg å velge en lærebok innenfor disse trinnene. Da jeg har mest erfaring fra praksis på 10. trinn, har jeg også mer kompetanse og forståelse for de ulike nivåene elevene kan kategoriseres under på dette trinnet. Det er et høyere kognitivt nivå på dette trinnet enn lavere trinn, og elevene skal i større grad utforske selv. Det vil derfor være relevant å vurdere om lærebøkene oppfyller kompetansemålene for dette trinnet, og jeg valgte av denne grunnen å ta for meg lærebøker hentet fra 10.trinn.

Det finnes flere ulike matematikklærebøker for 10.trinn i Norge. En av faktorene til at jeg valgte Matematikk 10, var at jeg var avhengig av at boka var produsert etter Fagfornyelsen. Dette fordi jeg ønsker å se hvordan kjerneelementene og kompetansemålene i Fagfornyelsen ivaretas i lærebøkene. Valget falt også på denne læreboka da Cappelen Damm er et anerkjent forlag i hele landet.

Valget falt på å analysere grunnboka, og ikke oppgaveboka. Dette fordi jeg gjennom den kvalitative analysen var avhengig av å se på tidlige eksempler og teori i boka for å avgjøre oppgavens kognitive krav. Det er også en erfaring fra praksis at det hovedsakelig er grunnboka som benyttes i undervisning, mens oppgaveboka som oftest blir reserveoppgaver. Det er dermed mer relevant å se på hvilke kognitive krav som stilles i undervisningen.

3.3 Mixed methods

Denne studien har en mixed methods-tilnærming. Mixed Methods er en metode for å utnytte aspekter ved både det kvalitative og det kvantitative ved studien (Gleiss & Sæther, 2021). Dette kan eksempelvis gjøres hvis man ønsker et overblikk over et større utvalg (kvantitativt), og at man i tillegg ønsker å gå i dybden på interessante funn (kvalitativt). Cohen et al. (2018, s.33) hevder at bruk av mixed methods gir en mer fullstendig forståelse av et fenomen. Utover dette vil en slik metode gjøre presentasjonen av funn mer oversiktlig.

Studien vil falle under tilnærmingen *Explanatory sequential mixed methods* (Creswell, 2014). Dette vil si at forskeren først gjennomfører en kvantitativ analyse, som senere legger grunnlaget for den kvalitative analysen. Den kvalitative analysen vil kunne forklare og belyse de kvantiative funnene. Et slikt design vil kunne gi mulighet for å utforske detaljer videre i den kvalitative analysen.

3.4 Kvantitativ analyse

Den kvantitative delen av analysen var den mest omfattende delen av analysen. Alle oppgavene i boka ble kategorisert utfra antall mulige svar og antall mulig løsningsstrategier. Her ble hver enkelt oppgave systematisk gjennomgått for å analysere hvor mange svar og løsningsstrategier oppgavene hadde.

For å kunne gjennomføre analysen var det avgjørende at jeg hadde gjort godt forarbeid. Jeg måtte bestemme meg for hva som skulle til for at en oppgave skulle kategoriseres som en eller flere løsninger, og jeg måtte avklare hva som skulle til for at en oppgave skulle bli kategorisert som en oppgave med flere mulige løsninger.

For at en oppgave skulle kategoriseres som en oppgavene med flere mulige løsninger, måtte oppgaven enten ha flere riktige svar, eller at oppgaven kunne besvares ulikt. Oppgaver som hadde flere ulike måter å skrive svaret på ble kategorisert som oppgaver med flere mulige svar.

Oppgavene som ble kategorisert som oppgaver med flere mulige løsningsstrategier måtte enten være en åpen oppgave der det var åpent for å løse oppgaven ulikt. Eller så måtte oppgaven ha flere ulike prosedyrer, og eventuelt algoritmer, som kunne brukes for å løse oppgaven.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Matematikk 10 - Cappelen Damm						
2	Kapittel	Delkapittel	Oppgave nr	Nivådeling	Antall løsninger	Antall strategier	Utforskende/ikke utforskende
3	4	Arbeid med matematikk	4.1.1a	J	E	E	I
4	4	Arbeid med matematikk	4.1.1b	J	E	E	I
5	4	Arbeid med matematikk	4.1.1c	J	E	F	U
6	4	Arbeid med matematikk	4.1.2a	J	E	F	U
7	4	Arbeid med matematikk	4.1.2b	J	E	F	U
8	4	Arbeid med matematikk	4.1.2c	J	E	E	I
9	4	Arbeid med matematikk	4.1.3a	J	E	E	I
10	4	Arbeid med matematikk	4.1.3b	J	E	E	I
11	4	Arbeid med matematikk	4.1.3c	J	E	E	I
12	4	Arbeid med matematikk	4.2.1a	J	E	F	U
13	4	Arbeid med matematikk	4.2.1b	J	E	F	U
14	4	Arbeid med matematikk	4.2.1c	J	E	F	U
15	4	Arbeid med matematikk	4.2.2a	J	E	F	U
16	4	Arbeid med matematikk	4.2.2b	J	E	F	U
17	4	Arbeid med matematikk	4.2.2c	J	E	F	U
18	4	Arbeid med matematikk	4.2.3a	J	E	F	U
19	4	Arbeid med matematikk	4.2.3b	J	E	F	U
20	4	Arbeid med matematikk	4.2.3c	J	E	F	U
21	4	Arbeid med matematikk	4.3.1a	J	E	E	I
22	4	Arbeid med matematikk	4.3.1b	J	E	F	U
23	4	Arbeid med matematikk	4.3.2a	J	E	E	I

Ark1 Ark6 Ark5 Ark7 Ark8 Ark9 Ark4 Ark2 Ark3

Figur 9 Utklikk av excel-dokument bruk i analysen.

Figur 9 viser et utklipp fra excel-dokumentet som ble brukt for den kvantitative analysen. Hver oppgave, inkludert deloppgaver, ble kategorisert etter antall mulige løsninger og antall mulige strategier. Oppgaver med bare ett mulig svar eller én mulig strategi ble kodet som *E*.

Kolonne A viser hvilket kapittel som analyseres, mens kolonne D viser hvilket delkapittel oppgaven tilhører. For å kunne gjøre det enklere å gå tilbake i analysen for å sjekke ulike oppgaver, har jeg også tatt med oppgavenummer i kolonne C. Videre viser *Figur* 9 at oppgaven blir kategorisert etter nivådeling, antall mulige svar og antall mulige løsninger. Avslutningsvis i kolonne G kategoriseres oppgaven som utforskende eller ikke utforskende.

Oppgaver med flere mulige svar eller flere mulige strategier ble kodet som *F*. Videre ble oppgaver som hadde enten én eller to *F* kategorisert som U, og oppgaver med to *E* ble kategorisert som *I*.

Utover dette valgte jeg å ta med faktorer som *delkapittel* og *nivådeling*. Dette for å holde muligheten åpen for å se på forskjeller og likheter blant oppgaver med nivådeling, og innenfor hvert enkelt delkapittel. Forskjellene mellom hvert delkapittel blir videre benyttet i studien, mens oppgavens nivådeling ikke vil bli relevant for resten av studien da det ikke ga noen utslag.

Når jeg skulle kategorisere oppgavene etter hvor mange mulige svar de hadde gikk jeg nøye gjennom hver enkelt oppgave for å sjekke ulike svarmuligheter. Uavhengig om fasiten presenterte et enkelt svar, valgte jeg likevel å undersøke om oppgaven kunne gi flere svar. Det samme gjelder når oppgavene skulle kategoriseres utfra hvor mange mulige løsninger oppgaven hadde. Jeg gikk nøye gjennom hver enkelt oppgave for å teste ut ulike prosedyrer for å løse den. Oppgaver der en bestemt løsningsstrategi eller prosedyre sto direkte i oppgaveteksten ble kategorisert som *E*.

Flere av oppgavene inneholdt flere spørsmål eller oppgaver innenfor én oppgave. Disse oppgavene delte jeg selv inn i flere deloppgaver for å gjøre kategoriseringen mulig. Og etter analysen var gjennomført samlet jeg innsamlete data i ett felles ark slik at kapitlene kunne sammenliknes, og sees opp mot hverandre.

3.5 Kvalitativ analyse

Den kvalitative analysen gikk ut på å analysere de oppgavene som var kodet med *U*. Dette var oppgaver som ifølge den kvantitative analysen var kategorisert som utforskende. Jeg ønsket å fange opp faktorer som det første rammeverket ikke fanget opp, og kjørte derfor en kvalitativ analyse av disse oppgavene.

Alle oppgavene i kapitlet *utforsking og problemløsing* ble analysert, uavhengig om oppgaven ble kategorisert som utforskende i den kvantitative analysen. Dette valget ble gjort på bakgrunn av ønsket om en helhetlig oversikt over dette kapitlet da fokuset i oppgavene skal være utforsking.

Før selve analysen var det avgjørende for meg å sette meg godt inn i teorien slik at selve kategoriseringen skulle bli mest mulig korrekt. Det var viktig at jeg var innforstått med det teoretiske grunnlaget som ligger til grunn for rammeverket. Derfor brukte jeg lang tid på å studere ulike oppgaver i andre studier som ble kategorisert etter kognitive krav, og sjekket om min forståelse av teorien stemte overens med andre studier. Når jeg deretter hadde satt meg godt nok inn i teorien kunne jeg begynne å kategorisere oppgavene.

Oppgaver som ble kategorisert under kategorien M var oppgaver der man kunne hente ut talldata, eller annen form for informasjon. Oppgave under denne kategorien stilte ingen krav til noen matematisk prosedyre og krevde derfor heller ingen utregning.

PU var den oppgavetypen som i tidligere studier var mest utbredt. Oppgavene ble kategorisert som PU på bakgrunn av tidligere eksempler og teori i boka. Hvis en oppgave ikke hadde en gitt strategi eller prosedyre i oppgaveteksten, sjekket jeg tidligere eksempler for å kontrollere om disse kunne benyttes for å løse oppgaven. Rent algoritmiske oppgaver ble også kategorisert som PU da det ikke stiller krav til å se noen form for sammenheng.

Den neste kategorien var PM. Denne oppgavetypen var litt mer utfordrende å skille fra de andre. Likevel ble oppgaver som krevde en prosedyre, men som også fremmer en form for forståelse for prosedyren kategorisert som PM. Oppgaver som ikke legger opp til bruk av en prosedyre eller en algoritme ble også kategorisert som PM.

Oppgaver som ble kategorisert som M var oppgaver som var åpne, og ikke stilte krav til bruk av en prosedyre. Slike oppgaver var preget av at elevene fikk muligheten til å bruke sin forståelse. Dette er oppgaver som gjerne er lagt opp for at elevene skal streve litt

Videre lagde jeg med et oversiktlig oppsett slik at jeg lett kunne skille kapittel, delkapittel og oppgave.

1	Kapittel	Delkapittel	Oppgavenummer	Kognitive krav	notat
2	2	Funksjon og graf	2.4b	GM	se ting i sammenheng
3	2	Funksjon og graf	2.5	PM	
4	2	Funksjon og graf	2.6	PM	
5	2	Funksjon og graf	2.22.3a	PU	Viser til prosedyre
6	2	Funksjon og graf	2.22.3b	PU	i eksempel
7	2	Lineære funksjoner	2.26.3c	PM	Ikke gitt i eksempel
8	2	Lineære funksjoner	2.28a	PU	Pros i eks
9	2	Lineære funksjoner	2.28d	PU	Kan regnes men pros står i eks
10	2	Lineære funksjoner	2.29.3c	GM	Forklare
11	2	Brøkfunksjoner	2.31a	PU	
12	2	Brøkfunksjoner	2.31b	GM	forklare et forhold (veldig lett)
13	2	Brøkfunksjoner	2.36.3a	PU	
14	2	Andregradsfunksjoner	2.39a	PU	Kan regnes men pros står i eks
15	2	Andregradsfunksjoner	2.39b	PU	Gjelder 2.39-40
16	2	Andregradsfunksjoner	2.40a	PU	
17	2	Andregradsfunksjoner	2.40b	PU	
18	2	Andregradsfunksjoner	2.42.1b	PU	Kan regnes eller lese av
19	2	Andregradsfunksjoner	2.42.2b	PU	Gjelder 2.42.1-3
20	2	Andregradsfunksjoner	2.42.3b	PU	
21	2	Andregradsfunksjoner	2.47.3b	PU	Kan regnes eller lese av
22	2	Andregradsfunksjoner	2.47.3d	GM	forklare noe
23	2	Eksponentialfunksjoner	2.53.1a	PU	Regne eller lese graf

Ark1 Ark5 Ark2 Ark3 Ark4

Figur 10 Utklipp fra excel-dokumentet for den kvalitative analysen

Excel-dokumentet, som vist i *Figur 10*, var ganske likt utformet som utklippet i *Figur 9*. Oppgavene som ble kodet *U* i den kvantitative analysen ble lagt inn i dette dokumentet. Kolonne A viser kapitlets nummer og kolonne B viser hvilket delkapittel oppgaven tilhører. Jeg valgte også her å ta med oppgavens nummer. Videre ble oppgavene analysert og kodet utfra hvilke kognitive krav de stilte. Oppgaver som omhandlet *memorisering* ble kodet M, *prosedyrer uten sammenheng* ble kodet PU, *prosedyrer med sammenhenger* ble kodet PM og *gjøre matematikk* ble kodet GM. I tillegg har jeg en ekstra kolonne for eventuelle notater slik at det kommer tydelig frem hvorfor en oppgave ble kodet som den ble.

For å avgjøre om oppgaver skulle plasseres under PU eller PM valgte jeg å se på tidligere presenterte eksempler i boka. Hvis tilnærmet like eksempeloppgaver var presentert tidligere, og elevene bare behøver å se på den for å løse oppgaven, ble den kodet som PU. Hvis det ikke var noen gitt prosedyre i verken oppgavetekst eller tidligere eksempler, og oppgaven ikke legger opp til én bestemt prosedyre eller algoritme, ble oppgaven kodet som PM.

3.6 Studiens kvalitet

Kvalitet på forskningsstudier sees ofte i sammenheng med begrepene validitet og reliabilitet. Ofte brukes også begrepene gyldighet for validitet og pålitelighet for reliabilitet. Videre vil jeg derfor begrunne studiens validitet og reliabilitet, som til sammen vil utgjøre studiens kvalitet.

3.6.1 Validitet

Validitet kan ses som fra to ulike aspekter: intern og ekstern validitet. Intern validitet omhandler ifølge Postholm & Jacobsen (2018) i hvor stor grad studien undersøker det den skal undersøke. I mitt tilfelle var det viktig å styrke den interne validiteten gjennom å velge et rammeverk som analyserte det jeg fokuserte på i studien. Derfor falt valget på et rammeverk som er konstruert for å analysere oppgaver.
Ekstern validitet handler ifølge Cohen et al. (2007) om hvorvidt det som gjennomføres i studien, og resultatene som studien gir, er overførbare og nyttige i andre sammenlignbare situasjoner. Rammeverket jeg benytter meg av, og problemområde for forskningen er tidligere brukt av flere andre forskere. Dette gjør at resultatene fra studiene kan sammenliknes, og andre forskere kan bruke samme rammeverk på andre lærebøker.

Gleiss & Sæther (2021, s.204) definerer validitet som kvaliteten på datamaterialet og forskerens fortolkninger og konklusjoner. For at en oppgave skal være valid må problemstillingen kunne besvares, og metoden må være egnet for å besvare den. Cohen et al. (2018) skriver i tillegg at om sudien er valid, er den heller ikke nyttig. Derfor var det viktig for meg ved metodevalg at analysemetoden jeg valgte kunne brukes for å besvare mine forskningsspørsmål.

3.6.2 Reliabilitet

I følge Gleiss & Sæther (2021) handler begrepet reliabilitet om kvaliteten på forskningsprosessen og hvorvidt studien er til å stole på. Videre skriver de at det er vanlig å stille to spørsmål innenfor en positivistisk tradisjon for å vurdere reliabiliteten. Det ene spørsmålet omhandler om forskningsresultatene kan reproduseres av andre forskere. Videre kommer det frem at forskeren selv gjør egne fortolkninger som til en viss grad vil være subjektive. Dette vil kunne føre til at andre forskere gjør andre fortolkninger av samme tekst.

I denne studien vil jeg som forsker gjøre egne tolkninger av om oppgavene er utforskende eller ikke. Det er tenkelig at egne tolkninger ikke nødvendigvis er overførbare til andre, liknende forskninger, men ved å bruke et fast rammeverk, styrkes overførbarheten. Gleiss & Sæther (2021) ser på også på forskerens egne tolkninger av oppgavene som en styrke ved dokumentanalyse, og annen kvalitativ forskning, da det åpner opp for å sammenlikne og diskutere, og det kan bidra til utvidet kunnskap rundt forskningsfeltet.

Utover dette skriver Cohen et al. (2007) at data som samles inn må være representative. Dette vil si at oppgavene er representative for det feltet de skal si noe om. I mitt tilfelle har jeg bruk matematikkoppgaver fra et anerkjent og mye brukt forlag i Norge. I den sammenheng har jeg også en viss grad av deskriptiv og tolkende validitet (Cohen et al., 2007). Likevel er det viktig å legge til grunn at oppgavene er analysert utfra egne tolkninger, og det vil derfor være rom for feilkilder. I tillegg til dette er teorien tolken på min måte, og dette åpner også opp for eventuelle feilkilder.

3.7 Forskningsetikk

I følge Gleiss & Sæther (2021) har alle forskere forskningsetiske forpliktelser overfor forskningsdeltakere, andre forskere, finansieringskilder og samfunnet generelt. Innenfor tekstanalyser skriver de senere at det kan forekomme noen særegne forskningsetiske utfordringer (Gleiss & Sæther, 2021). Her presiserer de viktigheten av å definere om de valgte tekstene som analyseres er private eller offentlige. Eksempel på typiske private tekster er innlegg hentet fra sosiale medier eller blogginnlegg. Offentlige dokumenter er dokumenter som for eksempel læreplaner, lærebøker eller avisartikler.

Private dokumenter krever grundig forskningsetisk refleksjon om man trenger å hente ut samtykke for å bruke tekstene. Denne studien baseres på en analyse av et læreverk, og dette er som nevnt offentlige dokumenter. Slike tekster krever ifølge Gleiss & Sæther (2021, s.141) ikke at det hentes ut samtykke fra den eller de som har skrevet teksten. På bakgrunn av dette har det ikke vært relevant eller nødvendig å søke til avsender om samtykke til å bruke de valgte tekstene. Likevel er det viktig å respektere lærebokforfatterne og deres arbeid ved å presente nøytrale og nøyaktige funn.

4 Funn

I dette kapitlet vil jeg presentere registrerte funn fra analysen jeg gjennomførte. Kapitlet er bygd opp slik at funn fra den første og den andre analysen blir presentert separat. Først vil jeg ta for meg funn knyttet til antall mulige svar og løsningsstrategier. Deretter vil jeg ta for meg hvilke kognitive krav oppgavene stiller. Utover dette vil konkrete oppgaver og eksempler hentet fra læreboka bli lagt ved for å støtte opp under funnene.

4.1 Antall løsninger og strategier

4.1.1 Kapittel 1 *Algebra*

Gjennom analysen kom det frem noen karakteristiske trekk ved oppgaver under hver kategori. For oppgaver som hadde bare en mulig løsningsstrategi var det to typiske oppgavetyper. Den ene var oppgaver som gir direkte instruksjoner i oppgaveteksten om hvordan den skal løses. Den andre var oppgaver som løses ved hjelp av eksempelvis en algoritme eller en form for prosedyre.

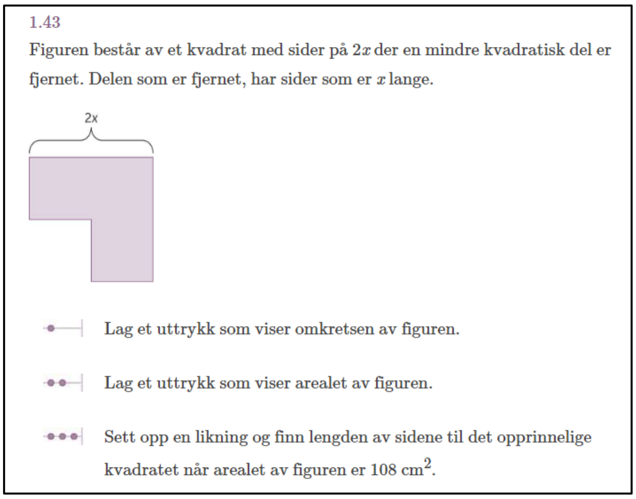
Tabell 1 Oversikt over antall mulige svar i oppgavene i kapittel 1 Algebra

Kapittel	Delkapittel	Antall	Ett svar		Flere svar	
			Antall	%	Antall	%
1	Algebraiske uttrykk	156	153	98	3	2
1	Kvadratsetningene	31	31	100	0	0
1	Å løse likninger	100	99	99	1	1
1	Likningssett	23	22	96	1	4
1	Utforsking og problemløsing	22	18	82	4	18
1	Underveisvurdering 1	36	33	92	3	8
	SUM	368	356	97	12	3

Tabell 1 viser en oversikt over antall mulige svar under hvert delkapittel i kapittel 1 *algebra*.

Kapittel 1 *Algebra* besto av 368 oppgaver, inkludert deloppgaver. Disse oppgavene var fordelt utover sek ulike delkapitler som alle hadde forskjellige tema. Det kommer tydelig frem i tabellen over at oppgaver med ett mulig svar er dominerende. I gjennomsnitt ligger tallet på hele 95 %. Høyeste prosentandel finner vi i *kvadratsetningene* der samtlige oppgaver bare hadde mulighet for ett svar.

Jevnt over scores det ganske høyt på oppgaver med ett mulig svar, men det som er mest bemerkelsesverdig er *utforsking og problemløsning* der 82 % av oppgavene bare hadde ett mulig svar. Delkapitlet hadde lavest andel oppgaver under ett mulig svar, men likevel er det noe jeg ønsker å se nærmere på i diskusjonsdelen da flere mulige svar ofte er en faktor i en utforskende- eller problemløsningsoppgave.


1.43
Figuren består av et kvadrat med sider på $2x$ der en mindre kvadratisk del er fjernet. Delen som er fjernet, har sider som er x lange.

Lag et uttrykk som viser omkretsen av figuren.

Lag et uttrykk som viser arealet av figuren.

Sett opp en likning og finn lengden av sidene til det opprinnelige kvadratet når arealet av figuren er 108 cm^2.

Figur 11 Oppgave med flere mulige svar. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.49)

Oppgavene som hadde mer enn bare ett mulig svar var oppgaver som inneholdt å lage et uttrykk for areal eller omkrets av en gitt figur. Disse oppgavene har ikke nødvendigvis flere riktige svar, men uttrykket kan konstrueres og skrives på ulike måter. Derfor har jeg valgt å plassere de under oppgaver med *flere svar*. *Figur 11* viser en slik oppgave. Oppgaven åpner opp for at elevene kan komme meg ulike svar, og det vil også være flere ulike riktige svar.

OPPGAVER

1.1

Skriv som produkt av primtall.

a. 8

b. 36

c. 42

d. 210

Figur 12 Eksempeloppgave bare en løsning. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.11)

Figur 12 viser en eksempeloppgave som ble kategorisert som en oppgave med bare ett mulig svar. Oppgaven er svært algoritmisk, og gir bare et mulig svar. Oppgaven omhandler primtallsfaktorisering, og oppgaven kan bare gi et riktig svar. Denne oppgaven vil også kun ha en mulig løsningsstrategi.

Tabell 2 Oversikt over antall mulige løsningsstrategier i oppgavene i kapittel 1 Algebra

Kapittel	Delkapittel	Antall	Én strategi		Flere strategier	
			Antall	%	Antall	%
1	Algebraiske uttrykk	156	130	83	26	17
1	Kvadratsetningene	31	31	100	0	0
1	Å løse likninger	100	69	69	31	31
1	Likningssett	23	16	70	7	30
1	Utforsking og problemløsing	22	12	55	10	45
1	Underveisvurdering 1	36	21	58	15	42
	SUM	368	279	76	89	24

Det kommer frem i *Tabell 2* at oppgavene i kapittel 1 *algebra* på generell basis hadde høyest antall oppgaver som bare hadde én mulig løsningsstrategi. 279 av oppgavene hadde bare en mulig strategi noe som vil si at hele 76 % av oppgavene hadde bare en mulig strategi. Under delkapitlet kvadratsetningene hadde samtlige oppgaver bare en mulig løsningsstrategi. *Utforsking og problemløsning* hadde med en liten margin høyest prosentandel oppgaver med flere mulige strategier. Dette betyr at delkapitlet scoret høyest på prosentandelen både på oppgaver med flere mulige svar, og flere mulige løsningsstrategier. Likevel er disse tallene relativt lave.

Vi ser også en kontrast i antall oppgaver innenfor hvert delkapittel. *Utforsking* og problemløsing har færre oppgaver enn resten, mens *å løse likninger* har høyest antall oppgaver.

4.1.2 Kapittel 2 – Funksjoner og grafer

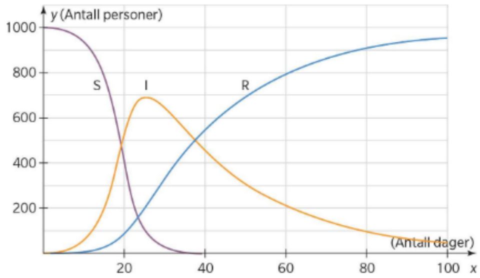
Kapittel 2 *funksjoner og grafer* hadde i likhet med kapittel 1 en høy andel oppgaver med bare ett mulig svar. Også her var prosentandelen jevnt over ganske høy med et gjennomsnitt på 95% av alle oppgavene.

Tabell 3 Oversikt over antall mulige svar i kapittel 2 Funksjoner og grafer

Kapittel	Delkapittel	Antall	Ett svar		Flere svar	
			Antall	%	Antall	%
2	Funksjon og graf	68	68	100	0	0
2	Lineære funksjoner	42	41	98	1	2
2	Brøkfunksjoner	33	31	94	2	6
2	Andregradsfunksjoner	56	48	86	0	0
2	Eksponentialfunksjoner	42	42	100	0	0
2	Matematiske modeller	50	46	92	5	10
2	Underveisvurdering 2	24	23	96	1	4
SUM		315	299	95	9	3

I *Tabell 3* ser man at kun ni av 315 oppgaver hadde mer enn et mulig svar. Det som kjennetegnet disse oppgavene var at de var åpne, og ikke hadde et fasitsvar. Oppgavene gikk ut på å forklare eller begrunne hvorfor noe stemte. *Figur 13* viser et eksempel på en slik oppgave der elevene blir bedt om å begrunne noe. Denne oppgaven kan besvares på ulike måter. Den gjeldende oppgaven er markert med en rød sirkel.

Modellen nedenfor kalles en SIR-modell og viser sammenhengen mellom de som ikke er smittet (S), de som er smittet (I) og de som har oppnådd motstandsdyktighet (R) i en populasjon på 1000 mennesker under en pandemi. På førsteaksen vises tiden i dager.



a. Omtrent når viser modellen at antall smittede blir like mange som antallet som ikke blir smittet?

b. Omtrent når viser modellen at antallet smittede blir på sitt høyeste?

c. På hvilken måte kan en slik modell være nyttig, og hvem kan bruke en slik modell?

Figur 13 Eksempeloppgave flere mulige svar. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.167)

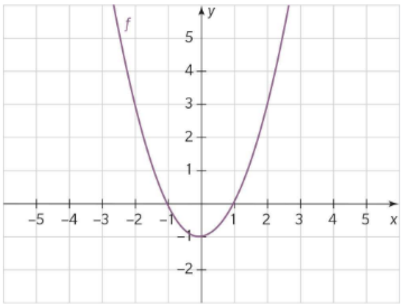
Tabell 4 Oversikt over antall mulige løsningsstrategier i kapittel 2 Funksjoner og Grafer

Kapittel	Delkapittel	Antall	Én strategi		Flere strategier	
			Antall	%	Antall	%
2	Funksjon og graf	68	63	93	5	7
2	Lineære funksjoner	42	38	90	4	10
2	Brøkfunksjoner	33	30	91	3	9
2	Andregradsfunksjoner	48	37	77	11	23
2	Eksponentialfunksjoner	42	37	88	5	12
2	Matematiske modeller	51	42	82	9	18
2	Underveisvurdering 2	24	20	83	4	17
SUM		308	267	87	41	13

I gjennomsnitt er 87 % av oppgavene i kapittel to bare mulig å løse på én måte. Delkapitlet *andregradsfunksjoner* scorer høyest på antall oppgaver med flere strategier med 23 %. Oppgavene som hadde flere ulike strategier kjennetegnes ved at de enten kan løses grafisk, eller ved regning. *Figur 14* viser en eksempeloppgave der elevene skal finne gitte x- og y-verdier. Denne oppgaven kan løses ved enten regning, eller å lese av grafen. Derav er oppgaven kategorisert som *flere mulige løsninger*.

2.40

Grafen til $y = x^2 - 1$ vises i koordinatsystemet.



a. Hvilken verdi har y når $x = -1$?

b. Hvilke verdier har x når $y = 3$?

c. Hva er koordinatene til grafens skjæringspunkt med y-aksen?

d. Hva er koordinatene til grafens skjæringspunkter med x-aksen?

Figur 14 Eksempeloppgave flere mulige løsningsstrategier. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.138)

Utover dette ga analysen av antall mulige løsningsstrategier relativt like resultater i kapittel 1 og kapittel 2. Tallene for antall oppgaver med flere mulige løsningsstrategier er lave, og dette er gjennomgående gjennom hele kapitlet. Majoriteten av oppgavene under kategorien *én løsningsstrategi* var oppgaver som krevde bruk av en algoritme eller regel, mens noen av oppgavene hadde tydelige instruksjoner om løsningsstrategi i selve oppgaveteksten.

2.30

Bruk en graftegner når du løser oppgavene.

Emma bruker 300 kWh (kilowattimer) strøm i uka.

a. Lag et funksjonsuttrykk $S(x)$ som viser hvor mye strøm hun bruker på x uker.

b. Tegn grafen til funksjonen.

c. Les av på grafen hvor mange kilowattimer Emma har brukt etter 52 uker ($x = 52$).

Figur 15 Oppgave med krav til én strategi. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.120)

Figur 15 viser en av oppgavene som i analysen havnet under kategorien *én strategi*. Denne oppgaven har klare rammer og instruksjoner i oppgaveteksten som gjør at oppgaven bare har en mulig løsningsstrategi. Det er ingen rom for utforsking eller andre løsningsstrategier grunnet de stramme rammene.

4.1.3 Kapittel 3 – Økonomi

Delkapitlet økonomi hadde, i likhet med de øvrige kapitlene, lave tall på oppgaver med flere mulige svar. Vi ser i *Tabell* 5 at inntekter *og utgifter* hadde høyest prosentandel med 16 %, mens både *avgift på varer* og *valuta* ikke hadde noen oppgaver med flere mulige svar.

Tabell 5 Oversikt over antall mulige svar i kapittel 3 Økonomi

Kapittel	Delkapittel	Antall	Ett svar		Flere svar	
			Antall	%	Antall	%
3	Kjøp og salg	51	48	94	3	6
3	Avgift på varer	34	34	100	0	0
3	Sparing og lån	75	74	99	1	1
3	Inntekter og utgifter	38	32	84	6	16
3	Valuta	20	20	100	0	0
3	Underveisvurdering 3	23	22	96	1	4
	Sum	241	230	95	11	5

Det som kjennetegnet de oppgavene som hadde flere enn bare ett svar, var at de var åpne oppgaver. Også her var det to ulike oppgavetyper som kom frem. Den ene var at elevene skulle forklare noe, eller at de skulle hente inn egne data og lage budsjett for ulike formål. *Figur 16* viser en av oppgavene som omhandlet budsjett, og som hadde flere mulige svar.

OPPGAVER

3.48

Ta utgangspunkt i dine egne inntekter og utgifter i løpet av en uke når du svarer på oppgaven.

a. Lag ditt eget ukesbudsjett og presenter det for en medelev eller klassen.

b. Lag et regnskap som viser dine faktiske inntekter og utgifter for den aktuelle uka. Presenter resultatet for en medelev eller for klassen.

c. Presenter også utgiftene dine i et diagram. Begrunn valget av diagram.

Figur 16Eksempeloppgave flere mulige svar. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.252)

Figur 16 viser en eksempeloppgave hentet fra kapittel 3. Oppgave 3.48c har også flere ulike riktige svar, da data som blir tatt i bruk når man løser oppgaven vil være avgjørende for hvilke svar man får. Hver enkelt elev vil altså kunne få ulike svar.

Kapittel 3 *Økonomi* skiller seg delvis fra de tidligere omtalte delkapitlene. Prosentandelen på oppgaver med flere mulige strategier er merkbart høyere enn i kapittel 1 og 2. 35 % av oppgavene i kapitlet kan løses ved bruk av flere ulike strategier. Sammenliknet med kapittel 1 og 2 med henholdsvis 24 % og 13 % er dette tallet høyt.

Tabell 6 Oversikt over antall mulige strategier i kapittel 3 Økonomi

Kapittel	Delkapittel	Antall	En strategi		Flere strategier	
			Antall	%	Antall	%
3	Kjøp og salg	51	37	73	14	27
3	Avgift på varer	34	9	26	25	74
3	Sparing og lån	75	61	81	14	19
3	Inntekter og utgifter	38	20	53	18	47
3	Valuta	20	18	90	2	10
3	Underveisvurdering 3	23	12	52	11	48
	Sum	241	157	65	84	35

Oppgavene som kunne løses ved hjelp av flere strategier var mange av de samme oppgavene som også hadde flere mulige svar. Oppgavene som omhandlet budsjett hadde i stor grad utforskende frihet, og rammene satte få grenser for hvordan oppgavene kunne løses. Utover dette var det flere av oppgavene som havnet under kategorien flere mulige strategier grunnet muligheten for å bruke ulike prosedyrer.

3.9

Et dataspill kostet opprinnelig 650 kr.
Hva blir den nye prisen hvis opprinnelig pris

a. økes med 10 %

b. går ned med 10 %

a. økes med 8,5 %

b. går ned med 12,5 %

a. først øker med 5 % og neste dag øker med nye 5 %

b. først reduseres med 20 % og neste dag økes med 20 %

Figur 17 Eksempeloppgave flere mulige strategier. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.196)

Figur 17 viser en oppgave som er plassert under kategorien *flere mulige strategier*. Den første oppgaven kan løses ved å enten dividere 650 med 100, for så å multiplisere med 10. Eller man kan løse den ved å multiplisere 650 med 1,10. Begge oppgavene kan løses enkelt ved en prosedyre, men siden det finnes ulike prosedyrer å løse den ved har jeg likevel valgt å kategorisere den som en oppgave med flere mulige strategier.

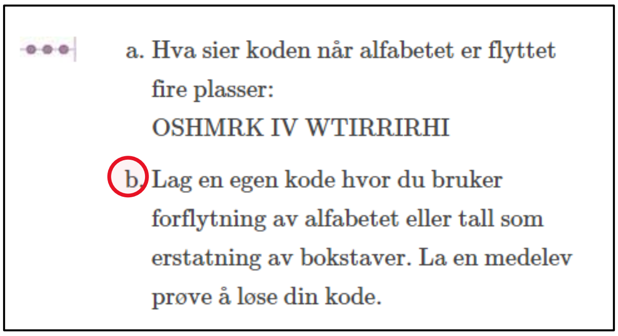
4.1.4 Kapittel 4 Utforsking og Problemløsing

Kapittel 4 inneholder bare 75 oppgaver, inkludert deloppgaver, innenfor flere ulike tema. Her er alle oppgavene blitt analyserte da jeg ønsker å se på kognitive krav ved oppgaver som allerede er blitt kategorisert som utforskende.

Tabell 7Oversikt over antall mulige svar i kapittel 4 Utforsking og Problemløsing

Kapittel	Delkapittel	Antall	Ett svar		Flere svar	
			Antall	%	Antall	%
4	Arbeid med matematikk	75	73	97	2	3
	SUM	75	73	97	2	3

Tabell 7 viser antall oppgaver som har ett eller flere svar. Kapittel 4 har i likhet med kapittel 1 og 2 bare 3 % oppgaver som har flere enn ett mulig svar. Begge disse to oppgavene omhandlet koding der elevene skulle lage sin egen kode og gi den til en medelev.


a. Hva sier koden når alfabetet er flyttet fire plasser:
OSHMRK IV WTIRRIRHI

b. Lag en egen kode hvor du bruker forflytning av alfabetet eller tall som erstatning av bokstaver. La en medelev prøve å løse din kode.

Figur 18 Eksempeloppgave flere ulike svar. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.281)

Figur 18 viser en eksempeloppgave der oppgave har flere ulike svar. Siden elevene får utforskende frihet, og kan sette rammene selv, vil ikke noen svar være feil. Derav faller denne oppgaven under kategorien flere mulige svar.

Kapittel 4 har en høyere prosentandel oppgaver med flere mulige strategier enn kapittel 1 og 2, men ligger på samme tall som kapittel 3 *Økonomi*. 33 % av oppgavene ble kategorisert som oppgaver som kunne løses ved hjelp av flere ulike strategier.

Tabell 8 Oversikt antall mulige løsninger kapittel 4

Kapittel	Delkapittel	Antall	En strategi		Flere strategier	
			Antall	%	Antall	%
4	Arbeid med matematikk	75	50	67	25	33
	SUM	75	50	67	25	33

Oppgavene som har flere mulige strategier er, i likhet med i kapittel 3, oppgaver som kan løses ved bruk av flere ulike prosedyrer. Flere av oppgavene omhandler renter, og ber elevene finne ut hvilke renteavgifter man får i løpet av et år. *Figur 19* viser en slik oppgave. Elevene kan løse oppgaven ved å multiplisere lånebeløpet med 1,028. Alternativt kan de dividere lånesummen med 100, og deretter multiplisere med 2,8. Siden denne oppgaven kan løses ved bruk av flere ulike prosedyrer er også den kategorisert som en oppgave med flere ulike løsningsstrategier.

4.3

Huset blir kjøpt av en familie for 4 850 000 kr. Familien har 1 500 000 kr i egenkapital. Resten av kjøpesummen betaler de ved hjelp av et lån i banken til 2,8 % p.a.

a. Hvor mange kroner må familien låne i banken for å kjøpe huset?

b. Hvor mye må familien betale i renter av lånebeløpet det første året?

Figur 19 Eksempeloppgave flere mulige strategier. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.273)

4.1.5 Helhetlig oversikt

Jevnt over gjennom hele boka var oppgaver med ett mulig svar og én mulig løsningsstrategi dominerende. Noen delkapitler skilte seg ut, men trenden var likevel gjennomgående. *Tabell 9* viser en helhetlig oversikt av både antall svar og løsningsstrategier i alle kapitlene samlet

Tabell 9 Oversikt over antall mulige svar og løsningsstrategier i Matematikk 10

Kapittel	Antall	Ett svar		Flere svar		En strategi		Flere strategier	
		Antall	%	Antall	%	Antall	%	Antall	%
1 Algebra	368	359	98	9	2	284	77	84	23
2 Funksjoner og graf	308	299	97	9	3	267	87	41	13
3 Økonomi	241	230	95	11	5	157	65	84	35
4 Utforsking og problemløsing	75	73	97	2	3	50	67	25	33
SUM	992	961	97	31	3	758	76	234	24

Gjennom analysen kommer det frem at 97 % av alle oppgavene i boka bare hadde ett mulig svar. I tillegg hadde 76 % av oppgavene bare en mulig løsningsstrategi. Tallene for ett svar og én strategi er gjennomgående høye gjennom hele boka, og i samsvar med dette er også tallene for antall oppgaver som er kategorisert som utforskende også lave.

Tabell 10 Oversikt over antall utforskende oppgaver i Matematikk 10

Kapittel	Antall	Utforskende	
		Antall	%
1 Algebra	368	84	23
2 Funksjoner og grafer	308	39	13
3 Økonomi	241	84	35
4 Utforsking og problemløsing	75	25	33
SUM	992	232	23

Oppgaver som hadde flere mulige svar og/eller flere mulige løsningsstrategier ble kategorisert som utforskende. 23 % av alle oppgavene i boka falt under denne kategorien. Tallene for flere ulike løsningsforslag er tilnærmet helt like tallene for antall utforskende oppgaver. Dette kommer av den grunn at få oppgaver falt under kategorien flere mulige svar. Dermed har majoriteten av oppgavene falt under kategorien *utforskende* grunnet muligheten for flere mulige løsningsstrategier. Nesten samtlige av oppgavene som ble kategorisert som utforskende hadde enten bare flere mulige løsningsstrategier, eller både det *og* flere mulige svar.

Tabell 10 viser at få oppgaver ble kategorisert som utforskende. Av de 992 oppgavene som ble analysert var der 232 av de som tilfredsstilte analysens krav for å bli kategorisert som utforskende. Utforsking og problemløsing har 33 % utforskende oppgaver. Dette er mer enn prosentandelen for utforskende oppgaver blant alle oppgavene. Majoriteten av oppgavene som ble kategorisert som utforskende, var oppgaver som kunne løses ved hjelp av flere ulike løsningsstrategier.

4.2 Kognitive krav

De 232 oppgavene som ble kategorisert som utforskende i den første delen av analysen ble videre analysert utfra hvilke kognitive krav de stilte. I tillegg ble alle oppgavene i kapitlet utforsking og problemløsning ble analysert uavhengig av om de ble kategorisert som utforskende eller ikke. Og alle oppgaver under kapitlene *underveisvurdering* ble også analysert.

Tabell 11 Oversikt over kognitive krav i Matematikk 10

Kapittel	Antall	Lave kognitive krav		Høye kognitive krav	
		M	PU	PM	GM
1 Algebra	115	2	94	19	0
2 Funksjoner og graf	61	7	38	6	10
3 Økonomi	95	0	77	6	12
4 Utforsking og problemløsing	75	10	62	3	0
SUM	346	19	271	34	22
PROSENT		5	78	10	6

I *tabell 11* ser man at 78 % av alle de analyserte oppgavene falt under kategorien PU. Tallet for antall oppgaver under PU er gjennomgående høye, og representerer majoriteten av oppgavene i samtlige kapitler. 83 % av oppgavene i analysen ble kategorisert som oppgaver med lave kognitive krav, og bare 6 % av oppgavene falt under kategorien GM.

De få oppgavene som ble plassert under GM var oppgaver som var åpne, og som krevde at elevene skulle forklare noe eller gjøre en vurdering. Én av de oppgavene (Se *Figur 20)* omhandlet å gjøre en vurdering. Oppgaven kan ikke løses ved bruk av en prosedyre, og den krever forståelse for matematikken som ligger i modellen.

a. Vis ved regning at antall smittede var ca. 234 personer etter 22 dager.

b. Tegn grafen til funksjonen når $0 \leq x \leq 25$.

c. Bruk grafen til å finne når antall smittede vil passere 200 personer.

d. Vurder hvordan denne modellen kan hjelpe kommunen til å vurdere hvilke tiltak som bør settes inn for å begrense smitten i kommunen.

Figur 20 Eksempeloppgave GM. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s.170)

Det var gjennomgående gjennom alle de fire kapitlene at majoriteten av oppgavene ble kategorisert under kategorien PU. Flere av disse oppgavene ble satt under denne kategorien fordi de kunne bli løst ved bruk av en bestemt algoritme som var gitt i selve oppgaveteksten. I tillegg ble en stor andel oppgaver satt under denne kategorien på bakgrunn av tidligere eksempler der elevene i stor grad bare kunne bytte ut tallene i eksemplet med tallene de ble gitt i oppgaven.

OPPGAVER

2.18

Finn stigningstallet og konstantleddet til grafene.

a. $y = 5x - 3,5$

b. $y = -15x + 200$

c. $y = 4x + 0$

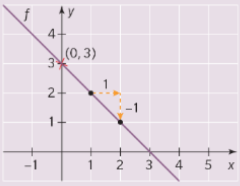
Figur 21 Eksempeloppgave PU. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s. 108)

a. Finn stigningstallet til grafen.

b. Finn konstantleddet til funksjonen.

c. Hva er funksjonsuttrykket til grafen?

Løsning



a. Vi markerer et punkt på grafen og går én enhet til høyre. Deretter går vi én enhet rett ned til vi treffer grafen.

Stigningstallet er −1.

b. Vi finner skjæringspunktet med y-aksen og leser av andrekoordinaten, som er 3.

Konstantleddet er 3.

Figur 22 Eksempel 2.4. Hentet fra Matematikk 10 (Cappelen Damm, 2021, s. 107)

Som man ser i *Figur 21* og *22* er prosedyren for å løse oppgaven godt forklart i eksemplet. Elevene trenger ikke ha noen forståelse for selve grafen, og de kan bruke tallene og løsningen eksemplet til å løse oppgaven. På bakgrunn av dette er oppgaven blitt plassert under PU. 992 oppgaver er blitt analysert i den første delen av analysen, og 346 av disse oppgavene er videre blitt kjørt i en tilleggsanalyse for å kartlegge oppgavenes kognitive krav.

5 Diskusjon

I denne studien ønsket jeg å se på hvordan utforsking ivaretas i oppgaver i et norsk læreverk. Dette ble gjort ved å analysere antall mulige svar og løsningsstrategier, og deretter analysere hvilke kognitive krav oppgavene stilte. Diskusjonen knyttet til resultatene vil beskrives nærmere i dette kapittelet.

5.1 Antall svar/løsnignsstrategier

Ponte & Quaresma (2016) omtaler begrepene rutineoppgaver og utfordrende oppgaver. Med rutineoppgaver menes det oppgaver som omhandler å huske og identifisere, mens utfordrende oppgaver i større grad handler om utforsking. Fokuset i rutineoppgaver er å finne riktig svar, og fokuset i utfordrende oppgaver er å få en dypere og bredere forståelse for matematiske aspekter. Oppgavene i Matematikk 10 hadde en stor andel oppgaver som bare hadde ett mulig svar, og der oppgavene var rent algoritmiske, og 97 % av alle oppgavene hadde bare et mulig svar. Disse oppgavene kan på denne måten kategoriseres som rutineoppgaver.

En utforskende oppgave kan ofte bare ha et riktig svar, men noe som kjennetegner en utforskende oppgave er at det ikke er en gitt strategi for å finne en løsning. Boaler (2016) peker blant annet på åpne oppgaver med ulike løsningsmetoder som en avgjørende faktor ved utforskende arbeid. 76 % av alle oppgavene i boka hadde bare én mulig løsningsstrategi. Dette tyder på at disse oppgavene forventer at elevene skal bruke gitte formler og prosedyrer for å komme frem til svaret.

Dette i seg selv kan tyde på at oppgavediskursen er dominerende. Skovsmose (2003) skriver at en konsekvens av dette kan være at målet blir å avdekke et matematisk forhold. Ett riktig svar, og én mulig løsningsstrategi blir satt i fokus, fremfor at elevene skal fokusere på ulike fremgangsmåter og bruke ulike anvendelser for å komme frem til det svaret det legges opp til at elevene skal komme frem til. På denne måten vil oppgavene i større grad ta utgangspunkt i prosedyrer for å komme frem til riktig svar.

Målet og fokuset i kapittel 4 *utforsking og problemløsning s*kal ifølge Hjardar & Pedersen (2021, s. 268) være å utforske og oppdage sammenhenger i matematikken. I tillegg skal ulike løsningsstrategier være i fokus, og fremgangsmåten skal vektlegges. Likevel er det bare 23 %

av oppgavene som kan kvalifiseres som utforskende. I tillegg vil dette tallet være lavere når man ser på tilleggsanalysen, og oppgavenes kognitive krav.

Det som likevel er gjennomgående i kapittel 4, er relevant kontekst i oppgavene. Majoriteten av oppgavene er knyttet til en relevant kontekst, og vil av den grunn kunne være med å styrke elevenes oppfatning av hva matematikk egentlig kan brukes til. Liljedahl (2020) omtaler blant annet *Numeracy tasks* som en nyttig type oppgave. Han påpeker at det er viktig i arbeid med utforskende arbeid at elevene får en form for tilknytning til oppgaven. Dette kan bidra til å øke oppgavens relevans for elevenes hverdagsliv, men det kan også bidra til å øke motivasjonen (Tiller, 2012).

Skånstrøm & Blomhøj (2016) skriver at det er viktig at elevene selv setter grenser og rammer for oppgaven. I aller høyeste grad setter oppgaveteksten i majoriteten av oppgavene rammer for hvordan oppgaven skal eller kan løses. Blant de 76 % av oppgaver som bare har en mulig løsningsstrategi varierer det mellom oppgaver som *bare* kan løses ved bruk av én prosedyre eller algoritme, og oppgaver der selve oppgaveteksten setter rammer for hvilken prosedyre som skal benyttes i oppgaveløsingen.

Det at en såpass stor andel av oppgavene bare har ett mulig svar, og en mulig løsningsstrategi kan virke bekymringsverdig. Grunnen til at det er såpass mange oppgaver som ikke åpner opp for flere svar eller løsningsstrategier kan være at et stort antall av oppgaver i dagens lærebøker er repetisjonsoppgaver. Flere av oppgavene i lærebøkene er slike repetisjonsoppgaver etter et gitt eksempel i boka som beskriver en fremgangsmåte for å komme frem til riktig svar. Deretter kan eksempeloppgaven brukes som mal til de videre repetisjonsoppgavene. Smith & Stein (1998) beskriver oppgaver som bare krever en bestemt strategi for å finne et svar som effektive oppgaver. Det vil si at ved regning av slike oppgaver vil man få gjort veldig mange på kort tid. Dette er hensiktsmessig når man for eksempel skal forberede elevene mot en prøve eller en eksamen i faget. Det er også gode oppgaver for å gi elevene mengdetrening i bruk av ulike algoritmer. Desto flere ganger elever bruker en algoritme for å løse en matematisk oppgave, desto større sannsynlighet er det for at eleven husker denne algoritmen og kan anvende den med ulike tall.

5.1.1 Utforskende

23 % av alle oppgavene i Matematikk 10 ble kategorisert som utforskende. Dette på bakgrunn av at de enten hadde flere løsninger eller flere løsningsstrategier. Dette i seg selv betyr ikke at oppgavene kan kvalifiseres som utforskende oppgaver, men jeg ønsket gjennom denne delen av analysen å utelukke de oppgavene som bare hadde et mulig svar og en løsningsstrategi.

Det at 23 % av oppgavene ble kategorisert som utforskende er i seg selv ganske positivt. Det som derimot blir gjeldende i den videre analysen er at selv om oppgavene hadde flere svar og/ eller flere løsningsstrategier, trenger de ikke nødvendigvis å være utforskende. Majoriteten av de oppgavene som ble kategorisert som utforskende, ble videre kategorisert som oppgaver med lave kognitive krav. Dette tyder på at det skal mer til enn bare flere svar eller løsningsstrategier for at en oppgave skal være utforskende.

Grunnen til at jeg valgte å analysere alle oppgavene i kapittel 4 *utforsking og problemløsing* var at jeg ønsket en oversikt over hvor mange av de utforskende oppgavene som stilte høye kognitive krav. Det viste seg at bare tre oppgaver i dette kapitlet ble kategorisert som oppgaver med høye kognitive krav. Samtlige av disse oppgavene ble plassert under kategorien PM. Det vil si at ingen av oppgavene i det kapitlet som ifølge Hjardar & Pedersen (2021, s.268) skal fokusere på åpne oppgaver og utforsking ble plassert under kategorien GM.

Man kan stille seg spørsmål ved hva som gjør en oppgave utforskende. Flere faktorer spiller inn. En oppgave kan i utgangspunktet ikke defineres som utforskende eller ikke utforskende utelukkende på bakgrunn av antall mulige svar eller løsningsstrategier. Likevel må en utforskende oppgave være åpen nok til at den ikke kan løses bare ved hjelp av en algoritme eller en prosedyre. Viktige aspekter ved utforskende arbeid er å spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere og undre (Stedøy, 2018). En oppgave som bare krever et svar eller én løsningsstrategi vil ikke gi muligheten for noen av disse faktorene ved utforskende arbeid.

For at en elev skal kunne spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere eller undre er det avgjørende at oppgaven ikke er for begrenset. Oppgaver som bare har ett svar og en åpenbar løsningsstrategi vil være så lukket at elevene ikke får mulighet til å utføre dette. Det kan også argumenteres for at poenget med utforskning i matematikk ikke handler om å komme frem til riktig svar, men hvordan tidligere anvende kunnskaper blir brukt for å løse nye matematiske problem. Slike oppgaver vil på denne måten ikke kunne kategoriseres som utforskende dersom oppgaven legger opp til at elevene skal bruke en gitt løsningsstrategi for å komme frem til riktig svar. Da vil kan det argumenteres for at slike oppgaver ikke befinner seg innenfor problemløsningsparadigmet, men heller under oppgaveparadigmet som Skovsmose (2001) beskriver.

5.2 Kognitive krav

Kognitive krav i matematikkoppgaver er avgjørende for elevenes læring i faget. Smith & Stein (1998) poengterer viktigheten med oppgaver som stiller høyere kognitive krav. Disse er med på å gi elevene en bredere og dypere forståelse for matematikken som helhet. Dette fører til at elevene i større grad evner å se sammenhenger, og at matematikk som fag blir mer meningsfylt. Den kompetansen elevene tilegner seg under disse oppgavene også sees i sammenheng med relasjonell forståelse, beskrevet av Skemp (1976) og konseptuell forståelse beskrevet av Hiebert og Lefevre (1986).

23 % av alle oppgavene i den første analysen ble kategorisert som utforskende. Dette kommer av to ulike faktorer; antall svar og antall løsningsstrategier. Likevel er et høyt antall av disse oppgavene kategorisert som PU. Dette kommer av at jeg utelukkende i den første analysen kategoriserte oppgaver som utforskende hvis de hadde enten flere mulige svar og/ eller flere mulige løsningsstrategier.

83 % av alle oppgavene i tilleggsanalysen ble kategorisert som oppgaver med lave kognitive krav. Denne fordelingen la seg på henholdsvis 5 % M og 78 % PU. Disse tallene er representativ for alle kapitlene i boka, også for kapitlet *utforsking og problemløsning*. Kapitlet hadde bare 3 oppgaver på høye kognitive krav. Samtlige av disse var på PM. Som tidligere nevnt skal fokuset i dette kapitlet være løsningsstrategien og prosessen mot svart, og ikke svaret i seg selv. Hvordan har det seg da at om lag 82 % av oppgavene kategoriseres som PU?

En mulig forklaring på hvorfor så få av oppgavene i delkapitlet stiller høye kognitive krav, kan være at oppgavene i grunn bare er regneteknisk vanskeligere. Dette innebærer ikke nødvendigvis høyere krav til refleksjon og utforsking, men oppgavene i seg selv er vanskeligere å løse grunnet en avansert prosedyre eller utfordrende tall. Slike oppgaver inneholder gjerne flere steg elevene må gjennom for å løse oppgaven, og de stiller høye kognitive krav ved at elevene må vurdere relevant informasjon gjennom flere steg og samtidig vurdere når oppgaven er besvart. Likevel var det ingen av oppgavene som kunne lede elevene inn i en form for bredere forståelse for selve matematikken som ligger i grunn. I tillegg var det bare 4 % av oppgavene som kunne kategoriseres som PM, og de resterende oppgavene kunne løses ved bruk av en prosedyre, gjerne gitt i oppgaveteksten eller et eksempel, uten noen form for sammenheng.

Innenfor hvert kapittel ble oppgavene vurdert utfra de kognitive kravene oppgaven stiller. Fordelingen var ganske jevn, og alle kapitlene scoret høyt på andel oppgaver med lave kognitive krav. Gjennom flere ulike studier gjort på lærebøker i matematikk er det blitt avdekket den samme trenden. Et svært høyt antall oppgaver er under kategorien PU, og dette er gjennomgående i alle de fire kapitlene i Matematikk 10.

Et høyt antall oppgaver under kategorien PU kom i aller høyeste grad av at de fleste oppgavene bare krevde en prosedyre. I tillegg er bare prosedyrene godt forklart i eksemplene tidlige i boka, slik at elevene nærmest kunne bytte ut tallene i eksemplet med tallene i oppgaveteksten. Dette gjorde at oppgaven enkelt kunne løses uten noen som helst forståelse for matematikken som ligger bak. Dette kan, som nevnt, være en form for repetisjonsoppgaver eller mengdetreningsoppgaver hvor elevene skal nærmest pugge formelen som blir brukt, slik at de kan komme frem til riktig svar ved å bruke andre tall.

En såpass stor dominans vil kunne påvirke elevens læringsmuligheter. Som nevnt tidligere er oppgaver M og PU mindre tidkrevende enn oppgaver under PM og GM (Smith & Stein, 2016). Dette kan være en av faktorene til at en så høy andel av oppgavene stiller lavere kognitive krav. Innenfor et tema er det flere ulike undertemaer som skal gjennomgås på kort tid. Derfor er oppgaver med lave kognitive krav hensiktsmessig for å få unnagjort mest mulig på kortest mulig tid. Likevel vil det i aller høyeste grad gå utover elevenes læringsmuligheter da det setter sterke begrensinger.

I tillegg til å påvirke elevenes læringsmuligheter, vil slike type oppgaver lede elevene inn i oppgaveparadigmet. Fokuset er i stor grad på å finne frem til et riktig svar, men det stopper der. Oppgavene under PU krever ikke at elevene har noen form for forståelse for matematikken som ligger til grunn for de prosedyrene som de gjennomfører for å besvare oppgaven. Disse oppgavene kan dermed knyttes direkte til Skemp (1976) sin definisjon av instrumentell læring.

Oppgaver med lave kognitive krav knyttes tett opp mot oppgaveparadigmet. På bakgrunn av de høye tallene av kognitivt lite krevende oppgaver vil elevene kunne styres inn mot oppgaveparadigmet. Matematikken som gjennomføres gir lite mening, og fokuset ligger på å finne det riktige svaret på oppgaven.

Utover dette kan resultatene i denne studien også tyde på at elevene vil sitte igjen med en instrumentell forståelse. Svært mange av oppgavene i boka er algoritmiske, og har bare en løsningsstrategi. I tillegg til å være algoritmiske stiller heller ikke oppgavene krav til noen form for argumentasjon eller refleksjon rundt hva de gjør. Dette vil igjen kunne føre til at elevenes resonnering i stor grad preges av imitativ resonnering.

5.2.1.1 Refleksjon

Oppgaver med lave kognitive krav er dominerende i denne studien. Også tidligere studier gir like resultater når det kommer til oppgaver med spesielt PU. Dette er noe som ikke bare forekommer i Norge, men også i andre land i Europa. Hvorfor er det slik?

Det viser seg å være en internasjonal trend at elever arbeider med oppgaver som stiller lave kognitive krav. Oppgaver som kun krever en algoritme eller prosedyre er dominerende i flere land enn bare Norge. En slik fordeling av kognitive krav som vi ser i denne, og andre studier, er svært skjevfordelt. En mulig forklaring på at oppgavene legges opp til å følge prosedyrer er at det er en tidseffektiv måte å lære elevene nok pensum, blant annet frem mot eksamen. Ved å gjennomføre en slik oppgavebasert undervisning kan læreren sørge for at elevene oppnår forventet kompetanse ut av grunnskolen, og at elevene er til dels selvdrevet under arbeid med oppgaver. På denne måten kan læreren følge opp og hjelpe de elevene som har matematikkvansker. Det er også enklere å vurdere hver enkelt elevs kompetanse ved å kun evaluere om eleven oppgir riktig svar på oppgavene. Det er dermed mye som taler for at slike oppgaver vil være tidsbesparende i skolesammenheng. Likevel er det ikke til å unngå at læreplanen skal legge føringen for undervisningen, og der påpekes det at elevene i større grad skal gjennomføre problemløsningsoppgaver og utforske matematiske problemer.

Gjennom egen praksis har jeg arbeidet i flere ulike klasser på ungdomstrinnet, med flere ulike læreverk og det som er min erfaring er at elevene i skolen jobber for lite utforskende. Elevene sitter gjerne og arbeider med oppgaver i hver time, og det er også gjerne om å gjøre å løse flest mulig oppgaver på kortest mulig tid. Av erfaring er også matematikk det faget det jobbes mest med oppgaveløsing. Elevene blir slitne av å gjøre så mange oppgaver, og de kan også fort miste motivasjonen når ting blir for lett. Kognitivt sterke elever synes ofte oppgaver i matematikk kan bli kjedelig fordi de ikke gir de tilstrekkelig med utfordring. Det kan dermed være positivt, slik noen matematikkbøker legger opp til, at elevene kan velge oppgaver ut fra et tredelt nivå ut fra kognitive krav. Det er likevel viktig å poengtere at selv om oppgaven er mer krevende eller lengre, betyr ikke det at oppgaven blir mer utforskende. Dette er hovedsakelig bare en måte å tilrettelegge for tilpasset undervisning, men det endrer ikke det faktum at undervisningstimene som oftest baseres på at elevene skal jobbe med matematikkoppgaver.

I tillegg er det viktig å være oppmerksom på forskjellen mellom en oppgave som er regneteknisk vanskelig, og en oppgave som stiller høye kognitive krav. Å regne med eksempelvis vanskelige tall, eller å bruke en avansert algoritme eller prosedyre, tilsvarer ikke en oppgave med høye kognitive krav. Oppgaver med høye kognitive krav handler om å se sammenhenger. Evnen til å kunne knytte ny informasjon og kunnskap til tidligere kunnskaper og erfaringer er avgjørende for en økt forståelse i matematikken.

Jeg tror at problemet ligger både i hvordan matematikkfaget er utformet der man skal igjennom mange ulike tema i løpet av et år, og at lærere har for få ressurser til å drive undervisning med en mer utforskende tilnærming. En annen grunn til at det kan drives med lite utforskende undervisning er at det kan være vanskelig å gi oppgaver som gjerne legger opp til gruppediskusjoner og som samtidig er kognitivt krevende for elever med både lav, middels og høy måloppnåelse. En tredje grunn er at det kan komme av manglende kunnskap om feltet hos lærerne selv. Det kan som nevnt være vanskelig å vurdere elevenes kompetanse under problemløsningsoppgaver, spesielt hvis elevene kommer frem til et svar som ikke er pålitelig, men hvor fremgangsmåten er god. Det kreves god kompetanse hos lærerne for å vurdere dette.

Jeg har vært så heldig å få en lærerutdanning tilpasset den nye læreplanen, og har gjennom studieårene fått merket overgangen fra LK06 til Fagfornyelsen. Likevel har jeg ikke notert meg en merkbar forskjell i hvordan undervisningspraksisen er rundt på skolene. Dette kan selvfølgelig begrunnes med antall tema sett i lys av antall skoletimer en klasse har i løpet av et år, men likevel skinner ikke læreplanens endrete fokus gjennom.

Min umiddelbare tanke er at lærere rundt om i skolene, nyutdannete og gamle, trenger flere ressurser for å drive mer utforskende matematikkundervisning. Læreverkene som har blitt analysert i både min, og andres, studier tyder på at det ikke legges direkte til rette for en mer utforskende tilnærming. Da havner ansvaret over på lærerne for å drive denne utviklingen.

Flere av de tidligere studiene jeg har sett på er gjennomført før Fagfornyelsen kom inn i bildet, men på tross av dette er antall oppgaver med lave kognitive krav svært lave da også selv med en læreplan med mindre fokus på utforsking. Denne studien er gjennomført med hensyn til den nye læreplanen, og læreverket som er analysert er konstruert ut fra læreplanens kompetansemål og kjerneelement. Det er ingen signifikant endring i antall oppgaver med lave kognitive krav i lærebøker før Fagfornyelsen, og etter. Jeg mener at fordelingen av kognitive krav blant oppgavene bør være jevnere slik at elevene får muligheten til å drive dybdelæring i større grad. Noe som for øvrig også er sterkt vektlagt i Fagfornyelsen.

Som tidligere nevnt skal en utforskende oppgave kunne gi elevene muligheten til å spørre, undersøke, skape, diskutere, reflektere og undre (Stedøy, 2018). Oppgaver med lave kognitive krav fratar elevene denne muligheten. Oppgaver under M vil i liten til ingen grad kunne gi elevene muligheten til å utforske. Skånstrøm & Blomhøj (2016) presiserer viktigheten av en oppgave som gir elevene muligheten til å tenke matematikk. En oppgave som omhandler memorering, vil bare gå ut på å huske tidligere gitt informasjon.

5.3 Læreplanen

6 av 10 kompetansemål for 10.trinn i matematikk viser til at elevene skal utforske i matematikkfaget (Utdanningsdirektoratet 2020a). Disse kjerneelementene påpeker at elevene skal utforske sammenhenger, generalisere og sammenlikne. Dette er noe som ifølge Cappelen Damm (2021) skal være gjennomgående i grunnboka. Oppgavene skal legge til rette for matematisk forståelse, og den skal inneholde åpne diskusjonsoppgaver. I tillegg er boken konstruert utfra kompetansemålene og kjerneelementene i Fagfornyelsen.

Gjennom resultatene som kommer frem i analysen ser man en tydelig trend av oppgaver med lave kognitive krav. Disse bærer ikke preg av å være utforskende, på tross av at boka skal være utforskende i seg selv. Oppgaver som faller under kategorien PU er i minste grad utforskende, og åpner ikke opp for at elevene får jobbet med de kompetansemålene som står i Fagfornyelsen.

Når 6 av 10 kompetansemål for 10.trinn i matematikk bruker verbet *utforske* burde også dette gjenspeiles i oppgavene i et læreverk som er sterkt knyttet til Fagfornyelsen. Noen positive tall finner man blant annet i kapittel 3 som har 35 % utforskende oppgaver ifølge den første analysen.

Liljedahl (2020) viser til at utforsking kan være vanskelig å gjennomføre i klasserommet da det ikke stemmer overens med det som er formidlet i læreplanen. I 2023 har vi heldigvis ikke det problemet. Utforsking *skal* inkluderes i klasserommet, og det er til en viss grad lærebøkene som ligger til grunne for dette utforskende arbeidet. Likevel ser vi en trend i analysen der kun 23 % av oppgavene ble kategorisert som utforskende. Tallene som kommer frem i tilleggsanalysen viser at tallet for høye kognitive krav er enda lavere. 16 % av oppgavene er blitt kategorisert, og bare 6 % av alle oppgavene i hele boka er blitt kategorisert som GM.

Utdanningsdirektoratet (2020b) skriver at det er viktig å jobbe med algoritmisk tenking også, for å utvikle strategier og fremgangsmåter for å løse større, komplekse problemer. Dette er noe som virker å være i fokus i Matematikk 10 da 78 % av oppgavene krever at elevene bruker en prosedyre uten noen sammenheng. Likevel er det bare 16 % av oppgavene som krever at elevene bruker disse strategiene og fremgangsmåtene på en slik måte at de oppnår en dypere matematisk forståelse for aspektene som ligger i grunn.

I hvor stor grad skal elevene arbeide algoritmisk? Hvis en klasse bare bruker læreverket som grunnlag for oppgaver de løser hjemme og på skolen, så vil bare 17 % av oppgavene elevene løser være oppgaver som ikke er rent algoritmisk.

Smith & Stein (1998) stiller seg kritisk til høy bruk av oppgaver med lave kognitive krav da det påvirker elevenes læringsmuligheter i negativ retning. Når elevene løser oppgaver under kategorien PU vil de regne algoritmisk og lære seg prosedyrer, men de vil ikke evne å vurdere i hvilke situasjoner det er hensiktsmessig å bruke de. Dette grunnet mangelen på forståelse for matematikken bak selve prosedyren. Så selv om oppgavene i Matematikk 10 vil gjøre at elevene lærer seg ulike algoritmer og prosedyrer, så tyder den lave andelen PM på at elevene kan sitte igjen med en manglende evne til å se disse i sammenheng. Dette vil igjen kunne føre til at de får vanskeligheter med å benytte prosedyren i de få oppgavene som er under kategorien GM.

Flere norske studier har vist til resultater med høy andel oppgaver under kategorien PU. Bergheim (2017) analyserte oppgaver i en lærebok for 8.trinn og plasserte 72 % av oppgavene under kategorien PU. I tillegg gjorde også Jopperud (2015) en analyse av oppgaver i boken Faktor 8 under tema algebra. Hun plasserte 86 % av oppgavene under kategorien PU. Johnsen & Storaas (2015) analyserte også oppgaver i en lærebokserie for ungdomstrinnet, og avdekket 82 % i samme kategori.

Et fellestrekk for alle disse studiene er at de er gjennomført før Fagfornyelsen ble innført. Bøkene de har analysert er konstruert etter LK06. Min studie retter seg mot et lærevært der Fagfornyelsen skal ligge til grunne. På tross av en stor endring i fagets kompetansemål og kjerneelementene, er resultatene i min studie relativt like resultatene i de litt eldre studiene. Jeg avdekket 78 % under kategorien PU, mens tidligere studier ligger på tall som både er høyere og lavere. Dette kan tyde på at endringene i læreplanen ikke har preget læreverkene i veldig høy grad.

Fagfornyelsen skulle bidra til at elevene i større grad kunne drive dybdelæring i matematikkfaget. Oppgavene i Matematikk 10 gir elevene mulighet til å drive repetisjon av algoritmer og prosedyrer i stor grad. Likevel åpner ikke oppgavene opp for å få en dypere forståelse i hva matematikken bak egentlig betyr.

Når Fagfornyelsen kom inn i bildet var flere glade for at undervisningen i større grad kunne drives mer utforskende, og fokuset på dybdelæring var et faktum flere så seg fornøyde med. På tross av dette skinner det ikke igjennom i nye læreverk at læreplanen er blitt endret. Læreverket er preget av få oppgaver som åpner opp for diskusjon, refleksjon og begrunnelse. Det er et fåtall oppgaver innenfor hvert kapittel som åpner opp for dette, men hvis en lærer skal belage seg på oppgavene i læreverket vil ikke læreplanens krav om utforsking innfris.

5.3.1 Lærerens rolle

Et fåtall oppgaver i Matematikk 10 legger til rette for utforskende arbeid. Dette legger press på lærerens rolle i et utforskende klasserom. Ifølge Sullivan et al. (2009) er elevenes læring helt avhengig av hvilke typer matematikkoppgaver som blir brukt, men også hvordan de blir brukt. Henningsen & Stein (1997) påpeker hvordan oppgavens kognitive egenskaper kan endres i overgangen mellom lærerens presentasjon og selve elevarbeidet. En oppgave kan gjøres mer kognitivt krevende ved å eksempelvis be elevene forklare, vurdere eller sammenlikne svarene sine.

Flere av oppgavene i boka legger tydelige føringer på hvordan den skal løses. Det vises til tidligere eksempler der en algoritme eller prosedyre er benyttet for å komme frem til et svar. Flere av oppgavene i boka er likevel gode oppgaver, men krever en del arbeid for å gjøre mer utforskende og kognitivt krevende. Skånstrøm & Blomhøj (2016) beskriver tre ulike faser ved arbeid med utforskende matematikk.

Den første fasen er iscenesettelsesfasen. I denne fasen er det ifølge Skånstrøm & Blomhøj (2016) å koble elevene på. Inngangsterskelen for oppgaven som skal løses må også være lav. Oppgaven må gi elevene noe å tenke på, og dette er noe som også går igjen i Liljedahl (2020). Hvis man vil at elevene skal tenke, må man gi de noe å tenke på.

Neste fase er elevenes selvstendige arbeid. Det er her elevene selv sitter og arbeider med en gitt oppgave. Her er det viktig at elevene får veiledning, og at læreren ikke er passiv. Likevel poengterer Skånstrøm & Blomhøj (2016) viktigheten av å styrke elevenes kompetanse gjennom å samtale.

Den siste fasen i arbeid med utforskende matematikk er oppsummeringsfasen. Her blir lærerens rolle sentral da denne fasen omhandlet å forklare og presentere sine løsninger. Elevene får dele erfaringer og se ulike løsningsforslag. Dette bidrar på å styrke det utforskende preget i klasserommet da fokuset blir på hvordan de har kommet frem til svaret, og ikke bare svaret i seg selv.

En lærer som skal drive utforskende matematikkundervisning kan ikke bare belage seg på læreverkene. I og med at såpass mange oppgaver stiller lave kognitive krav må lærerne selv ta sin del av jobben. Fokuset i denne studien har vært i hvor stor grad oppgavene i læreverket legger til rette for utforskende arbeid, men på bakgrunn av resultater som viser en høy andel oppgaver med lave kognitive krav ser jeg det relevant å diskutere hvordan rolle læreren får i arbeidet.

6 Oppsummering og konklusjon

6.1 Oppsummering

I denne masteroppgaven ønsket jeg å undersøke i hvilken grad et norsk læreverk ivaretar læreplanens krav om utforskende undervisning. Jeg har gjennomført en mixed methods-studie der jeg har kodet og kategorisert alle oppgavene i Matematikk 10. I kategoriseringsprosessen har jeg benyttet meg av rammeverket *Task Analysis Guide (TAG)* av Smith & Stein (1998) for å analysere oppgavene.

Gjennom studien kommer det frem at et lavt antall oppgaver kan kvalifiseres som utforskende i Matematikk 10. Majoriteten av oppgavene i hele boka har bare ett mulig svar, og én mulig løsningsstrategi. Videre viser den kvalitative undersøkelsen at den prosentvise fordelingen av kognitive krav er relativt jevn over de fire kapitlene. Generelt er oppgaver med lave kognitive krav dominerende. Prosentandelen oppgaver under PU er høy i samtlige kapitler. Det er også et lavt antall oppgaver under GM, og delkapitlet *utforsking og problemløsing* hadde ingen oppgaver under denne kategorien.

6.2 Konklusjon

For å svare på problemstillingen min, gjentar jeg den her:

Fagfornyelsen pålegger lærere å drive utforskende matematikkundervisning. I hvor stor grad ivaretas dette i nye læreverk?

1. Hvor stor andel av oppgavene i et norsk læreverk i matematikk for 10.trinn er utforskende?

2. Hvilke kognitive krav stiller oppgaver i et norsk læreverk i matematikk for 10.trinn?

På generelt grunnlag var et svært lavt antall oppgaver i Matematikk 10 utforskende. 23 % av alle oppgavene i boka ble etter den kvantitative analysen kategorisert som utforskende. Den prosentvise fordelingen lå jevnt utover alle kapitlene, men *utforsking og problemløsning* hadde høyest prosentandel utforskende oppgaver med 33 %.

Videre i den kvalitative analysen, som ble gjennomført på de oppgavene som ble kategorisert som utforskende samt hele kapittel 4, viser tallene likevel en annen trend. 78% av alle oppgavene som ble kategorisert i den kvalitative analysen var under kategorien PU. Resterende oppgaver fordelte seg på henholdsvis M med 5 %, PM med 10% og GM med 6 %.

83 % av de oppgavene som ble analysert i den kvalitative analysen stilte lave kognitive krav. Disse oppgavene omhandlet å følge gitte eksempler eller definisjoner og forklaringer tidligere i boka. Med andre ord vil dette si at 83 % av oppgavene som ble analysert baserer seg på reproduksjon av tidligere informasjon.

Med tanke på Skemp (1976) sine ulike former for matematisk forståelse, instrumentell og relasjonell, vil dette læreverket i stor grad bygge på den instrumentelle forståelsen. Disse oppgavene vil dermed fremme lavere kognitive krav, da de baseres på å huske metoder og formler for å komme frem til riktig svar. Dette er gjennomgående gjennom hele læreverket da det i stor grad fokuseres på hvordan noe gjøres, og ikke hvorfor en metode fungerer.

Gjennom resultatene i analysen, sett i lys av relevant teori, kan jeg konkludere med at utforsking i liten grad ivaretas i læreverket. Oppgavene krever bare ett svar, og én løsning, og stiller på generell basis lave kognitive krav. På denne måten legges det opp til oppgaver som har lavere kognitive krav, og hvor det i stor grad legges opp til oppgaver hvor elevene skal bruke forhåndsbestemte prosedyrer for å komme frem til riktig svar. En jevnere fordeling mellom de kognitive kravene kunne vært fordelaktig med tanke på elevenes utforskende arbeid. Det er også tenkelig at ved å bruke oppgaver med høyere kognitive krav, vil det også åpne for at ulike tolkninger av oppgavene også gir fullverdige poeng ved vurdering i matematikk. Når elevene skal *utforske* i matematikk, er ikke nødvendigvis poenget med matematikkoppgavene å komme frem til ett riktig svar, men også å vise relasjonskompetanse mellom ulike matematiske tema.

6.3 Videre forskning

For å bygge videre på denne forskningen vil det være relevant å gjøre liknende undersøkelser med andre lærebøker. Ved å gjøre liknende undersøkelse blant flere lærebøker på 10. trinn er det mulig å kartlegge i hvilken grad de ulike lærebøkene som brukes i den norske skolen oppfyller kompetansekravene som elevene skal ha etter endt grunnskole. På denne måten er det også mulig å analysere hvilke kapitler i bøkene som er mest utforskende og hvilke kapitler som gjennomsnittlig stiller lavest kognitive krav. Dette er også mulig å gjennomføre ved å analysere eksempelvis lærebøker som brukes på 8. trinn og 9. trinn.

Ved å analysere lærebøker fra samme forlag kan det være mulig å vurdere om økende trinn krever mer eller mindre kognitive ferdigheter, eller om det er tilnærmet likt på de ulike trinnene. Det vil også være høyst aktuelt da læreplanen har ulike kompetansemål til de ulike trinnene. Det som derimot kan være utfordrende ved en slik gjennomgang er at det vektlegges ulike tema på hvert trinn. For eksempel er det flere kompetansemål knyttet til to- og tredimensjonale figurer og geometri på 9. trinn, mens like kompetansemål ikke beskrives på 10. trinn. Det kan derimot være interessant å se på et gjennomsnittlig kognitivt krav på de ulike trinnene. Slik videre forskning kan være interessant og relevant for både skoler og lærere som skal velge læreverk som skal brukes i deres egen undervisning.

Referanseliste

Alrø, H., & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikkundervisning - udvikling af IC-Modellen. I O. Skovsmose, M. Blomhøj, H. Alrø, H. Bødtkjer, B. Dahl, I. M. Christiansen, . . . T. Wedege, Kunne det tænkes? - om matematikklæring (s. 110-126). Danmark: Forlag Malling Beck A/S.

Artigue, Michèle, & Blomhøj, Morten. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. ZDM, 45(6), (s. 797-810).

Bergheim, R. (2017). *Lærebøkers tilrettelegging for problemfylt aktivitet. En mixed methods studie*. UiT Norges Arktiske Universitet.

Boaler, J. (2016). *Mathematical Mindsets*. Jossey-Bass, San Francisco, CA.

Carpenter, T. P. (1986). Conseptual Knowledge as a Foundation for Procedural Knowledge: Implication from Research on the Initial Learning. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (S. 113-132). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y. & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. I *Mathematical Thinking and Learning*, 12(2), 117-151. doi:10.1080/10986060903460070

Cohen, L., Manion, L. & Morrison K. (2018). *Research Methods in Education* (8. Utg). Routledge

Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter: Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis.* Cappelen Damm Akademisk.

Herheim, R. (2016). Matematikk som magi. I T. E. Rangnes & H. Alrø (Red.), *Matematikklæring for fremtida: Festskrift til Marit Johnsen*-Høines (s.129-146). Caspar Forlag.

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. I J. Hiebert (Red.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional tasks, classroom discourse, and students' learning in second-grade arithmetic. I *American educational research journal*, 30(2), (s. 393-425).

Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: critical inquiry as a mode of learning in teaching. I *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2006(9), (s. 187-211)

Johnsen, M., & Storaas, A. (2015). *En komparativ studie av matematikkoppgaver i et norsk og et finsk læreverk* [masteroppgave]. Tromsø: UiT, Norges Arktiske Universitet. Hentet mai 12., 2017 fra http://munin.uit.no/handle/10037/8119

Jones, D. L. & Tarr, J. E. (2007). An examination of the levels of cognitive demand required by probability tasks in middle grades mathematics textbooks. I *Statistics Education Research Journal*, 6(2), (s. 4-27)

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics* (Vol. 2101). National research council (Ed.). Washington, DC: National Academy Press.

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk* (MAT01-05). Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.

Liljedahl, P. (2020). *Building thinking classrooms in mathematics, grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin press.

Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. I *Educational Studies in Mathematics*, 67, (s. 255-276). doi:10.1007/s10649-007-9104-2

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Oslo: Cappelen Damm AS.

Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics teaching*, *77*(1), (s. 20-26).

Skovsmose, O. (2001). Landscapes of Investigation. *Zentralblatt für Didaktik der Matematik, 33*, (s. 123-132)

Skånstrøm, M.; Blomhøj, M. (2016): *Det kommer an på…* I Rangnes, T. & Alrø, H. (red.). Matematikklæring for framtida, 87-89. Bergen: Caspar Forlag.

Smith, M., & Stein, M. (1998). REFLECTIONS on Practice: Selecting and Creating mathematical Tasks: From Research to Practice. I *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), (s. 344-350). doi:129.242.243.74

Stedøy, M. I. (2018, november). *Utforskende matematikkundervisning*. Realfagsløyper. S. 1-8. Hentet fra https://realfagsloyper.no/sites/default/files/2018-08/T2.P1.M3A%20Artikkel%20Utforskende%20undervisning.pdf

Strand, K; Heimstad, C.A. (2018). *Kognitive utfordringer i to norske lærebokserier fra ungdomsskolen – En mixed methods studie*. UiT Norges Arktiske Universitet

Tiller, T. (2012). Når skolen skulker sin omverden. I S. Jentoft, J.-I. Nergård & K. A. Røvik (Red.), *Hvor går Nord-Norge?* (s. 127-136). Orkana forlag as.

Utdanningsdirektoratet. (2019). *Hva er kjerneelementer*? Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2020a). *Hva er nytt i matematikk?* Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagspesifikk-stotte/nytt-ifagene/hva-er-nytt-i-matematikk/

Utdanningsdirektoratet. (2020b). *Kjerneelementer*. (MAT01-05).

Valverde, G. A., Bianchi, L. J., Wolfe, R. G., Schmidt, W. H. & Houang, R. T. (2002). *According to the book: using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks.* Dordrecht: Kluwer Academic.

.