



Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Grepene som virker

- Aerkjente læreres erfaringer fra tidlig innsats i matematikk

Wibeke O. Mathisen og Camilla Bartholdsen

Masteroppgave i matematikdidaktikk, LER-3903, november 2023

Forord

Det er ingen spøk å ta en mastergrad, særlig ikke ved siden av jobb. Når man i tillegg har en mann og flere barn å ta seg av, så er det i alle fall ingen spøk. Det kan vi skrive under på. Arbeidet med denne studien har vært særdeles lærerik, men den har også vært svært krevende på flere områder, og vi vil derfor rekke en stor takk til alle som har bidratt til å få dette i havn.

Først og fremst vil vi takke våre veiledere, Thomas Eidissen og Ove Gunnar Drageset. Dere har vært fantastiske. Tusen takk for alle gode samtaler, deres kritiske blikk på studien, og deres grundige tilbakemeldinger, som til tider har vært nokså nådeløse om vi skal være ærlige.

Videre vil vi rette en stor takk til vår kjære Trude, som har vært til uvurderlig hjelp i innspurten. Du er bare helt fantastisk. Vi vil også takke alle våre dyktige informanter. Dere har vært en inspirasjonskilde gjennom hele prosessen. Det er også på sin plass å takke familie og venner for all hjelp og støtte. Alt fra middagsinvitasjoner, til husvask og oppmuntrende ord. Dere er gull!

Og sist, men ikke minst, tusen takk til alle våre kjære der hjemme som har heiet oss frem hele veien. Dere har vært så utrolig tålmodige i denne prosessen, og dere har vist oss en forståelse man bare kan drømme om, til tross for at vi til tider verken har vært fysisk eller mentalt til stede. Vi er evig takknemlige for alt dere har ofret for at vi skulle få dette i havn.

Nå er vi endelig ferdige, og det føles nydelig. Ingen flere studier på oss. Vi har nemlig hørt at man kan lese ei bok uten å ta en eksamen. Tror vi...

Wibeke O. Mathisen og Camilla Bartholdsen

Alta, november 2023

Sammendrag

Tidlig innsats har hatt stort fokus i den pedagogiske debatten gjennom de seneste tiårene. Ønsket er å øke læringsutbyttet for elevene, redusere behovet for spesialundervisning og minske frafall i videregående skole. Målet for denne forskningsoppgaven var derfor å finne ut hva de lærerne som lykkes i arbeidet med tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk gjør, og vår problemstilling ble da som følger:

Hvilke grep sier anerkjente lærere at de tar for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk?

Forskningsprosjektet vårt er forankret i en casestudie med fenomenologisk tilnærming. Utvalget besto av seks nøye utvalgte informanter fra grafisk varierte områder i Norge, og disse informantene er anerkjente for å lykkes i arbeidet med tidlig innsats. Datamaterialet inkluderer seks semi-strukturerte intervjuer, hvor informantene ble oppmuntret til å beskrive de tiltakene de benytter for å ivareta prinsippet om tidlig innsats. Våre data ble transkribert, analysert og kodet med utgangspunkt i de fellestrekkene som framkom i intervjuene. Dette resulterte i et rammeverk som inkluderer fem hovedprinsipper, ni konkrete tiltak og 25 grep som lærerne har rapportert som sentrale for prinsippet om tidlig innsats. Videre drøftet vi hvordan de grepene som lærerne tok, kunne relateres til tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk.

Resultatene fra forskningen indikerer at våre informanter, ved å bruke de fem overordnede prinsippene i rammeverket: *Å bygge produktive holdninger, å innøve læringsfremmende samtaler, å bevisst variere undervisninga, å skaffe seg innsikt og å inkludere*, evner å legge til rette for både det forebyggende- og tilretteleggende perspektivet innenfor tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk, samtidig som de sikrer inkluderingen av alle elever.

Innholdsfortegnelse

1	Innledning	1
1.1	Bakgrunn for valg av studien.....	1
1.2	Formål og forskningsspørsmål.....	2
2	Teori.....	3
2.1	Tidlig innsats.....	3
2.1.1	Forebyggende perspektiv.....	3
2.1.2	Tilretteleggende perspektiv.....	4
2.1.3	Spenninger i debatten om tidlig innsats.....	4
2.1.4	Inkludering.....	5
2.1.5	Tilpasset opplæring	7
2.2	Matematisk kompetanse	8
2.2.1	Rammeverket til Niss og Jensen	8
2.2.2	Trådmodellen til Kilpatrick mfl.	10
2.3	Ulike typer matematikkundervisning	14
2.3.1	Tradisjonell matematikkundervisning.....	14
2.3.2	Kommunikasjonsmønstre i tradisjonell undervisning.....	15
2.3.3	Undersøkende matematikkundervisning	16
2.3.4	Kommunikasjonsmønstre i undersøkende undervisning.....	16
2.3.5	Produktive samtaler.....	20
2.4	Realistisk matematikkundervisning	21
2.4.1	Aktivitetsprinsippet	21
2.4.2	Virkelighetsprinsippet	22
2.4.3	Nivåprinsippet.....	22
2.4.4	Sammenfletningsprinsippet	23
2.4.5	Interaksjonsprinsippet.....	23

2.4.6	Veiledningsprinsippet.....	24
2.5	Undervisningskunnskap i matematikk	25
3	Metode	28
3.1	Forskningsmetode og kunnskapssyn	28
3.2	Valg av kvalitativ metode.....	30
3.3	Datainnsamlingsmetode.....	30
3.4	Utvalg	32
3.4.1	Utvalgsstørrelse.....	32
3.4.2	Utvalgskriterier	33
3.4.3	Rekruttering	34
3.5	Utarbeiding av intervjuguide	35
3.6	Gjennomføring av intervju.....	36
3.7	Analysemetode.....	38
3.8	Kvalitet i studien	42
3.8.1	Reliabilitet.....	42
3.8.2	Validitet	43
3.8.3	Ethiske betraktninger.....	44
4	Analyse og funn.....	45
4.1	Å utvikle produktive holdninger	45
4.1.1	Bygger utholdenhet i læring	45
4.2	Å innøve læringsfremmende samtaler.....	47
4.2.1	Øver på å dele tanker og prosesser.....	47
4.2.2	Orienterer elevene mot hverandres tenking.....	50
4.3	Å bevisst variere undervisninga.....	56
4.3.1	Skaper et tenkende klasserom.....	56
4.3.2	Følger elevens takt	59

4.3.3	Belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner	63
4.4	Å skaffe seg innsikt	65
4.4.1	Vurderer og iverksetter tiltak umiddelbart	65
4.5	Å inkludere.....	69
4.5.1	Involvere foreldrene	69
4.5.2	Alle elevene skal få lik tilgang til matematikkundervisning av høy kvalitet	70
4.6	Rammeverk	72
5	Drøfting.....	74
5.1	Å utvikle produktive holdninger	74
5.2	Å innøve læringsfremmende samtaler.....	75
5.3	Å bevisst variere undervisninga	77
5.3.1	Å skape et tenkende klasserom	77
5.3.2	Følger elevens takt	79
5.3.3	Belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner	80
5.4	Å skaffe seg innsikt	81
5.5	Å inkludere.....	82
5.6	Oppsummering.....	83
6	Konklusjon	85
6.1	Veien videre	86
	Referanseliste	88
	Vedlegg 1: Godkjenning fra Sikt	98
	Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema.....	99
	Vedlegg 3: Intervjuguide informanter	101
	Vedlegg 4: Intervjuguide Wibeke og Camilla	102

Vedlegg 5: Oppfølgingsspørsmål til informantene	103
Vedlegg 6: Transkriberingskoder	104
Vedlegg 7: Hvilke informanter forteller om de ulike grepene	105
Vedlegg 8: Grep knyttet til IC-Modellen.....	106
Vedlegg 9: Grep knyttet til matematisk kompetanse Kilpatrick mfl.....	107
Vedlegg 10: Grep knyttet til matematisk kompetanse Niss og Jensen.....	108

Tabelliste

Tabell 1 Tabell oversatt fra William (2018)	25
Tabell 2 Illustrasjon av tidlige koder som ble omgjort til tiltak.....	40
Tabell 3 Rammeverk	73
Tabell 4 Hvilke informanter forteller om de ulike grepene	105
Tabell 5 Oppsummering over sammenhengen mellom IC-modellen (Alrø og Skovsmose, 2002) og tiltak og grep fra vårt rammeverk	106
Tabell 6 Oppsummering over sammenhengen mellom matematisk kompetanse (Kilpatrick mfl. 2001) og tiltak og grep fra vårt rammeverk.....	107
Tabell 7 Oppsummering over sammenhengen mellom matematisk kompetanse (Niss og Jensen, 2002) og tiltak og grep fra vårt rammeverk.....	108

Figurliste

Figur 1 Matematisk kompetanse (Niss og Jensen 2002)	8
Figur 2 Matematisk kompetanse (Kilpatrick mfl. 2001)	11
Figur 3 IC-modellen (Alrø og Skovsmose 2002).....	17
Figur 4 Undervisningskunnskap i matematikk (Ball mfl. 2008).....	26

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for valg av studien

Prinsippet om *tidlig innsats* har i opplæringsammenheng fått en sentral plass, og det er en rekke ting man ønsker å forbedre ved hjelp av tidlig innsats. Dette prinsippet innebærer å identifisere og imøtekomme utfordringer og behov hos elever så tidlig som mulig i deres skoleløp. Motivasjonen for denne forskningsoppgaven er derfor et genuint ønske om å finne ut hva de lærerne som lykkes i arbeidet med tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk gjør. Disse lærerne er ofte anerkjente for dette og kan ha utviklet verdifull kunnskap som det kan være interessant å utforske nærmere, - slik at vi og andre kan lære av dem og ivareta intensjonen om tidlig innsats på en best mulig måte. I Stortingsmelding 21 *Lærelyst - tidlig innsats og kvalitet i skolen* (Meld. St. 21 (2016-2017)) står det at gode skoler greier å løfte alle elevene, også de som har noen utfordringer, men det er store forskjeller fra klasserom til klasserom. Videre i Stortingsmeldinga står det at det er vanskelig å gi en direkte forklaring på de store forskjellene, men det finnes indikatorer som tilsier at lærerens kompetanse har betydning for elevenes læringsutbytte. Slik vi tolker dette, blir det opp til den enkelte lærer og dens undervisningskompetanse å finne ut hvordan tidlig innsats skal utføres i egen klasse. Kvaliteten på den tidlige innsatsen som gis, er dermed avhengig av hvilken kompetanse den enkelte lærer har.

Tidlig innsats danner grunnlaget for langsiktig suksess i utdanningsløpet og senere i livet, og elever som får god støtte og innsats tidlig, har større sannsynlighet for å fullføre utdanningen. Rogstad og Reegård (2016) sier at tidlig innsats skal være med på å redusere frafallet i videregående skole, og Jensen mfl. (2018) trekker frem at tidlig innsats skal bidra til å øke læringsutbyttet for elevene. Videre poengterer Nordahl mfl. (2018) at tidlig innsats skal være en viktig faktor i arbeidet med å redusere omfanget av spesialundervisning i skolen. Tidlig innsats skal altså være et virkemiddel for å løse en rekke problemområder vi står ovenfor i skolen i dag, og jo tidligere innsatsen blir satt inn, desto mindre reparerende og omfattende tiltak vil det være behov for senere (Unhjem mfl., 2021). Videre sier de at dette perspektivet bidrar til at tidlig innsats blir plassert i grenselandet mellom det spesialpedagogiske og det allmennpedagogiske. På den ene siden skal det redusere at omfanget spesialundervisning øker med alderen til elevene, og på den andre siden skal det forbedre utdanningssystemets kapasitet til å imøtekomme et mangfold av elever. Denne ambisjonen krever både samarbeid

og handling på alle nivå i utdanningssystemet, slik at ikke ansvaret blir hvilende på den enkelte grunnskolelærer (Unhjem mfl., 2021).

Vår erfaring når det gjelder tidlig innsats, er at vi lett klarer å *identifisere* elever som har behov for tidlig innsats, men utfordringene ligger i å vite *hva* som skal *gjøres*, og *hvordan* dette skal gjennomføres når elevene er identifisert. Vi opplever dessverre ofte at elever som identifiseres allerede på første trinn, blir hengende mer og mer etter i forhold til forventet progresjon, jo lengre oppover i klassetrinnene de kommer. Dersom vi søker råd fra PPT blir vi ofte møtt med typiske fraser som: “Dere må arbeide godt med grunnleggende begreper og ferdigheter”, “dere må sikre at basisferdighetene er på plass først”, samt “det er viktig å fokusere på konkrete i begynneropplæringa”, men hva ligger i disse rådene vi får? Og hvordan skal vi legge til rette for dette i klasserommet? Hva er viktige og gode grep å ta for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk?

1.2 Formål og forskningsspørsmål

Motivert av vår nysgjerrighet knyttet til god lærerpraksis innen tidlig innsats, ønsket vi å få innsyn i den kunnskapen som allerede finnes i skolen. Vi var spesielt interessert i de lærerne som er anerkjente for å få dette til, da de trolig innehar verdifull kunnskap og erfaring.

Formålet med oppgaven er derfor å beskrive grep som anerkjente lærere sier at de tar, noe som videre kan brukes til å analysere og drøfte med mål om å forbedre egen praksis. Dette resulterte til følgende forskningsspørsmål:

Hvilke grep sier anerkjente lærere at de tar i bruk for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk?

2 Teori

I denne studien er vårt mål å undersøke hvilke grep anerkjente lærere sier at de tar i bruk for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk. For å kunne svare på studiens problemstilling hadde vi behov for å studere litteratur om tidlig innsats. Videre måtte vi studere litteratur om ulike måter å undervise på, slik at vi kunne forstå hva lærerne sier at de gjør. For å kunne forklare hva lærerne kan oppnå med sine grep, måtte vi i tillegg studere litteratur om ulike kompetanser i matematikk.

2.1 Tidlig innsats

I nyere stortingsmeldinger (Meld. St. 21 (2016-2017); Meld. St. 6 (2019-2020)) knyttes tidlig innsats til to hovedstrategier. Den ene strategien har et *forebyggende perspektiv* og den andre har et *tilretteleggende perspektiv*. Vi vil nå presentere nærmere hva som inngår i de ulike perspektivene

2.1.1 Forebyggende perspektiv

Unhjem mfl. (2021) sier at tidlig innsats i et forebyggende perspektiv innebærer å ha en tidlig inngripen i barns- og unges liv for å tilrettelegge for god utvikling og læring.

Kunnskapsdepartementet (Meld. St. 6 (2019-2020)) sier videre at grunnlaget for læring og utvikling legges i barnas første leveår, og et godt grunnlag disse årene øker sjansene for en god utvikling senere i livet. Tilbudet som gis i tidlig skolealder legger grunnlaget for hvordan barna vil mestre videre utdanning og arbeid, og det er derfor essensielt at alle barn får et godt og tilpasset pedagogisk tilbud. Vi finner også dette forebyggende perspektivet i styringsdokumentene for skolen (Meld. St. 21 (2016-2017); Meld. St. 6 (2019-2020)) der oppmerksomheten særlig har vært rettet mot overgangen fra barnehage til skole, samt overgangen fra grunnskole til videregående opplæring. Unhjem mfl. (2021) sier videre at for å kunne gi elever i utsatte situasjoner tidlig hjelp og oppfølging, har denne oppmerksomheten ført til en tiltakspликт for skolen, som innebærer at skolen har fått et tydeligere ansvar for å sikre gode og trygge skolemiljøer. De sier videre at denne tiltaksplikten handler om at skolen må jobbe systematisk, aktivt og forebyggende for å ivareta intensjonen om tidlig innsats. Med seksåringenes inntog i skolen måtte det utvikles nye og endrede kunnskapsdomener (Eik mfl., 2007), og ifølge Haug (2015) måtte man da gi rom for mer motiverende arbeidsformer for å øke interessen for skolearbeid. En konsekvens av dette var at det vokste frem et eget kunnskapsfelt under navnet begynneropplæring (Lillemyr, 1998). Videre ble grunnleggende ferdigheter ansett som avgjørende for barns samlede læring, særlig i de første skoleårene

(St.meld. nr. 16 (2006-2007); Meld. St. 6 (2019-2020)). Målet med grunnleggende ferdigheter blir av Unhjem mfl. (2021) beskrevet som å sikre at alle barn får utvikle et bredt spekter av ferdigheter og kompetanser som er nødvendige for å kunne mestre skolen, arbeidslivet, og for å kunne delta i samfunnet som selvstendige og aktive borgere.

2.1.2 Tilretteleggende perspektiv

Tidlig innsats i et tilretteleggende perspektiv handler, ifølge Unhjem mfl. (2021) om tidlig identifisering av lærevansker og læringsutfordringer, samt umiddelbar inngripen når vanskene oppdages. Fokuset på betydningen av å iverksette tiltak med en gang vanskene er avdekket, har ført til innføring av obligatoriske kartleggingsprøver i regning i begynneropplæringa (Utdanningsdirektoratet, 2023). Unhjem mfl. (2021) sier at disse prøvene skal være et felles verktøy for skolen i arbeidet med å identifisere og sette inn tiltak for elever der man bekymrer seg for om opplæringen gir de resultater man tar sikte på. I tillegg til dette understreker opplæringsloven (1998) skolens tiltaksplikt for å sikre elevenes grunnleggende ferdigheter på 1.- 4. trinn når det står at: “elevar som står i fare for å bli hengande etter i lesing, skriving eller rekning, raskt får eigna intensiv opplæring slik at forventa progresjon blir nådd” (Opplæringslova, 1998, §1-4). Dette innebærer en plikt til å følge opp kartleggingsprøvene og iverksette tiltak umiddelbart, gjennom intensiv opplæring til eleven har oppnådd forventet progresjon (Unhjem mfl., 2021). Tidlig inngripen innebærer å komme raskt i gang med tiltak for elever med læringsutfordringer, og i denne sammenhengen viser veilederen spesialundervisning (Utdanningsdirektoratet, 2021) til betydningen av å begrense konsekvensene ved å iverksette tiltak umiddelbart. Å ta opp bekymringen med foreldrene og eleven selv, samt teste ut tiltak innenfor rammen av ordinær undervisning, er eksempel på slike tiltak.

2.1.3 Spenninger i debatten om tidlig innsats

Unhjem mfl. (2021) trekker frem at det kan oppstå spenninger innenfor arbeidet med tidlig innsats, og Vik og Hausstätter (2014) sier at dette kan forstås ut fra de tradisjonene tidlig innsats utvikles fra. Intensjonen til den norsk-tyske tradisjonen er å utvikle et mangfold av elever og et inkluderende fellesskap, mens utgangspunktet til den angloamerikanske tradisjonen er at barn vurderes opp mot noen gitte standarder, og graden av innsats som gis defineres ut fra graden på avvik fra disse standardene (Pettersvold & Østrem, 2012; Vik & Hausstätter, 2014). Vik og Hausstätter (2014) påpeker i denne sammenhengen at norsk skole befinner seg i et krysspress mellom å skape et inkluderende fellesskap med et mangfold av

elever, og målstyring. De sier videre at samtidig som vi sikter mot at flest mulig elever skal nå opplæringsmålene, ved å gjennomføre kartlegginger som avdekker om eleven befinner seg innenfor normalområdet i forhold til grunnleggende ferdigheter, skal vi også legge til rette for mangfoldet. Her påpeker Franck (2017) at koblingen mellom frafall i videregående skole og tidlig kartlegging av elever, tyder på at vi har laget noen standarder som skal si oss hvordan resten av skoleløpet vil utvikle seg. Franck (2017) mener slike forståelser innebærer en begrensning av normalitetsforståelsen og en forandring i forventningene til små barn. Hausstätter (2012) sier derimot at dersom man opererer med et for vidt normalitetsbegrep kan det resultere i uklare grenser for når og på hvilke områder det er hensiktsmessig å gi intensiv opplæring. Unhjem mfl. (2021) sier at forebyggende innsats og hjelp uteblir dersom man fjerner alle indikatorene, fordi det kan medføre at alle variasjoner ved læring og utvikling blir godtatt. De påpeker videre at kartlegging er et verktøy i arbeidet med å kunne gi riktig hjelp til riktig tid, men stiller likevel spørsmål til om det angloamerikanske målstyringsperspektivet er i gang med å overskygge den norsk-tyske tradisjonen. Dersom kartlegginger blir brukt til å danne et skille mellom elever og etablere normer for hva som defineres som normaleleven, beveger vi oss bort fra intensjonen om et inkluderende læringsfellesskap med et mangfold av elever (Unhjem mfl., 2021). For å få en bedre forståelse av *tidlig innsats* er det derfor også hensiktsmessig å se tidlig innsats i lys av *inkludering* og *tilpasset opplæring*. Jensen og Lillejord (2009) trekker frem at når disse tre prinsippene skal tas i bruk i praksisfeltet, fører de gjerne til spenninger da meningsinnholdet i liten grad er debattert og artikulert, og forståelsen av begrepene er derfor implisitt fundert.

2.1.4 Inkludering

Strømstad mfl. (2004) deler inkludering inn i tre dimensjoner: Faglig-, sosial- og kulturell inkludering. Faglig inkludering handler om at læreren legger til rette for at hver enkelt elev opplever et læringsmiljø der de får utviklet sitt potensial for læring på best mulig måte. Sosial inkludering handler om å gi elevene en opplevelse av sosial trygghet og tilhørighet, og kulturell inkludering ivaretar mangfoldet og innehar høy læringskultur. Videre sier Strømstad mfl. (2004) at disse dimensjonene har en felles oppgave om å skape et læringsmiljø der elevene opplever læring, trivsel, tilhørighet og god helse. Når vi snakker om inkludering i et skoleperspektiv har eleven en naturlig plass i samspillet mellom det sosiale-, kulturelle- og det faglige læringsmiljøet (Olsen, 2013). Olsen mfl. (2016) legger til en fjerde dimensjon når de snakker om inkludering, den organisatoriske inkluderingen. De sier at denne dimensjonen danner basisen for de tre presenterte dimensjonene. Videre sier de at elevenes egen opplevelse

av faglig-, sosial- og kulturell inkludering er avhengig av hvordan læringsmiljøet er organisert på skolen. Haug (2014) påpeker at inkludering må ansees som en kontinuerlig prosess, eller som en ideologi, og Olsen mfl. (2016) sier at det er lærerens viktigste oppgave å etablere et inkluderende læringsmiljø som legger til rette for mestringsopplevelser, og som motiverer til læring.

Haug (2020) presenter fire utfordringer ved inkludering i skolen, og som skolen kontinuerlig må arbeide for å imøtekomme. Den første utfordringen er *å øke fellesskapet*. Her må skolen legge til rette for en opplæring som favner alle barn, slik at alle barn får oppleve å være medlem i et sosialt felleskap med andre. Den andre utfordringen ligger i *å øke deltakelsen*, altså finne arbeidsformer som gir alle elevene mulighet til deltakelse. Å delta i denne sammenhengen innebærer å bidra i fellesskapet ut fra sine egne forutsetninger, og er en forutsetning for læring. Den tredje utfordringen handler om *å øke medvirkningen* for å gi alle barn mulighet til å delta i samtaler som angår dem selv og deres egen læring. Utfordringen ligger i å fremkalle elevenes synspunkter slik at alle blir tatt hensyn til, hørt og vurdert. Den siste utfordringen ligger i *å øke utbyttet* hos elevene, slik at de oppnår både faglig- og sosial mestring, skaperglede og kritisk tenkning. Disse fire utfordringene kan kun realiseres gjennom god samhandling mellom skolen, jevnaldrende i klassen og aktører rundt skolen (Haug, 2020). Samnøy (2015) fokuserer på at et godt samarbeid med hjemmet er en av de viktigste forutsetningene for å lykkes i arbeidet med elever som av en eller annen grunn strever. Nordahl (2010) påpeker også at foreldrene kan være viktige bidragsyttere i prosessen med å nå skolens mål, så fremst de blir møtt med grunnleggende respekt. Han sier at det er viktig at foreldrene blir sett på som avgjørende personer i barns liv, og at samarbeidet må ta utgangspunkt i hva læreren og foreldrene kan gjøre sammen for at barna skal få best mulig utvikling og læring. Videre påpeker Nordahl (2007) at forskning har påvist en klar sammenheng mellom graden støtte som foreldrene gir, og de prestasjoner som barn viser i skolen. Dette finner vi støtte for hos Hattie (2009) som sier at foreldrenes positive forventninger til barnas skoleprestasjoner er betydningsfulle bidrag i barns læring. Positive forventninger som at barna skal gjøre det bra på skolen har større innvirkning på barns skoleprestasjoner enn for eksempel tilsyn av lekser. Patall mfl. (2008) sier videre at det er større sjanse for at leksene blir gjort ved å involvere foreldrene, men at en må være oppmerksomme på at leksearbeid kan skape negative situasjoner mellom foreldre og barn, da foreldrene ofte ikke er kjent med fremgangsmåtene som benyttes i skolematematikken i dag. De sier videre at involvering av foreldrene kan føre til bedre faglig utvikling hos elevene. Her

påpeker Hattie (2009) at det er viktig at leksene er passe vanskelige for at elevene skal oppleve mestring i forhold til den innsatsen de legger i oppgavene, og Samnøy (2015) sier at det er enklere for foreldrene å bidra i leksearbeidet, dersom de får vite hensikten med leksene. Det er også lettere for foreldrene å gi tilbakemelding til skolen dersom de opplever at leksene ikke fungerer hensiktsmessig. Et godt samarbeid omkring leksene kan derfor også føre til et godt skole-hjem-samarbeid (Samnøy, 2015).

2.1.5 Tilpasset opplæring

Overordnet del i LK20 (Utdanningsdirektoratet, 2017) sier at “tilpasset opplæring gjelder alle elever, og skal i størst mulig grad skje gjennom variasjon og tilpasninger til mangfoldet av elevgruppen innenfor fellesskapet”. Skolen har en plikt til å tilpasse opplæringa, men det er likevel ingen individuell rett som eleven har (Utdanningsdirektoratet, 2022). Bachmann og Haug (2006) sier at de som skal praktisere tilpasset opplæring oppfatter begrepet uklart. Jensen og Lillejord (2009) sier at dette kan ha sammenheng med at politikerne har presentert ulike måter hvordan skolene skal realisere og praktisere tilpasset opplæring gjennom årenes løp. De sier at tilpasset opplæring har gått fra å bli forstått som integrering, til å handle om inkludering gjennom læringsfellesskap (Lillejord, 2022).

Bachmann og Haug (2006) skiller mellom tilpasset opplæring i smal- og vid forstand, og sier at den smale versjonen handler om individrettet tilpasning, der målet er å legge opp undervisningen på en slik måte at den passer helt konkret til den enkelte elev. Videre sier de at en slik individrettet tilpasning ofte fører til individualiserte arbeidsformer. Den vide versjonen handler derimot om å få fellesskapet til å fungere på en slik måte at hver enkelt elev får tilstrekkelig læringsutbytte og passe store utfordringer i fellesundervisninga. Kvaliteten på den er derfor helt essensiell (Bachmann & Haug, 2006).

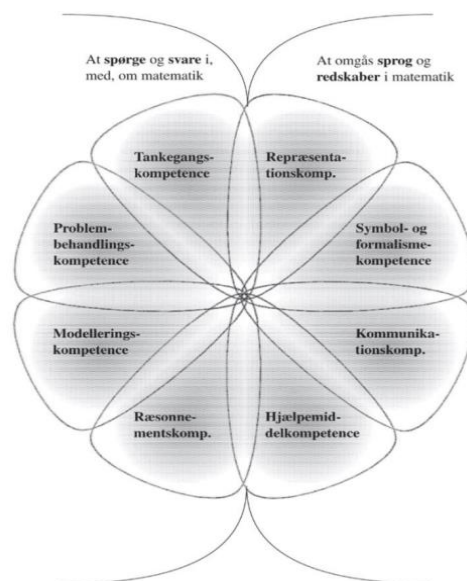
Den mest sentrale litteraturen om tidlig innsats, inkludering og tilpasset opplæring handler i liten grad om matematikk. Matematikken har helt spesifikke utfordringer, og når vi snakker om tidlig innsats, inkludering og tilpasset opplæring, så handler det om spesifikke utfordringer i matematikk. Av den grunn vil vi nå ta for oss de kompetansene elevene vil trenge for å utvikle matematisk forståelse.

2.2 Matematisk kompetanse

Utdanningsdirektoratet (2017) definerer begrepet *kompetanse* som å “kunne tilegne seg og anvende kunnskaper og ferdigheter til å mestre utfordringer og løse oppgaver i kjente og ukjente sammenhenger og situasjoner. Kompetanse innebærer forståelse og evne til refleksjon og kritisk tenkning”. For å belyse hva læreplanen legger i disse ordene ønsker vi videre å støtte oss til det Niss og Jensen (2002) og Kilpatrick mfl. (2001) kaller for matematisk kompetanse.

2.2.1 Rammeverket til Niss og Jensen

Niss og Jensen (2002) beskriver matematisk kompetanse som det å ha kunnskap i-, forståelse for- og å kunne bruke matematikk i mange forskjellige situasjoner. De deler videre matematisk kompetanse inn i åtte ulike delkompetanser, og sier at hver av de åtte kompetansene har sin egenart. Rammeverket fremstilles ofte som en rose (figur 1), der hver av delkomponentene er et roseblad. Denne fremstillinga har til hensikt å vise at kompetansene overlapper hverandre. “Rosen” er videre delt inn i to grupperinger, der den ene grupperingen handler om “å stille og svare på spørsmål i-, med- og om matematikk”, og inkluderer: *Tankegangskompetansen*, *problemløsningskompetansen*, *modelleringskompetansen* og *resonnementskompetansen*. Den andre grupperingen handler om “å kunne håndtere matematisk språk og redskaper”, og inkluderer: *Representasjonskompetansen*, *symbol- og formalismekompetansen*, *kommunikasjonskompetansen* og *hjelpemiddelkompetansen*. Vi skal nå ta for oss hva som inngår i de ulike kompetansene.



Figur 1 Matematisk kompetanse (Niss og Jensen 2002)

Å stille og svare på spørsmål i, med og om matematikk

Tankegangskompetansen handler om å kunne tenke matematisk og innebærer å ha en bevissthet rundt hvilke spørsmål som er typiske for matematikken. Det vil si å forstå, kjenne til, samt kunne bruke matematiske begreper. I tillegg innebærer kompetansen å kunne abstrahere og generalisere, samt skille mellom antagelser, bevis og påstander. Vi finner begrepsforståelsen innenfor tankegangskompetansen, og begrepsforståelsen kommer til syne gjennom dialogen. Tankegangskompetansen henger derfor tett sammen med resonneringskompetansen, og ved å la elevene få stille spørsmål som både de selv og andre skal finne ut av, reflektere over og begrunne, så stimuleres tankegangskompetansen til elevene (Niss og Jensen, 2002).

Problemløsningskompetansen handler både om å kunne løse problemløsningsoppgaver og kunne lage slike oppgaver selv. Et problem er en oppgave som eleven ikke umiddelbart vet løsningen på, men som eleven må finne ut av uten at det blir gitt en oppskrift på forhånd (Niss og Jensen, 2002).

Modelleringskompetansen handler om å kunne strukturere og matematisere en situasjon, noe som vil si å kunne oversette en situasjon til et matematisk språk der en benytter matematiske problemstillinger, språk og symboler. Den handler også om å løse de matematiske problemene og bedømme gyldigheten av løsningen i forhold til den opprinnelige situasjonen. Modelleringskompetansen stimuleres når elevene har god forståelse av den situasjonen de arbeider med. Ved å ta i bruk kjente situasjoner er sjansen større for at elevene går inn i arbeidet med forståelse. De vil da kunne skape fornuft og reflektere over de erfaringene de gjør (Niss og Jensen, 2002).

Resonnementekompetansen handler om å kunne tenke ut, forstå og gjennomføre formelle- og uformelle resonnementer. Videre handler den om å kunne gjøre om antagelser og resonnementer til gyldige bevis, samt kunne bedømme og følge matematiske resonnement. Når elevene bedømmer holdbarheten av en matematisk påstand, samt overbeviser både seg selv og andre om troverdigheten av denne, stimuleres altså elevenes resonnementskompetanse. Kompetansen stimuleres også når elevene må benytte oppfinnsomhet, analyse eller overblikk når de skal velge egnet operasjon i en regneoppgave, og den kommer til uttrykk når elevene resonnerer og følger andres resonnement (Niss og Jensen, 2002).

Å kunne håndtere matematisk språk og redskaper

Representasjonskompetansen handler om å kunne avkode-, forstå-, tolke- og bruke ulike representasjoner av problemer, fenomener, matematiske objekter eller situasjoner. Den handler også om å kunne forstå forbindelsen mellom de ulike representasjonsformene, samt det å være i stand til å velge blant dem og oversette mellom dem (Niss og Jensen, 2002).

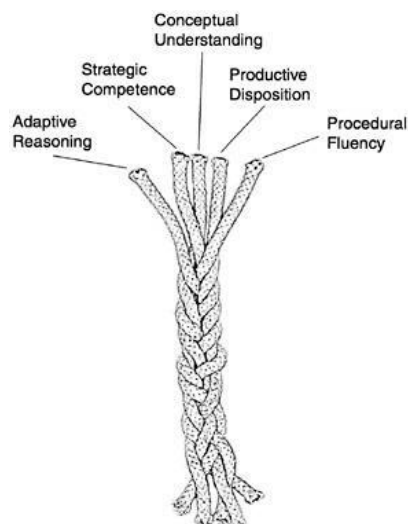
Symbol- og formalismekompetansen handler om å kunne avkode og bruke symbol- og formalismespråket, samt kunne oversette mellom dagligtale og matematisk symbolspråk (Niss og Jensen, 2002).

Kommunikasjonskompetansen er todelt og handler for det første om å kunne tolke og forstå andres matematikkholdige muntlige, skriftlige eller visuelle tekster. For det andre handler den om å kunne formidle egne matematiske kunnskaper. Kommunikasjonen kan foregå i både et formelt matematisk språk og i et hverdagspråk, og bruk av kroppsspråk og visuelle uttrykk hører også med. Elever med god kommunikasjonskompetanse kan forstå andre og selv gjøre seg forstått (Niss og Jensen, 2002).

Hjelpemiddelkompetansen innebærer å vite om hvilke hjelpemidler som egner seg til å utføre matematiske utregninger. Den innebærer også å kunne bruke disse hjelpemidlene på en hensiktsmessig måte, samt ha innblikk i hvilke begrensninger og muligheter disse hjelpemidlene kan ha (Niss og Jensen, 2002).

2.2.2 Trådmodellen til Kilpatrick mfl.

Kilpatrick mfl. (2001) definerer matematisk kompetanse gjennom fem komponenter, eller tråder. Det er viktig at elevene får jobbe med alle de fem komponentene samtidig, for å utvikle en varig, solid og fleksibel kompetanse i matematikk. Rammeverket til Kilpatrick mfl. (2001) fremstilles gjennom fem sammenvevde tråder for å illustrere at de ulike komponentene er avhengige av hverandre, men at de likevel representerer ulike deler av en kompleks helhet (figur 2). De fem komponentene er: *Begrepsmessig forståelse (Conceptual Understanding)*, *prosedyreflyt (Procedural Fluency)*, *strategisk kompetanse (Strategic Competence)*, *adaptiv resonnering (Adaptive Reasoning)* og *produktiv disposisjon (Productive Disposition)*.



Figur 2 Matematisk kompetanse (Kilpatrick mfl. 2001)

Den første komponenten heter *begrepsmessig forståelse* og handler om å bygge opp begrepsmessige strukturer for å kunne se sammenhenger mellom ulike ideer, prosedyrer og begreper (Kilpatrick mfl., 2001). Denne beskrivelsen finner vi igjen fra Niss og Jensen (2002) sin beskrivelse av tankegangskompetansen. Forskjellen ligger imidlertid i at tankegangskompetansen også handler om å vite hvilke spørsmål og svar som er typiske for matematikken, noe Kilpatrick mfl. (2001) ikke spesifikt diskuterer innen den begrepsmessige forståelsen. Videre handler begrepsmessig forståelse om å forstå-, benytte- og tolke ulike representasjoner, samt oversette mellom dem og velge ut hvilke som kan være de mest hensiktsmessige i forhold til et gitt formål (Kilpatrick mfl., 2001). Dette finner vi igjen i det Niss og Jensen (2002) beskriver som representasjonskompetansen. Begrepsmessig forståelse kan videre knyttes til det Sawyer (2006) kaller for dybdelæring. Når elevene kan knytte nye begreper og ideer til eksisterende erfaringer og forståelse, samt greier å organisere sin egen forståelse i begrepssystemer som henger sammen, har de oppnådd dybdelæring (Sawyer, 2006). Skemp (1976) skiller mellom to ulike forståelser av matematikk, *instrumentell*- og *relasjonell* forståelse. Når elevene har en instrumentell forståelse kan de følge regler og prosedyrer for å komme frem til et svar, men de vet ikke hvorfor regelen eller prosedyren fungerer. En motsetning til en slik forståelse blir av Skemp (1976) beskrevet som å ha en relasjonell forståelse. Elever som innehar en relasjonell forståelse forstår hva de skal gjøre, og de vet hvorfor det de gjør blir riktig. Hiebert og Lefevre (1986) beskriver også to ulike forståelser for matematikk når de henviser til *konseptuell*- og *prosedural kunnskap*. Konseptuell kunnskap handler om å skape en forståelse av sammenhenger i matematikk, og

kan dermed sammenlignes med Skemp (1976) sin relasjonelle forståelse. Prosedural kunnskap handler derimot om å kunne løse problemer ved hjelp av oppskrifter, uten at forståelse trenger å ligge bak. Dette kan dermed sammenlignes med Skemp (1976) sin instrumentelle forståelse.

Den andre komponenten i trådmodellen til Kilpatrick mfl. (2001) heter *prosedyreflyt* og handler om å kunne utføre matematiske prosedyrer fleksibelt, nøyaktig og hensiktsmessig. Fleksibilitet i denne sammenheng handler om å kunne velge mellom ulike prosedyrer ut fra hva som er hensiktsmessig i en gitt situasjon. Denne beskrivelsen ligner på det Niss og Jensen (2002) kaller for symbol- og formalismekompetansen, da en del av denne kompetansen handler om å kunne utføre matematiske utregninger. Kilpatrick mfl. (2001) sin beskrivelse av prosedyreflyt kan videre knyttes til det Löwing (2008) sier om å kunne regne med flyt. Hun sier at elevene må automatisere enkle tabellkunnskaper for ikke å bruke all energi på å løse de grunnleggende delberegningene som inngår i et problem. Da kunnskap om- og bruk av ulike hjelpemidler i matematikk også er en side ved Kilpatrick mfl. (2001) sin beskrivelse av prosedyreflyt, kan vi videre trekke paralleller til det Niss og Jensen (2002) kaller for hjelpemiddelkompetansen. Dette fordi kompetansen også handler om å ha kjennskap til ulike hjelpemidler, samt vite hvilke muligheter og begrensinger de ulike har.

Den tredje komponenten i trådmodellen til Kilpatrick mfl. (2001) heter *strategisk kompetanse* og handler om å kunne kjenne igjen- og sette ord på ulike matematiske problemer, samt kunne gå fra et hverdagsspråk til et mer matematiske språk. Den handler også om å kunne planlegge og gjennomføre ulike løsningsmetoder, velge egnede representasjoner og vurdere hvor gyldig disse løsningsmetodene er. Vi snakker altså om matematiske problemer der matematikken kan anvendes, i både hverdags- og samfunnsliv. Mye av det som inngår i Kilpatrick mfl. (2001) sin beskrivelse av strategisk kompetanse finner vi igjen i Niss og Jensen (2002) sin problemløsningskompetanse, representasjonskompetanse og modelleringskompetanse. Det som er likt mellom strategisk kompetanse og problemløsningskompetansen, er at begge handler om å kunne formulere og løse matematiske problem, i tillegg til å finne flere ulike metoder og strategier. Da strategisk kompetanse også innebærer å kunne velge egnede representasjoner, kan den videre knyttes til Niss og Jensen (2001) sin representasjonskompetanse. Det som er likt mellom strategisk kompetanse og modelleringskompetansen, ligger i å kunne kjenne igjen-, strukturere-, oversette- og løse et matematisk problem, samt vurdere gyldigheten av ulike løsningsmetoder. Kilpatrick mfl. (2001) sin strategiske kompetanse og Niss og Jensen (2002) sin modelleringskompetanse kan

derfor sammenlignes med det Löwing og Kilborn (2002) kaller for basisferdigheter. De sier at basisferdigheter handler om å kunne løse enkle hverdagslige problem ved hjelp av konkretisering eller egne løsningsmetoder. De sier videre at elevene må lære å løse slike hverdagslige problemer, fordi alle mennesker møter situasjoner der man tvinges til å ta stilling til et problem som inneholder matematikk.

Den fjerde komponenten i trådmodellen til Kilpatrick mfl. (2001) heter *adaptiv resonnering*, og handler om å kunne bruke gyldig argumentasjon og logisk tenkning til å bevise og forklare en metode, en løsning eller en påstand. Den handler også om å lage hypoteser, prøve de ut og vurdere gyldigheten av dem. I tillegg til dette innebærer adaptiv resonnering å kunne lytte til andres resonnement og avgjøre holdbarheten av dem. Dette finner vi igjen i Niss og Jensen (2002) sin beskrivelse av resonnementskompetansen, da denne kompetansen også handler om å kunne følge- og bedømme andre sine matematiske resonnement, samt tenke ut og gjennomføre egne. For at matematikk ikke skal handle om pugging av prosedyrer uten forståelse, er det viktig at elevene utvikler evner til å resonnerer (Ross, 1998).

Niss og Jensen (2002) sin kommunikasjonskompetanse kan ikke knyttes direkte til noen av Kilpatrick mfl. (2001) sine kompetanser, men en kan diskutere om det er fellestrekk mellom kommunikasjonskompetansen og det å kjenne igjen- og sette ord på matematiske problem, som Kilpatrick mfl. (2001) kaller for strategisk kompetanse, og det å kunne forklare en metode, løsning eller påstand, som Kilpatrick mfl. (2001) kaller for adaptiv resonnering.

Den femte og siste komponenten i trådmodellen til Kilpatrick mfl. (2001) heter *produktiv disposisjon*, og handler om å anse matematikken som nyttig, morsom, verdifull og interessant. Dette er imidlertid et område som Niss og Jensen (2002) ikke nevner i sitt rammeverk. Når man skal utvikle produktiv disposisjon hos elevene, sier Kilpatrick mfl. (2001) at de trenger hyppige muligheter til å oppleve mening i matematikken, samt kjenne igjen fordelene med utholdenhet i faget. Det handler om å streve, altså være utholdende og ikke gi opp når man arbeider med matematikkoppgaver (Kilpatrick mfl. 2001). En annen side ved å utvikle produktiv disposisjon finner vi i det Dweck (2006) kaller for å utvikle et dynamisk tankesett. Hun sier at elever har ulike forestillinger om hva som menes med evner, og forklarer dette med at de har ulike tankesett. Videre sier hun at elever som tenker at evner er uforanderlige og medfødte egenskaper har et statisk tankesett, mens elever som tror at evner i matematikk kan utvikles gjennom innsats, utprøving og erfaring har et dynamisk tankesett. Cury mfl. (2006) sier at elever med et dynamisk tankesett er opptatt av å forstå og lære mest mulig

gjennom å løse utfordringer, og feil blir betraktet som en naturlig del i læreprosessen. Cury mfl. (2006) sier videre at et dynamisk tankesett bidrar til bedre prestasjoner og økt indre motivasjon, mens et statisk tankesett ofte forbindes med liten interesse for å arbeide i faget på grunn av liten motivasjon. Dweck (2006) påpeker at elever med et dynamisk tankesett, og som får riktig undervisning kan lære atskillig mer enn vi tror, og understreker med dette betydningen av at læreren fremmer budskapet om at matematikk kan læres, og at evner kan utvikles.

2.3 Ulike typer matematikkundervisning

Hana (2014) sier at vi som regel skiller mellom en tradisjonell- og undersøkende tilnærming til matematikkundervisninga. I det følgende tar vi for oss de ulike tilnærmingene.

2.3.1 Tradisjonell matematikkundervisning

Alseth og Røsseland (2006) sier at vi har lang tradisjon med å gi elevene svært enkle oppgaver i arbeidet med å innøve nye ferdigheter. De sier videre at elevene får vanskeligere oppgaver der ferdighetene kommer til nytte, når ferdighetene er drillet på plass. Det handler altså om å lære seg spesifikke teknikker gjennom flere likelydende oppgaver der målet er å svare riktig i forhold til en fasit. En slik type undervisning blir av Alseth og Røsseland (2006) omtalt som tradisjonell matematikkundervisning, og har fellestrekk med det Van den Heuvel-Panhuizen og Drijvers (2014) kaller for en *mekanisk tilnærming til undervisning (mechanistic teaching approach)*. En mekanisk tilnærming handler om at elevene lærer prosedyrer steg for steg, og der læreren demonstrer hvordan man skal løse problemene. Videre handler den mekaniske tilnærminga om at elevene reproducerer kunnskap, noe som gjør dem lite fleksible i møtet med nye utfordringer. Dette kan sammenlignes med det Skemp (1976) kaller for en instrumentell tilnærming til matematikkundervisninga, fordi det innebærer pugging av oppskrifter, og arbeid med mange likelydende oppgaver. Skemp (1976) sier imidlertid at en kan oppnå innsikt i hvordan prosedyrene fungerer ved å benytte disse mange ganger over tid, men det er likevel en fare for å bli fastlåst i de metodene en har lært, og kreativitet og egne løsningsmetoder vil derfor utebli. Gjennom en instrumentell tilnærming kan elevene utvikle gode tekniske ferdigheter, men i møte med nye utfordringer kan de ha vansker med å ta i bruk tidligere kunnskaper. Tradisjonell matematikkundervisning kan videre sammenlignes med det Mellin-Olsen (1996) kaller for *oppgavediskursen*, som innebærer at elevene skal gjøre en mengde oppgaver, bestemt av lærer, innenfor en gitt tidsramme. Stedøy (2018) sier at

tradisjonell undervisning preges av å løse lukkede oppgaver gjennom å benytte “riktige” fremgangsmåter for å få riktige svar.

2.3.2 Kommunikasjonsmønstre i tradisjonell undervisning

Kommunikasjonsmønsteret i tradisjonell matematikkundervisning blir av Alrø og Skovsmose (2006) beskrevet som “gjett hva læreren tenker”, og samtalene struktureres gjerne i tre faser. Den første fasen handler om at læreren stiller et spørsmål til elevene der hen forventer å få et bestemt svar. Den andre handler om at elevene svarer, og den tredje om at lærer evaluerer det elevene har svart. Når dette blir et vanlig kommunikasjonsmønster i undervisninga, sier Alrø og Skovsmose (2006) at elevaktiviteten blir minimal, og at elevene tar lite ansvar for egen læring. De sier videre at svarene som elevene kommer med er korte, og bærer preg av en instrumentell tankegang. Kommunikasjonsmønsteret kan videre sammenlignes med det Cazden (1988) beskriver som et IRE-mønster, der lærer tar initiativ (I), eleven responderer (R) og lærer evaluerer (E). Dette mønsteret er forbudt med at læreren snakker annenhver gang. Læreren er dermed den som dominerer samtalene ved å ta initiativ, og elevenes rolle er kun å svare på lærerens spørsmål. Mønsteret har derfor fellestrekk med lærerinteraksjonen som Drageset mfl. (2023) beskriver som å *fortelle eller informere elevene*. Denne lærerinteraksjonen handler om at læreren introduser informasjon, gir forslag, og evaluerer elevsvar ved å presentere argumenter gjennom å fortelle og informere. Et slikt kommunikasjonsmønster minner om det Brendefur og Frykholm (2000) beskriver som *ensrettet kommunikasjon*. En slik kommunikasjon handler om at læreren dominerer samtalene gjennom å snakke annenhver gang, samt gjennom å stille lukka spørsmål og forelese, og elevenes egne ideer, tanker og strategier løftes sjeldent frem. Når elevene i større grad får dele sine tanker og strategier, beveger kommunikasjonen seg mot det Brendefur og Frykholm (2000) kaller for *medvirkende kommunikasjon*. Læreren er fortsatt den som dominerer samtalene ved å være den som vurderer elevenes innspill, men elevene får muligheter for læring ved at de får uttrykke seg muntlig og lære av de tilbakemeldingene de får. De to kommunikasjonsmønstrene, *ensrettet-* og *medvirkende kommunikasjon*, befinner seg innenfor det nevnte IRE-mønsteret til Cazden (1988). Wells (1993) sier at IRE-mønsteret innebærer mange forskjellige praksiser, og at kvaliteten på læresamtalene avgjøres i forhold til hvordan læreren velger å ta initiativ, hvilken type respons hen får fra elevene, samt hvordan læreren velger å evaluere elevsvar. Kommunikasjonsmønsteret innenfor IRE må av den grunn ikke ukritisk stemples som negativt (Wells, 1993).

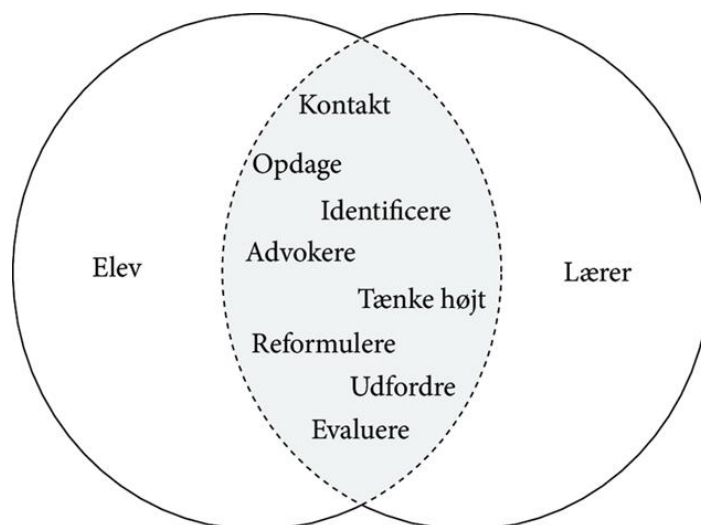
2.3.3 Undersøkende matematikkundervisning

En motsetning til tradisjonell undervisning er det Alrø og Skovsmose (2006) beskriver som *undersøkelseslandskap*, som er en frodig undervisningsform som både frister- og inviterer til at elevene skal undersøke noe som opptar dem. Wæge (2007) kaller denne type undervisning for utforskende undervisning, der fokuset ligger i å lete etter sammenhenger og mønstre, samt utvikle matematiske resonnement og egne løsningsstrategier. Elevene jobber med åpne oppgaver, der det er mange ulike løsninger og svar, og oppgavene har lav inngangsterskel slik at elevene kan bidra ut fra sine forutsetninger (Wæge, 2007). Liljedahl (2021) påpeker at det er viktig at elevene er aktive og utforskende i egen læring, slik at elevene selv kan utvikle løsningsstrategier og utforme problemstillinger. Han sier videre at tenking er en forløper til læring, og dersom elevene skal tenke må vi gi de noe fristende å tenke på. Liljedahl (2021) fremhever også betydninga av at elevene får oppgaver som er utfordrende nok til at de må tenke, eksperimentere, prøve og feile, samt bruke deres kunnskap på nye måter for å løse problemet. Videre sier Liljedahl (2021) at læring er en sosial prosess, der samarbeid er nøkkelen for å oppleve mestring. Reikerås (2014) sammenligner undersøkende undervisning med å *følge utviklingsspor*, fordi man tar vare på elevenes unike subjektive undringer og initiativ, samtidig som man setter rammene og målet for det som skal undersøkes og læres gjennom de undersøkende læreprosessene. Videre sier hun at undrende læreprosesser er prosesser som foregår inne i hvert enkelt menneske, og handler om det å bruke fantasi og skape nysgjerrighet ved å ikke ha faste svar. Carpenter mfl. (2017) påpeker at barn kommer inn i klasserommet med en naturlig nysgjerrighet, og at det er lærerens oppgave å tilrettelegge for at elevene skal få lære matematikk gjennom å snakke med andre og bruke løsningsprosesser som er naturlige og meningsfulle for dem. Når elevene bruker det de kan fra før i nye sammenhenger, kan de utvikle det Skemp (1976) kaller for en relasjonell forståelse, fordi de knytter ny kunnskap til eksisterende tankemønstre og forståelse.

2.3.4 Kommunikasjonsmønstre i undersøkende undervisning

Når elevene får muligheten til å samarbeide og løse undersøkende oppgaver, kan det ifølge Alrø og Skovsmose (2002) oppstå dialoger med særlige kvaliteter. De beskriver dialogen som både risikovillig, uforutsigbar, likeverdig og som et ledd i en undersøkende prosess. Videre sier de at dialogen kan inneholde forskjellige “dialogiske talehandlinger” når elever og lærer, eller elever seg imellom holder på med en undersøkelse. Alrø og Skovsmose (2002) viser til åtte forskjellige talehandlinger i Inquiry Cooperation Model, også kalt IC-modellen. Disse åtte talehandlingene illustreres i figur tre, og er som følger: *Kontakte, oppdage, identifisere,*

advokere, tenke høyt, reformulere, utfordre og evaluere. Vi vil nå beskrive nærmere hva som inngår i de ulike dialogiske talehandlingene.



Figur 3 IC-modellen (Alrø og Skovsmose 2002)

Å *kontakte* handler, ifølge Alrø og Skovsmose (2002) om å “tune inn” på sin samarbeidspartner gjennom å forsøke og ta den andres perspektiv. Videre handler det om å være oppmerksomt til stede i forhold til hverandre og hverandres bidrag. Gjennom å kontakte kan det etableres en positiv relasjon mellom de som skal samarbeide, og dette gjøres gjennom å stille undersøkende spørsmål, oppfølgingsspørsmål og ved gjensidig bekreftelse. Å kontakte handler altså om å etablere et samarbeid, opprettholde samarbeidet, samt gjenetablerer dialogiske handlinger for å opprettholde det undersøkende samarbeidet som en kollektiv prosess.

Å *oppdage* handler, ifølge Alrø og Skovsmose (2002) om å finne ut av noe man ikke visste fra før, ved å oppdag nye perspektiver gjennom undersøkende spørsmål. Dette er spørsmål som uttrykker undring, eller noe som ikke er et gitt svart på. Å oppdage gjennom samarbeid handler om å synliggjøre perspektiver slik at de blir forståelige for andre. Det dreier som om å prøve ut nye muligheter, samt utforske et emne gjennom hypotetiske spørsmål som “Enn hvis?”. Dette kan knyttes til det Nystad mfl. (1997) kaller for å stille autentiske spørsmål, som er spørsmål uten bestemte svar. Å stille autentiske spørsmål innebærer å invitere elevene med i samtalen, gjennom å vise interesse for deres tanker og ideer på en anerkjennende måte, og som kan ha en motiverende effekt. Drageset (2014) snakker her om å stille spørsmål gjennom

åpen framdrift. Ved å stille slike spørsmål forsøker læreren å få elevene til å finne løsningsmetoder selv, uten å legge føringer for hvordan elevene skal gå frem.

Å *identifisere* beskriver Alrø og Skovsmose (2002) som å utkrystallisere viktige matematiske ideer, gjennom å gjøre det faglige innholdet synlig for alle deltakerne i undersøkelsen. Dette kan gjøres ved at deltagerne reformulerer og endrer løsninger sammen gjennom å stille "Hvorfor-spørsmål". Her er det viktig å merke seg at spørsmålene som stilles må være av en åpen- og undrende karakter for å stimulere til nysgjerrighet og undersøkende aktivitet.

Å *advokere* blir av Alrø og Skovsmose (2002) beskrevet som en kollektiv refleksjon der formålet er å avklare det man allerede forstår. Det handler altså om å uttrykke det man tenker, samtidig som man er villig til å undersøke og videreutvikle eksisterende forståelse. Å advokere handler videre om å fokusere på- og holde ved en matematisk ide før den blir godtatt eller avvist. Å advokere kan sammenlignes med det Drageset (2014) kaller for å *grunngje*, som benyttes når læreren ønsker en forklaring på hvorfor elevene har valgt den aktuelle metoden. Det er viktig å stille slike argumenterende spørsmål for å øve opp elevenes evne til å argumentere matematisk, da argumentasjon og grunngjeving er noe av det aller vanskeligste for mange elever (Drageset, 2014).

Å *tenke høyt* handler, ifølge Alrø og Skovsmose (2006) om å uttrykke ideer, følelser og tanker samtidig som man er i gang med å undersøke. Videre handler det om å gjøre tanker tilgjengelige for andre slik at disse tankene kan bli en ressurs i samtalen. Ved å sette ord på tanker og ideer, og gjennom å høre disse blir satt ord på av andre, kan de bli tilgjengelig for utforskning av det som ligger bak. Denne dialogen blir av Alrø og Skovsmose (2002) kalt for "Learning by talking". Å tenke høyt kan sammenlignes med det Drageset (2014) kaller for å *belyse detalj*, dersom læreren stopper fremdrifta for å fokusere på viktige detaljer i det som løftes frem, ved å be elevene om å vurdere, forklare eller argumentere.

Å *reformulere* blir av Alrø og Skovsmose (2002) beskrevet som å fokusere på sentrale elevutsagn gjennom å bekrefte, gjenta eller utdype en ide. På denne måten kan deltakerne få bekreftet gjensidig forståelse, eller de kan bli klar over perspektivforskjellene som må avklares. Når man reformulerer signaliserer man at det som blir sagt er blitt hørt og funnet betydningsfullt nok til å bli belyst på nytt. I dette ligger en anerkjennelse til den andre og dens perspektiv, og bidrar til å opprettholde kontakten i den undersøkende samtalen. Å reformulere kan sammenlignes med samtaletrekkene *repetere* og *tilføye* som er utviklet av Chapin mfl.

(2009). Å repetere handler om å be elevene om å gjenta noe andre elever har sagt for å få samtalen til å gå saktere, og for å fokusere nærmere på elevenes ideer. Når læreren ber elevene om å tilføye, inviteres elevene med i samtalen ved at de får muligheten til å utdype egne- og andres ideer (Chapin mfl., 2009).

Å *utfordre* handler om å stille hypotetiske spørsmål til det man allerede forstår, og spørsmålene kan bli stilt til både eget- og andres perspektiv, men betingelsen for at utfordringen blir en suksess er at noen griper tak i utfordringen (Alrø og Skovsmose, 2002). Å utfordre kan sammenlignes med å stille det Elfstrøm mfl. (2016) kaller for *produktive spørsmål*, som refererer til spørsmål som inviterer til utforskning. Eksempler på slike spørsmål kan være: Hva skjer hvis vi ...? Hvordan kan vi finne ut om ...?

Å *evaluere* blir av Alrø og Skovsmose (2002) beskrevet som å gi konstruktiv feedback, gode råd, bekreftelse, samt korrigerende av feil. Dersom lærerne ber elevene selv om å vurdere løsningen som kommer frem, kan å *evaluere* sammenlignes med det Drageset (2014) beskriver som å *be elever om å vurdere* svaret.

En annen tilnærming til elevaktiv læring finner vi i det Wood (1998) beskriver som *fokusering* (Wood 1998). Fokusering er et kommunikasjonsmønster der læreren er lyttende til elevenes innspill, og der læreren prøver å forstå elevenes resonnementer og forklaringer. I dette interaksjonsmønsteret forsøker læreren å veilede elevene videre med utgangspunkt i elevenes egne tankerekker, slik at elevenes tanker blir forståelig for både lærer og elever. Da både IC-modellen og fokusering legger vekt på at elevene skal være aktive i egen læring, og at det er elevenes egne tanker og strategier som skal være grunnlaget for den videre læring, kan vi trekke paralleller mellom disse kommunikasjonsmønstrene, og det Brendefur og Frykholm (2000) beskriver som *refleksiv- og rik kommunikasjon*. Refleksiv kommunikasjon handler om å få flere inn i samtalen for å utfordre-, reflektere over- og diskutere ulike ideer med mål om å oppnå en dypere forståelse. I dette kommunikasjonsmønsteret er ikke læreren lengre den dominerende part i samtalen, siden det er naturlig at diskusjonene også går mellom elevene. Rik kommunikasjon kjennetegnes ved at lærere og elever har et tett samarbeid, der elevene er utforskende og aktive, og læreren spør og utfordrer mer enn hen definerer og forklarer (Brendefur & Frykholm, 2000). Drageset (2016) sier at det er lett å si seg enig i at refleksiv- og rik kommunikasjon er å foretrekke, fremfor ensrettet- og medvirkende kommunikasjon, fordi elevene her får være mer reelt deltakende og aktive. Men i likhet med det Wells (1993) sier om at det er variasjoner innenfor de ulike samtalemønstrene, påpeker

Drageset (2016) at det er vanskelig å si at et generelt samtalemønster i seg selv er bedre enn et annet. Likevel kan vi finne kvaliteter innenfor refleksiv- og rik kommunikasjon som kan sammenlignes med kjennetegn for produktive samtaler.

2.3.5 Produktive samtaler

For å oppnå produktive samtaler i klasserommet sier Chapin mfl. (2009) at læreren må legge til rette for at elevene kan få dele sine tanker og ideer med hverandre. De sier videre at elevene må lære å lytte og delta i samtalene for at de skal bli produktive. Dette finner vi støtte for hos Franke mfl. (2007) som sier at elevene må tenke selv og forklare egne tankerekker for å skape mening i det de lærer. For å oppnå produktive samtaler beskriver Chapin mfl. (2009) fire steg som læreren kan støtte seg til. Det første steget handler om å hjelpe elevene med å klargjøre tankene sine og dele dem med andre. I denne prosessen kommer det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for begrepsmessig forståelse, og det Niss og Jensen (2001) kaller for tankegangskompetansen til syne hos elevene gjennom det de forteller og forklarer. Det andre steget til Chapin mfl. (2009) handler om å hjelpe elevene til å rette oppmerksomheten mot andre elevers tenkning, og kan sammenlignes med det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for å kontakte, fordi elevene “tunes inn” på hverandres tenkning. I og med at elevene både må sette ord på egne tanker og ideer, samt høre andre sette ord på sine, kan det videre knyttes til det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for å tenke høyt. Det tredje steget til Chapin mfl. (2009) handler om å hjelpe elevene til å forklare nærmere sine resonnement ved å begrunne de valg de tar. I denne prosessen vil det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for adaptiv resonnering, samt det Niss og Jensen (2002) beskriver som resonnementskompetanse og kommunikasjonskompetanse komme til syne hos elevene, fordi elevene må argumentere for at egne tankerekker er gyldige. Det fjerde steget til Chapin mfl. (2009) handler om å hjelpe elevene til å forstå hvordan de kan engasjere seg i de andre elevenes resonnement. Dette kan gjøres gjennom flere av talehandlingene til Alrø og Skovsmose (2002), fordi det handler om å skape en læringsfremmende dialog i klasserommet. En slik dialog kan knyttes til det Brendefur og Frykholm (2000) beskriver som rik kommunikasjon, og som kjennetegnes ved at elevene er engasjert i hverandres resonnement, samtidig som de selv bidrar med egne tankerekker i samtalen. For å oppnå produktive samtaler, altså rik kommunikasjon i klasserommet, sier Kazemi og Hintz (2019) at det særlig er fire prinsipper en skal ta hensyn til. *Det første prinsippet* handler om at “diskusjonene bør oppnå et matematisk mål”, som innebærer at læreren vet hva hen skal lytte etter, hvilke ideer som bør følges opp, og hvilke ideer som skal få ekstra oppmerksomhet. *Det andre prinsippet* handler om at “elevene må få

vite hva og hvordan de skal dele”, og innebærer å hjelpe elevene til å få tak i hvordan de kan bidra i samtalen. Når elevene uttrykker sine ideer, gir det lærerne informasjon om hva elevene strever med, samt hva de mestrer. Aguirre mfl. (2013) poengterer at ved å utnytte de elevressursene som finnes i klasserommet, hjelper vi samtidig elevene å knekke koden for å lære matematikk på en betydningsfull og interessant måte. *Det tredje prinsippet* til Kazemi og Hintz (2019) handler om at “lærerne må orientere elevene mot hverandre og mot de matematiske ideene”, og innebærer å hjelpe elevene med å få tak i hvordan de kan engasjere seg i andre elevers tanker og ideer, samt matematikken som fag. Featherstone mfl. (2011) sier at dette gjøres gjennom å fokusere på verdifulle bidrag fra alle elevene, samt oppmuntre dem til å vise at de kan. *Det fjerde prinsippet* til Kazemi og Hintz (2019) handler om at “læreren må få frem at alle elevene er med på å skape forståelse, og at alle deres innspill er verdifulle”. Dette prinsippet er, ifølge Kazemi og Hintz (2019) det viktigste prinsippet å praktisere, da det innebærer å få elevene til å ta sjanser og være villige til å dele ideene sine.

2.4 Realistisk matematikkundervisning

Freudenthal (1983) kritiserte den tradisjonelle matematikkundervisninga allerede på 1960-tallet, der han påpekte at den var bygget opp aksiomatisk med lite rom for utforskning og fantasi for elevene. Han sa videre at en slik type undervisning fratru elevene sjansen til å engasjere seg i matematikken, og dermed også for å involvere seg i den matematiske prosessen som en realistisk aktivitet. Ifølge Van den Heuvel-Panhuizen og Drijvers (2014) var dette utgangspunktet for at Freudenthal utviklet ideen om Realistisk matematikkundervisning (Realistic Mathematics Education). Van den Heuvel-Panhuizen og Drijvers (2014) sier at målet med realistisk matematikkundervisning er å engasjere elevene i matematiske prosesser som tar utgangspunkt i noe som er kjent og meningsfullt for dem, og viser til seks sentrale prinsipper: *Aktivitetsprinsippet, virkelighetsprinsippet, nivåprinsippet, sammenfletningsprinsippet, interaksjonsprinsippet og veiledningsprinsippet*. I det følgende vil vi gå nærmere inn på hva som inngår i de ulike prinsippene.

2.4.1 Aktivitetsprinsippet

Freudenthal (1973) sier at aktivitetsprinsippet handler om at matematikk er en aktivitet som læres best gjennom å gjøres. Han sier at elevene må være aktive i læringssituasjonen slik at de selv kan utvikle verktøy som hjelper dem med å bygge forståelse i læring. Dette kan knyttes til Deweys (1961) tanker om “learning by doing and reflection”, som innebærer at både handling og refleksjon er viktig i læreprosessen. Van den Heuvel-Panhuizen (2001) sier

videre at aktivitetsprinsippet handler om at elevene må få møte problemer hvor de kan lære seg matematikk basert på uformelle arbeidsmåter som gir mening for dem. Dette kan sammenlignes med det Alrø og Skovsmose (2006) sier om at den lærende må få eierskap til det som skal læres. Dysthe (1995) snakker også om at kunnskap er noe som må konstrueres i den som lærer, og Stockero mfl. (2020) fokuserer på at undervisning som bygger på elevenes tenking, fremmer elevenes forståelse og læring i matematikk.

2.4.2 Virkelighetsprinsippet

Van den Heuvel-Panhuizen (2001) beskriver virkelighetsprinsippet ved at elevenes læring må skje i en meningsfull kontekst for at de skal kunne bruke det de lærer ved en senere anledning. Oppgavene de møter må derfor være realistiske problemer som elevene selv kan forestille seg, enten gjennom fantasi eller egen hverdag. For å ivareta virkelighetsprinsippet må derfor oppgavene oppleves realistiske for elevene slik at de kan se nytteverdien av å arbeide med dem. Van den Heuvel-Panhuizen (2001) sier videre at kontekstene i realistisk matematikkundervisning må være av en slik art at det er mulig å matematisere dem, og Treffers (1987) skiller i denne sammenhengen mellom horisontal- og vertikal matematisering. Den horisontale handler om å gjøre matematikken mer formalisert gjennom å bygge forståelse basert på elevenes egne erfaringer eller virkelighetsforståelse. Videre sier han at den vertikale matematiseringa handler om det arbeidet som skjer når elevene prøver å effektivisere måten de arbeider med- og forstår problemet på (Treffers, 1987).

2.4.3 Nivåprinsippet

Van den Heuvel-Panhuizen (2001) forklarer nivåprinsippet ved at elevene går gjennom ulike nivå av forståelse, fra en mer uformell kontekstrelatert forståelse, til å kunne se sammenhenger mellom konsepter og ulike løsningsstrategier på et mer formelt nivå. Her påpeker de at det er viktig å ha fokus på sammenhengen mellom det elevene kan fra før, og det de skal lære i fremtiden. Dette kan sammenlignes med det Ryan og Deci (2002) kaller for å *utvikle kompetanse* hos elevene, som handler om å ta utgangspunkt i det elevene kan, når man skal "hjelp dem på vei". Når lærerne bygger videre på det elevene kan, sier Wæge (2007) at de får muligheten til å oppleve at de utvikler ferdigheter og forståelse gjennom å kjenne på mestring. Vygotsky (2001) snakker her om den aktuelle- og den proksimale sonen. Den aktuelle sonen handler om det elevene allerede kan, og den proksimale sonen ligger mellom det elevene får til på egen hånd og det de greier å prestere ved hjelp av støtte, eller samhandling med en mer kompetent annen.

For å bygge bro mellom den uformelle kontekstrelaterte matematikken til den mer formelle, sier Van den Heuvel-Panhuizen og Drijvers (2014) at det er viktig å la elevene selv få utvikle modeller og representasjoner i takt med deres egen forståelse. Dette arbeidet er viktig for at elevene skal kunne oppnå det Treffers (1987) kaller for vertikal matematisering. Crespo og Kyriakides (2007) sier videre at elever som lager sine egne tegninger ofte har en bedre forståelse av matematiske operasjoner, enn de som kun benytter seg av symboler og tegninger som er utarbeidet av andre. Dette finner vi støtte for hos Hinna mfl. (2016) som sier at mange elever kan greie seg relativt godt innen en type representasjon, men at overganger mellom ulike representasjoner kan føles vanskelig. De sier videre at ulike representasjonsformer gir elevene flere redskaper til å løse problemer, og til å tenke gjennom. Duval (2006) påpeker også at det er et kognitivt gap mellom forskjellige representasjonsformer i elevenes læring. Dersom de ulike representasjonene skal danne et kognitivt nettverk som henger sammen hos elevene, trenger de mange og varierte øvelser i å forstå overganger mellom de forskjellige representasjonene. Videre sier Duval (2006) at det er læringsfremmende at elevene får lage sine egne representasjoner. Dette kan gi dem en følelse av å ha det Deci og Ryan (2000) kaller for autonomi. Autonomi blir beskrevet som å få handle ut fra egne verdier og interesser, og har betydning for elevenes indre motivasjon i faget.

2.4.4 Sammenfletningsprinsippet

Van den Heuvel-Panhuizen (2001) beskriver sammenfletningsprinsippet ved å si at matematiske emner ikke skal deles opp, men sees i sammenheng med hverandre. Det sentrale er derfor å bruke rike kontekster der elevene får muligheten til dette. Alrø og Skovsmose (2006) snakker om å introdusere ulike temaer for elevene. Disse temaene skal inspirere elevene til å finne løsninger selv ved å være åpne og kreative i løsningsprosessen. Det handler altså ikke om å løse noen forhåndsdefinerte oppgaver ved å benytte en bestemt fremgangsmåte, men om å mobilisere elevenes forkunnskaper på en slik måte at de lærer å se sammenhengen mellom tidligere erfaringer og fagstoffer.

2.4.5 Interaksjonsprinsippet

Van den Heuvel-Panhuizen (2001) sier at interaksjonsprinsippet handler om at hele klassen spiller en viktig rolle i læring av matematikk. Hun påpeker i denne sammenhengen at det er viktig å samle alle i klassen for å få frem et mangfold av tanker og ideer slik at elevene kan lære av hverandre. Selv om elevene befinner seg på ulike nivå, har alle viktige bidrag i læreprosessen. Å lære matematikk blir derfor vurdert som en sosial aktivitet i tillegg til en

individuell aktivitet. Hun sier videre at ved å lytte til det andre har funnet ut, samt diskutere deres løsninger og funn, kan elevene få ideer til hvordan de selv kan utvikle egne strategier. Interaksjonsprinsippet handler derfor om å reflektere sammen med andre om matematiske emner for å oppnå en dypere matematisk forståelse.

2.4.6 Veiledningsprinsippet

Van den Heuvel-Panhuizen (2001) omtaler veiledningsprinsippet som lærerens-, læringsmiljøets- og pensumets rolle i realistisk matematikkundervisning. Hun påpeker at når elevene skal konstruere sin egen matematiske forståelse, er det viktig at læringsmiljøet også gir rom for det. Yackel og Cobb (1996) sier i denne sammenheng at lærerne og elevene sammen skaper forståelse om hva som skal være de sosiomatematiske normene i deres klasserom. De sier at de sosiomatematiske normene kan fokusere på forskjeller og likheter i løsningen av et matematisk problem, hva som er en gyldig forklaring, eller hva som er en effektiv løsningsstrategi å bruke. Ved å belyse mange ulike måter å løse problemer på, kan elevene også få innsikt i hva som regnes som matematisk annerledes. Kommunikasjonen i klasserommet kan altså begrenses eller støttes av den sosiomatematiske normen, og dersom læreren oppmuntrer elevene til å komme med ulike ideer, samt fokuserer på å få frem forskjeller i forklaringene, verdsetter læreren elevenes løsninger og innspill, noe som kan føre til at flere ønsker å delta i samtalene (Yackel & Cobb, 1996).

Når det gjelder lærerens rolle, handler det om å veilede elevene videre i sin læring, uten å vise eller demonstrere for elevene hvordan de skal løse oppgavene. Det handler om å skape det vi tidligere har beskrevet som produktive samtaler. Når læreren skal veilede elevene videre i sin læring er det nødvendig at hen har innsikt i hvor elevene befinner seg i den matematiske forståelsen, samt hva som blir neste utviklingsområde i både det korte- og det lange løp, noe William (2018) beskriver som formativ vurdering. Formativ vurdering handler om de vurderingssituasjonene som skjer underveis i læreprosessen der formålet er å fremme læring. Det innebærer samhandlingen mellom alle de involverte, både lærere, elever og medelever. En slik vurdering handler om å finne ut hvor elevene befinner seg i deres læring, hva som kan være det neste de skal lære, samt å finne ut hvordan elevene kommer seg dit. For å lykkes i dette arbeidet har William (2018) utarbeidet fem nøkkelstrategier. Den første strategien handler om å *avklare, dele og forstå læringsintensjoner og suksesskriterier*, og innebærer viktigheten av at elevene vet hva de skal lære og hva som kvalifiserer som godt arbeid. Den andre strategien går ut på å *fremkalle bevis for læring*, som handler om å finne ut hva elevene

kan. Den tredje strategien innebærer å *gi tilbakemelding som driver læring fremover*, og kjennetegnes ved at læreren og medelever gir tilbakemelding som gjør at eleven selv får et ønske om å bli bedre. Den fjerde strategien handler om å *aktivere elever som viktige ressurser i hverandres læring*, og kjennetegnes ved at elevene blir viktige bidragsyttere i hverandres læreprosess ved at de diskuterer og skaper mening sammen. Den femte og siste strategien for å lykkes med formativ vurdering handler om å *aktivere eleven som eier av egen læring*, og handler om å få eleven til å reflektere over sin egen læring og utvikling. Her påpeker William (2018) at en slik refleksjon kan være emosjonelt for eleven, spesielt for de av elevene som ikke lykkes i faget, og det tar tid å utvikle en slik refleksjon. Han sier videre at den viktigste ideen bak disse strategiene er å bruke alle bevis for læring i arbeidet med å tilrettelegge den videre undervisningen slik at den imøtekommer elevenes behov, med andre ord legge opp til en adaptiv undervisning. Vi vil nå presentere en tabell som viser de fem nøkkelstrategiene i kryssninga mellom de som er i samhandling, altså lærere, elever og medelever, og Williams (2018) tre element: *Hvor er eleven på vei? Hvor er eleven akkurat nå? og Hvordan skal eleven komme seg dit?*

	Hvor er eleven på vei?	Hvor er eleven akkurat nå?	Hvordan skal eleven komme seg dit?
Læreren	Avklare, dele og forstå læringsintensjoner og suksesskriterier	Fremkalle bevis for læring	Gi tilbakemelding som driver læring fremover
Medelever		Aktivere elever som viktige ressurser i hverandres læring	
Eleven		Aktivere eleven som eier av egen læring	

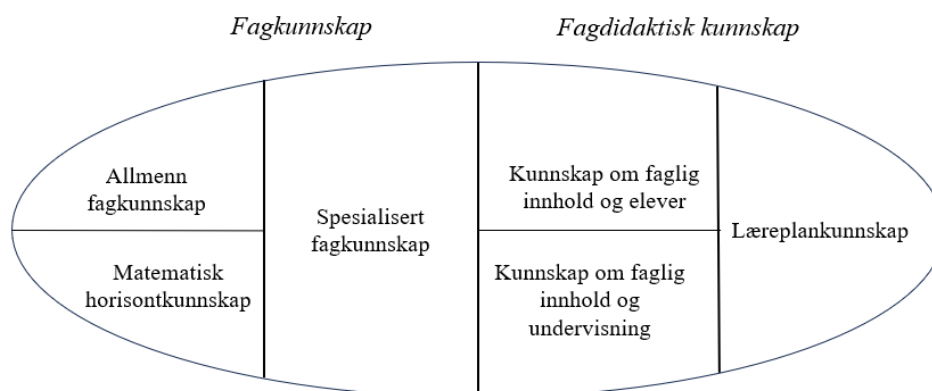
Tabell 1 Tabell oversatt fra William (2018)

Vi har nå beskrevet ulike tilnærminger til undervisning og kommunikasjon i klasserommet. Ball mfl. (2008) sier at det er lærerens oppgave å vurdere når elevene skal jobbe undersøkende i faget, og når de skal møte matematikken på andre måter. Da lærerens undervisningskunnskap har betydning for kvaliteten på undervisninga (Ball mfl., 2008), ønsker vi å rette den videre oppmerksomheten på lærerens undervisningskunnskap i matematikk.

2.5 Undervisningskunnskap i matematikk

For å beskrive den kompetansen som læreren må ha for å undervise i matematikk, innførte Ball og Bass (2003) begrepet undervisningskunnskap i matematikk. Ball mfl. (2008) analyserte hva arbeidet til en matematikklærer handler om, samt hvilken kompetanse og kunnskaper som behøves til de ulike oppgavene, og definerte dette i seks hovedelementer:

Allmenn fagkunnskap, spesialisert fagkunnskap, kunnskap om faglig innhold og elever, kunnskap om faglig innhold og undervisning, matematisk horisontkunnskap og læreplankunnskap. I det følgende skal vi gå nærmere inn på hva som inngår i de ulike kunnskapsområdene.



Figur 4 Undervisningskunnskap i matematikk (Ball mfl. 2008)

Ball mfl. (2008) beskriver *allmenn fagkunnskap* som den matematikk-kunnskapen som alle kan inneha. Denne kunnskapen innebærer å kunne løse matematiske problem og avgjøre om svaret er riktig eller galt. *Spesialisert fagkunnskap* handler om den kunnskapen som er særegen for matematikklærere, og innebærer en bevissthet omkring det å fremstille matematikken på ulike måter, det være seg i forhold til forklaringer, argumentasjoner og representasjoner. *Kunnskap om faglig innhold og elever* handler om den kunnskapen lærere har i forhold til elevenes ulike måter å tenke på, samt hva elevene kan anse som utfordrende. Det handler også om innsikt i hvilke oppgaver elevene kan synes å være motiverende og interessante, samt lette eller vanskelige. Videre handler kunnskapen om å være i stand til å høre på- og tolke elevenes ulike innspill, samt ha kjennskap til ulike misoppfatninger og forestillinger som elevene kan ha innenfor et matematisk emne. *Kunnskap om faglig innhold og undervisning* brukes i planlegging av undervisning og kommer til syne gjennom lærerens valg av aktiviteter og eksempler. Denne kunnskapen handler altså om å fremstille det matematiske innholdet på en slik måte at elevene kan utvikle en dypere forståelse. De sier videre at det handler om å vurdere hvilke oppgaver man skal gi, fremgangsmåter til elever, samt om ulike representasjoner er hensiktsmessige eller ikke. Lærere som besitter denne kunnskapen, vet også å stille produktive spørsmål til elevene, og de kan veksle mellom

forskjellige representasjoner, samt belyse overganger mellom de ulike representasjonene. Denne kunnskapen gjør også læreren i stand til å fokusere på elevenes resonnering når de utforsker, samt ha fokus på forståelsen i arbeidet. Kunnskap om faglig innhold og undervisning har nær sammenheng med didaktiske aspekter som har betydning for læring og forståelse i matematikk. I tillegg til de presenterte elementene definerer Ball mfl. (2008) *matematisk horisontkunnskap* og *læreplankunnskap* som en del av lærerens undervisningskunnskap i matematikk. Matematisk horisontkunnskap handler om å ha en forståelse for faget som går utover det nivået man underviser på, slik at man kan gi oppmerksomhet mot emner som elevene kan møte i fremtiden, og læreplankunnskap er kunnskap som handler om hvordan de matematiske emnene er relatert til hverandre i læreplanen (Ball mfl., 2008).

3 Metode

I dette kapittelet skal vi redegjøre for de metodiske valg vi har tatt i studien med å besvare vårt forskningsspørsmål:

Hvilke grep sier anerkjente lærere at de tar i bruk for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk?

Vi vil først beskrive valg av forskningsmetode og kunnskapssyn. Deretter forklarer vi valg av kvalitativ metode og datainnsamlingsmetode. Videre tar vi for oss studiens utvalg, utarbeiding av intervjuguide og gjennomføring av intervjuene, samt en redegjørelse for studiens analysemetode. Avslutningsvis blir studiens kvalitet diskutert gjennom reliabilitet, validitet og etiske betraktninger.

3.1 Forskningsmetode og kunnskapssyn

Ifølge Cresswell og Cresswell (2018) skiller vi vanligvis mellom to tilnæringer til vitenskapelige metoder: Konfirmerende- og eksplorerende metoder. Innenfor de konfirmerende metodene sier Høgheim (2020) at vi tester ut våre antakelser basert på teori eller hypoteser, mens innenfor de eksplorerende metodene har vi som mål å skape teori om det vi forsker på. I og med at målet vårt var å finne hvilke *grep* anerkjente lærere sier at de tar i bruk for å ivareta ideen om tidlig innsats, og vi ikke hadde noen klare hypoteser om dette på forhånd som vi kunne teste ut, valgte vi å benytte oss av en eksplorerende metode for å finne svar på vårt forskningsspørsmål. Vi ønsket å skape teori på dette gjennom å samle inn informasjon fra ulike lærere.

Ifølge Cresswell (2012) arbeider man ofte ut fra et skille mellom kvantitative- og kvalitative forskningsmetoder. Høgheim (2020) sier at kvantitative metoder er best egnet til konfirmerende forskning der man ønsker å finne svar på om en teoretisk antakelse kan være mulig for et sted eller en gruppe mennesker. Videre sier Høgheim (2020) at kvalitative metoder er best egnet dersom målet er å ha en eksplorerende forskning, fordi man da kan samle inn mye og detaljert informasjon fra utvalgte steder eller personer for å lete etter sammenhenger og mer generelle slutninger. Krumsvik (2014) sammenligner kvantitative- og kvalitative metoder med et isfjell og viser til at kvantitative metoder handler om å finne ut noe om det som allerede er synlig, altså den delen av isfjellet som ligger over vann, mens kvalitativ forskning handler om å finne ut noe om den delen av isfjellet som ligger under vann, altså undersøke det som ligger i dybden og som er mer skjult. Med utgangspunkt i at vi

ønsket å samle inn mye og detaljert informasjon fra ulike lærere, for deretter å analysere det de la frem for å se om vi fant et generelt mønster på hva de gjorde, valgte vi å benytte oss av kvalitativ forskning. Vi ønsket å belyse fenomenet “den dyktige læreren” for å finne de grep som ble tatt for å ivareta ideen om tidlig innsats. Da disse grepene var skjulte for oss, og vi ikke visste hva lærerne hadde av informasjon, kan vi sammenligne denne forskningen med å studere et isfjell under vann, altså den delen av lærerpraksisen som er skjult for oss.

Ifølge Postholm (2010) bærer vi som forskere med oss en forståelse av verden, eller et sett med grunnleggende antagelser, som rettleider eller styrer vår forskning. Postholm og Jacobsen (2018) refererer til tre ulike vitenskapsteoretiske syn som på ulike måter uttrykker hvordan vi kan skaffe oss kunnskap om livet rundt oss: Positivism, konstruktivism og post-positivism. Ideen innenfor positivismen er at det er fullt mulig å gi et sant og objektivt bilde av virkeligheten, dersom man gjennomfører systematiske studier der forskeren befinner seg i bakgrunnen og opptrer nøytralt i forhold til det som blir studert (Postholm & Jacobsen, 2018). Motsetningen til det positivistiske paradigmet er den konstruktivistiske tilnærmingen. Denne tilnærmingen tar utgangspunkt i at ny kunnskap konstrueres eller skapes i møte mellom forskeren og menneskene som deltar i forskningen. Innenfor dette paradigmet blir verden studert slik den oppfattes av den enkelte, og målet blir å forstå den enkeltes oppfatning av fenomenet det forskes på (Guba & Lincoln, 1988). Ifølge Merriam (2002) er det viktig å merke seg at forståelsen av hva som er virkelighet er sosialt konstruert av mennesker i sin livsverden, og denne forståelsen av virkeligheten er i kontinuerlig utvikling og endring. Sosialkonstruktivism bygger derfor på en antakelse om at den subjektive forståelsen av virkeligheten er en fortolkning, og ikke en direkte avspeiling av hva som er virkelighet, ifølge Rasborg (2014). Postholm og Jacobsen (2018) sier at det post-positivistiske synet i stor grad støtter det konstruktivistiske i at det er vanskelig å få en sann kunnskap om verden, fordi verden er i stadig endring ved at nye perspektiver skaper nytt syn på hva som er sant. Samtidig mener post-positivistene at det finnes en virkelighet på tvers av kontekster og personer. Selv om det ikke kan etableres lovmessigheter i forskningen, så kan det skapes kunnskap om at noe er mer sannsynlig enn noe annet (Postholm & Jacobsen, 2018). Da vi ønsket å finne ut hvilke grep “den dyktige læreren” tar, måtte vi forske på praksisen til lærere som er kjent for å få dette til. Vi ønsket å få tak i lærernes fortolkninger av egen praksis, gjennom å ha et nært samarbeid med dem. I dette samarbeidet ble de “grep” som lærerne sa at de tok, konstruert i samhandlingen mellom oss som forskere og våre informanter. En utfordring var at informantene kunne bli påvirket av oss, og vi som forskere kunne bli

påvirket av dem. Vi valgte derfor å plassere vårt forskningsprosjekt innenfor et sosialkonstruktivistisk paradigme, der vår forståelse av lærernes grep ble utviklet i samhandlingen mellom informantene og oss som forskere.

3.2 Valg av kvalitativ metode

Postholm (2010), i tillegg til Christoffersen og Johannessen (2012) beskriver tre forskjellige metodiske tilnæringer innenfor kvalitativ forskning: Etnografi, fenomenologi og casestudier. Ifølge Cresswell (2013) handler etnografiske studier om å beskrive og tolke sosiale interaksjoner i et sosialt system, en gruppe eller en kultur. Fenomenologiske studier handler, ifølge Christoffersen og Johannessen (2012) om å utforske og beskrive mennesker og deres forståelse av- og erfaringer med ett eller flere fenomen, og Cresswell (2013) sier at målet med forskningen er å beskrive fellestrekk ved fenomenet det forskes på. Ifølge Merriam (1998) er casestudier en beskrivende forskningsmetode, og dette begrunnes med at casestudien tar hensyn til alle eller mange variabler som er relevante for enheten som blir studert. Stake (1995) sier også at casestudier gir en grundig beskrivelse, og legger vekt på at den unike konteksten spiller en avgjørende rolle for at det skal kvalifisere som en casestudie. Vår oppgave var å beskrive lærernes forståelse av- og erfaringer med tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk, og vi plasserte først forskningsprosjektet innenfor en fenomenologisk studie, men da vi ikke hadde klare formuleringer på forhånd om hvilke grep som skulle studeres, hadde vi ikke et tydelig fenomen som lærerne kunne beskrive fellestrekk ved. Vi plasserte derfor forskningen innenfor casestudiet med en fenomenologisk tilnærming. Casen vår ble fenomenet “den dyktige læreren”, og målet vårt var å hente ut detaljert kunnskap i forhold til hva “den dyktige læreren” anså som viktige grep i arbeidet med tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk. Ifølge Postholm (2010) er slike case-studier verdifulle, fordi de kan bidra med informasjon på områder som tidligere er lite forsket på.

3.3 Datainnsamlingsmetode

Ifølge Høgheim (2020) er intervju, observasjon og dokumentanalyse de metodene som hyppigst blir brukt innenfor kvalitativ metode. Dokumentanalyse innebærer å hente ut informasjon fra dokumenter som har betydning for forskningsspørsmålet, og observasjon handler om å registrere førstehåndsinformasjon om steder i spesielle situasjoner eller om menneskers atferd (Cresswell, 2012). Angrosino og Pérez (2000) sier videre at observasjoner gjennomføres i naturlige situasjoner og belyser det man forsker på slik det utspiller seg. Observasjon handler derfor om å bruke alle sansene våre til å oppfatte og forstå, slik at vi kan

fange opp det som faktisk skjer. Gleiss og Sæther (2021) sier også at observasjon gir oss direkte tilgang til det som faktisk skjer i klasserommet og det læreren faktisk gjør, og sier videre at observasjon også kan gjøre det mulig å få tak i det som forskningsdeltakerne selv ikke er bevisste på. Ifølge Brinkmann (2013) handler intervju om å registrere muntlig og kommunikativ informasjon fra en eller flere personer for å bringe frem deres opplevelser, erfaringer eller oppfatninger. Kunnskapen skapes derfor i møtet mellom forskningsdeltakerne og forskeren (Guba & Lincoln, 1988). Da vi skulle velge datainnsamlingsmetode var målet med studien å få tak i de grep som anerkjente lærere *tar* for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk. På dette tidspunktet tenkte vi at det var hensiktsmessig å observere lærerne i sitt arbeid over tid, både i og utenfor klasseromssituasjonen.

Observasjonen ville gitt oss direkte tilgang til det lærerne faktisk *gjør*, men vi måtte hatt mange timer med observasjon hos de ulike lærerne for å få gode nok beskrivelser, noe som ville gitt oss et stort datamateriale som hadde blitt svært tidkrevende å analysere. Vi drøftet derfor fordelene av å benytte intervju som datainnsamlingsmetode. Intervju ville ikke gitt oss tilgang til det som faktisk skjer i klasserommet, men vi kunne fått løftet frem lærerens erfaringer, opplevelser og oppfatninger om fenomenet vi ønsket å belyse. Vi kunne også fått tilgang til begrunnelsen for det lærerne *gjør* i klasserommet gjennom intervju, noe vi ikke hadde fått tilgang til gjennom observasjon. I og med at det kunne være flere aspekter ved de grep som læreren *tar*, og som ikke kommer til uttrykk gjennom observasjon i klasserommet, var vi også innom tanken på en kombinasjon av observasjon og intervju, men i og med at vi ville sammenligne grepene som *flere* lærere *tar*, ville det også bli en altfor stor oppgave i forhold til våre rammer. Vi valgte derfor å kun benytte oss av intervju som datainnsamlingsmetode, og endret i denne sammenhengen problemstillinga vår fra å fokusere på de grep som lærerne *tar* til å fokusere på de grep som lærerne *sier at de tar* i bruk. Dette fordi intervju som metode førte med seg begrensninger ved at vi kun fikk tak i det lærerne *sier* at de *gjør*, og de kan også gjøre andre ting enn det som fremkommer gjennom intervjuene. Fordelen er likevel at lærerne kunne forklare og begrunne de grep som ble løftet frem, noe som gav oss en dypere forståelse for det vi forsket på.

Kvale og Brinkmann (2015) sier at vi har tre ulike former for intervju: Det strukturerte, det ustrukturerte og semi-strukturerte intervju. Innenfor et strukturert intervju får alle forskningsdeltakerne de samme spørsmålene, ifølge Fontana og Frey (2000), og forskningsdeltakerne selv kan ikke påvirke prosessen i intervjuene da spørsmålene som stilles er utarbeidet på forhånd og blir stilt i den samme rekkefølgen til alle forskningsdeltakerne.

Det ustrukturerte intervjuet er motsatt av det strukturerte, ifølge Fontana og Frey (2000), og Gleiss og Sæther (2021) sier at samtalen i ustrukturerte intervju går i den retningen informantene leder dem. Kvale og Brinkmann (2015) sier at semi-strukturerte intervju er halv-strukturerte og kan plasseres i en kategori mellom de strukturerte- og ustrukturerte intervjuene. De sier videre at gjennom de semi-strukturerte intervjuene kan forskeren formulere noen spørsmål eller tema på forhånd, men disse spørsmålene trenger ikke å bli stilt i den samme rekkefølgen, og forskeren kan i tillegg stille spørsmål som ikke var planlagt på forhånd. De planlagte spørsmålene blir derfor det strukturerte i intervjuene, og muligheten til å endre rekkefølge, eller ta opp nye tema blir det mer ustrukturerte (Kvale og Brinkmann, 2015). Da vi var usikre på hvilke grep lærerne kom til å trekke frem, var det vanskelig å lage klare forhåndsdefinerte spørsmål som alle informantene skulle svare på i samme rekkefølge, og som ikke satte begrensninger når det gjaldt å få grundige og gode beskrivelser om hva informantene selv erfarte som gode grep. Vi ønsket å ha en viss struktur i samtalen ved hjelp av noen åpne spørsmål, som av Eide og Eide (2017) blir beskrevet som spørsmål som gir fortellende svar. Samtidig ønsket vi å ha mulighet til å utforske interessante "sidetema" som informantene eventuelt brakte inn i intervjuene. Vi valgte derfor å bruke en semi-strukturert intervjuemetode. De åpne spørsmålene ga oss en viss struktur på intervjuene, og muligheten til å følge opp det lærerne sa ble det mer ustrukturerte.

3.4 Utvalg

Christoffersen og Johannessen (2012) peker på flere faktorer en bør tenke gjennom når en skal velge deltakere til forskningsstudier, herunder utvalgsstørrelse, utvalgsstrategier og rekruttering av informanter.

3.4.1 Utvalgsstørrelse

Når det gjelder utvalgsstørrelse så sier Kvale og Brinkmann (2015) at antall informanter vil variere avhengig av problemstillinga og måten informasjonen samles inn på, og de anbefaler at det bør gjennomføres datainnsamling helt til man oppnår et metningspunkt, altså at en ikke lenger får noen ny informasjon. Christoffersen og Johannessen (2012) legger også vekt på at man må få nok informasjon til å kunne lage rike og detaljerte beskrivelser av fenomenet en studerer, og sier videre at et utvalg på 10-15 informanter vil kunne gi et metningspunkt i mindre prosjekter. Gleiss og Sæther (2021) poengterer at det er tidkrevende og vanskelig å gjøre en god analyse med for stort datamateriale, og Brinkmann (2013) sier at det er et godt utgangspunkt å gjøre mer analyse ut fra noen få intervjuer. Da vi var usikre på hvor mange

intervju “noen få” var, og vi manglet erfaring med hva som var mye data å analysere for oss, tok vi utgangspunkt i det Christoffersen og Johannessen (2012) sier om at 10-15 informanter ville gi oss et metningspunkt. Men, på grunn av at det tok tid å finne informanter som oppfylte våre kriterier, begrensninger i tidsrammen for denne studien, og de betydelige økonomiske kostnadene knyttet til mange reiser, nådde vi ikke målet om en metning på 10-15 informanter. Vi gjennomførte derfor så mange intervjuer som var mulig innenfor de tidsmessige og økonomiske rammene vi hadde.

3.4.2 Utvalgskriterier

Når det gjelder utvalgskriterier sier Høgheim (2020) at det finnes en rekke strategier man kan ta i bruk for å trekke et utvalg innenfor eksplorerende forskning, også kalt sampling. Cresswell (2012) trekker frem fire ulike strategier innenfor målrettet sampling, noe ifølge Høgheim (2020) betyr å velge ut spesifikke mennesker til å delta i studien. Når forskerne trekker utvalg basert på forskjeller i karakteristikker kalles dette for *maksimal-variasjon-sampling*, ifølge Cresswell (2012), og dersom forskere vil undersøke noe som på en eller annen måte er et ekstremtilfelle, velger forskeren å benytte seg av *ekstremtilfelle-sampling*. *Typisk-tilfeller-sampling* blir brukt når forskere ønsker å studere det som er “vanlig”, og *homogen sampling* blir benyttet der forskere ønsker å rekruttere mennesker med spesifikke karakteristikker (Cresswell, 2012). Selv om Høgheim (2020) sier at det er mest vanlig med målrettet sampling i eksplorerende forskning, blir likevel *bekvemmelighetsutvelgelse* og *snøballutvelgelse* brukt. Bekvemmelighetsutvelgelse innebærer å forske på dem man har tilgjengelig rundt seg, og kan derfor ende opp med et ekstremt homogent utvalg uten at det var hensikten, ifølge Høgheim (2020). Han sier videre at snøballutvelgelse er mer målrettet sampling i forhold til bekvemmelighetsutvelgelse, og innebærer at man inviterer *en* deltaker med inn i forskningen som deretter kan gi råd om hvem andre man kan spørre. Med tanke på vår problemstilling ble målet å finne lærere som var kjent for “å få det til”, altså lærere som miljøet rundt beskrev som “dyktige”, og som jobbet på 1.- 4. trinn. Ut over dette hadde vi ingen krav til kompetanse. Vi ville ikke sette for mange kriterier i frykt for å utelukke gode informanter. I starten av studien tenkte vi å benytte oss av bekvemmelighetsutvelgelse ved å intervju lærere fra egen kommune, men vi kom raskt frem til at dette kunne bli et veldig homogent utvalg. Lærere fra samme kommune har ofte deltatt på de samme utviklingsmøtene, og de har ofte de samme fokusområdene. Vi rettet derfor søkelyset mot å få tak i lærere som var “kjent for å få det til” fra hele Norge gjennom ekstremtilfelle-sampling.

Dette fordi vi ville forske på lærere som var kjent for “å få det til” på tvers av kommunale- og regionale satsningsområder.

3.4.3 Rekruttering

Gleiss og Sæther (2021) sier at vi kan rekruttere deltakere gjennom *direkte kontakt*, *portvakt* eller *snøballmetoden*. Å ta direkte kontakt innebærer å kontakte lærere, elever eller skoler som oppfyller utvalgskriteriene for studien. Portvakter er “aktører med kontroll over atkomstlinjer til informantene”, ifølge Dalen (2011), og kan i dette tilfellet være rektorer eller andre personer som allerede er en del av det miljøet vi søker tilgang til. Videre sier Dalen (2011) at portvaktene kan fungere som døråpnere inn til informantene, noe som kan gjøre prosessen med å rekruttere deltakere smidigere. Her er det imidlertid viktig å merke seg at portvaktene også kan påvirke hvem som rekrutteres, og dermed også hva slags kunnskap som utvikles gjennom studien. Å benytte snøballmetoden har mange likhetstrekk med nettverksbygging sier Gleiss og Sæther (2021), fordi forskeren bruker den etablerte kontakten med den ene deltakeren til å utvide nettverket av mulige deltakere. Denne metoden kan være nyttig i tilfeller der det er problematisk å finne portvakter, eller der man ikke kan rekruttere deltakere gjennom direkte kontakt. Bruk av snøballmetoden innebærer dog en forskningsetisk utfordring når det kommer til å ivareta deltakernes anonymitet i forhold til hverandre. Den som gir råd om nye forskningsdeltakere, vil også kunne gjette hvem som har blitt med i studien ut fra det ferdige forskningsarbeidet. Denne utfordringen kan imidlertid begrenses ved at forskerne passer på at deltakerne ikke får informasjon om hvem andre man har vært i kontakt med. Med tanke på at forskningen vår skulle rette seg mot “anerkjente lærere” fra hele Norge, møtte vi på utfordringer i forhold til å få kontakt med disse lærerne. Det første vi gjorde var derfor å benytte det Gleiss og Sæther (2021) kaller for snøballmetoden. Vi benyttet vårt eget kontaktnettverk innenfor utdanningsfeltet for å undersøke om det fantes noen som kunne gi oss informasjon om lærere som var kjent for “å få det til” innenfor tidlig innsats og begynneropplæring. Videre benyttet vi oss av det Gleiss og Sæther (2021) kaller for portvakter, ved at vi tok kontakt med universiteter og skolesektorer i flere storbyer i Norge. Vi ringte og forklarte hvordan type lærere vi var ute etter og sa at vi ønsket “den første” læreren de tenkte på da vi presenterte vårt prosjekt. For å få tak i flere informanter ønsket vi å la flere snøballer rulle samtidig fra både eget nettverk og portvaktene, slik at informantene kunne rekrutteres fra forskjellige nettverk rundt om i Norge. Ved hjelp av snøballmetoden fikk vi åtte forslag til informanter, alle var kvinnelige og ukjente for oss, og befant seg nord-, sør-, øst- og vest i Norge. For å komme i dialog med disse informantene, tok vi direkte

kontakt med dem via telefon for å informere om vårt forskningsprosjekt, og hvorfor vi ønsket deres deltakelse i prosjektet. Vi valgte å ringe, i stedet for å sende mail, fordi vi ønsket å uttrykke tydelig vårt engasjement for temaet i håp om å få positivt svar til deltakelse i prosjektet. Seks av de åtte lærerne takket ja til å la seg intervju og har fått følgende fiktive navn: Anna, Berit, Cicci, Dina, Eli og Frida.

3.5 Utarbeiding av intervjuguide

I følge Gleiss og Sæther (2021) bruker vi en intervjuguide til å hjelpe oss med å huske de tema vi ønsker å ta opp i semi-strukturerte intervju. Som hjelp i prosessen med å utforme intervjuguiden støttet vi oss til det de sier om å formulere klare spørsmål som bidrar til at det er lett for informantene å forstå hva det spørres om. Gleiss og Sæther (2021) sier videre at det er mye mer å hente fra informanter som forteller mye, enn fra de som gir knappe svar. Spørsmålsformuleringene må derfor ha et hverdagslig og enkelt språk, og vi som forskere må tenke over hvilke spørsmål som åpner eller lukker for informantenes mulighet til å formidle egne erfaringer, altså hva slags spørsmål som legger opp til at informanten vil snakke fritt om de temaene man ønsker å studere. I denne sammenhengen trekker de frem rollespillspørsmål som en egnet spørsmålstype for å invitere informantene til å fortelle detaljerte beskrivelser fra sin livsverden og dermed få satt ord på taus kunnskap. I tillegg til dette trekker Gleiss og Sæther (2021) frem at spørsmålene vi stiller må bli forstått av informanten, og de må ikke oppleves som en test. Dersom vi stiller spørsmål som inneholder faglige begreper kan det være vanskelig for informantene å svare hvis begrepene er ukjente. Det kan også kjennes flaut for informantene å måtte be intervjueren om å forklare begrepene. Selv om det er problemstillingen som styrer våre spørsmål til informantene, sier Gleiss og Sæther (2021) at vi bør unngå spørsmål der vi spør om informantene kan forklare ulike begreper, da de færreste synes det er enkelt å definere begreper. Det er heller ikke lurt å be informantene om å svare på hvorfor noe skjer, da det kan legge opp til at det kun er *en* årsak til hendelsen. Som hovedregel skal man også unngå ledende spørsmål i kvalitative intervju, da slike spørsmål leder til å påvirke informantenes svar. I tillegg til dette sier Gleiss og Sæther (2021) at det kan være hensiktsmessig å gi intervjuguiden til informantene på forhånd, slik at de får mulighet til å forberede seg.

Vi utarbeidet to intervjuguider, en til informantene (vedlegg 3) og en til oss som forskere (vedlegg 4). Intervjuguiden til informantene ble sendt til dem i god tid før intervjuene. I denne intervjuguiden avklarte vi først begrepet tidlig innsats, da det er et faglig begrep vi bruker i

skolen, men som det likevel kan være vanskelig å sette ord på. Videre i intervjuguiden valgte vi å gi informantene et innledende spørsmål med tre underpunkter de skulle tenke gjennom. Det innledende spørsmålet var å fortelle en suksesshistorie fra en gang de følte at de hadde lyktes med tidlig innsats, og kan sammenlignes med det Gleiss og Sæther (2021) kaller for rollespillspørsmål, som er en fin måte å invitere informantene til å gi detaljerte beskrivelser om sine erfaringer i forhold til tidlig innsats. De tre underpunktene var åpne spørsmål som gikk ut på at informantene skulle fortelle om sine vurderinger, opplevelser og erfaringer i forhold til studiens problemstilling. For at informantene skulle føle seg avslappet og ikke oppleve intervjuet som en test, opplyste vi også om at vi ville stille utdypende spørsmål i intervjuet med utgangspunkt i det informantene fortalte oss. Intervjuguiden som skulle være en støtte for oss var ikke kjent for informantene, og i utarbeidelsen av denne strevde vi med å lage forhåndsbestemte tema som vi skulle komme innom i løpet av intervjuene. Dette skyldes at vi ikke hadde en klar forståelse av hvilke grep lærere *burde* ta når det gjaldt tidlig innsats. Vi formulerte derfor fem åpne spørsmål basert på våre egne antagelser om hva som kunne være viktige faktorer i forhold til vårt forskningsspørsmål. Disse spørsmålene fungerte godt for å oppmuntre informantene til å dele sine egne erfaringer, men det viste seg at informantene brakte frem en rekke perspektiver i forhold til tidlig innsats som vi ikke hadde forutsett på forhånd.

3.6 Gjennomføring av intervju

Ifølge Høgheim (2020) kommuniserer vi annerledes gjennom telefon og e-post, enn med personer som oppholder seg i samme rom, og bruk av telefon, e-post eller videosamtaler kan innebære et stort informasjonstap for oss som forskere. Videre sier Thagaard (2018) at det er viktig å skape en fortrolig og tillitsfull atmosfære til den som skal intervjues for at informanten skal åpne seg og fortelle om det forskeren ønsker kunnskap om. Vi valgte derfor å gjennomføre ansikt-til-ansikt intervju med alle våre informanter og reiste landet rundt for å møte dem. Dette gjorde vi for å ta regi over intervjusituasjonen, slik at informantene våre skulle føle seg trygge nok til å ville dele sine synspunkter med oss. Tid og sted for gjennomføring av intervjuene ble avtalt i samråd med våre informanter. Tre av dem valgte å gjennomføre intervjuene på egen skole, og tre valgte å møte oss på et annet egnet sted.

Ifølge Repstad (2007) er det viktig å holde konsentrasjonen på den vi snakker med for å klare å lytte og fokusere på det informanten sier. Thagaard (2018) sier videre at det er en fordel med lydopptak da alt som blir sagt under intervjuene blir tatt vare på, og forskeren kan

dermed konsentrere seg om intervjupersonen og de reaksjonene som fremkommer der. Vi valgte å benytte lydopptak under alle intervjuene, fordi vi ønsket å fokusere på den vi snakket med. I tillegg skrev vi notater underveis for å få med oss stemningsskifter, kroppsspråk og egne assosiasjoner til det som ble sagt, noe Gleiss & Sæther (2021) påpeker som nyttig i forskningsarbeidet.

Ifølge Thagaard (2018) er det viktig at den som skal intervjuer opplever selvtilit i situasjonen, og den beste opplæringen skjer gjennom egen praksis som intervjuer. I og med at vi var relativt nybegynnere i rollen som intervjuere, valgte vi å gjennomføre to prøveintervju med kollegaer i forkant av vår intervjueturné. Vi ønsket å sjekke ut hvordan våre planlagte spørsmål ble oppfattet av den vi intervjuet, og hvordan vi responderte på det som ble sagt. I tillegg ønsket vi å sjekke ut bruken av- og kvaliteten på lydopptakeren. Vi opplevde prøveintervjuene som svært nyttige og lærerike. Dette fordi vi hadde lite erfaring med å stille det Postholm og Jacobsen (2018) kaller for inngående spørsmål, som vil si å stille spørsmål for å få informantene til å konkretisere og utdype interessante momenter. De kan også stilles for å sjekke om man har forstått det som blir sagt, eller for å holde samtalen gående. I det første prøveintervjuet var vi litt for raske til å stille slike inngående spørsmål, og vi var noe uklare i spørsmålsformuleringene. I tillegg stilte vi noen ganger to til tre spørsmål samtidig. Da det var vanskeligere enn først antatt å stille de gode spørsmålene, valgte vi å lage ulike setningsstartere som skulle hjelpe oss til å stille gode inngående spørsmål. Før vi gikk i gang med det andre prøveintervjuet, øvde vi også på å stille gode inngående spørsmål til hverandre ved hjelp av de ulike setningsstartene (vedlegg 5). Vi opplevde større trygghet i rollen som intervjuer fra første- til andre prøveintervju, og startet derfor på vår intervjueturné etter det andre prøveintervjuet.

For å få informantene til å begynne å snakke fritt om hva de anså som viktige grep for å lykkes i arbeidet med tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk, ba vi dem som sagt om å ha med seg en suksesshistorie. Målet med suksesshistorien var å få informantene til å gi oss detaljerte beskrivelser fra sine egne erfaringer med tidlig innsats. Historien ble også brukt til å få frem taus kunnskap fra informantene. I denne sammenhengen ble vår rolle å lytte aktivt til det informantene la frem, samt notere stikkord knyttet til interessante poeng som vi ville få utdypet senere i intervjuet. Vi registrerte også hvilke av de forhåndsbestemte temaene informantene kom innom i løpet av suksesshistorien. Det var viktig for oss at informantene fikk snakke uavbrutt om historien sin, og først da de var ferdige å fortelle den, stilte vi våre planlagte spørsmål fra intervjuguiden. Rekkefølgen på disse varierte imidlertid fra intervju til

intervju, da vi naturlig kom innom noen av dem i løpet av suksesshistoriene. For å oppmuntre informantene til å utdype det som var blitt sagt, stilte vi det Postholm og Jacobsen (2018) kaller for inngående spørsmål, som er spørsmål for å få informantene til å snakke videre, eller forklare nærmere noe som er uklart. Vi prøvde å ikke stille for mange slike spørsmål, samt å være forsiktige i måten vi stilte dem på, for ikke å virke konfronterende i dialogen. Vi benyttet også det Thagaard (2018) kaller for *prober*, som vil si å vise interesse for det som blir sagt gjennom for eksempel bekræftende “nikk”. Vi nikket og sa “ja” der vi ønsket at informantene våre skulle utdype det vi fant interessant for å skape mer flyt i samtalen. Vi opplevde alle informantene som særdeles engasjerte med høy faglig kompetanse. De syntes å være opptatt av ha god undervisningspraksis, samtidig som de bestrebet seg på å være faglig oppdatert. Vi holdt intervjuene gående frem til vi hadde fått gode beskrivelser rundt de ulike temaene vi ønsket å få belyst, eller til informantene begynte å gjenta seg selv og vi ikke fikk ny informasjon fra informantene. Varigheten på intervjuene varierte mellom 35- og 54 minutter.

3.7 Analysemetode

Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) er analysemetodens formål å sortere innsamlet datamateriale for å gjøre det forståelig, og Thagaard (2018) sier at tolkningen og analysen av datamaterialet er en kontinuerlig prosess gjennom hele forskningsprosjektet. Når man skal analysere tekstdata sier Høgheim (2020) at man bør benytte en analytisk tilnærming som gjør det mulig å svare på forskningsspørsmålet, og man må se på hele forskningsprosessen når man skal analysere. Gleiss og Sæther (2021) sier videre at man kan benytte tre ulike tilnærminger i analysearbeidet: Induktiv-, deduktiv- og abduktiv metode. Ved å benytte en induktiv analysemetode blir kategoriene hentet ut fra datamaterialet og står i motsetning til en deduktiv metode der kategoriene er ferdig definert på forhånd. Når forskere kombinerer induktiv- og deduktiv analysemetode, benytter de både kategorier som er ferdig utviklet gjennom teori, samt kategorier fra eget datamateriale. Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) kan ingen forskning bli fullstendig induktiv, da vi bringer med oss vår egen subjektive individuelle teori inn i forskningsarbeidet. På samme måte blir det vanskelig å bare forholde seg til teori, da teorien ofte kommer på bakgrunn av at man har observert noe tidligere. I og med at vi ville finne ut hvilke grep anerkjente lærere sier at de tar i bruk for å ivareta ideen om tidlig innsats, og vi planla spørsmål og gjennomførte intervjuene med fokus på å få frem lærernes tanker og erfaringer om dette, kunne en induktiv metode vært tilnærmingen til vår analyse av datamaterialet. Men, selv om vi var bevisst på å rette oppmerksomheten mot

lærernes fortolkninger, hadde vi likevel med oss våre egne erfaringer og kunnskaper fra læreryrket inn i forskningen som gjorde at vi beveget oss mot en abduktiv analysemetode. Målet med analysen ble derfor å gjøre den så induktiv som mulig, men siden egne erfaringer ville påvirke, så vil den også være abduktiv, men den vil være i den induktive enden av abduktiv metode.

Innenfor analysemetoder finner vi det Braun og Clarke (2006) kaller for en tematisk analyse, som kan være er en hensiktsmessig metode å bruke i studier som bygger på et sosial-konstruktivistisk perspektiv, og som har et mål om å undersøke hvordan opplevelser og meninger påvirkes av en større diskusjon i samfunnet for øvrig. Tematisk analysemetode er også en måte å utvikle begreper og teori på, ifølge Braun og Clarke (2006), og den er godt egna til å finne fellestrekk på tvers av tema. Vi valgte derfor å benytte en tematisk analyse for å lete etter felles grep på tvers av det lærerne fortalte og spørsmålene som ble stilt. På denne måten ble tematisk analyse et hjelpemiddel for å utvikle kunnskap om hva lærerne sier at de gjør.

I analyseprosessen brukte vi Braun og Clarke (2006) sine steg for å få tak i mønster og tema i datamaterialet, og prosessen deles inn i følgende seks faser: 1. Bli kjent med datamaterialet, 2. Generere tidlige koder, 3. Søke etter temaer, 4. Revurdere tema, 5. Definere og navngi tema, 6. Fremstille resultatene skriftlig. Vi skal nå presentere de seks fasene og hvordan vi arbeidet innenfor hver fase.

I den første fasen, som handler om å bli kjent med datamaterialet, transkriberte vi intervjuene og leste gjennom dem mange ganger. Vi noterte også stikkord underveis om det vi syntes var interessant i forhold til vår problemstilling. Høgheim (2020) sier at det er lettere å bearbeide og analysere skriftlige data, men transkripsjonen må være mest mulig lik det muntlige språket for å kunne gjøre et grundig og godt analytisk arbeid i etterkant av intervjuene. Vi transkriberte intervjuene like etter at de var gjennomført, og i og med at vi var to som transkriberte, så benyttet vi noen forhåndsdefinerte transkriberingskoder for å gjøre transkriberingsarbeidet mest mulig likt (vedlegg 6). Vi markerte nøling med to prikker, pauser på over fire sekunder med tre prikker, trykk på ytringer i kursiv, samt gjengivelser av samtaler i anførselstegn. Arbeidet med å transkribere tok lang tid. Vi måtte spille av lydfilene mange ganger for å få tak i det informantene sa. Vi endte opp med 68 sider tekstbasert datamateriale med linjeavstand på 1,0 og skriftstørrelse 12. Arbeidet med å transkribere var interessant med tanke på at vi oppdaget flere nye perspektiver fra informantenes utsagn som vi ikke hadde lagt

merke til gjennom selve intervjuene. I tillegg ble vi veldig godt kjent med datamaterialet i denne fasen, nettopp fordi vi måtte lytte så mange ganger til de ulike intervjuene. Da vi var ferdige med å lese og skrive notater gikk vi sammen for å diskutere det vi hadde lagt merke til. Vi skrev også ut transkriberingene og forsøkte å kode intervjuene manuelt ut fra hva vi begge syntes virket interessant i forhold til vår problemstilling. Her beveget vi oss over i Braun og Clarke (2006) sin fase to som handler om å generere tidlige koder. Hensikten med å generere tidlige koder er å få tak i egenskaper ved sekvenser av datamaterialet som kan være interessant for forskeren (Braun og Clarke, 2006). Vi startet med å fargelegge sitater i intervjuene og gav de en benevnelse som representerte den spesifikke delen vi hadde fargelagt. Vi brukte altså datamaterialet slik det var og reduserte det til innledende koder. Vi lette altså etter ord og fraser fra de ulike informantene som sa det samme med tanke på vårt forskningsspørsmål. Vi brukte mye tid på å dra ut informasjonen fra alle intervjuene. Hver setning ble gjennomgått, og interessante sitater ble plassert under de innledende kodene. Noen sitater var vanskelige å plassere bare én plass og ble derfor plassert under flere koder. Etter at vi hadde plassert alle sitatene fra intervjuene satt vi igjen med et Word-dokument på 38 sider. Da vi begynte å sammenligne de innledende kodene beveget vi oss over i Braun og Clarke (2006) sin tredje fase, som handler om å sortere de ulike kodene i mulige temaer. I denne fasen skrev vi de innledende kodene på papirlapper og plasserte de som kunne høre sammen i temaer for å få et større perspektiv på dataene og kodene vi jobbet med. Dette arbeidet kan sammenlignes med det Merriam (2009) kaller for analytisk koding, som går ut på å finne ut hva dataene betyr gjennom gruppering. I første omgang gikk vi fra å ha 19 innledende koder til å få åtte temaer. Da vi begynte å revidere og spisse kodene og temaene enda mer, beveget vi oss videre til Braun og Clarke (2006) sin fjerde fase. Her gjennomgikk vi temaene på nytt for å få klare og identifiserbare forskjeller mellom temaene. Noen temaer ble byttet ut, andre endret navn og noen ble slått sammen. Vi startet også arbeidet med å lage et tematisk kart over analysen.

Tidlige koder	Nytt tiltak
Ber elevene om å sammenligne ulike strategier	Orienterer eleven mot hverandres tenking
Ber elevene om å vise tegn for å signalisere om de er enig, om de tenker noe annet eller om noe er uklart	
Ber elevene om å drøfte feilsvar	

Tabell 2 Illustrasjon av tidlige koder som ble omgjort til tiltak

Da kodingen endte opp i et stort og uoversiktlig dokument, valgte vi å benytte oss av NVivo, et analyseverktøy som hjalp oss med å organisere våre data. Vi la kodene våre inn i dataprogrammet og kodet intervjuene på nytt.

Da vi kom til Braun og Clarke (2006) sin femte fase, laget vi tydelige definisjoner på de ulike temaene og navnga dem på en slik måte at leseren skulle få en tanke om hva de ulike temaene handlet om. I denne fasen endte vi opp med 25 grep som beskriver det lærerne sier at de gjør for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk. De 25 grepene var den mest grunnleggende gruppa, den delte vi videre inn i 9 tiltak for å samle grep som lignet på hverandre. Tiltakene ble til slutt satt sammen til 5 overordnede prinsipp, ut fra hvilke tiltak som passet sammen. Dette arbeidet var svært utfordrende. Det var krevende å lage konsise tiltak som ikke overlappet hverandre, og prosessen med å navngi tiltakene og de overordnede prinsippene var også svært vanskelig og tidkrevende. Arbeidet med å kode og tematisere var altså ikke en lineær prosess. Vi beveget oss frem og tilbake mellom de ulike fasene før vi til slutt endte opp i Braun og Clarke (2006) sin sjette fase der vi skulle produsere rapport. I denne fasen arbeidet vi med å teoretisere våre funn. Ifølge Merriam (2009) innebærer teoretisering å identifisere abstrakte kategorier og finne forholdet mellom dem, ofte i sammenheng med tidligere forskning. Mens vi utforsket teorier som kunne bidra til en dypere forståelse av de ulike grepene, fant vi blant annet beskrivelser av matematisk kompetanse fra Kilpatrick mfl. (2001) og Niss og Jensen (2002). Disse rammeverkene ble brukt til å beskrive og konkretisere våre grep. I denne prosessen ble det avdekket flere nyanser i grepene ved å koble dem til Niss og Jensen (2002) sitt rammeverk. Samtidig ble det tydelig at visse aspekter av kompetansen beskrevet av Kilpatrick mfl. (2001) ikke kom like tydelig frem i Niss og Jensen (2002) sitt rammeverk. Videre oppdaget vi kompetanser i Niss og Jensen (2002) sitt rammeverk som kun var knyttet til én av Kilpatrick mfl. (2001) sine kompetanser. Vi valgte derfor å inkludere begge rammeverkene i analysen i kapittel 4. For å gjøre det enklere for leseren å følge med, koblet vi kun grepene opp mot kompetansene som traff tydeligst i forhold til det vi ville beskrive. Dette valget ble tatt for å unngå at betydningen av hvert grep ville forsvinne i mengden tekst og informasjon.

De 5 overordnede prinsippene, 9 tiltakene og 25 grepene utgjør studiens funn og presenteres i kapittel 4, analyse og funn. Her gjør vi oppmerksom på at de sitater som ble brukt til å skrive rapport ble oversatt til bokmål for å anonymisere informantene. Dette fordi det var store dialektsforskjeller som kunne avsløre hvor i landet den aktuelle informanten kom fra.

3.8 Kvalitet i studien

3.8.1 Reliabilitet

Ifølge Gleiss og Sæther (2021) er reliabilitet knyttet til kvaliteten av forskningsprosessen og om forskningsresultatene kan anses som pålitelige. I vår kvalitative studie handler derfor reliabiliteten, eller påliteligheten, om hvordan vi reflekterer over vår egen påvirkning, samt hvordan vi som forskere gjør forskningsprosessen transparent for andre (Christoffersen & Johannessen, 2012). I forkant av intervjuene arbeidet vi nøye og systematisk med å utarbeide en intervjuguide med gode formuleringer som skulle få informantene til å fortelle om sine erfaringer i forhold til studiens problemstilling. Vi gjennomførte også to prøveintervju for å teste ut hvordan spørsmålene våre kunne bli oppfattet av andre lærere. Erfaringene fra prøveintervjuene resulterte i at vi måtte øve mer på å stille inngående spørsmål, og vi utarbeidet setningsstartere for å bli bedre til å stille gode spørsmål som fikk frem informantenes erfaringer i forhold til studiens problemstilling. Vi utarbeidet også åpne spørsmål som la til rette for at informantene kunne snakke fritt, og vi la vekt på å ha klare formuleringer med et hverdagslig språk slik at informanterne skulle forstå hva vi spurte om. Underveis i intervjuene passet vi på å følge vår intervjuguide, slik at alle informantene var innom de forhåndsbestemte temaene. Vi passet også på å være så objektive som mulig ved å la informantene snakke uavbrutt til det var naturlig å komme med enten inngående- eller nye spørsmål. Med tanke på at vi var i relasjon til informantene gjennom intervjuene, utfordret det oss i forhold til å være helt objektive. For å vise interesse for det de sa, og for å få de til å snakke videre slik at vi skulle få detaljerte opplysninger om deres erfaringer i forhold til vår problemstilling, gav vi dem ulike tilbakemeldinger i form av nikk og bekreftende "ja". Dette kan ha påvirket informantene til å fortelle mer eller mindre om enkelte tema. Påliteligheten kan også, ifølge Thaagard (2018), ha betydning i forhold til hvilken kjennskap vi som forskere har til våre informanter. Av den grunn valgte vi informanter som var ukjente for oss. Videre har vi gjennom hele forskningsprosessen arbeidet nøye og systematisk med de dataene vi har innhentet, og vi har beskrevet forskningsprosessen så presist som mulig. I tillegg har vi hatt et klart skille på hva som er våre primærdata, og hva som er våre vurderinger, kommentarer og tolkninger. Disse faktorene synliggjør våre valg og bidrar til at studien skal bli transparent.

3.8.2 Validitet

I følge Gleiss og Sæther (2021) er validiteten på forskningen betinget av hvor godt de ulike bitene av forskningsdesignet henger sammen. Postholm og Jacobsen (2018) sier videre at validitet handler om gyldigheten, altså kvaliteten på datamaterialet, og deles ofte inn i to typer: Indre- og ytre validitet. Den indre validiteten handler om hvordan vi har hentet inn og tolket vårt datamateriale, samt de begrensninger som er tilhørende studien. Det handler også om viktigheten av å vurdere i hvilken grad våre data representerer det fenomenet vi har forsket på (Høgheim, 2020). Ytre validitet handler om studiens generaliserbarhet, i hvilken grad man kan anta at de slutningene man tar er overførbare til andre enn dem som har deltatt i forskningen (Kleven, 2008). Med tanke på studiens indre validitet, valgte vi å ha en målrettet ekstremtilfelle-sampling av “den dyktige læreren”, fordi vi ønsket å skaffe oss kunnskap om god praksis. Alle våre informanter var lærere som jobbet på 1.- 4. trinn, og disse var blitt anbefalt av ulike forskningsmiljøer som “den dyktige læreren” i forhold til tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk. Her er det viktig å merke seg at det kan være ulike oppfatninger og meninger om hva som ligger i å være en dyktig lærer. For å sikre gyldigheten i studien loggførte vi våre forventninger både før-, underveis- og etter intervjuene for å bevisstgjøre oss selv på hvordan vår subjektive forforståelse kunne påvirke våre informanter og funn. I tillegg benyttet vi lydopptak for å sikre en best mulig gjengivelse av det som ble sagt. I analyseprosessen har vi gått frem og tilbake for å sjekke at det informantene sa samsvarer med våre koder. Dette for å sikre at kodene vi utarbeidet gjenspeiler det informantene trakk frem som viktige grep i forhold til vår problemstilling. Som tidligere sagt baserer denne studien seg på seks kvalitative intervju, noe som betyr at vi har for få informanter til å kunne generalisere våre funn. Vi kan altså ikke si noe om praksisen til “dyktige lærere” generelt, men vi kan si noe om praksisen til seks “dyktige lærere”. Vår kvalitative studie er som sagt påvirket av oss som forskere, fordi vi har plukket ut det som var av interesse for oss og vårt forskningsspørsmål. Eksempelene som har blitt trukket frem i analysen vil dermed være farget av vår fortolkning av intervjuene, noe som kan ha ført til at interessante grep fra lærernes praksis kan ha blitt oversett. Vi har derimot jobbet eksplorativt og utviklet begrep og teori som beskriver hva akkurat disse flinke lærerne sier at de gjør. Det er veldig verdifullt, fordi andre kan lære av det og forsøke å gjøre det samme. Vi håper derfor at de grep vi har utviklet gjennom studien kan gi opphav til drøftinger og faglige diskusjoner, og gjerne til inspirasjon for videre forskning på feltet.

3.8.3 Ethiske betraktninger

Ifølge Postholm og Jacobsen (2018) er et viktig prinsipp i all forskning ansvarlighet overfor forskningsdeltakerne, undersøkelsen og forskeren selv. Postholm (2019) sier videre at forskere som undersøker menneskelige prosesser må påse at informanter blir verdsatt og respektert i hele prosessen. Av den grunn overholdt vi de forskningsetiske retningslinjene som er utarbeidet av den nasjonale forskningsetiske komitéen for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH). Vi utarbeidet et informasjonsskriv og samtykkeskjema (vedlegg 2) som vi ga til informantene. Informasjonsskrivet skulle sikre at informantene våre ble godt informert om prosjektet, og at de deltok frivillig. Her informerte vi om hensikten med studien, hvordan vi skulle ivareta anonymitet, samt hvordan data skulle destrueres ved studiens slutt. Vi ga også informasjon om at informantene når som helst kunne trekke seg fra studien dersom det oppsto et ønske om det. Hvert lydopptak ble derfor koblet opp mot en kodenøkkel slik at informasjon fra hver enkelt informant lett kunne slettes ved behov. Kodenøkkelen var vår eneste mulighet til å koble hver enkelt informant til lydopptakene og ble av den grunn overvåket kontinuerlig mens den var i bruk. Når kodenøkkelen ikke ble benyttet var den innelåst på en plass der den var fraskilt fra annen data i studien, og sikret dermed personvernet til informantene. For å ivareta konfidensialitet og anonymisering, ga vi også informantene fiktive navn i forskningsrapporten, og vi oversatte alle sitat brukt i rapporten om til bokmål for å unngå at andre som leser studiens rapport skal kunne identifisere hvor i landet informantene kom fra ut fra dialekten. Det var kun vi forskere og våre veiledere som hadde tilgang til datamaterialet, og det ble lagret etter de gjeldene standarder definert i forskningsdataportalen til UiT. Da vi brukte lydopptak under intervjuene, ble prosjektet også innmeldt til Sikt – kunnskapssektorens tjenesteleverandør (vedlegg 1). Sikt gjorde en standard vurdering av prosjektet og godkjente det under forutsetning av at kravet om taushetsplikt, anonymitet og oppbevaring av data ble overholdt. Ifølge Gleiss og Sæther (2021) er det viktig å unngå negative konsekvenser for deltakerne i studien, og de sier også at vi som forskere må være oppmerksomme på maktforholdet mellom oss og informantene. For å unngå at informantene fikk en følelse av å være den svake part, utarbeidet vi spørsmål der vi unngikk å bruke begrep som kunne bli oppfattet som vanskelige å forstå, og vi poengterte flere ganger at grunnen til at de var med i studien var fordi de ble ansett for å være “dyktige” i sitt arbeid.

4 Analyse og funn

I dette kapittelet vil vi presentere studiens funn, ved å redegjøre for de fem overordnede prinsippene og ni tiltakene som vi utviklet gjennom analysen. Vi vil med utgangspunkt i dette beskrive de grep som lærerne sier at de tar i bruk for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk. I kapittel 4.6 oppsummerer vi studiens funn, ved å gi en oversikt over alle grep, tiltak og overordnede prinsipp presentert i et rammeverk.

4.1 Å utvikle produktive holdninger

Dette overordnede prinsippet har ett tiltak og to grep som vi vil presentere med eksempler.

4.1.1 Bygger utholdenhet i læring

Da vi spurte informantene om når de vet at de har lyktes med tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk svarte to av dem slik:

Cicci: Når du ser at elevene får en aha-opplevelse, så skjønner du at: Yes! Vi ga oss ikke! Vi ga oss ikke! De kan synes det er så strevsomt å lære. “Ja, husker du hvor vanskelig du syntes det var? Men du ga aldri opp, og det koster å jobbe, det er krevende”. Ja, dette øker bevisstheten rundt læring, og dette kan motivere og drive de videre. Frustrasjonen er først, det er ikke farlig, for vi jobber videre og kjenner på mestring når vi får det til.

Dina: Vi må dit at elevene skjønner at det å bruke tid, det å gruble, å finne ut av løsninger selv, det er gøy! Det at de virkelig kan sette seg ned, selv om det kan være tungt å komme i gang. Og det å ha utholdenhet og øve opp den utholdenheta. Da føler jeg vi har lyktes. Når de lar seg jobbes med, og de ikke gir seg.

I disse sitatene legger vi merke til to ting. Det første er hvordan lærerne fokuserer på innsats. Cicci sier at det “koster å jobbe”, det er “krevende” og “Yes! Vi ga oss ikke!” Dina poengterer at elevene må forstå at det “å bruke tid”, det “å gruble” samt “ikke gir seg” er viktig. Dette handler om hvordan lærerne får elevene til å investere innsats. Det andre vi legger merke til er hvordan lærerne fokuserer på sammenhengen mellom innsats og mestring. Cicci gjør elevene oppmerksomme på betydningen av å ikke gi opp ved å si: “Ja, husker du hvor vanskelig du syntes det var? Men du ga aldri opp.” Hun viser til fremgang hos eleven ved å fokusere på at ved å “ikke gi opp”, kan en bli bedre i faget. Cicci setter også ord på følelser når hun sier at det er “strevsomt å lære” og at “frustrasjonen er først”, men at vi

“kjenner på mestring når vi får det til”. Dina sier at vi må dit at elevene skjønner at det å “bruke tid” og det å “gruble” for å finne ut av løsninger selv, er det som er “gøy”. Ettersom lærerne er opptatt av at elevene skal forstå at det er “gøy” å finne ut av løsninger selv, og at en vil kjenne på “mestring” hvis en ikke gir seg, handler dette om hvordan lærerne *får elevene til å forstå sammenhengen mellom innsats og mestring*.

Vi har nå vist to grep som Dina og Cicci sier at de tar. Grepene viser at lærerne vil at elevene skal få en bevissthet rundt at hardt arbeid, altså innsats, lønner seg fordi en vil oppnå mestring og ny lærdom når en lykkes. Dette kan knyttes til det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for *produktiv disposisjon*, som handler om å ha tro på at innsats bidrar til økt læring. Ettersom lærerne bygger utholdenhet gjennom å belyse innsatsens verdi når elevene lykkes, gir de elevene mulighet til å forstå fordelene med å ha utholdenhet. En annen side ved dette er å utvikle det Dweck (2006) kaller for et *dynamisk tankesett*, som handler om å ha tro på at innsats bidrar til økt læring. Elever som ikke anser seg selv som gode i faget, men som har et dynamisk tankesett, kan bli utholdende og gjøre sitt beste gjennom å investere innsats, fordi de vet at innsats er et verktøy til å forstå og lære i matematikk (Dweck, 2006). Her har vi vist at lærerne fokuserer på å *få elevene til å investere innsats*, samt *få elevene til å forstå sammenhengen mellom innsats og mestring*. Gjennom disse to grepene legger lærerne samtidig til rette for å skape *produktiv disposisjon* hos elevene, ved å bygge et *dynamisk tankesett*.

Vi har plassert grepene under tiltaket *bygger utholdenhet i læring*, fordi begge handler om å øve med elevene på å vise utholdenhet når man skal finne ut av ting i matematikk.

Utholdenhet i læring ble trukket frem som et viktig element i elevenes læring av både Anna, Berit, Cicci, Dina og Eli. De snakket mye om elevenes mestringsopplevelser etter at elevene hadde strevd med noe, altså *investert innsats*. Lærerne forklarte med stort engasjement hvilken glede de observerte hos elevene da de fikk elevene til å *forstå sammenhengen mellom innsats og mestring*, altså at de lyktes med noe som hadde vært utfordrende over tid.

Utholdenhet er et viktig element innenfor det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for *produktiv disposisjon*, som innebærer å anse matematikken som verdifull og interessant, og elevene trenger mange forskjellige muligheter til å oppleve fordelene med å ha *produktiv disposisjon*. Å bygge utholdenhet blir av den grunn et overordnet prinsipp for all opplæring i matematikk, og plasseres derfor under det overordnede prinsippet å *utvikle produktive holdninger*.

4.2 Å innøve læringsfremmende samtaler

Dette overordnede prinsippet har to ulike tiltak og til sammen åtte ulike grep som vi vil presentere med eksempler.

4.2.1 Øver på å dele tanker og prosesser

Her forklarer to av informantene hvordan de kan starte en matematikkøkt:

Dina: Jeg ga de 100-kartet og så spør jeg: “Ser dere noe? Har dere oppdaget noe nytt i det siste? Er det noe? Hva ser dere her?”

Berit: Jeg viser frem et elevsvar og så spør jeg elevene: “Hva ser dere?” Så er de på en måte på leting, og så finner de ut at det de har tenkt, det er sånn og sånn.

Når Dina spør: “Har dere oppdaget noe nytt i det siste?” og “Hva ser dere her?”, og når Berit spør: “Hva ser dere?”, gir de alle elevene en mulighet til å komme med sine tanker om det som løftes frem. Det handler ikke om å få de riktige eller gale svarene, men om å få elevene til å fortelle hva de legger merke til i den aktuelle settingen. Dette handler om hvordan lærerne *inviterer til dialog ved å stille åpne og undrende spørsmål*.

Vi har nå vist ett grep som lærerne sier at de tar. Dette grepet viser at lærerne starter de matematiske samtalene på elevenes premisser, ved å sette seg inn i deres perspektiv på det som løftes frem, og de gir dermed alle elevene en mulighet til å bidra i samtalen. Dette kan sammenlignes med det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for *å ta kontakt*, som betyr å være oppmerksomt til stede i forhold til den man snakker med ved å sette seg inn i den andres perspektiv. Gjennom å ta kontakt viser man respekt for eleven og dens innspill, og gir eleven en følelse av å være betydningsfull i samtalen. Det kan også være med på å etablere en positiv relasjon mellom lærer og elev, noe som igjen kan gjøre eleven mer åpen i den videre dialogen. Ved å stille åpne og undrende spørsmål for å høre om elevene har “oppdaget noe nytt”, eller for å få innblikk i “Hva ser dere?” bidrar de også til at elevene kan gjøre nye oppdagelser, eller oppdage nye perspektiver ved det de allerede vet. Dette kan sammenlignes med det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for *å oppdage*, som handler om å stille undersøkende spørsmål for å finne ut av ting man ikke visste eller var klar over tidligere. En annen side ved dette er å stille det Nystrand mfl. (1997) kaller for *autentiske spørsmål*, som handler om å stille spørsmål uten forutbestemte svar. Gjennom å stille autentiske spørsmål viser man interesse for elevenes tanker og ideer, og gir dem en mulighet til å tenke og reflektere selv, uten at de kun gjentar det andre har sagt, og er derfor helt sentrale innenfor dialogisk undervisning

(Nystrand mfl., 1997). Alrø og Skovsmose (2006) sier videre at dialogiske handlinger er basert på likeverd og kan gi læring med særlige kvaliteter under forutsetning av at undervisningen gir muligheter for undersøkende aktiviteter. Her har vi vist at lærerne *inviterer til dialog ved å stille åpne og undrende spørsmål*. Gjennom dette grepet stiller lærerne samtidig *autentiske spørsmål* til elevene, og de legger til rette for *å ta kontakt og oppdage*.

Da vi spurte informantene om de kunne fortelle om hva de vektla i matematikkundervisninga, svarte to av dem slik:

Anna: Jeg bruker mye matematisk samtale og øver ungene fra begynnelsen på å kunne dele sine tanker, dele sine prosesser, hva som skjer i hodet når de regner. Vi møtes ofte i lyttekroken og snakker om de ulike måtene å gjøre det på: "Hvordan fant du det ut? Men hvordan gjorde du det? Hvordan tenkte du da egentlig?" "Nei, jeg tok og telte de brikkene og de brikkene, så ble det 6 kr til sammen." "Ok, men hvordan gjorde du det?" "Nei, jeg tenkte sånn at det var 2 der og så telte jeg 3, 4, 5, 6," at en allerede fra dag en øver elevene på å forklare hva det er de gjør.

Eli: Det er viktig at de fra start blir vant til å sette ord på hvordan de har tenkt, metakognitiv bevissthet. Jeg ber alltid elevene prøve å fortelle til meg hvordan de tenkte. Så øver vi oss på å sette ord på ting. Så det der å øve på at barna selv skal bli litt bevisst hvordan de tenkte for å finne det ut, og at de skal øve seg på å sette ord på det i lag med de andre.

I disse sitatene legger vi merke til tre ting. Det første er hvordan lærerne fokuserer på å klargjøre elevenes tanker. Anna stiller "hvordan-spørsmål" til elevene for å få dem til å beskrive "hva som skjer i hodet når de regner". Eli sier at barna selv skal bli litt bevisst "hvordan de tenkte", og hun bruker også begrepet "metakognitiv bevissthet" i denne sammenhengen. Dette handler om at lærerne *gjør elevene bevisst på egne tanker og strategier*. Det andre vi legger merke til er hvordan lærerne fokuserer på at elevene skal snakke om sine tenkemåter. Anna sier at hun "øver" med ungene på at de skal kunne "dele sine tanker" og "prosesser" når de regner. Når elevene ikke er presise nok i sine beskrivelser, ber hun dem om å forklare en gang til ved å si: "Ok, men hvordan gjorde du det?" Eli sier at hun ber elevene om å "prøve å fortelle" hva de har tenkt. Hun sier også at de "øver" på det å "sette ord på ting". Dette handler om hvordan lærerne *får elevene til å sette ord på egne*

tenkemåter når de regner. Det tredje vi legger merke til, er hvordan lærerne vil at elevene skal snakke med hverandre om sine ideer. Anna sier at de ofte møtes i lyttekroken og snakker om de “ulike måtene” å gjøre det på. Eli sier at elevene skal “øve seg” på å sette ord på sine tanker “i lag med de andre”. Dette handler om at lærerne *får elevene til å dele sine tanker og prosesser med andre.*

Vi har nå vist tre grep som Anna og Eli sier at de tar. Grepene viser at lærerne vil gjøre elevenes tanker tilgjengelige for både elevene selv, og de andre i klassen, slik at de tanker og ideer som elevene besitter kan bli en ressurs for alle gjennom den matematiske samtalen. For å oppnå dette må elevene først og fremst *bli bevisst* på egne prosesser gjennom å sette ord på dem i lag med andre. Når elevene øver på dette, får de muligheten til å utvikle det Niss og Jensen (2002) kaller for *tankegangskompetanse*, som innebærer å kunne forstå og bruke ulike begreper. Etersom lærerne spør elevene om “hvordan” de har tenkt, stimuleres tankegangskompetansen ved at elevene må tenke matematisk og bruke matematiske begreper til å forklare dette i dialogen. Når elevene må *sette ord* på egne prosesser, må de også kunne formidle resonnement i forhold til hva de har tenkt. Dette stimulerer det Niss og Jensen (2002) kaller for *resonnementskompetansen*, som handler om å kunne kommunisere egne resonnement til andre. Elevene må altså sette fokus på fremgangsmåtene sine, noe som krever refleksjon over det de har gjort. Samtidig som elevene øver på å uttrykke seg matematisk på en måte som andre skal kunne forstå, får de trening i å oppfatte og tolke det de andre sier. Dette gir elevene mulighet til å utvikle det Niss og Jensen (2002) kaller for *kommunikasjonskompetansen*, som både innebærer å kunne sette seg inn i- og forstå andre sine matematikkholdige resonnement, og kunne formidle sine egne. En annen side ved dette er det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for *å tenke høyt*, som vil si å uttrykke egne ideer, tanker og følelser underveis i arbeidet. Gjennom å tenke høyt ligger det muligheter for læring, fordi elevene setter ord på tanker og ideer som kan bli tilgjengelige for utforsking i en matematisk samtale (Alrø & Skovsmose, 2002). Her har vi vist at lærerne *gjør elevene bevisst på egne tanker og strategier*, at de *får elevene til å sette ord på egne tenkemåter når de regner*, samt *får elevene til å dele sine tanker og prosesser med andre*. Gjennom disse tre grepene stimulerer lærerne samtidig tankegangskompetansen, resonnementskompetansen og kommunikasjonskompetansen til elevene, og de øver på å tenke høyt.

De fire grepene som vi har løftet frem i dette delkapittelet, har vi samlet i tiltaket *øver på å dele tanker og prosesser*, fordi alle grepene handler om å øve med elevene på å uttrykke egen forståelse, både for seg selv og andre. Dette tiltaket ble trukket frem av alle informantene flere ganger i løpet av intervjuene, men det var ulike beskrivelser av hvordan dette ble utført i klassene. Berit, Dina og Eli var de som fortalte at de *inviterer til dialog ved å stille åpne- og undrende spørsmål*. Anna, Berit, Cicci, Dina og Eli var de som fokuserte på å *gjøre elevene bevisst på egne tanker og strategier*, samt *fikk elevene til å sette ord på egne tenkemåter når de regner*. Alle informantene la derimot vekt på å få elevene til å *dele sine tanker og prosesser med andre*.

4.2.2 Orienterer elevene mot hverandres tenking

Her er Berit i gang med å forklare oss hvordan de kommuniserer i hennes klasse:

Berit: Vi prater mye i lag non-verbalt, med typiske enig-tegn, som betyr "jeg er enig". Hvis du er enig så sitter du på en måte med tommelen opp. Og da får du en bekreftelse der fremme når du, altså eleven, står og underviser at: "Å ja, her er de enige". Men hvis de da tenker noe annet, så vises ikke det med at de sier noe, eller klager, men da tar de to fingre opp i lufta, og så må de da argumentere for hvorfor de tenker noe annet. Og så får du på en måte en diskusjon da, for vi diskuterer mye.

I dette sitatet legger vi merke til to ting. Det første er hvordan Berit sier at: "Vi prater mye non-verbalt, med typiske enig-tegn". Hun sier også at elevene må vise tegn hvis de "tenker noe annet" enn det som blir sagt. Det andre vi legger merke til er hvordan Berit sier at elevene må "argumentere for hvorfor de tenker noe annet" slik at de får en "diskusjon". Dette handler om hvordan Berit *får elevene til å engasjere seg i hverandres tanker og ideer ved hjelp av tegn*.

Vi har nå vist ett grep som Berit sier at hun tar. Grepet viser hvordan hun involverer hele klassen i den matematiske samtalen, ved at elevene må lytte til hverandres innspill, og respondere på det som blir sagt ved hjelp av ulike "tegn". Berit vil altså få belyst forskjellige perspektiver på det som blir sagt, da de kan være ressurser i den videre diskusjonen. Dette kan sammenlignes med det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for å *advokere*, som handler om å få elevene til å uttrykke det de tenker, samtidig som de skal være åpne for nye perspektiver når andre "tenker noe annet". Når elevene forklarer "hvorfor" de tenker noe annet, åpner det seg også en mulighet for å utforske nærmere det som blir sagt, samt identifisere viktige

matematiske ideer. Dette kan knyttes til det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for å *identifisere*, som innebærer å gjøre faglig innhold synlig for andre gjennom å belyse ulike perspektiver. Elevene får altså muligheten til å identifisere, eller utkrystallisere viktige matematiske ideer gjennom å argumentere for de ulike perspektivene som bringes inn i samtalen. Når elevene må ta stilling til det de andre sier, samt argumentere for hvorfor de “tenker noe annet”, åpner det seg også en mulighet for det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for å *evaluere*, som handler om å gi konstruktiv feedback, bekreftelse og korrigerende av feil. Ved at elevene evaluerer hverandres svar gis det mulighet til å utvikle eierskap til det som skal læres. I denne prosessen får elevene også mulighet til å utvikle det Niss og Jensen (2002) kaller for *kommunikasjonskompetansen*. Elevene må kunne følge med på andre elevers tankerekker og vurdere dem i forhold til egen forståelse. Her har vi vist at Berit får elevene til å *engasjere seg i hverandres tanker og ideer ved hjelp av tegn*. Gjennom dette grepet legger hun samtidig til rette for å *advokere, identifisere og evaluere*, samtidig som elevenes *kommunikasjonskompetanse* blir stimulert.

Cicci legger også til rette for matematiske samtaler i klasserommet, og her forklarer hun hva hun fokuserer på i disse samtalen:

Cicci: For det er jo matematisk samtale vi jobber med hele tida, samtaletrekkene altså, det der med å få, en sier noe, og få en annen til å si: “Hva var det hun sa nå? Kan du gjenta det hun sa? Fyll på?”

Her ser vi at Cicci ber elevene om å repetere det som blir sagt ved å si “Hva var det hun sa nå?” og “Kan du gjenta?” Hun ber også elevene om å tilføye ved å spørre om noen kan “Fyll på?”. Dette handler om hvordan Cicci legger til rette for at elevene fokuserer oppmerksomheten på sentrale elevutsagn.

Vi har nå vist ett grep som Cicci sier at hun tar. Grepet viser at hun bruker samtalen til å belyse elevideer som hun vil se nærmere på. Dette kan knyttes til det Chapin mfl. (2009) sier om samtaletrekkene repetere og tilføye. Å repetere innebærer å gjenta noe en annen person har sagt og brukes for å få samtalen til å gå saktere, slik at man kan fokusere på enkelte ideer. Å tilføye handler om å få elevene til å utdype egne ideer, og brukes for å få alle med i samtalen. Slike samtaletrekk kan over tid bidra til at elevene blir mer positive til å bidra med egne ideer og tanker i samtalen (Chapin mfl., 2009). En annen side ved dette er det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for å reformulere, som handler om å bekrefte det man har hørt

gjennom “å gjenta” det som er blitt sagt, eller å utdype en ide gjennom å “fylle på”. Å reformulere er et viktig grep i dialogen, fordi elevene skaper en forståelse sammen (Alrø & Skovsmose, 2002). Når Cicci ber elevene om å reformulere gjennom å “gjenta” og “fylle på”, får elevene mulighet til å bekrefte gjensidig forståelse, eller oppdage forskjeller i forklaringer som må avklares. Ved å “gjenta” det som blir sagt får de, ifølge Chapin mfl. (2009) hjelp til å holde tråden i samtalen ved at de får høre det som blir sagt flere ganger og på ulike måter. Ved å be elevene om å “gjenta” eller “fylle på” styrer Cicci den matematiske samtalen mot det hun synes er viktig i dialogen. I stedet for at Cicci selv poengterer eller oppsummerer det som er viktig, ber hun elevene om å gjøre det ved å “gjenta” viktige elevutsagn. Slike klargjørende grep er, ifølge Franke mfl. (2007) viktig for læringsutbyttet til elevene, da deling av løsningsprosesser i plenum kan være vanskelige og uoversiktlige å følge med på. Vi har nå vist at Cicci fokuserer oppmerksomheten på sentrale elevutsagn. Gjennom dette grepet legger hun samtidig til rette for å reformulere, og hun bruker samtaletrekkene repetere og tilføye.

Sitatene under viser hvilket fokus Eli og Frida har i de matematiske samtalene:

Frida: De får bruke egne strategier først, så kan vi sammenligne, se hva som er lurt, kanskje de lærer av hverandre. Og så bruker jeg den minst avanserte strategien først, og så bygger vi det oppover. Noen ganger tenker jeg at nå skal jeg bare velge to stykker som jeg sammenligner, så det kommer helt an på oppgaven og hvor langt elevene er kommet, og hvor vi vil hen.

Eli: “Nå undersøkte vi det, vi fant ut hvor mange gulrøtter det var her”, og så henger det bare der. Hvis ingen tar klassesamtalen og fremhever løsninger og strategier og diskuterer med barna: “Hvorfor var din strategi mer hensiktsmessig til denne oppgaven her?” Da må læreren være trygg, vite: Hva skal jeg se etter? Hva vil jeg fremheve? Og da må du og vite hva målet er. Selv om barna skal oppdage veien, så må du vite målet på en måte.

I disse sitatene legger vi merke til to ting. Det første er hvordan lærerne fokuserer på det matematiske målet. Frida tar utgangspunkt i “hvor vi vil hen”, når hun velger ut hva som skal deles. Eli sier at læreren må “vite målet” med samtalene, for å kunne forstå hva man skal se etter, og hva man skal fremheve i samtalene. Det andre vi legger merke til er lærernes fokus på strategier. Frida sier at “elevene får bruke egne strategier”, før de sammenligner strategiene sine med hverandre for å se “hva som er lurt” i forhold til “hvor vi vil hen”. I denne

sammenhengen legger Frida opp til at den “minst avanserte strategien” blir delt først, og deretter de mer avanserte strategiene. Eli sier at hun “diskuterer med barna” omkring “hvorfor” en strategi er mer hensiktsmessig enn andre, i forhold til oppgaven, eller “målet”. Dette handler om hvordan lærerne får elevene til å vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessige i forhold til det matematiske målet.

Vi har nå vist ett grep som Frida og Eli sier at de tar. Grepet viser at lærerne er opptatt av å fremme mangfoldet av strategier i klassen, samtidig som de vil at elevene skal vurdere hvilke strategier som er mest hensiktsmessige å bruke. Dette kan knyttes til det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for *å tenke høyt*. Når elevene får mulighet til å tenke høyt, lærer de å sette ord på egne ideer, samtidig som de får høre andre ideer bli satt ord på. Ideene blir altså synlige og tilgjengelige for utforsking, og elevene får mulighet til å vurdere hvilke av de delte strategiene som er de mest hensiktsmessige i forhold til det som skal læres (Alrø & Skovsmose, 2002). Etersom elevene i tillegg vurderer de ulike strategiene i fellesskap, kan dette sammenlignes med det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for *å advokere*. Når elevene skal finne ut “hva som er lurt” gjennom å “sammenligne” strategiene sine med hverandre, og når lærerne “diskuterer med barna” om “hvorfor” en strategi er mer hensiktsmessig enn andre strategier, kan det sammenlignes med å øve på det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for *prosedyreflyt*. *Prosedyreflyt* innebærer å kunne utføre ulike matematiske prosedyrer fleksibelt, nøyaktig og hensiktsmessig. Selv om elevene har funnet strategier som kan fungere, så vil de få erfare at noen strategier er mer effektive enn andre. Her har vi vist at Frida og Eli får elevene til å vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessige i forhold til det matematiske målet. Gjennom dette grepet stimulerer de samtidig elevenes kompetanse i *prosedyreflyt*, og de legger til rette for *å tenke høyt* og *advokere*.

Berit og Eli forteller her hva de gjør når det viser seg at elevene har kommet frem til ulike løsninger:

Eli: Når de har undersøkt en oppgave, og så kommer de ut med helt forskjellige svar, det synes vi alltid er interessant i vår klasse. “Åy, dette må vi finne ut av.” Det er aldri dumt å ta feil, fordi da lærer alle sammen mer. “Du har tenkt på den måten, så er det helt sikkert noen andre som og har gjort det”. Så det er liksom ikke noe skambelagt å snakke om at vi har ulike løsninger.

Berit: "Hva er det den eleven har tenkt som er rett?" Og så forteller jo klassen da hva som er rett, og så får jo klassen veldig god repetisjon på hva som er riktig tenkning. "Hva er skatten?" (Feilsvaret) Og så kommer det en annen da med skatten, hva den har gjort, at den har glemt tierovergangen eller, ja. Så sier vi ikke at vi gjør feil, men at vi finner skatter. Og skatter er det vi leter etter. "Nå ga du meg en skatt! Det var skikkelig bra." Og så leter vi etter skatter, for det er skattene som gjør at vi blir bedre. For hvis alt var lett da blir vi ikke god.

Her ser vi at Eli påpeker at det alltid er "interessant" når elevene kommer ut med "helt forskjellige svar", samt at det "aldri er dumt å gjøre feil, fordi da lærer alle sammen mer". Videre sier Eli at "dette må vi finne ut av" når elevene kommer frem til forskjellige svar. Berit sier at "feil" kan sammenlignes med en "skatt", og når elevene kommer med "skatter" så blir alle sammen "bedre" ved å lete etter skatten. Dette handler om hvordan lærerne fremhever feilsvar som verdifulle i læring.

Vi har nå vist ett grep som Eli og Berit sier at de tar. Grepet tyder på at de vil at elevene skal se verdien av å analysere feilsvar, og at læring skjer i et dialogisk samspill der elever og lærere finner mening sammen. Når Eli og Berit vektlegger at "vi" må finne skatten og årsaken til de forskjellige svarene, stiller de krav til at elevene må være aktive og konstruere sin egen kunnskap sammen med andre. Dette kan sammenlignes med det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for å *advokere*. Når lærerne fremhever elevenes feilsvar som noe "interessant" å finne ut av, og når de sammenligner feilsvarene med "skatter", gir de elevene mulighet til å erfare feilsvar som noe positivt og som en naturlig del av læringsprosessen. En annen side ved dette er å bygge det Dweck (2006) kaller for et *dynamisk tankesett* hos elevene. Å bygge et dynamisk tankesett handler om at elevene får erfare at de kan lære og utvikle seg gjennom å studere hvorfor feil har oppstått. Med tanke på elevenes tiltro til egne evner i matematikk, altså det å kunne se på seg selv som en som mestrer faget, er det viktig at elevene får erfare nytten og verdien av å analysere feilsvar, slik at de etter hvert på egen hånd kan resonnerer over om løsningene deres er matematisk riktig (Dweck, 2006). Å bygge slik tiltro til egne evner i matematikk, kan videre sammenlignes med å bygge det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for *produktiv disposisjon*, som handler om å få elevene til å tro på at jevn innsats lønner seg for å forstå og lære matematikk. Ifølge Ball mfl. (2008) kan feilsvar komme av både uoppmerksomhet og misoppfatninger, og analyse av feilsvar kan derfor bevisstgjøre elevene på, samt hjelpe dem med å forstå, hvilken type feil de har gjort. Var feilsvarene mer eller mindre tilfeldige, ved at elevene for eksempel ikke leste oppgaven godt nok? Eller handlet

feilene om en overgeneralisering av tidligere kunnskaper? Å analysere feilsvar sammen med elevene gir dem viktig trening i å avgjøre gyldigheten av egne- og andres strategier, og kan derfor sammenlignes med å stimulere det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for *adaptiv resonnering*, som innebærer å kunne tenke over gyldigheten ved det man har gjort. Her har vi vist at lærerne *fremhever feilsvar som verdifulle i læring*. Gjennom dette grepet legger de samtidig til rette for å *advokere*, og til utvikling av *produktiv disposisjon*, *adaptiv resonnering* og et *dynamisk tankesett* hos elevene.

De fire grepene som vi har løftet frem i dette delkapittelet, har vi samlet sammen i tiltaket *orienterer elevene mot hverandres tenking*, fordi alle grepene handler om å få elevene engasjert i hverandres tenking gjennom å øve på- og lytte til hverandres innspill, samt respondere på det som blir sagt. Dette tiltaket ble trukket frem på ulike måter av våre informanter. Berit og Dina var de eneste som snakket om hvordan de *får elevene til å engasjere seg i hverandres tanker og ideer ved hjelp av tegn*. Alle lærerne sa imidlertid at de *fokuserer oppmerksomheten på sentrale elevutsagn*. Eli og Frida var de som forklarte hvordan de *får elevene til å vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessige i forhold til det matematiske målet*, mens Berit, Dina, Eli og Frida var de som *fremhever feilsvar som verdifulle i læring*.

Ifølge Chapin mfl. (2009) trenger elevene hjelp til å kunne delta i produktive samtaler, som innebærer å lære matematikk gjennom å delta i samtaler av høy kvalitet. Elevene skal altså ikke bare referere til hva de har gjort, men kunne snakke om sammenhengen mellom ulike matematiske ideer. Tiltakene *øver på å dele tanker og prosesser*, samt *orienterer elevene mot hverandres tenking*, er derfor plassert under det overordnede prinsippet *å innøve læringsfremmende samtaler*, fordi lærerne legger vekt på å øve på produktive samtaler i mange ulike situasjoner og på tvers av tema i matematikken.

4.3 Å bevisst variere undervisninga

Dette overordnede prinsippet har tre tiltak og til sammen ti ulike grep som vi vil presentere med eksempler.

4.3.1 Skaper et tenkende klasserom

Her beskriver Eli og Dina hva de legger særlig vekt på når de gir oppgaver til elevene:

Eli: La elevene oppdage mer, det er jeg bevisst på, at jeg ikke skal lære de reglene først. "Og nå skal dere øve på disse reglene", men gir de heller en utfordring, "Jeg lurar på dette, kan vi prøve å finne ut av det?" Ja, la de oppdage ting, la de sette ord på ting, og la de skjønne det på en måte, ikke bare rushe videre i boka med oppgaver de ikke har forståelse for. "Kan det stemme at Per bor 1000 kilometer fra skolen sin?" Få de til å lure på ting, få de til å sette ord på det de lurar på så vi kan finne ut av det.

Dina: Det er jo det som er vårt utgangspunkt også, elevene må lære, de må få lov til å forske på ting de virkelig lurar på, de må oppdage og de må forstå. Det er jo veldig interessant hvis de har to forskjellige svar, for da må vi finne ut, forske enda mer og finne ut "Hva er det som stemmer?" Vi er jo her for å forske for å lære nye ting.

I disse sitatene legger vi merke til to ting. Det første er hvordan lærerne fokuserer på elevenes nysgjerrighet. Eli sier at hun må få elevene "til å lure på ting" og stiller derfor spørsmål til elevene av typen: "Kan det stemme at Per bor 1000 kilometer fra skolen sin?" Eli vil også at elevene selv skal "sette ord på det de lurar på" så de kan "finne ut av det". Dina forsøker å skape et undrende læringsmiljø ved å bygge videre på elevenes egen nysgjerrighet. Hun sier at elevene må "få lov til å forske på ting de virkelig lurar på". Dette handler om at lærerne *skaper et undrende læringsmiljø*. Det andre vi legger merke til er hvilke oppgaver lærerne gir til elevene. Eli sier at hun gir elevene en "utfordring" som de skal "finne ut av", slik at de får "oppdage" matematikken selv. Dina sier at elevene må få lov til å "forske" og "finne ut" slik at de får "oppdage" og "forstå". Dette handler om at lærerne *gir elevene undersøkende oppgaver*.

Vi har nå vist to grep som Eli og Dina sier at de tar. Grepene tyder på at de ønsker å ha en undersøkende tilnærming til matematikkundervisninga, der det å forske, oppdage, undre seg og stille spørsmål blir en naturlig del av opplæringa. Lærerne vil altså at elevene skal tenke selv og være aktive i prosessen med å tilegne seg ny kunnskap. Dette kan sammenlignes med det Alrø og Skovsmose (2006) kaller for *undersøkelseslandskap*, som innebærer å ha et syn

på læring som en aktivitet som må skje av den lærende, alene eller sammen med andre. Undersøkelseslandskap handler om å tilrettelegge og skape rammene for at læring skal skje, og elevene får ta eierskap i læreprosessen ved å finne ut av noe ukjent gjennom å forske, undre seg og stille spørsmål. Ifølge Reikerås (2014) handler undersøkende undervisning om å “følge utviklingsspor”, fordi man tar vare på elevenes unike subjektive undringer og initiativ, samtidig som man setter rammene og målet for det som skal undersøkes og læres gjennom de undersøkende oppgavene. Undrende læreprosesser er, ifølge Reikerås (2014) prosesser som foregår inne i hvert enkelt menneske, og handler om det å bruke fantasi og skape nysgjerrighet ved å ikke ha faste svar. Vi kan derfor trekke paralleller mellom det å skape undrende læringsmiljø med det Liljedahl (2021) kaller for *Building Thinking Classrooms*, fordi nøkkelen for å lykkes ligger i å få elevene til å være aktive og tenke selv i læreprosessen. Når elevene er aktive og undrer seg, samt finner frem til løsninger selv, får de også stimulert det Niss og Jensen (2002) kaller for *problemløsningskompetansen*, som innebærer å kunne oppdage, formulere og gjøre undersøkelser for å komme frem til ei løsning. Når elevene må undre seg og finne ut av problemer selv, får de etter hvert opparbeidet seg et repertoar av ulike løsningsstrategier, og de får kjennskap til hvilke strategier som kan være formålstjenlige til å løse spesifikke problem. Elevene må være oppfinnsomme og tenke gjennom hvilke regneoperasjoner de skal benytte og utvikler dermed også det Niss og Jensen (2002) kaller for *resonnementetskompetanse*. Å ha resonnementetskompetanse innebærer blant annet å kunne tenke ut-, følge- og bedømme matematiske resonnementer. Her har vi vist at lærerne *skaper et undrende læringsmiljø*, og de *gir elevene undersøkende oppgaver*. Gjennom disse to grepene legger de samtidig til rette for *Building Thinking Classrooms*, og et *undersøkelseslandskap* der de “følger utviklingsspor”. De stimulerer også til utvikling av både *problemløsningskompetanse* og *resonnementetskompetanse* hos elevene.

Her ser vi et eksempel på hvordan Eli utdyper innholdet i oppgavene som hun gir til elevene sine:

Eli: Jeg har tro på å begynne veldig tidlig med regnefortellinger. Dra inn hverdagslivet til disse ungene slik at de skjønner: “Hva er det jeg trenger den her tellingen og regningen til?” Men ikke bare at jeg lager regnefortellinger hvor jeg sier at nå skal du få 10 kroner, gå på butikken og kjøp noe. Men at de selv får lage regnefortellinger. De kan jo ikke alltid skrive, men de kan tegne: “Der var tre barn og så kom det ett til”. Så øver vi på å skrive det med regnespråk, at det er det samme som

3+1, for denne overgangen er det jeg har opplevd med mange førsteklasinger, den er liksom flaskehalsen. De kan ha veldig god forståelse på de dagligdagse situasjonene, men oversettingen til det regnespråket den er det mange som sliter med. Altså de må på en måte få denne aha-opplevelsen og den koblingen mellom det vi gjør når vi skriver tall og tegn, og hva det faktisk innebærer i praksis da. Og når vi starter dagen med å snakke om hvilken dato det er, så ser jeg kjapt på kalenderen, "Når tid er neste bursdag? Eller det å snakke om hvem som bor nærmest skolen? Hvem har lengst vei til skolen?" Prøve å gjøre det meningsfylt for de da. Altså det er så mange ting man kan dryppe inn. Og så teller vi og regner og finner ut, altså bare sånne små drypp av hverdagsproblemer tror jeg kan være lurt for de blir så koblet på. Så det å jobbe på den måten, bruke masse hverdagsaktiviteter, eller tall fra deres hverdagsliv, ja, det synes jeg er veldig viktig.

I dette sitatet legger vi merke til to ting. Det første er hvordan Eli sier at hun tidlig begynner med "regnfortellinger" der hun drar inn "hverdagslivet" til elevene. Hun legger vekt på å gi "meningsfulle oppgaver" med "små drypp av hverdagsproblemer", som for eksempel hvor lang tid det er til "neste bursdag", "Hvem har lengst vei til skolen?" og "tall fra deres hverdagsliv". Dette handler om at Eli gir oppgaver fra hverdagen som elevene kjenner seg igjen i, og som de har noen tanker og meninger om. Det andre vi legger merke til er hvordan Eli sier at elevene "øver" på å tegne og skrive situasjoner fra hverdagen og oversette disse til et "regnespråk" for å forstå "koblingen mellom det vi gjør når vi skriver tall og tegn, og hva det faktisk innebærer i praksis". Eli fokuserer for eksempel på å oversette praktiske situasjoner som "Der var tre barn og så kom det ett til" til regnstykket $3+1$. Dette handler om hvordan Eli øver med elevene på å analysere og omforme en hverdagssituasjon til matematisk form.

Vi har nå vist to grep som Eli sier at hun tar. Grepene viser at hun er opptatt av å bruke reelle situasjoner fra elevenes hverdag til å konstruere matematiske problemer som elevene skal løse. Hun bruker situasjoner som elevene umiddelbart kan kjenne seg igjen i, for å oversette mellom barnas erfaringsverden og den matematiske verden. Eli legger altså vekt på at elevene skal lære å gjenkjenne og beskrive virkelige problem matematisk, samt løse de matematiske problemene ved hjelp av matematiske symboler og uttrykk. Når Eli øver med elevene på å oversette en hverdagssituasjon til et matematisk språk, stimulerer hun det Niss og Jensen (2002) kaller for *modelleringskompetansen* hos elevene. Denne kompetansen handler om å kunne strukturere og matematisere en situasjon og er viktig med tanke på å gå inn i arbeidet

med forståelse. En slik tilnærming til matematikken vil gi elevene mulighet til å bruke egen forståelse til å reflektere over- og skape fornuft ut fra de erfaringene de gjør (Niss og Jensen, 2002). En annen side ved dette er det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for *strategisk kompetanse*, som handler om å kunne lage matematiske problemstillinger ut fra hverdagssituasjoner, samt beskrive disse med et matematisk språk. I prosessen med å oversette hverdagsproblemer til et mer matematisk språk, får også elevene stimulert det Niss og Jensen (2002) kaller for *symbol- og formalismekompetansen*, som innebærer å kunne oversette mellom dagligtale og symbolspråk. Her har vi vist at *Eli gir oppgaver fra hverdagen som elevene kjenner seg igjen i, og som de har noen tanker og meninger om, samt øver med elevene på å analysere og omforme en hverdagssituasjon til matematisk form*. Gjennom disse grepene stimulerer Eli samtidig både *modelleringskompetansen, symbol- og formalismekompetansen og strategisk kompetanse* hos elevene.

De fire grepene som vi har løftet frem i dette delkapittelet, har vi samlet sammen i tiltaket *skaper et tenkende klasserom*, fordi alle grepene handler om å få elevene aktive i egen læring gjennom å gi oppgaver med utgangspunkt i kontekster som elevene kjenner seg igjen i. Dette tiltaket ble trukket frem på ulike måter av informantene. Alle informantene trakk frem at de *gir undersøkende oppgaver* til elevene, men kun Berit, Dina, Eli og Frida uttrykte at de *skaper et undrende læringsmiljø*. Videre var Eli den som tydelig beskrev at hun *gir oppgaver fra hverdagen som elevene kjenner seg igjen i, og som de har noen tanker og meninger om*. Hun forklarte med mange eksempler hvordan hun tok tak i de spontane hverdagsøyeblikkene som elevene er opptatte av. Anna og Dina snakket også om dette, men de kom med mer generelle beskrivelser som å leke butikk og telle ulike objekter fra hverdagen. Anna, Dina og Eli trakk også frem at de *øver med elevene på å analysere og omforme disse hverdagssituasjonene til matematisk form*.

4.3.2 Følger elevens takt

I tillegg til å fokusere på matematikken fra elevenes hverdag, trakk lærerne frem følgende momenter:

Dina: Det er blitt sånn at vi tenker ut fra teori om mental utvikling av tallforståelse. Det er det vi styrer etter hele tida, det er det vi har i bakhodet når vi jobber, det er det som favner alt som vi gjør i matematikk, og da er det noen som må jobbe lengre med det absolutt grunnleggende, det å se mengder, telle, telling, telling, telling. Vi teller så mye, på alle mulige måter i hverdagen der det er naturlig, og øver mye gjennom lek og

spill, og det er kanskje det som er tiltaket for de som strever, er å telle mer. Øve seg på å telle og regne rett og slett.

Anna: Det å komme seg videre for å få mer effektive telle- og regnestrategier, men samtidig ha forståelse for hva man holder på med, at man ikke går for fort frem, at det ikke bare blir en regel de sitter og jobber med, forståelsen må være med hele tida. Men her er det jo mye øving som skal til, så da har vi for eksempel kortspill, tiervenn-kortspillet og bygge tiervenner på det. Jeg har også slike lapper som jeg har skrevet ut og laminert der det er tallene fra 1 til 20, både i symboler, i slike ruter og staver, base ti-bilder på en måte i symbol. Og så bruker jeg kortene og har aktiviteter knyttet til dem i for eksempel uteskole, og så får vi jobbet med både mengdebegrepet og symboler på mange ulike måter. Det liker de kjempegodt og de trenger mye øvelse i det.

Berit: I løpet første klasse så forventer vi at de kan hele den lille addisjonstabellen i søvne på en måte. Da kan de øve for eksempel med addisjonskort. De har sånn, vi har laget snu-boks til dem. En melkekartong der kortet snur når det kommer ut. Og på kortet står det $2 + 5$, da må de si syv og så sender de kortet gjennom boksen. Så kommer det ut snudd slik at det står svaret på baksiden. Dette liker de kjempegodt. Alle har hver sin boks, og så får de utdelt kort fra meg så jeg kan tilpasse oppgavene de får. Noen har addisjonsstykker med både siffer og mengder der de må telle videre fra den største, vi øver mye på denne strategien, mens andre har rene regnestykker. Alle har en "kan-boks" og en "øve-boks", og det er om å gjøre at det skal være mange regnestykker i "kan-boksen" og så har du noen i øve-boksen som skal komme over i "kan-boksen". Vi vil jo at elevene skal få mest mulig effektive strategier.

I disse sitatene legger vi merke til to ting. Det første er hvordan lærerne jobber i takt med elevenes forståelse. Dina sier at "noen elever må jobbe lengre med det absolutt grunnleggende" som det å "se mengder" samt det å "telle". Anna sier at det er viktig å "komme seg videre", men at man "ikke går for fort frem", at "forståelsen må være med hele tida". Berit sier at hun "tilpasser oppgavene" i arbeidet med å effektivisere elevenes telle- og regneferdigheter. Noen elever må øve på å "telle videre fra den største", mens andre må øve på noe annet. Progresjonen på øvinga styres altså av elevens forståelse. Berit er også opptatt av at det skal være mange regnestykker i "kan-boksen", og noen få i "øve-boksen". Dette handler om at lærerne sikrer læring med forståelse. Det andre vi legger merke til er lærernes

fokus på spesifikke ferdigheter i faget. Dina sier hun jobber “ut fra teori om mental utvikling av tallforståelse”, og at tiltaket for de som strever er å “telle mer”. Dina sier videre at de “teller mye” på “alle mulige måter i hverdagen der det er naturlig”, og at de “øver mye gjennom lek og spill”. Anna sier at det er “mye øving som skal til” for å “få mer effektive telle- og regnestrategier”. Anna sier videre at de øver på “mengdebegrepet og symboler på mange ulike måter”, som for eksempel “kortspill” og ulike aktiviteter på “uteskole”. Berit er tydelig når hun sier at hun forventer at elevene “kan hele den lille addisjonstabellen” i løpet av første klasse, og for å oppnå dette øver de blant annet addisjon ved hjelp av en “snu-boks” som elevene liker “kjempegodt”. Dette handler om at lærerne legger til rette for at elevene *øver på spesifikke basisferdigheter innen telling og regning.*

Vi har nå vist to grep som Dina, Anna og Berit sier at de tar. Grepene viser at lærerne er opptatt av at elevene skal forstå. I tillegg vektlegger lærerne å effektivisere elevenes telle- og regnestrategier, for at elevene skal kunne frigjøre krefter til mer utfordrende tankeprosesser. Dette kan knyttes til det Löwing og Kilborn (2002) kaller for å utvikle *basisferdigheter* i matematikk, som innebærer å løse ulike typer problem basert på metoder elevene er kjent med fra egen hverdag. Det handler om å bygge denne forståelsen kumulativt opp ved å benytte elevenes forkunnskaper. Löwing (2008) sier i denne sammenhengen at det er helt nødvendig at elevene behersker de grunnleggende addisjons- og subtraksjonstabellene med flyt når de skal gjøre mer omfattende beregninger. Det er viktig at elevene ikke bruker all energi på å løse de grunnleggende delberegningene som inngår i et problem, men at de heller kan legge litt ekstra tankekraft i å løse selve problemet de står ovenfor (Löwing, 2008). Kilpatrick mfl. (2001) kaller dette for *prosedyreflyt*. En undervisning som bygger på elevenes forståelse, er videre i tråd med Stortingsmelding 21 (Meld. St. 21 (2016-2017)) som sier at opplæringa skal tilpasses elevenes evner og forutsetninger. Ettersom lærerne forsøker å tilrettelegge dette på en meningsfull og inspirerende måte gjennom ulike aktiviteter og spill, gir de også elevene anledning til å ta i bruk flere sanser, og de får prøve og feile, samt sette ord på hva de behersker, og er derfor også i samsvar med LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2019). Her har vi vist at lærerne *sikrer læring med forståelse*, og de legger til rette for at elevene *øver på spesifikke basisferdigheter innen telling og regning*. Gjennom disse to grepene legger lærerne også til rette for å utvikle elevenes *basisferdigheter*, samt kompetanse innen *prosedyreflyt*.

I følgende eksempel er Dina i gang med å forklare hvordan hun jobber med elever som blir passive:

Dina: Da prøver jeg å modellere elevsvar, og så spør jeg: "Hva gjør jeg nå? Kan du fortelle meg hva jeg gjør nå?" Og så gjør jeg noe, enten riktig eller galt, for å se, klarer de å vurdere om det er riktig eller galt det jeg gjør da. Så det der, det å sammenligne oppgaver: "Synes du jeg skal gjøre sånn eller sånn? Hva synes du?" Så kan man prøve å få de på sporet igjen: "Å, hvorfor, se på dem. Hvorfor tror du de gjør sånn? Hva forstår du av det de gjør? Nå skal jeg gjøre sånn som de, se på meg nå, nå gjør jeg akkurat det samme. Hva forsto du av det? Fortell meg hva du ser nå", så da blir det jo å jobbe med de som trenger den hjelpa.

Her ser vi at Dina forsøker å få elevene til å tenke selv når hun modellerer elevsvar og stiller ulike "hva"- og "hvorfor"-spørsmål, som for eksempel: "Hva gjør jeg nå?", "Hvorfor tror du de gjør sånn?" og "Hva forsto du av det?". Dette handler om hvordan Dina *gjenopptar dialog med passive elever for å opprettholde høye kognitive krav.*

Vi har nå vist ett grep som Dina sier at hun tar. Grepet tyder på at hun stiller forventninger til alle elevene, og hun gir støtte til elever som blir passive uten å forenkle kompleksiteten i oppgavene hun gir dem. Hun retter seg altså mot elevene og forsøker å komme i dialog med dem. Dette kan sammenlignes med det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for *å ta kontakt*, som handler om å etablere, opprettholde og gjenetablere dialogiske handlinger for å opprettholde den undersøkende prosessen. Når Dina stiller spørsmål av typen: "Hvorfor tror du de gjør sånn?" ber hun elevene om å vurdere andre sitt arbeid gjennom det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for *å advokere*. I stedet for å forenkle oppgaven til elevene, eller demonstrere hvordan den kan gjøres, ber Dina elevene om å forklare hva de forstår av det andre elever har gjort. På samme måte ber Dina elevene om *å advokere* når hun sier: "Synes du jeg skal gjøre sånn eller sånn?" Dina stiller altså krav til argumentasjon hos alle elevene, også de som synes å være passive. Her har vi vist at Dina *gjenopptar dialog med passive elever for å opprettholde høye kognitive krav.* Gjennom grepet legger hun samtidig til rette for *å ta kontakt og advokere.*

De tre grepene som vi har løftet frem i dette delkapittelet har vi samlet sammen i tiltaket *å følge elevens takt*, fordi alle grepene innebærer å ha et blikk for den enkelte elev og dens matematiske utvikling. Alle informantene var opptatt av *sikre læring med forståelse*, og de

kom med mange og utfyllende beskrivelser i forhold til viktigheten av at elevene forstår. Cicci sa for eksempel at "vi bygger opp undervisninga vår på elevenes tenkning, vi prøver å følge elevenes takt, og når den takten er veldig ulik så må vi jobbe veldig tilpasset". Alle informantene hadde også fokus på å *øve på spesifikke basisferdigheter innen telling og regning*. Når det gjelder grepet å *gjenoppta dialog med passive elever for å oppretthold høye kognitive krav*, var det kun Berit og Dina som trakk dette frem. De andre informantene snakket mye om hvordan de støttet elevene i forhold til lure måter å tenke på, men ingen av dem kom innom dette med å gjenoppta dialog for å bevare kompleksiteten i oppgavene.

4.3.3 Belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner

I eksemplet vi nå skal vise er Eli i gang med å fortelle om hennes "hjertesak":

Eli: Førsteklasselærerne må bruke mange ulike representasjoner, ikke på en måte låse deg fast i at vi bruker Q-tips, fordi at det er noe med de som strever litt, at da ser de for seg bare Q-tipsene, så det der med å bruke perlesnor, linjaler, målebånd, stor tallinje på gulvet, tellesteiner, penger altså det å bruke mye sånn at de får flere representasjoner, og kan veksle mellom det, og kan skjønne at: "Okey, på målebåndet her er tretten, og det ser sånn ut hvis jeg gjør det med penger, mens det kan se sånn ut på min tomme perlesnor, og sånn når jeg tegner det". Og det å prøve å regne med ulike representasjoner. Så da øver vi på å visualisere strategiene våre litt, med å tegne tellestreker, eller bruke konkrete ja. Tellesteiner eller tomme tallinjer, eller det der å øve på å at barna selv skal bli litt bevisst hvordan de tenkte for å finne det ut, og at de skal øve seg på å sette ord på tankene gjennom å tegne og bygge for eksempel.

I dette sitatet legger vi merke til tre ting. Det første er det Eli sier om at førsteklasselærerne "må bruke mange ulike representasjoner" som for eksempel "perlesnor, linjaler, målebånd, stor tallinje på gulvet, tellesteiner, penger". Dette handler om at Eli *braker mange ulike representasjoner i opplæringa*. Det andre vi legger merke til er hvordan Eli sier at det er viktig at "elevene får flere representasjoner", slik at de "kan veksle mellom" dem. Hun vil for eksempel at elevene skal få erfare at tretten kan se ulikt ut på "målebåndet", med "penger", på "perlesnora" eller på en tegning. Dette handler om hvordan Eli *fokuserer på at elevene skal se sammenhengen mellom ulike representasjoner*. Det tredje vi legger merke til er hvordan Eli sier at hun "øver" med elevene på å "visualisere" deres egne strategier gjennom "å tegne tellestreker", "bruke konkrete" eller "tomme tallinjer". Dette gjør hun for at "barna selv skal

bli litt bevisst hvordan de tenkte”, samt få satt ord på tankene sine gjennom “å tegne” og “bygge”. Dette handler om hvordan Eli *øver med elevene på å konstruere sine egne representasjoner*.

Vi har nå vist tre grep som Eli sier at hun tar. Grepene tyder på at hun vil at elevene skal utvikle en god forståelse for matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner. Hun vil at elevene skal tilegne seg et repertoar av ulike representasjonsmåter, slik at de kan navigere fritt og velge den mest hensiktsmessige representasjonsmåten når de selv skal lage en representasjon. Dette kan sammenlignes med å utvikle det Niss og Jensen (2002) kaller for *representasjonskompetanse* hos elevene, som handler om å forstå og bruke ulike representasjoner gjennom å tolke og se sammenhenger mellom dem. I dette arbeidet kan elevene få erfaringer med ulike hjelpemidler, noe som kan styrke det Niss og Jensen (2002) kaller for *hjelpemiddelkompetanse*. Denne kompetansen innebærer å kjenne til hvilke hjelpemidler som egner seg til å utføre matematiske utregninger, samt kunne bruke disse hjelpemidlene på en hensiktsmessig måte ved å ha innblikk i hvilke begrensninger og muligheter hjelpemidlene kan ha. Siden elevene får erfare ulike måter å representere matematikken på, og sammenhengen mellom disse, får de også muligheten til å bygge det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for *begrepsmessig forståelse*. Elever som har begrepsmessig forståelse klarer å se helheten i matematikken gjennom forståelse for ulike begreper, ideer og operasjoner. Her har vi vist at Eli *bruker mange ulike representasjoner i opplæringa*, hun *fokuserer på at elevene skal se sammenhengen mellom representasjonene* og hun *øver med elevene på å konstruere sine egne representasjoner*. Gjennom disse grepene stimulerer hun samtidig elevenes *representasjonskompetanse, hjelpemiddelkompetanse og begrepsmessig forståelse*.

De tre grepene som vi har løftet frem i dette delkapittelet har vi samlet sammen i tiltaket *belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner*, fordi alle grepene handler om å skape forståelse for matematikken gjennom ulike representasjoner. Alle informantene *bruker mange ulike representasjoner i opplæringa*, men Anna, Berit, Cicci og Eli er de som *fokuserer på at elevene skal se sammenhengen mellom ulike representasjoner*. Videre er det Berit, Cicci, Dina, Eli og Frida som *øver med elevene på å konstruere sine egne representasjoner*.

Undervisning er en avansert oppgave der mange ulike elementer spiller inn, og kvaliteten på undervisninga forutsetter i hvilken grad læreren greier å veksle mellom disse ulike elementene

(Ball mfl., 2008). Av den grunn har vi samlet tiltakene *skaper et tenkende klasserom, følger elevens takt, samt belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner* i det overordnede prinsippet *å bevisst variere undervisninga*. Dette fordi alle tiltakene handler om å pendle bevisst mellom å skape kvalitet i fellesundervisninga og ha blikk for den enkelte elev.

4.4 Å skaffe seg innsikt

Dette overordnede prinsippet har ett tiltak og tre ulike grep som vi vil presentere med eksempler.

4.4.1 Vurderer og iverksetter tiltak umiddelbart

I følgende eksempler forteller informantene våre om hvordan de får tak i elevenes kompetanse:

Anna: Det jeg liker veldig godt å gjøre når jeg tar imot en førsteklasse, er så tidlig som mulig å få kartlagt elevene og få se hvor de er i tallkunnskapen deres og i regnestrategiverden deres, hvilke regnestrategier bruker de? Og ja, hvordan kan jeg hjelpe dem på vei? Så det er der jeg egentlig føler at jeg lykkes, med at jeg tidlig identifiserer de her ungene som jeg ser har kommet mye kortere enn den jevne andre gruppa og tidlig da kan være mere på dem.

Berit: Jeg kartlegger de alltid i første klasse, med en gang de kommer inn, så teller vi, så triller vi terning og så finner vi ut om de husker tall, husker mengder. Jeg er veldig opptatt av tallforståelsen når de kommer inn, så de som ikke forstår hva fem er og ikke klarer å plukke fem ut i en mengde, da tenker jeg at det da er sånn varsko. Så første uka, så finner vi ut hvor de er, og så jobber vi med begrepene og med tallene derifra, så egentlig helt fra å begynne med.

I disse sitatene legger vi merke til to ting. Det første er at lærerne er opptatt av vurdering. Anna sier at hun “så tidlig som mulig” velger å “få kartlagt” elevene slik at hun får oversikt over hvor de er i “tallkunnskapen” og “regnestrategiverden” deres. Hun ønsker å “tidlig indentifisere” de elevene som er kommet “mye kortere enn den jevne andre”. Berit sier hun “kartlegger” elevene “med en gang” de starter i første klasse. Hun er opptatt av å skaffe seg en oversikt over elevenes “tallforståelse” når de begynner på skolen slik at hun vet hvor elevene “er hen”. Hun ønsker å finne ut om elevene husker mengder og tall. Dette handler om hvordan lærerne *vurderer elevenes tallkunnskap og regneferdigheter så tidlig som mulig*. Det

andre vi legger merke til er hvordan lærerne bruker vurderinga. Anna sier at hun kan “være mer på dem” og “hjelp dem på vei” når hun får identifisert elevene tidlig. Berit sier at hun vil vite hvor elevene er “hen” for å kunne jobbe videre med “begrepene” og “tallene” derifra. Dette handler om hvordan lærerne *braker vurderinga for å tilpasse opplæringa til den enkelte elev*.

Vi har nå vist to grep som Anna og Berit sier at de tar. Grepene viser at lærerne er opptatt av elevenes motivasjon og mestring når de legger til rette for læring. De vil at elevene skal få oppleve at de lykkes med sine arbeidsoppgaver, at oppgavene blir passe vanskelige slik at elevene får en følelse av mestring når de arbeider. Dette kan sammenlignes med det Ryan og Deci (2002) kaller for å *utvikle kompetanse* hos elevene, som handler om å ta utgangspunkt i det elevene kan når man skal “hjelp dem på vei”. Ettersom lærerne bygger videre på det elevene kan, får elevene, ifølge Wæge (2007) mulighet til å oppleve at de utvikler ferdigheter og forståelse gjennom å kjenne på mestringsfølelse når de jobber med oppgaver. Siden lærerne legger til rette for læring med utgangspunkt i det elevene kan, får elevene mulighet til å knytte nye begreper og ideer til det de allerede forstår. Dette kan sammenlignes med det Sawyer (2006) sier om *dybdelæring*. Elever som får knytte nye begreper og ideer til eksisterende erfaringer og forståelse, får mulighet til å organisere sin egen forståelse i begrepssystemer som henger sammen. En annen side ved dette er å utvikle det Kilpatrick mfl. (2001) kaller for *begrepsmessig forståelse*. Vi har nå vist at Berit og Anna *vurderer elevenes tallkunnskap og regneferdigheter så tidlig som mulig, og de bruker vurderinga for å tilpasse opplæringa til den enkelte elev*. Gjennom disse grepene legger de samtidig til rette for å utvikle *kompetanse, dybdelæring og begrepsmessig forståelse* hos elevene.

I sitatene under viser informantene hvordan de får tak i elevenes kompetanse:

Anna: Jeg får enormt mye informasjon i undervisningen min, hver eneste time, fordi at jeg spør dem: “Hvordan har du tenkt? Hvorfor har du gjort det på denne måten? Fortell det til meg”. Og det er jo en kartlegging i seg selv, det å stille disse spørsmålene i matematikktimene.

Cicci: Du observerer det i en matteoppgave, du ser hvordan de resonnerer, hvilke tanker de deler, du hører på svarene og måten de teller på, hva de henter av materiell. For det som er viktig for oss er at vi bygger opp undervisningen vår på elevenes

tenkning, vi prøver å følge elevenes takt, og når den takten er veldig ulikt, så må vi jobbe veldig tilpasset.

Dina: Når vi begynner å snakke, når vi begynner å skal skrive, når vi skal vise på en eller annen måte da, med et eller annet verktøy hvordan vi tenker eller teller, så er jeg oppmerksom på hvor de befinner seg.

I disse sitatene legger vi merke til at Anna sier hun får “enormt mye informasjon” om elevens kompetanse når hun spør elevene om “hvordan” de har “tenkt”, eller “Hvorfor har du gjort det på denne måten?” Cicci sier at hun “observerer” hvordan elevene “resonnerer” når de løser matematikkoppgaver, hun observerer “hvilke tanker de deler” og hvilke “svar” de gir. Hun sier også at hun er observant på “hva de henter av materiell”. Dina sier at elevenes kompetanse kommer til syne når de “begynner å snakke”, når de “begynner å skrive”, eller når de skal “vise” med et eller annet “verktøy” hvordan de “tenker eller teller”. Dette handler om hvordan lærerne *skaper hyppige vurderingssituasjoner som avdekker de ulike delene av elevenes matematiske kompetanse.*

Vi har nå vist ett grep som lærerne sier at de tar. Grepet viser at lærerne er opptatt av prosessene bak elevenes forståelse. De sikrer seg derfor nødvendig informasjon om hvordan elevene bruker de ulike delene av sin matematiske kompetanse fortløpende i undervisningen. Lærernes vurderingsarbeid blir altså en nøkkelfaktor i arbeidet med å tilrettelegge for elevenes læring. Ved å skape uformelle vurderingssituasjoner, skaffer lærerne seg viktig informasjon om elevenes tenkning, uten at elevene selv nødvendigvis er klar over at de blir vurdert. Dette kan knyttes til det William (2018) sier om *formativ vurdering*. Han sier at lærernes oppmerksomhet på den daglige formative vurderingen sannsynligvis vil ha størst innvirkning på elevens læring. Informasjon om hva eleven allerede kan, er derfor essensielt med tanke på hva læreren skal gjøre videre i sin undervisning (Williams, 2018). Ved å spørre elevene om hvordan de har “tenkt”, og gjennom å “høre på svarene”, samt hvilke “tanker de deler”, får lærerne tilgang til viktig informasjon om det Niss og Jensen (2002) kaller for *tankegangs- og kommunikasjonskompetansen* til elevene. Når elevene forklarer hvordan de har “tenkt”, og når lærerne “hører på svarene” som kommer, får lærerne kjennskap til om elevene forstår- og kan bruke ulike begreper selvstendig og i samhandling med andre. Dette er viktige ferdigheter innenfor tankegangs- og kommunikasjonskompetansen. På samme måte får lærerne tilgang til viktig informasjon om elevenes *resonnements- og problemløsningskompetanse*, som ifølge Niss og Jensen (2002) innebærer å kunne løse

problem, tenke ut og gjennomføre mer eller mindre formelle resonnement. Når elevene viser hvordan de har tenkt, gjennom skriving eller ulike verktøy, kan lærerne videre få tilgang til det Niss og Jensen (2002) kaller for *representasjonskompetansen*, som innebærer å kunne skape og bruke ulike representasjoner, samt kunne oversette mellom de matematiske representasjonene. Lærerne får altså innblikk i hvilke matematiske representasjoner elevene velger å bruke for å løse et problem. Gjennom å observere “hva de henter av materiell”, kan lærerne få viktig informasjon om det Niss og Jensen (2002) kaller for *hjelpemiddelkompetansen*. Hjelpemiddelkompetansen handler om hvordan elevene forholder seg til ulike hjelpemidler, og hvordan de benytter seg av de ulike hjelpemidlene. Her har vi vist at lærerne *skaper hyppige vurderingssituasjoner som avdekker de ulike delene av elevenes matematiske kompetanse*. Gjennom dette grepet skaper lærerne også muligheter for *formativ vurdering* som kan avdekke elevenes *tankegangs-* og *kommunikasjonskompetanse*, *resonnement-* og *problemløsningskompetanse*, samt *representasjons-* og *hjelpemiddelkompetanse*.

De tre grepene som vi har løftet frem i dette delkapittelet har vi samlet sammen i tiltaket *vurderer og iverksetter tiltak umiddelbart*, fordi alle grepene handler om å få tak i elevenes kompetanse, og tilpasse opplæringa umiddelbart i forhold til hva elevene kan. Alle våre informanter trakk frem at de *vurderer elevenes tallkunnskap og regneferdigheter så tidlig som mulig*, og at de *skaper hyppige vurderingssituasjoner som avdekker de ulike delene av elevenes matematiske kompetanse*. Når det gjelder grepet som handler om å *bruke vurderinga for å tilpasse opplæringa til den enkelte elev*, var det kun Frida som ikke trakk dette frem.

Ifølge William (2018) bør undervisninga være adaptiv til elevenes behov, noe som innebærer at læreren må skaffe seg innsikt i hvor elevene befinner seg for å kunne legge til rette for tilpasset opplæring. Av den grunn har vi valgt å legge tiltaket *vurderer og iverksetter tiltak umiddelbart* innenfor det overordnede prinsippet *å skaffe seg innsikt*, fordi lærerne kontinuerlig må skaffe seg innsikt i hvor elevene befinner seg for å kunne gi en adaptiv undervisning.

4.5 Å inkludere

Dette overordnede prinsippet har to tiltak og to ulike grep som vi vil presentere med eksempler.

4.5.1 Involvere foreldrene

Her er Anna i gang med å fortelle hvordan hun involverer foreldrene:

Anna: Når jeg har perioder med veileda regning så får dem spesifikke lekser hjemme som går på akkurat det vi har hatt om nå, og som de må øve på. For eksempel har vi hatt en periode med det, og da har den ene gruppen min, de har blant annet jobbet med nobotall og naboens nabo. De har jobbet med å telle fra et gitt tall fremover og bakover, de har jobbet med tallene til 100, og det å forstå dette med tiere og enere, og da har jeg på den lekse de får med hjem så står det en liten informasjon til foreldrene hvordan jeg vil at de skal jobbe med dette hjemme, om det er noen ting jeg tenker at det er viktig at de må gjøre. Og da kan jeg jo, når jeg ser at det er noen som har kommet med ugjorte lekser, og at de ikke har jobbet med dette hjemme, så tar jeg en telefonsamtale hjem og forklarer hvorfor det er viktig at dere gjør dette hjemme. Ja, hvordan kan deres jobb være med på å hjelpe deres barn.

I dette sitatet legger vi merke til to ting. Det første er hvordan Anna sier at elevene får “spesifikke lekser” som går ut på “det vi har hatt om nå” på “veiledet regning” og som “de må øve på”. Dette kan være “nobotall”, “telle fra et gitt tall fremover og bakover” eller jobbe med “tiere og enere”. Dette handler om at Anna *gir tilpassede lekser* til elevene. Det andre vi legger merke til er hvordan Anna veileder foreldrene i forhold til elevenes lekser. Dette viser hun ved å si at hun legger ved en “liten informasjon” der hun forklarer “hvordan” hun vil at de skal “jobbe med dette hjemme”, altså hva hun “tenker at det er viktig at de må gjøre”. Hun forklarer også foreldrene “hvorfor det er viktig” at de “gjør dette hjemme”, samt “hvordan” de kan bidra med “å hjelpe deres barn”. Dette handler om at Anna *gir tilpassede lekser med god informasjon til foreldrene*.

Vi har nå vist ett grep som Anna sier at hun tar. Grepet viser at hun vektlegger å befeste kunnskap, og at hun anser foreldrene som viktige samarbeidspartnere i denne prosessen. Ved å involvere foreldrene i leksearbeidet kan det bidra til større sjanse for at leksene blir gjort, samt bedre faglig utvikling hos elevene, ifølge Patall mfl. (2008). På den annen side kan leksearbeid skape negative situasjoner mellom barn og foreldre, da foreldre ofte ikke er

oppdatert på strategiene som benyttes i skolematematikken i dag (Patall mfl., 2008). Ettersom Anna gir tilpassede lekser, samt “veileder foreldrene” gjennom å gi en “liten informasjon” med forklaring på “hvordan” leksene kan gjøres, kan forhåpentligvis slike negative situasjoner unngås. Her har vi vist at *Anna gir tilpassede lekser med god informasjon til foreldrene*. Gjennom dette grepet kan man kanskje unngå at negative situasjoner rundt leksearbeid oppstår, samtidig som det gir signal til foreldrene om at de er viktige personer i deres barns læring og utvikling.

Grepet som vi har løftet frem i dette delkapittelet har vi plassert under tiltaket *involverer foreldrene*, fordi foreldrene inviteres til å ta del i deres barns opplæring gjennom god informasjon om hvordan de kan bidra i leksearbeidet. Alle informantene med unntak av Frida forklarte at de *gir tilpassede lekser med god informasjon til foreldrene*. Lærerne anså foreldrene som en viktig ressurs, og de vektla å skape tidlig og god dialog med hjemmet.

4.5.2 Alle elevene skal få lik tilgang til matematikkundervisning av høy kvalitet

Da vi spurte om hvordan lærerne organiserer tidlig innsats, svarte tre av dem slik:

Eli: Jeg har egentlig ikke lyst å sende ut elever til tidlig innsats, jeg syns at de skal få den i klassen sin og heller bruke ressursene litt annerledes.

Cicci: Det er ingen som blir tatt ut av gruppene her, det er ikke fordi vi ikke kan, men fordi vi har tro på at den undervisninga vi klarer å gi de sammen med læringsvenn, den metodikken, samtaletrekkene som vi er opptatt av, de åpne oppgavene vi er opptatt av, og så er vi opptatt av argumentasjon og resonnement i det daglige, og da må du ha de med deg.

Frida: Jeg er opptatt av at hvis du sliter i matte, så skal du ikke tas ut av matteundervisningen, og gå glipp av det som skjer der. Jeg er veldig skeptisk til smågrupper, hvis ikke jeg kan ta de ut i KRLE-timen for eksempel, så de får den vanlige matteundervisningen med de andre, at de bare får litt ekstra, men ikke i stedet for da.

Her ser vi at Eli ikke vil “sende ut” elever til tidlig innsats, hun vil heller “bruke ressursene litt annerledes” i klassen sin. Frida sier at hvis du “sliter i matte”, så skal du “ikke tas ut av matteundervisningen”, men heller få “litt ekstra” i KRLE-timen for eksempel. Cicci sier at “ingen” blir “tatt ut av gruppene”, fordi hun “har tro på at den undervisninga” hun klarer å gi

til elevene gjennom de “åpne oppgavene” og “læringsvenn”, samt hvordan hun styrer samtalene mot “argumentasjon” og “resonnement”, er viktige elementer for alle elevene, og “da må du ha de med deg”. Dette handler om at lærerne *gir elevene lik tilgang til matematikkundervisning av høy kvalitet*.

Her har vi vist ett grep som Eli, Cicci og Frida sier at de tar. Grepet er interessant, fordi lærerne velger å beholde alle elevene i samme klasserom. Dette krever at læreren innehar nødvendig kompetanse for å kunne organisere og tilrettelegge undervisningen slik at den ivaretar alle elevene. I denne sammenhengen snakker Ball mfl. (2008) om at lærerens kunnskap om faglig innhold og elever vil ha betydning for i hvilken grad læreren greier å få tak i elevenes ulike måter å tenke på. Kunnskapen vil også ha betydning i forhold til å kunne pakke ut innholdet i faget på ulike måter, slik at det blir tilgjengelig for alle elevene. Videre sier Ball mfl. (2008) at kunnskap om innhold og undervisning også har betydning for hvilke oppgaver og aktiviteter man skal velge for å imøtekomme alle elevenes behov i klasserommet. I tillegg til disse to fagdidaktiske kunnskapsområdene har også lærerens spesialiserte fagkunnskap betydning. Denne kunnskapen har betydning for i hvilken grad lærerne greier å vurdere fordeler og/eller ulemper med forskjellige representasjonsformer, samt i hvilken grad læreren greier å se ulike måter å løse en matematikkoppgave på.

Grepet vi har løftet frem i dette delkapittelet har vi plassert i tiltaket *ingen elever tas ut av klasserommet i matematikktimene*, fordi lærerne inkluderte alle elevene i fellesundervisninga. Alle informantene uttrykte at de *gir elevene lik tilgang til matematikkundervisning av høy kvalitet*, men det var ulike argumenter i forhold til hvorfor det ble slik. Frida poengterte at den største årsaken til dette var kvaliteten på undervisninga som ble gitt til elever som ble tatt ut i mindre grupper. På hennes skole ville elevene fått opplæring av personer uten utdanning, og undervisningen ville foregå på “den gamle måten” der læreren “må vise hvordan man gjør det, og viske bort hvis det ikke er slik man har sagt at man skal gjøre det”. Anna forklarte at på hennes skole var det lesing som ble prioritert, og det ble satt inn mange “støt” i forhold til elever som ikke hadde forventet progresjon i lesing. I matematikk ble det derimot opp til den enkelte læreren å løfte elever som hadde behov for det. Dina, Berit, Cicci og Eli poengterte at kvaliteten på fellesundervisninga var av en slik art at den var læringsfremmende for alle elevene.

Olsen mfl. (2016) sier at det er lærerens viktigste oppgave å etablere et inkluderende læringsmiljø som legger til rette for mestringsopplevelser, og som motiverer til læring. Av

den grunn har vi valgt å legge tiltakene *involverer foreldrene* og *ingen elever tas ut av klasserommet i matematikktimene* inn i det overordnede prinsippet å *inkludere*, fordi begge tiltakene handler om å skape mestringsopplevelser for elevene, samtidig som de blir ivaretatt i felleskapet.

4.6 Rammeverk

Dette rammeverket er en samlet oversikt over de grep som de seks lærerne forteller at de gjør, og kan på denne måten ses på som den kollektive kunnskapen de seks formidler. I vedlegg 7 ligger det en oversikt over hvilke grep som ble trukket frem av de ulike informantene.

Ved å ta i bruk alle grepene som lærerne til sammen sier at de tar, viser analysen at alle de ulike talehandlingene i IC-modellen til Alrø og Skovsmose (2002) dekkes (vedlegg 8). Analysen viser også at alle de matematiske kompetansene til Kilpatrick mfl. (2001) (vedlegg 9), samt Niss og Jensen (2002) (vedlegg 10) blir ivaretatt. Med dette argumenterer vi for at ved å bruke alle grepene i vårt rammeverk, kan en legge til rette for læringsfremmende dialoger i klasserommet, samt utvikling av matematisk kompetanse hos elevene.

Overordnede prinsipp	Tiltak	Grep
Å utvikle produktive holdninger	Bygger utholdenhet i læring	<ul style="list-style-type: none"> - får elevene til å investere innsats - får elevene til å forstå sammenhengen mellom innsats og mestring
Å innøve læringsfremmende samtaler	Øver på å dele tanker og prosesser	<ul style="list-style-type: none"> - inviterer til dialog ved å stille åpne og undrende spørsmål - gjør elevene bevisst på egne tanker og strategier - får elevene til å sette ord på egne tenkemåter når de regner - får elevene til å dele sine tanker og prosesser med andre
	Orienterer elevene mot hverandres tenking	<ul style="list-style-type: none"> - får elevene til å engasjere seg i hverandres tanker og ideer ved hjelp av tegn - fokuserer oppmerksomheten på sentrale elevutsagn - får elevene til å vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessig i forhold til det matematiske målet - fremhever feilsvar som verdifulle i læring
Å bevisst variere undervisninga	Skaper et tenkende klasserom	<ul style="list-style-type: none"> - skaper et undrende læringsmiljø - gir elevene undersøkende oppgaver - gir oppgaver fra hverdagen som elevene kjenner seg igjen i, og som de har noen tanker og meninger om - øver med elevene på å analysere og omforme en hverdagssituasjon til matematisk form
	Følger elevens takt	<ul style="list-style-type: none"> - sikrer læring med forståelse - øver på spesifikke basisferdigheter innen telling og regning - gjenopptar dialog med passive elever for å opprettholde høye kognitive krav
	Belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner	<ul style="list-style-type: none"> - bruker mange ulike representasjoner i opplæringa - fokuserer på at elevene skal lære å se sammenhengen mellom ulike representasjoner - øver med elevene på å konstruere sine egne representasjoner
Å skaffe seg innsikt	Vurderer og iverksetter tiltak umiddelbart	<ul style="list-style-type: none"> - vurderer elevenes tallkunnskap og regneferdigheter så tidlig som mulig - bruker vurderinga for å tilpasse opplæringa til den enkelte elev - skaper hyppige vurderingssituasjoner som avdekker de ulike delene av elevenes matematiske kompetanse
Å inkludere	Involverer foreldrene	<ul style="list-style-type: none"> - gir tilpassede lekser med god informasjon til foreldrene
	Ingen elever tas ut av klasserommet i matematikktimene	<ul style="list-style-type: none"> - gir elevene lik tilgang til matematikkundervisning av høy kvalitet

Tabell 3 Rammeverk

5 Drøfting

I analysen utviklet vi 25 grep som lærerne sier at de tar, for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk. Vi skal nå drøfte disse grepene opp mot teori og tidligere forskning innenfor tidlig innsats, tilpasset opplæring og inkludering. Vi gjør oppmerksom på at vi drøfter grepene som ligger i vårt rammeverk, og at disse grepene er en sammenstilling av det informantene brakte frem. Gjennomgående i drøftinga tar vi utgangspunkt i de fem overordnede prinsippene fra rammeverket vårt. Avslutningsvis i dette kapittelet kommer det en oppsummering og en konklusjon.

5.1 Å utvikle produktive holdninger

Det første overordnede prinsippet handler om å utvikle produktive holdninger, og innebærer ett tiltak og to grep som kan knyttes til det Bachmann og Haug (2006) kaller for tilpasset opplæring i vid forstand, fordi det handler om å bygge holdninger hos alle elevene, og normer i klassen om hva det innebærer å lære matematikk. Dette kan sees i sammenheng med det Yackel og Cobb (1996) sier om å bygge sosiomatematiske normer i klasserommet. Når lærerne vektlegger at elevene skal investere innsats, gjennom å fokusere på sammenhengen mellom innsats og mestring, skaper de en felles forståelse i klassen, altså en sosiomatematisk norm, om at innsats er viktig for å lykkes med å lære nye ting i matematikk. Et slikt syn på læring kan knyttes til å gi tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, som ifølge Unhjem mfl. (2021) handler om å ha tidlig innngripen i barns liv for å tilrettelegge for god utvikling og læring. Dersom elevene på et tidlig tidspunkt lærer at det er normalt å streve, og at de oppnår større viten ved å holde ut, forebygger man at elever skal utvikle det Dweck (2006) kaller for et statisk tankesett, som kjennetegnes av lave mestringsforventninger og liten motivasjon for å lære i faget. Å bygge utholdenhet i læring kan imidlertid også knyttes til det Bachmann og Haug (2006) kaller for tilpasset opplæring i smal forstand, fordi grepene handler om å jobbe individrettet med å få den enkelte elev til å ha tro på at evner i matematikk kan utvikles gjennom innsats. Det handler altså om å få den enkelte elev til å gjøre sitt beste i faget gjennom å være utholdende, slik at eleven etter hvert forstår at innsats bidrar til økt læring. Dette tilsvarer det Dweck (2006) kaller for å bygge et dynamisk tankesett, som innebærer å forstå at evnene i matematikk kan utvikles gjennom utprøving og innsats. Kilpatrick mfl. (2001) beskriver dette som å utvikle produktiv disposisjon, som innebærer å ha tro på at jevn innsats lønner seg i arbeidet med å lære matematikk. Å ha produktiv disposisjon vil si å kunne se på seg selv som en effektiv lærende og behandler av matematikk, og styrkes gjennom

hyppige muligheter til å oppleve mestring og fordelene av å ha utholdenhet. Når elevene opplever mestring kan det knyttes til det Strømstad mfl. (2004) sier om å føle seg *faglig inkludert*, fordi det handler om å oppleve et læringsmiljø der man får utviklet sitt potensial for læring på en best mulig måte. Haug (2020) sammenligner mestring med å *øke utbytte* hos elevene. Når elevene investerer innsats, kan de få økt utbytte av egen læring, nettopp fordi de ikke gir opp når de møter utfordringer. Deci og Ryan (2000) sier at økt kompetanse gjennom opplevelsen av mestring har stor betydning for elevens indre motivasjon i faget. Det overordnede prinsippet å *utvikle produktive holdninger* hos elevene, handler derfor om å pendle mellom tilpasset opplæring i vid- og smal forstand. I vid forstand handler det om å bygge læringsfremmende normer i klasserommet om at mestring er avhengig av utholdenhet, og dette kan sammenlignes med å gi tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, fordi det handler om å gi elevene et godt grunnlag for videre læring og utvikling. Tilpasset opplæring i smal forstand handler om å jobbe individrettet med å bygge et dynamisk tankesett hos elevene, slik at de forstår at evner kan utvikles gjennom innsats. Ettersom dette arbeidet skjer i en undervisning som favner alle elevene, kan elevene få opplevelsen av mestring, motivasjon og faglig inkludering.

5.2 Å innøve læringsfremmende samtaler

Det andre overordnede prinsippet handler om å *innøve læringsfremmende samtaler* og innebærer to tiltak og åtte grep som kan knyttes til det Bachmann og Haug (2006) kaller for tilpasset opplæring i vid forstand, fordi de handler om å få i gang gode klassesamtaler der alle elevene får mulighet til å lære gjennom å uttrykke sine ideer. For å oppnå slike samtaler sier Kazemi og Hintz (2019) at elevene må få vite *hva* og *hvordan* de skal dele i klassesamtalen. De sier videre at elevene må lære å delta i meningsfulle diskusjoner ved at det opprettes klare rammer for hva som skal inngå i en forklaring. Ettersom lærerne “øver” med elevene på å kunne dele sine tanker og prosesser, forventer de ikke at elevene skal kunne dette med en gang, og det kan derfor sammenlignes med Chapin mfl. (2009) sitt første steg mot å oppnå produktive samtaler i klasserommet, fordi lærerne hjelper elevene med å klargjøre tankene sine og dele dem med hverandre. Når lærerne ber elevene om å beskrive “hvordan” de tenker, samtidig som de vurderer og korrigerer elevenes resonnement, hjelper lærerne elevene med å forstå *hva* som skal deles i samtalen, og *hvordan* dette skal deles. Slike grep kan bidra til å inkludere flere elever i samtalen, og kan knyttes til det Haug (2020) sier om å legge til rette for *økt deltakelse* ved at alle får lære hvordan de kan ta del i samtalene på en god måte. En slik tilnærming til matematikkundervisningen kan videre sammenlignes med å gi det Unhjem

mfl. (2021) kaller for tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, fordi det handler om å øke deltakelsen til elevene, slik at en forebygger at elever føler utenforskap i samtalene som skjer i klassen.

Lærerne tok ulike grep i arbeidet med å utvikle det Chapin mfl. (2000) kaller for *produktive samtaler i klasserommet*, som innebærer å få elevene til å engasjere seg i andre elevers resonnement for å utvikle en dypere forståelse i faget. Vi kan sammenligne grepet der lærerne *inviterer til dialog gjennom åpne og undrende spørsmål*, med det Drageset (2014) beskriver som å bruke åpne spørsmål for å få framdrift. Dette fordi det handler om å få elevene til å bidra i samtalen, uten å legge føringer for hva som er riktig tenkemåte eller løsning. Ved å benytte dette grepet gir lærerne rom for at alle elevene kan bidra ut fra sine forutsetninger, noe som øker sjansene for å få frem alle elevenes synspunkter i klassesamtalen. Ved å fokusere på at alle elevene skal bli hørt og vurdert, er det i tråd med det Haug (2020) kaller for inkludering gjennom *økt medvirkning*, fordi elevene får mulighet til å delta i samtaler som angår deres egen læring. Dette kan sammenlignes med det Unhjem mfl. (2021) kaller for tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, fordi det handler om å forebygge at elevene blir upåvirket og passive til egen læring, men heller aktive pådrivere i å konstruere egen kunnskap.

To andre grep som lærerne tok for å utvikle det Chapin mfl. (2009) kaller for *produktive samtaler i klasserommet*, var å få *elevene til å fokusere oppmerksomheten på sentrale elevutsagn*, samt *vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessige*. Disse grepene kan sammenlignes med det Drageset (2014) kaller for *fokusering*, fordi lærerne stopper framdrifta ved å be elever om å reflektere og vurdere, slik at det blir mulig å belyse detaljer i forklaringene som blir gitt. Ifølge Franke mfl. (2007) er dette særdeles viktig for at elevene skal få videreutvikle sin matematiske kompetanse, og det er betydningsfullt for både den som forklarer og de som hører på. En slik måte å styre de matematiske samtalene på kan *øke utbyttet* til elevene, fordi læreren legger opp til at alle elevene skal få lære gjennom å lytte til andre, og selv bidra med egne tanker i samtalene (Haug, 2020). Dette kan igjen sammenlignes med det Unhjem mfl. (2021) kaller for tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, fordi det handler om å forebygge at skolen blir en arena uten innflytelse på barn og unge.

I arbeidet med å skape gode læresamtaler i klasserommet, blir også feilsvar fremhevet som verdifulle i læring. Dette signaliserer at alle bidrag er viktige, og legger føringer for hvilke normer som kan dannes. Ifølge Yackel og Cobb (1996) skaper lærere og elever en felles

forståelse for hva som skal være de sosiomatematiske normene i klasserommet, gjennom hva som blir vektlagt i undervisninga. I og med at lærerne verdsetter alle elevenes bidrag, og fokuserer på å se etter forskjeller og likheter i forklaringene, samt fokuserer på feilsvar som verdifulle i læring, kan det dannes sosiomatematiske normer som gjør det trygt å dele, og som fremmer både læring og inkludering for alle elevene. Ved å legge til rette for at alle elevene kan engasjere seg i hverandres tenkning, uten å fortelle direkte hva elevene skal si og gjøre, vil den produktive samtalen drives videre mot det Brendefur og Frykholm (2000) kaller for *rik kommunikasjon*, som kjennetegnes av at elevene lærer av hverandre. Kazemi og Hintz (2019) sier også at elevene må orienteres mot hverandre og de matematiske ideene, dersom man skal lykkes i å skape et klasserom der alle elevene kan bidra på lik linje. Her er det imidlertid viktig å merke seg at det tar tid å øve opp elevenes evne til å reflektere over egen læring, og at elever som strever kan oppleve dette som emosjonelt og vanskelig, ifølge William (2018). Det overordnede prinsippet *å innøve læringsfremmende samtaler*, handler derfor om å skape læringsfremmende samtaler for alle elevene gjennom å øke deltakelsen, medvirkinga og utbyttet til elevene. Dette kan sammenlignes med å gi tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, der man tar sikte på å forebygge utenforskap, passive elever og at skolen skal bli en arena uten innflytelse på elevene.

5.3 Å bevisst variere undervisninga

Det tredje overordnede prinsippet handler om *å bevisst variere undervisninga*. Siden dette er det prinsippet med flest tiltak og grep, så har vi delt det inn i tre delkapittel.

5.3.1 Å skape et tenkende klasserom

Tiltaket som handler om *å skape et tenkende klasserom* innebærer fire grep som kan knyttes til det Bachmann og Haug (2006) kaller for tilpasset opplæring i vid forstand, fordi grepene handler om å skape en frodig undervisning som engasjerer alle elevene, og som alle elevene kan dra nytte av. Det handler altså ikke om å lære spesielle teknikker for å kunne løse likelydende oppgaver, men derimot om å skape et læringsmiljø som kjennetegnes ved at både elever og lærere er utforskende og spørrende i læringa. Grepene innenfor dette tiltaket har derfor klare paralleller til det Alrø og Skovsmose (2006) kaller for undersøkelseslandskap, som innebærer å ha et syn på læring som en aktivitet som må skje av den lærende. Videre har tiltaket klare paralleller til virkelighetsprinsippet i det Van den Heuvel-Panhuizen (2001) kaller for realistisk matematikkundervisning, fordi det innebærer å engasjere elevene i matematiske prosesser som tar utgangspunkt i noe som er kjent og meningsfullt for dem. Ved

å ta utgangspunkt i elevenes egen hverdag, tar lærerne hensyn til det Vygotsky (2001) beskriver som elevenes begrepsinntrykk og begrepsuttrykk når de skal lære. Vygotsky (2001) sier at begrepsinntrykk og begrepsuttrykk henger nøye sammen, og at språklige uttrykk hos elevene er et uttrykk for elevenes tanker. Ved å gi elevene oppgaver fra deres egen hverdag, vil det gi elevene et godt utgangspunkt til å kunne tenke i og rundt problemet som skal undersøkes, nettopp fordi de har noen begrepsinntrykk, altså tanker og erfaringer i forhold til konteksten i problemet. Dette kan sammenlignes med det Van den Heuvel-Panhuizen (2001) kaller for aktivitetsprinsippet i realistisk matematikkundervisning, fordi elevene får være aktive i å konstruere egen læring gjennom å bruke ord og begreper som de forstår. Ifølge Carpenter mfl. (2017) kommer barn til skolen med en naturlig nysgjerrighet, og de er klare til å lære om verden rundt seg gjennom problemløsning. De sier videre at elevene lærer gjennom å snakke matematikk med andre, samt gjennom løsningsprosesser som er meningsfulle og naturlige for dem å bruke. Ved å ta utgangspunkt i reelle hverdagsproblemer, kan det derfor inspirere elevene til å finne løsninger selv, da det er noe som angår dem. En slik tilnærming ivaretar elevenes naturlige engasjement for å finne ut av problemer som de undrer seg over, og ivaretar derfor prinsippet om inkludering gjennom det Haug (2020) beskriver som å *øke deltakelsen* til den enkelte elev. Ved å fokusere på hverdagsmatematikk kan flere elever delta, noe som er en forutsetning for læring (Haug, 2020). Dette kan sammenlignes med å gi det Unhjem mfl. (2021) kaller for tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, fordi det handler om å forebygge utenforskap gjennom å skape en undervisning der alle elevene er inkludert i aktiviteten med å undersøke og finne svar på problemer ut fra sine egne forutsetninger.

Gjennom grepet som handler om å *øve med elevene på å analysere og omforme en hverdagssituasjon til matematisk form*, får elevene mulighet til å gå fra en mer uformell kontekstbasert forståelse, til å se sammenhenger mellom konsepter i matematikken. Dette grepet kan derfor sees i sammenheng med det Van den Heuvel-Panhuizen (2001) kaller for nivåprinsippet i realistisk matematikkundervisning, fordi lærerne tar utgangspunkt i det elevene kan og forstår fra før, til å bygge videre læring. Slike undersøkende oppgaver fra elevenes egen hverdag, kan videre knyttes til det Van den Heuvel-Panhuizen (2001) kaller for sammenfletningsprinsippet, fordi hverdagsproblematikk kan omhandle flere tema i samme oppgave, noe som gjør at elevene må lære å se sammenhenger mellom flere emner i matematikken. Dette kan bidra til å inkludere elevene gjennom det Haug (2020) kaller for å *øke utbyttet*, fordi elevene får mulighet til å øke sine kunnskaper ut fra sine egne forutsetninger sammen med andre. Dette kan knyttes til det Unhjem mfl. (2021) kaller for

tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, fordi det handler om å forebygge at elevene skal anse skolematematikken som meningsløs gjennom å fokusere på matematikk som kan være meningsfull for dem. Tiltaket å *skape et tenkende klasserom* handler altså om å skape en frodig matematikkundervisning, som favner alle elevene gjennom meningsfulle og engasjerende oppgaver i en realistisk kontekst. Videre handler det om å gjøre konteksten det arbeides i forståelig for elevene, slik at de kan være aktive i prosessen med å konstruere egen læring. Dette kan sammenlignes med å gi det Unhjem mfl. (2021) kaller for tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, der man tar sikte på å forebygge at elever faller utenfor, samt at skolematematikken skal bli ansett som meningsløs for elevene.

5.3.2 Følger elevens takt

Tiltaket som handler om å *følge elevens takt*, inneholder tre grep som kan knyttes til det Bachmann og Haug (2006) kaller for tilpasset opplæring i smal forstand, fordi grepene handler om å følge den enkelte elevs forståelse og utvikling, gjennom å veksle mellom opplæring innenfor det Vygotsky (2001) kaller for den aktuelle sonen, og den proksimale sonen. Når lærerne tar i bruk grepet å *øve på spesifikke basisferdigheter innen telling og regning*, gir de opplæring i det Vygotsky (2001) kaller for den aktuelle sonen, fordi opplæringa innebærer å øve på noe som elevene allerede kan. Lærerne jobber altså målrettet mot å sikre nødvendige basisferdigheter hos den enkelte elev. Å sikre nødvendige basisferdigheter er viktig med tanke på å bygge opp en forforståelse i faget for å kunne lære mer matematikk (Löwing & Kilborn, 2002). Löwing (2008) sier også at det er helt nødvendig at elevene behersker de grunnleggende addisjons- og subtraksjonstabellene med flyt, for å kunne gjøre mer omfattende beregninger. Videre sier hun at dersom elevene bruker all sin energi på å løse delberegninger som inngår i et problem, mangler de tankekraft til å løse de egentlige problemene de står ovenfor. Ved å benytte grepet *gjenoppta dialog med passive elever for å opprettholde høye kognitive krav*, gir lærerne opplæring i det Vygotsky (2001) kaller for den proksimale sonen, fordi de støtter elevene i deres utvikling når det oppstår utfordringer som elevene alene ikke greier å ta hånd om. Det handler om å stille spørsmål som ivaretar elevenes egen tenking og refleksjon, og ikke om det Drageset mfl. (2023) kaller for å *fortelle eller informere elevene*, som innebærer å vise eller forklare elevene hvordan noe skal gjøres. For å opprettholde høye kognitive krav stiller lærerne spørsmål som legger til rette for at eleven selv kan tenke og resonnerer. Ved å legge til rette for læring med utgangspunkt i det Vygotsky (2001) kaller for den aktuelle- og proksimale sonen, kan prinsippet om inkludering ivaretas gjennom det Haug (2020) beskriver som å *øke deltakelsen og utbyttet* til elevene.

Deltakelsen kan økes på grunn av at oppgavene blir passe vanskelige, og utbyttet kan økes ved at oppgavene gir muligheter for mestring. Tiltaket som handler om å *følge elevens takt* stiller derfor krav til det Ball mfl. (2008) kaller for kunnskap om faglig innhold og undervisning, fordi det handler om å kunne vurdere hvilke oppgaver man skal gi, og hvilke representasjoner som kan være hensiktsmessige. Grepene stiller også krav til det Ball mfl. (2008) kaller for kunnskap om faglig innhold og elever, fordi læreren må kjenne til elevens ulike måter å tenke på, samt hva eleven strever med, for å kunne vite hva eleven spesifikt skal øve på. Ball mfl. (2008) sier imidlertid at lærere som har kunnskap om faglig innhold og undervisning, vet å stille produktive spørsmål til elevene når de arbeider med oppgaver, noe som handler om å stille spørsmål der eleven må tenke selv. For å lykkes med dette tiltaket er det derfor hensiktsmessig at lærerne har kunnskaper om hva som fremmer det Alrø og Skovsmose (2002) kaller for dialogiske handlinger, som innebærer å ha samtaler der læring med særlige kvaliteter blir mulig. Tiltaket *følger elevens takt*, handler altså om å følge den enkelte elevs utvikling, gjennom å legge til rette for læring i den aktuelle- og proksimale sonen, slik at inkluderingsprinsippet ivaretas gjennom økt deltakelse og utbytte. Dette kan sammenlignes med å gi tidlig innsats i det Unhjem mfl. (2021) kaller for et tilretteleggende perspektiv, fordi man tar sikte på å gi umiddelbar inngripen i form av intensiv opplæring ved behov.

5.3.3 Belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner

Tiltaket som handler om å *belyse matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner*, innebærer tre grep som kan knyttes til det Bachmann og Haug (2006) kaller for tilpasset opplæring i vid forstand, fordi det handler om å skape en rikere matematisk forståelse for matematikk hos alle elevene, gjennom å bruke ulike representasjoner bevisst i opplæringa. Ifølge Duval (2006) er det et kognitivt gap mellom forskjellige representasjonsformer i elevenes utvikling av forståelse i matematikk. Elevene trenger derfor mange varierte øvelser når det kommer til overganger mellom ulike representasjoner, for å kunne se de ulike representasjonene i sammenheng med hverandre. Ifølge Hinna mfl. (2016) greier en god del elever å forstå *en* representasjon, men overgangen mellom ulike representasjoner kan oppleves krevende for mange. Gjennom å bruke *mange ulike representasjoner i opplæringa, samt fokusere på at elevene skal se sammenhengen mellom ulike representasjoner*, imøtekommer lærerne det Duval (2006) og Hinna mfl. (2016) sier om å skape en god forståelse i matematikk, gjennom å fokusere bevisst på bruken av

representasjoner. Hinna mfl. (2016) sier videre at det er verdifullt at elevene får lage sine egne tegninger eller figurer som representasjon for det matematiske innholdet, både fordi slike representasjoner støtter tenkinga deres når de løser problemer, men også fordi elevene kan være svært kreative i sine representasjoner. Dette kan gi verdifull innsikt i hvordan elevene tenker, men det kan også bli viktige bidrag dersom elevene utveksler representasjonene sine med hverandre. Elever kan noen ganger kjenne seg mer igjen i medelevers tankegang enn i lærerens. Dette kan gi elevene en følelse av å ha det Deci og Ryan (2000) kaller for autonomi, fordi elevene får være med på å skape forståelse i læring gjennom sine egne representasjoner. Å få skape egne representasjoner kan gi elevene opplevelsen av både økt deltakelse, medvirkning og utbytte, fordi de får være med på å påvirke- og utvikle læring til både seg selv og de andre i klassen (Haug, 2020). En slik opplæring krever det Ball mfl. (2008) kaller for spesialisert fagkunnskap i matematikk, fordi det handler om å kunne fremstille matematikken bevisst på mange forskjellige måter. Det handler også om det Ball mfl. (2008) kaller for fagdidaktisk kunnskap, fordi lærerne må ha kunnskap om både elever, undervisning og læreplan, for å kunne vite hvilke representasjoner som kan være hensiktsmessige i forhold til målet med opplæringa. Tiltaket *belyse matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner*, handler altså om å legge til rette for at alle elevene skal utvikle en dypere forståelse i faget gjennom bevisst bruk av representasjoner. Videre handler det om å øke både deltakelsen, medvirkninga og utbyttet til elevene, ved at de får være med å konstruere forståelse for både seg selv og andre gjennom å lage sine egne representasjoner. Dette kan sammenlignes med å gi tidlig innsats i det Unhjem mfl. (2021) kaller for et forebyggende perspektiv, fordi en tar sikte på å sikre en solid matematisk forståelse hos alle elevene.

5.4 Å skaffe seg innsikt

Det fjerde overordnede prinsippet handler om *å skaffe seg innsikt* og innebærer ett tiltak og tre grep som kan knyttes til det Bachmann og Haug (2006) kaller for tilpasset opplæring i både smal- og vid forstand. Tilpassa opplæring i smal forstand handler om å få tak i hva den enkelte elev kan, og tilpasse opplæringa i forhold til det. Tilpassa opplæring i vid forstand, handler om å organisere opplæringa på en slik måte at den stimulerer til lærelyst og engasjement hos alle elevene, samtidig som den gir rom for å få tak i elevenes kompetanse underveis i undervisninga. Dette overordnede prinsippet er derfor nært knyttet til prinsippet som handler om å *innøve læringsfremmende samtaler*, fordi store deler av vurderinga skjer gjennom de matematiske samtalene. Grepene handler altså ikke om de obligatoriske

kartleggingene som alle trinn skal gjennomføre, men om den vurderinga som lærerne gjør underveis i læreprosessen. *Å skaffe seg innsikt* innebærer derfor å benytte alle de fem nøkkelstrategiene, som William (2018) henviser til i formativ vurdering. Gjennom samtalene får lærerne og elevene *avklart* hva som kvalifiserer til en god forklaring, elevene blir *aktivert* i egen læring ved at de må reflektere over egen forståelse, og elevene blir aktivert som *ressurser for hverandre* når de må dele sine tanker og strategier. Disse prosessene *fremkaller bevis for læring*, og gjør at lærerne kan *gi tilbakemelding som driver læringa fremover*. William (2018) påpeker at de fem nøkkelstrategiene kan bidra til at lærerne lykkes i arbeidet med å imøtekomme elevenes behov ved å gjøre undervisningen adaptiv. *Å skaffe seg innsikt*, kan derfor sammenlignes med å gi det Unhjem (2021) kaller for tidlig innsats i et tilretteleggende perspektiv, fordi det handler om å identifisere lærevansker og iverksette tiltak med en gang. Samtidig kan tiltaket handle om tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, fordi lærerne vurderer elevens kompetanse fortløpende i løpet av undervisninga, og bruker denne informasjonen til å tilrettelegge for den videre opplæringa til eleven. På denne måten forebygger lærerne at vansker vokser seg større ved at de blir oppdaget tidlig.

5.5 Å inkludere

Det femte overordnede prinsippet handler om *å inkludere*, og innebærer to tiltak og to grep som kan knyttes til det Bachmann og Haug (2006) kaller for tilpasset opplæring i både smal- og vid forstand. Tilpassa opplæring i smal forstand handler om å *gi tilpassede lekser med god informasjon til foreldrene* for å lykkes i arbeidet med elever som av en eller annen grunn strever. Selv om dette ikke er snakk om undervisning i ordets rette betydning, så handler det om å benytte foreldrene som aktive bidragsyttere i prosessen med å nå skolens mål. Nordahl (2007) påpeker at forskning har påvist en klar sammenheng mellom graden støtte som foreldrene gir, og de prestasjoner som barn viser i skolen. Han sier at det er viktig at foreldrene blir sett på som avgjørende personer i barns liv, og at samarbeidet må ta utgangspunkt i hva læreren og foreldrene kan gjøre sammen for at barna skal få best mulig utvikling og læring (Nordahl, 2010). Samnøy (2015) sier også at dersom foreldrene får vite hensikten med leksene, er det lettere for dem å bidra i dette arbeidet gjennom å støtte sine barn. Tiltaket som handler om *å involvere foreldrene* kan derfor knyttes til det Unhjem mfl. (2021) kaller for tidlig innsats i et tilretteleggende perspektiv, fordi det handler om tidlig inngripen til elever som strever gjennom tilpassede lekser og tett samarbeid med foreldrene.

Tilpassa opplæring i vid forstand handler i dette overordnede prinsippet om å gi alle elevene lik tilgang til matematikkundervisning av høy kvalitet. Dette synet på opplæring handler om å ha et kollektivt fokus der man tar utgangspunkt i at hver enkelt elev skal få utfordringer og tilstrekkelig utbytte i fellesskap med andre. Kvaliteten på fellesundervisninga er derfor helt sentral innenfor denne typen opplæring (Bachmann & Haug, 2006). Haug (2006) viser også til at alle barn har behov for å tilhøre en gruppe, samt oppleve å være i et sosialt fellesskap med andre, men at utfordringa ligger i å kunne legge til rette for opplæring som favner alle elevene. Gjennom det overordnede prinsippet å *inkludere*, legger lærerne til rette for det Haug (2020) kaller for å *øke fellesskapet og deltakelsen* til elevene, fordi de legger vekt på at undervisninga skal favne alle barn, og at alle skal få mulighet til å delta ut fra sine forutsetninger. Dette kan gi elevene en opplevelse av å være sosialt inkludert, som ifølge Strømstad mfl. (2004) vil si å føle seg trygg gjennom å ha tilhørighet til læringsfellesskapet. Det overordnede prinsippet å *inkludere* kan derfor knyttes til det Unhjem mfl. (2021) kaller for tidlig innsats i et forebyggende perspektiv, fordi det handler om å ta hensyn til, og anerkjenne mangfoldet i undervisninga, slik at alle elevene får mulighet til å utvikle det Niss og Jensen (2002), samt Kilpatrick mfl. (2001) kaller for matematisk kompetanse. Utfordringen her, slik vi anser det, vil ligge i å balansere den enkelte elevs potensial og premisser for utvikling, opp mot innsikt i hva som ligger i å være i normal utvikling.

Å jobbe etter det overordnede prinsippet om å *inkludere*, handler altså om å jobbe i spenningsfeltet mellom forebyggende- og tilretteleggende tidlig innsats. I det forebyggende perspektivet handler det om å legge til rette for en undervisning som ivaretar mangfoldet i elevgruppa. I det tilretteleggende perspektivet handler det om å ha innsikt i hva som ligger i “normal utvikling” i faget, slik at en tidlig greier å identifisere elever som ikke følger “normal progresjon”. Arbeidet med tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk, kan derfor være et verktøy i arbeidet med å få til en bedre tilpasset opplæring og økt inkludering. Dette fordi alle de tre prinsippene må praktiseres og ses i lys av de verdiene skolen har, og retter søkelyset mot både det organisatoriske- og det pedagogiske nivået.

5.6 Oppsummering

Gjennom denne studien har vi avdekket 25 grep som anerkjente lærere sier at de tar i bruk, for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk. Drøftinga viser at grepene som lærerne sier at de tar er i et dynamisk samspill med hverandre, der alle grepene har den hensikt å utvikle det Kilpatrick mfl. (2001), samt Niss og Jensen (2002) kaller for

matematisk kompetanse hos elevene. Lærerne navigerer altså mellom å gi tilpasset opplæring i det Bachmann og Haug (2006) kaller for smal- og vid forstand, og tidlig innsats i det Unhjem mfl. (2021) beskriver som et tilretteleggende- og forebyggende perspektiv. I den vide versjonen av tilpassa opplæring, og i den forebyggende tidlige innsatsen fokuserer lærerne på å gi alle elevene det Van den Heuvel-Panhuizen (2001) kaller for realistisk matematikkundervisning, der undersøkende læringsprosesser, sett med barns øyne står sentralt. Videre blir opplæringa i vid versjon og forebyggende perspektiv gitt gjennom produktive samtaler, der lærerne forsøker å skape faglige og gode diskusjoner, og der alle elevenes forklaringer blir ansett som verdifulle. Dette gir elevene mulighet til å oppleve både kompetanse, autonomi og tilhørighet, noe Ryan og Deci (2002) sier har stor betydning for utvikling av indre motivasjon hos elevene. Videre fokuserer lærerne på et inkluderende og verdsettende læringsmiljø, som gir grobunn for det Yackel og Cobb (1996) kaller for læringsfremmende sosiomatematiske normer i klasserommet. Gjennom det William (2018) kaller for formativ vurdering, skaffer de seg innsikt i elevenes kompetanse, noe som former den videre opplæringa. Med utgangspunkt i hva elevene kan, veksler lærerne mellom å jobbe forebyggende, gjennom tilpasset opplæring i vid forstand, og tilretteleggende, gjennom tilpasset opplæring i smal forstand. Den tilpassede opplæringa i smal forstand, og den tilretteleggende tidlige innsatsen foregår gjennom å automatisere basisferdigheter, sikre forståelse og deltakelse ved å gjenoppta dialog med passive elever, og tilpassede lekser med god informasjon til foreldrene. Gjennom å veksle mellom tilpasset opplæring i smal- og vid forstand, imøtekommer lærerne utfordringene som ligger i å *øke utbytte, -medvirkningen, -deltakelsen og -fellesskapet* for elevene, noe Haug (2020) beskriver som viktige elementer for å lykkes i arbeidet med inkludering og tidlig innsats, da graden på inkludering og tilpasset opplæring, påvirker sjansene for å lykkes med tidlig innsats i skolen.

6 Konklusjon

I denne studien har vi forsket på følgende problemstilling:

Hvilke grep sier anerkjente lærere at de tar i bruk for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk?

Da dette er noe vi har lurt på over tid, og som vi ikke har funnet svar på gjennom litteratur eller andre instanser, ønsket vi å snakke med lærere som var kjent for å få dette til. Vi ville utvikle kunnskap på området, som både vi og andre lærere kan dra nytte av i klasserommet. For å finne svar på problemstillinga, intervjuet vi seks anerkjente lærere fra hele Norge. Vi benyttet semi-strukturerte intervju for å få frem lærernes egne erfaringer og kunnskaper om hva som kan være nyttige grep å ta. Det lærerne brakte inn i intervjuene ble tematisk analysert for å se etter fellestrekk ved deres undervisning. Gjennom analysen utviklet vi et rammeverk med 25 grep, som er en sammenstilling av de grepene som lærerne sier at de tar. Disse grepene samlet vi videre i ni tiltak og fem overordnede prinsipp. Ved å jobbe etter det første prinsippet som handler om *å utvikle produktive holdninger*, bygger lærerne utholdenhet i læring gjennom å fokusere på at elevene må investere innsats for å lykkes i arbeidet med å lære matematikk. Ved å fokusere på dette, kan elevene lære at evner kan utvikles gjennom innsats og utprøving, noe Dweck (2006) beskriver som viktig for å bygge et dynamisk tankesett. Gjennom det andre prinsippet som handler om *å utvikle læringsfremmende samtaler*, øver lærerne med elevene på at de skal dele sine tanker og prosesser med hverandre. Elevene kan lære hvordan de kan bidra i de matematiske samtalene ved å rette oppmerksomheten mot dette, noe som Chapin (2009) fremhever som viktig for å oppnå produktive samtaler der elevene kan lære av hverandre. I dette arbeidet er lærerens kompetanse i å styre de matematiske samtalene mot det matematiske målet, samtidig som en baserer samtalene på elevenes tenkning, betydningsfull (Ball mfl., 2008). Når lærerne jobber etter det tredje prinsippet, som handler om *å bevisst variere undervisninga*, veksler de mellom å skape et tenkende klasserom for alle elevene, og å følge elevens takt. Det handler altså om å legge til rette for opplæring med kvalitet, og som alle elevene kan dra nytte av, samtidig som elevenes individuelle behov blir ivaretatt. Ved å fokusere på dette, får alle elevene mulighet til å øke sine kunnskaper ut fra sine egne forutsetninger sammen med andre, noe Haug (2020) sier er viktig for å inkludere alle elevene i opplæringa. Ved å jobbe etter det fjerde prinsippet, som innebærer *å skaffe seg innsikt*, handler det om å skape vurderingssituasjoner fortløpende i løpet av undervisninga, slik at læreren kan iverksette tiltak umiddelbart. Dette arbeidet er,

ifølge William (2018) essensielt for å lykkes med å imøtekomme elevenes behov. Ved å jobbe etter det femte prinsippet som handler om å *inkludere*, blir ingen elever tatt ut av klasserommet, fordi kvaliteten på fellesundervisninga skal være av en slik kvalitet at den favner alle elevene. Prinsippet handler også om å involvere foreldrene i arbeidet rundt eleven, gjennom å gi god informasjon omkring hva de kan øve på hjemme. Å jobbe inkluderende på denne måten støttes av Nordahl (2010) som sier at det er en klar sammenheng mellom de prestasjoner som barn viser i skolen, og graden støtte som foreldrene gir.

Ved å benytte grepene som er utviklet gjennom denne studien, argumenterer vi for at elevene får mulighet til å utvikle en solid matematisk kompetanse, gjennom å delta i læringsfremmende dialoger i undersøkende arbeidsprosesser. Grepene kan også bidra til å ivareta prinsippet om tidlig innsats, fordi de legger til rette for bedre tilpasset opplæring og inkludering i skolen, og som er viktige faktorer for å lykkes med tidlig innsats.

6.1 Veien videre

Denne studien har vært en øyeåpner når det gjelder undervisning og tidlig innsats i skolen. Vi har gått fra å søke etter gode “reparerende” tiltak som kan hjelpe elevene til å oppnå forventet progresjon, til å dykke dypere inn i vår egen undervisningspraksis. Vi har innsett hvor viktig det er å øke vår spesialiserte og fagdidaktiske kunnskap for å skape undervisning som favner alle elevene, og som gir rom for tenkning, dialog og undersøkende arbeidsprosesser. I vårt daglige virke har vi tatt i bruk disse grepene, og vi ser allerede tydelige endringer i elevenes engasjement, kritiske tenkning og utholdenhet i læring. Vi har også innsett at det er en utfordring å skape meningsfulle samtaler i klasserommet, og vi har vært nødt til å øve mye for å forbedre oss. Vi vet nå at det er viktig å unngå den vanlige fellen med å bare “vise og forklare”, og isteden fokusere på å stille spørsmål som stimulerer elevenes egen tenkning og kreativitet. Vi erfarer også betydningen av å være bevisst på hvilke sosiomatematiske normer som kan dannes i klasserommet, da disse har stor betydning for om elevene tør å dele sine strategier og tanker med andre. De har også betydning for i hvilken grad en greier å inkludere alle elevene i de undersøkende læringsprosessene.

I denne studien har vi forsket på hva seks anerkjente lærere sier at de gjør for å ivareta ideen om tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk. Det hadde derfor vært svært interessant å forske på flere anerkjente lærere, for å se etter likhetstrekk og forskjeller i henhold til vår studie. Det hadde også vært interessant å forske på lærerens bruk av disse grepene i praksis,

da en anvendelse av dem kan gi betydningsfull innsikt i hva det vil si å ha god undervisningspraksis i begynneropplæringa i matematikk.

Referanseliste

- Aguirre, J., Ingram, J. K., & Martin, D. B. (2013). *The Impact of Identity in K-8 Mathematics: Rethinking Equity-Based Practice*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education. Intention, Reflection, Critique*. Kluwer Academic Publishers.
- Alrø, H. & Skovsmose, O. (2006). Undersøkende samarbeid i matematikkundervisning-udvikling av IC-modellen. I O. Skovsmose, M. Blomhøj, H. Alrø, H. Bødtkjer, I. Christiansen, B. Dahl, T. Wedege (Red.), *Kunne det tænkes? - om matematikklæring* (s. 110-126). Forlag Malling Beck A/S.
- Alseth, B. & Røsselund, M. (2006). Undersøkelseslandskap i matematikk. I M. E. Frislid & H. Traavik (Red.), *Boka om GLSM*. Universitetsforlaget.
- Angrosino, M. V. & Perés, K. A. M. de. (2000). Rethinking Observation: From Method to Context. I N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Red.), *Handbook of Qualitative Research* (s. 673-702). Sage Publication, Inc.
- Ball, D. L. & Bass, H. (2003). Toward a practice-based theory of mathematical knowledge for teaching. I E. Simmt & B. Davis (Red.), *Proceedings of the 2002 Annual Meeting of the Canadian Mathematics Education Study Group* (s. 3-14).
- Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content Knowledge for Teaching: What Makes It Special? *Journal of Teacher Education*, 59(5), (s. 389-407). DOI: 10.1177/0022487108324554
- Bachmann, K. E. & Haug, P. (2006). *Forskning om tilpasset opplæring*. Høgskulen i Volda. [Forskning om tilpasset opplæring \(udir.no\)](http://www.uvolda.no/forskning-om-tilpasset-opplering)
- Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology*, 3(2), (s.77-101). <https://doi.org/10.1191/1478088706qp063oa>
- Brendefur, J. L. & Fykholm, L. (2000). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two Preservice Teachers' Concepts and Practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, (s. 125-153). DOI: [10.1023/A:1009947032694](https://doi.org/10.1023/A:1009947032694)

- Brinkmann, S. (2013). *Qualitative interviewing*. Oxford University Press.
- Cazden, C. B. (1988). *Classroom discourse: the language of teaching and learning*. Heinemann.
- Carpenter, T. P., Franke, M. L., Nicholas, C. J., Turrou, A. C. & Wager, A. A. (2017). *Young Children's Mathematics. Cognitive Guided Instruction in Early Childhood Education*. Heinemann.
- Chapin, S. H., O'Connor, C. & Anderson, N. C. (2009). *Classroom Discussions: Using Math Talk to Help Students Learn* (2. utg) Math Solutions.
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.
- Crespo, S. M. & Kyriakides, A. O. (2007). Research, Reflection, Practice: To Draw or Not to Draw: Exploring Children's Drawings for Solving Mathematics Problems. *Teaching Children Mathematics*, 14(2), (s. 118-125).
<https://doi.org/10.5951/TCM.14.2.0118>
- Cresswell, J. W. (2012). *Educational research. Planning, conducting and evaluating quantitative and qualitative research*. Pearson Education.
- Cresswell, J. W. (2013). *Qualitative inquiry & research design: choosing among five approaches* (3.utg.). Sage.
- Cresswell, J. W. & Creswell, J. D. (2018). *Research design: qualitative, quantitative & mixed methods approaches* (5.utg.). Sage.
- Cury, F., Elliot, A. J., Fonseca, D. D. & Moller, A. (2006). The social-cognitive model of achievement motivation and the 2 x 2 achievement goal framework. *Journal of Personality and Social Psychology*, 90, (s. 666-679). DOI: [10.1037/0022-3514.90.4.666](https://doi.org/10.1037/0022-3514.90.4.666)
- Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode* (2.utg.). Universitetsforlaget.

- Deci, E. L. & Ryan R. M. (2000). The “What” and “Why” of Goal Pursuits: Human needs and the Self-Determination of Behavior. *Psychological Inquiry*, 11(04), 227-268.
https://doi.org/10.1207/S15327965PLI1104_01
- Dewey, J. (1961). *Democracy and Education. An introduction to the philosophy of education*. The Macmillian Company.
- Drageset, O.G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions – a framework for describing how teachers use students’ comments to work with mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 85(2), (s. 281-304).
<http://dx.doi.org/10.1007/s10649-013-9515-1>
- Drageset, O. G. (2016). Korleis lærarar leier ein matematisk samtale. I R. Herheim & M. Johnsen-Høines (red.), *Matematikksamtaler. Undervisning og læring - analytisk perspektiv* (s. 169-180). Caspar forlag.
- Drageset, O. G., Allern, T. H, Røsseland, M., Bertolini, M. & Cangemi, E. (2023). *Curious Classrooms: A Drama Approach to Mathematics Teaching*. Ikke publisert. Sendt til Review.
- Duval. R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational studies in Mathematics*, 61, (s.103-131).
- Dysthe, O. (1995). *Det flerstemmige klasserommet: skriving og samtale for å lære*. Ad Notam Gyldendal.
- Dweck, C. S. (2006). *Mindset. The New Psychology of Success*. Ballantine Books.
- Eide, H. & Eide, T. (2017). *Kommunikasjon i relasjoner Personorientering, samhandling og etikk* (3. utg.). Gyldendal Akademisk.
- Eik, L. T., Karlsen, L. & Solstad, T. (2007). *Lekende læring og lærende lek i en endret skole*. Pedlex.
- Elfström, I., Nilsson, B., Sterner, L. & Wehner-Godee, C. (2016). *Barn og naturvitenskap. Oppdag, utforske og lære i barnehage og skole*. Cappelen Damm Akademiske.

- Featherstone, H., Crespo, S., Jilk, L. M., Oslund, J. A., Parks, A. N., & Wood, M. B. (2011). *Smarter Together! Collaboration and Equity in the Elementary Math Classroom*. National Council of Teachers of Mathematics.
- Fontana, A. & Frey, J. H. (2000). The intervju: From structured questions to negotiated text. I N. K. Denzin & Y. S. Lincon (Red.), *Handbook of Qualitative Research* (s. 361-376). Sage Publication.
- Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester & M. National Council of Teachers of (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 225-256). Information Age. ([PDF](#)) [Mathematics teaching and classroom practice \(researchgate.net\)](#)
- Franck, K. (2017). Neoliberalisering av normaliteten og det kompetente barnet. I E. J. Lyngseth & B. Mørland (Red.), *Tidlig innsats i tidlig barndom* (s. 151-167). Gyldendal Akademiske.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical Phenomenology of Mathematical Structures*. Reidel.
- Gleiss, M. S. & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter: Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm akademisk.
- Guba, E. & Lincoln, Y. S. (1988). Do inquiry paradigms imply inquiry methodologies? I D. M. Fetterman (Red.), *Qualitative Approaches to Evaluation in Education* (s. 89 – 115). Praeger.
- Hattie, J. (2009). *Visible learning. A synthesis of over 800 meta-analysis relation to achievement*. Routledge.
- Hana, G. M. (2014). *Matematiske tenkemåter: Matematikk for lærerutdanningen*. Caspar Forlag.
- Haug, P. (2014). *Dette vet vi om inkludering*. Gyldendal Akademiske.
- Haug, P. (2015). Seksåringsreforma. Om innføring av seks års alder for skulestart og tiårig obligatorisk grunnskole. *Norsk Pedagogisk tidsskrift*, 99(6), 403-416.

- Haug, P. (2020). Inclusion in Norwegian Schools: pupils' experiences of their learning environment. *Education*, 48(3), 303-315.
- Hausstätter, R. S. (2012). *Inkluderende spesialundervisning*. Fagbokforlaget.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I J. Hibert (Red.), *Conceptual and Procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27) Lawrence Erlbaum Associates.
DOI: [10.4324/9780203063538](https://doi.org/10.4324/9780203063538)
- Hinna, K. R. C, Rinvold, R. A. & Gustavsen, T. S. (2016). *QED 1-7. Matematikk for grunnskolelærerutdanningen Bind 1*. Cappelen Damm Akademiske
- Høgheim, S. (2020). Masteroppgaven i GLU. Fagbokforlaget.
- Jensen, F., Pettersen, A., Frønes, T.S., Kjærnsli, M., Rohatgi, A., Eriksen, A. & Narvhus, E. K. (2018). *PISA 2018. Norske elevers kompetanse i lesing, matematikk og naturfag*. Universitetsforlaget. [kortrapport-pisa-2018.pdf \(udir.no\)](#)
- Jensen, E.S. & Lillejord, S. (2009). Tilpasset opplæring: Politisk dragkamp om pedagogisk praksis. *Acta Didactica*, 3(1), 1-15. <https://doi.org/10.5617/adno.1040>
- Kazemi, E. & Hintz, A. (2019) *Målrettet samtale: Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner*. Cappelen Damm AS.
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001) *Adding it up: Helping Children Learn Mathematics*. The National Academies Press
- Kleven, T. A. (2008). Validity and validation in qualitative and quantitative research. *Nordisk pedagogikk*, 28(03), 219-233.
- Krumsvik, R. J. (2014). *Forskningsdesign og kvalitativ metode: Ei innføring*. Fagbokforlaget.
- Kunnskapsdepartementet (2019). *Læreplan i matematikk (MAT 01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020. [Læreplan i matematikk 1.–10. trinn \(MAT01-05\) \(udir.no\)](#)

- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg.). Gyldendal akademisk.
- Liljedahl, P. (2021). *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning*. Corwin Press.
- Lillejord, S. (2022). Skoleledelse, tilpasset opplæring og tidlig innsats. I H. Bjørnsrud & S. Nilden (Red.) *Tidlig innsats - i en skole for alle?* (s. 157-183). Cappelen Damm Akademiske.
- Lillemyr, O. F. (1998). *Lek og læring i barnehage og småskole*. Nord-Trøndelagsforskning.
- Löving, M. (2008). *Grunnlæggende aritmetik. Matematikdidaktik för lärare*. Studentlitteratur AB.
- Löwing, M. & Kilborn, W. (2002). *Baskunskaper i matematik för skola, hem och samhälle*. Studentlitteratur.
- Merriam, S. B. & Associates (2002). *Qualitative Research in Practice*. Jossey-Bass.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education*. Jossey-Bass Publishers.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation* (3.utg.). Jossey- Bass.
- Meld. St. 18 (2010-2011). *Læring og fellesskap*. Kunnskapsdepartementet.
[Meld. St. 18 \(2010–2011\) - regjeringen.no](#)
- Meld. St. 21 (2016-2017). *Lærelyst - tidlig innsats og kvalitet i skolen*. Kunnskapsdepartementet. [Meld. St. 21 \(2016–2017\) - regjeringen.no](#)
- Meld. St. 6 (2019-2020). *Tett på- tidlig innsats og inkluderende fellesskap i barnehage, skole og SFO*. Kunnskapsdepartementet. [Meld. St. 6 \(2019–2020\) - regjeringen.no](#)
- Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk - Rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten* (2), s. 2-4.

- NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora (5.utg.)*.
Forskningsetiske komiteer. [forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora \(forskningsetikk.no\)](https://forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora.forskningsetikk.no)
- Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til utvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriet.
[028607 UVM Mat Kompetencer \(matematikkensenteret.no\)](https://matematikkensenteret.no/028607_UVM_Mat_Kompetencer)
- Nordahl, T. (2007). *Hjem og skole – hvordan skape et bedre samarbeid?*
Universitetsforlaget.
- Nordahl, T. (2010). *Eleven som aktør- Fokus på elevens læring og handlinger i skolen (2.utg.)*. Universitetsforlaget AS.
- Nordahl, T., Persson, B., Dyssegaard, C. B., Hennestad, B. W., Wang, M. V., Martinsen, J., Vold, E. K., Paulsrud, P. & Johnsen, T. (2018). *Inkluderende fellesskap for barn og unge*. Fagbokforlaget.
- Nystrand, M., Gamoran, A., Kachur, R. & Prendergast, C. (1997). *Opening Dialogue*. Teachers College Press.
- Olsen, M. H. (2013). *En inkluderende skole?* Cappelen Damm Akademiske.
- Olsen, M. H., Mathisen, A. R. P., & Sjøblom, E. (2016). *Faglig inkludert? Fortellinger fra elever med ulik måloppnåelse*. Cappelen Damm AS.
- Opplæringslova (1998). *Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (LOV-1998-07-17-61)* Lovdata. [Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa \(opplæringslova\) - Lovdata](https://lovdata.no/dokument/lovdata/Lovdata_1998_07_17_61)
- Patall, E. A., Cooper, H. & Robinson, J. C. (2008). *Parent Involvement in Homework: A Research Synthesis*. Review of Educational Research, 78(4), s.1039-1101.
- Pettersvold, M. & Østrem, S. (2012). *Mestrer, Mestrer ikke: jakten på det normale barnet*. Res Publica.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: en innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier (2.utg.)*. Universitetsforlaget.

- Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I., & Søbstad, R. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.
- Rasborg, K. Socialkonstruktivisme. I M. Henricson (Red.), *Videnskabelig teori og metode: fra idé til eksamination*, (s. 377-399). Munksgaard.
- Reikerås, E. (2014). Utviklingsspor av matematikk hos de yngste barnehagebarna. I V. Glaser, I. Størksen & M.B. Drugli (Red.), *Utvikling, lek og læring i barnehagen. Forskning og praksis*. Fagbokforlaget.
- Repstad, P. (2007). *Mellom nærhet og distanse. Kvalitative metoder i samfunnsfag*. (4.utg.) Universitetsforlaget.
- Rogstad, J. & Reegård, K. (2016). *De Frafalne: om frafall i videregående opplæring - hvem er de, hva vil de og hva kan gjøres?* Gyldendal Akademiske
- Ross, K. A. (1998). A research companion to principles and standards for school. *The America Mathematical Monthly*, 105(3), 252-255.
- Ryan, R. M. & Deci, E. L. (2002). Overview of Self-Determination Theory: An Organismic Dialectical Perspectiv. I E.L. Deci & R. M. Ryan (Red.), *Handbook of Self-Determination Research* (s. 3-33) The University of Rochester Press
- Samnøy, S. (2015). *På samme lag. Samarbeid mellom hjem og skole*. Gyldendal Akademiske.
- Sawyer, R. K. (2006) *Introduction. The New Science of Learning*. Cambridge University Press.
- Skemp, R. R. (1976). Rational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, 77(1), s. 20-26. [Microsoft Word - 01.Skemp1.doc \(maths.org\)](#)
- Stake, R. E (1995). *The Art of Case Studies*. Sage Publications, Inc.
- Stedøy, I. (2018). *Utforskende matematikkundervisning*. [Utforskende matematikkundervisning \(matematikkenteret.no\)](#) (Hentet 30.10.2023)
- St. Meld. Nr. 16 (2006-2007) *...og ingen sto igjen. Tidlig innsats for livslang læring*. Kunnskapsdepartementet [St.meld. nr. 16 \(2006-2007\) - regjeringen.no](#)

- Stockero, S. L., Leatham, K. R., Ochieng, M. A., Van Zoest, L. R. & Peterson, B. E. (2020). Teachers' orientation toward using student mathematical thinking as a resource during whole-class discussion. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 23, 237-267. [Teachers' orientations toward using student mathematical thinking as a resource during whole-class discussion \(nsf.gov\)](#)
- Strømstad, M., Nes, K. & Skogen, K. (2004). *Hva er inkludering?: "En vurdering av om innføring av Reform 97 har ført til at skoler har utviklet inkluderende praksis, sosialt, faglig og kulturelt"*. Opplandske bokforlag og Norges Forskningsråd.
- Thagaard, T. (2018). *Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitative metoder* (5. utg.), Fagbokforlaget.
- Treffers, A. (1987). *Three Dimensions. A Model of Goal and Theory Description in Mathematics Instructions – The Wiskobas Project*. Riedel Publishing Company.
- Unhjem, A., Fasting, R. B. & Olsen, M. H. (2021). Tidlig innsats- et pedagogisk spenningsfelt. I M. H. Olsen & R. B. Fasting (Red), *Tidlig innsats* (s. 11-36). Cappelen Damm Akademiske.
- Utdanningsdirektoratet (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for kunnskapsløftet 2020. [Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen \(udir.no\)](#)
- Utdanningsdirektoratet. (2021, 11. januar). *Veilederen spesialundervisning*. [Veilederen Spesialundervisning \(udir.no\)](#)
- Utdanningsdirektoratet. (2022, 31. mars). *Tilpasset opplæring*. [Tilpasset opplæring \(udir.no\)](#)
- Utdanningsdirektoratet. (2023, 6. september). *Kartleggingsprøver*. [Kartleggingsprøver \(udir.no\)](#)
- Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2001). Realistic mathematics education in the Netherlands. I J. Anghileri (Red.), *Principles and Practices in Arithmetic Teaching*. Open University Press.

- Van den Heuvel-Panhuizen, M. & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematic Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education*, Springer Reference.
[RME.pdf \(uu.nl\)](#)
- Vik, S. & Haustätter, R. S. (2014). Fra “Early Intervention” til tidlig innsats: Utfordringer ved adopsjon av amerikanske intervensjonsprogrammer til norsk pedagogikk. *Spesialpedagogikk*, 6(14), 45-57. [Fra «early intervention» til tidlig innsats \(utdanningsforskning.no\)](#)
- Vygotsky, L. (2001). *Tenkning og Tale*. Gyldendal Akademiske.
- William, D. (2018). *Embedded formative assessment*. Solution Tree Press.
- Wood, T. (1998). Alternative Patterns of Communication in Mathematics Classes: Funneling or Focusing? I H. Steinbring, M. G. Bussi, & A. Sierpinksa (Red.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (s. 167-178). National Council of Teachers of Mathematics.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27 (4), 458-477.
DOI: [10.2307/749877](https://doi.org/10.2307/749877)
- Wells, G. (1993). Reevaluating the IRF sequence: A proposal for the articulation of theories of activity and discourse for the analysis of teaching and learning in the classroom. *Linguistics and Education*, 5(1) 1-37. [https://doi.org/10.1016/S0898-5898\(05\)80001-4](https://doi.org/10.1016/S0898-5898(05)80001-4)
- Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematik og undersøkende matematikkundervisning*. [Doktoravhandling]. Norges teknisk-naturvitenskaplige universitet <http://hdl.handle.net/11250/258129>

Vedlegg 1: Godkjenning fra Sikt



[Meldeskjema](#) / [Tidlig innsats i matematikk i begynneropplæringa](#) / Vurdering

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer
267032

Vurderingstype
Standard

Dato
03.07.2023

Tittel

Tidlig innsats i matematikk i begynneropplæringa

Behandlingsansvarlig institusjon

UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig

Ove Gunnar Drageset

Student

Wibeke Olaussen Mathisen og Camilla Bartholdsen

Prosjektperiode

01.01.2022 - 01.11.2023

Kategorier personopplysninger

Alminnelige

Lovlig grunnlag

Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 01.11.2023.

[Meldeskjema](#)

Kommentar

Personverntjenester har vurdert endringene registrert i meldeskjemaet.

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg. Behandlingen kan fortsette.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET

Vi vil følge opp ved ny planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til videre med prosjektet!

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet «Tidlig innsats i matematikk i begynneropplæringa»

Bakgrunn og formål

Vi heter Wibeke Olaussen Mathisen og Camilla Bartholdsen og er i gang med en fagdidaktisk masteroppgave i matematikdidaktikk ved UIT Norges Arktiske Universitet. Vi skal undersøke hvilke grep anerkjente lærere tar for å ivareta ideen om tidlig innsats i forhold til matematikk i begynneropplæringa. For å ivareta ideen om tidlig innsats i skolen skal det settes inn tiltak med en gang elevenes utfordringer er oppdaget. Vår erfaring fra læreryrket og nettverksarbeid innenfor matematikket er at vi tidlig greier å *identifisere* elevene som trenger tidlig innsats. Utfordringene ligger imidlertid i *hva* som skal *gjøres* og *hvordan* dette skal gjennomføres når elevene er identifisert. Vi ønsker derfor å finne tiltak som lærere iverksetter for å lykkes i arbeidet med tidlig innsats.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?

Vi har fått tips om at du lykkes i arbeidet med tidlig innsats i begynneropplæring i matematikk. Vi ønsker derfor å intervju deg for å finne ut hvilke grep du tar i ditt arbeid. Vi ønsker at du skal ha tenkt igjennom en «suksesshistorie», altså en beskrivelse av hva du som lærer gjorde en gang du følte at du lyktes med tidlig innsats i matematikk. Denne historien vil være utgangspunktet for intervjuet. I tillegg kommer vi til å stille deg noen oppfølgingsspørsmål underveis i samtalen. Tid og sted for gjennomføring av intervjuet avtaler vi nærmere.

Vi gjør oppmerksom på at det vil bli tatt lydopptak av intervjuet, og intervjuet vil vare i ca. 30 minutter. Som deltaker i denne studien vil det ikke bli samlet inn personopplysninger fra deg annet enn at besvarelsen din vil bli merket med en form for kodenøkkel, slik at det vil være mulig å finne frem til spesifikk data hvis du velger å trekke deg.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle innsamlede data fra deg vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg. Opplysningene vil bli behandlet konfidensielt, og ingen enkeltpersoner eller skoler vil kunne gjenkjennes i den ferdige oppgaven. Opplysninger anonymiseres og opptakene slettes når oppgaven er ferdig, innen utgangen av november 2023. Dersom du kunne tenke deg å delta på et intervju, er det fint om du kan skrive under på den vedlagte samtykkeerklæringen.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. All informasjon som blir innhentet i intervjuet vil kun bli behandlet av undertegnede (Wibeke og Camilla) og veilederne våre (Ove Gunnar Drageset og Thomas F. Eidissen). Kodenøkkel som gjør det mulig å koble lydopptaket opp mot intervjuobjektet vil være overvåket, adskilt fra andre data, og innelåst i et skap når vi ikke arbeider med opptakene. Prosjektet avsluttes og leveres innen utgangen av november 2023, og da vil kodenøkkel og alle intervju bli slettet og makulert.

Hvor kan jeg finne ut mer?

Hvis du har spørsmål til studien ta kontakt med:

Wibeke Olaussen Mathisen på e-post [REDACTED]

[REDACTED]

Camilla Bartholdsen på e-post [REDACTED]

UIT Norges Arktiske Universitet ved Ove Gunnar Drageset,

på e-post [REDACTED]

UIT Norges Arktiske Universitet ved Thomas F. Eidissen,

på e-post [REDACTED]

Sikt- kunnskapssektorens tjenesteleverandør,

på e-post [REDACTED] eller telefon: [REDACTED]

Med vennlig hilsen

Wibeke Olaussen Mathisen
(student)

Camilla Bartholdsen
(student)

Ove Gunnar Drageset
(veileder)

Thomas F. Eidissen
(veileder)

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjonen om prosjektet «tidlig innsats i matematikk i begynneropplæringa», og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

å delta i intervju

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet i november 2023.

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

Vedlegg 3: Intervjuguide informanter

Intervjuguide Individuelle dybdeintervju – semi-strukturert

For å ivareta ideen om *tidlig innsats* i skolen skal det settes inn tiltak med en gang elevenes utfordringer er oppdaget. Dette betyr at tidlig innsats i skolen også handler om «tidlig innsikt», altså innsikt i hvilket potensial og hvilke forutsetninger hver enkelt elev har. Tidlig innsats i begynneropplæringa handler om tett oppfølging av elevene og tilpasset opplæring.

Innledende spørsmål:

- Kan du fortelle om en gang du følte at du lyktes med tidlig innsats i begynneropplæringa i matematikk?

Punkter å tenke gjennom:

- Når valgte du å sette i gang tidlig innsats?
- Hvordan gjennomførte du tidlig innsats i forhold til innhold i timene og organisering?
- Hvilke tiltak følte du var viktig for å lykkes?

Med utgangspunkt i det du forteller vil vi stille utdypende spørsmål.

Men vennlig hilsen
Wibeke og Camilla

Vedlegg 4: Intervjuguide Wibeke og Camilla

Intervjuguide for Wibeke og Camilla

1. Når vet du at det kreves tidlig innsats?
2. Når velger du å sette i gang tiltak?
Blir avgjørelsen tatt på bakgrunn av:
 - Dynamisk kartlegging/formativ vurdering
 - Nasjonale kartlegginger
 - Egne kriterier på skolen (eks. kvalitetsutviklingsplan?)
 - Eventuelt annet?
3. Hvordan velger du å gjennomføre tidlig innsats i forhold til organisering?
 - Hel klasse, gruppe eller en-til-en?
 - Hvem gjennomfører tidlig innsats (assistent, ufaglært lærer, lærer, spes.ped)?
 - Involveres foreldrene? På hvilken måte?
4. Hvordan velges innholdet i timene?
 - Hvilke matematiske kunnskapsområder vektlegges?
5. Hvordan vet du at du har lyktes med tidlig innsats?

Vedlegg 5: Oppfølgingsspørsmål til informantene

Oppfølgingsspørsmål for å få utdypet det som blir sagt

- Kan du gi meg et eksempel på ...?
- Har du flere eksempler på ...?
- Hvordan gjør du det ...?
- Kan du forklare oss steg for steg hvordan du ville gjort det?
- Kan du forklare litt nærmere hva du mente da du sa ...?
- Kan du fortelle litt mer om ...?
- Forstår jeg deg riktig når du sier at ...?
- Beskriv så konkret som mulig hva du gjør når ...
- Hvis jeg skulle gått inn i din klasse og gjort det på samme måte som deg, hva skulle jeg gjort?

Vedlegg 6: Transkriberingskoder

Transkriberingskoder

.. Nøling

... Pause over 4 sekunder

Kursiv Trykk på ytringen

“ ” Gjengir samtaler

Vedlegg 7: Hvilke informanter forteller om de ulike grepene

Grep	Anna	Berit	Cicci	Dina	Eli	Frida
<i>Får elevene til å investere innsats</i>	X	X	X	X	X	
<i>Får elevene til å forstå sammenhengen mellom innsats og mestring</i>	X	X	X	X	X	
<i>Inviterer til dialog ved å stille åpne og undrende spørsmål</i>		X		X	X	
<i>Gjør elevene bevisst på egne tanker og strategier</i>	X	X	X	X	X	
<i>Får elevene til å sette ord på egne tenkemåter når de regner</i>	X	X	X	X	X	
<i>Får elevene til å dele sine tanker og prosesser med andre</i>	X	X	X	X	X	X
<i>Får elevene til å engasjere seg i hverandres tanker og ideer ved hjelp av tegn</i>		X		X		
<i>Fokuserer oppmerksomheten på sentrale elevutsagn</i>	X	X	X	X	X	X
<i>Får elevene til å vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessige i forhold til det matematiske målet</i>					X	X
<i>Fremhever feilsvar som verdifulle i læring</i>		X		X	X	X
<i>Skaper et undrende læringsmiljø</i>		X		X	X	X
<i>Gir elevene undersøkende oppgaver</i>	X	X	X	X	X	X
<i>Gir oppgaver fra hverdagen som elevene kjenner seg igjen i, og som de har noen tanker og meninger om</i>	X			X	X	
<i>Øver med elevene på å analysere og omforme en hverdagssituasjon til matematisk form</i>	X			X	X	
<i>Sikrer læring med forståelse</i>	X	X	X	X	X	X
<i>Øver på spesifikke basisferdigheter innen telling og regning</i>	X	X	X	X	X	X
<i>Gjenopptar dialog med passive elever for å opprettholde høye kognitive krav</i>		X		X		
<i>Bruker mange ulike representasjoner i opplæringa</i>	X	X	X	X	X	X
<i>Fokuserer på at elevene skal lære å se sammenhengen mellom ulike representasjoner</i>	X	X	X		X	
<i>Øver med elevene på å konstruere sine egne representasjoner</i>		X	X	X	X	X
<i>Vurderer elevenes tallkunnskap og regneferdigheter så tidlig som mulig</i>	X	X	X	X	X	X
<i>Bruker vurderinga for å tilpasse opplæringa til den enkelte elev</i>	X	X	X	X	X	
<i>Skaper hyppige vurderingssituasjoner som avdekker de ulike delene av elevenes matematiske kompetanse</i>	X	X	X	X	X	X
<i>Gir tilpassede lekser med god informasjon til foreldrene</i>	X	X	X	X	X	
<i>Gir elevene lik tilgang til matematikkundervisning av høy kvalitet</i>	X	X	X	X	X	X

Tabell 4 Hvilke informanter forteller om de ulike grepene

Vedlegg 8: Grep knyttet til IC-Modellen

I følgende tabell gir vi en oppsummering av det som står i analysen. Tabellen viser hvilke tiltak og grep som er sammenfallende med de ulike talehandlingene i IC-modellen.

IC-modellen		
Alrø og Skovsmose (2002)	Tiltak	Grep
Kontakte	Øver på å dele tanker og prosesser (Kap. 4.2.1)	- inviterer til dialog ved å stille åpne og undrende spørsmål
	Følger elevens takt (Kap. 4.3.2)	- gjenopptar dialog med passive elever for å opprettholde høye kognitive krav
Oppdage	Øver på å dele tanker og prosesser (Kap. 4.2.1)	- inviterer til dialog ved å stille åpne og undrende spørsmål
Identifisere	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	- får elevene til å engasjere seg i hverandres tanker og ideer ved hjelp av tegn
Advokere	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	- får elevene til å engasjere seg i hverandres tanker og ideer ved hjelp av tegn - får elevene til å vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessig i forhold til det matematiske målet - fremhever feilsvar som verdifulle i læring
	Følger elevens takt (Kap. 4.3.2)	- gjenopptar dialog med passive elever for å opprettholde høye kognitive krav
Tenke høyt	Øver på å dele tanker og prosesser (Kap. 4.2.1)	- får elevene til å sette ord på egne måter å tenke på - får elevene til å dele sine tanker og prosesser med andre
	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	- får elevene til å vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessig i forhold til det matematiske målet
Reformulere	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	- fokuserer oppmerksomheten på sentrale elevutsagn
Utfordre	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	- får elevene til å vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessig i forhold til det matematiske målet
Evaluere	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	- får elevene til å engasjere seg i hverandres tanker og ideer ved hjelp av tegn

Tabell 5 Oppsummering over sammenhengen mellom IC-modellen (Alrø og Skovsmose, 2002) og tiltak og grep fra vårt rammeverk

Vedlegg 9: Grep knyttet til matematisk kompetanse Kilpatrick mfl.

I følgende tabell gir vi en oppsummering av det som står i analysen. Tabellen viser hvilke tiltak og grep som er sammenfallende med de ulike kompetansene til Kilpatrick mfl. (2001).

Matematisk kompetanse		
Kilpatrick mfl. (2001)	Tiltak	Grep
Begrepsmessig forståelse	Belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner (Kap. 4.3.3)	<ul style="list-style-type: none"> - <i>bruker mange ulike representasjoner i opplæringa</i> - <i>fokuserer på at elevene skal se sammenhengen mellom ulike representasjoner</i> - <i>øver med elevene på å konstruere sine egne representasjoner</i>
Prosedyreflyt	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	- <i>får elevene til å vurdere hvilke strategier som er de mest hensiktsmessige i forhold til det matematiske målet</i>
	Følger elevens takt (Kap. 4.3.2)	<ul style="list-style-type: none"> - <i>sikrer læring med forståelse</i> - <i>øver på spesifikke basisferdigheter innen telling og regning</i>
Strategisk kompetanse	Skaper et tenkende klasserom (Kap. 4.3.1)	<ul style="list-style-type: none"> - <i>gir oppgaver fra hverdagen som elevene kjenner seg igjen i, og som de har tanker og meninger om</i> - <i>øver med elevene på å analysere og omforme en hverdagssituasjon til matematisk form</i>
Adaptiv resonnering	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	- <i>fremhever feilsvar som verdifulle i læring</i>
Produktiv disposisjon	Bygger utholdenhet i læring (Kap. 4.1.1)	<ul style="list-style-type: none"> - <i>får elevene til å investere innsats</i> - <i>får elevene til å forstå sammenhengen mellom innsats og mestring</i>
	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	- <i>fremhever feilsvar som verdifulle i læring</i>

Tabell 6 Oppsummering over sammenhengen mellom matematisk kompetanse (Kilpatrick mfl. 2001) og tiltak og grep fra vårt rammeverk

Vedlegg 10: Grep knyttet til matematisk kompetanse Niss og Jensen

I følgende tabell gir vi en oppsummering av det som står i analysen. Tabellen viser hvilke tiltak og grep som er sammenfallende med de ulike kompetansene til Niss og Jensen (2002).

Matematisk kompetanse		
Niss og Jensen (2002)	Tiltak	Grep
Representasjonskompetanse	Belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner (Kap. 4.3.3)	<ul style="list-style-type: none"> - bruker mange ulike representasjoner i opplæringa - fokuserer på at elevene skal se sammenhengen mellom ulike representasjoner - øver med elevene på å konstruere sine egne representasjoner
Symbol- og formalisme-kompetanse	Skaper et tenkende klasserom (Kap. 4.3.1)	<ul style="list-style-type: none"> - gir oppgaver fra hverdagen som elevene kjenner seg igjen i, og som de har noen tanker og meninger om - øver med elevene på å analysere og omforme en hverdagssituasjon til matematisk form
Kommunikasjonskompetanse	Øver på å dele tanker og prosesser (Kap. 4.2.1)	<ul style="list-style-type: none"> - får elevene til å sette ord på egne tenkemåter når de regner - får elevene til å dele sine tanker og prosesser med andre
	Orienterer elevene mot hverandres tenking (Kap. 4.2.2)	<ul style="list-style-type: none"> - får elevene til å engasjere seg i hverandres tanker og ideer ved hjelp av tegn
Hjelpemiddelkompetanse	Belyser matematiske operasjoner, begreper og ideer gjennom ulike representasjoner (Kap. 4.3.3)	<ul style="list-style-type: none"> - bruker mange ulike representasjoner i opplæringa - fokuserer på at elevene skal se sammenhengen mellom ulike representasjoner - øver med elevene på å konstruere sine egne representasjoner
Tankegangs-kompetanse	Øver på å dele tanker og prosesser (Kap. 4.2.1)	<ul style="list-style-type: none"> - gjør elevene bevisst på egne tanker og strategier - får elevene til å sette ord på egne tenkemåter når de regner
Problemløsningskompetanse	Skaper et tenkende klasserom (Kap. 4.3.1)	<ul style="list-style-type: none"> - skaper et undrende klasserom - gir elevene undersøkende oppgaver
Modelleringskompetanse	Skaper et tenkende klasserom (Kap. 4.3.1)	<ul style="list-style-type: none"> - gir oppgaver fra hverdagen som elevene kjenner seg igjen i, og som de har noen tanker og meninger om - øver med elevene på å analysere og omforme en hverdagssituasjon til matematisk form
Resonnementskompetanse	Øver på å dele tanker og prosesser (Kap. 4.2.1)	<ul style="list-style-type: none"> - får elevene til å sette ord på egne tenkemåter når de regner - får elevene til å dele sine tanker og prosesser med andre
	Skaper et tenkende klasserom (Kap. 4.3.1)	<ul style="list-style-type: none"> - skaper et undrende klasserom - gir elevene undersøkende oppgaver

Tabell 7 Oppsummering over sammenhengen mellom matematisk kompetanse (Niss og Jensen, 2002) og tiltak og grep fra vårt rammeverk

