



Elevers møte med matematiske problemer

En kvalitativ casestudie om lærerens arbeid for at elevene skal forstå matematiske problemer

Kaisa N. Sundelin & Kristin B. Kvammen

Mastergradsoppgave i matematikdidaktikk, LER-3913, mai 2023



Takk

Etter fem år som student ved UiT – Norges Arktiske universitetet ser vi tilbake på mange fine og interessante samtaler med våre forelesere. Takk for at dere alltid har tatt dere tid til et ekstra møte og svart på utallige spørsmål. Dere har gitt oss inspirasjon og motivasjon.

Vi vil særlig takke vår veileder Saeed Dehghan Manshadi for all støtte og alle innspill i masterprosessen. Dette arbeidet hadde ikke vært mulig uten deg, takk for konstruktiv kritikk, latter og råd i arbeidet med masteren.

Takk til våre kjære familier som har stått løpet sammen med oss. Særlig takk til våre livsledsagere Anved Kvammen og Kristian Barstad som reiste sammen med oss til New Zealand våren 2023. Sydlig ekstremvær, morgenkvalme og influensa hadde ikke vært overkommelig uten dere.

Vi vil rette en stor takk til våre korrekturlesere ämmi og isä, som har tatt seg tid til å gjennomgå teksten med lupe og finne tekstens mange komma- og orddelings feil.

Takk til forskningsgruppen TedNet og Ove Gunnar Drageset som muliggjorde datainnsamlingen i Auckland. Å få oppleve et nytt skolesystem og spesielt DMIC-undervisningen har gitt oss inspirasjon til egen undervisning i matematikk. Den spennende datainnsamlingen har også gjort arbeidet med masteren til et interessant arbeid, hvor motivasjonen har vært lett å oppdrive.

Vi vil rette en stor takk til Fiona Ell ved Universitetet i Auckland, som koordinerte og fant informanter til studien. Videre vil vi takke vår informant som villig tok oss med rundt på ulike skoler og introduserte oss til lærere, elever og ansatte ved skolene. Det var en glede å møte alle og lytte til det de hadde å fortelle. Takk til alle lærere som åpnet sine klasserom for oss!

Til sist, takk til universitetsbiblioteket i Alta! Dere har vært fantastiske i innspurten, tusen takk for all hjelp!

Sammendrag

Problemløsning er i dag en sentral del av læreplanen i matematikk. Denne masteroppgaven er en kvalitativ casestudie som undersøker hvordan lærere arbeider for å utvikle gode problemløsere. Studien har et særlig fokus på hvordan lærere støtter elevenes inngang til matematiske problemer. Dette innebærer hvilke grep lærere gjør for at elevene skal forstå og investere i et problem. Den sosiokulturelle læringsteorien er helt sentral for denne studien, da studien ser på læring i felleskap.

Problemstillingen belyses gjennom en casestudie lokalisert på New Zealand. Casen består av 11 lærere og en mentor i programmet: *Developing Mathematical Inquiry Communities*. Sammen med mentor besøkte vi 11 klasserom hvor vi gjorde observasjoner av matematikkundervisningen. Lærerne vi observerte arbeidet med å innarbeide en mer problemløsende tilnærming til undervisning i matematikk. I casen jobbet elevene alltid i fellesskap. I etterkant av observasjonene gjennomførte vi et intervju mentoren, som ga utdypende forklaringer til våre observasjoner. I analysearbeidet benyttet vi oss av en kollektiv tematisk analyse. Resultatene fra studien viser at læreren i stor grad arbeider for å styrke elevenes deltagelse i fellesskapet. Videre jobber læreren for å etablere en klasseromskultur som gir en hensiktsmessig ramme for å møte problemet. Dette arbeidet innebærer eksempelvis å prate med elevene om hvordan de skal samarbeide i grupper. Når elevene får oppgaven, gjennomgås problemet langsomt for at alle elevene skal få tilstrekkelig med tid til å ta innover seg problemets innhold.

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Problemstilling.....	2
1.2	Begrepsavklaring	4
1.2.1	DMIC	4
1.2.2	Matematisk tenking	5
1.2.3	Problemløsning.....	5
2	Teori.....	7
2.1	Tidligere forskning på problemløsning	7
2.2	Teoretisk rammeverk.....	8
2.2.1	Sosiokulturell teori	8
2.3	Problemløsningsprosessen.....	10
2.3.1	Strategi	12
2.3.2	Å investere i problemet	17
2.4	Lærerens tilrettelegging	18
2.4.1	Problemløsningsoppgaven	18
2.4.2	Presentasjon av problemet.....	21
2.4.3	Lærerens didaktiske arbeid.....	22
2.4.4	Lærerens spørsmål i matematikk klasserommet	24
2.5	Et felles møte med problemet.....	25
2.5.1	Gruppearbeid.....	26
2.5.2	Normer i matematikk	27
2.5.3	Samtaler i matematikk.....	29
3	Metode.....	34
3.1	Kvalitativ metode	34
3.2	Utvalg	35

3.3	Casedesign med flere analyseenheter	36
3.3.1	Beskrivelse av casen.....	37
3.4	Datainnsamling.....	38
3.4.1	Observasjon.....	39
3.4.2	Intervju	42
3.5	Analyse	44
3.6	Forskning teoretisk ståsted	47
3.6.1	Egen forforståelse.....	47
3.7	Studiens kvalitet	48
3.7.1	Gyldighet.....	48
3.7.2	Pålitelighet.....	49
3.8	Forskningsetiske hensyn.....	50
4	Resultater.....	52
4.1	Helhetsinntrykket.....	53
4.1.1	Skolens fysiske utforming.....	54
4.1.2	Arbeid i grupper	55
4.1.3	Problemløsningsoppgaven	58
4.2	Lanseringen av problemet	61
4.2.1	Elevenes møte med problemet	61
4.2.2	Gjennomgang av problemet	62
4.2.3	Engasjere	64
4.3	Materialet.....	65
4.4	Samtaletrekk.....	67
4.5	Utfordringer i lanseringen	68
4.6	Normer.....	70
4.6.1	Hvordan samarbeider vi i grupper?	70

4.7	Klasseroms dialog.....	71
4.8	Sosiomatematiske normer.....	73
4.9	Oppsummering av resultater.....	74
5	Diskusjon.....	77
5.1	Perspektiver på klasseromskultur	77
5.2	Perspektiver på elevdeltagelse.....	80
5.3	Perspektiver på samhandling	83
5.4	Perspektiver på lærerens arbeid for å bygge forståelse av problemet	86
5.5	Perspektiver på endringsprosessen	94
5.6	Refleksjoner rundt studiens overførbarhet til norske klasserom	96
6	Oppsummering	100
6.1	Forslag til videre forskning.....	102
	Referanseliste	104
	Vedlegg	108
	Vedlegg 1: Oversikt over konkrete lærerhandlinger	108
	Vedlegg 2: Intervjuguide.....	109
	Vedlegg 3: Godkjenning fra NSD (Sikt).....	110
	Vedlegg 4: Informasjonsskriv	114
	Vedlegg 5: Samtykkeskjema.....	118

Tabelliste

Tabell 1: Oversikt over lærerhandlinger i inngangsfasen	13
Tabell 2: Oversikt over samtaletrekk	33
Tabell 3: Oversikt over resultater	52

Figurliste

Figur 1: Problemløsningsprosessen.....	11
Figur 2: Oppgave hentet fra nettsiden: MathForLove.....	20
Figur 3: Eksempel på analyse.....	44

Bideliste

Bilde 1: Bilde av klasserom (Hentet fra datainnsamling)	55
Bilde 2: Bilde av klasserom (Hentet fra datainnsamling)	55
Bilde 3: Illustrasjon av undervisningssituasjonen	61

1 Innledning

En problemløsningsprosess uten en inngangsfase, er som en skytter uten sikte.

En problemløsningsprosess uten inngangsfase, er som matematikk uten aksiomer.

En problemløsningsprosess uten en inngangsfase, er som en masterstudent uten en disposisjon.

Våren 2022 gjennomførte vi tre økter i matematikk på 8. trinn med undervisningsmetoden «*Thinking Classroom*» av Liljedahl (2021)¹. Elevene arbeidet i grupper på tre ved vertikale tavler. Et problem ble presentert i løpet av de fem første minuttene, uten en gjennomgang av oppgaven. Elevene, som vanligvis jobbet med det digitale læreverket *Campus Inkrement*, var åpen for den nye arbeidsformen. Det var mer muntlig aktivitet i klassen og vi opplevde mange elever som engasjerte. Samtidig var det ikke til å unngå at noen sneik seg ut av klasserommet, mens andre utnyttet de mer åpne rammene til å kaste snøballer fra vinduskarmen. Den første økten bar preg av at arbeidsmåten var uvant. Vi opplevde at det for elevene var det særlig utfordrende å få en god start eller inngang til oppgaven. Etter at elevene fikk problemet, kom det umiddelbart mange spørsmål knyttet til hva de skulle gjøre, hvordan de skulle gjøre det og om de hittil hadde det gjort riktig. Observasjonene vi gjorde oss tilknyttet elevenes inngang til oppgavene, danner grunnlaget for vår motivasjon bak denne studien.

Temaet for denne masteroppgaven er problemløsning i matematikk, med et søkelys mot inngangen til matematiske problemer. Gjennom å studere samspillet i en rekke

¹ Peter Liljedahl kom i 2021 med et friskt blikk på problemløsningsklasserommet. Hans bok *Thinking Classroom*, er en form for metode bok, som beskriver hvordan lærere kan skape mer aktive og tenkende elever i matematikk. I hans beskrivelser av endringsprosessen kan læreren gjøre en rekke praktiske grep som oppfordrer elevene til en aktiv tilnærming til læring. Blant disse grepene finner en bruk av vertikale tavler, små grupper på tre elever, en tussj pr gruppe, m.fl.

Boka bygger på bred forskning på undervisning og gir svar ett på en rekke utfordringer lærere har i matematikk undervisningen. Liljedahl (2021) sin praksis vil beskrives ytterligere gjennom teksten.

klasserom, vil vi undersøke nærmere hvordan læreren arbeider for at elevene skal bli gode problemløsere. Studien peker mot verdien av produktiv klasseromskultur, hvor elevenes deltagelse er i fokus.

Inspirert av Peter Hilton sitt forord i Pólya (1981), vil vi presentere studiens aktualitet gjennom bevis- ved motbevis. En metode mye brukt i matematikken for å bevise om en påstand er sann eller ikke (Hana, 2013). Under vil vi legge frem et par påstander for å illustrere studiens aktualitet.

1. *Vi trenger ikke matematiske problemløsere i fremtiden!*

Denne påstanden blir absurd, om en ser på fremtidens behov. Verdenssamfunnet vi lever i, står eksempelvis ovenfor en rekke utfordringer knyttet til teknologi, miljø og klima. Til disse utfordringene trenger vi blant annet matematiske problemløsere for å finne løsninger på. For den enkelte elev er også individets behov for å løse matematiske problemer i eget liv.

2. *Lærere trenger ikke å vite hvordan de skal lære elevene matematisk problemløsning!*

Om ikke læreren vet hvordan de skal lære elevene matematisk problemløsning, vil elevenes læring tilfalle tilfeldighetene. Dersom det faktisk er viktig at elevene skal bli gode problemløsere, må læreren nødvendigvis vite hvordan elevene lærer dette.

1.1 **Problemstilling**

Problemstillingen for denne studien er:

Hvordan arbeider lærere i DMIC-programmet for elevenes møte med matematiske problemer i felleskap?

Med lærerens arbeid mener vi de indirekte og direkte grep læreren gjør for at elevene skal forstå matematikk. Elevenes møte med matematiske problemer innebærer elevens evne til både å avdekke hva problemet faktisk dreier seg om og hva problemet spør etter. Videre har vi valgt å avgrense problemstillingen til å dreie seg om hvordan elevene

forstår problemer i felleskap. Dette innebærer at også kvaliteten på samarbeidet vil vektlegges. Med felleskap mener vi det arbeidet elevene gjør i helklasse og smågrupper.

Bakgrunn for valg av problemstilling

Vi brukte mye tid på å finne temaet vi ønsket å fordype oss i. Dette kom av et ønske om at masteråret skulle stå i sammenheng med det arbeidslivet vi skal ta del i. Et overordnet mål for denne studien har derfor vært å få innsikt hvilke praktiske grep, vi som fremtidige lærere kan gjøre for å styrke en problemløsende tilnærming til undervisning i matematikk.

En problemløsende tilnærming til matematikkundervisning er et av kjerneelementene i matematikkfaget (*utforskning og problemløsning*). *Problemløsningsdelen* av kjerneelementet handler om at elevene skal kunne utvikle en metode for å løse problemer, tenke algoritmisk og analysere, løse og vurdere gyldigheten av egne svar (Utdanningsdirektoratet, 2020). I denne studien vil vi vektlegge at elevene skal lære metoder for å løse problemer. Videre skal matematikk som de fleste andre fag i skolen, forberede elevene for et samfunn og et arbeidsliv i stadig utvikling. Læreplanen i matematikk viser til utforskning og problemløsning, som kompetanser elevene og samfunnet har behov for i fremtiden (Kunnskapsdepartementet, 2020).

Våren 2022 ga TEDNET² oss muligheten til å reise til New Zealand for å gjøre datainnsamlingen. Dette anså vi som en mulighet vi ikke kunne la passere. Å få innsyn i hvordan lærere i et annet land, arbeidet for å skape en problemløsende tilnærming, anså vi som svært interessant. Vi så også på det som en mulighet for inspirasjon og utvikling av praksis. I en tid hvor pandemi har preget verdensbildet, har reiser med kunnskapsutveksling være vanskelig å gjennomføre. Videre framsto DMIC-programmet særegent, og vi anså det som en unik mulighet til å studere et omfattende utviklingsarbeid. Gjennom å studere lærere i DMIC- programmet håpet vi på å kunne ta med oss et nytt perspektiv på hvordan en problemløsende tilnærming til undervisning kan se ut til.

² Forskningsgruppe ved UIT- fakultet for samfunnsvitenskap og lærerutdanning

1.2 Begrepsavklaring

1.2.1 DMIC

Programmet *Developing Mathematical Inquiry Communities* forkortet til DMIC, er et tiltak for å styrke læreres undervisningspraksis i matematikk på Aotearoa - New Zealand.

Programmet ble etablert for 15 år siden, og det er i dag 130 skoler og 1400 lærere som formelt deltar i programmet (CERME, 2022).

Originalt ble programmet designet ved universitetet i Stanford, så videreutviklet på New Zealand av professor Bobbie Hunter og Dr. Jodie Hunter (CERME, 2022).

Bakgrunnen for prosjektet er resultater fra TIMSS 2006. Resultatene viste at elever på New Zealand presterte under det internasjonale gjennomsnittet i matematikk. Det var særlig minoritets elever som scoret lavt i TIMSS 2006. Derfor ble det særlig vektlagt i programmet at alle elever uavhengig av etnisitet og tilhørighet skulle ha like muligheter til å lykkes i matematikk. (EducationCounts, 2022).

Lærere som deltar i programmet, binder seg for 5 år og samarbeider i denne perioden med en forsker i programmet. Sammen arbeider de med å styrke elevenes matematiske tenkning i klasserom preget av et utforskende klassemiljø. Metoden bygger på rammeverket: Communication and participation framework, som vektlegger læring i matematikk i et læringsfellesskap fremfor individuell utøvelse. Lærerne kan videre tilpasse metoden inn i egen praksis (CERME, 2022).

De faglige, pedagogiske og didaktiske ideene i programmet er hentet fra rapporten "Effective Pedagogy in Mathematics" (EducationCounts, 2022). Rapporten er publisert av Best Evidence Synthesis Iteration (BES), som har til formål å etablere en dypere forståelse for hva som fungerer i utdanningen, slik at en kan maksimere elevenes utbytte av skolegangen (Anthony & Walshaw, 2007). Artikkelen beskriver nyere matematisk forskning som er gunstig for elevenes læring. Ideer som "Low floor, high ceiling task" og grupper på tvers av nivå, blir eksempelvis trukket frem som viktige ideer hentet fra nyere forskning (Anthony & Walshaw, 2007).

Fordi DMIC-programmet bygger på forskning, har vi måtte ta stilling til hvilken rolle programmets bakgrunns litteratur skulle ha i studien. Målet vårt med denne studien var

ikke var å gjøre en følgeforskning av DMIC-programmet. Vi valgte derfor å ikke bruke teori som DMIC-programmet bygger på. Bakgrunnen for dette var at vi ikke ønsket å vurdere lærerens praksis opp mot eget program. Slik vi ser det ville det ikke vært etisk riktig å vurdere lærer og mentor opp egen arbeidsgiver, særlig som utenforstående.

1.2.2 Matematisk tenking

I denne studien referer vi i flere tilfeller til elevenes matematiske tenking. Under vil vi definere vår forståelse av matematisk tenking:

“Learning mathematics involves learning ways of thinking. It involves learning powerful mathematical ideas rather than a collection of disconnected procedures for carrying out calculation. But it also entails learning how to generate those ideas, how to express them using words and symbols, and how to justify to oneself and to others that those ideas are true.”

(Carpenter et al., 2003, s. 1)

Beskrivelsen til Carpenter et al. (2003) vektlegger at matematisk tenking handler om å forstå de større matematiske ideene. Det handler om å lære en metode for å komme frem til de store ideene, uttrykke de gjennom symboler og ord og bevise/argumentere for at ideene er sanne.

1.2.3 Problemløsning

En litteraturstudie av Schoenfeld, A. H. (2016) viser at begrepet problemløsning har blitt brukt i en rekke ulike sammenhenger i litteraturen. Forståelsen for begrepet strekker seg fra å arbeide med rutineoppgaver, til å arbeide med matematikk som en profesjonell matematiker (Schoenfeld, 2016). Vi ser et behov for å klargjøre hvordan vi vil anvende begrepet i denne studien. Denne studien bygger på følgende forståelse av problemløsning i matematikk:

“(…) Something or some situation is a problem only when someone experiences a state of problematic, takes on the task of making sense of the situation, and engages in some sense-making activity.”

(Mason, 2016, s. 263)

Definisjonen til Mason (2016) beskriver problemløsning som en aktivitet der noe oppleves som problematisk og der en tar det på seg å gi problemet mening, gjennom deltagelse i meningssskapende prosesser. I denne studien forstår vi en problematisk situasjon som noe eleven opplever som utfordrende. Det brukes ikke som en negativ term, men belyser en opplevelse hvor løsningen ikke fremstår umiddelbart.

Struktur for studien

I kapittel en begrunner vi valg av tema og problemstilling for studien, og forklarer vår motivasjon for temaet. I kapittel to presenteres vårt teoretiske rammeverk. Kapittel tre gir leseren et innblikk i hvordan vi metodisk har gått frem for å besvare problemstillingen. Her reflekterer vi også over studiens gyldighet, pålitelighet og de etiske overveielsene som er tatt i forbindelse med datainnsamlingen og presentasjonen av studien. Videre vil vi presentere våre resultater i kapittel fire. I kapittel fem diskuterer vi resultatene i lys av vårt teoretiske rammeverk. I kapittel seks vil vi besvare problemstillingen for studien.

2 Teori

I dette kapitlet vil vi presentert teori som vi mener er relevant for å besvare problemstillingen for denne studien. Teorien vil videre bli brukt som støtte i analyse og diskusjon av problemstillingen.

2.1 Tidligere forskning på problemløsning

Ifølge Hana (2014) er problemløsning et av de mest utforskede områdene innenfor matematikk didaktikken de siste 50 årene. Mason (2016), skriver samtidig at forskning på problemløsning ser ut til å komme og gå i forskningsfeltet. Det kan på mange måter se ut som om hver generasjon som vokser opp, på nytt må finne ut for seg selv at problemløsning er et høyst aktuelt tema i didaktikken (Mason, 2016). Mulig Mason ville stilt seg bak det bibelske uttrykke: "Intet nytt under solen", når det kommer til forskning på problemløsning.

At problemløsning som forskningsfelt har vært i vinden tidligere, betyr derimot ikke at det er mindre aktuelt. Det tvert imot at vi har noe å bygge på, når vi tar fatt på materialet. I tillegg viser flere forskere til at vi fremdeles har utfordringer når det kommer til problemløsning (Lester, 2013; Cai, 2009). De viser blant annet til at tidligere forskning i stor grad har satt søkelys på individets problemløsning, men at den siste tiden er fokuset i større grad rettet mot problemløsning som en kollektiv prosess. Lester (2013) viser at det er behov for forskning i virkelige klasserom, for å sette lys på hvordan dette feltet kan utvikle seg.

I forskningen er det lagt et skille mellom det å undervise i problemløsning eller gjennom problemløsning (Lester, 2013; Hana, 2014). Hana (2014) beskriver dette som problemløsning som et mål i seg selv, eller et middel for å lære matematikk. Det har blitt pekt på at elevene kan dra nytte av å arbeide med problemløsning både som et mål og et middel (Hana, 2014; Lester, 2013). Samtidig viser forskning at elevenes problemløsningsferdigheter i liten grad utvikles når problemløsning blir et mål i seg selv og skilles fra annen undervisning (Lester & Cai, 2016). Problemløsning bør derfor være et gjennomgående tema i matematikken. Videre har undervisning som støtter elevenes forståelse i matematikk, vist seg å utgjøre en større forskjell når elevene skal løse

problemer, enn øvelse i problemløsnings strategier (Cai, 2009). Som problemløser i matematikk får elevene dermed et større utbytte av å kjenne de grunnleggende matematiske ideene, fremfor å kun øve på problemløsningsstrategier.

2.2 Teoretisk rammeverk

Vi har valgt sosiokulturelt syn på læring på bakgrunn av temaet for oppgaven. Omstendighetene for en læringsaktivitet er at elevenes læring er i samhandling med andre. Lev Vygotsky er omtalt som den viktigste teoretikeren innenfor sosiokulturell teori. Vygotsky vektla betydningen av sosial samhandling i læringsprosesser (Imsen, 2020; Säljö, 2000; Strandberg, 2008; Danielsen & Keeping, 2020).

2.2.1 Sosiokulturell teori

Konteksten er avgjørende for forståelsen av individets læring i et sosiokulturelt perspektiv på læring. I klasserommet er det er rekke forhold som påvirker hvordan og hva elevene lærer. Slike forhold kan være praksiser i klasserommet som hvordan ordet fordeles og hvilke arbeidsmetoder læreren bruker i undervisningen (Witteck, 2014). Et annet forhold er rommets utforming. Forskjellige utforminger muliggjør ulike aktiviteter. Dersom målet er å samtale og diskutere, bør rommet utformes som en sirkel. Der kan elevene sitte eller står i sirkelen. På den måten ser alle elevene hverandre, hvilket gjør det lettere å føre en dialog. Dersom elevene derimot skal jobbe selvstendig, bør rommets utforming gi muligheter til ro og konsentrasjon for den enkelte (Strandberg, 2008). Hvordan et rom bør utformes er også til en viss grad subjektivt. Mens noen elever konsentrere seg best alene i et stille rom, trives andre bedre med litt bakgrunnsstøy.

I alle situasjoner der mennesker samhandler med hverandre er det mulighet for å lære (Säljö, 2000). Vygotsky mente at læring går fra det sosiale til det individuelle. Dette innebærer at læring på det individuelle planet forekom på bakgrunn av ytre stimuli (Strandberg, 2008).

“An interpersonal process is transformed into an intrapersonal. Every function in the child`s cultural development appears twice: first in the social level and then

later in the individual level: first between people (interpsychological) and the inside the child (intrapsychological).”

(Vygotsky, 1978 sitert i Strandberg, 2008)

I den sosiokulturelle læringsteorien brukes begrepet den nærmeste utviklingssonen for å beskrive mellomrommet mellom individets kompetanse og individets fremtidige kompetanse. Den viser avstanden mellom hva et barn kan klare på egenhånd og hva barnet kan klare med hjelp fra en voksen eller en som er mer kompetent (Säljö, 2000; Moen, 2022). Vygotsky brukte begrepet stillasbygging, for å beskrive hvordan læringen støttes av en annen person. Begrepet stillas stammer fra byggebransjen, der håndverkere ved hjelp av stillas har muligheten til å gjøre arbeidsoppgaver de ikke hadde klart på egenhånd (Moen, 2022). På samme måte kan elever i skolen løse problemer med støtte fra en lærer eller medelev som de ikke kunne gjort på egenhånd. I matematikk kan læreren fungere som støttende stillas for elevene, slik støtte kan på sikt hjelpe elevene å gjøre matematiske initiativ på egenhånd (Mason, 2016).

Et av de grunnleggende begrepene i sosiokulturell læringsteori er *mediering* (Säljö, 2000). Mediering kan beskrives som verktøy eleven bruker for å utvide sin kapasitet til å løse ulike problemer (Säljö, 2000). Verktøy kan deles inn i kategoriene artefakter og språk. Artefakter er fysiske gjenstander som fungerer som verktøy for individet. Det kan eksempelvis være en kalkulator eller en penn (Säljö, 2000). I den sosiokulturelle læringsteorien er språket sentralt, da det muliggjør samhandling.

Språket har hovedsakelig tre funksjoner: 1) den utpekende funksjonen handler om hvordan språket muliggjør samhandling på et abstrakt nivå (Säljö, 2000), fordi individet ikke er avhengig av å vise, peke eller illustrere noe fysisk. Gjennom språket kan elevene beskrive fenomener som ikke er til stede (Säljö, 2000). Dette kan være addisjon, problemløsningsprosessen eller kommutativ lov. 2) Den semiotiske funksjonen handler om språkets mulighet til å definere og danne bilde av ulike fenomener (Säljö, 2000). Eksempelvis kan språket bidra til både å danne en forståelse av matematikk som noe spennende og samfunnsnyttig, samtidig kan språket bidra til å danne en forståelse av matematikk som kjedelig og lite relevant for eget liv. Hvordan språket brukes til å beskrive et fenomen, har betydning for individets forståelse av fenomenet. 3) Den

semiotiske funksjonen handler om språkets mulighet til å overbevise hverandre (Säljö, 2000). Det dreier seg om å bruke språket til å muliggjøre endring og forståelse. I matematikken kan det være å bruke språket til å argumentere for egne ideer og påvirke beslutningsprosesser i små-grupper.

Lærerens rolle i et sosiokulturelt perspektiv er å lede elevenes læring. Gjennom å opptre som den “mer kompetente andre” kan læreren gi hint, korrigere og støtte elevenes læring. Læreren kan også støtte elevenes læring gjennom å stille spørsmål. Samtidig er det viktig at eleven selv deltar og bidrar i sin egen utvikling (Danielsen & Keeping, 2020). I den sosiokulturelle læringsteorien blir det sosiale sterkt vektlagt for læring. Den sosiokulturelle læringsteorien har av den grunn fått noe kritikk for å ikke ta hensyn til elevers behov for individuelt arbeid (Danielsen & Keeping, 2020).

2.3 Problemløsningsprosessen

Problemløsning er en prosess fra du får tildelt problemet til du legger det fra deg. Litteraturen legger frem en rekke modeller av problemløsningsprosessen. Av disse bygger et flertall på Pólya's firestegsmodell, bestående av 1) forstå problemet 2) utarbeide en plan 3) iverksette planen 4) se tilbake (Haavold & Sriraman, 2022). Denne studien vil ta utgangspunkt i Mason et al. (2010) sin tredeling, bestående av fasene: entry, attack og review (*Mason et al., 2010*). Disse kan oversettes til inngang, angrep og tilbakeblikk. Bakgrunnen for å velge Mason et al. (2010) sin tredeling handler om at det er godt beskrevet og av nyere opprinnelse. Det er ikke klare skiller mellom fasene i problemløsningsprosessen, og en del av problemløserens arbeid, er å bevege seg mellom fasene slik en kan se i modellen under.



Figur 1: Problemløsningsprosessen

(Inspirert av Mason et al. 2010, s. 26)

Denne studien ser på hvordan elevene forstår problemet. Derfor er det mest relevant å undersøke det Mason et al. (2010) beskriver som inngangsfasen. Inngangsfasen begynner når elevene blir presentert for et problem og avsluttes når elevene angriper problemet (Mason et al., 2010). Derfor er inngangsfasen særlig interessant å se på da det beskriver det som skjer i møte med et problem. En inngangsfase kan finne sted flere ganger i løpet av en problemløsningsprosess. En dyktig matematiker beveger seg dynamisk mellom fasene i problemløsningsprosessen og kommer gjerne tilbake til inngangen (Schoenfeld, 2016). I denne studien vil vi likevel hovedsakelig se på hvordan læreren kan støtte opp under den første inngangsfasen elevene går inn i. Altså i begynnelsen av undervisningsøkten når problemet presenteres for elevene. Det er da relevant å komme inn på alt som skjer fra elevene presenteres med oppgavene og til den angripes.

Først er det viktig å erkjenne at en inngangsfase skal og bør finne sted. Det holder sjeldent å lese spørsmålet et par ganger og videre forvente å hoppe rett til løsningen. For å få en god løsning på problemet, må en gjøre inngangsfasen grundig (Mason et al., 2010). Inngangsfasen kan oppsummeres til «really read it!» (Mason et al., 2010, s. 26). For å virkelig forstå problemet, presenterer Mason et al. (2010) tre spørsmål problemløseren må ta stilling til, før en går videre til angrepsfasen. Disse spørsmålene er: Hva vet jeg? Hva vil jeg? Hva kan jeg introdusere? Det første spørsmålet «hva vet jeg?» innebærer å undersøke informasjonen presentert i problemet. «Hva vil jeg?» handler om å undersøke hva oppgaven faktisk spør etter og eventuelt reformulere spørsmålet. «Hva kan jeg

introdusere?» innebærer å undersøke om en tegning, tabell, figur eller lignende kan bidra i en eventuell fremgangsmåte (Mason et al., 2010) Denne beskrivelsen av inngangsfasen minner sterkt om hvordan både Póyla (1981) og Schoenfeld (2016) beskriver inngangen til et problem i sine studier. Den største forskjellen mellom de er rekkefølgen på spørsmålene en stiller seg og hvordan fasene i problemløsningsprosessen deles inn. I denne studien har vi valgt Mason et al. (2010) sine beskrivelser av inngangen, da den oppfattes oversiktlig og fordi den bygger på nyere forskning enn Póyla og Schoenfeld.

2.3.1 Strategi

I denne studien betegner vi en strategi som en teknikk eleven kan anvende i inngangsfasen. En strategi kan assosieres med det å velge gunstige fremgangsmåter for å nå et mål. Slik en lærer velger strategi for å overvinne motstanderen, velger problemløseren strategier for å overvinne problemet. Heuristikk kan ifølge Hana (2014) sies å være synonymt med problemløsningstrategier. Det var George Póyla som først tok i bruk dette begrepet for å beskrive de strategiene problemløseren tar i bruk i problemløsningsprosessen. Strategiene er uformelle og intuitive, og det beskrives som verktøy problemløseren kan bruke når en står fast, for å åpne døren for veien videre (Hana, 2014). "Heuristic, as an adjective, means "serving to discover" (Póyla, 2014, s. 113). Heuristikker kan derfor være strategier som elevene kan bruke for å skape innsikt i inngangsfasen. Mason et al. (2010) fordeler heuristikker til de ulike problemløsningsfasene. Da vi har et fokus på inngangsfasen er det de som er spesifikke for denne fasen vi vil fokusere på. Utvalget av strategier bygger på de tre spørsmålene til Hva vet jeg? Hva vil jeg? Hva kan jeg introdusere? Under hvert spørsmål presenteres det relevante strategier.

FASE	SPØRSMÅL	STRATEGI/SPØRSMÅL LÆREREN KAN STILLE
INNGANGSFASEN	Jeg vet	<ul style="list-style-type: none"> -lese spørsmålet nøye -spesialiser for å oppdage hva som er involvert -hvilke ideer/ferdigheter/fakta virker relevante? -vet jeg om noen liknende spørsmål?
	Jeg vil	<ul style="list-style-type: none"> -Klassifiser og sorter informasjonen -spesialiser for å finne det virkelige spørsmålet -vær oppmerksom på uklarheter
	Introduser	<ul style="list-style-type: none"> -bilder, diagrammer, symboler -representasjoner, notasjoner, organisering

Tabell 1: Oversikt over lærerhandlinger i inngangsfasen

(Mason et al., 2010, s. 43. Egen oversettelse)

Hva vet jeg?

Å besvare «jeg vet» består gjerne av to steg. Det første er å finne ut hva problemet forteller. Det andre å finne ut hva en vet utfra tidlige erfaring (Mason et. Al., 2010). For å finne ut hva problemet forteller, må en begynne med å lese problemet. Dette er så viktig at Mason et al. (2010) summerer opp inngangsfasen som: å virkelig lese det. Til tross for at dette virker logisk nok, blir ofte informasjon oversett og misforstått i hastverket med å nå løsningen (Mason et al., 2010).

Å lese problemet nøye kan i midlertidig være en utfordring for mange elever. OECD sin undersøkelse PISA 2018, viser at 40% av norske elever ligger på en kritisk grense i

lesing. Satt i et internasjonalt perspektiv er det relevant å nevne at norske resultater i PISA 2018 likevel ligger over OECD gjennomsnittet i lesing internasjonalt. Elever som ligger på den kritiske grensen og under vil ha store problemer med å lese enkle tekster. Disse elevene kan avkode og forstå, men ettersom tekstene blir ukjente, lange og mer komplekse blir det vanskelig for leseren å oppfatte innholdet (Jensen et al., 2019). Hvordan læreren formulerer og presenterer et problem er av særlig betydning for elever på den kritiske grensen. Under er et eksempel på hvordan manglende forståelse for tekstens meningsinnhold, kan resultere i feil svar.

Jordoppgaven

“Hvor mye jord er det i ett hull, som er 1,06 m bredt, 1,42m langt og 2,01 meter dypt?”

(Mason et al., 2010, s. 28. Egen oversettelse)

Uten å lese oppgaven nøye, vil en typisk løsning være å regne ut produktet av de to verdiene og sette to streker under svaret. Dersom en derimot tar seg bedre tid til å lese og forstå teksten, vil sannsynligheten øke for at en oppdager at et hull i jorda ikke består av jord, men av luft. Svaret er dermed at hullet ikke består av noe jord. Eksempelet viser hvordan en gjennom å lese problemet nøye kan avdekke hva problemet egentlig handler om og deretter velge den mest hensiktsmessige fremgangsmåten.

Flere mellomstore undersøkelser viser at elever som ikke leser godt, har større sannsynlighet for å bygge fremgangsmåten sin på feilaktig grunnlag og deretter få feil svar (Phonapichat et al., 2014; Abusdal, 2011; Wulandari et al., 2018). Ettersom eleven ikke forstår oppgaven, er det også sannsynlig at eleven vil velge å gjette seg frem til en løsning, uten å vurdere gyldigheten av svaret. I så tilfelle vil heller ikke elevene ta del i en matematisk tankeprosess (Phonapichat et al., 2014). Det mest optimale for elever med lese- og skrivevansker er derfor at problemer presenteres i flere former. Et problem kan med fordel presenteres muntlig, med støtte i skrift, tegninger eller modeller (Sterner & Lundberg, 2002). Det er nærliggende å tro at tiltak rettet mot lesere med diagnose også vil være gunstige tiltak for elever generelt.

Det andre som er viktig i “hva vet jeg”, er å ha klart for seg hva en vet fra før (Mason et al. 2010). Det kan derfor være nyttig for problemløseren tenke over om en tidligere har løst et lignende problem. Pólya beskriver det på følgende måte: “In fact when solving a problem, we always profit from previously solved problems, using their result, or their method or the experience we acquired to solve them” (Pólya, 2014, s. 98).

Problemløseren må derfor ha klart for seg hva som er ukjent. Dette kan for eksempel gjøres ved å spesialisere (Pólya, 2014; Mason et al., 2010). Spesialisering betyr å utforske en situasjon ytterligere gjennom å minske dimensjonene. I praksis betyr det å eksempelvis lage færre variabler og bruke enklere tall, slik at en reduserer problemets kompleksitet. Gjennom spesialiseringer kan nye aspekter ved problemet komme til syne. Ved å utforske en rekke eksempler, kan en oppdage sammenhenger som fører en nærmere en løsning (Mason et al., 2010). Det å lete etter lignende problem en tidligere har løst er en måte å mobilisere den kunnskapen en allerede sitter inne med (Pólya, 2014).

Hva vil jeg?

«Hva vil jeg» handler om å identifisere hva oppgaven spør etter (Mason et al., 2010). Hvordan en oppgave tolkes av ulike problemløsere trenger ikke å samsvare (Mason et al., 2010). Ord og formuleringer kan oppfattes forskjellige utfra elevens forståelsesbakgrunn. Det oppgaven spør etter, kan for en elev oppfattes som klart og tydelig, mens det for en annen elev kan oppfattes utydelig. Dette kommer av at vi legger forskjellig mening i ord og uttrykk. Det er derfor viktig å lære seg gjenkjenne tvetydigheter og ulike tolkninger bak oppgaveformuleringen (Mason et al., 2010). Eksempelvis ser vi gjennom jordoppgaven³ at det er rom for flere tolkninger. Under vil vi liste opp noen mulige tolkninger vi ser av jordoppgaven.

- Vi skal finne ut hvor mye jord en kan fylle i et hull med det gitte dimensjonene, et hull skal alltid fylles

³ Jordoppgaven, se side 14.

- Elevens forståelse av hvordan et hull ser ut skiller seg fra beskrivelsen av et hull som et rettvinklet prisme, slik det beskrives i oppgaven
- Det er ikke jord i et hull, derfor ingen løsning på oppgaven

Videre forklarer Mason et al. at det nødvendig at problemløseren avdekker hvilke forutsetninger som ligger til i problemet. I jordoppgaven ser vi at begrepet «hull» kan forstås på flere måter etter hvilke erfaringer eleven har. Eksempelvis kan et hull være:

- Et hull som et hull gjennom en tunell, hvilket innebærer at hullet ikke har en bunn
- Ett hull er en forsenkning i en fast overflate
- Et hull er en rift i klær, hvilket gir lite mening i forhold til at hullet i jordoppgaven er tredimensjonal.

Tilsynelatende kan jordoppgaven oppfattes som en relativt forståelig oppgave. Gjennom eksemplene over ønsker vi likevel å vise tolkningsrommet en nedskrevet tekst har. Eksemplene illustrerer bakgrunnen for at elever og lærere bør lære seg å gjenkjenne ulike tolkninger og tvetydigheter slik Mason et al. (2010) beskriver det.

Strategien spesialisering er en strategi som kan gi problemløseren klarhet i hva problemet spør etter (Mason et al. 2010). Dette kan gjøres ved å ta vekk deler av problemet og dermed minske dimensjonene slik at problemet er mer oversiktlig. I jordoppgavene kunne problemløseren tatt vekk tallene i problemet, og kun fokusert på hva problemet faktisk spør etter. Tallene er en dimensjon som kan gjøre problemet mer uklart for problemløseren når en undersøker hva oppgaven spør etter.

Hva kan jeg introdusere?

Mange oppgaver krever at problemløseren selv må introdusere noe til oppgaven (Mason et al., 2010). Dette kan handle om å systematisere informasjonen som er i problemet, eller transformere problemet slik at det blir mer oversiktlig. Hvis vi ser tilbake til jordoppgaven kunne det å introdusere en illustrasjon av hullet gjort det klart for eleven at hullet ikke inneholder jord.

Problemløseren kan for eksempel introdusere notasjoner. Notasjoner er en metode for å organisere og systematisere det problemløseren vet (Mason et al. 2010). Wæge og Nostrai (2018) understreker viktigheten av at læreren ikke må tilføre notasjoner for elevene som de ikke allerede er kjente med. Det beste er om notasjonene kommer fra elevene selv på grunn av at det skaper eierskap til notasjonen. Det kan og være nødvendig å tilføre symboler. Det å bruke symboler i matematikk kan sammenlignes med å bruke ord. Matematisk notasjon kan sies å være et språk: "Une langue bien faite, a language well adapted to its purpose" (Póyla, 2014, s. 134). På denne måten kan problemløseren sette ord på oppgaven i form av symboler på ulike objekter/deler i problemet.

Til noen problemer kan det lønne seg å introdusere representasjoner. For at elevene skal kunne bruke representasjoner på en hensiktsmessig måte, er det en fordel om de er kjente med representasjonene fra før av (Moyer, 2001).

2.3.2 Å investere i problemet

En kan få tildelt et problem av en lærer, men eleven har ikke virkelig fått det før eleven har bestemt seg for å løse det. Om en ikke er virkelig investert i et vanskelig problem, vil sannsynligheten for å løse det være lav (Póyla, 1981). I dagligtale brukes ordet investere i sammenheng med å: "Satse, sette inn ressurser (ofte i form av tid), arbeidskraft og omtanke" i noe (SNL, 2021). For at en skal investere i et problem, enten om det er i matematikk eller i livet generelt, må en anse problemet som relevant, en må være motivert og en må har tid til det. Å få eleven til å investere er i midlertidig utfordrende. Hvordan læreren arbeider for å gjøre matematikken meningsfull og relevant er derfor sentralt for elevenes evne til å investere i problemet.

Det kan være hensiktsmessig å knytte innholdet i undervisningen opp mot kunnskap om lokalmiljøet. Undervisning med en lokal forankret kontekst kan bidra til at elevene opplever fagstoffet som nært og kjent (Imsen, 2020). Dette kan videre bidra til at elevene opplever fagstoffet som relevant for eget liv, hvilket kan gjøre matematikken

mer meningsfull for elevene. Dette kan beskrives som en form for selvbestemt ytre motivasjon i henhold til selvbestemmelses teorien (Morin, 2022; Wæge & Nostrati, 2018). Selvbestemmelsesteorien vektlegger hvordan motivasjon fremmes gjennom å handle utfra egne valg. En kan i denne sammenheng også skille mellom ytre og indre motivasjon. Å motiveres i form av en aktivitet med sterke bånd til egen identitet, kan betegnes som integrert regulering. Dette er en form for selvbestemt ytremotivasjon (Morin, 2022). Det er ytre faktorer som bestemmer handlingen, men motivasjonen for å handle kommer av indre årsaker.

Mestringsforventning

Å ha mot til å ta fatt på problemer en ikke kjenner løsningen på er lettere med en etablert selvtillit. Dette handler om en tro på at en kan komme frem til en løsning uavhengig av utgangspunktet (Mason et. Al., 2010). Slik selvtillit kommer ifølge Mason et al. (2010) gjennom mestring. Selvtillit kommer av suksess, og gjennom å vite hva du skal gjøre, selv om du ikke helt forstår problemet eller vet hvordan svaret vil komme til å se ut (Mason et al., 2010). Dette kan handle om elevens mestringserfaring. Når elevene har arbeidet med en oppgave, vil erfaringen fra denne oppgaven påvirke hva eleven forventer at den kan mestre i framtiden (Wæge & Nostrati, 2021).

2.4 Lærerens tilrettelegging

I dette kapitlet vil vi vise hvordan læreren kan arbeide for at elevene skal få en hensiktsmessig start på problemløsningsprosessen. Under vil valg av oppgaver, presentasjon av oppgaver og lærernes handlinger etter oppgaven er gitt bli belyst.

2.4.1 Problemløsningsoppgaven

En god oppgave har på ulike måter muligheten til å fremme matematiske tenkning og problemløsningsstrategier i matematikkfaget. Den «gode» oppgaven har potensiale til å gi elevene de nødvendige rammene for å investere i et problem (Lester & Cai, 2016). Hva som regnes å være en god oppgave er i midlertidig kontekst avhengig. En god oppgave

er god når den bidrar til å nå undervisningens mål (Hana, 2013). Slik sett vil det være hensiktsmessig først å definere undervisningens mål og deretter finne oppgaven. To ytterpunkter av oppgaver er de som klassifiseres som problem og de som klassifiseres som øvelse. En øvelse, er en oppgave hvor en kan benytte kjente løsningsmetoder for å komme frem til svaret (Hana, 2013). En slik oppgave vil altså fungere som en *øvelse* i en allerede kjent metode. Et problem er derimot en oppgave som oppleves som problematisk for eleven. Det finnes flere definisjoner på problemløsningsoppgaver. Felles for mange er at et problem er subjektivt definert. Schoenfeldt (1993) definerer et matematisk problem for elevene som en oppgave der:

- A) In which the student is interested and engaged and for which he wishes to obtain a resolution, and
- B) for which the student does not have a readily accessible mathematical means by which to achieve that resolution.

(Schoenfeldt, 1993, s. 71)

Den første delen av definisjonen legger til grunn at eleven må være engasjert i problemet og selv ha et ønske om å løse dette. Pólya (1981) la stor vekt på at problemløseren måtte være investert for å løse et vanskelig problem. Det er derfor ikke nok at læreren deler problemet ut til elevene, elevene må også investere og delta i aktiviteten for å løse problemet. Den andre halvdel av definisjonen viser hvorvidt et problem er et problem er avhengig av hva eleven allerede vet. Det som kan være et problem for en elev, er ikke nødvendigvis et problem for sidemannen. I definisjonen til Mason (2016) beskrives problemløsning som noe som oppleves problematisk, hvor en jobber for å finne en løsning på det. Også denne definisjonen beskriver problemløsning som subjektivt definert, en kan derfor ikke si at et matematisk problem er universelt. Det ser ut til at det kan være vanskelig å finne et problem som er problematisk for alle elever i en klasse. Derfor kan det være hensiktsmessig å se på hvordan en oppgave kan behandles problematisk i klasserommet. Gjennom å behandle en oppgave problematisk, kan elevene lære viktige problemløsningsferdigheter og dypere matematiske ideer uten at oppgaven i seg selv defineres som et problem (Hiebert et al., 1997).

En av utfordringene knyttet til problemløsningsoppgaver er at lærere undervurdere elevene, og tror at de ikke får det til. I mange tilfeller stemmer ikke dette (Hana, 2013). Det foreligger sterke bevis på at selv små barn evner å utforske problematiske situasjoner og utvikle strategier for å imøtekomme disse (Lester & Cai, 2016).

Den inkluderende oppgaven

Opgaver av typen “lav inngangsterskel, stor takhøyde” heretter LIST-oppgaver kan beskrives som en inkluderende oppgaveform. LIST-oppgaver er designet for å gi elevene en enkel inngang ved hjelp av få steg. Når en har kommet seg inn i en slik oppgave, er det mange muligheter for å jobbe etter eget nivå. Den store takhøyden skal gi elevene muligheter til å komme inn på avansert matematikk. En av de største fordelene med LIST-oppgaver er, at alle elever skal kunne komme med et bidrag (Wæge & Nostrati, 2018). På den måten legger LIST-oppgaver til rette for at alle elevene kan arbeide med den samme oppgaven i én undervisningsøkt. LIST-oppgaver ligner det Hana (2013) beskriver som åpne oppgaver. På samme måte som LIST-oppgaver har slike oppgaver flere løsningsalternativer og gjerne flere løsninger. Hana (2013) beskriver at en av fordelene med åpne oppgaver, er at de legger til rette for at ulike elever kan entre oppgaven fra sitt ståsted. Oppgaven under viser hvordan en LIST- oppgave kan se ut. I den følgende oppgaven skal elevene forsøke å finne flest mulig mønster (Finkel, 2017).



Figur 2: Oppgave hentet fra nettsiden: MathForLove

(Finkel, 2017)

Denne oppgaven har en lav inngangsterskel fordi det ikke kreves mye faglig bakgrunnskunnskap for å kunne si noe om hvilke mønster som finnes. En elev kan entre oppgaven gjennom å se at deler av hver andre sirkel er gul. Eller at hver tredje er grønn. Slik vi ser det er dette en lav inngangsterskel. Videre kan oppgaven muliggjøre stor takhøyde ved at elevene går videre, og oppdager større matematiske ideer som delelighet, faktorisering og primtall.

Den engasjerende oppgaven

En engasjerende oppgave er i denne sammenheng av betydning for at elevene velger å investere. En engasjerende oppgave kan beskrives som en oppgave hvor elevene begynner å "tenke". Den vekker en nysgjerrighet og lyst til å finne en løsning (Liljedahl, 2021). Under er et eksempel på en engasjerende oppgave.

Jeg kjøper et videospill for 10 dollar, deretter selger jeg det for 20 dollar. Jeg kjøper det så tilbake for 30 dollar. Til sist selger jeg det for 40 dollar. Hvor mye penger tjente eller tapte jeg?

Liljedahl (2021, s. 21)

I begynnelsen av en endringsprosess kan det være særlig hensiktsmessig å bruke tid på engasjerende oppgaver, som er uavhengig av læreplanen. En slik tilnærming kan bidra til å koble elevene på matematikk og få de til å tenke (Liljedahl, 2021). For elever med sterke motsetninger mot matematikkfaget, kan oppgaver som ikke oppleves som matematiske hjelpe elevene over barrierene knyttet til faget. Det syntes å være viktig i begynnelsen å få elevene engasjert og tenkende, før en fokuserer på å komme gjennom læreplanmålene.

2.4.2 Presentasjon av problemet

Ifølge Mason (2016) er det noen utfordringer knyttet til å klassifisere oppgaver som enten engasjerende, LIST-oppgaver, øvelse eller problem. Hvilken effekt en oppgave i praksis har avhenger av flere faktorer enn oppgaven i seg selv. Samspillet mellom settingen, situasjonen, forutsetningen og deltagerne er det som hovedsakelig avgjør om et problem vil fungere problematisk (Mason, 2016). På samme har presentasjonen av problemet betydning for læringsutbytte. For at en oppgave skal kunne gi det ønskede

læringsutbytte må den også implementeres i klasserommet på en hensiktsmessig måte (Felmer & Perdomo-díaz, 2016; Lester & Cai, 2016; Leung, 2016). Implementering av oppgaven handler om hvordan læreren presenterer oppgaven i klasserommet og hva læreren formidler som viktig overfor elevene. En studie av to lærere i en undervisningstime viste at læringsutbytte av timen kunne se svært forskjellig ut, til tross for at oppgaven eleven fikk var den samme. Der den ene læreren var mest opptatt av å løse problemet, var den andre mest opptatt av å oppfordre elevene til å resonere, reflektere og vise sin forståelse av de matematiske konseptene (Lester & Cai, 2016)

Det kan sies at undervisning i problemløsning er som å balansere på en egg. "Dersom det presenteres for mye informasjon for tidlig, forsvinner det problematiske i problemene. Presenteres det for lite informasjon kan elevene komme til å fomme i blinde" (Hiebert, 2003, sitert i Hana, 2014, s. 224). Det er altså ikke en enkel oppgave læreren står overfor når en skal undervise i problemløsning i matematikk. Det er en balanse mellom å la elevene møte et problem eller og la dem stå alene uten forutsetninger for å løse problemet. I en undersøkelse gjort i USA viste det seg at nesten alle lærerne som deltok, gjorde problemløsningsoppgaver om til rutineoppgaver fremfor å la elevene streve med oppgaven (Lester & Cai, 2016). I motsetning viste samme undersøkelse at tyske og japanske lærere i mye større grad lot elevene streve med de mer utfordrende delene av problemet (Lester & Cai, 2016). Selv om undersøkelser fra andre land har vist ulike resultater, er det nærliggende å tro at det er vanskelig for lærere å la elevene streve.

2.4.3 Lærerens didaktiske arbeid

Flere teoretikere omtaler lærerens didaktiske arbeid i sammenheng med problemløsningsprosessen. Vi har valgt å se nærmere på Blomhøj & Skånstrøm (2016) og Lester (1989) sine inndelinger av lærerens arbeid. Fordi vi hovedsakelig vektlegger hvordan elevene skal forstå problemet, velger vi kun å gå inn i den første fasen i begge prosessene.

I samarbeid med lærere har Blomhøj utviklet et tredelt didaktisk verktøy som kan støtte lærere i et utforskende klasserom (Skånsrøm & Blomhøj, 2016). Verktøyet deles inn i følgende tre faser er 1) isenesettelse, 2) elevenes undersøkende arbeid og 3) felles refleksjon og faglig læring. Isenesettelse innebærer at læreren presenterer et problem eller en utfordring for elevene. Videre jobber læreren videre med å etablere et felles språk og didaktisk miljø for arbeidet i klassen. Læreren formidler også i denne fasen de praktiske og tidsmessige rammene for det selvstendige arbeidet. I denne fasen skal også læreren formidle for elevene eventuelle krav til elevenes arbeid.

I likhet med Blomhøj har Lester (1989) fasedelt læreren arbeid. Han har identifisert lærerhandlinger for problemløsningsprosessen, og videre delt de inn i tre faser. Oversatt er disse fasene kalt før, under og etter. Hver fase inneholder ulike handlinger som læreren kan ta i bruk i sitt arbeid. Før-fasen består av tre handlinger (Lester, 1989). Den første er å lese problemet sammen med klassen. Dette kan gjøres av læreren eller en elev. Hvis det er ord eller begreper som elevene ikke forstår i problemet kan læreren diskutere disse sammen med klassen. Gjennom å gjøre dette kan elevene lære seg hvor viktig det er å lese nøye, og at det er viktig å forstå begrepene for å forstå problemet (Lester, 1989). Den andre handlingen er å bruke helklassediskusjon for å forstå oppgaven sammen i klassen. Gjennom å gjøre dette kommer viktig data fra oppgaven frem og kan gjøre problemet mer forståelig for elevene. Den tredje handlingen er valgfri, og læreren avgjør selv om hen ønsker å bruke den. Læreren kan velge å bruke helklasse diskusjon til å snakke om mulige problemløsning strategier. Dette kan gjøres om læreren ønsker å få frem ideer om mulige løsningsmetoder (Lester, 1989). Under denne samtalen om problemet fungerer læreren som en moderator som igjennom spørsmål fokuserer elevenes oppmerksomhet mot problemløsningsprosessen. Som en moderator er det imidlertid viktig at læreren ikke tar over og guider elevene mot en løsning eller vurdere elevenes løsning underveis (Fernandez et al., 1994).

Før-fasen beskriver i likhet med isenesettelse, elevenes møte med problemet. I tillegg gir før-fasen lærere handlinger som kan hjelpe elevene å forstå problemet. Begge faseinndelingene fokuserer på å presentere problemet sammen i klassen, Lester (1989) gir spesifikke lærerhandlinger, som en samtale for en felles forståelse for problemet.

Skånstrøm og Blomhøj (2016) legger til flere aspekter som læreren må formidle for elevene før de setter i gang med å løse problemet. Disse innebærer det didaktiske miljøet, rammene for arbeidsprosessen og hvilke forventinger som stilles til elevene. I seinere forskning beskriver Lester (2013) at læreren også må kunne avgjøre når disse handlingene skal brukes, og om de bør brukes. Det er altså ikke nok for læreren å ha kjennskap til handlinger, men også forstå når disse skal tas i bruk. Videre skal læreren anvende de didaktiske stegene dynamisk og bevege seg naturlig frem og tilbake mellom stegene etter behov (Skånstrøm & Blomhøj, 2016).

En annen som har kommet med bidrag til elevenes problemløsningsprosess er Liljedahl (2021). Gjennom forskning over flere år har han kommet frem til tiltak som læreren kan bruke for å øke den matematiske tenkningen til elevene. Liljedahl (2021) argumenterer for at en oppgave bør presenteres muntlig for elevene i løpet av de fem første minuttene av undervisningsøkten. Læreren skriver deretter ned alle informasjonen på tavla. Dette gjøres for at elevene kan se tilbake på informasjonen når oppgaven skal løses. Formålet med dette er å frigjøre kapasitet, slik at elevene ikke er avhengig av å huske alle detaljer. Resultatene i forskningen til Liljedahl (2021) viser at elever som mottar oppgaver på denne måten kommer raskere i gang med å tenke matematisk. I en sammenligning av elevgrupper som mottok oppgaven skriftlig, viste datamaterialet at elevene brukte mye tid på å forstå ordene i oppgaven og identifisere «reglene/begrensningene» i oppgaven (Liljedahl, 2021). Liljedahl legger vekt på tiltak læreren kan jobbe med for at elevene raskt skal komme i gang med den matematiske tenkningen. Det handler i stor grad om at elevene skal komme i gang uten innblandinger fra læreren. Dette skiller seg fra Lester (1989) som beskriver handlinger som læreren kan ta i bruk for at elevene skal for. Blomhøj & Skånstrøm (2016) legger føringer for hva læreren skal formidle for elevene, men det legges imidlertid ikke føringer for hvordan dette kan gjøres.

2.4.4 Lærers spørsmål i matematikk klasserommet

Ifølge Hana (2016) er spørsmål en viktig del av lærers praksis. Læreren kan stille ulike typer spørsmål i klasserommet som påvirker samtalen som foregår. På bakgrunnen av lærers rolle i klasserommet vil elevene ofte ilegge lærers bidrag

særlig vekt. Slik kan lærerens spørsmål sende signaler om hva som er relevant og aktuelt for elevene (Hana, 2016). Schoenfeld (2016) reserverer seg retten til å stille tre spørsmål til studentene sine når de arbeider med problemløsningsoppgaver. Studentene må alltid være klare for å svare på disse tre spørsmålene. Dette begynner han med allerede tidlig i semestret. Underveis ble det klart at studentene gjorde seg klar for disse spørsmålene og forberedte seg på å kunne svare på dem (Schoenfeld, 2016). Dette kan tyde på at lærerens spørsmål gjorde at studentene begynte å tenke over disse spørsmålene i egen problemløsning. Samtidig vektlegger Schoenfeld (2016) at dette må gjøres over tid for at en skal se en slik endring. Det er derfor avgjørende at læreren arbeider med disse spørsmålene over tid med elevene.

Póyla (2014) viser til en rekke spørsmål læreren kan stille for å få en forståelse av hvor godt elevene har forstått problemet:

- Hva er det ukjente?
- Hva er nødvendig?
- Hva er dataen?
- Hva har du?
- Hva er forholdene som ligger til grunn for problemet? Og hvordan er det sammenheng mellom disse forholdene og det ukjente?
- Hva vil du?

Disse spørsmålene er lignende som flere av spørsmålene i inngangsfasen beskrevet av Mason et al. (2010). Som tidligere beskrevet deles inngangsfasen inn i tre spørsmål. Hva vet du? Hva vil du? Hva kan du introdusere? Til tross for at listen til Póyla kan sies å være mer spesifikke spørsmål som ser på flere detaljer ved problemet, er målet å skape en forståelse av problemet. Ifølge Póyla (2014) kan slike spørsmål være en metode for læreren å hjelpe elevene på en naturlig måte uten å være påtrengende.

2.5 Et felles møte med problemet

“Doing mathematics as a group means seeing yourself as a participant of a community” (James Hiebert et al., 1997, s. 43). Elevene i klasserommet er sammen deltakere som sammen jobber for å lære. Det er altså avgjørende at elevene ser på seg selv som en

deltaker i dette gruppearbeidet. Dette fellesskapet er imidlertid avhengig av tre faktorer: den sosiale interaksjonen, hvordan deltakerne kommuniserer med hverandre og hvordan elevene angriper et problem. Hvordan problemet fungerer i klasserommet avhenger blant annet av hvordan deltakerne mottar oppgaven (Mason, 2016). I en kultur som oppfordrer elevene til å se på problemer problematisk kan en rutineoppgave som $45+38$ skape en rik situasjon for elevene til å problematisere oppgaven og diskutere mulige løsninger. Motsatt kan selv det rikeste problem miste potensialet hvis elevene i klasserommet venter på en demonstrasjon før de setter i gang med å løse det (James Hiebert et al., 1997). Vi vil videre belyse hvordan gruppearbeid, normer og klasseromsdialogen påvirker det matematiske fellesskapet.

2.5.1 Gruppearbeid

Når elevene skal arbeide sammen, deles de gjerne inn i mindre grupper. Tradisjonelt blir disse gruppene inndelt på bakgrunn av elevens prestasjonsnivå. Elever på samme prestasjonsnivå plasseres på samme gruppe (Imsen, 2020). I kontrast til tradisjonen beskrevet av Imsen anbefaler Liljedahl (2021) at gruppene er synlig tilfeldige. Dette innebærer at elevene ser at læreren setter sammen elever på en tilfeldig måte. Det kan eksempelvis gjøres gjennom å trekke. Bakgrunnen for en tilfeldig sammensetning er at elevene ellers legger mening i lærerens inndeling av gruppene. Eksempelvis vil en inndeling basert på prestasjonsnivå slik Imsen (2020) beskriver det, kunne påvirke hvordan eleven i gruppen ser på seg selv som en bidragsyter. Gruppene bør ikke settes sammen over lengere tid. Faste grupper vil føre til at elevene tildeles roller. Dette kan ha en negativ innvirkning på elevenes deltakelse i gruppen (Liljedahl, 2021). For å sikre at alle elevene er deltakende i gruppen, kommer Liljedahl (2021) med et konkret grep om hvordan læreren deler ut penn i gruppen. Den som har pennen skal skrive ned forslagene til de andre, og elevene skal rullere på pennen. På denne måten kan læreren sikre at elevene deltar i gruppen på ulike måter.

Liljedahl anbefaler ikke å arbeide i grupper på mer eller mindre enn tre elever per gruppe. Hans forskning viser at når flere enn tre elever jobber sammen deler ofte gruppen seg i to, eller en elev sitter på siden av gruppen. Samtidig argumenterer han for at gruppen bør ha et visst mangfold, og at elevene bringer med seg ulike ferdigheter inn i

arbeidet (Liljedahl, 2021). Derfor anbefaler han ikke grupper på mindre enn tre elever. Å arbeide i smågrupper er hensiktsmessig fordi den kognitive belastningen på individet minsker (Ambrus & Barczi-Veres, 2016). Videre vil individers ulike måter å tenke på, bidra til gode løsningsforslag (Ambrus & Barczi-Veres, 2016). Gjennom flere ulike blikk på samme problem, vil flere veier mot løsningen kunne bli belyst (Mason et al. 2010).

På den andre siden bør en lærer være forsiktig med å alltid sette opp arbeidet i grupper, blant annet fordi sterke elever kan oppleve det som kjedelig (Ambrus & Barczi-Veres, 2016), men også fordi det er avgjørende med egentenkning der en kan reflektere i fred over ulike fremgangsmåter (Mason et. al, 2010).

2.5.2 Normer i matematikk

Teoretikere bruker ulike begreper for å beskrive hvordan klasserommets spilleregler eller gitte sannheter virker inn på hvordan klassen som helhet mottar en oppgave i matematikk. Lester og Cai (2016) betegner disse spillereglene eller gitte sannhetene som klasseromsdiskurssen. Dette begrepet dreier seg om måten eleven forholder seg til å være enig eller uenig, hvordan de representerer egen tenkning og hvordan de prater sammen. Mason et al. (2010) beskriver det som den matematiske atmosfæren. En matematisk atmosfære innebærer et miljø preget av å stille spørsmål, utfordre og reflektere. Hiebert et al. (1997) betegner det som klasseromskulturen. Dette innebærer at elevene respekterer hverandres ideer og metodefrihet, aksepterer og lærer av feil, og at de er åpne for ulike representasjoner. Felles for beskrivelsene av klasseromsdiskurs, kultur og atmosfære er sammenhengen med elevens muligheter for å lære. Vygotsky mente at for en varig endring i klasserommets spilleregler er læreren avhengig av at alle elevene i klassen aksepterer denne endringen. Det er altså ikke tilstrekkelig at kun en elev kjenner spillereglene (Strandberg, 2008). Spillereglene kan sammenlignes med klasserommets normer. Når læringen skjer i felleskap, må læreren arbeide for et sett felles klasseromsnormer.

Klasseromsnormer i matematikk deles i to av Yackel og Cobb (1996). Dette er sosiomatematiske normer og sosiale normer. Klassens sosiale normer er normer som ikke er fagspesifikke. Det er normer som kan være gjeldene i alle fag (Yackel & Cobb, 1996). Et eksempel på slike normer er at elevene skal rettferdiggjøre egen tankegang og utfordre andres tankegang. Slike normer kan etableres i alle fag, og er derfor ikke spesifikke for matematikkfaget. Sosiomatematiske normer er normer som er særskilt for matematikk. Eksempler på slike normer kan være hva som er en godkjent matematisk rettferdiggjøring, hva som er matematisk elegant eller sofistisert (Yackel & Cobb, 1996). Sosiomatematiske normer kan beskrives som felleskapets retningslinjer for hva som verdsettes og aksepteres når en arbeider med matematikk (Rangnes, 2016). Når elevene skal møte et problem, kan den sosiomatematiske normen om hva som er akseptable måter å arbeide med matematikk på være viktig for hvordan gruppen møter problemet. Et slikt syn på arbeidet kan bygges opp av normen presentert av Hiebert et. al. (1997) om at alle elevene kan komme med ideer, og at disse ideene respekteres og utforskes sammen.

Normene utvikles av læreren og elevene i samhandling, læreren er en representant for utviklingen av normer i klasserommet (McClain & Cobb, 2001). De er derfor ikke statiske, og vil kunne endre seg ettersom deltakerne endrer og utvikler seg. Endring i undervisningstradisjon vil gjøre at de sosiomatematiske normene endrer seg. Allerede fra elevene kommer til skolen har de en oppfatning om hva matematikk handler om og hva som forventes av dem i matematikk faget. Underveis i skoleløpet vil elevene få erfaringer som at de bygger en ny forståelse av hva som forventes av dem (Rangnes, 2016).

Yackel og Cobb (1996) viser til at hvis en klasse er i etableringen av en utforskende arbeidsmetode, vil også de sosiomatematiske normene være i endring. Et eksempel på dette er hva som regnes som er godkjent forklaring. I en utforskende tradisjon vil det kreves at eleven presenterer tankegangen som førte til løsningen, fremfor en algoritmisk forklaring alene (Yackel & Cobb, 1996). Også lærerens rolle vil være i endring. "One of the teacher's roles in an inquiry classroom is to facilitate mathematical discussions" (Yackel & Cobb, 1996, s. 466). Som tilrettelegger av diskusjonen, vil læreren

ha stor påvirkning på hva som regnes som matematiske bidrag. Samtidig er læreren en deltaker i diskusjonen som foregår. Læreren har derfor en todelt rolle, der læreren er både deltaker og tilrettelegger i diskusjonen. Det vil derfor være mulig for læreren påvirke de sosiomatematiske normene igjennom begge rollene. En rekke studier knyttet til implementeringen av problembasert undervisning har med jevne mellomrom rapportert om at lærere gir opp. Lærerens møte med de sterkt etablerte klasseromsnormene og elevenes motstand blir for utfordrende (Liljedahl, 2016).

2.5.3 Samtaler i matematikk

Inquiry-co-operation model, heretter forkortet IC-modellen, belyser trekk ved samtaler som er utforskende (Alrø & Skovsmose, 2002). Den retter seg ikke spesifikt mot møte med problemer og modellen er ikke ment som en oppskrift for hva læreren må igjennom. Den viser språk handlinger som kjennetegner en utforskende samtale, det er åtte slike handlinger: 1) Kontakte er når deltakerne setter seg i kontakt med hverandres perspektiver. Elevene og læreren i samtalen kan da stille undersøkende spørsmål rettet mot hverandre, gi disse oppmerksomhet og være støttende. Det er særlig viktig at personene som deltar i samtalen lytter til hverandre og prøver å forstå de andres bidrag. 2) Lokalisere er når det kommer frem ny informasjon til samtalen. Det skjer når deltakerne undersøker alternative metoder og ideer som kommer frem. Dette forutsetter at elevene og læreren er åpne for å undersøke disse ideene 3) Identifisere er når deltakerne oppdager den nye informasjonen. Elevene og læreren kan da stille hvorfor spørsmål som forklarer informasjonen som kommer frem. 4) Advokere er å skape en felles forståelse. Dette skjer igjennom argumentasjon der elevene begrunner tankene og ideene sine. 5) Tenke høyt er når en deler sine ideer, tanker og følelser. Når elevene gjør dette, kan det være et forsøk på å sette seg i kontakt med de andre i samtalen. Dette er også en mulighet for å få respons på tankene sine samtidig som tankene blir tilgjengelig for felleskapet. 6) Reformulere handler om å gjenta med andres eller egne ord bidrag som er delt. Dette knytter deltakerne sammen, og holder kontakten i samtalen. 7) Utfordre er når deltakere forsøker å ta samtalen i en ny retning. Argumentasjonen som legges frem kan da være en påstand som utfordrer tidligere bidrag. 8) Evaluere er å korrigere feil og gi tilbakemeldinger som: ros, råd, støttende ord

og konstruktiv kritikk (Alrø & Skovsmose, 2002). Disse språkhandlingene sier noe om hvordan forskeren kan kjenne igjen tegn på en utforskende samtale.

Samtaletrekk er konkrete handlinger læreren kan ta i bruk for å lede klasseromssamtalen. De syv samtaletrekkene beskrevet av Kazemi og Hintz (2019) bygger på samtaletrekkene beskrevet av Chapin, O'Connor, Anderson i *Classroom discussions*. De har videre utvidet modellen med to samtaletrekk. Disse er til støtte for læreren under klasseromsdiskusjoner og kan beskrives som en ramme for elevenes innspill (Kazemi & Hintz, 2019). Samtaletrekkene kan også fungere som en ramme når elevene samtaler seg imellom.

Samtaletrekk for å støtte

klasseromssamtaler

Gjenta

“Så du sier ...”

- Gjenta deler eller hele elevens utsagn og be eleven om å respondere og bekrefte om det du sa, stemmer. Gjenforteller kan brukes for å oppklare, forsterke eller tydeliggjøre en ide.

Repetere

“Kan du gjenta hva han/hun sa med dine egne ord?”

- Be en elev gjenta eller omformulere hva en annen elev har sagt.
- Gjenta viktige deler av en kompleks idé for å få samtalen til å gå saktere og for å få elevene til å dvele ved viktige ideer

Resonnere

“Er du enig eller ikke og hvorfor?” “Hvorfor virker dette riktig?”

- Etter at eleven har hatt tid til å tenke igjennom hva en medelev har sagt -spør eleven om å sammenligne sitt eget resonnement med noen andres
- La elevene engasjere seg i hverandres ideer
- Elev “Jeg vil respektere denne ideen, men jeg er uenig fordi ...”; “Jeg forstår denne ideen fordi”

Tilføye

“Vil du legge til noe her?”

- Få eleven til å delta i samtalen eller utdype egne ideer
- Elev: “Jeg vil legge til ...”

Tenketid

“Ta den tiden du trenger”

- Vent etter at du har stilt et spørsmål før du ber en elev om å si noe
- Vent etter at en elev har blitt bedt om å si noe. Gi han/henne tid til å få tenke seg om.
- Elev: “Jeg trenger mer tid”

Snu og snakk

“Snu og snakk med læringspartneren din”

- Beveg deg rundt og lytt til det elevene sier til hverandre. Bruk informasjonen du får til å velge ut hvem du vil skal si noe i plenum.
- Gi elevene mulighet til å dele og forklare ideene sine.
- Gi elevene mulighet til å forstå og engasjere seg i hverandres tanker og ideer.

Endre

“Har noen endret måten de tenkte på?”

“Vil du endre måten du tenkte på?”

- Gi elevene mulighet til å endre egne tanker etter hvert som de oppdager noe nytt
- Elev: “Jeg trodde ... Men nå tror jeg ... fordi ...”; “Jeg vil endre måten jeg tenkte på”

(Hentet fra Wæge og Nostrati, 2018, s. 33-34)

Samtaletrekkene er spørsmål og handlinger som læreren kan bruke i samtale med elevene og mellom elevene. Gjennom samtaletrekket gjenta, repetere og ventetid kan lærere gi eleven tid til å skape egen mening i det som er sagt. Samtaletrekkene repetere, snu og snakk, tilføyte og resonnere rettes elevenes fokus mot hverandre og ideer presentert av medelever. Samtaletrekket endre viser at det er tillat å endre tankemåten, og det kan være med på å åpne for en norm der det er tillat å gjøre feil. Normen at det er tillat å gjøre feil, er ifølge Hiebert et al., 1997 en av normene som påvirker hvordan elevene angriper et problem. Normen om hvordan klassen ser på feil påvirker om elevene tar risikoen med å dele egne tanker. Samtaler der elevene bidrar med egne ideer gir muligheten til å selv være med å skape forståelse. Samtidig er det en mulighet for å utvikle klasseromsnormer (Kazemi & Hintz, 2019; Hiebert et al., 1997).

3 Metode⁴

Vi vil i dette kapitlet redegjøre for valg av metode for studien. Vi vil videre beskrive metodiske valg for datainnsamlingen og analysen. Til slutt vil vi diskutere studiens kvalitet og etiske hensyn.

3.1 Kvalitativ metode

Problemstillingen vår har vært styrende i valg av forskningsmetode. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) påvirkes valget om kvalitativ eller kvantitativ metode av hvilke data forskeren ønsker å innhente. Kvantitative metoder kjennetegnes ved at informasjonen om virkeligheten fremstilles i form av tall, mens i kvalitativ forskning presenteres i form av ord eller språk (Postholm og Jacobsen, 2018). Problemstillingen vår har vært utgangspunktet for vår metode:

Hvordan arbeider lærere i DMIC-programmet for å styrke elevenes forståelse av matematiske problemer i felleskap?

I denne studien var det ønskelig med fyldige beskrivelser av lærerens handlinger. En kvalitativ metode egner seg når forskeren ønsker å undersøke et fenomen som ikke lett kan måles, men må beskrives for å forstås (Creswell, 2013). Vi mente derfor en kvalitativ studie var hensiktsmessig da vi ønsket å beskrive det læreren gjorde. En kvalitativ tilnærming ville gi oss grunnlag for en dypere forståelse av hvordan det tilrettelegges for elevenes forståelse av problemet. Creswell (2013) beskriver kvalitativ metode som egner når en ønsker å forstå konteksten rundt fenomenet eller problemet en undersøker. Ifølge Postholm og Jacobsen (2012) er kvalitative metoder fleksible. Dette mente vi var særlig viktig for oss da vi kom som utenforstående inn i en ny skoleverden og ny samfunnskultur, som vi ikke hadde muligheten til å erfare på forhånd. Flexibiliteten i en kvalitativ studie ga oss rom til å være spontane og gjøre tilpasninger i

⁴ Enkelte deler av metode kapitlet kan være lik eller identisk med prosjektskissen.

de tilfellene det var nødvendig for både å ivareta deltagerne i studien og ønsket om et rikt datamateriale.

3.2 Utvalg

Utvalget til denne studien er gjort i samarbeid med våre kontaktpersoner på New Zealand. I prosessen med utvalget hadde vi flere møter og mailutvekslinger med vår koordinator på New Zealand der vi diskuterte vårt tema og metode og hvilke muligheter som fantes på New Zealand. Vi utarbeidet noen kriterier for hvilke lærere vi ønsket å observere. Hovedkriteriet var å observere lærere, som brukte problemløsning aktivt i sin undervisning. Dette kommer av at problemløsning er noe som må jobbes aktivt med over tid i klasserommet (Lester, 2013). Vi fikk to ulike tilbud fra vår koordinator. Første alternativ var å følge en lærer i to uker som hadde en problemløsende tilnærming til undervisning. Alternativ to var å følge en mentor i DMIC-programmet på 4 ulike skoler, hvor hun skulle veilede ulike lærere med å etablere og utvikle en problemløsende tilnærming til matematikk. Felles for begge alternativene var midlertidig at vi kunne intervju lærer/mentor og observere undervisningen. Elevintervju var ikke mulig, på bakgrunn av etiske hensyn. Etter å ha vurdert tilbudene opp mot vårt tema, valgte vi å takke ja til tilbudet om å følge en DMIC-mentor. Bakgrunnen for valget var at vi ønsket å se en variasjon av lærere og skoler. Det syntes også spennende å bli bedre kjent med et så omfattende utviklingsprogram som DMIC ⁵.

Tilgangen til skolen som forskningsarena på New Zealand bygger på kontakter og "goodwill". Vår kontaktperson på New Zealand er en anerkjent professor, som har brukt sine kontakter i forskningsmiljøet til å gi oss tilgang til feltet. Uten denne kontakten ville vi trolig ikke hatt mulighet til å gjøre datainnsamlingen i Auckland. I utgangspunktet hadde vi et ønske om å gjøre en sammenligningsstudie mellom Norge og New Zealand. Vi erfarte imidlertid at det var utfordrende å finne noe sammenlignbart i Norge og det er en av grunnene til at vi har valgt å kun basere oss på datamaterialet fra New Zealand.

⁵ Se kapittel 1.2.1

Vi kom imidlertid også frem til at datamaterialet på New Zealand er av et stort omfang, og vi ønsket derfor å konsentrere oppgaven rundt disse. Denne avgrensningen ga oss mulighet til dyptgående analyser av datamaterialet. Studiens omfang, tid og tilgang på informanter styrer altså i stor grad denne avgjørelsen, men vi utelukker ikke at datamaterialet kan brukes i videre forskning i en sammenligningsstudie med norske skoler. Etter at vi fikk bekreftet rammene for datainnsamlingen, begynte arbeidet med å designe studien.

3.3 Casedesign med flere analyseenheter

Vi har valgt et kvalitativt casedesign. Et kvalitativt casedesign kan beskrives som en empirisk metode for å undersøke et moderne fenomen i dybden i sammenheng med virkelighetskonteksten fenomenet befinner seg i. Casestudie er særlig relevant dersom det er vanskelig å skille fenomenet fra konteksten (Yin, 2018). Casen i denne studiet er lærer og mentor sitt arbeid for å styrke elevenes møte med problemer i matematikk. Dette fenomenet befinner seg i konteksten av DMIC-programmet og skolen som organisasjon. Vi anser det som utfordrende og isolert sett se på lærer og DMIC-koordinatorer arbeid uten å ta høyde for de rammefaktorene læreren arbeider innenfor. Denne vurderingen gjør at studien sammenfaller med Yin (2018) sin beskrivelse av kvalitative casedesign, som en studie hvor fenomenet vanskelig kan skilles fra konteksten.

At vi fulgte en mentor fra programmet i ulike undervisningsøkter gjør at vi anser det som en enkelt case. Dette kommer av at inntrykket av undervisningsøktene sannsynligvis ville sett annerledes ut dersom vi hadde fulgt en annen mentor i programmet. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) kan oppmerksomheten i en enkeltcasestudie rettes mot ett eller flere individer, en gruppe, et program, en aktivitet eller en organisasjon. Vi vil studere aktiviteten til flere lærere, og studien kan derfor passe inn i slik Postholm og Jacobsen (2018) beskriver det.

3.4 Beskrivelse av casen

Vi har erfart at det ikke var en selvfølge å få tilgang på skolen som forskningsarena. Særlig på New Zealand tok vi steget inn et felt, hvor vi ikke hadde mye å gi tilbake til deltagerne i studien. Det er særlig i møte med landets urbefolkning at vi måtte trå varsomt. New Zealand's urbefolkning Maoriene, har historisk sett blitt forsket mye på og ikke med. Dette gjør at det er strenge regler knyttet til forskning som inkluderer urbefolkningen. Dette har vi tatt hensyn til i de tilfeller minoritetene er nevnt i denne studien.

Vi dro til New Zealand våren 2023. Vi besøkte skolene kort tid etter at elevene kom tilbake til skolen etter sommerferien. Lokalsamfunnet var da preget av ettervirkningene av to sykloner, som hadde medført at en del skoler hadde vært stengt. Derfor hadde noen elever sine første dager tilbake på skolen. I løpet av to uker besøkte vi totalt 11 klasserom på fire ulike skoler som alle var i samme by. Skolene lå i den sør-østlige delen av byen, skolene hadde en klar majoritet av minoritets elever med hovedsakelig Pacific og Maori bakgrunn. Det var kultur for å informere om egen og elevenes bakgrunn, både på skolens nettsider og da vi kom til skolene. Derfor tillater vi oss å gjøre dette også her. Vi var alltid i følge med vår mentor fra DMIC- programmet, da vi besøkte skolene. Vi har anonymisert mentoren, som har fått navnet Sara i denne studien. Arbeidet til Sara innebærer å støtte lærerne i deres arbeid med å utvikle sin matematiske praksis. I vår oppfatning innebar Sara sitt arbeid å støtte lærerne direkte i undervisningen gjennom å modellere, komme med forslag til fremgangsmåte og gi bekreftelse på det som fungerte bra. Støtten som ble gitt varierte fra lærer til lærer. Variasjonen baserte seg både på relasjon og hva den enkelte lærer hadde behov for. De fleste lærerne vi observerte var nye til DMIC-programmet og var derfor i en prosess for å endre egen praksis. Gjennom denne studien vil vi ved flere anledninger gjøre noen refleksjoner rundt endringsprosessen læreren står i. Med endring mener vi den prosessen læreren står i, hvor de går fra en form for undervisning til DMIC- undervisning. Etter vår oppfatning er det viktig å være bevisst denne prosessen, når datamaterialet analyseres og diskuteres.

I dette avsnittet vil vi gi noen beskrivelser av hvordan veiledningen så ut. Vi ønsker å gjøre dette her, for å gi leseren en bedre forståelse av Casen før videre lesing. I flere av undervisningsøktene så vi at lærer og mentor kunne stoppe opp i forklaringer for å diskutere en videre fremgangsmåte. Dette oppfattet vi som en potensielt sårbar situasjon for både undervisningen og læreren. Det var en mulighet der elevene kunne mistet fokus og lærerens praksis ble diskutert høyt i klasserommet. Det virket imidlertid verken som elevene, lærer eller mentor fant det ubehagelig.

Lærerne virket lite brydd med at vi var med for å observere. Antagelig var de vant med å ha eksterne i klassen, ettersom at Sara deltok i en matematikkøkt i måneden. Fordi lærerne var vant med å bli observert, antok vi at observatøreffekten, som senere beskrevet ville bli mindre. Vi observerte deretter undervisningssekvensen som varte i 45-60 minutter. Deretter tok vi en pause sammen med Sara før vi gikk inn i en ny undervisningsøkt. Totalt var vi inne i 2-3 undervisningsøkter på hver skole. I hver klasse var det en lærer. I tillegg hadde tre klasser en assistent. Sara var vår inngangsnøkkel til klasserommene og derfor en sentral figur i datainnsamlingen.

3.5 **Datainnsamling**

I kvalitative casedesign er det anbefalt å kombinere flere former for datainnsamling for en inngående analyse av fenomenet (Yin, 2018; Postholm & Jacobsen, 2018). Det kan eksempelvis være å kombinere observasjoner, dokumentanalyse og intervju. En kombinasjon vil kunne styrke studiens kvalitet (Yin, 2018). I vår studie har observasjon vært vårt primære datamaterialet. Dette kommer som tidligere nevnt av at vi ønsket å ha en ydmyk tilnærming til feltet og fordi vi hadde begrenset tilgang til informantene. Til tross for anbefalingene knyttet til kvalitative casedesign, vil vi argumentere for at observasjoner som primærkilde er tilstrekkelig for å besvare problemstilling i denne studien. For det første ser problemstillingen etter hva læreren gjør og ikke deres oppfatning. For det andre kan studie basert på en datakilde brukes som grunnlag for videre forskning (Yin, 2018). For det tredje gir et avgrenset datamaterialet oss mulighet

til mer dyptgående analyser. Et siste perspektiv vi har vektlagt er at tilgangen til feltet er viktigere enn de begrensningene som var satt i datainnsamlingen, som elev intervju.

I kvalitative casedesign er det hensiktsmessig å basere seg på mer enn en kilde for å belyse casen fra flere vinkler, hvilket vil kunne gi et mer helhetlig bilde av det som blir observert. Vi valgte derfor å besvare problemstillingen ved hjelp av både observasjon og et intervju. Hensikten med observasjonene er å få øye på det lærer og koordinator gjør for at elevene skal forstå problemet de skal arbeide med. Hensikten med intervjuet er å få en dypere forståelse for hvorfor lærer og koordinator handler som de gjør.

Observasjonene er vår primær kilde, mens intervju er vår sekundærkilde. Den følgende beskrivelsen av observasjon og intervju som metode har til hensikt å gi leseren en forståelse for hvilke valg og vurderinger vi har gjort underveis.

3.5.1 Observasjon

Hvordan læreren arbeider kommer enklest til syne gjennom fortellinger fra praksis (Postholm, 2010). Observasjoner ga muligheten for slike fortellinger fra praksis. Fokuset for observasjonen var samspillet mellom lærer, mentor og eleven, med et særlig fokus på lærer og mentor. Vi observerte hovedsakelig undervisningen frem til elevene begynte å angripe problemet. Dette fordi problemstillingen omhandler å styrke elevenes forståelse av problemet, som ofte forekommer i begynnelsen av en økt. Ved hovedsakelig å observere begynnelsen frigjorde vi energi og fokus, slik at det varte gjennom alle undervisningsøktene på en skole. Vi fikk dermed også en "rolig" del av tiden inne i klasserommet. Denne tiden ble brukt til å ta inn over seg inntrykk og klasserommets utforming, med hensikt om å danne et bilde av konteksten. Dette fordi en casestudie kjennetegnes av at fenomenet vanskelig skilles fra konteksten (Yin, 2018). Vi fikk godkjenning til å ta noen bilder i enkelte klasserom, som kunne blir brukt til å gi leseren et innblikk i konteksten.

Vi valgte å ta ustrukturerte observasjoner. Dette fordi en slik form for observasjon gir mulighet til å fokusere på det som utpeker seg som interessant i situasjonen, i motsetning til om en observerer med utgangspunkt i forhåndsdefinerte kategorier (Dalland et al., 2021). Vi vurderte å bruke mer strukturerte observasjoner, fordi vi var

usikre på, om vi med vårt kunnskapsgrunnlag ville fange opp det som ville være interessant for problemstillingen. Vi valgte derfor å gjøre testobservasjoner. Dagen før det første skolebesøket så vi flere filmer av DMIC-undervisningsøkter. Filmene var på om lag 10 minutter. Etter testobservasjonene var gjort diskuterte vi observasjonene. Vi valgte med bakgrunn i denne erfaringen beholde de ustrukturerte observasjonsskjemaene slik de var.

Observasjonsskjemaet bestod av to kolonner. Kolonnen til venstre inneholdt beskrivelser, altså det som skjer uten tolkninger. Kolonnen til høyre bestod av tolkninger, formeninger, spørsmål og tanker om det vi så (Tjora, 2018). Hensikten med en slik inndeling er å både ta hensyn til fordelene og ulempene ved tolkninger. Fordelen med tolkninger er at de hjelper oss til å forstå kompleksiteten i det vi observerer. Ulempen med tolkninger er at en må være åpen for at de kan endres ettersom ny informasjon kommer til syne (Postholm & Jacobsen, 2018).

Vi valgte å gjøre observasjonen ved hjelp av penn og papir. En utfordring knyttet til å gjøre observasjoner med penn og papir er at det er vanskelig å rekke å notere ned alt presist (Cresswell, 2013). På en annen side var notering med penn og papir en diskrete tilnærming, som ikke lagde støy i motsetning til eksempelvis en PC. Det kunne vært gunstig å gjøre videoopptak av klasseromsituasjonen. Bruk av video kan hjelpe forskeren til å se mer. I tillegg foreviges situasjonen, slik at en kan se på situasjonen flere ganger (Postholm & Jacobsen, 2018). Samtidig ville videoopptak vært vanskelig å gjennomføre når vi skulle inn mange klasserom på kort tid. Hensynet til etiske prinsipper og det praktiske rundt filming gjorde at skriftlige observasjons notater egnet seg best i denne studien.

For å ivareta studien kvalitative tilnærming, var det viktig for oss å få rike beskrivelser av fenomenet og konteksten. I sammenheng med å få så detaljerte beskrivelser som mulig var det nyttig å være to forskere, som observerte det samme fenomenet. På den måten kunne vi utfylle hverandres observasjoner i etterkant. Vi valgte også å gjøre et lydopptak etter hvert skolebesøk der vi beskrev inntrykk og situasjoner fra dagen. Dette gjorde vi for å fylle ut våre observasjoner ytterligere. I lydopptakene hadde vi en samtale

rundt observasjonene, inntrykk fra dagen og diskuterte hendelser. Disse lydopptakene fungerte som utfyllende observasjoner, der det skriftlige materialet tidvis kom til kort. Lydopptakene viste seg å bli svært nyttige for å bevare helhetsinntrykket av skolene og konteksten undervisningen stor i.

Underveis i datainnsamlingen inntok vi rollen: "observatør som deltager".

Dette innebar å observere fra avstand uten å direkte være involvert i klassen som ble observert (Creswell, 2013). Hensikten med en slik tilnærming var å få nærhet til å høre og se det som ble sagt og gjort, uten å forstyrre den naturlige interaksjonen mellom deltagerne i undervisningen mer enn nødvendig. I kvalitative studier kan det være hensiktsmessig over tid å gå fra å observere som utenforstående til å observere gjennom å være deltagere (Creswell, 2013). I denne studien var en slik tilnærming ikke aktuell, da vi hadde mange analyseenheter. Under observasjonen var det ønskelig å stå plassert slik at vi så ansiktet til både lærer og mentor. En slik plassering er gunstig når målet var å observere lærerens og mentor sine handlinger (Dalland et al., 2021). I praksis var dette noe utfordrende på grunn av klasserommets utforming og ønske om å gjøre lite ut av oss. Vi var imidlertid alltid tett på lærer, elever og mentor slik at vi kunne snu oss mot det som skjedde og høre det meste av det som ble sagt. Tegningen av klasserommets utforming i resultatdelen viser også hvor vi var plassert.

Underveis i observasjonene var vi alltid oppmerksom på observatøreffekten.

Observatøreffekten handler om at fenomenet en observerer kan endre seg når du som forsker trer inn i situasjonen (Dalland et al., 2021). Under observasjonene så vi at elevene var lite oppmerksomme på vår tilstedeværelse i klassen. De fulgte med på sitt og henvendte seg i liten grad til oss. Læreren var konsentrert med sitt arbeid og så ikke ut til å forstyrres av at vi var der. På bakgrunn av hvordan elevene og lærerne forholdt seg til oss i undervisningsøktene, tolket vi det som at observatøreffekten var lav. Vi vet også at lærere som deltar i DMIC-programmet, er vant til å ha eksterne folk som mentoren inn i sin undervisning.

3.5.2 Intervju

Vi gjennomførte et intervju med Sara som var til stede i alle undervisningsøktene vi observerte. Intervjuet ble gjort i etterkant av observasjonene. Gjennom å snakke med personen kan forskeren få innsikt en persons liv og livsoppfatning. Et kvalitativt forskningsintervju skiller seg fra samtale, da målet i et forskningsintervju er å utvikle kunnskap om et bestemt tema (Postholm & Jacobsen, 2018). Sammen produserer forskeren og informanten intervjukunnskapen (Dalland et al., 2021). "If you want to know people, understand their world and their lives, why not talk with them?" (Brinkmann, 2015, s. 1). Et intervju ga muligheten for utdypninger og Saras synspunkter som utfylte observasjonene våre. Dette gjorde det mulig for oss å skape et mer helhetlig inntrykk ved at vi fikk innblikk i Saras tanker og bakgrunn for det vi observerte bli gjort i klasserommet.

Et intervju kan utformes på flere ulike måter. Vi var på forhånd av intervjuet klar over noen temaer og observasjoner vi ønsket å få frem i intervjuet. Samtidig var det viktig for oss å være åpen hvis det var temaer eller situasjoner fra observasjonene som Sara ønsket å utdype. Vi valgte derfor et semi-strukturert intervju på bakgrunn av at målet vårt med intervjuet var bedre innsikt i hennes perspektiv (Postholm & Jacobsen, 2018). En slik struktur på intervjuet ga muligheten for å ta inn temaer og spørsmål der det falt naturlig. Temaene og spørsmålene vi utarbeidet på forhånd ble gjort med utgangspunkt i observasjonene våre. Underveis i intervjuet har forskeren mulighet til å analysere kunnskapen som produserer, og dette kan gjøre at nye spørsmål dukker opp underveis (Postholm & Jacobsen, 2018). Det var flere spørsmål og temaer som kom opp under intervjuet, både fra oss som forskere og Sara som informant.

Gjennomføring av intervjuet

Intervju gjennomføres vanligvis ansikt til ansikt, det er imidlertid mulig å gjøre det over nett (Postholm & Jacobsen, 2018). I vårt tilfelle lot ikke det seg gjøre ansikt til ansikt da Sara befant seg på New Zealand, og vi i Norge. Vi valgte derfor i dialog med Sara å gjøre det over en tjeneste som ga mulighet for lyd og bilde. I forkant av intervjuet gjennomførte vi en test av denne måten å gjøre intervju der vi satt på ulike fysiske

steder. Med tillatelse fra NSD og Sara ble det gjort lydopptak av intervjuet, og alt av utsyr ble testet i forkant (Dalland, 2012). Lydopptak gir forskeren muligheten til å være mer til stede i intervjuet, og notere kun hvis det er nødvendig underveis i intervjuet (Dalland, 2012). Intervjuet ble gjennomført på engelsk som er første språket til Sara og vårt andrespråk. Derfor var det viktig for oss å tenke over eventuelle språklige misforståelser i forkant av intervjuet. Samtidig opplevdes det som en stor fordel å ha vært på New Zealand i forkant og ha etablert en relasjon til informanten Sara. Vi hadde erfaring med å kommunisere med hverandre, og var trygge på å be om omformuleringer der språklige utfordringer oppsto.

I forkant av intervjuet diskuterte vi både fordeler og ulemper ved å være to forskere til stede under intervjuet. Christoffersen og Johannessen (2012) viser til at det kan være fordeler ved å være to fordi det gir muligheten til å senere diskutere tolkninger. Samtidig viser de til at informanten kan føle seg underlegen i møte med to forskere. Dalland (2012) mener det ikke er et større problem å være to forskere, om informanten er en fagperson og intervjuet ikke tar for seg personlige forhold. Med bakgrunn i dette avgjorde vi at begge var tilstedte under intervjuet. Vi opplevde også å ha en god relasjon med Sara etter observasjonene, og hun var informert om at vi begge ville være tilstedte.

Transkripsjon

Kort tid etter intervjuet var gjennomført ble det transkribert. I første omgang ble ord for ord skrevet ned, der ble alt skrevet ned ordrett (Christoffersen og Johannessen, 2012). Hvis informanten tok tenkepauser, ble dette notert inn i transkripsjonen. Vi ønsket ikke å risikere at deler av meningsinnholdet ble borte i en oversettelsesprosess. Derfor valgte vi å ikke oversette intervjuet. Dette var fordi vi opplevde at enkelte ord ikke lot seg oversette uten at noen av meningen ble endret. Det var viktig for oss at den opprinnelige meningen var intakt gjennom hele analyseprosessen. Vi ville også gi leseren muligheten til å selv se sitatene på originalspråket.

3.6 Analyse

Vi har valgt å ta utgangspunktet i en kollektiv kvalitativ analyse slik (Eggebø, 2020) beskriver den. I en kollektiv kvalitativ analyse er samtalen og diskusjonen mellom forskerne helt sentral for studiens kvalitet (Eggebø, 2020). Vi opplevde at det kollektive arbeidet styrket analysearbeidet, fordi medforsker ville be om oppklaring og begrunnelse for de tolkningene og valgene som ble gjort. Den kollektive kvalitative analysen er nært beslektet med en refleksiv tematisk analyse (Braun & Clarke, 2006), som derfor også har lagt grunnlaget for analysen. En kombinasjon av disse analysemetodene ble valgt fordi de anses for å være fleksible og egnet for nye forskere i feltet (Braun & Clarke, 2006). Det var ønskelig med en fleksibel metode, fordi en hensiktsmessig behandling av datamaterialet ikke ville falle under standardiserte metoder. En kollektiv kvalitativ analyse deles inn i fire steg. De første to stegene er betegnes som en kartleggingsfase, mens de to siste betegnes som en analyse (Eggebø, 2020). Vi vil beskrive de fire stegene for seg under. Vi vil bemerke at vår metode avviker noe fra måten (Braun & Clarke, 2006; Eggebø, 2020), beskriver analysen. Denne studien har anvendt fleksibiliteten metoden tillater og gjort noen egne vurderinger i fremgangsmåten utfra datamaterialet og problemstillingen. Beskrivelsen under gjelder kategoriseringen og analysen av observasjonsnotatene, lydopptakene og intervjuet. Modellen under viser hvordan vi analyserte en observasjon fra råmaterialet til analysert materialet.

Ren observasjon fra observatør 1	Beskrivende setning	Tema	Temagrupping	Diskusjon
"Når vi kommer inn snakker læreren om hvordan vi skal arbeide i grupper"	Helklassesamtale om gruppearbeid: Working as a team	Normer	Perspektiver på klasseromskultur	Klasseromskultur diskuteres opp mot utvalgt teori

Figur 3: Eksempel på analyse

Felles gjennomgang av datamaterialet

Vi begynte med en felles gjennomgang av datamaterialet i to omganger. Først så vi over materialet individuelt for å danne en oversikt og inntrykk av materialet. Deretter diskuterte vi helheten sammen. Som et resultat av oversiktsarbeidet valgte vi å utelukke en undervisnings økt fra videre analyse. Dette valget gjordet vi fordi elevene ikke fikk

muligheten til å løse et problem i løpet av økta. Denne undervisningsøkten anså vi dermed som lite egnet til å besvare vår problemstilling, da vi ønsket å undersøke lærerens arbeid for å bygge forståelse av matematiske problemer.

Diskusjonen resulterte i et felles helhetsinntrykk av hver undervisningsøkt. Det gjorde vi for å kunne sette resultatet av analysearbeidet opp mot helhetsinntrykket på et senere tidspunkt. På denne måten unngikk vi at meningsinnholdet forsvant gjennom sortering, tolkninger og avgrensninger. Da helhetsinntrykket var skrevet, gikk vi individuelt tilbake i datamaterialet igjen for å renskrive og forkorte materialet. Vi ble enige om å skrive observasjonene i setninger, uten å fjerne meningsinnholdet i råmaterialet. Dette gjorde vi for å bevare så mye som mulig av det originale materialet, men samtidig gjøre det leselig for hverandre. Vi valgte kun å inkludere observasjonene frem til elevene begynte arbeidet med problemet. Avgrensningen ble satt her fordi vi hovedsakelig ønsket å se på elevenes inngang til problemløsningsoppgaver og ikke hvordan de løste oppgaven eller oppsummerte timen. Etter det individuelle arbeidet møttes vi igjen for å lage en sammenstilling av observasjonene våre. Dette gjorde vi ved å lage 10-15 beskrivende setninger med innholdet i hver undervisningsøkt. I denne prosessen valgte vi å utelukke handlinger som pekte på ros eller irrettesetting av elever, da dette ble bedre bevart i helhetsinntrykket. Det samme gjorde vi for de observasjoner vi hadde av elevadferd.

Temakartlegging

I denne fasen dannet vi temaer utfra setningene knyttet til hver undervisning. Dette arbeidet resulterte i en rekke temaer. Hvert tema innholdt de temasetningene som vi anså som sammenfallende. Dette kunne eksempelvis være å samle setningene som omhandlet tilfeller hvor læreren på ulike måter spurte elevene om å dele egne erfaringer.

Temagrupping

Vårt neste steg i analyseprosessen var å se på hvordan disse grupperingene kunne ses i sammenheng med hverandre. Hensikten med dette arbeidet var å abstrahere materialet noe, slik at det lettere kunne settes i sammenheng med gjeldende teori. I denne prosessen var det kollektive arbeidet av særlig betydning fordi vi kunne drøfte tanker og

ideer høyt og få respons. I tillegg var den teoretiske plattformen større da vi var to hoder.

Arbeidet med å danne hovedtemaer resulterte i temaet: klasseromskulturen, elevdeltagelse, samhandling, lærerens arbeid for å bygge forståelse og endringsprosessen. Utarbeidelsen av temaene og temagrupperingene var ikke et kronologisk arbeid, men derimot et arbeid hvor vi beveget oss frem og tilbake mellom helhetsinntrykket, de beskrivende setningene og kjennskap til teori. En slik strategi anså vi som nødvendig for å sitte igjen med en analyse som bevarte meningen i datasettet, samtidig som den kunne svare på problemstillingen (Braun & Clarke, 2006). Eksempelvis måtte vi legge til temaet rammefaktorer ettersom vi så at det første sorteringsarbeidet ikke stemte overens med helhetsinntrykket. I det tilfellet hadde vi sortert ut rammefaktorene og plassert disse i eget skjema, før vi begynte å se etter temaer. Rammefaktorene ble dermed borte for oss i sorteringen, slik at vi måtte trekke det inn igjen. I kartleggingen av temaer fikk vi også temaet: samarbeid mellom lærer og koordinator. Dette valgte vi i midlertidig å unnlate i resultatene fordi temaet ikke kunne hjelpe oss med å svare på problemstillingen. Disse funnene ble derfor heller trukket inn i casebeskrivelsen, da det fremdeles kunne nyttes til å orientere leseren om casen. Det er viktig å nevne at vi ikke var opptatt av å telle antall temaer i analysearbeidet. Fordi denne studien er av kvalitativ art, ivaretok vi spesialtilfeller, dersom de kunne belyse problemstillingen ytterligere. Hovedfokuset i denne studien er midlertidig å gi et sammenfattet bilde av de større fellestrekkene mellom lærerne. Dette innebærer at mindre detaljer fra den enkelte lærer faller ut av analysen, med unntak av det som fremkom som særlig interessant.

Disposisjon og arbeidsplan

Etter vi hadde lagt temagrupperingene gikk vi tilbake til skriveprosessen. Vi fordelte ulike temagrupperinger og begynte å diskutere temagrupperingene opp mot teori. Skrivningen foregikk stort sett individuelt, men vi byttet ofte temagrupperinger for å holde oss orientert på hverandres arbeid og fylle ut der vi så at noe manglet.

3.7 **Forskning teoretisk ståsted**

Det forskningsteoretiske perspektivet bak denne studien har betydning for de analyser og slutninger vi trekker ut fra datamaterialet. Forskeren med sin subjektivitet er det viktigste verktøyet for å samle inn data i en slik undersøkelse (Creswell & Creswell, 2018). Denne studien bygger på sosialkonstruktivistisk og post- modernistisk syn på kunnskap. Et sosialkonstruktivistisk perspektiv innebærer for det første at mening blir konstruert i interaksjon med andre. For det andre at vi anerkjenner hvordan bakgrunn, kunnskap og erfaring farger våre analyser i studien. For det tredje at funnene kan endres over tid, ettersom tiden går og nye data og analyser kommer frem (Creswell & Creswell, 2018). Et post-modernistisk perspektiv innebærer en antagelse om at kunnskap må produseres i lys av dagens verdensbilde for å regnes som sann kunnskap (Creswell, 2013). Dagens verdensbilde bærer preg av multikulturelle sammensetninger, hvor ulike folk med forskjellig etnisitet og sosial klasse lever om hverandre. Kunnskapen som produseres bør være gjeldende eller «sann» uavhengig av etnisk eller sosial bakgrunn (Creswell, 2013). Et slikt perspektiv er nyttig i denne studien fordi kunnskapen vi opparbeider basert på data fra New Zealand også bør være overførbart til en norsk kontekst. I tillegg vet vi at DMIC-programmet har et fokus på å bygge en kulturelt inkluderende praksis (CERME, 2022).

3.7.1 **Egen forforståelse**

I kvalitative undersøkelser vil forskerens forforståelse og bakgrunn styre hvilke valg som gjøres underveis i studien og hvordan datamaterialet forstås og tolkes (Postholm & Jacobsen, 2018; Dalland et al., 2021; Dalland, 2012; Creswell, 2013). Den grunnleggende antagelsen er at ulike personer vil kunne forstå et og samme fenomen på ulike måter avhengig av subjektets forforståelse og bakgrunn. Dette er ikke nødvendigvis en svakhet for studien, men en faktor å være bevisst. Slik Creswell (2013) beskriver, er forskeren med sin subjektivitet fortsatt det viktigste verktøyet for å samle inn data i kvalitative studier (Creswell & Creswell, 2018). Uansett vil vi redegjøre for egen forforståelse, for å vise med hvilket grunnlag vi forstår og tolker datamaterialet. Det er mye forskjellig som kan påvirke vår persepsjon underveis i studien og vi kunne umulig vite om eller

redegjøre for alt. Vi vil vektlegge vårt faglige ståsted. De siste 4 årene har vi studert for å bli lærere på mellom trinnet og ungdomsskolen i Norge. I forkant av masterstudiet har vi begge 60 studiepoeng i matematikk, som tilsvarer en dypere tilnærming til fagfeltet enn hva som er minstekravet kravet til undervisning på mellomtrinnet. Gjennom både jobb som vikar og praksis i skolen, har vi fått noe innblikk i hvilket syn på matematikk som er dominerende og hvordan undervisningen i matematikk arter seg ute i skolen.

I vårt perspektiv er det stor dissonans mellom det vi lærer i matematikdidaktikken på studie og det vi har observert i skolen. Gjennom å studere DMIC- programmet håper vi på å kunne ta med oss et nytt perspektiv på læring og undervisning i matematikk tilbake til Norge. Gjennom å studere programmet via DMIC sine nettsider, så vi for oss å observere en praksis bygd på kunnskapsbasert forskning om matematikk og undervisning. Vi så for oss å se "våkne", mottakelige elever som engasjerte seg i faglige utfordringer. På en annen side ga nettsidene til prosjektet ett inntrykk av en «veldig god praksis», noe vi var litt skeptiske til. Det vi leste, og de filmene vi så trengte ikke å representere virkeligheten. Inngangen til datainnsamlingen var derfor preget av en relativt nøytral forforståelse, likevel erkjenner vi at vi hadde forhåpninger om å observere instruksjon rettet mot elevens møte med matematiske problemer. Denne håpefulle forventningen til datainnsamlingen kommer også tilsynet i problemstillingen som er noe positivt ladd, da den fokuserer på de sidene ved observasjonene som syntes å styrke elevens forståelse av problemet.

3.8 Studiens kvalitet

3.8.1 Gyldighet

Gyldighet dreier seg om å hvor godt datamaterialet måler det fenomenet vi ønsker å undersøke (Christoffersen & Johannesen, 2018). I problemstillingen for denne oppgaven er det lærerhandlinger som skal studeres. Lærerhandlinger er hensiktsmessig å studere gjennom observasjon. Observasjoner vil gi oss et bilde, tilnærmet virkeligheten, uten tolkninger av læreren selv eller en tredjepart. Vi har videre gjort en rekke praktiske tiltak for å styrke gyldigheten i studien. Creswell & Creswell lister opp en rekke strategier som vil kunne styrke studiens gyldighet (Creswell & Creswell, 2018). I

denne studien har vi brukt flere av disse strategiene; deriblant medlemsskjekk, rike beskrivelser, utdypning av egen forforståelse og gruppedebrifing. Etter intervjuet brukte vi en medlemsskjekk for å sikre at vi ikke hadde gjort tolkninger av intervjuet som informanten ikke kunne kjenne seg igjen i. Til informanten sendte vi derfor et dokument, med oversikt over det vi hadde trukket ut av intervjuet. I presentasjonen av datamaterialet har vi forsøkt å gi rike beskrivelser av datainnsamlingen. På denne måten gis leseren et vindu inn i casen og en mulighet til å selv vurdere gyldigheten i våre tolkninger. I analysekapitlet har vi utredet for egen forforståelse av programmet, slik at leser også er klar over hvilke briller vi hadde på oss inn i observasjonene. Til sist brukte vi våre medstudenter og veileder til flere større og mindre gruppedebrifing. Dette innebar diskusjon og samtale med andre, som kunne stille spørsmål til arbeidet vårt.

Gyldighet dreier seg videre om studiens overførbarhet til andre kontekster (Postholm & Jacobsen, 2018). Overførbarheten vil avhenge av om andre lærere kan relatere til casen. Funnene fra denne ene casen vil ikke kunne si noe sikkert om alle praksiser. Likevel kan funn i en denne casestudie gi mening til lignende caser (Bukve, 2021). I sammenheng med denne studien er lignende caser; andre lærere som ønsker å endre egen praksis til å innebære mer problemløsningsaktiviteter i matematikk. I slutten av diskusjonen vil vi gjøre noen refleksjoner knyttet til studiens overførbarhet til en norsk kontekst.

3.8.2 Pålitelighet

Pålitelighet handler om resultatenes troverdighet og holdbarhet, og derfor om resultatene kan reproduseres. Mulighetene for reproduksjoner kan i midlertidig være utfordrende i kvalitative studier, fordi møte mellom forskere, forskningsfeltet og deltakere vil kunne endre seg i en annen situasjon (Postholm og Jacobsen, 2018). Videre kan pålitelighet måles i hvordan forskeren reflekterer over sin egen påvirkning og gjennomsiktighet, slik at andre kan vurdere og reflekterer over forskningsprosessen (Postholm & Jackobsen 2018). I dette arbeidet har utarbeidelsen av metodekapittelet vært helt sentralt for å vise gjennomsiktighet. I dette kapitlet forsøker vi i størst mulig grad å legge frem fremgangsmåten, slik at leseres kan følge prosessen.

I arbeidet med utvalget ser vi at det var viktig å vise gjennomsiktighet i måten vi fikk tilgang på feltet. Utfordringen med tilgang til informanter, gjør at mange forskere må velge arenaer i feltet som en er eller har vært en del av tidligere. I disse tilfellene har forskeren en posisjon i feltet fra før. En utfordring som kan oppstå, er at forskeren kan ha vansker med å presentere datamaterialet autentisk (Creswell, 2013). Dersom datamaterialet eksempelvis viser til at læreren har utfordringer knyttet til klasseledelse, vil dette kunne være ubehagelig for en forsker å legge det frem. Spesielt dersom en fremdeles ønsker å opprettholde sin posisjon i feltet. I denne studien er dette en mindre utfordring, fordi vi ikke har en posisjon i feltet. På en annen side kan vårt sterke ønske om å opprettholde gode relasjoner til viktige kontakter, gjøre at vi oppvurderer observasjonene våre eller i mindre grad uttrykker våre behov under innsamlingen.

3.9 Forskningsetiske hensyn

Nerdrum (1998) i Christoffersen og Johannesen (2014) viser til tre forskningsetiske hensyn som forskeren må forholde seg til. Det første er informantenes rett til selvbestemmelse og autonomi. Informasjon om studien ble gitt ut i god tid før datainnsamlingen, slik at deltakerne kunne ta en avgjørelse om sin deltakelse. Informasjonen til deltagerne var skrevet av oss, men formidlet via sentrale kontaktpersoner. I forkant av innsamlingen forsikret vi oss om at deltagerne var blitt tilstrekkelig informert, slik at deltakernes selvbestemmelse var ivaretatt. I følge Thagaard (2018) er hvordan forskeren presenterer seg for informantene avgjørende for tilgangen en får til feltet. Vi var derfor nøye med å være tydelige, for å unngå misforståelser. Samtidig var det viktig for oss å fremstå ydmyk i møte med informant og skoler. Dette gjorde vi gjennom å være gode lyttere og vise respekt for deres arbeid.

Den neste er informantenes rett til privatliv. I denne studien har vi kun innhentet personopplysninger i forbindelse med intervjuet. All innhenting av personopplysninger er gjort i henhold til NSD sine retningslinjer. Prosjektet er NSD godkjent, og godkjenningen ligger som et vedlegg. Vi vill ivareta informantens anonymitet gjennom å endre navnet og anonymisere kjønnet. Personopplysningene er ivaretatt i en

koblingsnøkkel som vil bli slettet etter oppgaven er levert. Intervjuet ble gjort med lydopptak, lydopptaket ble transkribert og deretter slettet innen tre uker.

Den siste typen er forskerens ansvar for å unngå skade. Vi var bevisste på at vi kommer utenfra og inn i en ny kultur. For å forsøke å unngå misforståelser som kunne være til skade for informantene, satt vi oss godt inn i kulturen, skolesystem og diskuterte med vår koordinator.

Ifølge NESH sine retningslinjer har alle samarbeidsparter i et forskningsprosjekt ansvar for at forskningen foregår på en etisk riktig måte (NESH, 2021). Vi har derfor satt oss inn i de etiske retningslinjene som gjelder for Norge og New Zealand for å være bevisste på begge. Det er imidlertid ikke store forskjeller på de etiske hensynene. Fire etiske nøkkelprinsipper fra universitetet i Auckland (2020) legges til grunn for de etiske betraktningene i denne studien. Begrepene er skrevet i Maori språket.

1. Whakapapa: Handler om at forholdet mellom forsker og forskningsdeltager skal bygge på tillitt, respekt og integritet.
2. Mana: Handler om forskningsdeltagernes rettighet til å avgjøre sin egen skjebne. Det betyr at en gjennom å produsere kunnskap skal fordele eventuell risiko, fordeler og utfall av studien mellom forskningsdeltager og forsker.
3. Tika: handler om studiens design. Forskeren må reflektere over om metoden, valg av spørsmål og annen interaksjon tjener formålet. En må også tenke gjennom hvordan forskningen kommer til nytte for deltagerne og samfunn. Tika innebærer eksplisitt respektfull interaksjon med Maori folket.
4. Manaakitanga: Handler om å bry seg om andre. Respekt, kjærlighet, deling og inkludering er essensielt for å skape *mana* hos alle parter. I tillegg bør forskeren gi tilbake til deltagerne gjennom å eksempelvis dele ideer.

(Auckland, 2020)

Vår ivaretagelse av de forskningsetiske hensynene til Nerdrum (1998), sammen med tiltakene knyttet til pålitelighet og gyldighet ivaretar studien i vårt syn universitetet i Auckland sine fire nøkkelprinsipper til forskning.

4 Resultater

I dette kapitlet vil vi legge frem resultater fra observasjonene og intervjuet som belyser vår problemstilling. Observasjonene har vi valgt å presentere i rike sammenfattende beskrivelser med enkelte eksempler fra råmaterialet. Intervjuet vil presenteres i form av gjengivelser og utdrag fra intervjuet. Videre har vi valgt å flette tolkningene inn sammen med observasjon og intervju, da dette passet godt med datamaterialet. Sammen utgjør observasjonene og intervjuet et vindu inn i casestudien. Vi har valgt å presentere studiens resultater i tre hovedkategorier. Disse kategoriene skiller seg fra de analyserte hovedtemaene, som vi vil diskutere seinere. Vi anså det som mer oversiktlig for lesere å få resultatene presentert i form av en sortering av temaene. Før vi presenterer resultatene vil vi gi en beskrivelse av hver hovedkategori, med en begrunnelse av hvorfor kategorien er viktig for å besvare problemstillingen.

1 Rammefaktorer	2 Lanseringen	3 Normer
Skolens fysiske utforming	Elevens møte med problemet	Ansvar i gruppearbeid
Gruppearbeid	Gjennomgang av problemet	Klasseromsdialogen
Problemløsningsoppgaven	Engasjere	Sosiomatematiske normer
	Materiell	
	Samtaletrekk	
	Utfordringer i lanseringen	

Tabell 3: Oversikt over resultater

1) Rammefaktorer

Hovedkategorien rammefaktorer innebærer de observasjoner knyttet til omkringliggende forhold som påvirker elevenes læring. I denne studien innebærer dette skolens fysiske utforming, lærertetthet, gruppesammensetning og størrelsen på gruppene, elevenes alderstrinn og problemløsningsoppgaven. Hovedkategorien rammefaktorer er viktig for at elevene skal forstå innholdet i problemet. Dette fordi læring ikke kan ses på som en isolert aktivitet. Bak hver undervisningsøkt ligger en

rekke rammefaktorer, som legger føringer for hvilke muligheter læreren har til å forme egen undervisning (Imsen, 2020). I denne studien presenterer vi kun de rammefaktorene som var mulig å observere og som var i umiddelbar nærhet til undervisningen. Faktorer som lærerens kunnskap eller skolens organisering var ikke et fokus under datainnsamlingen.

2) Lanseringen

Store deler av studiens resultater befinner seg innenfor det Sara betegner som “the launch”, heretter betegnet som; lanseringen av problemet. Sara beskriver lanseringen av problemet som å “pakke ut” problemet. Slik vi forstår det innebærer dette å analysere, dele opp og sette problemet sammen igjen på en meningsfull måte. Sara forteller oss at en lansering inkluderer en samtale om normer og problemet. Den bør ikke overstige 10-15 minutter. Hun forteller videre at et større problem forutsetter en lengre lansering, fordi det innebærer mer “utpakking” av problemet. I våre observasjoner ser vi at lanseringen av problemet gjennomsnittlig ligger på 12-13 minutter, hvilket er innenfor anbefalingene til mentor Sara.

3) Normer

Da alle undervisningsøktene vi har observert foregår i gruppe eller helklasse, anser vi normene som ligger til grunn for samhandling som en viktig faktor for elevenes møte med problemet, da dette foregår i gruppe eller helklasse. I denne sammenhengen definerer vi normer; som de uskrevne regler som ligger til grunn for et fungerende samarbeid. Dette innebærer både de sosiale normene og de sosiomatematiske normene som er styrende for klasseromskulturen (Yackel og Cobb, 1996).

4.1 Helhetsinntrykket

Etter hvert skolebesøk tok vi et lydopptak hvor vi pratet om observasjonene fra dagen. I analysen brukte vi disse lydopptakene sammen med observasjonene for å lage ett helhetsinntrykk. I arbeidet med å trekke ut fellestrekk for alle klassene ble en del av helhetsinntrykket borte. Vi ønsket derfor å presentere litt av helhetsinntrykket som ikke kommer frem i fellestrekken.

I et flertall av klassene ga lærerne tilbakemeldinger på ønsket adferd fremfor å kritisere uønsket adferd. Ord som amazing og clever ble da brukt. Det var elever som vandret eller ikke fulgte med og derfor ikke var en del av undervisningen. Disse fikk sjeldent oppmerksomhet. Læreren var fokusert mot de elevene som var en del av sirkelen der undervisningen foregikk.

Gjennom observasjonen så vi at undervisningsøktene hadde en del fellestrekk og faste momenter. Likevel var det ikke nødvendigvis slik at alle undervisningsøktene fungerte like godt. Dette kom til syne gjennom at en del elever i enkelte timer ikke var «kobla på». Slik vi ser det handler det om at måten læreren gjennomførte opplegget, var like viktig som innholdet i opplegget.

4.1.1 Skolens fysiske utforming

Den følgende beskrivelsen er en sammenfatning av fellestrekkene knyttet til klasserommets utforming og utsyr. Beskrivelsen bygger på observasjoner fra klasserommet og bilder.

Veien fra lærerværelset til klasserommet innebar en tur ut i skolegården, hvor sommeren kjentes på kroppen, med om lag 25 grader og sol. Vi gikk over skolegården som var rammet inn av skolebyggene. Som regel entret vi klasserommet rett fra skolegården. Dørene ut mot skolegården og mellom klasserommene var ofte åpne. Dette ga frisk luft og lyd inn i klasserommet. Det var gulvteppe på alle gulv og veggene var kledd inn med et teppelignende stoff. Veggene var dekorert med læringsplakater og elevarbeid. Vi opplevde at utformingen av skolegården ga en trygg og lun arena for lek og læring. Klasserommene som hadde åpne løsninger ut og mellom klasserom, ga frisk luft og godt med lys inn i klasserommet, hvilket syntes å legge til rette for et godt innemiljø. De åpne løsningene gjorde at det kom en del lyd fra ulike hold, men det opplevdes sjeldent som støy. Teppene på gulvet og det teppelignende stoffet på veggen bidro trolig til støydemping. Det faktum at det var sommer, fint vær og høye temperaturer hadde naturlig også innvirkning på muligheten for en åpen løsning ut mot utearealene.



Bilde 1: Bilde av klasserom (Hentet fra datatinnnsamling)

Bilde 2: Bilde av klasserom (Hentet fra datatinnnsamling)

Klasserommene hadde en rekke læringsressurser. Rommene var utstyrt med en stor whiteboard, størrelsen på disse var om lag 4x2 meter. Hvert klasserom hadde en stor flyttbar tv-skjerm og en liten flyttbar whiteboard, heretter kalt den lille tavlen. Langs veggene var det hyller og kasser med mye innhold, det var både leker og læringsmateriell. Pultene til elevene var organisert i grupper. Det var bord med plass til 4-7 elever plassert usymmetrisk i klasserommet. Bordene ble i midlertidig ikke brukt i DMIC-undervisningen. Alle elevene som var med på aktiviteten satt på gulvet midt i klasserommet sammen med læreren. Læreren satt på en stol, mens elevene satt i en halvsirkel rundt læreren. De satt i denne formasjonen gjennom hele undervisningsøkten.

Klasserommets utforming og fysiske materiell stod i kontrast til vår referanseramme fra norske klasserom. Etter vårt syn var det mye læringsressurser i klasserommet. I undervisningsøktene vi observerte ble materialet lite brukt, og var derfor ikke av betydning for elevenes læring i disse øktene. Det eneste elevene brukte var den lille tavlen, enkelte konkreter og gulvteppe.

4.1.2 Arbeid i grupper

Felles for alle undervisningsøktene var at klassen ble delt i to grupper, unntaket var en klasse der det var 12 elever tilstedte på skolen. Alle ble da med på aktiviteten. Etter inndelingen arbeidet én del av klassen selvstendig og én del deltok i DMIC-

undervisningen, sammen med en lærer og mentor. Vi observerte at delen av klassen som arbeidet selvstendig, hadde lite eller ingen innblanding fra lærere. De tiltrakk seg generelt lite oppmerksomhet. Denne gruppa var ikke vårt fokus under observasjonene. Gjennomsnittlig var det mellom 13 og 14 elever som deltok i DMIC-undervisningen. Det var to klasser som skilte seg ut, der en hadde 8 elever og en 18 elever med på DMIC-undervisningen. I vår oppfatning var det en forskjell på DMIC-undervisningen når elevantallet endret seg. Vi tolket det derfor som et godt grep å dele opp klassen. Resultatene som videre presenteres vil være lærerens arbeid som var rettet mot elevene som deltok i DMIC-undervisningen. Vi anser den delen av klassen som var sammen med læreren som en helklasse i resten av undervisningsøktene. Dette fordi de resterende elevene jobbet selvstendig og uavhengig av DMIC-undervisningen. Elevene ble delt inn i grupper tidlig i undervisningsøkten, inndelingen ble styrt av læreren. Dette ble i de fleste tilfellene gjort ved at læreren pekte ut elever til gruppene. Vi opplevde at dette gikk svært raskt og elevene gikk til gruppen sin uten protester - unntak av to klasser. I disse klassene måtte læreren gjenta hvilke grupper elevene skulle deles i flere ganger, og det var små kommentarer fra elevene. I intervjuet spør vi Sara om hun har noen tanker om gruppeinndeling.

Eksempel 1

Sara: "We would say don't fix a group for a term, because students will kind of put themselves in some sort of picking order. And status will come into play. They will rely on one student, maybe two to do that thing or they will put themselves in some kind of order (...)"

Vi tolker dette som at elevene ikke bør være i de samme gruppene over lengre perioder, da dette kan føre til at elevene setter hverandre i ulike roller. Det gjør også at enkelte elever kan trekke seg unna, og legge ansvaret for arbeidet på en eller to i gruppen. Vi tolker det derfor som at elevens tanker om seg selv i gruppearbeidet kan påvirke deres deltakelse.

I undervisningsøktene observerte vi ulike gruppestørrelser. Felles for 1-3. trinn var at elevene jobbet i par, på 4-6. trinn arbeidet elevene i grupper på 3-4 elever i de klasserommene vi observerte. I intervjuet med Sara sier hun at den ideelle gruppestørrelsen i småskolen er å jobbe i par. Dette begrunner hun med at elevene må lære seg å jobbe sammen og dette er lettere for elevene når de jobber i små grupper. Hun forklarer at om gruppen blir for stor, vil noen elever falle fra. Sara forklarer at fra mellomtrinnet er grupper på fire bra, fordi det gir muligheten til at elevene kan bruke hverandres styrker i møte med problemet. Vi tolker det som at det er et mål at elevene skal jobbe i grupper på fire, men elevene må lære seg samarbeid i par før dette kan gjøres. Videre ser det ut til at gruppestørrelsen ikke er låst til klassetrinn, da elevenes samarbeidsevner legges til grunn for gruppestørrelsen. Videre i intervjuet forklarer Sara mer om inndeling basert på elevenes styrker.

Eksempel 2

Sara: "So we are thinking about those mathematical practices. You might have one that's really good at representing, and another one might be good at explaining. You can actually have them put together to support each other. And if you have one that might be not as good as at explaining, you could put them with someone who is really good at representing and they can help them share their ideas."

Vi tolker dette som at læreren bør fokusere på hvordan elevene kan styrke hverandre når de deles inn i grupper. Slik vi forstå dette handler inndelingen ikke om matematisk nivå, men på hvilke styrker elevene har som kan bidra inn i gruppen. Slike styrker kan for eksempel være å være god på forklaring, representere, stille spørsmål og ikke algoritmer eller matematiske regler. Saras begrunnelse for hvorfor fire elever sammen er en god gruppestørrelse indikerer at elevens styrker inn i gruppearbeidet er en avgjørende faktor for gruppe sammensetningen. Vi ser at våre observasjoner av gruppestørrelse på de ulike klassetrinnene stemmer godt overens med Saras begrunnelse gruppestørrelsen. Da vi ikke intervjuet lærerne var det vanskelig for oss å si noe om lærerne følger DMIC-programmets anbefalinger om å bruke elevens styrker som bakgrunn for inndelingen.

I de undervisningsøktene vi observerte så vi ingen tilfeller der elevene arbeidet individuelt. Aktiviteten vi observerte var organisert i grupper og i helklasse, og elevene møtte derfor problemet kollektivt. Vi valgte derfor å ta dette opp i intervjuet. Vi spurte Sara om elevene også lærer å møte problemer individuelt. Sara forklarer at elevene arbeider individuelt i det selvstendige arbeidet som foregår parallelt med DMIC-undervisningen. Samtidig fremhever hun verdien av å jobbe sammen. Av svaret til Sara virket det som vår intensjon med spørsmålet ikke ble forstått. Intensjonen i spørsmålet var å undersøke om elevene også ble gode til å løse problemer på egenhånd, med tanke på at de alltid jobbet i grupper. Vi tolker det som at Sara var opptatt av den kollektive problemløsningen og derfor ikke vekta individuell problemløsning i like stor grad. Det var tydelig i hele intervjuet at Sara jevnt over hadde stor tro på kollektivt arbeid, enten det var i matematikken eller i livet.

4.1.3 Problemløsningsoppgaven

I observasjonene noterte vi ned problemene elevene skulle arbeide med. Felles for alle klassene vi observerte var at elevene jobbet med en oppgave per undervisnings økt. Vi vil presentere et par av problemene, for å gi leseren en forståelse av utgangspunktet for undervisningen. Det første problemet er hentet fra 1. trinn. Det andre problemet er hentet fra 5-6 trinn.

Eksempel 3

Oppgave 1 fra 1. trinn

Choose a number between 11-19 and represent this in as many ways as you can using the ten frames. Record the number sentences that match.

Oppgave 2 fra 5. - 6. trinn

Leah's family have been fundraising to go to a family celebration in Rarotonga. Last weekend they had a fundraising event at the market. Now they have raised \$5432 altogether. Before the weekend they had \$3789. How much money did the weekend event raise?

Mentor Sara forteller oss at oppgavene er designet av DMIC-programmet for å være oppgaver med lav inngangsterskel og stor takhøyde. Hun utdyper dette med å si at alle elever skal kunne gå inn i problemet, men at utgangen vil kunne være ulik. Dette tolker vi som at oppgavene er designet for å inkludere elever på tvers av ferdighetsnivå. Det kan tyde på at slike oppgaver legger til rette for stor deltagelse, slik at alle kan oppleve en form for mestring. For å vise hvordan oppgavene inkluderer elever på tvers av nivå, vil vi tolke ett av problemene som ble brukt i undervisning. Oppgave en ble starter med at elevene må velge et tall imellom 11 og 19, deretter kan oppgaven utvides med at elevene skal dele opp tallet på ulike måter.

Vi observerte at elevene i første omgang fylte en 10er ramme, før de la inn resterende verdi i den neste 10er rammen. Et eksempel på dette var en gruppe som valgte tallet 15. Den ene rammen var fylt med 10 og den andre med 5. Videre så vi at enkelte grupper begynte å avansere. Dette gjorde de ved å dele opp tallet på ulike måter. Altså la oppgaven til rette for løsningsmetoder av ulik vanskelighetsgrad og med flere legitime løsninger. Slik sett anser vi det som at oppgaven faller inn det Sara beskriver som oppgaver med lav inngang og høy terskel.

Den andre oppgaven er en tekst oppgave, den er representativ for de oppgavene som ble brukt i undervisningene vi observerte da 60% av oppgavene vi observerte var presentert på denne formen. Fellestrekket for disse oppgavene, var historie satt i en kontekst elevene var kjent med. For at elevene skulle løse oppgaven, var de avhengig av å dekode historien og informasjonen som ble gitt i oppgaven, deretter tolke hvilken regneart de skulle bruke. Videre vil vi gi en tolkning av oppgave 2 med utgangspunkt i teorigrunnet i studien. Vi forstår oppgave to som en oppgave der elevene kan sette opp subtraksjonstykket $5432 \text{ dollar} - 3787 \text{ dollar}$. En kan anta at subtraksjon på 5.-6. trinn er en kjent *matematisk operasjon* som elevene allerede har arbeidet med, til tross for at det er større tall. Vi anser derfor ikke dette som en matematisk problemløsende oppgave for den aktuelle elevgruppen, slik den står på papiret. På en annen side er oppgaven formulert slik at elevene må se sammenhengen mellom at mengden penger øker til 5432 dollar, og at de må finne differansen. For elever som fremdeles arbeider med en forståelse av subtraksjonsalgoritmen kan det være utfordrende å se sammenhengen mellom at familien får noe, men de kan finne løsningen

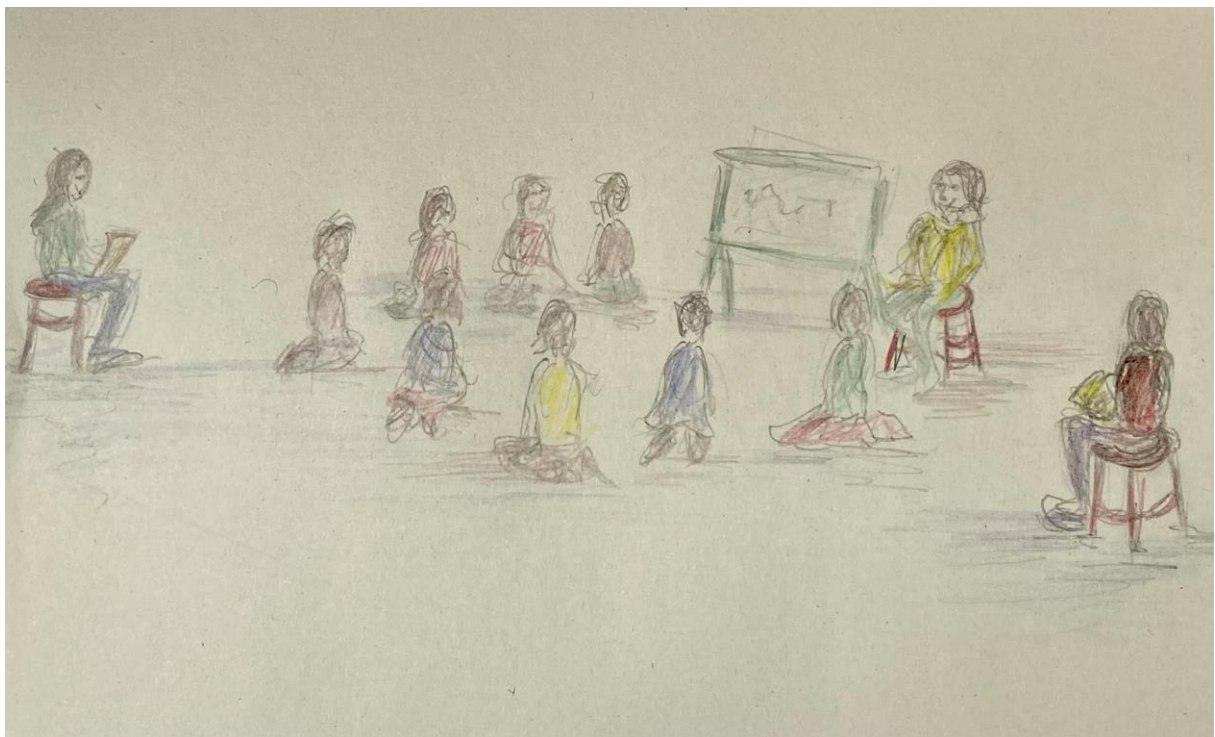
gjennom å trekke fra. At elevene må se denne sammenhengen og at tallene er større kan medføre at oppgaven er vanskelig for elevene, likevel gjør den kjente regneoperasjonen at elevene ikke nødvendigvis står i en situasjon der de må skape ny mening. Spørsmålet om oppgavene er et problem er sammenfallende med spørsmålet om hva elevene kan allerede (Schoenfeldt, 1992). Om vi legger til grunn at elevene kjenner til subtraksjonsalgoritmen, er ikke oppgaven problemløsende. Hierbert et al. (1997) viser imidlertid til at en rutineoppgave kan behandles som et problem i en bestemt type klasseromskultur. Mason (2016) underbygger også dette ved å utdype hvordan samspillet mellom setting, situasjonen, forutsetningen og deltagerne avgjør i hvilken grad et problem er problematisk.

Læreren oppfordret elevene til at det var mulig å løse oppgavene på flere måter. I våre observasjoner var det lite spørsmål fra elevene når de arbeidet med oppgaver, spørsmål som ble stilt omhandlet hvordan de kunne arbeide videre med oppgaven. Et eksempel på et slikt spørsmål som ble stilt var "can we try to solve it in a different way?". Elevene lurte på om de kunne løse oppgaven på flere måter. Det vi så var at når elevene fant en løsning på oppgaven fortalte de å undersøke om oppgaven kunne løses ved alternative metoder. Vi tolket det derfor som at oppgaven ble brukt problemløsende av to grunner. Den første grunnen var at søket etter alternative metoder var en mening skapende situasjon som var problematisk for elevene (Mason, 2016). Den andre grunnen var at en alternativ metode ikke var noe elevene allerede kjente til (Schoenfeldt, 1992). I klassen med oppgave to var det ikke alle elevene som så sammenhengen mellom at familien har fått mere penger og differansen de skulle finne. Det var derfor flere av gruppene som satt stykket opp som et addisjonstykk. Dette ga muligheten for å diskutere addisjon og subtraksjon som inverse operasjoner. Dette er med å støtte elevenes utvikling av matematisk tenkning ved at elevene ser de større ideene Carpenter et al. (2003). Denne måten å utvide oppgaven fra lærere og elever gjorde at oppgavene ble brukt problemløsende, selv om vi ikke umiddelbart forsto oppgaven som problemløsende. Vi opplevde det som spesielt at elevene var så åpne for ulike metoder, samtidig som alle klassene var relativt nye innenfor DMIC-programmet.

4.2 Lanseringen av problemet

4.2.1 Elevenes møte med problemet

Felles for alle klasser er at de mottar problemet sittende på gulvet i en ring foran læreren som selv sitter på en stol. Når eleven sitter foran læren på gulvet, blir avstanden mellom elevene og mellom lærer- elev kort. Dette opplevde vi som en tilrettelegging som var med å gjøre kommunikasjonen enklere for gruppen. Illustrasjonen viser hvordan elevene satt i en ring på gulvet, med læreren som en del av ringen. Den viser også hvordan vi som observatører satt i forhold til situasjonen.



Bilde 3: Illustrasjon av undervisningssituasjonen

Ellers er det noe variasjon i hvordan oppgaven presenteres for elevene. I noen klasser får elevene kun oppgaven skrevet opp på en liten tavle som er en del av ringen. Dette gjelder tre klasser fra 1.- 3. trinn. Andre grupper får kun oppgaven på papir og noen får den både på tavle og på ark foran seg. I de tilfeller hvor elevene får problemet på ark, er det alltid ett oppgaveark pr gruppe. Elevene får ikke hvert sitt ark. I intervjuet med Sara forteller hun at de fra programmets side anbefaler at elevene først og fremst får

problemet på papir foran seg, men at skjerm eller tavle kan brukes i tillegg. Dette kommer av at det kan være vanskelig for elevene å lese problemet når den fysiske avstanden til problemet blir stor.

Da kompleksiteten på problemet økte, kunne det virke som at behovet for å lese og tolke ble større. I den sammenheng så det ut til å være hensiktsmessig for elevene å få problemet i papirformat foran seg fordi det ga fysisk nærhet til problemet. På de lavere trinnene så det ut til å være nok å skrive problemet på tavlen, men fordi det ikke var en klar "regel" for hvordan problemet skulle presenteres, så vi variasjoner. Derfor tolker vi det som at læreren også hadde noe å si for hvordan elevene ble presentert for problemet. Våre observasjoner av at elevene kun fikk en penn og en oppgavetekst, tyder på at elevene oppfordres til å samarbeide om løsningen av problemet.

Første gjennomlesning av problemet skjer på ulike måter. I noen klasser leses hele problemet høyt av en lærer eller en elev i plenum. Andre ganger kommer første gjennomlesning i sammenheng med gjennomgangen av problemet. Elevene leser da setning for setning med en gjennomgang av innholdet mellom hver setning. Vi observerte et spesialtilfelle hvor elevene fikk lese problemet i grupper først. Vi observerte at gruppene løste dette på ulike måter. En del grupper diskuterte seg imellom hvem som skulle lese oppgaven. På en annen gruppe leste opptil alle elevene oppgaven høyt. Vår tolkning underveis i observasjonene av lesingen, var at eleven så ut til å være svært opptatt av hvem som skulle lese og kvaliteten på egen lesing. Vi oppfattet det derfor som at lesing i gruppe kunne bli et forstyrrende element når målet var at elevene skulle forstå oppgaven. Det kunne se ut til at det fungerte best for elevene å lese problemet i plenum. Om det var læreren som leste problemet eller eleven utgjorde ikke en større forskjell. Plenumgjennomlesningen så ellers ut til å fjerne barrierer som gruppesamarbeid og leseevne.

4.2.2 Gjennomgang av problemet

Underkategorien *gjennomgang av problemet* innebærer det læreren sier og gjør for at elevene skal forstå hele problemet. En lærer sa til klassen sin "We try to understand the question, not jump to the solution". Vi observerte at lærerne brukte mye tid på å at

elevene skulle forstå problemet. Gjennomgangen bar preg av læreren stilte mange spørsmål til elevene. I våre observasjoner var det særlig to spørsmål som skilte seg ut i gjennomgangen av problemet. Det første var spørsmål av typen "hva skjer?". Disse rettet seg mot handlingen og detaljene i problemet eller historien. Den andre typen spørsmål var "Hva forsøker vi å finne ut?". I alle undervisningsøktene vi observerte ble spørsmålene stilt i den samme rekkefølgen som presentert her. I intervjuet bekreftet Sara bruken av disse to spørsmålene i lanseringen av problemet.

Eksempel 4

Sara: (...) " so we are actually asking two questions. What is happening in the story? And what are we trying to find out?" (...)

Vi tolker det som at disse to spørsmålene står sentrale i lanseringen av problemet. Spørsmålet om hva som skjer i oppgaven, handler om at elevene skal ha klart for seg hva problemet handler om. Spørsmålet "hva vet jeg?" fra inngangsfasen har den samme hensikten, å gi problemløseren innsikt i hva problemet forteller (Mason et al. 2010). Det andre spørsmålet "hva forsøker vi å finne ut?" handler om å finne ut hva oppgaven spør etter. Dette er det samme som spørsmålet "hva vil jeg?" og har til hensikt å gjøre det klart for problemløseren hva oppgaven spør etter (Mason et al. 2010).

Vi observerte at elevene ble gitt mange muligheter til å få med seg detaljene og historien i problemet. Dette ble gjort gjennom samtaletrekket *repeteer*, gjennomgang av problemet setning for setning og diskusjon rundt detaljene (Kazemi og Hintz, 2019). Vi observerte også at læreren i flere tilfeller stopper gjennomgangen og oppsummerte det gruppa vet om problemet til nå. De ulike grepene læreren gjorde i gjennomgangen av problemet førte til at elevene fikk mye tid til å fordøye problemets innhold.

I de tilfellene der det var begreper i problemet gikk læreren gjennom disse sammen med elevene. Gjennomgangen av ordet ble gjort i fellesskap mellom læreren og elevene. Det startet med å spørre elevene om deres kjennskap til begrepet. Deretter skapte klassen sammen en felles forståelse av begrepet. Et eksempel på dette var oppgave 1, som ble brukt på 2. trinn. I oppgaven blir elevene presentert for begrepet "*representere*", elevene hadde ikke erfaring med begrepet fra før. Læreren bruker da tid på å forklare begrepet.

Elevene foreslår ordet *vise* som en forklaring for å representere. Deretter skriver hun *vise* i oppgaveteksten over begrepet "*representere*". Vi tolker det som at begrepet ikke erstattes, men at det legges til et ord som elevene er kjent med som forklarer begrepet. På denne måten gir læreren elevene muligheten til å møte begreper, men bruker tid på å en forklaring av disse, slik at elevene gis bedre forutsetninger til å forstå problemet. Lærerens grep for at elevene skal komme med sine ideer er synlig gjennom hele lanseringen. Vi observerte at læreren rettet oppmerksomheten mot elevene gjennom spørsmål. Dette ga elevene muligheten til å være de som pakket ut problemet. Vi tolket dette som at læreren fungerte som en monitor som styrte elevene fokus (Fernandez, Hadaway & Wilson, 1994, s. 196).

4.2.3 Engasjere

Underkategorien engasjere er de grepene læreren og mentoren bruker for å gjøre oppgaven mer gjenkjennbar for elevene. I alle undervisningsøktene der problemet var utformet som en historie eller en situasjon fikk elevene spørsmål knyttet til den konkrete situasjonen i problemet. Spørsmålene var rettet mot elevenes erfaringer rundt samme tema som problemet. Sara var ofte involvert i denne delen av undervisningsøkten, og hun var i mange tilfeller den som stilte engasjerende spørsmål til elevene. I en situasjon henvender lærer seg til Sara før å spørre om elevene var klare for å begynne å jobbe. Sara svarer da "I just want to engage them first". Eksemplet under er hentet fra observasjonene og viser situasjonen som fulgte. I våre observasjoner var det særlig mange elever som deltok i denne delen av lanseringen.

Eksempel 5

Sara forsøker å engasjere elevene i tilknytning til oppgave 2

Sara: Er det noen her fra Rarotonga?

Elev: Ja

Sara: Kan du fortelle oss litt om hvordan det ser ut der?

Elev: Det er veldig fint, og vannet er helt blått

Sara: Er det noen her fra andre plasser, hvor dere reiser til?

Slik vi ser det virker Sara sine spørsmål engasjerende. Det kan se ut til at det er meningsfullt å knytte egne erfaringer og kunnskap fra egne liv opp mot arbeidet med matematikk (Imsen, 2020; Morin, 2022; Wæge & Nosrati, 2018). Mentor Sara ser ut til å utnytte elevenes engasjement, slik at de i større grad investerer i problemet.

Å gjøre elevene engasjert i problemets kontekst trekkes frem som en av utfordringene læreren står ovenfor i intervjuet. Sara beskriver det som et av stegene som kan være “vanskelig” i lanseringen.

I våre observasjoner ser vi at læreren og mentor bruker virkelighetsnære situasjoner som et engasjerende grep rettet mot elevene. Vi har observert at læreren bruker mye tid på dette. Samtidig beskriver Sara at det å engasjere elevene i oppgaven kan være utfordrende for læreren. Våre observasjoner av at Sara ofte er involvert i denne delen av økten kan være en indikasjon på at det er noe som krever erfaring, og at lærerne som er ny i DMIC-programmet fremdeles jobber med dette i sin praksis.

4.3 Materialet

Underkategorien *materialet* betegner i denne studien de observasjonene som omhandler matematiske konkrete og utstyr elevene får tilgang på. Det er jevnt over bred variasjon i hvordan materialet anvendes av læreren i undervisningen. I noen klasser får elevene utdelt konkrete som tallinje og 10-er rammer når de begynner å jobbe med problemet. Materialet brukes da aktivt av elevene. Enkelte ganger setter lærerne frem ulike konkrete, uten at læreren tydelig presiserer at de er der til hjelp for elevene. I disse tilfellene er det få elever som tar konkretene i bruk. Vi tolker dette som at læreren er styrende for hvilke konkrete elevene får tilgang på i problemløsningsprosessen. Vi har ikke observert noen tilfeller der læreren spør elevene om det er noe de kan tilføre for å hjelpe dem med problemet slik Mason et al. (2010) beskriver “Hva kan jeg introdusere?”.

Vi ser i liten grad at Sara involverer seg i bruken av konkrete. I intervjuet spør vi Sara om hennes syn på bruken av konkrete. Sara forklarer at DMIC-programmet oppfordrer til bruken av materialet. Selv minner hun gjerne lærerne på at konkrete kan være til

hjelp, dersom de opplever at problemet er for vanskelig for elevene. Hun synes at det er viktig å la elevene bruke konkreter til å representere og forklare sin egen tenkning. Materialet kan gjerne legges fremfor elevene eller på en fast plass i klasserommet. Læreren kan deretter si at materialet er der for de som trenger. På en annen side forteller hun at krever det en godt innarbeidet rutine, for at elevene på eget initiativ skal ta i bruk konkretene. Sara legger til at endel lærere ser ut til å ha glemt at de har materialene i klasserommet.

Fordi det er stor variasjon i hvordan konkreter anvendes i undervisningen, tolker vi det som at lærerne i liten grad veiledes på en spesifikk bruk av konkreter. Sara forteller at DMIC-programmet oppfordrer til bruk av konkreter, men dette ser vi lite til i det vi observerer. Det kan virke som at arbeidet med konkreter i undervisningen er noe som kun er notert på papiret og ikke kommer frem i praksis. Fordi vi kun har sett klasser i begynnelsen av et skoleår, vet vi imidlertid ikke om det vil komme et større fokus på bruk av konkreter på et senere tidspunkt.

Vi observerer at penn og papir ofte deles ut etter at elevene har begynt å arbeide. Ofte ser vi at læreren avventer med å gi ut pennen. Enkelte ganger ber også mentor læreren om å vente med pennen. Sara forklarer det kan være lurt å vente med å dele ut pennen, slik at gruppene diskuterer problemet sammen først. Samtidig forklarer hun at pennen gis ut med engang, i de klassene hvor det er innarbeidet en kultur for å diskutere problemet før de begynner å skrive. Eksempelet under er et utdrag fra intervjuet, hvor Sara forklarer bakgrunnen for å vente med pennen.

Eksempel 6

Sara: "in some classes that might be because someone will take the pen and just start writing. But they haven't actually talked or discussed anything in that group When you have one child that is eager to only share their thinking without any consideration to others, you may want to withhold giving the groups the pen to start."

Vi ser at elevene ikke får pennen utdelt i det de begynner å arbeide. Det er tydelig gjennom både observasjonene og intervjuet at det er et aktivt valg å vente med å dele ut

pennen. Det er ut til at det er et praktisk grep lærer ofte, i samråd med Sara gjør for å sikre at elevene prater sammen om fremgangsmåten før de begynner å arbeide. Med utgangspunkt i intervjuet syntes dette grepet å være en midlertidig strategi i påvente av at *diskusjon av problemet* innarbeides som en klassekultur for å forstå problemet.

4.4 Samtaletrekk

Vi observerte at samtaletrekkene beskrevet av Kazemi og Hintz (2019) ble brukt i alle undervisningsøktene av enten lærer eller Sara. Det ble ofte brukt flere ganger i løpet av undervisningsøkten. De to mest fremtredende samtaltrekkene vi observerte var “Snu og snakk” og “repetere”. “Snu og snakk” ble ofte brukt når ny informasjon ble presentert og elevene diskuterte informasjonen med medelever. “Repetere” ble brukt for å gjenta informasjon som ble presentert av lærer eller medelev. Flere elever kunne bli bedt om å repetere den samme informasjonen. En gang så vi at lærere roste bruken av egne ord i en repetisjon. Det var også situasjoner der læreren ba elevene om å kun repetere detaljer som var viktige for problemet. Dette ble kun gjort muntlig, og ingen av detaljene ble skrevet ned.

Eksempel 7

Elev: Anja Collected 179 shells (...)

Sara: Stop there

Sara: Can you repeat that? (henvender seg til ny elev)

Elev: Anja collected 179 shells.

I intervjuet med Sara kom det frem at samtaletrekkene ble brukt for å sikre at elevene hadde forstått problemet. DMIC oppfordret til bruk av samtaletrekk. Sara forteller videre at hun bruker samtaletrekket repetere for å trekke de mer stille elevene inn i undervisningen. Dette utsagnet tolker vi som at det å repetere anses som et samtaletrekk med lav inngangsterskel. Det ser ut til at samtaletrekket i stor grad brukes for å øke deltagelsen, men også for å gi alle elever muligheten til å komme med bidrag til klasseromsdialogen. Samtidig opplevde vi at de mange repetisjonene gjorde at detaljene i problemet kom til syne og fra ulike “kilder”.

“Snu og snakk” var et samtaletrekk som syntes å gi alle elever muligheten til å få uttalt sine tanker rundt nylig presentert informasjon. Vi tolker det som at samtaletrekket “snu og snakk” ble brukt for å skape en forståelse av problemet sammen i klassen.

Til tross for at vi kun har observert at lærer vektlegger bruk av egne ord en gang, anser vi det som et betydningsfullt bidrag. Dette fordi en sannsynligvis, gjennom å formulere med egne ord, får en større forståelse for innholdet.

Vi observert at læreren ofte ga elevene tid til å tenke før samtalen fortsatte. Det ble ikke sagt at elevene nå fikk tid til å tenke, men læreren fortsatte ikke samtalen rett etter et spørsmål.

4.5 **Utfordringer i lanseringen**

I alle klassene utenom to kom elevene i gang med arbeidet etter gjennomgangen av problemet. I disse klassene ble læreren gående å veilede hver av gruppene i gang. Etter samtale mellom lærer og mentor kom de frem til å ta lanseringen på nytt. I intervjuet med Sara spurte vi henne hva som kan være grunnen til at elevene ikke kommer i gang med en oppgave. Sara beskriver at selv om læreren har tenkt igjennom lanseringen og gått igjennom de planlagte momentene er det ikke gitt at elevene vil forstå problemet.

Eksempel 8

Sara: (...) And sometimes the teachers will miss that just by accident. They have the Launch in their head but when they're starting, the students are sitting there just looking around like, what? (...)

I intervjuet forklarer Sara også at elevdeltakelse er viktig under gjennomgangen av problemet, og en lærerstyrt gjennomgang beskrives som en ødeleggende faktor for elevenes deltagelse. Vi forstår dette som at elevdeltakelse er viktig for at elevene skal forstå problemet. Det er elevene som skal “pakke ut” problemet, ikke læreren. Derfor blir det viktig å unngå en lærerstyrt lansering av problemet. I observasjonene ser vi for det meste aktiv deltagelse i lanseringen av problemet.

Vi observert et par tilfeller av at elevene ikke kom i gang med problemet og at elevene hadde misforstått problemet. I disse tilfellene observert vi at lanseringen ble gjennomgått på nytt eller at nøkkelelementer fra problemet ble gjennomgått på nytt.

Sara beskriver at det er helt greit om en ser seg nødt til å gjøre lanseringen av problemet på nytt. Hun forklarer at gjennom samtale med elevene kan læreren oppdage at elevene ikke har forstått oppgaven. Da kan læreren bringe klassen tilbake i helklasse, og sammen gjennomgå problemet på nytt. Det kan tyde på at noe av det mest sentrale for en vellykket gjennomgang av problemet er elevdeltagelse. Gjennom elevdeltagelse ser det ut til at elevene forstår mer av problemet og får dermed en bedre forutsetninger for å løse det.

På slutten av intervjuet spør vi Sara om det er noe mer hun ønsker å ta opp. Sara sier da at hun ønsker å ta opp hvordan DMIC programmet gir elevene muligheter til å få prøve seg matematisk.

Eksempel 9

Sara: "(...) my biggest fear is that we are actually gatekeepers for children's learning. And isn't that scary that we have the ability to withhold learning from a child. Because we think that they're not ready for it. Rather than having the opportunity to get a go."

Hana (2014) beskriver det som en utforing for lærere at de ofte undervurdere elevene. Sara beskriver dette som en frykt. Vi forstår dette som en av lærerens utfordringer når det kommer til problemløsning. Dette kan handle om de oppgavene læreren velger for elevene, men det kan også skje gjennom presentasjonen av problemet. Læreren kan komme til å fjerne det problematiske, og gi elevene en løsning. Sara forteller videre at vi viser elevene respekt gjennom å gi de muligheten til å løse utfordrende oppgaver. Hun forteller at vi på den måten forteller elevene at det ikke finnes oppgaver som er for vanskelige, det er mulig å prøve uansett. I vår tolkning har Sara et elevsyn som ikke ser elevenes begrensninger, men heller potensialet. Hun har stor tro på elevenes evner.

4.6 Normer

4.6.1 Hvordan samarbeider vi i grupper?

I alle undervisningsøktene får elevene spørsmål om hvordan de skal arbeide sammen i grupper. Det er imidlertid varierende hvor mye tid som brukes for å snakke om gruppearbeidet. I noen tilfeller nevnes det kort, i andre klasser brukes det god tid på å diskutere gruppesamarbeid. Vi tolker dette som at læreren som kjenner klassen avgjør behovet for å snakke om dette i klassen basert på tidligere erfaringer. Det er også mulig at det avhenger av læreren og deres individuelle oppfatning av hvorvidt dette er viktig. På småtrinnet ser vi at læreren ofte spør elevene om konkrete handlinger knyttet til hva som er viktig i gruppearbeidet. Hvis en elev bidrar med å si at det er viktig å være snill, kan læreren be om eksempler på hva en gjør når en er snill i gruppearbeidet. Dette forstår vi som at yngre elever kan ha behov for en tydeligere forklaring på hva det innebærer å eksempelvis være snill.

Det er felles for et flertall av de undervisningsøktene vi har observert at gruppesamarbeidet knyttes opp mot hvordan en samarbeider og bidrar i familien. Elevene beskriver deres rolle i familien og hvordan de hjelper hjemme. Læreren eller mentor bruker da disse elevsvarene for å si at det er slik vi skal jobbe sammen i grupper: «how you work in your families, is the same as working in your mathematics groups». I intervjuet spør vi Sara om å utdype bakgrunnen for å relatere samarbeid til elevenes assosiasjoner til familie.

Eksempel 10

Sara: "The biggest thing is that group collaboration and like we talked about before, we tried to connect to a cultural reference. Whanau and family are something that most children have in common. Our family might look different. But we all work together somehow to make things work in our families. That's something that we really try to foster when we are working in our groups how are we supporting one another?" (...)

Vi tolker observasjonen og Saras utsagn som at elevenes assosiasjon til familien brukes som referanse for at elevene skal forstå hva det innebærer å jobbe sammen i grupper.

Det gis på denne måten et eksempel som eleven kan kjenne seg igjen i. Dette kan gi elevene mulighet til å knytte det opp mot egne erfaringer og reflektere over hva normene betyr. Samlet sett opplever vi at lærer og mentor i særlig grad vektlegger betydningen av å være en bidragsyter i gruppa, på samme måte som i egen familie. I møte med Sara og samfunnet på New Zealand forstod vi etter hvert at assosiasjonene knyttet til familiebegrepet skilte seg fra vår egen. Fordi familiebegrepet ble brukt aktivt for å skape hensiktsmessige assosiasjoner til samarbeid, var det nødvendig å få en utfyllende forklaring på hva som inngikk i familiebegrepet for elevene.

Eksempel 11

Sara: "Yeah family is just so important it's a big part of Pacific culture. And everyone works together. When you have grown up in an area that is considered a low social economical area, they were relying on each other to support. It's a part of our culture. It's been ingrained into us. You know everyone looks after each other. Mom and dad have to work late, and you're the older brother and sister you are there looking after your family. If you have 10 of you living in your house, most Pacifica families there are so many of you living in your house. Mom dad brother sister you got grandma grandads, you might have an auntie and uncle. It's normal for us to live in quite big communities, well that's just something that we always adopted. That's who we are as a people, we don't work individually, we work as a group. So that is always how I have viewed families, so it's just a whole lot of us working to benefit all of us. Not just one person everyone."

Saras beskrivelse ga oss et innblikk i familie kulturen. Fordi mange av elevene vi observerte var pascific elever, kan en anta at denne forståelsen av familie også relaterer til dem selv. De har erfaringer knyttet til familie som handler om å bidra og jobbe sammen. Sara beskriver det som en viktig del av elevenes kultur. Slik vi tolker Sara bygger kulturen på å arbeide for felleskapet.

4.7 Klasseroms dialog

I underkategorien klasseromsdialog ser vi på de grep lærerne gjør for å skape dialog mellom elevene og mellom lærer og elev.

I våre observasjoner ser vi at endel lærere velger ut elever gjennom håndsopprekning, Sara velger derimot å ikke bruke håndsopprekking. I våre observasjoner ser vi at Sara ved flere anledninger ber elevene ta ned hendene. I en av klassene bruker Sara tid på å forklare at hun ønsker å kunne spørre alle i gruppa. Hun forklarer elevene at det er helt greit å ikke fortelle noe, i så tilfelle vil hun spørre noen andre. Det eleven likevel må gjøre da, er å fortelle at en ikke ønsker å si noe. I intervjuet forteller Sara at det ikke er ønskelig med håndsopprekking, fordi det kan styrke deltagelsen. Hun utdyper dette ved å fortelle at en elev som rekker opp hånden automatisk tiltrekker lærerens oppmerksomhet. Da står læreren i fare for å overse den stille elevene som også ønsket å dele noe. Sara forteller videre at når de faste elevene rekker opp hånden, kan det være lettere for andre elevene å hvile i at noen andre tar ansvar for å svare.

Vi tolker det som at håndsopprekking ikke er ønskelig i DMIC-undervisningen. Det kan se ut til at læreren ønsker å reservere seg muligheten til å spørre alle elevene, med en tanke om å skape høy deltagelse. Videre må elevene kommunisere at de ikke ønsker å bidra, dersom de blir spurt. Eleven blir da satt i en posisjon hvor en likevel må gi en respons. Dette kan trolig over tid senke terskelen for å komme med bidrag til klasseromsdialogen. Det kan også tyde på at ønske om å ikke ha håndsopprekking har til hensikt å forebygge at enkelte elever inntar en passiv rolle i undervisningen. Å ikke bruke håndsopprekking, ser i denne sammenhengen ut som en metode for å øke elev-deltagelsen.

I våre observasjoner ser vi at Sara i noen tilfeller forsøker å omdirigere elevenes oppmerksomhet fra seg selv, til resten av gruppen. Dette gjør hun i noen tilfeller ved å fortelle elevene at de ikke trenger å prate til henne, men til hele klassen. En annen måte hun gjør det, er ved å forsøke å etablere en samtale mellom elevene. Dette gjøres ved å be elevene spørre hverandre spørsmål knyttet til det som blir sagt, be elevene repetere hverandre og stille spørsmål til hverandre om det er noe som er uklart. Eksempel 12 viser hvordan læreren forsøker å etablere en samtale mellom elevene.

Eksempel 12

Gjennomgang av problemet setning for setning

Sara: Can you repeat that? (rettet mot ny elev)

Elev: (usikker)...

Sara: If you can't remember, you must ask him to tell you again.

Elev: Can you please repeat that? (rettet mot medelev)

Eksempel 13

Denne dialogen skjer rett etter isøvelsen:

Sara: "so you have to...your, listen to your..."

Elev: Teacher

Sara: No, your buddy

I eksempel 13 kan det se ut til at Sara forsøker å bryte med etablerte normer i klasserommet, hvor læreren skal vurdere elevsvar og kontrollere fremgangen i timen. Vi tolker det som at Sara forsøker å skape en kultur hvor elevene er hverandres spørsmålsstillere og kritikere. Det kan se ut til at det er ønskelig at læreren etter hvert får en mer tilbaketrukket rolle, og at elevene selv skaper en dialog rundt problemet. Eksempel 12 tyder likevel på at det ikke nødvendigvis er enkelt å bryte de etablerte normene. I dette eksempelet der hvor elevene retter seg mot læreren og ikke hverandre.

Vi observerer at handlingen "lytte" ofte trekkes frem som en viktig handling i et fungerende samarbeid. Særlig på småtrinnet observerer vi at samtalen gjerne dreier inn mot lytting, men det nevnes gjerne også på eldre trinn. I et par klasser gjennomfører de også det vi har valgt å kalle "isøvelsen". Da fikk elevene beskjed om å fortelle sin læringspartner sin favoritt is. Elevene skulle huske partneren is-valg og deretter dele dette i klassen etterpå. I den ene klassen trengte alle elevene en påminnelse om å ikke fortelle om sin egen favoritt is men partnerens. I den andre klassen trengte de kun en påminnelse. Vi tolker det som at evnene til å "lytte" anses som en viktig egenskap elevene må ta med seg inn i gruppearbeidet.

4.8 Sosiomatematiske normer

I denne underkategorien ser vi på tilstedeværelse av sosiomatematiske normer. I våre observasjoner finner vi få eksempler på at læreren tar aktive grep for å bygge de sosiomatematiske normene i klasserommet. Vi finner derimot flere eksempler på at

læreren oppfordret elevene til å komme med bidrag og dele sine ideer. "Share you smarts" og "well done for sharing your thinking" ble hyppig brukt, disse tolker vi som oppmuntringer til den sosiale normen å *dele ideene og tankene sine* (Hierbert et al, 1997; Yackel og Cobb, 1996). Et eksempel er etter en elev har delt ideene sine spør læreren "Why wasn't that showing clearly" til resten av klassen etter på. Vi tolker dette som at elevene fremdeles øver på hvordan de kan dele tankene sine slik at de er forståelig for andre.

Eksempel 14

Sara: "There is friendly arguing, because you are allowed to disagree with somebody, but you got to say why. You justify your thinking, you can explain your ideas, you can actually represent your thinking in many ways. And you can use math's vocabulary. So we're actually trying to work on those schools while we are working collaboratively."

Vi tolker det Sara sier som at de forsøker å legge til rette for at elevene skal jobbe med sosiomatematiske normer parallelt som de jobber sammen i grupper og helklasse. Vi observerte ikke at Sara eller læreren arbeidet rettet mot sosiomatematiske normer i de undervisningsøktene vi observerte. En mulig grunn for dette er at grunnleggende sosiale normer som må ligge til grunn før læreren kan arbeide med å etablere de sosiomatematiske normene. Dette kan forstås som at elevene må lære seg å dele sine ideer og forklaringer, før de kan avgjøre hva som regnes som en matematisk ide eller forklaring.

4.9 Oppsummering av resultater

I våre funn handlet mye om å skape matematiske fellesskap. I rammefaktorene ser vi blant annet at elevene samles i passelige store læringsfellesskap, deretter sitter elevene samlet med kort avstand mellom hverandre og til lærer. Dette syntes å være et praktisk grep som legger til rette for en kommunikasjon hvor en hører hverandre og det gis rom for å delta. I denne sammenheng hadde også rammefaktorer som teppe vegger og teppegulv innvirkning på hvordan prat og deltagelse opplevdes med tanke på støy. Vi ser at deltagelse er et nøkkelbegrep i hele prosessen. Læreren legger indirekte til rette

for deltagelse gjennom det (Wæge og Nosrati, 2018), beskriver som LIST-oppgaver. Sara beskriver også at gruppesammensetningen skal legge til rette for *deltagelse*, gjennom at hver og en på gruppa har en styrke å bidra med i samarbeidet. I observasjonene ser vi derimot at gruppeinndelingen er noe tilfeldig, hvilket leder oss til å tro at gruppeinndelingen ikke brukes som middel for å styrke deltagelse i de øktene vi observerte. Læreren gjør også mer direkte grep for å skape deltagelse gjennom å avvikle ordningen om *håndsopprekking*, gjennom samtaletrekket "*snu og snakk*" og gjennom å fremme betydningen av å være en *bidragsyter* og *lytte*. Videre utfordres elevene til å bygge opp en samtale seg imellom, gjennom at de selv er hverandres spørsmålsstillere. Dette er også med på å fremme deltagelse. Ønsket om en samtale mellom elev-elev, styrkes også gjennom at gruppene kun får et papir og en penn. På den måten oppfordres de til å dele og samarbeide om fremgangsmåten. Fordi læringsfellesskapet er såpass viktig for at eleven på et individuelt nivå skal forstå problemet, er det viktig at læringsfellesskapet fungerer.

Vi ser at lærerne har en lik tilnærming til å bygge elevens forståelse rundt problemet. I våre observasjoner ser vi at læreren oftest gir elevene problemet på ark foran seg, slik at de skal få nærhet til problemet. Gjennom å gå gjennom problemet *setning for setning*, etterfulgt av en gjennomgang av setningens betydning får elevene tid til å ta innover seg problemets innhold. De sentrale begrepene i problemet blir gjennomgått og eventuelt reformulert av gruppa i fellesskap. Hensikten med dette er trolig å la elevene bli kjent med problemet. Videre ser vi at samtaletrekkene "*snu og snakk*" og "*repetere*" blir brukt for å la elevene formulere sin egen forståelse av problemets innhold. Vi ser at lærerne gjerne bruker tid på å engasjere elevene etter eller underveis i gjennomgangen. Dette handler trolig om å gjøre problemet relevant og interessant for elevene.

Det kan se ut til at lærerne tidvis møter på noen utfordringer i sammenheng med lanseringen av oppgaven. Vi spurte derfor mentor Sara om hvilke utfordringer som kunne ligge i lanseringen. Hovedsakelig så det ut til at utfordringen var at lanseringen kunne bli for lærerstyrt. En lærerstyrt lansering innebar at læreren i for stor grad "pakker ut" problemet for elevene, altså at læreren i for stor grad forteller elevene hvordan problemet skal forstås og løses. I våre observasjoner ser vi at en lærerstyrt

lansering kan hemme elevenes problemløsningsprosess, da elevene ikke kommer godt i gang på egenhånd etter lanseringen. Sara har en pragmatisk tilnærming til utfordringene som kan komme. Hun forteller oss at lanseringen eller deler av lanseringen fint kan gjøres på nytt utover i økta.

I våre observasjoner finner vi at *sosiomatematiske normer* i liten grad er synlig i lanseringen. Slik vi forstår det kan dette komme av at elevene er nye til DMIC-programmet. Muligens vil sosiomatematiske normer få et større fokus på en seinere tidspunkt i innføringen av DMIC. På en annenside er det usikkert om sosiomatematiske normer er viktig i lanseringen av problemet. Vi ser også lite til at *konkreter* blir brukt på de eldre trinnene. Sara forteller oss at DMIC programmet anbefaler bruk av konkreter, likevel ser vi ikke at dette blir vektlagt i hennes sin veiledning av lærer. Vi tolket dette som at hun anså utviklingen av normer og oppgaven som viktigere i innføringen av DMIC.

5 Diskusjon

I dette kapitelet vil vi gjøre noen refleksjoner rundt de resultatene fra datainnsamlingen. Kapitelet er delt inn i flere underkapitler med ulike perspektiver knyttet til hvordan læreren arbeider for at elevene skal forstå problemet. Tilknyttet hvert underkapittel diskuterer vi flere utsagn som kom frem resultatene.

5.1 Perspektiver på klasseromskultur

Hiebert et al. (1997) beskriver klasseromskultur som et miljø hvor elevene respekterer hverandres ideer og metoder, aksepterer og lærer av feil og hvor de er åpne for ulike representasjoner. Under vil vi diskutere hvordan læreren arbeidet for å styrke en klasseromskultur hvor elevene er i stand til å møte matematiske problemer kollektivt.

I våre observasjoner ser vi at mentor Sara fungerte som en lærer ovenfor elevene. Elevene så ut til å akseptere hennes bidrag til undervisningen tilnærmet likt klassens hovedlærer. I diskusjonen vil vi derfor innlemme mentor som en av lærerne i casen. I resultatdelen kan leseren fremdeles selv se, hvilke handlinger som tilfalt hovedlærer og hvilke som tilfalt mentor Sara.

Lærerne vektla å styrke de sosiale normene

Når elevene arbeidet med problemer i DMIC undervisningen, foregikk det alltid i smågrupper eller helklasse. Det så derfor ut til at elevene alltid arbeidet i fellesskap når de skulle løse problemer. I lys av en sosiokulturell tilnærming til læring, vil problemløsning i fellesskap være veien til ny kunnskap⁶. Når elevene arbeider i fellesskap fungerer de som støttende stilas for hverandre, og hjelper hverandre til å nå den potensielle utviklingssonen (Moen, 2022; Mason, 2016). Samtidig er det ikke gitt at elevene lærer fordi de inkluderes i et fellesskap. Kvaliteten på fellesskapet er av betydning for at

⁶ Se kapittel 2.2.1: sosiokulturell læringsteori

elevene skal kunne fungere som støttende stilas for hverandre. Kvaliteten på fellesskapet kan settes i sammenheng med de normer eller spilleregler som dominerer klasseromskulturen. Hvilke normer som dominerer, har betydning for hvordan elevene mottar og “pakker ut” problemet (Lester og Cai, 2016; Hiebert et al., 1997; Mason et al., 2010). Dette innebærer at elevens forutsetninger for å løse problemet øker dersom fellesskapet innehar hensiktsmessige verktøy for å imøtekomme problemet.

I et matematisk fellesskap er det ønskelig å arbeide for styrke produktive normer og bygge et fellesskap som ønsker å skape forståelse. Dette innebærer som nevnt at elevene respekterer hverandres ideer, respekterer metodefrihet, aksepterer og lærer av feil, og at de er åpne for ulike representasjoner (Hiebert et al., 1997). Også sosiomatematiske normer, som er uskrevne regler for spesifikt matematikk bidrar til å bygge det matematiske fellesskapet (Yackel og Cobb, 1996). I våre observasjoner gjorde læreren en rekke grep for å styrke fellesskapet blant elevene. Vi så imidlertid få tiltak rettet mot å styrke det matematisk fellesskap preget av normer mer spesifikt for matematikk. Med første øyekast på datamaterialet oppfattet vi dette som en mangel i undervisningen. Videre analysearbeid ledet oss derimot til å tro at det var en sammenheng mellom stadiet i endringsprosessen og valg av fokus. Slik vi tolket datamaterialet var det viktig for lærerne å etablere et fungerende fellesskap på det generelle planet før elevene skulle fungere det matematiske fellesskapet.

Læreren knytter samarbeidsnormer med elevenes assosiasjoner til familie

I intervjuet med Sara beskriver hun normer som en egen sekvens i begynnelsen av økta⁷. Hun referer da til et punkt i undervisningen hvor læreren prater med elevene om godt gruppesamarbeid. Ofte knyttes denne praten opp mot elevens assosiasjoner til samarbeid i egen familie. Læreren bruke samtalen til å presisere at det elevene opplevde som viktig hjemme i familien, også var viktig når de skulle arbeide i små-gruppene. Når de sosiale normene knyttes opp mot elevenes assosiasjoner til familie, kan det styrke

⁷ Se kapitel 4.6: normer

elevenes opplevelse av selvbestemmelse (Morin, 2022). Gjennom en form for integrert regulering motiveres elevene til samarbeid. Fordi verdiene knyttet til samarbeid på skolen relateres til verdiene for samarbeid i familien. I samtale rundt familie kom det gjerne frem at det var viktig å være en bidragsyter i familien. Det kom også frem at det var viktig å lytte til hverandre. Normene som fremkom i klassesamtalene kan betegnes som sosiale normer, fordi de ikke er fagspesifikke, men gjelder samarbeid uavhengig av fag (Yakcel og Cobb, 1996).

Læreren og elevene samhandler om klasseromsnormene, men det er læreren som har ansvaret for å utvikle de sosiale normene (McClain og Cobb, 2001). Slik vi ser det skaper etableringen av de nye normene varierende reaksjoner hos elevene. I mange av klassene, observerte vi at elevene så ut til å akseptere endringen smertefritt, i andre klasser så vi derimot at elevene holdt mer igjen på den gamle strukturen. Dette kunne vi særlig se i tilfellet med *Is-øvelsen*⁸. Å etablere en ny praksis innebærer en rekke endringer, blant annet av de sosiale normene. Endringen av klasserommets normer kan være utfordrende. Det har vist seg at flere lærere gir opp implementeringen av en problemløsende undervisning i møte med sterkt etablerte klasseromsnormer (Liljedahl, 2016). Det kan derfor se ut til at det er vanskelig å etablere nye normer, dersom elevene stiller seg motvillige. Liljedahl (2021) mener derimot at læreren fint bryter disse normene gjennom å endre arbeidsflaten og måten eleven får problemet. Når elevene arbeider stående og muntlig, blir de tvunget til å bryte med en passiv innstilling til faget. I følge Liljedahl (2021) er dette nok til å bryte etablerte normer.

I denne studien gjorde vi ikke observasjoner av elever som stilte seg motvillige til normendringene, men vi la merke til at de gamle normene hang igjen i eksempelvis *is-øvelsen*. Det kan se ut som elevene ser på læreren som en viktig stemme i klasserommet (Hana, 2016). Ulike perspektiver på normer vil videre komme frem der det passer i diskusjonen.

⁸ Se kapittel 4.7: klasseromsnormer

5.2 Perspektiver på elevdeltagelse

Læreren gjør mange tiltak for fremme elevdeltagelse

Når elevene arbeider i fellesskap er deltagelse en grunnleggende forutsetning for at den enkelte elev skal få utbytte av et læringsfellesskap (Hierbert et al. 1997). I den sammenheng observerte vi at læreren gjorde en rekke grep som syntes å styrke elevdeltagelsen. Tiltakene som syntes å styrke elevdeltagelsen strakk seg fra indirekte faktorer som klasserommetsutforming til mer direkte faktorer som samtaletrekk. At klasserommene hadde flere lyddeppe tiltak gjorde at støynivået i klassen var relativt lavt. Dette syntes å bidra til deltagelse fordi det ga færre forstyrrelser. Vi anser støydempingen som et viktig bidrag, fordi det muliggjorde organiseringen av elevene i to grupper i samme klasserom. På den måten var ikke læreren avhengig av en ekstra ressurser og rom for å gjennomføre undervisningen. Den lyddeppe rammefaktoren styrer ikke læreren direkte, men er en ramme gitt av skolen. Det er vanskelig å isolere undervisning fra sine rammefaktorer. Hvilke forhold læreren og elevene arbeider under, har betydning for lærerens handlingsrom (Imsen, 2020).

Elevene som deltok i DMIC- undervisningen satt på teppegulvet i en sirkel. Læreren var en del av sirkelen. Når elevene var samlet på denne måten, så det ut til at kommunikasjonen fløyt lettere. Ifølge den sosiokulturelle læringsteorien, gjør sirkelarbeid det enklere å føre en dialog (Strandberg, 2008). Å arbeide i sirkel, så ut til å styrke elevenes deltagelse fordi den fysiske avstanden mellom individene ble kortere. I en utforskende samtale er det ifølge Alrø og Skovmose (2002) viktig at elevene som deltar lytter til hverandre. *Å lytte* til hverandre er vanligvis enklere når avstanden til mottaker er kort.

Gjennom valg av oppgave og bruk av materialet, kunne læreren indirekte legge til rette for deltagelse. Oppgavene som ble brukt i DMIC- undervisningen la trolig til rette for økt deltagelse gjennom at de var designet som; *lav inngang, høy terskel oppgaver*. Slike oppgaver skal favne et mangfold av elever på ulike nivåer, gjennom at oppgaven åpner for å entre uavhengig av nivå (Wæge og Nostrati, 2018; Hana, 2013). Videre var det et gjennomgående grep at elevene fikk utdelt ett sett med; oppgaveark, penn, arbeidsark

og 10-er brett. Dette var et tiltak som blant annet hadde til hensikt å styrke deltagelsen, gjennom at elevene ble oppmuntret til å delta i gruppearbeidet. Med én penn tilgjengelig ble det umulig for hver enkelt elev å jobbe for seg selv. For å bidra i gruppearbeidet, måtte elevene derfor delta aktivt som gruppemedlem. Liljedahl (2021) beskriver også en tuss per gruppe som et grep for deltakelse, han legger også til at dette kan gjøres strategisk. Ved å eksempelvis gi pennen til eleven i gruppa som prater minst (Liljedahl, 2021). På den måten drar læreren den "stille" eleven inn i gruppearbeidet. At pennen ble gitt ut til elevene på en strategisk måte observerte ikke vi, det var heller ikke noe som fremkom av intervjuet med Sara. Dette var dermed et grep læren ikke tok i bruk.

I vår tolkning så det ut til at læreren forsøkte å flytte fokuset fra seg selv til elevene, slik at elevene i større grad ble ansvarlige for å drive samtalen fremover på egenhånd. På den måten ble elevene oppfordret til å delta for at samtalen skulle gå fremover. Det kan oppleves som en sjanse for elevene å dele sine ideer (Kazemi og Hintz, 2019). For at det skal oppleves som trygt for elevene å delta med sine ideer er det viktig at læreren har innarbeidet *sosiale normer* som skaper et trykt læringsmiljø. Slik normer kan være at det er lov å gjøre feil eller at alle ideer respekteres (Hiebert et al., 1997). Vi ser i stor grad at elevenes *ideer verdsettes og respekteres* i undervisningen, gjennom eksempelvis utsagn som: «Well done for sharing your thinking»⁹. I våre observasjoner ser vi i liten grad at læreren arbeider for at «feilsvar» gir muligheter for å lære. Dette kommer trolig av at situasjonene i lanseringen ikke naturlig la til rette for en diskusjon rundt verdien av "feilsvar". Samtidig kunne læreren likevel diskutert "feilsvar" med elevene som et forbyggende tiltak mot delingsvegring. På en annen side kan nok "feilsvar", mer naturlig diskuteres i en oppsummerende fase.

Slik vi ser det vil motiverte elever i større grad investere i problemet og investerte elever vil i større grad delta i utforskningen av problemet. Motivasjon fremmer investering gjennom at elever som er motivert for en oppgave, i større grad satser,

⁹ Se kapittel: 4.8: sosiomatematiske normer

bruker tid og energi på å løse problemet (Pòyla, 1989). Videre vil en elev som investerer også i stor grad faktisk delta i prosessen med å løse problemet. På den måten kan deltagelse fremmes gjennom å styrke elevenes motivasjon. Slik vi ser det gjør læreren særlig to grep som ifølge teorien fremmer motivasjon hos elevene. Oppgavene er designet som LIST- oppgaver (Wæge og Nostrati, 2018). LIST- oppgaver legger til rette for mestring gjennom at alle elever har mulighet til å få til deler av oppgaven. Mestring fremmer motivasjon hos eleven, fordi det gir en tro på at de faktiske kan få til oppgavene de får tildelt (Mason et al. 2010). Troen på å få til en oppgave kan sees i sammenheng med selvtillit i faget.

Læreren kan også fremme motivasjon gjennom å legge til rette for virkelighetsnære kontekster (Morin, 2022). Vi ser at mange av oppgavene elevene får innebære kontekster knyttet til egen kultur og liv. Før elevene begynner på oppgaven, bruker mentor Sara tid på å prate om problemets kontekst. Selv sier hun at dette gjøres med et ønske om større motivasjon hos elevene. Ifølge Hana (2013) bidrar dette til motivasjon gjennom at elevene forstår matematikk som relevant for deres liv. Matematikk er ikke et isolert felt, men noe en behøver i hverdagen. Oppsummert ser vi at lærerne gjør tiltak som trolig styrker elevenes motivasjon og dermed også deltagelse i faget. Vi kan imidlertid ikke med sikkerhet avgjøre om disse tiltakene faktisk gjorde elevene motivert eller ikke.

I DMIC- undervisningen er det ikke ønskelig med håndsopprekking. Bakgrunnen for dette er ifølge Sara, et ønske om økt deltagelse. Det er lite teori å finne om fenomenet "håndsopprekking", men Wittek (2014) forklarer at det er en rekke forhold knyttet til elevenes læring, deriblant hvordan ordet fordeles i klassen. Slik vi selv har erfart det, er håndsopprekking fra lærerens side en metode for å fordele ordet i klassen fritt. Sara forteller at håndsopprekking har noen baksider som hemmer deltagelse i klassesamtalen. Når læreren ikke bruker håndsopprekking, ser det ut til at en unngår at enkelte elever inntar en passiv rolle i påvente av at noen andre skal rekke opp hånda. Dette kan ses i sammenheng med intensjonen Schoenfelt (2016) har, for å reservere seg retten til å stille elevene spørsmål. Schoenfelt (2016) forklarer at elevene over tid begynner å forberede seg på å delta, ettersom at læreren kan stille elevene

spørsmål til enhver tid. Slik sett er intensjonen bak spørsmålene til Schoenfelt (2016) og Sara den samme: eleven skal være skal settes i en posisjon hvor de oppfordres til å tenke, delta og bidra i undervisning.

I observasjonene så vi at alle elevene kunne bli stilt spørsmål, men de måtte ikke gi et svar. Dersom eleven ikke kunne svare, ville læreren stille spørsmålet til noen andre. Det var ulike typer spørsmål og ikke alle var like utfordrende for elevene. Vi observerte at samtaletrekket *repeteer* blant annet ble brukt for å koble elevene på uten at de måtte si noe nytt.

Det er vanskelig å peke på hvilke trekk som hadde større eller mindre betydning for elevenes deltagelse. Vi kan derimot si at tiltakene samlet sett, så ut til å virke positivt på elevenes deltagelse.

5.3 Perspektiver på samhandling

Elevene deles inn i grupper etter evner og samarbeidsferdigheter

Hvordan elevene deles inn i grupper kan ha betydning for elevenes deltagelse i undervisningen (Liljedahl, 2021; Imsen, 2020; Ambrus & Barczy-Veres, 2016). Datamaterialet i denne studien tyder på at antall elever pr gruppe var et bevisst valgt, men at gruppesammensetningen syntes å være tilfeldig. Antall elever pr gruppe var på 2-4 elever. Antallet elever pr gruppe var ifølge Sara avhengig av kompleksiteten på problemet og elevens evne til å samarbeide. Gruppestørrelser på 2-4 skiller seg fra Liljedahl (2021) som foreslår tre elever per gruppe. Han argumenterer for at grupper på tre gir et tilstrekkelig mangfold av individer, samtidig som det ivaretar individets muligheter for å delta i gruppen. Dersom en setter de to perspektivene opp mot hverandre, kan det se ut som at hensynet til å løse problemet overgår hensynet til deltagelse i DMIC-undervisningen. En annen forklaring er at elevene vil bli bedre på å samarbeide med trening, og at en gruppestørrelse på fire derfor ikke vil påvirke deltagelsen negativt på sikt. Sett i sammenheng med Sara sin store mestringsforventning til elevene og beskrivelse av felleskapet, vil vi anta at forklaring nummer to er mer sannsynlig. Det vi kan trekke ut når det gjelder gruppestørrelsens

innvirkning på elevenes læring; er at gruppene ikke bør overstige fire, men at 3 elever pr gruppe muligens er det ideelle med hensyn til deltagelse. Fire elever kan syntes å være ideelt for å løse avanserte problemer.

Sara beskriver at gruppene er delt inn strategisk etter hva elevene kan bidra med i gruppen. Dette står i motsetningen til en mer tradisjonell inndeling av grupper, som baserer seg på at elever på et likt faglig nivå settes på samme gruppe (Imsen, 2020). Gjennom å tilnærme seg problemet i grupper, kan elevene styrke sine forutsetninger for videre løsning av problemet (Liljedahl, 2021). I de tilfellene hvor enkelte elever ikke forstår problemet, kan et mangfold i gruppen støtte eleven ved hjelp av ulike forklaringer av problemet. Ambrus & Barczi-Veres (2016) viser til at arbeid i grupper letter den kognitive utfordringen i møte med problemer. Dette kan gjøre at elevene evner å dra nytte av hverandres forståelse av problemet. På den andre siden kan elevene i gruppen ha en ulike forståelse av "hva ønsker jeg", hvilket kan skape utfordringer om elevene er uenig i hva problemet spør etter (Mason et Al. 2010). I våre observasjoner så vi at læreren pekte ut hvilke elever som skulle arbeide sammen. Det var vanskelig å se hvilke baktanker som lå bak gruppeinndelingen.

Den utforskende samtals fremdrift er avhengig av læreren

Samtalen i felleskap er utgangspunktet for elevenes forståelse av problemet i undervisningsøktene vi observerte. Hvordan denne samtalen fungerte er derfor viktig for hvordan elevene møter problemet. Den utforskende samtalen kan gjenkjennes ved en rekke språkhandlinger¹⁰ (Alrø og Skovsmose, 2002). Vi ser at det er flere av disse som er til stede i samtalen i lanseringen. Vi observerte imidlertid at fremdriften i samtalen i stor grad var avhengig av lærerens på dette tidspunktet. Slik vi forstår det ville ikke den utforskende samtalen funnet sted, dersom læreren ikke hadde vært til stede for å drive den fremover.

¹⁰ Se kapittel 2.5.3 Samtaler i matematikk

En av språkhandlingene er at deltakerne er i *kontakt* med hverandre (Alrø og Skovsmose, 2002). Vi observerte at læreren setter elevene i *kontakt* med hverandre gjennom spørsmål og oppfordrer elevene til å selv stille spørsmål til hverandre. Læreren jobber med å skape en kultur der elevene skal lytte til hverandres bidrag. Dette ser vi for eksempel igjennom isøvelsen¹¹ som brukes i flere klasser. Vi tolket dette som at elevene må øve på å lytte til hverandre. I våre observasjoner retter elevene seg mot læreren når de snakker. Læreren forsøker imidlertid å snu denne trenden, å få elevene til å rette seg mot hverandre. Disse observasjonene forstår vi som at elevene ikke er fokusert mot medelever, men læreren, og at læreren jobber for å endre dette. Vi ser også at det er læreren som tar ansvar for å *reformulere* det som blir sagt i samtalen eller ber elevene *reformulere* igjennom samtaletrekket "*repetere*" (Kazemi og Hintz, 2019; Alrø og Skovsmose, 2002). Lærers spørsmål som "hva skjer" og "hva skal vi gjøre" kan sies å være åpne spørsmål som gir elevene muligheten til å dele tankene og ideene sine rundt problemet. Dette gjør at elevene *tenker høyt*, og gir resten av klassen muligheten til å ta del i tankene sine. Det kan være en høy terskel elevene må over for å dele sine ideer, i frykt for å gjøre feil (Kazemi og Hintz, 2019). Spørsmål kan derfor være en tilrettelegging fra læreren der elevene ikke selv må ta initiativ til å dele, samtidig som de fremdeles *tenker høyt*. På sikt kan dette gjøre elevene tryggere på å dele ideene sine. Spørsmål kan derfor sees på som en viktig del av lærers arbeid i denne delen av endringsprosessen. Læreren er også den som *evaluerer* i våre observasjoner (Alrø og Skovsmose, 2002). Dette gjorde læreren igjennom støtte og ros som: "Nice try, love how you tried". Vi ser at ros og støtte i hovedsak retter seg mot det å dele, fremfor innholdet som deles. Dette sammen med observasjonene om at læreren setter elevene i *kontakt* med hverandre og gir muligheten til å *tenke høyt*, tyder på å dele er målet på dette tidspunktet. På sikt kan lærers arbeid med å involvere elevene og la ideene komme fra elevene endre normene i klasserommet. Det kan da skapes en kultur der det forventes at elevene selv skal ta initiativ i samtalen.

¹¹ Se kapittel 4.7 Klasseroms dialog

Det ser ut til at læreren ved å omdirigere elevenes oppmerksomhet til hverandre inntar en rolle som ”tilrettelegger av diskusjonen” slik Yackel og Cobb (1996) beskriver det. Denne rollen innebærer at elevene selv må være aktive deltagere i samtalen for å lære. Denne aktiviteten er imidlertid avhengig av læreren. Læreren er en moderator for samtalen ved å stille spørsmål rettet mot ulike aspekter ved problemet (Fernandez et al., 1994). Gjennom spørsmålene som stilles fokuserer læreren elevenes oppmerksomhet mot problemet. Det er også en metode læreren anvender for å formidle at spørsmålene er viktige (Fernandez et al., 1994; Hana, 2016). Til tross for at samtalen i stor grad var avhengig av læreren, opplevde vi ikke at læreren tok over og guidet elevene igjennom inngangsfasen (Fernandez et al., 1994). Selv om læreren var den som i stor grad var initiativtaker i samtalen, var det elevene som kom med bidrag og delte sine ideer.

Spørsmålene læreren bruker ligner spørsmålene Pólya (2014) anbefaler¹². Spørsmålene er en strategi læreren anvender for å tilegne seg en forståelse av hva elevene forstår, og hjelpe elevene uten å overta problemet. Denne måten å styre og fokusere elevene, uten være påtrengende synes å være gjennomgående i mye av lærerens arbeid. I forbindelse med at læreren er i en prosess med å implementere en utforskende samtale, ser vi at læreren i begynnelsen gjør grep igjennom å bringe elevene inn i samtalen, for at elevene selv på sikt skal kunne drive helklassesamtalen mere på egenhånd.

5.4 **Perspektiver på lærerens arbeid for å bygge forståelse av problemet**

Læreren leser sammen med elevene

Oppgaven presenteres skriftlig for alle klassene og leses høyt i klassen eller i grupper. Vi forsto det som at læreren tilpasset presentasjon av problemet basert på elevenes leseferdigheter da de yngste elevene kun fikk oppgaven skriftlig på den lille tavlen. Det tilrettela for elevene å lese problemet sammen. Mason et. Al. (2010) definerer inngangsfasen som å virkelig lese det. Å *virkelig lese* kan oppleves som et stort hinder for

¹² Se kapittel 2.4.4: Lærerens spørsmål i matematikk klasserommet

elever som har utfordringer med å lese. Vi vet at mange elever har leseutfordringer og at dette påvirker hvordan de forstår et problem derav også hvordan de velger å løse det (Pisa, 2018; Abusdal, 2011; Phonapichat et al., 2014; Wulandari et al., 2018). Lærerne vi har observert la til rette for at elevene hadde muligheten til å lese problemet, lytte til hvordan medelever gjenga det eller lytte til at læreren leste problemet. I tillegg ble det gjort gjentatte ganger. Ofte ble problemet lest setning for setning noe som ga muligheten til å diskutere underveis. Stenberg og Lundberg (2002) peker på at det er gunstig at problemet presenteres i flere former for elever med lese- og skrivevansker. Vi antar at dette også kan være viktig for elever lese utfordringer. Det kan derfor være positivt for elevene å få tilgang på problemet muntlig fra flere i klassen, samtidig kunne det vært fordelaktig for elevene om det også ble brukt andre måter som tegninger eller modeller (Stenberg og Lundberg, 2002). Liljedahl (2021) viser til at når elevene får problemet skriftlig, kan dette føre til at de bruker mye tid på å forstå ordene eller henger seg opp i regler og/eller begrensninger i oppgaven. Vi observert i et spesialtilfelle¹³ at når elevene leste problemet i grupper, ble elevene distraheret fra problemet og fokuserte på hvem og hvordan problemet skulle leses. Til tross for at dette ikke er de samme utfordringene Liljedahl (2021) peker på, kan det tyde på at det er mer utfordrende for elevene å møte problemet skriftlig i gruppe uten innblanding fra læreren. Vi observert i spesialtilfellet at fokuset ikke var rettet mot å forstå problemet, men andre faktorer. I alle klassene vi observert ble elevene presentert for problemet gjennom høytlesning i klassen. På denne måten var ikke elevenes sjanse til å løse problemet avgjort av hvorvidt de mestret å lese problemet som en gruppe.

Høytlesning av problemet sammen i klassen er den første lærerhandlingen presentert av Lester (1989). Det gir læreren muligheten til å ta opp matematiske begreper og ord som kan være utfordrende for elevene. Vi observert at *høytlesning* av problemet ble brukt av alle lærerne. Underveis stoppet lærerne elevenes lesing for å snakke om ord og begreper som kunne være ukjente eller vanskelig for elevene. Det var tydelig at de ønsket at forklaringen skulle komme fra elevene og de ba elevene komme med forslag

¹³ Se kapittel 4.2.1: Elevenes møte med problemet

fremfor å tilføre noe selv. Dette kan være med på å etablere et felles språk i klassen som er en del av fasen *icenesettelsen* (Skånstrøm og Blomhøj, 2016). Samtidig ser vi at lærerne ikke erstatter ordet eller begrepet ¹⁴, men tilfører et annet som hjelper elevenes forståelse av problemet. Gjennom å fremheve viktigheten av å lese oppgaven nøye og forstå begreper kan dette på sikt gjøre elevene bedre rustet til å forstå problemer på egenhånd (Lester, 1989). På sikt ser vi også på det som et viktig grep at læreren ikke erstatter begreper og ord som er ukjente, men heller gir elevene muligheten til å forstå dem i ulike sammenhenger. Slik kan elevene få en bedre muligheter til å forstå fremtidige problemer.

Læreren bruke mange gjennomganger for å skape forståelse av problemet

I våre resultater var det stor likhet i hva lærerne gjorde for at elevene skulle forstå problemet. Vi observerte at dette i stor grad også var gjeldene på tvers av trinn. Sara beskriver en fasedeling av undervisningen, der den første fasen kalles lanseringen. Hun beskriver at lærere og elever i denne fasen tar fra hverandre problemet, og kollektivt setter det sammen igjen på en meningsfull måte. I likhet med lanseringen starter *inngangsfasen* når elevene presenteres for et problem, og avsluttes når elevene angriper problemet (Mason et. Al. 2010).

Elevene sitter i nærheten av hverandre og på gulvet, noe vi tolket som er en fordelaktig ramme rundt lanseringen, fordi den fysiske avstanden gjør det lettere å høre og se alle i gruppen. I alle klassene la læreren til rette for å diskutere problemet sammen i klassen etter eller under høytlesningen. Vi observerte at læreren styrte denne diskusjonen gjennom å stille spørsmål til elevene. De to dominerende spørsmålene "hva skjer" og "hva forsøker vi å finne ut" er etter vår mening omtrent identiske med de to første spørsmålene stilt til problemløseren i inngangsfasen: "hva vet jeg" og "hva ønsker jeg" slik de brukes i undervisningen (Mason et. Al. 2010). Mason et. Al (2010) definerer disse spørsmålene sammen med "hva kan jeg introdusere" som avgjørende for at problemløseren skal forstå problemet. Derfor kan den konsekvente bruken av disse spørsmålene sees på som et aktivt grep læreren bruker for å styrke elevenes forståelse

¹⁴ Se kapittel 4.3.2

av problemet. Slike spørsmål er en mulighet til å hjelpe elevene uten å være påtrengende og det gir læreren et innblikk i elevenes forståelse av problemet (Pólya, 2014).

“Hva skjer” og “hva vet jeg” retter elevenes oppmerksomhet mot informasjonen i problemet. Vi observerte at læreren gjennom å stille spørsmål om innholdet i problemet, ga elevene muligheten til å ta innover seg detaljene i problemet. Dette bidro trolig med å forhindre at noe ble oversett eller misforstått. I tillegg fremmer lærerens spørsmål en felles forståelse av problemet i klassen (Mason et. Al. 2010; Lester 1989). Spørsmålet “hva vet jeg” består imidlertid av to deler ifølge Mason et al. (2010). Den ene delen handler om det problemet en forsøker å løse og den andre delen handler om å reflektere over hva en allerede vet. Vi så i imidlertid lite til at klassen diskuterte tidligere løste problemer. Dette til tross for at problemløseren alltid vil kunne dra nytte kjent kunnskap (Pólya, 2014). Likevel observerte vi at læreren gjennom å stille spørsmål i lanseringen av problemet oppfordret eleven til å koble på tidligere kunnskap. Et slikt spørsmål kan være “hva er addisjon?”. Dette spørsmålet oppfordrer elevene til å tenke gjennom det de vet om addisjon. At læreren ønsket å koble på elevenes kunnskap ble imidlertid ikke gjort eksplisitt ovenfor elevene. En mulig forklaring på at tidligere kunnskap ikke ble tungt vektlagt, var at klassen var i begynnelsen av et skoleår. Det er da en mulighet for at elevene hadde få problemer i “banken” de kunne dra nytte av. En annen forklaring ligger i at læreren var i implementeringen av en ny metode og kunne umulig vektlegge alt.

Det andre spørsmålet “hva vil jeg?” er viktig for forståelsen av problemet, da løsningen på problemet vil bygge på problemløserens forståelse av dette spørsmålet (Mason et. Al. 2010). Det er gjennomgående at disse spørsmålene stilles i denne rekkefølgen. Dette kan sees i sammenheng med egenskapene til spørsmålene, der “hva skjer?” ble brukt for å diskutere problemet, “hva skal vi gjøre” ble brukt for å diskutere hva problemet spør etter. Dette kan komme av at problemløseren først må ha en dypere kjennskap til problemet før en kan ta for seg hva en skal gjøre. Ved å stille disse spørsmålene over tid kan læreren sende et signal til elevene om at disse er av betydning (Hana, 2016).

Undersøkelsen til Schoenfelt (2016) viser at elevene tar til seg spørsmål stilt av læreren

over tid. Gjennom den konsekvente bruken av disse spørsmålene kan elevene på sikt begynne å tenke over disse og ha klare svar på disse allerede før læreren har stilt dem.

I samtalen om problemet brukte læreren samtaletrekkene vente, repetere, gjenta og snu og snakk (Kazemi og Hintz, 2019). Læreren stoppet ofte elevene å ba en annen elev om å repetere det som ble sagt. En slik handling gjør at samtalen går saktere og er en mulighet for læreren å fremheve detaljer i problemet eller en viktig ide (Kazemi og Hintz, 2019). Dette retter også oppmerksomheten til elevene mot hverandre når de gjentar eller reformulere andres innspill. Slik kan elevene knyttes sammen og holde seg i *kontakt* med de andre deltakerne i samtalen (Alrø og Skovsmose, 2002).

Det var et spesialtilfelle der læreren roste en elev for bruk av egne ord. Dette anser vi som et viktig bidrag, da det viser hvor klassene er på vei. Vi observerte at elevene ofte ordrett repeterte de andres innspill, det kan det tyde på at elevene er i prosessen med å rette fokuset mot hverandre og at dette må skje før elevene kan fokusere på å *repetere med egne ord*. Dette styrkes også av observasjonene, da Sara aktivt gikk inn og ba elevene snakke til hverandre og ikke til henne. Det er trolig mer positivt for elevenes forståelse å bruke egne ord da det kan være et tegn på at de forstår det som blir sagt. Samtidig ser vi at klassene er i en prosess og spesialtilfellet kan være et tegn på hvor klassen beveger seg. Læreren og Sara stilte flere spørsmål underveis i samtalen, og ga elevene tid til å tenke før de ba om et svar. Dette er et viktig samtaletrekk da det gir mulighet til elevene å tenke seg om (Kazemi og Hintz, 2019). Vi observerte ikke at læreren forklarte for elevene at de nå skulle få tid til å tenke, samtidig kan en anta om læreren gjør dette konsekvent, vil elevene lære at et svar ikke forventes rett etter spørsmålet er stilt. Læreren gjentok ofte det som ble sagt av elevene. Dette var i likhet med å *repetere* et samtaletrekk som ga elevene muligheten til å ta innover seg detaljene i problemet (Kazemi og Hintz, 2019). Elevene fikk mange muligheter til å snu seg mot læringspartneren eller gruppen for å diskutere et spørsmål. Samtaletrekket snu og snakk er også en mulighet for å forstå og sette seg inn i hverandres tanker (Kazemi og Hintz, 2019). Når læreren bruker dette samtaletrekket, gir det elevene muligheten til å sette ord på problemet som kan være et viktig steg mot elevenes forståelse av

problemet. Det kan også være en mulighet for elevene å høre flere forklaringer på problemet som samlet sett kan gi elevene en bedre forståelse av problemet.

Gjennomgående har vi sett at elevene gis mye tid og flere muligheter til å forstå hva problemet handler om. Læreren gir også elevene mange muligheter til å få med seg detaljene og informasjonen i problemet. Elevene får mange muligheter til å forstå problemet gjennom at:

- Problemet leses flere ganger, ofte setning for setning
- Læreren stiller spørsmål rundt problemet
- Samtaletrekk (repeteer)
-

Vi ser at store deler av lanseringen foregår muntlig til tross for at oppgaven presenteres skriftlig. Å gjennomgå problemet muntlig i helklasse, sammenfaller med den andre lærerhandlingen i Lester (1989) sin beskrivelse av før-fasen. Før fasen innebærer at elevene skal forsøke problemet før de begynner å ta fatt på løsningsmetoden. En samtale preget av gjentakelser gir også elever som mister fokus underveis, en mulighet for å hente seg inn. På den andre siden kan alle disse stegene gjøre at enkelte elever mister interessen for problemet. Vi ser imidlertid at læreren og Sara gjør aktive grep for å engasjere elevene i problemet gjennom å be elevene fortelle om liknende hendelser fra eget liv.

Selv om problemet blir gjennomgått flere ganger, er det ikke det samme som at elevene har forstått problemet. I spesialtilfellet der læreren og Sara bestemmer seg for å ta lanseringen på nytt er det tydelig at elevene ikke forsto problemet etter den første gjennomgangen. Dette til tross for at den første gjennomgangen i stor grad besto av de samme delene som noen samtaletrekk og de to første spørsmålene fra inngangsfasen som vi har sett i de andre klassene. Det som var påfallende forskjellig mellom de to lanseringene til denne læreren var hvor mange elever hun involverte den andre gangen. Alle elevene ble bedt om å være en del av lanseringen, dette gjennom å repetere detaljer fra problemet. Dette medførte naturlig nok at den andre gangen gikk saktere enn den første gangen. Dette sammen med at vi satt igjen med et inntrykk av at læreren var rask den første gangen, hun snakket raskt og ikke brukte samtaletrekket *vente* for å gi

elevene tid til å tenke over spørsmålet (Wæge og Nosrati, 2018). Kontrasten mellom elevenes angrep etter lanseringen de to gangene forteller oss at lærerens involvering av elevene og den tiden som ble brukt utgjorde en stor forskjell. Sara beskriver en lærerstyrt lansering som en av de største utfordringene i lanseringen. Vi ønsker også å trekke frem tid som en utfordring i lanseringen. Det er avgjørende å bruke tid for at elevene virkelig skal forstå problemet. Gjennom å involvere elevene mer og gi elevene mer tid observerte vi en lansering som ga elevene det de trengte for å gå til angrep på problemet.

«Å introdusere» vektlegges i liten grad i lanseringen

Mason et al. (2010) beskriver elevenes inngangsfase som tredelt¹⁵, der den siste fasen «å introdusere noe» handler om hva elevene kan tilføre problemet for å forstå det ytterligere. Dersom elevene tilfører noe til problemet, er det viktig at det nettopp kommer fra elevene selv (Mason et al., 2010). Problemløseren kan for eksempel tilføre notasjoner eller symboler som gjør problemet mere oversiktlig (Mason et. Al. 2010; Pólya 2014), eller tegninger eller en modell for å se problemet i flere former (Stenberg og Lundberg, 2002). Det er ikke læreren som skal vurdere hvilke former for hjelpemiddel som passer eleven best. Eleven skal selv velge en form for representasjon, eleven forstår og klarer å anvende. Vygotsky bruker begreper mediering for å forklare hvordan elevene kan anvende verktøy for å utvide sin egen kapasitet (Säljö, 2000). Dersom en setter mediering og «å introdusere noe» opp mot hverandre, ser en at intensjonene bak strategiene ligner hverandre. Formålet er å benytte seg av hjelpemidler som utvide forståelsesrammen.

Hva som anses for å være et verktøy er imidlertid subjektivt. Derfor er det viktig at elevene selv får avgjøre hva som fungerer som et verktøy for den enkelte. Wæge og Nosrati (2018) vektlegger at notasjoner bør komme fra elevene slik at de har eierskap til dem. Det kan derfor sies å være positivt at elevene har denne muligheten til å

¹⁵ Se kapittel 2.3

introdusere uten lærerens involvering. Vi observerte at læreren ikke skrev ned notasjoner eller symboler under lanseringen. En mulig forklaring at læreren ikke ønsket å påvirke elevens valg av verktøy. Matematiske symboler kan ses på som en form for verktøy, da det hjelper matematikeren å bevege seg fra A – B. Vi vet elevene ofte ilegger lærerens bidrag særlig vekt (Hana, 2016). Derfor kan det være hensiktsmessig at læreren ikke gir elevene eksempler på hvilke verktøy de kan bruke og hvordan de skal anvendes. Ved å vente til elevene setter seg i grupper kan det være et grep, som øker elevenes mulighet for å selv introdusere noe. Dette kan også være grunnen til at læreren ikke gjennomgår mulige fremgangsmåter med elevene

Vi så ingen tilfeller der læreren spurte elevene om det var mulig å «introdusere noe til problemet». I de tilfeller hvor det ble introdusert noe til problemet ble dette gjort av læreren, i form av representasjoner etter gjennomgangen av problemet. Måten det gjøres på kan sies å være lite hensiktsmessig, dersom målet er at elevene skal forstå problemet. Når tallinjer og 10-er brett ble brukt på småtrinnene, så det ut til at elevene brukte det til å holde orden på utregningene. Det så ikke ut til at de brukte det for å bedre forstå innholdet i problemet. Det kunne se ut til at konkretene var nyttig for elevene i det Mason et al. (2010) beskriver som angrepsfasen, men muligens ikke i inngangsfasen. Dette fordi konkretene først introduseres når elevene setter i gang med problemet.

Lester (1989) foreslår at læreren kan bruke helklasse diskusjon i før fasen, for å utforske ulike løsningsmetoder. Hensikten med dette er ifølge Lester (1989) å finne ulike løsningsforslag. I denne samtalen er vektlegger Lester (1989) at læreren skal fungere som en moderator for samtalen. Læreren skal ikke fortelle eller vise elevene løsningsmetodene. Innholdet i samtalen skal fremdeles komme fra elevene. Å ha en helklassesamtale rundt løsningsmetoder skiller seg fra våre observasjoner i studien. I våre observasjoner utforsket alltid elevene løsningsmetoder i små-grupper på egenhånd. Dette ble i tillegg tydeliggjort gjennom at lærerne bevisst unngikk å oppsøke små-gruppene rett etter gjennomgangen. Elevene skulle få tid til å utforske problemet på egenhånd. Slik vi ser det kan en helklassesamtale rundt løsningsmetoder ha enkelte utfordringer. Fordi læreren har stor påvirkningskraft på elevene (Hana, 2016), vil det

kunne være utfordrende for læreren å vektlegge alle bidrag likt. En annen utfordring vi ser, er elever med utfordringer sin mulighet til å bidra, da store grupper kan føre til at enkelte elever faller utenfor læringsfellesskapet (Liljedahl, 2021). På den andre siden kan en felles gjennomgang av mulige metoder være en hensiktsmessig strategi når problemene blir komplekse. Da kan det være nyttig å være mange hoder sammen, for å se løsninger. Å gjennomgå mulige løsningsmetoder kan også være en metode læreren kan anvende for å introdusere problemløsningsstrategien spesialisering. Å utforske mulige løsningsmetoder kan innebære en form for spesialisering av problemet, fordi en gjerne må trekke fra hverandre problemet og utforske enkelte sider ved problemet for å finne en generell løsning (Mason et al., 2010)

Sara beskriver en lærerstyrt lansering som en av fallgruvene i lanseringen. Samlet sett kan det derfor tyde på at lærere i starten av prosessen er forsiktige med å gi elevene for mye. Vi opplevde at lærerne i stor grad bygget forståelsen på elevenes bidrag, men styrte fokuset for samtalen gjennom spørsmål. På den andre siden kan det tenkes at læreren i første omgang må gjøre elevene bevisst på de to første spørsmålene presentert av Mason et Al. (2010), og at "hva en kan introdusere" til oppgaven kommer senere i endringsprosessen. Dette kan også forklares ved at det er disse to spørsmålene Sara viser til i intervjuet som viktige for lanseringen

5.5 Perspektiver på endringsprosessen

Å etablere en problemløsende tilnærming til undervisning krever innsats over tid (Lester og Cai, 2016). Å arbeide med noe over tid innebærer gjerne at en tar del i en prosess. En utvikling med en implementeringsfase og en fase for opprettholdelse. Klasserommene vi har observert har vært i en implementerings fase i utviklingen av problemløsningsklasserom. Vi har gjennom våre observasjoner sett tegn på at de strategiene læreren anvender i implementeringen av en ny praksis, skiller seg fra de strategiene læreren ville anvendt for å opprettholde praksisen. Et konkret eksempel er at pennen ikke deles ut med engang, ettersom de er begynnelsen av endringsprosessen. Når det er etablert en klasseromsnorm der gruppene diskuterer før de begynner å arbeide, kan pennen deles ut med en gang. Et annet konkret eksempel er at

gruppeinndelingen ifølge Sara kan bli mer tilfeldig ettersom elevene blir mer erfarne med gruppearbeid. Det kan se ut til at lærerne endrer klasseromspraksisen gradvis. Lærerne trenger ikke å sette inn alle tiltak samtidig, men kan jobbe med noen tiltak av gangen (Liljedahl, 2021).

Ikke alle oppgavene var problematiske

Slik vi tolket oppgavene i undervisningen, kunne ikke alle oppgavene kategoriseres som problemløsende slik de stod på papiret. I resultatet ser vi på hvordan oppgavene likevel kan fremme en problemløsende tilnærming. Oppgave 2¹⁶ er ikke en oppgave vi anser som en problemløsningsoppgave slik den ble presentert skriftlig. Vi observerte likevel at alle deler av oppgavene undersøkes og at klassen diskuterer spørsmålene fra inngangsfasen (Mason et al. 2010). På denne måten brukes rutineoppgaver på en problemløsende måte slik Hierbert et al. (1997) beskriver det. Elevenes raske overgang til å se etter alternative metoder og aksept for andres alternative metoder kom overaskende på oss da de fremdeles var tidlig i prosessen. Søket etter alternative metoder gjorde at elevene beveget seg mot det ukjente, som gjør at oppgaven kan beskrives som problemløsende (Scoenfeldt, 1992). En mulig forklaring på at elevene er i stand til å angripe oppgaven med flere metoder kan komme av normene i klasserommet. En annen mulig forklaring er at den omfattende lanseringen av oppgaven gir elevene en dypere innsikt i oppgaven enn om den ble presentert og angrepet med en gang. Denne forståelsen er avgjørende når elevene skal fortsette å se etter mulige løsninger.

Når oppgaven i klasserommet behandles problemløsende, gir det muligheter for alle elevene til å øve seg i problemløsningsstrategier. Dette fordi inngangsterskelen til problemet ikke blir for høy. Gjennom at alle elevene deltar i problemløsningsaktiviteten, kan de lære seg strategier som kan komme tilknytte seinere. Strategier kan betegnes som teknikker som elevene kan bruke for å styrke sin forståelse av problemet. Dette kan eksempelvis innebærer at elevene etter hvert kan stille seg selv spørsmål som "hva vet

¹⁶ Se kapittel 4.1.1 Problemløsningsoppgaven

jeg” og “hva vil jeg”. Det innebærer også at elevene lærer seg å lese problemet nøye og deler opp problemet for å få med seg alle detaljer (Mason et al., 2010).

Sara beskriver at oppgavene bygger i DMIC-programmet bygger på hverandre matematisk og at elevene derfor vil kunne bruke kunnskaper fra tidligere løste oppgaver. Denne måten å avansere oppgavene på kan på sikt gjøre elevene mer bevisst på hvordan tidligere kunnskap kan brukes inn i nye problemer. Póyla (2014) viser til at problemløseren alltid vil kunne dra nytte av tidligere løste problemer, dette kan for eksempel være gjennom løsningsmetode eller de matematiske ideene. Det kan derfor se ut som at måten programmet bygger opp oppgavene kan gi elevene muligheten til å dra nytte av tidligere løste problemer. Denne muligheten til å jobbe med de matematiske ideene er med å utvikle elevenes matematiske tenkning (Carpenter et al. 2003). Gjennom å jobbe med matematiske ideer kan elevene styrke egne problemløsningsferdigheter. Dette kommer av at elevenes forståelse av matematikk har vist seg å være viktigere for elevenes møte med problemer, enn strategier (Hiebert et al., 1997). I våre observasjoner kan virke som lærerne arbeider for at elevene skal kunne utvikle problemløsnings strategier og deres forståelse av matematikk parallelt. Begge deler på sikt kan gi elevene en bedre inngang til matematiske problem.

5.6 Refleksjoner rundt studiens overførbarhet til norske klasserom

I casen ser vi at klasserommetsutforming har betydning for DMIC undervisningen. Fordi undervisningen legger opp til stor muntlig aktivitet, anser vi støydempende tiltak som viktig for arbeidsklimaet. I norske klasserom har vi ikke sett en lignende utforming. Slik vi ser det kan en organisering der klassen deles i to, der en del arbeider muntlig, være utfordrende med hensyn til støy. Det betyr ikke at det ikke er gjennomførbart, men en må vurdere å flytte en gruppe ut av klasserommet. Det vil være behov for praktiske endringer for å kunne overføre dette til norske klasserom, samtidig er det hensikten bak å dele klassen i to som er viktig å trekke frem. I våre observasjoner så vi at det var et godt grep å dele klassen i to. Dette gjorde at det var færre elever, og kan sannsynligvis

sies å senke terskelen for å ta del i samtalen. Læreren fikk dermed mere tid til hver enkelt elev, og skapte plass for alle elevene i prosessen.

Resultatene viser tydelig at familiebegrepet har en helt sentral plass i minoritetskulturen i området vi besøkte. Det var en familiekultur hvor det var viktig å bidra og gjøre sin del av oppgavene i familien. Vi ser blant annet at den ene oppgaven¹⁷ elevene fikk omhandlet en familie som skulle drive en innsamlingsaksjon for å dra på en familiefest. Sett ifra en norsk kontekst, var det for oss noe vanskelig å se for seg at en norsk familie ville arrangert innsamlingsaksjon for å dra på en fellesferie. Innsamlingsaksjoner er noe vi i Norge ofte knytter opp mot veldedighet eller barneidretten. Det ser ut til at oppgavens kontekst vil variere ettersom elevgruppen endrer seg. Ser vi oppgavens kontekst i sammenheng med selvbestemmelses-teorien (Morin, 2022), er oppgavens kontekst av betydning for elevenes motivasjon. Derfor er det viktig at lærere setter seg inn i elevens livsverden. Slik kan læreren bygge matematiske kontekster, som elevene finner meningsfulle og dra paralleller til.

Familiebegrepet spilte også en sentral rolle i arbeidet med utviklingen av normer. Læreren brukte elevenes erfaringer av å bidra i familien, for å koble elevene mot å være en bidragsyter i matematikk. Det er ikke gitt at alle norske elever vil kjenne seg igjen i denne assosiasjonen til bidrag i familien. Det blir derfor viktig for læreren kjenner sine elever for å kunne finne lignende assosiasjoner som elevene kan knytte opp mot arbeidet i matematikk. Lærere kan måtte gjøre lokale tilpasninger for å kunne skape den samme tilknytningen som familiebegrepet gjorde. Å bruke idrett eller veldedighet som kontekst for sosiale normer, ville muligens i en norsk kontekst egnet seg bedre. Dette kunne eksempelvis sett slik ut: "Hvordan jobber dere sammen på fotball laget?". På den andre siden er det flere kulturer i Norge der familiebegrepet står sterkt. Eksempler på dette kan være i samiske og kvenske familier.

¹⁷ Se kapittel 4.1.1 Problemløsningsoppgaven

Et annet aspekt knyttet til normer er hvordan gjennomgangen av normer konsekvent finner sted i alle øktene vi observerte. Med utgangspunkt i egen erfaring og det vi har sett i norsk skolesammenheng, ser vi i liten grad at lærere bruker mye tid på å samtale med elevene om hvordan en skal arbeide sammen. I casen fremstår denne konsekvente behandlingen av de sosiale normene som noe unikt, og som det kunne vært spennende å innarbeide i norske klasserom.

DMIC-programmet sin egenart fremstår for oss som spesiell. Slik vi ser det er det særlig den rollen mentor Sara har ovenfor klassen og læreren som er ny for oss. Mentor Sara sin rolle ovenfor læreren og elevene er svært aktiv. Mentor, veileder og diskuterer med læreren underveis i økten og fremfor elevene. Slik vi ser det kan dette oppleves som en sårbar situasjon for lærerne. Likevel ser det ikke ut til at lærerne i særlig grad lar seg berøre av dette i så stor grad. Samtidig er det ikke så lett for oss å si noe om lærerens erfaring med denne formen for veiledning. I Skandinavia har programmer lignende DMIC vært lite utprøvd (Imsen, 2020). Det foreligger en skepsis til standardiserte programmer, fordi en bekymrer seg for at læreren blir redusert til en administrator av opplegg som eksperter har utviklet (Imsen, 2020). Vi kan forstå denne bekymringen. Det er viktig at dagens lærere er våkne og kritiske til standardiserte programmer som lanseres. Særlig i de tilfeller hvor kommersielle interesser blandes inn i utdanning (Imsen, 2020). Det er viktig at skolens ledelse gjøre en grundig undersøkelse av programmer de ønsker å benytte. I sammenheng med DMIC-programmet, vet vi at det ikke var kommersielt motivert. I tillegg er det grundig gjennomarbeidet og bygger på nyere matematikk didaktisk forskning. På den andre siden kan det være utfordrende for lærere å undervise i en utforskende praksis. Sara gir eksempler på noen av disse, som å undervurdere elevene og at undervisningen blir lærerstyrt. Det kan derfor være viktig med hjelp utenfra og profesjonell utvikling og opprettholdelse av en problemløsningspraksis i klasserommet.

I et større perspektiv ser vi at denne studien bidrar til forskningsfeltet gjennom et praksisnært og realistisk vindu inn i ett endringsarbeid. Gjennom studien ser vi hvordan læreren arbeider stegvis for å endre praksis. Slik vi ser er det gir casen en verdifull innsikt i hvordan problemløsnings tilnærmingen til undervisning kan implementeres. I

dagens skole Norge er det ønskelig at skolen i større grad bærer preg av en kunnskapsbasert praksis, da er det viktig at lærere og skolefelleskapet våger å forsøke nye tilnærminger til undervisning. Vi håper at denne praksisfortellingen og drøftingen rundt den, kan inspirere andre til å våge seg ut i nye kunnskapsbaserte praksiser, slik som DMIC- programmet representerer i denne studien. Studien kan gi noen pekepinner på hvordan lærere kan imøtekomme ny kunnskap i didaktikken.

6 Oppsummering

Innledningsvis beskrev vi en situasjon hvor elevene hadde vansker med å komme i gang med- og forstå matematiske problemer. Dette førte til at vi som lærere fikk mange spørsmål knyttet til hva elevene skulle gjøre. Med utgangspunkt i denne erfaringen og muligheten til å observere DMIC-programmet, utviklet vi problemstillingen: *Hvordan arbeider lærere i DMIC-programmet for elevenes møte med matematiske problemer i felleskap?* Målet vårt med denne studien var å oppnå en større innsikt i hvordan lærere kan støtte elevenes møte med matematiske problemer i felleskap.

I denne studien har vi studert én enkelt case med flere analyseenheter, dette innebærer at vi ikke har gjort noen generaliseringer knyttet til DMIC- programmets arbeidsmetoder. Det vi derimot har kunne si noe om er hvordan lærerne og mentor i denne casen arbeider for å elevenes møte med matematiske problemer. Vi vil også understreke at vi kun har observert én økt per lærere, noe som begrenser mulighetene vi har til å utdype særtrekk ved den enkelte lærer. Som tidligere nevnt, er det derfor fellestrekkene mellom lærerne som har vært fokuset i analysearbeidet.

Deltagelse har en helt sentral plass i resultatene. Vi ser at læreren gjør en rekke grep for å styrke elevenes deltagelse. Når elevene jobber i fellesskap ser vi at deltagelse er en grunnleggende forutsetning for elevenes læring. Derfor anser vi arbeidet læreren gjør for å styrke deltagelsen, som sentralt for elevens møte med problemet. Elevene må være aktive i prosessen med å “pakke ut” problemet for å forstå problemets “hva vet jeg” og “hva vil jeg”. Lærerens arbeid for å styrke deltakelsen kan sannsynligvis på lang sikt legge til rette for en klasseromskultur hvor elevene aktivt deltar i egne læringsprosesser.

Utviklingen av normer legger grunnlaget for et produktivt læringsfellesskap. Derfor er utviklingen av normer viktig for at elevene skal forstå de matematiske problemene i fellesskap. Datamaterialet i denne studien viser at familiebegrepet blir brukt aktivt av lærerne for å knytte de sosiale normene opp mot kjente og sterke assosiasjoner for elevene. Læreren spør ofte elevene om hvordan de bidrar i egen familie. Læreren bruker

elevenes svar i sammenheng med hvordan de også skal bidra i det matematiske fellesskapet. Funnet viser hvordan lærere kan utvikle de sosiale normene, ved å knytte disse sammen med assosiasjoner som er kjente for elevene. Å trekke inn familiebegrepet ser ut til å gi elevene noen kjente knagger å henge den nye kunnskapen på. Våre funn tyder på at elevene ble engasjert av å lære de sosiale normene når de ble knyttet opp mot normer de var kjent med hjemmefra. Det var særlig respekt, lytte til hverandre og å bidra som ble fremhevet i undervisningen.

“Tid” er et nøkkelord i sammenheng med elevenes møte med problemet. Vi ser at læreren gir elevene tid å fordøye problemets meningsinnhold. Først og fremst ser vi dette ved at læreren har avsatt tid sammen med elevene til å lese og forstå problemet. Elevene setter ikke i gang på egenhånd, elevene arbeider med å forstå problemet i fellesskap. I gjennomgangen eller det DMIC-programmet beskriver som lanseringen, blir problemet gjennomgått langsomt. Problemet gjennomgås setning for setning, med mulighet for diskusjon og gjennomgang av begreper underveis. Dette ser ut til å ta ned tempoet i gjennomgangen av problemet. Videre ser vi at læreren legger opp til en rekke gjentakelser av innholdet. Dette ser vi gir elevene mulighet til å virkelig ta inn over seg oppgavens “hva vet jeg?” og “hva vil jeg?”. I *inngangsfasen* er dette helt sentrale spørsmål for problemløserens forståelse av problemet (Mason et al., 2010). Lanseringen er derfor med å legge til rette for en tydelig inngangsfase til problemet.

Matematikkoppgavene var ikke hovedfokuset for vår undersøkelse, men vi har sett noen indikatorer på at hvordan klassen møter problemet er av stor betydning for om oppgaven kan brukes problemløsende. Diskusjonen viste en sammenheng mellom problemet, implementeringen av problemet og klasseromskulturen. Det kan se ut til at oppgavens utforming har mindre betydning for oppgavens potensiale enn det vi i utgangspunktet tenkt. Litteraturen klassifiserer oppgaver på ulike måter, samtidig ser vi at det er flere faktorer i klasserommet som påvirker oppgavens læringspotensial utover klassifiseringen. Uavhengig av oppgavens utforming, må læreren og elevene behandle problemet problematisk for elevene skal dra nytte av en problemløsende tilnærming. Dette kan innebære at det trolig ikke er nødvendig bruke mye tid på å lete etter den

“rette” oppgaven. En øvelsesoppgave kan fungere problemløsende i en klasseromskultur som er åpen for det.

I denne studien har vi fått observere en rekke konkrete tiltak læreren gjør for å styrke elevene møte med problemet. I utgangspunktet var vi i denne studien på jakt etter inspirasjon til en problemløsende praksis. Derfor har vi laget et vedlegg, hvor vi presenterer en oversikt over lærerens handlinger, som ser ut til å styrke møte med problemet i felleskap. I oppsummeringen har vi presentert hensikten bak handlingene læreren gjør i sitt arbeid. Dette har vist seg å være et sammensatt arbeid rettet mot elevenes deltakelse i felleskapet, utvikling av normer og hvordan læreren arbeider for en forståelse av problemet. Vi anser disse momentene som viktige i lærerens arbeid, og har sett noen konkrete handlinger læreren kan bruke for å fremme disse. Vi har valgt å vektlegge hensikten bak handlingene i konklusjonen, da det finnes flere konkrete handlinger som kan gi det samme utfallet. Med dette mener vi at arbeidet med denne studien har gjort oss mer bevisst på hvor mange dimensjoner det er i lærerens arbeid med problemløsning, og at det er flere måter å jobbe på som kan gi det samme utbyttet. Prosessen bak masteroppgaven har inspirert oss til å reflektere over egen praksis og utvide denne.

6.1 Forslag til videre forskning

I arbeidet med denne studien har vi reflektert over hva som ville vært interessant å forske videre på. Vi vil derfor dele noen av disse tankene.

- Hvordan påvirker inngangsfasen den videre problemløsningsprosessen?
- Et aksjonsforskningsprosjekt der en prøver ut DMIC-pedagogikken i norske klasserom, kanskje da med mulighet for å rette seg mot tradisjonelle kvenske og samiske kjerneområder.
- Utforske potensialet av å bruke kjente kontekster fra elevenes kulturelle bakgrunn som referansepunkt i utvikling av klasseromsnormer.
- Se videre på hvordan konsekvent arbeid med normer kan styrke læringsfellesskap.

Vi tror disse temaene kan bidra til å utvide kunnskapen om lærerens arbeid i klasserommet.

Referanseliste

- Abusdal, I. (2011). *Elevers strategier for løsning av matematikkoppgaver : en sammenligning av noen sterke og svake elever på 9. trinn*. Universitetet i Oslo Institutt for lærerutdanning og, skoleutvikling.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). Dialogue and learning in mathematics education : intention, reflection, critique. v. 29. (Mathematics education library)
- Ambrus, A. & Barcsi-Veres, K. (2016). Teaching Mathematical Problem Solving IN Hungary for Students Who Have Average Ability in Mathematics. I P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems : Advances and New Perspectives* (1st 2016. utg.) (Research in Mathematics Education). Springer International Publishing : Imprint: Springer.
- Anthony, G. & Walshaw, M. (2007). *Effective Pedagogy in Pāngarau/Mathematics: Best Evidence Synthesis Iteration (BES)* (32624). New Zealand ministry of education.
- Auckland, U. o. (2020). Guiding Principles of Conducting Research with Human Participants. I U. o. A. H. P. E. Committee (Red.). University of Auckland Human Participants Ethics Committee
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, 3(2), 77-101.
- Brinkmann, S. (2015). *InterViews : learning the craft of qualitative research interviewing*.
- Bukve, O. (2021). *Forstå, forklare, forandre : om design av samfunnsvitskaplege forskningsprosjekt* (2. utgåve. utg.). Universitetsforlaget.
- Cai, J. (2009). Commentary on Problem Solving Heuristics, Affect, and Discrete Mathematics: A Representational Discussion. 251-258. (Advances in Mathematics Education)
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., Levi, L., Bass, H. & Ball, D. L. (2003). *Thinking mathematically : integrating arithmetic and algebra in elementary school*. Heinemann.
- CERME. (2022). *Developing Mathematical Inquire Communities*. Massey University.
- Christoffersen, L. & Johannesen, A. (2018). *Forskningsmetode for lærerutdanningene* (2. utg., Bd. 1). Abstrakt Forlag.
- Creswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry & research design : choosing among five approaches* (3rd ed. utg.). Sage.
- Creswell, J. W. & Creswell, J. D. (2018). *Research design : qualitative, quantitative & mixed methods approaches* (5th edition. utg.). Sage.
- Dalland, C. P., Bjørnstad, E. & Andersson-bakken, E. (2021). Observasjon som metode i barnehage- og klasseromsforskning. I C. Dalland & E. Andersson-Bakken (Red.), *Metoder i klasseromsforskning : forskningsdesign, datainnsamling og analyse*. Universitetsforlaget.
- Dalland, O. (2012). *Metode og oppgaveskriving for studenter* (5. utg. utg.). Gyldendal akademisk.
- Danielsen, A. G. & Keeping, D. (2020). *Til elevens beste : pedagogiske perspektiver* (1. utgave. utg.). Gyldendal.
- EducationCounts. (2022). *Developing Mathematical Inquiry Communities*.
- Eggebø, H. (2020). Kollektiv kvalitativ analyse. *Norsk sosiologisk tidsskrift*, 4(2), 106-122.
- Felmer, P. & Perdomo-díaz, J. (2016). Novice Chilean Secondary Mathematics Teachers as Problem Solvers. I P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving*

- Mathematical Problems : Advances and New Perspectives* (1st 2016. utg.) (Research in Mathematics Education). Springer International Publishing : Imprint: Springer.
- Fernandez, M. L., Hadaway, N. & Wilson, J. W. (1994). Problem Solving: Managing It All. *The Mathematics teacher*, 87(3), 195-199.
- Finkel, D. (2017). *Prime Climb Color Chart*.
- Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner*. Caspar forlag.
- Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter*. Caspar forlag.
- Hana, G. M. (2016). Lærerens spørsmål -et virkemiddel for å være matematisk. I M. Johnsen-Høines & R. Herheim (Red.), *Matematikksamtaler : undervisning og læring - analytiske perspektiv* (s. 155-168). Caspar forl.
- Imsen, G. (2020). *Lærerens verden: innføring i generell didaktikk* (5. utg., Bd. 1). Unniversitetsforlaget.
- James Hiebert, (med Lindquist, M., M.), Carpenter, T. P., Hennema, E., Fuson, K. C., Wearne, D., Murray, H., Human, P. (1997). *Making sense: Teaching and learning mathematics with understanding*. Heinemann.
- Jensen, F., Pettersen, A., Frønes, T. S., Kjærnsli, M., Rohatgi, A., Eriksen, A. & Narvhus, E. K. (2019). *PISA 2018. Norske elevers kompetanse i lesing, matematikk og naturfag*. Unniversitetsforlaget.
- Kazemi, E. & Hintz, A. (2019). *Målrettetsamtale* (1. utg., Bd. 1). Cappelen Damm Akademisk.
- Kunnskapsdepartementet. (2020). *Overordnet del av læreplan*. .
- Lester, F. (1989). The Role of Metacognition in Mathematical Problem Solving: A Study of Two Grade Seven Classes. Final Report.
- Lester, F. K. (2013). Thoughts About Research On Mathematical Problem- Solving Instruction. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1-2), 245-278.
- Lester, F. K. & Cai, J. (2016). Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. I P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives*. Cham: Springer International Publishing AG.
- Leung, S. K. S. (2016). Mathematical Problem Posing: A Case of Elementary School Teachers Developing Tasks and Designing Instruction in Taiwan. I P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems : Advances and New Perspectives* (1st 2016. utg.) (Research in Mathematics Education). Springer International Publishing : Imprint: Springer.
- Liljedahl, P. (2016). Building Thinking Classrooms: Conditions for Problem- Solving. I P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives*. Cham: Springer International Publishing AG.
- Liljedahl, P. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics, grades k-12 : 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin.
- Mason, J. (2016). When Is a Problem...? "When" Is Actually the Problem! I P. Felmer, E. Pehkonen & J. Kilpatrick (Red.), *Posing and Solving Mathematical Problems: Advances and New Perspectives*. Cham: Springer International Publishing AG.
- Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically* (2. utg.). Prentice Hall.
- McClain, K. & Cobb, P. (2001). An Analysis of Development of Sociomathematical Norms in One First-Grade Classroom. *Journal for research in mathematics education*, 32(3), 236-266.

- Moen, T. (2022). Sosiokulturell teori -Vygosky i teori og praksis IK. Ragnheiður, Ø. Kvello & I. D. Hybertsen (Red.), *Grunnbok i pedagogisk psykologi : utvikling, sosialisering, læring og motivasjon* (1. utgave. utg.). Fagbokforlaget.
- Morin, A. H. (2022). Perspektiver på motivasjon IK. Ragnheiður, Ø. Kvello & I. D. Hybertsen (Red.), *Grunnbok i pedagogisk psykologi : utvikling, sosialisering, læring og motivasjon* (1. utgave. utg., s. 307-320). Fagbokforlaget.
- Moyer, P. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics. *Educational studies in mathematics*, 42(2), 175-197.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode- en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasesstudier* (2. utg.). Unniversitetsforlaget.
- Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode: for master studenter i lærerutdanningen* (Bd. 1). Cappelen Damm Akadeimisk.
- Póyla, G. (1981). *Mathematical Discovery On understanding, learning, and teaching problem solving* (Combined. utg.). John Wiley & Sons.
- Rangnes, T. E. (2016). Samtalekvaliteter- i og mellom praksiser. I M. Johnsen-Høines & R. Herheim (Red.), *Matematikk samtaler : undervisning og læring - analytiske perspektiv* (s. 55-79). Caspar forl.
- Schoenfeld, A. H. (1993). Teaching mathematical thinking and problem solving. I *Sånn, ja ! : rapport fra en konferanse om matematikk-didaktikk og kvinner i matematiske fag, Kristiansand 8.-10. mai 1992* (Bd. 2/93) (Arbeidsnotat (NAVFs sekretariat for kvinneforskning) (trykt utg.)). Norges forskningsråd, avd. NAVF, Sekretariatet for kvinneforskning.
- Schoenfeld, A. H. (2016). Learning to think mathematically: problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *journal of education*, 196(2), 38.
- Skånsrøm, M. & Blomhøj, M. (2016). Matematikklæring for framtida : festskrift til Marit Johnsen-Høines. I B. K. Selvik, M. Johnsen-Høines, H. Alrø & T. E. Rangnes (Red.), *Matematikklæring for framtida : festskrift til Marit Johnsen-Høines*. Caspar.
- SNL. (2021). *Investere*.
- Strandberg, L. (2008). *Vygotsky i praksis : blant pugghester og fuskelapper* (A. Manger, Overs.). Gyldendal Akademisk.
- Säljö, R. (2000). *Lärande i praktiken : ett sociokulturellt perspektiv*. Prisma.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitative metoder* (5. utg. utg.). Fagbokforl.
- Tjora, A. H. (2018). *Viten skapt : kvalitativ analyse og teoriutvikling*. Cappelen Damm akademisk.
- Utdanningdirektoratet. (2020). *Læreplan i matematikk 1-10 trinn*.
- Wittek, L. (2014). Arven fra Vygotsky. I J. Heldal & L. Wittek (Red.), *Pedagogikk : en grunnbok* (s. Cappelen Damm akademisk).
- Wulandari, R. D., Lukito, A. & Khabibah, S. (2018). The Elementary School Students' Mathematical Problem Solving Based on Reading Abilities. *J. Phys.: Conf. Ser.*, 947(1), 12050.
- Wæge, K. & Nostrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for research in mathematics education*, 27(4), 458-477.
- Yin, R. K. (2018). *Case study research and applications : design and methods* (Sixth edition. utg.). SAGE.

Vedlegg

Vedlegg 1: Oversikt over konkrete lærerhandlinger

Lærerhandling	Bakgrunnen
Ikke gi ut pennen med en gang	La elevene gå tid til å diskutere sammen som en gruppe, å sammen legge en plan for hvordan de skal gå videre med problemet.
Ikke bruke håndsopprekning	Sikre at elevene er aktive deltakere som forventer at de skal svare på spørsmål. På sikt kan denne aktiviteten gjøre at elevene selv tenker over spørsmålene før læreren stiller dem. Slik blir de en del av lærerens praksis.
Bruke samtaletrekk	Læreren bruker samtaletrekk for å fremme elevstemmen i klasserommet. Dette er også med å gjøre at informasjonen blir sagt fra flere i klasserommet slik at det er mange muligheter til å forstå.
Elevene sitter i en ring på gulvet sammen med læreren uavhengig av trinn	Dette gir en nærhet til felleskapet, og muligheten til at alle kan se hverandre i øynene. Det skaper en god ramme rundt felleskapet.
Et ark, en penn og en oppgavetekst	Læreren deler kun ut et sett med materialet til hver gruppe. Dette gjør at elevene må samarbeide
Problemet gjennomgås setning for setning	Gir mulighet for å prate om innholdet i hver setning og eventuelt diskutere vanskelige begreper.
Bruke spørsmålene "hva vet jeg?" og "hva vil jeg"	Viktige spørsmål for elevenes forståelse av problemet. På sikt kan elevene spørsmålene bli en del av elevenes måte å møte problemer på.
Snakke hver time om normer for arbeidet	Underbygger at normene er viktig og setter retningslinjer for samarbeid.
Danne grupper på 2-4 elever med utgangspunkt i elevens evne til samarbeid	Elevene kan være flere på gruppa ettersom de lærere å samarbeide. Gruppene bør være større, når problemet er større.
Ikke skrive ned notasjoner eller tall på tavlen	Ikke styre hva elevene skal introdusere til oppgaven, eller legge føringer for en bestemt løsningsmetode.
Is-øvelsen: fortelle sin favoritt is til partner og dele partnerens favoritt is med klassen.	Elevene skal øve på å lytte til hverandre

Vedlegg 2: Intervjuguide

Før intervjuet

1. Kaffeprat
2. Informere om lydopptak
3. Informere om informantens rettigheter

Innledende spørsmål

1. For how long have you been working with DMIC?
2. Can you describe your work in the DMIC program?
 - a. What can you say about the cooperations with the teachers?

Spørsmål til observasjon

1. Can you describe the launch?
 - a. Do you think it is important When launching a problem?
 - b. Is there a specific order of what should happen when launching a problem?
 - c. How much time do you think students need for the launch?
 - d. What do you think is the biggest challenge when launching?
 1. For the teacher
 2. For the students.
2. Is there an ideal groupe size when working with problem-solving tasks?
3. Do you have any thoughts about how the problem should be presented to the students?
4. What can you say about the warm up?
5. We noticed that there is often one task presented to the students during the lessons, can you say something about that?
6. What do you think is important when the students Are working together?
7. Can you tell us about what family means to you?
8. Is there anything else you would like to add?

Vedlegg 3: Godkjenning fra NSD (Sikt)

Kommentar er gitt på engelsk etter etterspørsel fra, for å kunne videreformidles til informanter på New Zealand.

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer
746450

Vurderingstype
Standard

Dato
23.09.2022

Prosjekttittel

Den gode problemløseren

Behandlingsansvarlig institusjon

UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig
Saeed Dehghan Manshadi

Student
Kristin Blindheim Kvammen

Prosjektperiode
01.10.2022 - 01.10.2023

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 01.10.2023.

Kommentar

ABOUT OUR ASSESSMENT

Data Protection Services has an agreement with the institution where you are carrying out research or studying. As part of this agreement, we provide guidance so that the processing of personal data in your project is lawful and complies with data protection legislation.

We have now assessed the planned processing of personal data in this project. Our assessment is that the processing is lawful, so long as it is carried out as described in the Notification Form with dialogue and attachments.

IMPORTANT INFORMATION

You must store, send and secure the collected data in accordance with your institution's guidelines. This means that you must use online survey, cloud storage, and video conferencing providers (and the like) that your institution has an agreement with. We provide general advice on this, but it is your institution's own guidelines for information security that apply.

TYPE OF DATA AND DURATION

The project will process general categories of personal data until 01 October 2023.

LEGAL BASIS

The project will gain consent from data subjects to process their personal data. We find that consent will meet the necessary requirements under art. 4 (11) and 7, in that it will be a freely given, specific, informed and unambiguous statement or action, which will be documented and can be withdrawn.

The legal basis for processing general categories of personal data is therefore consent given by the data subject, cf. the General Data Protection Regulation art. 6.1 a).

PRINCIPLES RELATING TO PROCESSING PERSONAL DATA

We find that the planned processing of personal data will be in accordance with the principles under the General Data Protection Regulation regarding:

- lawfulness, fairness and transparency (art. 5.1 a), in that data subjects will receive sufficient information about the processing and will give their consent

- purpose limitation (art. 5.1 b), in that personal data will be collected for specified, explicit and legitimate purposes, and will not be processed for new, incompatible purposes
- data minimisation (art. 5.1 c), in that only personal data which are adequate, relevant and necessary for the purpose of the project will be processed
- storage limitation (art. 5.1 e), in that personal data will not be stored for longer than is necessary to fulfil the project's purpose

THE RIGHTS OF DATA SUBJECTS

We find that the information provided to data subjects about the processing of their personal will meet legal requirements for form and content, cf. art. 12.1 and art. 13.

So long as data subjects can be identified in the collected data they will have the following rights: access (art. 15), rectification (art. 16), erasure (art. 17), restriction of processing (art. 18) and data portability (art. 20).

We remind you that if a data subject contacts you about their rights, the data controller has a duty to reply within a month.

FOLLOW YOUR INSTITUTION'S GUIDELINES

Our assessment presupposes that the project will meet the requirements of accuracy (art. 5.1 d), integrity and confidentiality (art. 5.1 f) and security (art. 32) when processing personal data.

When using a data processor (questionnaire provider, cloud storage, video call etc.), the processing must meet the requirements for the use of a data processor, cf. art. 28 and art. 29. Use suppliers with whom your institution has an agreement.

To ensure that these requirements are met you must follow your institution's internal guidelines and/or consult with your institution (i.e. the institution responsible for the project).

NOTIFY CHANGES

If you intend to make changes to the processing of personal data in this project it may be necessary to notify us. This is done by updating the information registered in the

Notification Form. On our website we explain which changes must be notified. Wait until you receive an answer from us before you carry out the changes.

FOLLOW-UP OF THE PROJECT

We will follow up the progress of the project at the planned end date in order to determine whether the processing of personal data has been concluded.

Good luck with the project!

Contact person: Simon Gogl

Vedlegg 4: Informasjonsskriv

About the research

The purpose of the study is to observe how teachers guide their pupils when they are working with problem-solving tasks. Our personal experience is that pupils may have difficulties getting started when presented with such tasks. Thus, the pupils often asks questions like “I don’t understand the problem” or “is this the right way to proceed” early in the problem-solving process. Our motivation behind the project is to learn more about how teachers can help students with their mathematical strategies entering problem-solving tasks.

The research question is:

How does the teacher facilitate learning; aiming to strengthen students' entry phase into problem solving?

There have been done quite a lot of research on problem solving the past years, but not as much on problem solving instruction. We hope our study can contribute with more knowledge on the field of instruction. The plan is to finish the master thesis in the middle of May 2023 and to present our findings in one or two conferences in 2023 and 2024.

What will we do?

In the last two weeks of February, we are visiting classrooms working within the DMIC-program. We will observe how teachers are working to strengthen students’ problem solving abilities following one coordinator from DMIC. We are observing one class per teacher, during which we will write down our observations. The aim is to study the actions of the teachers and not the students’.

Which institution is responsible for the research project?

Uit Campus Alta is responsible for the project. We also have a collaboration with TedNet – Teacher Education Network. It is as a part of this research group we are collecting data on Aotearoa.

Why are you being asked to participate?

Side 114 av 127

The work with finding participants has been done by Professor Fiona Ell, who has been our amazing coordinator on Aotearoa. We wanted to work with teachers that has experience with problem-solving tasks in the classroom. Therefore, we were really excited when Professor Fiona told us about the DIMC program.

What does participation involve for you?

If you chose to participate in the project, this will involve observation of one mathematics class within the DMIC program. It is important for us to do the observation without disturbing the natural interaction with you and your students We would therefore like to make the observations in a way you are comfortable with.

Participation is voluntary

Participation in the project is voluntary. If you chose to participate, you can withdraw your consent at any time without giving a reason. All information about you will be anonymized. There will be no negative consequences for you if you chose not to participate or later decide to withdraw you consent.

Your personal privacy – how we will store and use your personal data

We will only use your personal data for the purposes specified here and we will process your personal data in accordance with data protection legislation (the GDPR).

- Only the reachercers and the project leader will have access to the personal data.
- All of the data we collect will be anonymised, and we will keep them in a secure location.
- In the classroom we will use a tablet and notebook to collect our data. Before we visit the classroom we anonymize you with a code and use that one on the data.

Participants will not be recognizable in publications; we will only describe which country you are from and how long you have been a teacher.

What will happen to your personal data at the end of the research project?

The planned end date of the project is 01.10.2023.

Your rights

So long as you can be identified in the collected data, you have the right to:

- access the personal data that is being processed about you
- request that your personal data is deleted
- request that incorrect personal data about you is corrected/rectified
- receive a copy of your personal data (data portability), and
- send a complaint to the Norwegian Data Protection Authority regarding the processing of your personal data

What gives us the right to process your personal data?

Based on an agreement with UIT- Norges arktiske universitet, The Data Protection Services has assessed that the processing of personal data in this project meets requirements in data protection legislation.

Where can I find out more?

If you have questions about the project, or want to exercise your rights, contact:

Kristin Blindheim Kvammen / Masters student
Email: kbl020@uit.no
Phone number: +47 955 51 955

Kaisa Nicolaysen Sundelin/ Masters student
Email: ksu026@uit.no
Phone number: 47 96507867

Ove Gunnar Drageset / Responsible for the project
Email: ove.gunnar.drageset@uit.no
Phone number: +47 91723314

Saeed Manshadi / Supervisor
Email: saeed.d.manshadi@uit.no
Phone number: +47 78450130

Fiona Ell / Local facilitator for the project
Email: f.ell@auckland.ac.nz
Phone number: 3737599 extension 89847

Joakim Bakkevold / Data protection officer
Email: personvernombud@uit.no
Phone number: +47 97691578

If you have questions about how data protection has been assessed in this project,
contact:

Data Protection Services,

Email: personverntjenester@sikt.no

Phone number: +47 53 21 15 00.

Yours sincerely, Ystävällisin tervehisin

Ove Gunnar Drageset
Project Leader

Kristin B. Kvammen
Student

Kaisa Sundelin
Student

Vedlegg 5: Samtykkeskjema

I have received and understood information about the project 746450 “Problem solving instructions” and have been given the opportunity to ask questions. I give consent:

- to having a conversation/interview regarding the DMIC – project with two students.
- to the data gathered during the interview be used in the master’s thesis

I understand that:

My participation is voluntary.

I can withdraw my data at any time without penalty by contacting Fiona Ell

Data will be stored until the project is complete in May 2023 and then destroyed.

All data storage, use and reporting will be confidential.

(Signed by participant, date)

If you would like a short summary of our conclusions in English, write down your email here:

