9. Innføring i logikk

Mariann Solberg

Når vi til daglig snakker om logikk, er det gjerne fordi vi vil si noe om hva som er rimelige antakelser, sannsynlige sammenhenger eller normal praksis. Det er logisk at glasset står på høyre side av kuverten når de fleste av oss er høyrehendt og det er logisk at glatt føre var årsaken til at bilen kjørte utfor veien. I formal logikk dreier det seg ikke om å vurdere sannsynlighet eller rimelighet. Logikk som formal vitenskap dreier seg om former, relasjoner og strukturer heller enn innhold. Vi skal se at formal logikk likevel tjener til å avdekke språk- og tankerelasjoner mellom begreper og utsagn som har meningsinnhold.

9.1 Hva er logikk?

Begrepet "logikk" kommer fra gresk *logos* som kommer fra *lego* eller *legein*. Begrepet skal i gresk opprinnelig ha betydd "tale", "ord", "redegjørelse" eller "fornuft". *Logos* kan ha ulike betydninger i ulike sammenhenger, men en hyppig forekommende oversetting i filosofiske sammenhenger er "språklig artikulert fornuft". Formal logikk har sin opprinnelse i Aristoteles (384-322 f.kr) sin lære om slutninger. Aristoteles er den første vi vet om som har gitt prinsippene for korrekte resonnementer en systematisk behandling. Aristoteles så at det trengtes et redskap mot uredelig og ugyldig argumentasjon, men han viser også en overordnet teoretisk interesse for de systematiske sammenhengene i logisk gyldig argumentasjon. Det å ha kjennskap til grunnleggende formallogikk er viktig for den som skal studere ved et universitet. Språket har visse grunnleggende logiske egenskaper, og disse benytter vi oss av, bevisst eller ubevisst, i argumentasjon. For den som skal lære om, og forberede seg til å drive, vitenskapelig aktivitet er bevissthet om språkets logiske strukturer viktig. Dette for at vi skal kunne avdekke dårlige begrunnede resonnementer, slik Aristoteles var opptatt av, men også for at vi selv skal kunne bygge opp gode argumenter for og mot ulike syn.

I tillegg til at innsikt i logikk og logiske strukturer er et poeng i seg selv, har en innføring i logikk dessuten en viktig rolle å spille i vår fremstilling av vitenskapsteori og metode. For å forstå induksjon, deduksjon og hypotetisk deduktive strukturer er det en betingelse at vi kan kjenne igjen de logiske strukturene som er involvert. Både diskusjoner om induktivisme, diskusjonen mellom logiske positivisme og Poppers falsifikasjonisme, så vel som vitenskapsfilosofisk kritikk av de logiske positivistene forutsetter en forståelse av den rollen som logiske strukturer spiller. Også en forståelse av forklaringsformene er betinget av at vi mestrer grunnleggende logikk. Vi skal ta for oss Aristoteles sin syllogismelære for å opparbeide oss et intuitivt forhold til de logiske begrepene og særlig få en følelse for hva det vil si at en slutning er logisk gyldig. Deretter tar vi med oss forståelsen vi har opparbeidet når vi går videre over til setningslogikken, som er den form for logikk som er involvert i vitenskapsteoretisk sammenheng. Her vil mange av oss måtte arbeide litt mer for å få et intuitivt grep om de logiske strukturene. Logikk krever at vi tar oss tid til å arbeide med øvelser for at vi skal få det ”inn i fingrene”, og det krever at vi har tillit til vår egne evne til å forstå.

9.2 Syllogismer

Aristoteles sin form for logikk kalles gjerne ”syllogismelære”. En syllogisme er et resonnement med en bestemt form. Den består av to premisser og en konklusjon, og hver av setningene er enkle, i den forstand at de inneholder et subjekt og et predikat. Setningene kan være påstander om at noe er eller ikke på bestemte måter. Eksempler her er ”Snøen er hvit” eller ”Snøen er ikke hvit”. Det vil si at det bare er såkalt deskriptive utsagn som kan bringes inn som premisser og konklusjon, ikke normative utsagn. Deskriptive utsagn er beskrivende, og kan være sanne eller usanne. Normative utsagn innholder normer eller vurderinger, og kan ikke være sanne eller usanne. Et eksempel her er ”Det er stygt å lyve.” Logikken kan altså kun håndtere utsagn som kan være sanne eller usanne, dette gjelder ikke bare i syllogismelæren. En syllogisme inneholder tre - og bare tre – termer, og disse kan være singulære (omtale en bestemt), partikulære (omtale noen) eller universelle (omtale alle eller ingen).[1]

[1] Her kan vi merke oss at Aristoteles selv ikke opererte med singulære termer i sin syllogismelære. Dette har likevel blitt så alminnelig utbredt senere at vi har valgt å trekke inn også eksempler med singulære termer. For deg som er særlig interessert i å følge Aristoteles begrunnelse for dette, og vil følge diskusjonen anbefaler vi at du ser på kilder som vi henviser til i slutten av dette kapitlet.

En syllogistisk grunnform som i løpet av middelalderen fikk tilnavnet Barbara[2] ser slik ut formalisert:

Alle M er P
Alle S er M
Alle S er P

De to utsagnene som står over streken er det vi kaller premisser, de to er utgangspunktet vi har før vi begynner å tenke på hva som følger av de til sammen. Vi kaller disse overpremiss og underpremiss, eller også førstepremiss og andrepremiss. Utsagnet under streken er konklusjonen, det er den som er følgen av premissene når slutningen er gyldig. I resten av boka skal vi minne deg om den rollen som utsagnene har som førstepremiss, andrepremiss og konklusjon ved å skrive inn henholdsvis P1, P2, og K i alle skjema. Dette er altså mer å forstå som et pedagogisk virkemiddel og har ingen funksjon ut over det.

P1: Alle M er P	overpremiss, premiss 1
P2: Alle S er M	underpremiss, premiss 2
K: Alle S er P	konklusjon

I skjemaet over ser vi et formalisert resonnement. Når vi sier at resonnementet er formalisert så mener vi at det ikke inneholder noen innholdsmessig bestemte termer, og at termene er erstattet av noe som symboliserer termer. Innholdsmessig bestemte termer kan være det samme som begreper eller navn, altså betegnelser som viser til noe bestemt eller noen bestemte i virkeligheten. I vårt eksempel står hver av de store bokstavene for en term, og det er viktig at samme begrep er representert av samme bokstav gjennom hele eksemplet. M, S og P opptrer her som variabler for termer, det vil si at vi kan putte inn mange ulike innholdsbestemte termer i syllogismen uten at det gjør en forskjell for den logiske strukturen. Legg merke til at en av termene inngår i begge premissene, men ikke i konklusjonen. I skjemaet over er det M. Denne termen kaller vi mellomtermen. Vi skiller mellom variabler og konstanter, og navnene hinter om hva som skiller dem; konstanter kan ikke byttes ut, det kan variabler. ”Alle” er her en konstant, mens M, P og S er variabler. Hvis vi skifter ut ordet ”alle” med at annet ord, som for eksempel ”noen” så endres syllogismens logiske form. Det

[2] Hvis du vil vite mer om grunnlaget for navnet anbefaler vi en artikkel av Paul Vincent Spade som du finner i litteraturlista bakerst i kapitlet.

finnes mange forskjellige typer av syllogismer, men vi skal bare se på de som kalles for kategoriske syllogismer. De kategoriske syllogismene inneholder utsagn som påstår eller benekter at noe har en egenskap eller er medlem av en klasse. Hvis vi nå forsøker å erstatte variablene med innholdsbestemte termer kan vi for eksempel få:

Eksempel 1
P1: Alle dyr er dødelige
P2: <u>Alle mennesker er dyr</u>
K: Alle mennesker er dødelige

Her har vi erstattet M med ”dyr”, P med ”dødelige”, og S med ”mennesker”. Her gjelder det altså å passe på at hver av variablene (M, P, S) alltid erstattes med samme term. Dette har å gjøre med identitetsprinsippet, som er en av logikkens tre grunnleggende lover. Det sier at ethvert objekt er identisk med seg selv, A er lik A. Er så slutningen ovenfor en logisk gyldig slutning? Klarer du å ”se” dette intuitivt? Hvis vi tenker oss igjennom det som står her, så vil vi formulere oss slik; *Hvis* alle dyr er dødelige *og* alle mennesker er dyr, er det da slik at alle mennesker er dødelige? Det er egentlig dette vi spør om, når vi spør om slutningen er logisk gyldig. Vi spør altså egentlig om konklusjonen følger av premissene, om konklusjonen er en tankenødvendig konsekvens av premissene. Når en slutning er logisk gyldig så følger konklusjonen *med nødvendighet* fra premissene. Følger konklusjonen med nødvendighet fra premissene her? Er det slik at når vi går ut fra at alle dyr er dødelige og vi går ut fra at alle mennesker er dyr; når dette altså er utgangspunktet vårt, dette er alt det vi skal holde oss til, er det da nødvendigvis slik at vi også *må akseptere* at alle mennesker er dødelige? Ja, det ser faktisk slik ut! Konklusjonen må sies å følge med nødvendighet fra premissene. Mange tar dette intuitivt og griper denne sammenhengen med en gang. Andre av oss må drive på med dette ei stund for å øve opp blikket for logisk gyldighet. Denne slutningen over her er i alle fall logisk gyldig.

Aristoteles hadde imidlertid ikke ferdig oppsatte syllogismer som utgangspunkt, slik som vi har gitt oss selv her. Han stilte altså ikke spørsmålet: ”Er denne syllogismen gyldig?” han spurte seg derimot: ”Hvilke par av premisser vil gi en syllogistisk konklusjon?” Dette er det samme som å spørre: ”Fra hvilke par av sanne premisser kan vi trekke ut en konklusjon på en logisk gyldig måte?” Aristoteles startet altså i motsatt ende i forhold til det vi gjør når vi spør om en bestemt syllogistisk slutning er gyldig. Det gjør ingen prinsipiell forskjell, selvsagt, for slutningens gyldighet, men det viser at for Aristoteles lå det også en praktisk interesse til grunn. Når man spør slik Aristoteles gjør er man interessert i å vite hva som er sant å si, samtidig. Hva kan man påstå eller benekte, samtidig, uten å motsi seg selv? Det å finne ut av og avdekke slik systematiske sammenhenger i språket og tenkningen vår er selvsagt av stor verdi for oss alle, ikke bare for forskere innen filosofi.

9.3 Noen logiske begrep

Men la oss se litt nærmere på en del av de begrepene vi har brakt inn. Hva er egentlig en *premiss*, en *konklusjon* og ei *slutning*? Hva mener vi med *logisk gyldighet*?

Premisser er utgangspunktet vårt, det vi slutter ut i fra. Premissene står alltid over streken i slutningen.
Konklusjon er det vi slutter oss fram til, det vi utleder fra premissene. Konklusjonen står alltid under streken i slutningen.
Slutning. Streken symboliserer slutningen, og har en funksjon som minner om likhetstegnet (=) i matematikken. Slutningen er selve overgangen fra premisser til konklusjon, og denne operasjonen skjer i vår tenkning.

Vi bruker benevnelsene ”resonnement”, ”argument” og ”slutning” i litt ulike sammenhenger, men i logikk er det ofte grunnleggende sett det samme vi tenker på når vi snakker om resonnementer som når vi snakker om argumenter og når vi snakker om slutninger. Når vi kaller hele syllogismen (hele argumentet, resonnementet) for en slutning er det strengt tatt upresist, da det å slutte egentlig dreier seg om å foreta den tankemessige operasjonen som streken symboliserer.

Om *logisk gyldighet* har vi allerede sagt at: når ei slutning er logisk gyldig så følger konklusjonen *med nødvendighet* fra premissene. En definisjon av logisk gyldig slutning lyder imidlertid slik:

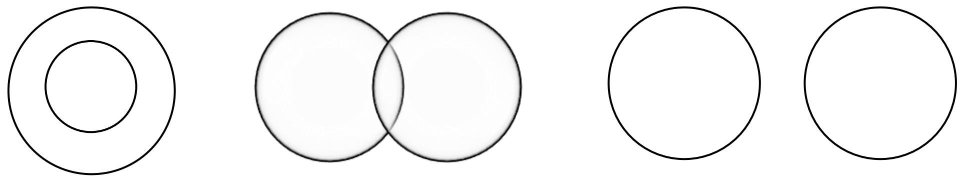
En slutning er logisk gyldig hvis og bare hvis enhver slutning med samme logiske form og sanne premisser har sann konklusjon.

Av denne definisjonen skjønner vi at det er forskjell på sannhet og gyldighet. Sannhet angår hele utsagn eller setninger, altså slikt som kan opptre som premisser eller konklusjon. Vi sier ikke at hele syllogismer er sanne. Logisk gyldighet, derimot, angår hele argumenter eller syllogismer. Sannhet har å gjøre med innholdet i utsagn, det som utsagnene betyr, mens gyldighet har å gjøre med form. Det å avgjøre om et argument er logisk gyldig dreier seg altså om å finne ut av og svare på om formen til argumentet er slik at: hvis man putter inn sanne premisser, vil man så få ut en sann konklusjon? Hvis dette er tilfelle, så er argumentet gyldig. Gyldighet angår altså relasjonene mellom premisser og konklusjon. I setningslogikk, som vi skal komme tilbake til, vil relasjonene vi analyserer alltid være relasjoner mellom setninger, mens i syllogismelæren og i moderne predikatslogikk vil relasjoner mellom begreper (eller det vi har kalt termer) også være mulig.

Noen utsagn eller setninger kan ikke brukes inn i syllogistiske slutninger selv om de ikke er normative, selv om de altså ikke angir normer eller vurderinger. Det er setninger som innebærer brudd med noen av logikkens lover. Et eksempel er ”Det regner og det regner ikke.” Dette utsagnet er en kontradiksjon, en selvmotsigelse. Utsagnet kan ikke sies å være verken sant eller usant, og noen andre verdier finnes ikke å tilskrive utsagn. Utsagnet må sies å bryte med kontradiksjonsprinsippet, opprinnelig formulert av Aristoteles. Kontradiksjonsprinsippet regnes som en av logikkens tre lover og lyder: ”Det er umulig at det samme samtidig og i samme forstand både kan tilkomme og ikke tilkomme den samme tingen.” (Aristoteles: *Metafysikken*, bok 3, del 3) Prinsippet sier i en språkfilosofisk versjon at en påstand og dennes negasjon ikke kan være sanne samtidig. Eksemplet over inneholder to setninger som er forbundet med og til en sammensatt setning, der en ene påstår noe, ”det regner”, som den andre benekter, ”det regner ikke”. Vi kunne kanskje tenke oss at setninger eller utsagn som ikke er sanne eller usanne, har en annen verdi, for eksempel meningsløst, men det kan den formale logikken, slik vi blir kjent med den her, ikke forholde seg til. Dette bryter med en av de andre av logikkens lover, nemlig loven om det utelukkede tredje. For ethvert utsagn gjelder det at enten så er utsagnet sant eller så er negasjonen av utsagnet sant. (Aristoteles: *De Interpretatione*, del 9)

9.4 Hvordan teste logisk gyldighet i syllogismer?

Slik Aristoteles bruker benevnelsen ”syllogisme” så betyr det ikke bare en bestemt slutningsform. Han bruker ordet om logisk gyldige slutninger. Dette skiller seg fra den moderne bruken av benevnelsen, der vi altså henviser til en bestemt type av slutninger når vi snakker om syllogismer. Nå er det ikke alltid så enkelt å avgjøre om slutninger faktisk er gyldige eller ikke. For oss, som i moderne tid ikke forutsetter at begrepet syllogisme har logisk gyldighet innbakt i seg, og som ikke har lært alle de ulike ”figurene” som finnes i det syllogistiske systemet, finnes i enkel mengdelære et godt hjelpemiddel til å avgjøre logisk gyldighet for syllogismer. Dette hjelpemidlet er såkalte ”Eulerske sirkler”, også kalt ”Euler-diagrammer", etter den sveitsiske matematikeren Leonhard Euler (1707-1783). Euler-diagrammer består av enkle lukkede sirkler som viser relasjoner mellom mengder. Såkalte Venn-diagrammer, som noen kanskje har møtt i mengdelæren, er utviklet med basis i Euler-diagrammer og kan vise mer komplekse forbindelser. De tre ulike relasjonene mellom mengder som vi skal se på her vil være at en mengde er inneholdt i en annen som en ekte delmengde, det kan være delvis overlappende mengder, eller ingen overlapping.



(Figur 1: Tre figurer som viser de tre ulike mulige relasjonene)

La oss nå gå tilbake til det eksemplet vi hadde:

Eksempel 1
P1: Alle dyr er dødelige
P2: <u>Alle mennesker er dyr</u>
K: Alle mennesker er dødelige

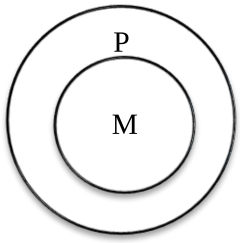
Er denne syllogismen logisk gyldig? Er det slik at konklusjonen følger tankenødvendig fra premissene? Vi har for så vidt allerede sagt at nettopp denne slutningen er logisk gyldig. Men la oss teste dette ved å bruke Euler-diagrammer:

Vi kan for enkelhets skyld formalisere slutningen, slik at vi kommer tilbake til det første skjemaet. Dette gjør det lettere for oss å fokusere kun på form. For "dyr" bruker vi M, for "dødelig" bruker vi P, for mennesker bruker vi S. Da får vi:

P1: Alle M er P
P2: <u>Alle S er M</u>
K: Alle S er P

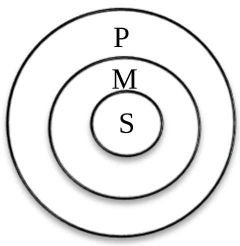
Når vi skal sette det inn i diagram tegner vi først opp relasjonen beskrevet i første premiss, mengden av alle de som er M inngår som en ekte delmengde i mengden av alle de som er P.

Da får vi en liten sirkel der M står inni, og denne er helt inkludert i (omsluttet av) en større sirkel der P står inni. Slik:



(Figur 2)

Vi har her altså tegnet første premiss ”Alle M er P” mengdeteoretisk. Nå skal andre premiss tegnes inn i dette diagrammet. Andre premiss sier at ”Alle S er M”, og det betyr at den etablerer mengden av de som er S som en ekte delmengde i mengden av de som er M. Da tegner vi inn en liten sirkel der S står inn, og denne lille nye sirkelen er helt inkludert i sirkelen der M står inni. Slik:



(Figur 3)

Det er avgjørende at vi tegner inn både første og andre premiss i samme diagram, ellers vil vi ikke klare å lese av det vi er ute etter, nemlig relasjonene mellom de ulike termene som inngår i premissene. Vi ser at når M er en ekte delmengde i P, og S er en ekte delmengde i M, så må også S være en ekte delmengde i P. Det har å gjøre med at det som gjelder for M, at den er en ekte delmengde i mengden P, også må gjelde for den ekte delmengden til M, som er S. Denne innsikten kan vi formulere som to enkle regler:

1. Det som gjelder en hel mengde må også gjelde enhver ekte delmengde i den.

Og likeledes for benekting:

2. Det som benektes for en hel mengde må også benektes for enhver ekte delmengde i den.

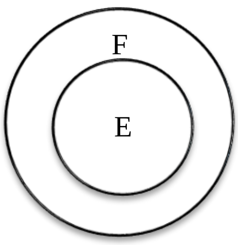
Så er spørsmålet: kan vi nå lese ut, rent mengdeteoretisk, hvorvidt slutningen er logisk gyldig? Ja, det kan vi. Hvordan kan vi se det? Vi må spørre oss: Ligger konklusjonen allerede inne i premissene? Det vi gjorde var å tegne begge premissene inn i diagrammet (figur 3). Konklusjonen, som sier at "Alle S er P" kan faktisk leses direkte av skjemaet, det er inntegnet der allerede.

I eksemplet vårt kan vi se at M er med i første premiss og i andre premiss, men den er ikke med i konklusjonen. M (som står for termen "dyr") fungerer som bindeledd mellom førstepremiss og andrepremiss, og det er den som gjør at vi kan trekke konklusjonen at "Alle S er P" (eller at "Alle mennesker er dødelige"). Vi kaller en term som har denne funksjonen for middeltermen. I en logisk gyldig slutning er ikke middeltermen med i konklusjonen, mens den er med i førstepremissen og andrepremissen.

Vi ser på noen flere eksempler:

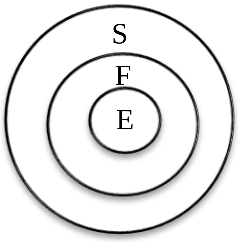
Eksempel 2	Formalisert:
P1: Alle epler er frukter	P1: Alle E er F
P2: <u>Alle frukter er spiselige</u>	P2: <u>Alle F er S</u>
K: Alle epler er spiselige	K: Alle E er S

(Legg merke til at vi her bruker første bokstav i hvert av begrepene når vi formaliserer, det gjør det enklere å sammenlikne den formaliserte utgaven med utgangspunktet.) Vi tester mengdeteoretisk, og vi tegner inn førstepremiss. Da får vi:



(Figur 4)

Så tegner vi inn andrepremiss og får:



(Figur 5)

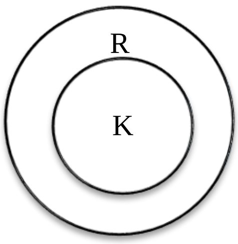
Vi kan lese konklusjonen rett ut av premissene, vi ser at altså at det nødvendigvis må være slik at "Alle E er S", og slutningen er logisk gyldig. Vi kan notere oss at middeltermen plassering i forhold til de andre termene er annerledes i eksempel 2 sammenliknet med eksempel 1, men slutningen er likevel gyldig.

Vi ser på et annet eksempel:

Eksempel 3

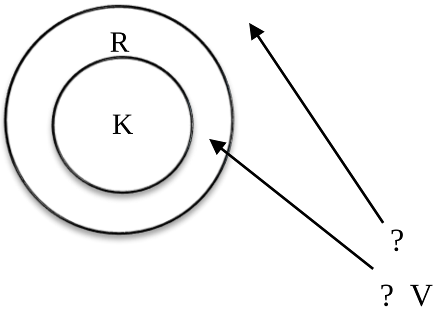
P1: Alle krokodiller er reptiler	P1: Alle K er R
P2: <u>Alle krokodiller er vekselvarme</u>	P2: <u>Alle K er V</u>
K: Alle vekselvarme er reptiler	K: Alle V er R

Vi tester og vi tegner inn førstepremiss:



(Figur 6)

Så prøver vi å tegne inn andrepremiss. Vi ser at V ikke kan plasseres inn i diagrammet på en entydig måte. Her må vi huske at på at vi bare skal forholde oss til de opplysningene de to premissene gir oss, vi har ikke anledning til å trekke inn det vi ellers måtte vite. I andrepremiss får vi vite at K inngår som en ekte delmengde i mengden av de som er V. Med denne informasjonen kan vi ikke entydig avgjøre hvorvidt V skal plasseres inn i den ytterste sirkelen, innenfor sirkelen til R men utenfor sirkelen til K, eller om den skal plasseres utenfor den ytterste sirkelen. Det *kan* være at V inngår i mengden av de som er R men det er ikke entydig avgjørbart.



(Figur 7)

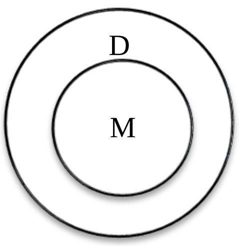
Ut fra det vi har fått vite i andrepremiss kan vi altså ikke vite hvorvidt V inngår i mengden av de som er R, som konklusjonen slår fast. Derfor kan vi ikke si at konklusjonen følger med nødvendighet fra premissene her, og slutningen er altså ugyldig.

Til nå har vi bare brukt eksempler på syllogismer med utsagn som har ordet "alle" i seg, altså universelle utsagn. Vi skal se på et eksempel som inneholder et singulært utsagn, altså utsagn som omhandler bare en.

Eksempel 4

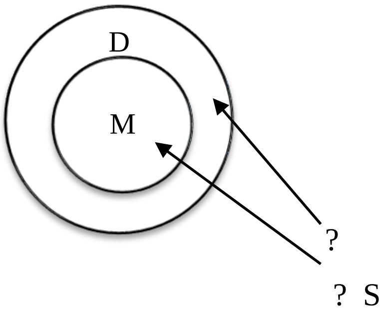
P1: Alle mennesker er dødelige	P1: Alle M er D
P2: <u>Sokrates er dødelig</u>	P2: <u>S er D</u>
K: Sokrates er et menneske	K: S er M

Vi tester og vi tegner inn førstepremiss:



(Figur 8)

Så prøver vi å tegne inn andrepremiss. Vi ser at S ikke kan plasseres inn i diagrammet på en entydig måte. I andrepremiss får vi vite at S inngår som en ekte delmengde i mengden av de som er D. Med denne informasjonen kan vi ikke entydig avgjøre hvorvidt S skal plasseres inn i den innerste sirkelen, sammen med M eller om den skal plasseres i den ytterste, sammen med D. Det *kan* være at S inngår i mengden av de som er M men det er ikke entydig avgjørbart.



(Figur 9)

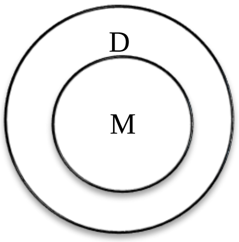
Ut fra det vi har fått vite i andrepremiss kan vi altså ikke vite at S inngår i mengden av de som er M, som konklusjonen slår fast. Derfor kan vi ikke si at konklusjonen følger med nødvendighet fra premissene her, og slutningen er altså ugyldig.

Vi ser på et nytt eksempel med de samme termene, men her har de en annen relasjon til hverandre.

Eksempel 5

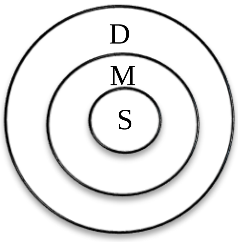
P1: Alle mennesker er dødelige	P1: Alle M er D
P2: <u>Sokrates er et menneske</u>	P2: <u>S er M</u>
K: Sokrates er dødelig	K: S er D

Vi tester og tegner inn førstepremiss:



(Figur 10)

Så prøver vi å tegne inn andrepremiss, og ser at S entydig inngår i mengden av de som er M, som en ekte delmengde.



(Figur 11)

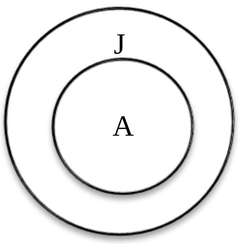
Vi spør om konklusjonen ”S er D” ligger inne i premissene, og vi ser at vi kan lese av dette i diagrammet. Konklusjonen følger altså tankenødvendig fra premissene, og slutningen er logisk gyldig.

Vi skal se på to eksempler som inneholder partikulære utsagn, altså utsagn som omhandler ”noen”.

Eksempel 6

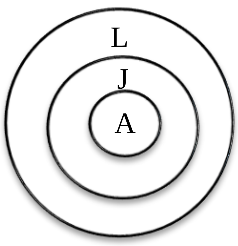
P1: Alle advokater er jurister	P1: Alle A er J
P2: <u>Alle jurister er lovlydige</u>	P2: <u>Alle J er L</u>
K: Noen lovlydige er advokater	K: Noen L er A

Vi tester og tegner inn førstepremiss:



(Figur 12)

Så prøver vi å tegne inn andrepremiss, og ser at mengden av de som er J inngår som en ekte delmengde i mengden av de som er L, vi plasserer altså sirkelen for L utenfor sirkelen til J.



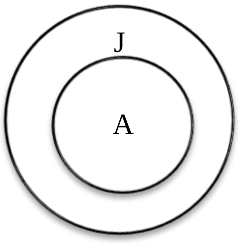
(Figur 13)

Så spør vi om konklusjonen kan leses direkte ut av diagrammet, vi spør: Kan vi lese ut at noen lovlydige er advokater? Vi ser at noen innenfor mengden av de som er lovlydige, L også er advokater, A. Konklusjonen følger altså tankenødvendig fra premissenen og slutningen er logisk gyldig.

Eksempel 7

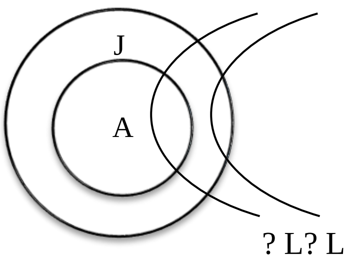
P1: Alle advokater er jurister	P1: Alle A er J
P2: Noen jurister er lovlydige	P2: Noen J er L
K: Noen lovlydige er advokater	K: Noen L er A

Vi tester og tegner inn førstepremiss:



(Figur 14)

Så prøver vi å tegne inn andrepremiss og ser at vi ikke klarer å bestemme hvor vi skal tegne inn sirkelen som viser mengden av de som er L. Skal mengden av de som er L være delvis overlappende med bare mengden av de som er J eller skal den også være overlappende med mengden av de som er A?



(Figur 15)

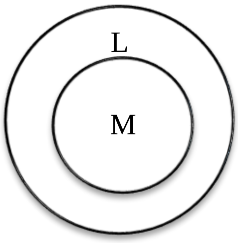
Det er ikke avgjørbart hvor vi skal plassere inn mengden av de som er L og slutningen er ikke gyldig.

Til sist skal vi se på eksempler med universelle utsagn som inneholder ordet ”ingen”.

Eksempel 8

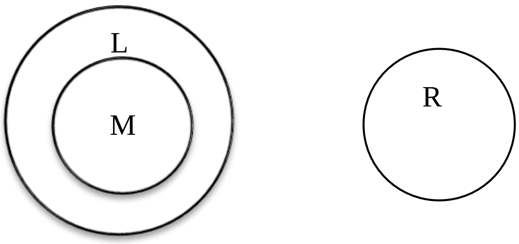
P1: Alle mennesker er levende	P1: Alle M er L
P2: <u>Ingen roboter er levende</u>	P2: <u>Ingen R er L</u>
K: Ingen mennesker er roboter	K: Ingen M er R

Vi tester og tegner inn førstepremiss:



(Figur 16)

Så prøver vi å tegne inn andrepremiss, og ser at mengden av de som er R må tegnes utenfor den eksisterende figuren, som en egen sirkel ved siden av.



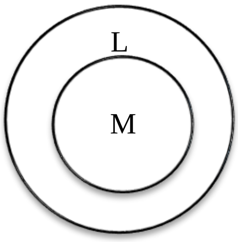
(Figur 17)

Kan nå konklusjonen, ”Ingen M er R” leses direkte ut av skjemaet? Det kan den, vi ser at R ikke inngår i mengden av de som er M og slutningen er gyldig.

Eksempel 9

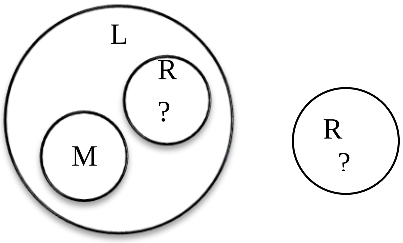
P1: Alle mennesker er levende	P1: Alle M er L
P2: <u>Ingen mennesker er roboter</u>	P2: <u>Ingen M er R</u>
K: Ingen roboter er levende	K: Ingen R er L

Vi tester og tegner inn førstepremiss:



(Figur 18)

Vi prøver å tegne inn andrepremiss, og ser at vi ikke klarer å avgjøre hvordan relasjonen mellom mengden av de som er L og mengden av de som er R er avklart. Det vil si at vi ikke vet hvor vi skal tegne inn sirkelen som markerer mengden av de som er R. Vi vet at den skal være utenfor mengden av de som er M, men vi har ikke fått vite om den også skal være utenfor mengden av de som er L. Det er altså ikke avgjørbart hvordan andrepremiss skal tegnes inn i skjemaet.



(Figur 19)

Slutningen er logisk ugyldig.

Det som denne gjennomgangen bør ha vist er at sannhet og logisk gyldighet ikke må forveksles. Selv om vi har en sann konklusjon er vi ikke garantert at slutningen er logisk gyldig. Og selv om alle utsagnene i en slutning er sanne, så trenger ikke slutningen være gyldig. En slutning kan også være logisk gyldig selv om et eller flere av utsagnene i den er usann(e). Likevel så vi i definisjonen av logisk gyldighet at det er visse systematiske forhold mellom sannhet og gyldighet. Definisjonen lyder:

En slutning er logisk gyldig hvis og bare hvis enhver slutning med samme logiske form og sanne premisser har sann konklusjon.

Vi kan si det samme på en litt annen måte: Konklusjonen i en slutning der premissene er sanne og slutningen er gyldig må nødvendigvis være sann.

9.5 Setningslogiske slutningsformer

I de syllogistiske slutningsformene vi har sett på til nå går vi inn i utsagnene i resonnementene og analyserer det logiske forholdet mellom begrepene eller termene som inngår. I såkalt setningslogikk opererer vi med hele utsagn eller setninger. De logiske relasjonene vi arbeider med her er altså ikke relasjoner mellom begreper, men relasjoner mellom hele setninger. Ellers er det de samme logiske begrepene vi forholder oss til, som ”premisser”, ”konklusjon”, ”slutning”, ”logisk gyldig slutning” og så videre. Men i setningslogikken kan vi ikke benytte Euler-diagrammer for å teste logisk gyldighet. Likevel har forhåpentlig gjennomgangen av eksemplene på testing gjort deg fortrolig med en del vesentlige trekk ved formal logikk, som for eksempel at det er svært viktig å skille mellom form og innhold, og mellom sannhet og gyldighet. Slik sett får intuisjonene våre litt drahjelp, og det gjør at vi lettere klarer å avgjøre om slutninger er logisk gyldige eller ikke, selv om vi ikke kan ”regne det ut” mengdeteoretisk. Blant de som i dag arbeider med moderne symbolsk logikk er det noen som setter pris på Aristoteles sin syllogismelære mens andre mener at det man i dag arbeider med er vesensforskjellig fra det Aristoteles gjorde. Diskusjonen dreier seg blant annet om det at Aristoteles analyserer setninger som inneholdende subjekt og predikat. I symbolsk logikk har ikke dette noen plass. Moderne predikatslogikk er nok adskillig mer avansert enn syllogismelæra og man går langt utover det området Aristoteles opererte innenfor.

Det å kunne en del om logikk er en klar fordel i et universitetsstudium, da det å vite at språklige strukturer også alltid er logiske strukturer er en grunnleggende innsikt som kan hjelpe oss i arbeidet med å analysere tekster og argumenter. Likevel har denne korte innføringen i logikk også en hensikt utover denne generelle hensikten. I Examen Facultatum skal vår innføring forberede for det som kalles hypotesetesting i vitenskapsteorien. Istedenfor å gå nøye inn på setningslogikk skal vi gå direkte løs på fire setningslogiske slutningsformer som blir viktige i sammenheng med hypotesetesting. De fire har de følgende navnene og ser slik ut:

modus ponens	*avkrefting av antecedenten*	*modus tollens*	*bekrefting av konsekventen*

P1: Hvis p så q	P1: Hvis p så q	P1: Hvis p så q	P1: Hvis p så q
P2: p	P2: ~ p	P2: ~ q	P2: q
K: q	K: ~ q	K: ~ p	K: p

Variablene ”p” og ”q” står her for hele setninger. Tegnet ”~” står for benektelse, ”ikke”, og er en logisk konstant. ”Hvis” og ”så” står for en logisk konstant som heter implikasjon, og denne skrives ofte som ei pil, p -> q. I en implikasjon er ”antecedenten” den første variabelen, her er det ”p”, mens den andre variabelen kalles ”konsekvent”, her er det ”q”. Vi leser skjemaene på en bestemt måte, for eksempel leser vi modus ponens slik: Førstepremiss: Hvis p er tilfelle, så må q være tilfelle. Andrepremiss: p er tilfelle. Konklusjon: Da må også q være tilfelle.

Det er mulig å erstatte variablene ”p” og ”q” med et bestemt innhold, likedan som vi har gjort med termene i syllogismer, og slutningen vil likevel beholde de samme logiske relasjonene mellom utsagnene som er involvert. Forskjellen er at her er det hele setninger vi kan sette inn. De logiske konstantene kan vi ikke bytte ut uten at de logiske relasjonene endres.

To av disse slutningsformene er logisk gyldige, og to av dem er ugyldige. Her er det kanskje ikke så lett å avgjøre hvilke av dem som er gyldige? Prøv å tenke deg gjennom hver av de fire. Likedan som i syllogismene har vi bare ”lov til” å ta hensyn til det som de to første premissene sier når vi vurderer om konklusjonen følger av premissene, vi kan ikke trekke inn tilleggsinformasjon. La oss se på den første slutningen, modus ponens. Den sier i første premiss at hvis p er tilfelle så må q være tilfelle. Dette blir altså nedlagt som en forutsetning som vi skal holde oss til i vår videre tenkning, en forutsetning som vi ikke kan rokke ved. Hvis p er tilfelle så må altså q være tilfelle. Andre premiss sier at p faktisk er tilfelle. Med de to premissene fastlagt, vet vi så nok til å kunne trekke konklusjonen med nødvendighet? Ja, vi vet det fordi hvis p så q, og når vi da også vet at p, så må faktisk q være tilfelle, fordi dette jo er fastlagt i første premiss. Altså er slutningsformen modus ponens logisk gyldig.

Vi ser på den siste av slutningsformene, bekrefting av konsekventen. Første premiss sier at hvis p er tilfelle så må q være tilfelle. Andre premiss sier at q er tilfelle. Vet vi nå nok til å kunne slutte oss fram til konklusjonen, at p er tilfelle? Nei, det gjør vi ikke. Det vi vet noe om er at hvis p er tilfelle, så er q tilfelle, men vi vet ikke at det motsatte gjelder. Det er ikke sagt noe sted i premissene våre at hvis q så p. Altså kan vi ikke på en tankenødvendig måte trekke konklusjonen ut av premissene. Slutningsformen bekrefting av konsekventen er ikke logisk gyldig.

Modus tollens; hva skal vi tro om den? Den sier i første premiss at hvis p er tilfelle så må q være tilfelle. Andre premiss sier at q ikke er tilfelle. Kan vi da vite det som konklusjonen sier, nemlig at p ikke er tilfelle? Når vi har nedlagt som en premiss at q er en følge av p (i første premiss) og vi får vite at q ikke er tilfelle, da kan faktisk ikke p har vært tilfelle heller. Denne konklusjonen, at p ikke er tilfelle, følger tankenødvendig fra premissene. Slutningsformen modus tollens er logisk gyldig.

Den siste slutningsformen, avkrefting av antecedenten, sier i første premiss at hvis p er tilfelle så q er tilfelle. I andre premiss får vi vite at p ikke er tilfelle. Kan vi da på en logisk gyldig måte slutte oss fram til at q ikke er tilfelle? Nei det kan vi faktisk ikke. Det vi har sagt i første premiss er p er en betingelse for q, men vi har ikke sagt noe om hvorvidt det også kan finnes andre betingelser for q. Så selv om p ikke er tilfelle, slik andre premiss slår fast, så kan vi ikke vite noe som helst om hvorvidt q ikke likevel skulle kunne være tilfelle. Det må vi holde åpent. Slutningsformen avkrefting av antecedenten er ikke logisk gyldig.

Vi skal sette inn setninger i hver av de fire slutningsformene, slik at vi få eksempler å tenke oss inn i. Vi lar p være ”det regner”, mens q er ”gata er våt”

modus ponens:

P1: Hvis det regner så er gata våt

P2: <u>Det regner</u>

K: Gata er våt

Vi antar at det er enkelt for de fleste av oss å finne ut av, rent intuitivt at modus ponens er logisk gyldig. Her er regn lagt ned som én betingelse for våt gate, i første premiss, og når regn inntreffer får vi våt gate. Den logiske relasjonen mellom første og andre premiss, og de tre setningene som inngår er den begrunnelsen vi gir for å stole på at vi har gjennomført et logisk gyldig resonnement. Vi får også drahjelp til å skjønne at resonnementet er logisk gyldig fra det spesifikke innholdet som vi har gitt til p og q. Vi skal likevel huske på å være varsomme med å gi innholdsmessige begrunnelser for logisk gyldighet. Logisk gyldighet har først og fremst med form å gjøre, og med relasjoner mellom utsagn (eller som i syllogismene, mellom begreper).

avkrefting av antecedenten:

P1: Hvis det regner så er gata våt

P2: <u>Det regner ikke</u>

K: Gata er ikke våt

Her er det kanskje ikke like enkelt å avgjøre om slutningen er logisk gyldig eller ikke, bare ut fra intuisjon? Vi vet at slutningsformen er logisk ugyldig, men klarer vi å se at det må være slik? Hvis det regner så er gata våt, sier første premiss, og andre premiss sier at det ikke regner. Kan vi så vite at gata ikke er våt? Her kunne vi argumentere for at regn bare er en av de betingelsene som skal være på plass for å kunne ha våt gate. Det finnes jo også andre betingelser eller tilstander som kan gi våte gate, for eksempel at brannvesenet har spylt gata ren. Likevel, det er den logiske formen som slutningen har som i siste instans begrunner at slutningen er logisk ugyldig.

modus tollens:
P1: Hvis det regner så er gata våt
P2: <u>Gata er ikke våt</u>
K: Det regner ikke

Er det åpenbart at modus tollens er en logisk gyldig slutning? Første premiss sier at hvis det regner så er gata våt. Andrepremiss sier at gata ikke er våt. Når så førstepremiss har lagt ned at regn er en betingelse for våt gate, og vi får vite at gata ikke er våt, så kan vi slutte at det heller ikke regner. Noen finner at denne slutningsformens gyldighet også er lett å ta intuitivt, at det er lett å se at konklusjonen følger tankenødvendig fra premissene.

bekrefting av konsekventen:
P1: Hvis det regner så er gata våt
P2: <u>Gata er våt</u>
K: Det regner

Vi vet at bekrefting av konsekventen er en logisk ugyldig slutningsform. Første premiss sier at hvis det regner så er gata våt. Andre premiss sier at gata er våt. I konklusjonen slutter vi oss frem til at det regner. Men dette er altså ikke en tankenødvendig følge av premissene. Konklusjonen sier mer enn det vi kan tillate oss å si, ut fra premissene som er lagt ned.

Vi skal i neste kapittel se hvordan logikken og i særdeleshet de setningslogiske slutningsformene spiller en vesentlig rolle ved hypotesetesting.

Spørsmål til repetisjon:

1. Hva forstår vi med uttrykkene ”premiss”, ”konklusjon”, ”slutning”, ”logisk form” og ”logisk gyldig slutning”?

2. a) Hvordan kan vi, - og hvorfor må vi - skille mellom sannhet og gyldighet i formallogikken?

b) Hva kan vi si om konklusjonen i ei slutning der premissene er sanne og slutningen er gyldig?

c) Hva kan vi si om premissene i ei slutning der konklusjonen er sann og slutningen er gyldig?

d) Hva kan vi si om premissene i ei slutning der konklusjonen er usann og slutningen er gyldig?

3. Hvilke av de følgende syllogistiske slutningene er gyldige? Bruk Euler-diagram til å teste syllogismene for logisk gyldighet.

I Alle fugler er flygedyktige
Alle kråker er fugler
Alle kråker er flygedyktige

II Alle bananer er frukter
Alle epler er frukter
Alle bananer er epler

III Alle pattedyr er insekter
Alle humler er pattedyr
Alle humler er insekter

IV Alle kinesere er mennesker
Alle kinesere er maoister
Alle maoister er mennesker

V Ingen akademikere er arbeidsledige
Alle jurister er arbeidsledige
Ingen jurister er akademikere

VI Noen nordmenn er lærere
Noen lærere er kloke

Noen nordmenn er kloke

VII Alle myke menn er snille
<u>Ole er ikke snill</u>
Ole er ikke en myk mann

VIII Alle sjåfører er korpulente
<u>Noen korpulente er late</u>
Noen late er sjåfører

IX Alle mennesker er tenkende vesener
<u>Ingen tenkende vesener er roboter</u>
Ingen roboter er mennesker

4. Hvilke av disse setningslogiske slutningsformene er logisk gyldige? Forklar, enten rent teoretisk eller også ved eksempler hvorfor noen av formene er gyldige mens andre er ugyldige.

Hvis p så q	Hvis p så q
<u>p</u>	<u>~p</u>
q	~q
Hvis p så q	Hvis p så q
<u>q</u>	<u>~q</u>
p	~p

Anbefalt litteratur

Alnes, J.H. (2008): *Logikk. En Innføring*. FIL 1002, Kompendium, Det samfunnsvitenskapelige fakultet, Universitetet i Tromsø.

Gullvåg, I. (1990): *Rasjonalitet, forståelse og forklaring: innføring i argumentasjonsteori, logikk og vitenskapsfilosofi*. Trondheim: Tapir.

Litteratur

Aristoteles: *De Interpretatione*, i engelsk utgave: *On Interpretation*, i The Internet Classics Archive [online] http://classics.mit.edu/Aristotle/interpretation.html

Aristoteles: *Metafysikken*, i engelsk utgave: *Metaphysics*, i The Internet Classics Archive [online] http://classics.mit.edu/Aristotle/metaphysics.html

Smith, R (2007): Stanford Encyclopedia of Philosophy: *Aristotle's Logic* [online] http://plato.stanford.edu/entries/aristotle-logic/

Spade, P.V. (2002): *Thoughts, Words and Things: An Introduction to Late Mediaeval Logic and Semantic Theory* [online] http://pvspade.com/Logic/docs/thoughts1_1a.pdf