UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Ivaretar læreverk i matematikk fagfornyelsens kjerneelement om utforsking og problemløsning?

En analyse av to norske læreverk i matematikk

Malen N. Opdahl & Synne Øien Johannessen

Mastergradsoppgave i grunnskolelærerutdanning for 5.-10.-trinn, LER-3903-1, november 2023

Sammendrag

I denne masteroppgaven i matematikkdidaktikk setter vi søkelyset på oppgavene i to godt etablerte læreverk for sjette trinn i matematikk i Norge. Det overordnede målet med denne oppgaven er å finne ut om to av de mest kjente læreverkene i Norge har utformet lærebøker for 6. trinn som legger til rette for utforsking og problemløsing, som er ett av fagfornyelsens kjerneelement. For å svare på dette ser vi på kognitive nivå og type svar. Vi har tatt i bruk Smith & Stein (1998) sitt rammeverk kalt for *The Mathematical Task Framework* for å analysere oppgaver. Vi bruker deres Task Analysis Guide for å se på det kognitive nivået til oppgavene. Ellers har vi også valgt å bruke Charalambous et al. (2010) sitt klassifiseringssystem kalt *Type of Response*, hvor vi ser på hvilken type svar oppgavene krever, da dette har en sammenheng med det kognitive nivået til oppgavene.

Elevenes læringsmuligheter har en sammenheng med lærebøkene, og derfor vil undervisningen påvirkes med utgangspunkt i hvordan lærebøkene er utformet. Dette viser også flere studier som er gjennomført internasjonalt. (Fan et al., 2013; Hiebert et al., 1997; Pepin & Haggarty, 2007; Robitaille & Travers, 1992: Mesa, 2004). På bakgrunn av dette ønsker vi å undersøke følgende to forskningsspørsmål som tar utgangspunkt i oppgavens overordnede mål:

1) *I hvilken grad gir oppgaver kognitive utfordringer i to av Norges mest brukte lærebøker i matematikk på sjette trinn?*
2) *I hvilken grad inneholder lærebøker i matematikk på sjette trinn oppgaver som krever forklaringer eller begrunnelser som svar?*

For å finne svar på våre spørsmål har vi valgt å gjennomføre en analyse med likhetstrekk fra en *mixed methods* studie. Da kan vi undersøke kvantitativt når vi kategoriserer de ulike oppgavene innenfor de kognitive nivåene i et gitt rammeverk. Forskningen blir kvalitativt når vi ser nærmere på funnene fra analysen for å svare på forskningsspørsmålene. Lærebøkene vi ser på er Multi sine grunnbøker i matematikk. Multi har delt sin grunnbok opp i to bøker, hvor 6b er en forlengelse av 6a. Disse lærebøkene er 3. utgave med utgivelsesår 2021. Den neste- og siste læreboken vi ser på er Matematikk 6 med utgivelsesår i 2020. Vi har valgt disse bøkene da de er utgitt etter fagfornyelsen tredde i kraft i 2020.

Våre funn viser at mesteparten av oppgavene i læreverkene havner under de to laveste kognitive nivåene. Dette viser at oppgavene i stor grad er lite kognitivt krevende for elevene,

og den matematiske kompetansen utvikles ikke like sterkt, som den ville gjort med mer kognitivt krevende oppgaver. Den største andelen av oppgaver krever kun at elevene skal gi et enkelt svar. Det at elevene skal gi en forklaring eller en begrunnelse vektlegges i liten grad. Vi mener at dersom oppgavene i større grad hadde vært kognitivt krevende, ville også oppgavene krevd noe annet enn bare et svar. Så kognitive utfordringer og typer svar henger godt sammen, for hvordan utfordringer elevene møter.

Forord

Tenk at vi nå er kommet til veis ende. Med denne oppgaven avslutter vi vår grunnskolelærerutdanning ved Universitet i Tromsø. Vi har begge to hatt foreldrepermisjon fra vårt studieløp, og ser nå fram til å ta steget over i voksenlivet for fult. Vi har hatt fem lærerike og minnerike år. Gjennom denne mastergradsoppgaven har vi fått et dypere innblikk i hvordan lærebøkene i matematikk legger opp til elevenes kognitive læring. Det å skrive en masteroppgave er tidskrevende og veldig givende.

Vi vil sende en stor takk til våre veiledere Jan Nyquist Roksvold og Per Øystein Haavold ved Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved UiT Norges arktiske universitet. Deres tips og råd har vært til stor hjelp, for å veilede oss i riktig retning. Vi setter pris på at dere har kunne tatt noen veiledninger på kort varsel.
I tillegg vil vi rette en stor takk til våre familier. Takk for at dere har bidratt ekstra mye den siste tiden med passing av barn. Dette setter vi stor pris på.
Vi vil også takke våre medstudenter for mange fine stunder sammen. Det er rart å tenke på at vi snart er spredt rundt omkring i landet. Med det ønsker vi alle sammen lykke til i arbeidslivet.

Helt avslutningsvis vil vi takke hverandre for et helt fantastisk samarbeid gjennom hele prosessen. Alle faglige og ikke- faglige samtaler vi har hatt er noe vi vil se tilbake på i lang tid framover. Det har vært en glede å jobbe sammen. Tenk at vi nå skiller lag, og bosetter oss mange timer fra hverandre. Takk for samarbeidet!

Tromsø, november 2023

Malen Nyheim Opdahl

Synne Øien Johannessen

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

Figurliste

1 Innledning

I vår masteroppgave er det overordnete temaet hvordan to godt etablerte læreverk i matematikk ivaretar ett av fagfornyelsens seks kjerneelementer, som baserer seg på utforsking og problemløsing. I analysen vår har vi tatt for oss oppgavenes kognitive nivå og hvilken type svar oppgavene krever. Ut fra det kognitive nivået og type svar kan vi si noe om hvor utforskende eller problemløsende oppgavene er.

Videre i denne innledningen vil det framkomme en begrunnelse for valg av tema basert på personlig bakgrunn og teoretisk bakgrunn- før vi går videre til formålet med undersøkelsen, og forskningsspørsmålene. Helt avslutningsvis sier vi noe om oppgavens struktur.

1.1 Valg av tema basert på personlig bakgrunn

I 2017 startet vi vårt studieforløp på lærerutdanningen og siden første stund har læreplanen vært et sentralt tema i utdanningen. Vi var så heldige at vi fikk oppleve innføringen av en ny læreplan i løpet av den tiden vi har studert. Vi gikk fra kunnskapsløftet LK06 til fagfornyelsen som kom i 2020, også kalt LK20. Vi har på bakgrunn av dette fått oppleve både i praksis og i undervisningen på ILP hvordan skolene har jobbet for å iverksette fagfornyelsen i undervisningen. Fagfornyelsen har brakt med seg en rekke endringer, hvor en merkbar endring er graden av fokus på utforsking og problemløsing.
Vi har personlig vært veldig glad i å ha en variert undervisning, der elevene får jobbe utforskende og være problemløsere. Dette har vi også jobbet mye med i alle praksisene vi har hatt i løpet av skolegangen.
Multi og Matematikk har begge gitt ut nye reviderte lærebøker etter fagfornyelsen. Det vil si at begge læreverkene har bøker som er nokså nye. Etter å ha studert kompetansemålene til henholdsvis 5., 6., og 7.- trinn, kunne vi se at målet om utforskende og problemløsende arbeid var varierende fra de tre trinnene. Kompetansemålene etter 6. trinn hadde uten tvil mest fokus på utforskende og problemløsende arbeid.
Med utgangspunkt i dette, i tillegg til at det tidligere hadde blitt gjort analyser av de mest kjente læreverkene på ungdomstrinnet og også analyser av læreverk fra 5. trinn, bestemte vi oss derfor for å analysere to ulike læreverk for 6. trinn. For vår del ble det naturlig å ta 6. trinn, for å bygge videre på det elevene lærer på trinnet før.

På bakgrunn av dette bestemte vi oss for å undersøke hvordan to godt etablere læreverk legger til rette for ett av fagfornyelsens seks kjerneelementer, som heter *utforsking og problemløsing*.

1.2 Valg av tema basert på tidligere forskning

I tillegg til at utforsking og problemløsing er et kjerneelement i fagfornyelsen, er det også ansett som to viktige kompetanser og områder innen matematikkfaget, som elevene bør tilegne seg (Artigue & Blomhøj, 2013; Lester & Cai, 2016).

Den senere tiden har det blitt vanligere å forske på lærebøker, og det er flere grunner til at en velger å forske på dem. I rapporten fra TIMMS-undersøkelsen 2011 oppfatter hele 97% av norske elever i skolen at læreboken er grunnlaget for matematikkundervisningen (Mullis et al., 2012). Forsking på lærebøker er blant annet viktig da forskere på feltet mener læreplanen i stor grad blir konkretisert gjennom lærebøkene (Fan et al., 2013). Videre hevdes det i studier som er gjort tidligere, at mange elever mener at det er nettopp læreboka som representerer og definerer matematikken (Hiebert et al., 1997). Valverde et al. (2002) og Schmidt et al. (2001) sier også i sine studier at lærebøkene blir brukt for å kunne formidle den kunnskapen som læreplanen krever til elevene. Videre hevder Robitaille & Travers (1992) at avhengigheten til lærebøker viser seg å være større i matematikkfaget enn i andre fag.

Med utgangspunkt i disse teoriene som sier noe om viktigheten av lærebøker i matematikk, mener vi det vil være hensiktsmessig for oss å se om lærebøker ivaretar kjerneelementet *utforsking og problemløsing* fra fagfornyelsen.

Charalambous et al. (2010) gjorde en analyse av lærebøker i utlandet. Deres forskning tok utgangspunkt i kognitive nivåkrav hvor de selv lagde et rammeverk for analysen. Studien deres viste at den største andelen av oppgavene havnet innenfor de to laveste nivåene med tanke på hvor kognitivt krevende de er (Charalambous et al., 2010). Flere undersøkelser som er gjort på lærebøkers kognitive nivå viser de samme resultatene hvor den største andelen av oppgaver havner under de lave kognitive nivåkravene (Fan et al., 2013; Pepin & Haggarty, 2007; Hiebert et al., 1997; Jäder et al., 2020).

Kognitive krav handler i stor grad om hvilken type tenking oppgavene legger til rette for (Stein et al., 2000). Det kan deles inn i høye og lave kognitive krav. Skemp (1978) skiller mellom to typer forståelse. De han skiller mellom er instrumentell og relasjonell forståelse.

Instrumentell forståelse er typiske matematikkoppgaver som krever at du husker regler eller algoritmer. Elevene løser disse oppgavene uten å vite hva de egentlig gjør (Skemp, 1978). Denne type forståelse kan kyttes mot de lave kognitive kravene. På den andre siden har vi det som Skemp (1978) kaller for relasjonell forståelse. Det betyr at du vet hva du gjør og hvorfor du gjør det. Med andre ord forstår du hvorfor reglene og algoritmene fungerer. Hvis en elev sitter inne med relasjonell forståelse i matematikken, vil de kunne se sammenhengene i matematikken og være godt forberedt i møte med ulike matematiske situasjoner hvor algoritmer og innøvde regler ikke kan brukes for å løse dem. For å kunne løse slike oppgaver som ikke krever en spesifikk regnemåte må elevene ha en viss form for relasjonell forståelse da det å anvende tidligere kunnskap i matematikken vil være nødvendig. Høye kognitive krav legger til rette for mer relasjonell forståelse av matematikk (Stein et al., 2000). Oppgaver som leder elevene inn i en instrumentell forståelse har lave kognitive krav, mens oppgaver med høyt kognitivt nivåkrav legger opp til at elevene skal få en relasjonell forståelse i faget. Disse to forståelsene er ulike måter å forstå matematikk på, hvor den instrumentelle forståelsen er uønsket og den relasjonelle forståelsen er ønsket (Skemp, 1978).

I senere tid har det blitt populært å forske på lærebøker i matematikk. Det finnes flere studier som viser at flertallet av oppgaver i lærebøkene i matematikk havner under de lave kognitive nivåene (Strand & Heimstad, 2018; Charalambous et al., 2010; Bolme & Eriksen, 2021; Johnsen & Storaas, 2015; Jensberg, 2023). Da flertallet av disse studiene er gjort før fagfornyelsen, ønsker vi å se om resultatene fra de nye lærebøkene etter fagfornyelsen viser andre resultater, da læreplanen legger opp til at lærere må legge til rette for mer utforskende og problemløsende tilnærminger i undervisningen.

1.3 Formål, problemstilling og forskningsspørsmål

Målet med denne oppgaven er å finne ut om to av de mest kjente læreverkene i Norge har utformet lærebøker for 6. trinn som legger til rette for utforsking og problemløsing, som er ett av fagfornyelsens kjerneelement. Med utgangspunkt i personlig og teoretisk bakgrunn og mål med studien, ønsket vi å se på oppgavene i lærebøkene fra 6.trinn med utgangspunkt i følgende forskningsspørsmål:

> *1) I hvilken grad gir oppgaver kognitive utfordringer i to av Norges mest brukte lærebøker i matematikk på sjette trinn?*
>
> *2) I hvilken grad inneholder lærebøker i matematikk på sjette trinn oppgaver som krever forklaringer eller begrunnelser som svar?*

Vi har tenkt til å svare på forskningsspørsmålene ved å gjøre en lærebokanalyse av både Multi 6a, 6b og Matematikk 6. Dette er to mye brukte læreverk i norsk grunnskole, og vi ser det derfor svært relevant å analysere disse to læreverkene. Bolme & Eriksen (2021) gjennomførte en lignende studie for lærebøkene på 5. trinn. Vi synes derfor det var interessant å bygge videre på denne studien, og se på lærebøkene til trinnet etter. Kompetansemålene til 6. trinn har større fokus på utforsking og problemløsing, enn for eksempel 5. trinn. Det store spørsmålet er om dette vil utgjøre noen forskjell når vi ser på oppgavene i lærebøkene for 6. trinn, sammenlignet med hva de fant ut for 5. trinn. Vi har valgt å se på oppgaver i lærebøkene, da det primært er oppgaver som påvirker elevers læring (Charalambous et al., 2010). Vi analyserer oppgaver ut fra to kategorier. Disse er kognitive krav og type svar. Kognitive krav handler om type tenking oppgavene legger til rette for (Stein et al., 2000). De fire kognitive nivåene er *memorering, prosedyre uten sammenheng, prosedyre med sammenheng* og *gjøre matematikk*. De to sistnevnte regnes som mest kognitivt krevende og utfordrer elevene mest med tanke på tenking. Disse fire presenteres grundigere lenger ned i vår oppgave. Type svar handler om hvilket svar oppgavene krever. Krever oppgave bare et enkelt *svar,* en *forklaring* eller en *begrunnelse*. Kognitive krav og type svar sier noe samlet om hva slags prosess og produkt oppgavene krever. Høye kognitive krav og forklaring/ begrunnelse er viktige aspekter av utforsking og problemløsing (Stein et al., 2000). Vi vil derfor kunne si at en analyse av kognitive krav og type svar også kan si noe om hvordan lærebøkene legger til rette for utforsking og problemløsing.

For å finne svar på våre spørsmål har vi valgt å gjennomføre en analyse som har likhetstrekk med en *mixed methods* studie. Da kan vi undersøke kvantitativt når vi kategoriserer de ulike oppgavene innenfor de kognitive nivåene i et gitt rammeverk og plasserer type svar. Forskningen blir kvalitativt når vi ser nærmere på funnene fra analysen for å svare på forskningsspørsmålene.

1.4 Oppgavens struktur

Som nevnt tidligere bruker vi en tilnærming til forskningsmetoden *mixed methods,* som vil si at vi både bruker kvantitativ og kvalitativ metode. Selve analysen av lærebøkene der struktur, oppbygging, tolkninger og plassering av oppgaver i ulike kategorier vil være kvalitativ. Resultatene vi får ut fra å kategorisere oppgavene vil presenteres kvantitativt.

Videre i teorikapittelet presenteres relevant teori som kan knyttes opp mot problemstillingen, forskningsspørsmålene og funnene fra undersøkelsen. I kapittel 3 presenteres metoden vi har brukt i undersøkelsen vår. Her framkommer det hvilke valg vi har måtte ta i vår forskning, hvordan vi har valgt å løse de og en grundig beskrivelse av vår analyseprosess. Videre i kapittel 4 presenteres våre funn ved hjelp av tabeller og figurer. I kapittel 5 diskuteres hvert funn opp mot relevant teori og kjerneelementet om utforsking og problemløsing. Vi skriver også om hva som kunne vært spennende å gjøre en videre forskning på. Helt til slutt i kapittel 6 vil vi avslutte vår masteroppgave ved å komme med en konklusjon på vår problemstilling og våre forskningsspørsmål.

2 Teori

I dette kapittelet skal vi presentere relevant teori som er knyttet til vår masteroppgave. Vi starter først med å ta for oss lærebøker og hva en lærebok er. Videre tar vi for oss det å forske på lærebøker og hvorfor det forskes på dem. Vi fortsetter videre med å se på hvilken rolle læreboken spiller i matematikkfaget. Det settes også et søkelys på kjerneelementet utforsking og problemløsning, der fagfornyelsen kort forklares. Det neste vi gjør er at vi presenterer tidligere relevant forskning, forståelse i matematikk og kognitive utfordringer. Helt avslutningsvis tar vi for oss konseptuelt rammeverk og der forklarer vi hva vi har brukt i vår oppgave.

2.1 Lærebøker

I vår studie skal vi gjøre en forskning på lærebøker og fagfornyelsen. Med utgangspunkt i det overordnede målet vårt, kommer vi i dette kapittelet til å snakke om hva en lærebok og et læreverk er. I tillegg skal vi se på hvorfor det er viktig å forske på lærebøker, og hvilken rolle den spiller i matematikkundervisningen.

2.1.1 Hva er en lærebok?

Før vi går videre i oppgaven vår, vil vi få en definisjon på hva en lærebok i matematikk er. Det kan defineres som flere ting. En lærebok er en fysisk gjenstand som blir brukt for å kunne formidle den kunnskapen som læreplanen krever til elevene som er brukere av boken (Valverde et al., 2002). Stray (1994) mener at en lærebok er laget for å kunne gi en autoritativ pedagogisk versjon av et kunnskapsområde. En lærebok kan være mange forskjellige ting. Det kan for eksempel være fysiske bøker, som Velvarde et al. (2002) mener, men også digitale bøker, oppgavehefter, oppgaveark ol. (Johansson, 2003). En lærebok er gjerne en del av et større *læreverk.*

Et læreverk er et sammensatt verk som består av flere materialer som kan brukes for å formidle læreplanen til elevene i undervisningen (Johansson, 2003). Et læreverk kan for eksempel bestå av grunnbøker, oppgavebøker, lærerveiledning og arbeidshefter. Dette er også noe vi ser da både Multi 6 og Matematikk 6 har et læreverk som består av flere ulike materialer (Gyldendal, 2021; Cappelen Damm, 2020). Blant annet består Multi 6 sitt læreverk av elevbok A og B, fagrom i skolestudio, parallellbok A og B, lærerens bok A og B, øvebok, Multi smart øving og Multi smartvurdering. Alle disse materialene utgjør hele Multi 6 sitt *læreverk* og er nyttige verktøy i undervisningen (Gyldendal, 2021). Videre når vi snakker om Multi 6 og Matematikk 6, gjelder det elevbok A og B for Multi og grunnboka for Matematikk.

Hvordan kvalitetssikres en lærebok? I 1899 etablerte Norge en godkjenningsordning for innholdet i lærebøker i kristendomskunnskap. Dette var en ordning som i litt senere tid ble utvidet til å gjelde for alle lærebøker. Denne ordningen ble i år 2000 opphevet og etter det har forlagene selv tatt ansvaret for å kvalitetssikre lærebøkene (Askeland, 2023). På grunnskole og videregående skole blir det som regel brukt lærere som konsulenter til faglig og pedagogisk kvalitetssikring (Askeland, 2023).

2.1.2 Å forske på lærebøker

I denne delen av masteroppgaven vil det redegjøres for tidligere forskning som har blitt gjort på lærebøker. Det vil framkomme her hvor viktig lærebøker er i undervisningen, og hvorfor det blir relevant å forske på dem.

2.1.2.1 Hvilken rolle spiller læreboken i matematikkfaget?

Fra vår egen skolegang, og erfaringer vi selv har gjort i norske klasserom, opplever vi at matematikkundervisningen ofte er en undervisningsform som er lærebokstyrt og relativt tradisjonell. Rapporten fra TIMMS-undersøkelsen 2011 oppfatter hele 97% av norske elever i skolen at læreboken er grunnlaget for matematikkundervisningen (Mullis et al., 2012).

I et historisk perspektiv har læreboken vært sentral i skolens lærings- og undervisningspraksiser (Skjelbred & Åsmotbakken, 2008; Bachmann, 2005). I løpet av et skoleår, bruker både læreren og elevene mye tid med lærebøkene. På et skoleår er års-rammen for undervisning på barnetrinnet oppgitt å være cirka 741 timer (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Mange timer går bort til annet, men det er fortsatt mange timer igjen, der læreren må planlegge undervisning hvor lærebøkene må brukes aktivt for å fremme læring hos elevene. De som er lærere, bruker ofte læreboken som et utgangspunkt når en planlegger undervisningen. Studier viser at det er en kobling mellom lærebok, lærer, vurdering og prøver (Hauge, 2011).

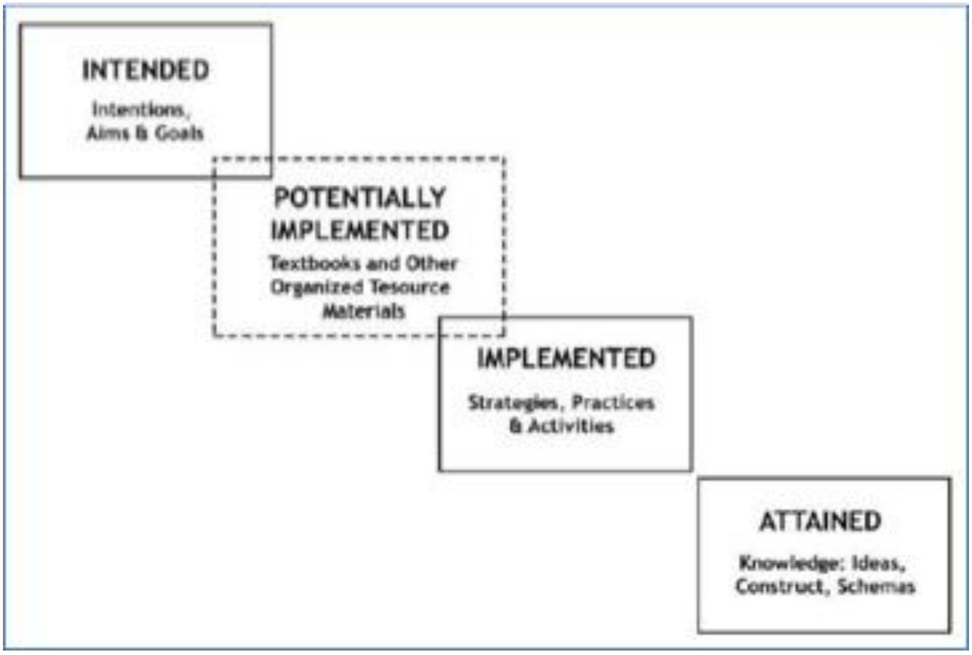
En typisk tradisjonell lærebokundervisning kan vi se ved at læreren starter undervisningen med å ta for seg temaet for økten, tar noen eksempler på tavla, før elevene blir satt til å jobbe selvstendig med oppgaver som står oppført i læreboken, eller med lekser (Alseth et al., 2003; Dove & Dove, 2015; Jüngic et al., 2015).

Når vi ser hva Alseth et al., (2003) sier om at så store deler av matematikkundervisningen består av lærebok, gir det mening at Pepin & Haggarty (2007) også mener at elevenes mulighet for læring, og oppfatningene de får i matematikkfaget i stor grad blir styrt av læreboken. Årsaken til at lærebøkene ofte blir en stor faktor i matematikkundervisningen kan ha noe å gjøre med at mange forskere mener at læreplanen blir representert via lærebøker (Fan et al., 2003). Den overordnede læreplanen er lenger unna elevenes realitet i hverdagen, sammenlignet med hva lærebøkene er (Li et al., 2009).

2.1.2.2 Hvorfor forske på lærebøker?

Med utgangspunkt i Alseth et al., (2003) og Pepin & Haggarty (2007) sier om viktigheten av læreboken i matematikkundervisning har vi valgt å vise til undersøkelser som sier noe om oppgavene i lærebøker. I 1998 gjorde Jo Boaler en studie hvor hun tok to forskjellige klasser og utførte ulike undervisningopplegg i hver av dem. Den ene klassen hadde hun det vi kaller for typisk tradisjonell undervisning, hvor læreboken var grunnlaget for læringen. Den andre klassen jobbet mer utforskende med temaene, og fokuserte i større grad på samarbeid, diskusjon og problemløsing.
Konklusjonen i rapporten hennes indikerer at den klassen som jobbet med den tradisjonelle fremgangsmåten, og med oppgaver som stilte lavere kognitive krav til elevene utviklet en instrumentell forståelse for faget. På motsatt side har vi den klassen som jobbet mer åpent. De utviklet en relasjonell forståelse og konseptuell kunnskap (Boaler, 1998). Flere undersøkelser som er gjort, blant annet av Strand & Heimstad (2018), Tokheim (2015), Ryvold (2018) viser også at lærebøkene i matematikk *før* fagfornyelsen har oppgaver hvor andelen av oppgavene havner under lave kognitive nivåkrav. Vi syntes dette også kan være en god grunn til å forske på lærebøker som har kommet etter fagfornyelsen.

Valverde et al. (2002) gjorde også en studie hvor de prøvde å finne ut hvordan lærebøker tolker og bruker læreplanen og ikke minst nasjonale retningslinjer i prosessen der matematikkoppgaver utvikles. De mener at læreboka er et sted mellom den implementerte læreplanen og den tiltenkte læreplanen. Valverde et al. (2002) har vist dette ved å bruke modellen til IEA, som står for *The International Association for the Evaluation of Educational Achievement*. IEA er dem som blant annet sørger for TIMSS, FIMS og SIMS sine internasjonale undersøkelser (IEA, 2021). Tidligere var denne modellen tredelt, der det framkom hvordan læreplanen var på ulike stadier. Valverde et al. (2002) har laget en utvidet versjon av denne modellen, slik at det er lagt til en fjerde del. Dette for at lærebøker også skal være inkludert.



Figur 1 IEA sin tredelte modell i sammenheng med lærebøker. Gjengitt fra Valverde et al. (2002, s. 13)

Det kommer også frem i undersøkelsen at lærebøker kan sees på som et pedagogisk verktøy. Når en som lærer skal lage undervisningsopplegg er det naturlig å bruke læreboka aktivt i prosessen (Valverde et al., 2002).

Elevenes læringsmuligheter har en sammenheng med lærebøkene, og derfor vil undervisningen påvirkes med utgangspunkt i hvordan lærebøkene er utformet. Dette viser også flere studier som er gjennomført internasjonalt. (Fan et al., 2013; Hiebert et al., 1997; Pepin & Haggarty, 2007; Robitaille & Travers, 1992: Mesa, 2004). Mesa (2004) påpeker også at lærebøkene ligger til grunn i det praktiske som formidles i skolen via medelever og læreren. Lærerne er de som formidler det som fremkommer i lærebøkene. Derfor vil lærebøkenes utforming og innhold ha stor betydning for elevenes læring (Pepin & Haggarty, 2007; Hiebert & Wearne, 1997).

2.1.2.3 Tidligere relevant forskning

Det å forske på lærebøker har blitt vanligere i den senere tiden (Fan et al., 2013). Det er ulike grunner til at en velger å forske på dem, og det er noen kategorier som er vanligere å forske på enn andre. Fan et al., (2013) tok for seg flere studier som handlet spesifikt om forskning på lærebøker i matematikk og kodet dem etter et rammeverk med fire ulike kategorier. Kategoriene er 1. Lærebokens rolle, 2. Lærebokanalyse og sammenligning, 3. Bruk av tekstbok og 4. Andre områder. Lærebokanalyse og sammenligning er det som er mest vanlig å forske på ifølge deres studier. Innenfor kategori 2. plasseres 63% av studier som gjennomføres på lærebøker (Fan et al., 2013).

Selv om forskning innenfor lærebøker har i større grad sett en positiv utvikling, viser dessverre selve forskningen resultater som skaper bekymring (Son et al., 2017). Den største bekymringen ligger i lærebøkene og kvaliteten på dem. Med utgangspunkt i hvordan lærebøkene former måten vi underviser og lærer matematikk på, er det viktig at kvaliteten på dem er god (Son et al., 2017). Videre skal vi se på ulike studier og undersøkelser som er gjort på lærebøker i matematikk, og hvilke funn som er gjort i dem.

Charalambous et al. (2010) gjorde en analyse av lærebøker i utlandet. De så på bøker fra Irland, Kypros og Taiwan, hvor hovedfokuset var på subtraksjon og addisjon av brøk. Deres forskning tok utgangspunkt i kognitive nivåkrav og de laget selv et rammeverk for analyse i tillegg til å bruke Smith & Stein (1998) sin *Task Analysis Guide*-rammeverk for å se nærmere på oppgavenes kognitive nivå. I undersøkelsen til Charalambous et al. (2010) var det Taiwan som kom best ut. I dette landet hadde oppgavene høyere kognitive krav, sammenlignet med Irland og Kypros. Irland og Kypros hadde flest oppgaver innenfor de to laveste kognitive kategoriene. Det en også kunne se var at Taiwan hadde oppgaver som i større grad krevde en begrunnelse eller en forklaring. Irland og Kypros hadde bare oppgaver som krevde et svar (Charalambous et al., 2010).

I 2006 gjennomførte Zhu & Fan en studie hvor de så på et utvalg av lærebøker på 7. og 8. trinn i USA og Kina. De klassifiserte oppgavene i lærebøkene etter hvilke typer problemer det var. Kategoriene har vi illustrert i en figur under:

Routine problems	vs	Non-routine problems
Open-ended problems	vs	Close-ended problems
Traditional problems	vs	Non-traditional problems
Application problems	vs	Non-application problems

Figur 2 Zhu & Fan (2006) sine kategorier for oppgavene i lærebøker i matematikk fra USA og Kina.

Resultatene fra undersøkelsen deres viste at problemene i Kina sine lærebøker på et mer generelt sett var med utfordrende enn problemene i lærebøkene fra USA (Zhu & Fan, 2006).

Det har også blitt gjort en studie kun i USA, hvor to lærebokserier fra 6., 7., og 8. trinn ble analysert (Jones & Tarr, 2007). De brukte Smith og Stein (1998) sitt rammeverk kalt The Mathematical Task Framework (MTF), som er et mye brukt og anerkjent rammeverk. Funnene deres viste at i overkant av 85% av oppgavene i de seks lærebøkene gikk innenfor de lave kognitive nivåene. I liket med Jones & Tarr (2007) har det blitt gjennomført en god del studier på lærebøker i matematikk ved hjelp av MTF av Smith og Stein (1998).

Den siste studien som også har sett på oppgavene i lærebøker i 12 forskjellige land er Jäder et al. (2018) sin studie som viste noen likheter med alle lærebøkene var oppgavene som i størst grad kunne løses ved å bruke en «template», altså en type mal eller algoritme/regel (Jäder et al., 2018). Som en avslutning i dette delkapittelet skal vi gå gjennom noen av dem, og funnene deres.

Strand og Heimstad (2018) gjorde en studie som så på kognitive utfordringer i norske lærebøker for ungdomsskolen. I deres studie brukte de Smith og Stein (1998) sitt rammeverk MTF. I resultatene fra studien kunne de tydelig se at det var mange flere oppgaver som var innenfor de lave kognitive nivåene enn de høye. Hele 73,7% av oppgavene var i de lave nivåene. Når det kommer til hva de fant ut om hvilken type svar oppgavene krevde i deres studie, kom de fram til at 93,2% av oppgavene bare krevde et enkelt svar. Videre var det bare 5,5% av oppgavene som krevde en forklaring, mens det bare var 1,3% som krevde en begrunnelse (Strand & Heimstad, 2018).

Bolme og Eriksen (2021) har også gjort en lærebokanalyse med utgangspunkt i rammeverket til Smith & Stein (1998). Studien deres ville finne ut om de nye læreverkene for 5. trinn i matematikk fremmer kjerneelementene i fagfornyelsen. I likhet med Strand og Heimstad (2018) og Charalambous et al. (2010) konkluderer også de med at den største andelen oppgaver havner innenfor de to laveste nivåene med tanke på hvor kognitivt krevende de er. Det samme gjelder når det kommer til type svar oppgavene krever. I alle læreverkene de analyserte krevde over 85,9 % og oppover oppgavene kun et svar.

Johnsen & Storaas (2015) gjorde også en liknende analyse, hvor de sammenlignet norske og finske læreverk ved hjelp av Smith og Stein (1998) sitt MTF. I denne undersøkelsen kom det frem at urovekkende 80-90% av oppgavene de analyserte havnet under de lave kognitive nivåene.

De to siste masteroppgavene vi skal nevne er Bergheim (2017) og Jensberg (2023) som også har gjort undersøkelser på lærebøker fra noen av de største forlagene i Norge for ungdomstrinnet. Fokuset har her også vært på kognitive krav. I Bergheim (2017) sin studie kom det frem at en stor overvekt av oppgavene var lite kognitivt krevende. Kun 14,1% av oppgavene som ble analysert la til rette for utforskende eller problemløsende aktivitet. I Jensberg (2023) sin studie så hun på læreverk fra 10. trinn i Norge. Her kommer det frem at 83% av oppgavene som ble analysert havnet under de lave kognitive nivåene.

2.2 Utforsking og problemløsing

I vår problemstilling er det noen sentrale begrep som er viktig for vår forskning. Blant disse er *problemløsing og utforsking* to viktige begreper. I dette delkapittelet skal vi ta for oss disse, og forklare eksplisitt hvorfor de er relevante for problemstillingen vår.

2.2.1.1 Fagfornyelsen

I 2020 kom det som i dag kalles for fagfornyelsen, eller LK20. Frem til fagfornyelsen kom, har vi selv gjort oss egne erfaringer fra både praksis og egen skolegang at matematikkundervisningen i stor grad har vært lærerstyrt hvor det praktiseres en typisk tradisjonell undervisning. Ved en typisk tradisjonell undervisning refereres det til et miljø hvor elevene er deltakere i undervisning hvor læreren styrer undervisningen og elever lytter og tar notater. Det ender også ofte med at deler av undervisningen går til at elevene får jobbe med lekser, eller ufullførte oppgaver (Dove & Dove, 2015; Jungic et al., 2015).

Fagfornyelsen brakte med seg en rekke endringer, og en av disse kommer tydelig fram i matematikkfaget. Det er nå kompetansemål etter hvert klassetrinn. Dette kan bidra til at en kan legge opp matematikkundervisningen på en annen måte, da det blir et mindre utvalg av emner per år. Med mindre emner per år, øker muligheten for at elevene får en dypere forståelse i noen av emnene. Et av hovedfokusene i fagfornyelsen er at elevene skal kunne se sammenhenger mellom ulike fag, så det å ha tverrfaglige temaer er en større og ikke minst viktigere faktor i skolen. Elevene skal også få bryne seg på flere problemer, i form av å få være problemløsere (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Fra tidligere læreplan beholder fagfornyelsen de fem grunnleggende ferdighetene, som er *regning, skriving, lesing, digitale ferdigheter og muntlige ferdigheter* (Utdanningsdirektoratet, 2020c).

2.2.1.2 Kjerneelement

En av de store endringene i den nye læreplanen er at nå er det kommet noe som kalles for kjerneelementer. Det er ulike kjerneelementer i alle fagene. I matematikk er det seks av dem. Disse er: *Utforsking og problemløsing, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering, og matematiske kunnskapsområder*.

Kjerneelementet *utforsking og problemløsning*, går ut på at elevene skal diskutere, finne sammenhenger og lete etter mønster. Hovedfokuset er på elevenes framgangsmåter og strategier, mer enn selve svaret (Utdanningsdirektoratet, 2020a).

2.2.1.3 Utforsking og problemløsing

Vi mennesker prøver å beherske og forstå vår omverden ved å ha en problemløsende og undersøkende adferd. Elevene i skolen skal oppleve undervisningen som effektiv og meningsfull, slik at det de lærer på skolen skal kunne anvendes i hverdagen senere (Dewey, 1933; Hiebert et al., 1996; Artigue & Blomhøj, 2013).

Utforsking og problemløsing er to begreper som til tider overlapper hverandre. De begge fokuserer på framgangsmåter og strategier. En kan skille de to fra hverandre ved at en i problemløsing fokuserer på et gitt problem, mens man i utforsking fokuserer på prosessen som fører fram til et resultat (Karlsen, 2014). Et problem kan defineres som en situasjon eller en oppgave som en gruppe eller en person ønsker å løse uten at en vet hvordan det skal løses. Utforsking går også ut på at en skal undersøke problemer og situasjoner selv, uten at en på forhånd vet hvordan det skal gjøres (Artigue & Blomhøj, 2013; Jensen og Wallace, 2017).

Artigue & Blomhøj (2013) påpeker at problemløsningskompetanse kan sees på som et mål, og at dette målet ikke alltid er integrert i undervisningen som gjennomføres. Det samme gjelder det å lære seg teknikker og spesifikke matematiske konsepter. Av denne grunn kan en se at utforsking er mer uttalt, fremhevet og integrert enn problemløsingskompetanse (Artigue & Blomhøj, 2013).

Utforsking stiller høyere kognitive krav til elevene enn bare det å bruke innlærte teknikker eller det å bare gjengi fakta. Her må elevene finne noe ut selv, noe som der igjen kan knyttes til kognitive krav (Artigue & Blomhøj, 2013).

I matematikken er det noe som kalles for problemløsingsoppgaver. Når elevene jobber med problemløsingsoppgavene legges det opp til at de får muligheten til å jobbe utforskende (Liljedahl, 2021). Det er med utgangspunkt i dette vi kan se at problemløsing og utforsking henger tett sammen. Felles for utforskende oppgaver, utforsking og problemløsing er at alle har som formål å legge til rette for aktiv læring gjennom aktivitet og tenking hos elevene, hvor de får bruke den relasjonelle forståelsen i faget til å jobbe videre med andre temaer (Nordbakke & Maugesten, 2019; Smith & Stein, 1998; Liljedahl, 2021).

2.3 Teoretisk rammeverk

Det finnes ulike typer rammeverk en kan benytte seg av i en forskning. Ved å bruke et rammeverk, kan funnene i forskningen styrkes (Lester, 2010). I vår masteroppgave har vi tatt i bruk et konseptuelt rammeverk. Dette er bestående av ulike rammeverk. Ved å ha et pragmatisk kunnskapssyn kan en benytte seg av det som er mest hensiktsmessig i ens forskning (Creswell, 2009). En kan velge den mest passende metoden og framgangsmåten. Viktigheten av å løse et problem er viktigere enn selve sannheten. På bakgrunn av dette vil pragmatisme være et viktig begrep i vår forskning, da vi ser på hvor vidt ting fungerer eller ikke i motsetning til å finne en sannhet (Creswell, 2009). Vi har valgt å ta i bruk Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk for horisontal og vertikal analyse og T*ype of response*. I tillegg til det bruker vi *The Mathematical Tasks Framework* fra Smith og Stein (1998). Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk bruker vi når vi analyserer lærebøkene gjennom horisontal og vertikal analyse og se på hvilket svar oppgavene krever fra elevene.. *The Mathematical Tasks Framework* fra Smith og Stein (1998) bruker vi til å analysere det kognitive kravet til oppgavene i lærebøkene.

2.3.1 Forståelse i matematikk, kognitive utfordringer og type svar

Det er flere definisjoner på hva matematisk forståelse er. I 1976 presenterte Skemp en definisjon som etter hvert ble svært kjent. Han deler begrepet forståelse inn i to. Det er henholdsvis relasjonell og instrumentell forståelse. Ved relasjonell forståelse vet en hva en gjør og hvorfor en gjør det en gjør. Slik forståelse tar tid å lære seg, men har elevene relasjonell forståelse kan det være med på å hjelpe læreren å se hva de tenker. Dersom en først har relasjonell forståelse, kan dette være med på å bidra til at en kan anvende en regneoperasjon på en ny måte. Her kan en se sammenhenger mellom begreper og strukturer (Skemp, 1976). En slik forståelse er svært gunstig når det kommer til det Smith og Stein (1998) beskriver som høye kognitive krav av de kognitive nivåene. Altså prosedyre med sammenheng og gjøre matematikk. Relasjonell forståelse, høye kognitive krav og forklaring/ begrunnelse er viktige aspekter av utforsking og problemløsing. Det er ikke type svar som definerer kognitive krav. Det er type tenking som avgjør det kognitive kravene i oppgaven (Stein et al., 2000).

Instrumentell forståelse anses å være mekanisk. Med slik forståelse har man lært en prosedyre, men vet ikke hvorfor ting er som de er. Det er her behov for flere spesifikke regler. En kan få gode karakterer selv om en har instrumentell forståelse, så det er ikke bare negativt. Mange ganger er en svært effektiv med en slik forståelse (Skemp, 1976). Ved bruk av instrumentell forståelse er det involvert mindre kunnskap, noe som gjør at en raskere kan komme fram til riktig svar. Instrumentell tankegang kan noen ganger være mer pålitelig enn hvis en bruker relasjonell tankegang (Skemp, 1976). Instrumentell forståelse kan kobles mot de lave kognitive nivåene. Altså memorering og prosedyre uten sammenheng. Slike oppgaver som krever mindre tenking, krever også ofte bare et svar (Stein et al., 2000). Selv om det er slik, er det ønsket med relasjonell forståelse, da en lettere kan se ulike sammenhenger i matematikken. Med relasjonell forståelse har man en evne til å klare å løse oppgaver der en må tenke utenfor boksen uten å spesifikt bruke gitte regler eller algoritmer. Det er ikke alltid slik at en kan være forberedt med algoritmer og regler som er innøvd. I slike tilfeller kan det oppstå vansker med å løse ulike oppgaver. Elever med instrumentell forståelse vil i slike tilfeller støte på utfordringer, så slik forståelse er til en viss grad uønsket. En elev har enten forståelse som er relasjonell eller instrumentell. For noen vil det være vanskelig å lære seg eller forstå relasjonell forståelse (Skemp, 1976).

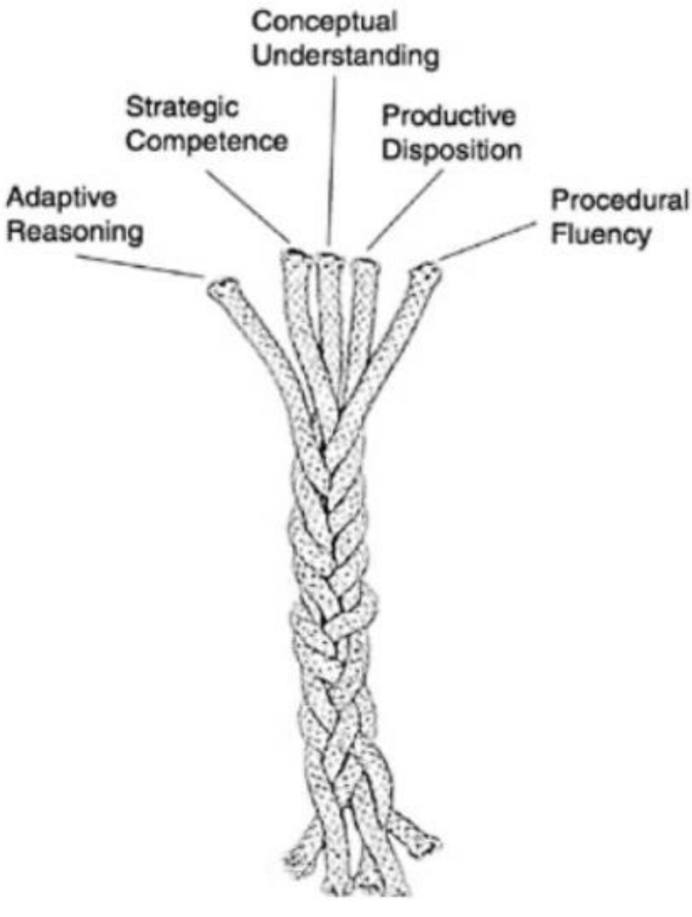
Slik Skemp (1976) har beskrevet relasjonell og instrumentell forståelse i matematikk, kan en se at det Hiebert og Lefevre (1986) kaller konseptuell kunnskap *(conseptual knowledge)* og prosedyrekunnskap *(prosedural knowledge)* er nært knyttet. Det som kjennetegner konseptuell kunnskap er at det lages et nettverk basert på konsepter, algoritmer og temaer. Slik kunnskap er relasjonsrik. Her handler det om å se sammenhenger i matematikken. Det er viktig at en klarer å knytte eksisterende kunnskap med ny kunnskap og informasjon (Hiebert & Lefevre, 1986). Den konseptuelle kunnskapen bygger på det at en vet hvordan og hvorfor en oppgave skal løses. Her kan man se en likhet til det Skemp (1976) definerte som relasjonell forståelse.

Prosedyrekunnskap kjennetegnes ved at en må være kjent med ulike prosedyrer, regler, algoritmer og symboler som hjelpemiddel for å løse oppgaver. Med slik kunnskap er en avhengig av å følge en bestemt oppskrift eller regler som en tidligere har memorert (Hiebert & Lefevre, 1986). Hiebert og Lefevre (1986) skiller seg fra Skemp (1976) ved at de deler opp hvordan en tilegner seg kunnskap. De deler det inn i pugging (*rote learning)* og meningsfylt læring (*meaningful learning)*. Dette er to måter å lære på. *Rote learning* er læring der kunnskapen er avhengig av kontekst eller en gitt situasjon. Dette fører til at kunnskapen er lite generaliserbar og er derfor vanskelig å anvende i nye settinger. Elever som har slik tilnærming, har vanskelig med å se sammenhenger innad i matematikkfaget (Hiebert & Lefevre, 1986). *Meaningful learning* er læring der en kan se sammenhenger og ikke minst forstå ulike meninger i matematikken, ved å produsere relevant kunnskap eller ved å koble kunnskap sammen. Det er slik at konseptuell kunnskap, som ble nevnt ovenfor oppstår når en har *meaningful learning.* Prosedyrekunnskap derimot er en god blanding mellom *meaningful learning* og *rote learning* (Hiebert & Lefevre, 1986).

Matematisk forståelse er sammensatt, og for å tilegne seg en sammensatt matematisk forståelse må en jobbe med forskjellige typer matematiske læringsaktiviteter. Elevene vil få et gunstig utbytte, dersom en kombinerer konseptuell kunnskap med prosedyrekunnskap. Da vil den matematiske forståelsen utfylles på best mulig måte. Holdes disse to kunnskapsområdene separat fra hverandre, vil ikke den matematiske kompetansen til elevene være optimalisert (Hiebert & Lefevre, 1986). Skemp (1976) var ikke helt enig her. Han mente at en fint kunne dele det inn i relasjonell og instrumentell forståelse, der det var en vesentlig forskjell mellom dem.

Læreprosessen kunne fint ta utgangspunkt i den ene av dem. Hiebert og Lefevre (1986) mente at dersom en ikke koblet prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap sammen ville det bli vanskelig å løse matematiske problemer, da en verken har god nok forståelse eller de riktige ferdighetene. De mente derimot at elevene kunne fint ha bra matematisk intuisjon (Hiebert & Lefevre, 1986). Dette er ikke Leatham (2013) enig i. Hun er kritisk til at Hiebert og Lefevre (1986) ikke er tydelig nok i hvordan de skiller prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap. Det kommer fram at hun ser at Hiebert og Lefevre (1986) prøver å se en sammenheng mellom de to, men at deres definisjoner viser til at det er et åpenbart skille. Før i tiden var konseptuell- og prosedyrekunnskap sett på som separate, og fokuset fra lærerne var stilt mot enten den ene eller den andre. Så når definisjonene er utydelige kan det bidra til at en som lærer styrer matematikkundervisningen mot enten prosedyrekunnskap eller konseptuell kunnskap. Ikke begge (Leatham, 2013).

Schoenfeld (2007) mener at dagens forskning har bidratt til at vårt syn på matematisk forståelse har endret seg. I dag mener vi at matematisk kunnskap og forståelse består av mer enn bare begreper, fakta og prosedyrer. I senere tid har det blitt mer vanlig å snakke om den matematiske kompetansen. Problemløsning har fått økt fokus og har dermed blitt en viktig strategimetode (Schoenfeld, 2007). Kompetansebegrepet konkretiseres i ulike modeller. En modell som er mye brukt, er modellen som er utviklet av Kilpatrick et al. (2001) kalt *Intertwined Strands of Proficiency.*



Figur 2 Interwined Strand of Proficiency. Hentet fra (Kilpatrick et al., 2001, s. 117).

Denne modellen er bestående av fem komponenter som er godt sammenflettet og avhengig av hverandre. For å oppnå en velutviklet matematisk kompetanse må alle de fem komponentene være tilstrekkelig. Disse er *procedural fluency, productive disposition, conceptual understanding, strategic competence* og *adaptive reasoning*. De fem komponentene utvikles samtidig og er med på å støtte hverandre (Kilpatrick et al., 2001). P*rocedural fluency* handler om at elevene skal få en forståelse av hvilken prosedyre som er aktuell å bruke for å løse et problem. Denne komponenten omhandler det å kunne regne nøyaktig, være fleksibel og ikke minst effektiv. Dette innebærer at en har kunnskap om regneoperasjoner og tall, og vet at disse har ulike egenskaper. Den neste tråden er *productive disposition.* Denne går ut på at en skal se på matematikkfaget som verdifullt, nyttig og fornuftig. Det er viktig at elevene ikke gir opp, slik at de kan se at dersom en strever er det mulig å bli kompetent i faget. Man må her ha troen på seg selv, samtidig som lærerens rolle har stor betydning for elevene (Kilpatrick et al., 2001).

Videre har vi *conceptual understanding* som handler om at elevene må lære seg å se sammenhenger mellom forskjellige prosedyrer, ideer og begreper. Denne forståelsen omhandler også det å kunne benytte, forstå og tolke ulike representasjoner, slik at en kan koble nye ideer til det en allerede kan (Kilpatrick et al., 2001). Den fjerde komponenten er *strategic competence.* Denne går ut på at elevene skal kunne løse, formulere og representere matematiske problemer på en hensiktsmessig måte. Det å kunne utvikle en strategi for å finne løsningen er også viktig her. Denne tråden kan kobles opp mot problemløsning (Kilpatrick et al., 2001).

Til slutt har vi den siste komponenten av de fem som er *adaptive reasoning.* Her forklarer Kilpatrick et al. (2001) at denne tråden handler om at elevene skal kunne se sammenhenger, se etter ulike mønster og kunne forklare egen tankegang. Det å lage ulike hypoteser, begrunnelser og refleksjoner er viktig her. For å tilegne seg en sammensatt eller helhetlig matematisk forståelse, må elevene jobbe med matematiske oppgaver som krever både lave og høye kognitive krav. Elevene må også jobbe med oppgaver som krever forklaringer eller begrunnelser til svar. Matematikkoppgaver som krever at elevene kun skal skrive et tall inn i en gitt algoritme eller huske en bestemt definisjon krever en type tenkning hos elevene, mens der elevene må se sammenhenger og koble matematiske begreper sammen krever en annen type tenkning. Det har mye å si hvilke kognitive utfordringer oppgavene gir elevene med tanke på hvordan den matematiske forståelsen er. Med en god matematisk forståelse vil det være enklere å løse problemer (Stein et al., 1996).

I de lave kognitive nivåene memorering og prosedyre uten sammenheng, kan vi dra koblinger til det Skemp (1976) definerer som instrumentell forståelse. Som tidligere nevnt har man ved instrumentell forståelse lært en prosedyre, men vet ikke hvorfor ting er som de er. Det er her behov for flere spesifikke regler. I de to høye kognitive nivåene prosedyre med sammenheng og gjøre matematikk, er det en kobling til det Skemp (1976) definerer som relasjonell forståelse. Det tar tid å lære seg relasjonell forståelse, men når man først har det kan dette være med på å bidra til at en kan anvende en regneoperasjon på en ny måte. En kan da se sammenhenger mellom begreper og strukturer. Når det kommer til utforsking og problemløsing bør en relasjonell forståelse ligge til grunn, da en i større grad vil være rustet til å løse slike oppgaver (Artigue & Blomhøj, 2013).

2.3.2 Rammeverk for lærebokanalyse

Charalambous et al. (2010) har utviklet et rammeverk for analyse av lærebøker. I dette rammeverket deles det opp i horisontal analyse og vertikal analyse. Videre deler Charalambous et al. (2010) horisontal analyse opp i to deler. De har valgt å se på bøkenes *Background information* og *Overall structure*, som vi har oversatt til *bakgrunnsinformasjon* og *generell informasjon*. Disse delene av den horisontale analysen beskriver vi mer detaljert i metodekapittelet.

Den vertikale analysen har de delt opp i tre ulike deler som skal ses på for å få en fullstendig vertikal analyse. Disse har de valgt å kalle for *Communicated to Students*, *Required of Students* og *Connections*.

Communicated to Students handler om hvordan det matematiske stoffet blir presentert til elevene i forkant av et tema eller oppgavene. På grunn av dette ser vi på oppgaven, men også det som kommer i forkant av oppgaven. Det som blir presentert til elevene i forkant av oppgaven vil være viktig når vi skal plassere den i Smith og Stein (1998) sin *Task analysis Guide*. Denne guiden kommer vi tilbake til senere i oppgaven. Den neste delen som de kaller for *Required of Students* handler om nivået på oppgavene og hva det kreves av elevene for å løse dem. Her har vi valgt å se på det kognitive nivået til oppgavene. Den siste delen *Connections* handler om hvordan stoffet i matematikken blir koblet opp til andre deler i matematikken eller til situasjoner utenfor klasserommet (Charalambous et al.,2010).

2.3.3 The mathematical tasks framework

Smith & Stein (1998) har utviklet et rammeverk kalt *The mathematical tasks framework*. Dette ble utviklet under QUASAR-prosjektet. Her framkommer det at en oppgave bør gjennomgå tre faser for at læringsutbyttet skal være maksimalt hos eleven. Den første fasen går ut på hvordan oppgaver framstilles i en lærebok. De resterende to fasene er hvordan læreren presenterer oppgaven og hvordan oppgaver implementeres av elev og lærer (Smith og Stein, 1998). Dersom vi i vår oppgave skulle sett på totalbildet med tanke på læringsutbytte, ville det vært svært aktuelt å se på alle fasene. Hovedfokuset vårt vil være hvordan oppgavene framstilles i lærebøkene fra Multi 6 og Matematikk 6, altså fase 1. Dette fordi det er relevant i forbindelse med vårt forskningsprosjekt. Når vi gjennomfører en ren lærebokanalyse, får vi ikke sett hvordan boken i seg selv tas i bruk av læreren, og vi får heller ikke sett på hvordan oppgavene iverksettes av læreren og elevene. I figuren under ser vi en oversikt over fasene som bør gjennomgås for å oppnå best mulig læringsutbytte.

Figur 3 Oversikt over fasene en oppgave bør gjennomgå for best mulig læringsutbytte. Illustrasjon laget med utgangspunkt fra (Smith & Stein, 1998)

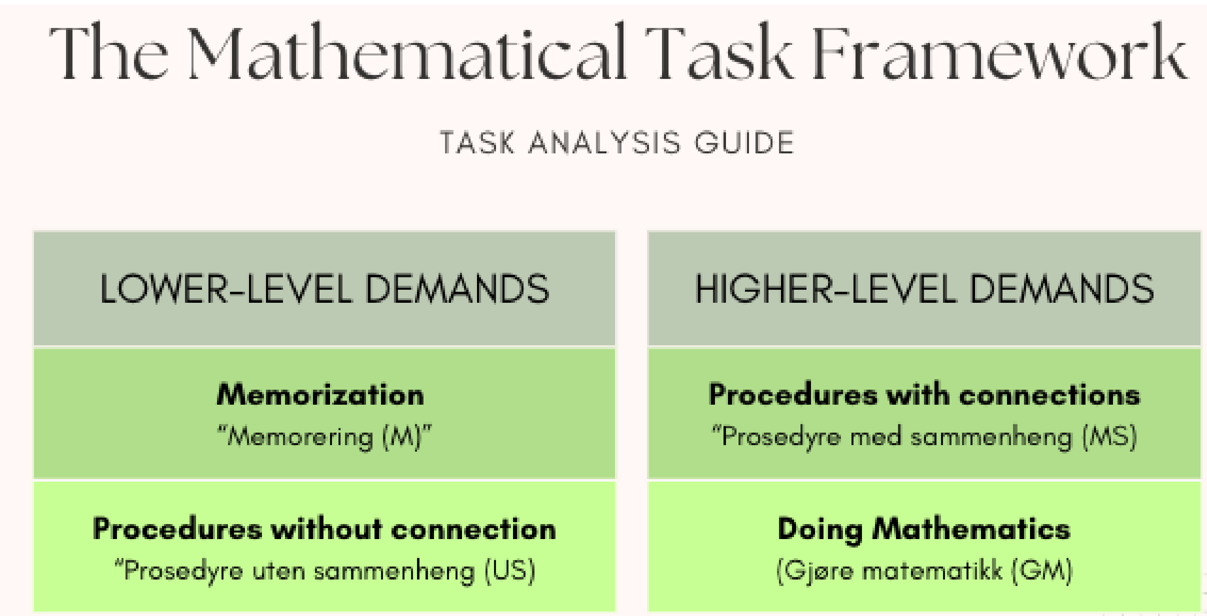
2.3.4 Kognitive nivå

Når vi skal i gang med å se på læreverkene Multi 6 og Matematikk 6, vil det være gunstig for oss å se på de kognitive nivåene til oppgavene. Ved å se på dette kan vi samtidig se på hvordan kjerneelementet *utforsking og problemløsning* ivaretas. For vår del var det viktig å finne en måte å analysere oppgavene på som gav oss et så riktig resultat som mulig. En stor fordel for vår del, er at dette rammeverket er blitt brukt i flere like forskningssammenhenger. Som vi har skrevet tidligere i teoridelen kan en koble problemløsningsoppgaver, og måten å løse en oppgave på opp mot utforskende arbeid. For å kunne ha en utforskende undervisning, er en god problemløsningsoppgave i grunn viktig (Liljedahl, 2021). Liljedahl definerer en god problemløsningsoppgave som en oppgave hvor elevene må bruke en egen fremgangsmåte for å komme frem til løsningen. En god oppgave kan ikke løses ved å bruke en rutine eller algoritme (Liljedahl, 2021). Videre snakker han om at en slik oppgave vil kreve at oppgaven løses ved at eleven må gjennom flere prosesser for å komme frem til et svar.

Prøve -> stå fast -> tenke -> eksperimentere -> prøve og feile -> bruke kunnskap for å komme seg videre (Liljedahl, 2021).

Ved å bruke slike typer oppgaver jobber elevene mer utforskende (Liljedahl, 2021).

For å kunne besvare den første fasen i *The mathematical tasks framework* har Smith & Stein (1998) videreutviklet en *Task analysis guide.* Denne guiden beskriver egenskapene til matematiske oppgaver på de fire nivåene av kognitiv etterspørsel. De fire nivåene indikerer hvor kognitivt krevende en oppgave kan være for en elev. De to første nivåene "memorization" og "procedures without connection" er ifølge Smith & Stein (1998) sett på som "lower -level demands", mens de to neste nivåene er sett på som "higher- level demands". Disse er "procedures with connections" og "doing mathematics". I vår analyse har vi kalt de kognitive nivåene for *memorering* (M), *prosedyre uten sammenheng* (US), *prosedyre med sammenheng* (MS) og til slutt *gjøre matematikk (GM).* Her vil altså oppgaver innenfor M og US havne i *lower-level demands*, som vi har valgt å kalle *lave kognitive krav*. De to siste nivåene MS og GM havner under *higher-level demands* som vi kaller *høye kognitive krav.* Vi illustrerer *Task Analysis Guide* mer oversiktlig i figuren nedenfor.



Figur 4 Egen illustrasjon av Task Analysis Guide (Smith & Stein, 1998).

Smith og Stein (1998) har i *Task analysis guide* beskrevet de fire kognitive nivåene, slik at det skal være mulig å plassere oppgaver innenfor de ulike kategoriene. Det mest kognitivt krevende nivået er *gjøre matematikk (GM)*. For at en oppgave skal kunne plasseres her vil det ofte være snakk om rike oppgaver, slik som problemløsningsoppgaver. Med dette menes oppgaver der elevene selv må finne ut hvordan strategi, prosedyre eller fremgangsmåte som må til for å løse oppgaven. I disse tilfellene må elevene tenke selv, og det er ikke en bestemt retning en må ta for å komme fram til svaret. Ofte krever slike oppgaver at en drar koblinger mellom ulike matematiske temaer (Smith & Stein, 1998). Dette er også veldig likt og gjenkjennbart med det Liljedahl (2021) beskriver som en god problemløsningsoppgave.

Det andre nivået *er prosedyre med sammenheng (MS).* Dette er det nivået som er plassert rett under GM og går også under det de kaller for høye kognitive krav. Forskjellen er at det er litt mindre kognitivt krevende. Til forskjell fra GM vil slike oppgaver ha en viss grad av gitt fremgangsmåte eller at det er koblet til noen prosedyrer. Likevel er det rom for egne tolkninger, og egen refleksjon for hvordan oppgaven skal løses. Hovedfokuset her er at elevene skal få en matematisk forståelse. Oppgaver som plasseres i denne kategorien gir rom for at elevene kan forklare hvordan de kom fram til løsningen. I slike oppgaver krever det at elevene kan se sammenhenger innen matematikkfaget, og bruke kunnskap fra andre områder til å løse oppgavene (Smith & Stein, 1998), selv om oppgaven kanskje bare har ett svar, eller en bestemt fremgangsmåte.

Vi har nå kommet til de to nivåene som anses å være lite kognitivt krevende for elevene. Det minst kognitivt krevende nivået er *memorering (M).* Her er det ikke behov for en matematisk prosedyre. Det trengs verken utregning eller noen form for forståelse. Oppgavene som havner under denne kategorien, er ofte en type avlesning (Smith & Stein, 1998). Smith og Stein (1998) beskriver den nest laveste kategorien som *prosedyre uten sammenheng (US)*. Her må elevene gjøre en matematisk regneoperasjon, men det er ingen kobling mellom prosedyren og oppgaven. Slike oppgaver gir som regel ikke en dypere forståelse til elevene. Hovedmålet vil være at en kommer fram til riktig svar fremfor matematisk forståelse. For å løse oppgaven, trenger elevene kun å se på hvilke fremgangsmåter som har blitt brukt i tidligere eksempler, forklaringer eller tidligere like oppgaver med samme fremgangsmåte (Smith & Stein, 1998).

Vi ser en god sammenheng mellom Smith & Stein (1998) sine nivåer under høye kognitive krav og det Liljedahl (2021) beskriver som en god problemløsningsoppgave for at elevene skal jobbe utforskende. På bakgrunn av dette velger vi å tro at rammeverket er et godt verk å ta i bruk for å gi oss svar på problemstillingen og forskningsspørsmålene våre.

2.3.5 Type svar

I vår oppgave bruker vi også et klassifiseringssystem utviklet av Charalambous et al. (2010). Dette kalles for *Type of Response*. Ved å bruke dette systemet kan vi plassere oppgavene i ulike kategorier ut fra hvilket svar oppgavene krever. I matematikken er det å begrunne eller forklare viktig for at elevene skal få en forståelse av hva de selv lærer. Dette kan bidra til at motivasjonen hos elevene økes, da de kan dra koblinger fra faget til hverdagen (Schoenfeld et al., 2014).

Klassifiseringssystemet kan deles inn i fire kategorier. Vi har valgt å kalle disse for *svar*, *svar og matematisk uttrykk, forklaring* og *begrunnelse* i vår oppgave. Vi har valgt å ta i bruk tre av disse. Vi utelukker *svar og matematisk uttrykk* da Charalambous et al. (2010) ikke presenterer en tydelig definisjon på kategorien. Dette gjorde det utfordrende for oss å vite hvilke oppgaver som skulle plasseres her og ikke. Det skal også sies at denne kategorien kun har vært bruk for da de analyserte bøkene i Taiwan, da de gjorde sin analyse der. Verken i Irland eller i Kypros ble det plassert oppgaver i denne kategorien. Videre kommer en liten forklaring rundt de tre vi har valgt å fokusere på. Den første (1) *"svar"* krever bare at elevene gir et numerisk uttrykk eller svar. Den andre (2) *"forklaring"* krever at elevene gir en forklaring på hvorfor eller hvordan de kom fram til det svaret de gjorde. Med en forklaring er det en tydeliggjøring av hvordan, hvorfor og hva. Den tredje og siste (3) *"begrunnelse"* krever at elevene begrunner godt for de valgene de selv har tatt og hvordan de kom fram til svaret sitt. Med begrunnelse må elevene vise at de har en forståelse av hva de gjør (Charalambous et al, 2010).

3 Metode

Når en skal velge hvilke metoder som passer til den forskningen som skal gjøres, er det viktig å tenke på hva målet med forskningen er. I vår oppgave skal vi se på og analysere et bredt utvalg av oppgaver fra Multi 6 og Matematikk 6 sine læreplanverk for 6. trinn. En analyse er en prosess der det skapes en sammenheng eller at en finner fellestrekk mellom elementer ved å lage grupperinger (Gleiss & Sæther, 2021, s. 170). I vårt tilfelle vil slike grupperinger være kategorier. Vi har gjennom vår analyse plassert oppgavene og elementene i læreverkene til Multi 6 og Matematikk 6 i ulike kategorier.

3.1 Lærebokanalyse

Hvor fokuset skal ligge og hva som må gjøres for å få den informasjonen som trengs i en studie, har mye å si i valg av metode (Thagaard, 2003). På bakgrunn av at det har kommet reviderte lærebøker i matematikk etter LK06 som i utgangspunktet skal være mer rettet mot de nye kompetansemålene og kjerneelementene i fagfornyelsen, syntes vi det var spennende å kunne gjøre en lærebokanalyse av et utvalg av disse. For vår del har det vært nødvendig å se på oppgavene i de valgte lærebøkene. Ved å gjøre en dokumentanalyse, har vi hatt mulighet til å gjøre våre analyser og undersøkelser når det selv har passet for oss. Dokumenter inkluderer også lærebøker, da disse er skriftlige kilder (Scott,1990).

Dokumentanalyse også kalt tekstanalyse kan deles inn i ulike analysemetoder. Gleiss & Sæther (2021) skiller mellom fire ulike måter å analysere dokumenter. De fire måtene kalles *for semiotisk analyse, narrativ analyse, diskursanalyse og innholdsanalyse*. For vår del vil det være relevant å bruke innholdsanalyse som metode. Innholdsanalyse setter søkelys på tekstens innhold mer enn selve språket (Gleiss & Sæther, 2021). Vi har fokusert på oppgavene i Multi 6 og Matematikk 6 og hvordan de er utformet. Ellers har vi sett på oppgavenes innhold og tekstens funksjon i form av hvordan eksempler, forklaringer og samtaler legges opp i bøkene for det videre arbeidet til elevene. En kvantitativ innholdsanalyse baserer seg på en systematisk gjennomgang av innholdet i et dokument. I vårt tilfelle vil dette dokumentet være læreverkene. Som tidligere nevnt skal vi dele oppgavene i lærebøkene inn i ulike kategorier fra Smith & Stein (1998) med tanke på kognitive nivå. Da vi har valgt å kode ut fra kategorier som allerede er satt, vil vår innholdsanalyse være deduktiv (Mayring, 2015).

3.2 Kvantitativ og kvalitativ metode

Kvantitativ metode omhandler innsamling og analyse av data i form av tall, mens kvalitativ metode omhandler innsamling og analyse av kvalitative data, ofte i form av tekst eller språk (Gleiss & Sæther, 2021). Vår forskning har momenter av begge tilnærmingene da vi analyserer tekst og bilder i lærebøker, men framstiller resultatene i form av tall. Det blir derfor naturlig for å oss å bruke begge tilnærmingene. Vi kan derfor si at vår analyse har likhetstrekk med en mixed methods-studie. Ifølge Creswell (2014) kan det være gunstig å bruke begge metodene, da det kan bidra til at en skaper et mer helhetlig bilde av forskningen som gjennomføres, da metodene er med på å utfylle hverandre. For vår del vil det være gunstig å bruke begge metodene, da vi ut fra den kvalitative analysen, vil få funn som kan presenteres kvantitativt.

Mixed methods kan deles inn i to metoder, *emerged mixed methods* og *fixed mixed methods*. *Emerged mixed methods* baserer seg på at det vil skje endringer underveis i analysen og at det må tas nye valg underveis. *Fixed mixed methods* baserer seg på at det er klare rammer for analysen og at forskingen skjer med utgangspunkt i det. I mange tilfeller vil en forskning havne et sted midt mellom disse to metodene (Creswell & Plano Clark, 2018). Vår forskning har i utgangspunktet et konseptuelt rammeverk som følges, og vi anser derfor at vår analyse kan plasseres under *fixed mixed methods*. De to ulike metodene anses å være ytterpunkter til hverandre (Creswell & Plano Clark, 2018).

I vår oppgave har vi analysert et utvalg fra to læreverk, Multi 6 og Matematikk 6. Vi har satt fokuset vårt på fagfornyelsens kjerneelement som heter *utforsking og problemløsing*. Ut fra dette har vi funnet ut av hva vi vil forske på i vår studie. I en kvantitativ undersøkelse blir det som undersøkes kalt enheter. Enhetene vil videre ha variabler som undersøkes (Christoffersen & Johannessen, 2012). Vi anser læreverkene som enheter, og oppgavene som blir analysert i lærebøkene er i vårt tilfelle variablene.

Oppgavene i lærebøkene analyseres etter samme sammensetning av rammeverk. Dette for å gjøre analysen av hver enkelt oppgave så lik som mulig. Kvantitativ forskning bruker tall og statistikk. Kvalitativ metode blir ofte brukt i forbindelse med innsamling av data og i analysen av funnene (Christoffersen & Johannessen, 2012). Vi har analysert en større mengde oppgaver og resultatene presenteres i tabeller ut fra kognitive nivå. Vi har strukturert våre data i Microsoft Office Excel.

For oss vil selve analysen av lærebøkene, der vi tolker oppgavene og plasserer disse i ulike kategorier være kvalitativ. Utenom dette vil også lærebøkenes struktur og oppbygging analyseres kvalitativt. Resultatene vi får ut fra å kategorisere oppgavene vil presenteres kvantitativt, ut fra summeringen og opptellingene vi har gjort. Videre vil vi bruke våre kvantitative resultater for å komme fram til ulike funn i læreverkene. Creswell og Plano Clark (2018) vil beskrive denne miksen av metoder som en type design, kalt e*xploratory sequential design*. Denne type design starter slik som vi gjør med at det først gjennomføres en kvalitativ analyse av tolkninger og funn, før disse videre blir analysert kvantitativt. Ved å foreta oss et slikt design kan vi enklest mulig svare på problemstillingen og forskningsspørsmålene i denne oppgaven. Ved å bruke denne formen for metode vil det være mulig for oss å koble oppgavens kognitive nivå i de to ulike læreverkene opp mot kjerneelementet om utforsking og problemløsing i fagfornyelsen. Videre skal vi se på hvilket utvalg vi har i vår studie.

3.3 Utvalg

Høsten 2020 kom det en ny læreplan som skulle tre i kraft på skolene i Norge. Fagfornyelsen ble en læreplan med mye endringer, med et mer rettet fokus mot utforskende arbeid. Dette gjaldt spesielt i matematikk. Som følger av dette har flere av forlagene revidert gamle læreverk og kommet med nye utgaver som skal være mer tilpasset den nye læreplanen. Blant disse har vi valgt oss ut to læreverk vi skal analysere i vår masteroppgave. Vårt valg av læreverkene kommer av en undersøkelse vi gjorde i forkant, hvor vi snakket med alle barneskolene i Tromsø for å finne ut hvilke læreplanverk de benytter seg av i matematikken. Da vi begge to tar utgangspunkt i å jobbe her i Tromsø, syntes vi det var interessant å se hvilke læreverk vi kommer til å jobbe med når vi er ferdig med studiene. Det ble derfor relevant og hensiktsmessig for oss å se på de læreverkene vi selv skal ta i bruk. Vi fikk svar fra 10 ulike skoler i Tromsø, og fordelingen blir presentert i tabellen nedenfor.

Tabell 1 Oversikt over hvor mange Tromsø-skoler som bruker de ulike læreverkene i matematikk

	Multi	Matematikk	Matemagisk
Antall skoler	5	4	1

Her ser vi det også nødvendig å nevne at den ene skolen som brukte Matemagisk var i overgangen til å bytte over til Multi som sitt læreverk.

På bakgrunn av disse undersøkelsene så vi det mest hensiktsmessig for oss å analysere de bøkene som blir mest brukt her i vår hjemby, med læreverk og forlag vi selv skal ta i bruk etter endt studie, og har erfaring med fra tidligere praksis og arbeid i skolen. Med dette ble avgjørelsen tatt om å analysere Multi 6 og Matematikk 6 sine læreverk, som også har forlag som er blant de mest brukte forlagene i Norge (Opsahl, 2020).

Etter å ha studert kompetansemålene til henholdsvis 5., 6., og 7.- trinn, kunne vi se at målet om utforskende arbeid var varierende fra de tre trinnene. Kompetansemålene etter 6. trinn hadde størst fokus på at elevene skulle jobbe utforskende. I kompetansemålene etter 5. trinn er det kun 3/10 kompetansemål som nevner begrepet *utforske* eller *løse problemer/ problemløsing* (Utdanningsdirektoratet, 2020b). På 6. trinn var som tidligere nevnt størst fokus på utforsking og problemløsning, hvor hele 7/10 kompetansemål inneholdt begrepet *utforske* eller *løse problemer*. For 7. trinn var det 3/10 kompetansemål som satte fokuset mot problemløsing og utforsking.

Med utgangspunkt i en tidligere masteroppgave som gjorde en lignende analyse som oss av 5. trinn, og at det i 7. trinn ikke er et like stort fokus på utforsking og problemløsing i kompetansemålene, har vi valgt å se på læreverkene for 6. trinn.

De ulike læreverkene har flere deler, som til sammen utgjør hele læreplanverket for Multi 6 og Matematikk 6. Vi har valgt å rette fokuset vårt mot grunnbøkene, og ekskludert de andre ressursene som *lærerveiledning, oppgavebok, digitale ressurse*r og lignende. Dette fordi vi ikke vet i hvor stor grad de blir tatt i bruk av lærere i undervisningen.

3.4 Dataanalyse

I denne delen av oppgaven skal vi presentere dataanalysen vår og hvordan vi strategisk har gjennomført analysene.

3.4.1 Presentasjon av bøkene

På bakgrunn av at de ulike lærebøkene er lagt opp forskjellig ser vi det hensiktsmessig å presentere lærebøkene hver for seg. Vi skal se nærmere på hvilke beskrivelser de ulike forlagene har gitt bøkene, hvordan kapitlene er lagt opp, og se nærmere på læreplanverket sine grunnbøker/elevbøker i sin helhet.

3.4.1.1 Multi 6A/B

Gyldendal har valgt å dele elevboken til Multi opp i to bøker bestående av Multi 6A og 6B. De to bøkene har åtte kapitler fordelt på hver bok, hvor 6B er fortsettelsen til 6A. Disse to bøkene utgjør en del av det sammensatte læreverket. Selv om elevbøkene til Multi 6 blir vårt fokusområde, finnes det et bredt utvalg av det sammenlagte læreverket deres. De har i tillegg parallellbok som er en engangsbok med mer visualisert og grundigere forklart lærestoff til elevene. I tillegg til dette har de lærerens bok og nettressurser. Multi 6 skriver selv at deres parallellbok skal fungere som en bok som følger samme tema og type oppgaver som i elevboken, men med en mer visuell og forenklet fremstilling av oppgavene. På bakgrunn av dette har vi grunn til å tro at oppgavene i parallellboken er tilnærmende lik oppgavene i Multi 6 sine elevbøker.

Gyldendal beskriver Multi 6 sine elevbøker som en bok som skal bidra til å styrke elevenes evne til problemløsning, samarbeid, kommunikasjon og praktisk bruk av matematikk. Samtidig skal den legge til rette for et solid grunnlag for videre læring (Gyldendal, U.d)

Ved første blikk er bøkene oversiktlig og lett forståelig. Skriften er stor, og bøkene inneholder mye bilder og farger som gjør boken mer attraktiv å lese. Det første som møter oss når vi åpner boken er en hilsen fra forfatterne, etterfulgt av en innholdsfortegnelse. Allerede på side 4 i boken får vi en oversikt over ulike oppgaver som blir presentert i kapitlene. Boken har seks ulike oppgavetyper. I boken møter vi på *øveoppgaver, aktivitet, spill, forklaring, utforsking og vurdering*. Tabell 2 viser en oversikt over de ulike oppgavetypene i Multi 6.

Tabell 2 Oversikt over de ulike oppgavetypene i Multi 6 sitt læreverk

Bok	Oppgavetype	Beskrivelse
Multi	Øveoppgaver	Øveoppgavene er merket med to tall, med punktum mellom. Det første tallet er kapittelet og det andre er oppgavenummeret. Med disse oppgavene øver du på noe du allerede har jobbet med i en utforskning eller aktivitet.
	Aktivitet	Dette er praktiske aktiviteter som du gjør sammen med andre elever utenfor boka, og ofte med redskaper og hjelpemidler.
	Spill	Denne boka inneholder mange spill hvor du øver på regning og viktige begreper. Med spill får du øvd på matematikk på en morsom måte.
	Forklaring	Matematisk fagstoff forklares med utgangspunktet i en utforskning eller aktivitet som du har gjort, som oftest vises matematikken på forskjellige måter.
	Utforskning	Her får du utforsket nye problemstillinger praktisk eller mer teoretisk. Dere arbeider sammen noen ganger etter å ha prøvd på egen hånd først.
	Vurdering	Mot slutten av hvert kapittel er det to sider som er merket «kan du dette?». Det er en oversikt over det du har jobbet med, med oppgaver som kan brukes til vurdering

Når vi har gjort en vertikal analyse av oppgavene i Multi 6, er det *øveoppgavene*, *utforskingsoppgavene* og oppgavene i *vurdering* som er med i analysen. *Aktivitet* og *spill* er plassert i kategorien *annet*.

På baksiden av Multi 6 sine to bøker har forfatterne laget en oversikt over hva som vektlegges i bøkene. Utforskende og kreativt arbeid gjennom praktiske og teoretiske problemer har vært et stort fokus. De har valgt å lage undervisningsaktiviteter som legger opp til både samtale, samarbeid og refleksjon blant elevene. Boken legger også opp til tilpasset opplæring innenfor et læringsfellesskap. Elevene skal oppleve mestring og utfordring for å kunne strekke seg lengst mulig i faget. Boken er også lagt opp slik at mye av det elevene møter på gir en nærhet til elevenes hverdag (Alseth et al., 2020).

3.4.1.2 Matematikk 6

I motsetning til Multi 6 har Matematikk 6 alle kapitlene samlet i en bok. Boken følger et tema hele veien som omhandler byen Fermat og menneskene som bor der. Vi følger de samme karakterene gjennom hele boken.

På samme måte som Multi 6 sitt læreverk har også Matematikk 6 flere bøker som går under det samme læreverket. De har blant annet en oppgavebok som eventuelt kunne vært relevant for oss å analysere. Men ut fra forklaringen til Cappelen Damm hvor de beskriver oppgaveboken som en bok som er differensieringsmarkert, men følger samme tema og mål fra selve grunnboken har vi grunn til å tro at oppgavene er tilsvarende lik som oppgavene i grunnboken.

Boken er på samme måte som Multi 6 lett å lese og inneholder mye farger og bilder som gjør boken mer attraktiv. Boken følger med seg en forutsigbarhet som gjør at det er lett å bli kjent med den, og du kan tenkte deg til hva du kan forvente i de ulike kapitlene, da de har en lik oppbygning. Dette er også fordi som nevnt ovenfor, at de samme karakterene og den samme byen er tema for hele boken.

Boken er lagt opp slik at kapitlene starter med et samtalebilde som gir grunnlag for at elevene kan samtale rundt hva de ser på bildet og reflektere over temaet for kommende kapittel. Videre har dette læreverket også ulike oppgavetyper. Vi møter på ni ulike oppgavetyper i Matematikk 6. *Oppgaver, utforsk sammen, eksempler, samtale, finn ut, sant/usant, temaoppgaver*, *oppsummering* og *oppsummerende oppgaver* (Gulbrandsen et al.,2020). I tabell 3 på neste side ser vi en oversikt over de ulike oppgavetypene i Matematikk 6 med beskrivelse.

Tabell 3 Oversikt over de ulike oppgavetypene i Matematikk 6 sitt læreverk

Bok	Oppgavetype	Beskrivelse
Matematikk 6	Oppgaver	Oppgavene i boken starter med utgangspunkt i samtalebildet som først har blitt presentert, før oppgavene bli mer varierte og får ulik vanskelighetsgrad
	Utforsk sammen	I hvert kapittel er det en eller flere «utforsk sammen» oppgaver. Elevene skal jobbe ved hjelp av samarbeid i mindre eller større grupper. Her er det meningen at elevene skal samtale, diskutere og finne løsningsstrategier og fremgangsmåter for å løse oppgaven. Hovedmålet ved en slik oppgaven er at elevene skal lære seg et godt matematisk språk- samt få innblikk i hvordan de ulike elevene tenker.
	Eksempler	Når elevene skal jobbe med digitale hjelpemidler i form av for eksempel Geogebra kommer det i forkant en rute med eksempel som egentlig er en ren bruksanvisning på hvordan du bruker programmet.
	Samtale	Innad i hvert eneste kapittel møter elevene på en rute hvor de skal samtale rundt temaet som kommer. Altså i forkant av hvert delkapittel eller hvis elevene må gå over til å bruke en ny metode for oppgaveløsningen skal de i forkant samtale rundt hvordan dette kan gjøres. Inni den samme ruten blir det presentert ulike metoder for å løse oppgavene.
	Temaoppgaver	Mot slutten av kapitlet blir elevene møtt med temaoppgaver. Her får elevene en utbredt

		variasjon med oppgaver som gjerne krever kunnskap fra flere områder enn det kapitlet handler om.
	Finn ut	Finn ut dukker opp på slutten av kapitlene hvor elvene skal finne ut svaret på ulike spørsmål de blir stilt og forklare hvorfor de har svart slik de har gjort. Dette er for å sette kompetansen til elevene på prøve og for å finne ut hvordan den matematiske forståelsen er.
	Sant/usant	I slutten av hvert kapittel møter elevene på flere påstander som baserer seg på temaet de nettopp har hatt. Her skal elevene svare på om påstandene er sanne eller usanne. I tillegg bes de alltid begrunne svaret deres.
	Oppsummering	Her er det ingen oppgaver elevene skal jobbe med, men en presentasjon over de ulike eksemplene elevene har fått presentert tidligere i kapitelet. En enkel plass å slå opp på hvis det er en fremgangsmåte du har glemt.
	Oppsummerende oppgaver	Det kommer en rekke oppgaver på slutten av hvert kapittel hvor elevene jobber med repeterende oppgaver fra tidligere i kapitlet. Her vil ikke elevene møte på noe form for ny informasjon. I avslutningen av hvert kapittel er det er **spill** innenfor temaet de nettopp har jobbet med. Spill kan være en fin og annerledes måte å jobbe med matematikk på, som elevene ofte setter pris på.

I Matematikk 6 er det oppgavene innenfor *oppgaver* og *temaoppgaver* som blir analysert i den vertikale analysen vår. De resterende oppgavetypene blir plassert under det vi har valgt å kalle *annet*.

3.4.1.3 Andel annet i læreverkene

Både Multi 6 og Matematikk 6 har flere faktorer hvor elevene får muligheten til å jobbe med det matematiske temaet på en mer variert måte. Vi har ovenfor i oppgaven beskrevet hva de ulike faktorene handler om, og hvordan elevene skal jobbe med disse. I vår oppgave har vi valgt å sette alt som kommer utenom oppgavene til en egen kategori. Denne har vi valgt å kalle for *annet.* Det som havner i denne kategorien, kan også være med på å bidra til at kjerneelementet om utforsking og problemløsing styrkes.

Matematikk 6 har for eksempel en oppgavetype som kalles for *sant/usant*. *Sant/usant* forekommer i slutten av nesten hvert kapittel og er en rekke påstander som elever skal merke som sant eller usant. I tillegg til dette blir de bedt om å begrunne hvorfor de har valgt å merke påstanden slik de har gjort. Hadde vi hatt et mer passende rammeverk å bruke for å analysere det vi har valgt å kalle for *annet*, ville nok resultatet i denne forskningen hatt et litt annerledes utfall. Da vårt hovedfokus i denne forskningen er oppgavene som presenteres som rene oppgaver, har vi valgt å utelukke de resterende oppgavetypene.

3.4.1.4 Samlebetegnelser for kapittel i læreverkene

Når vi skal gjøre funn ut fra resultatene våre i denne studien, har vi for enkelthetsskyld valgt å lage en samlebetegnelse for temaene som er fordelt på de ulike kapitlene. Multi 6 har et større læreverk enn Matematikk 6, hvor de blant annet har 8 kapitler istedenfor 6 slik som Matematikk 6. Noe vi også ser er at Multi 6 har større fokus på noen tema som Matematikk 6 har vektlagt i mindre grad. For å kunne koble resultatene fra analysen opp mot hverandre har vi bestemt oss for å lage en samlebetegnelse for temaene til læreverkene uavhengig av kapittelinndelingene. På neste side vil vi presentere samlebetegnelsene i en tabell.

Tabell 4 Samlebetegnelse for de ulike temaene i læreverkene

Samlebetegnelse	**Multi**	**Matematikk**
Tall og regning	Tall og regning	Tall Multiplikasjon og divisjon
Desimaltall	Desimaltall	Desimaltall
To- og tredimensjonale figurer	To- og tredimensjonale figurer	Tredimensjonale figurer Geometri
Geometri	Omkrets, areal og volum	Geometri
Brøk	Brøk	Desimaltall
Algebra og programmering	Algebra og programmering	Algebra
Koordinatsystemet	Mønster og koordinatsystemet	Algebra

Innenfor samlebetegnelsen *tall og regning* har vi plassert kapittelet til Multi 6 som heter Tall og regning. Her møter vi på positive og negative tall, i tillegg til de fire regneartene. I Matematikk 6 har de et eget kapittel for positive og negative tall, og et eget kapittel for multiplikasjon og divisjon. Disse har vi slått sammen slik at begge kapitelene går under samlebetegnelsen *Tall og regning.*

Det neste temaet er *desimaltall.* Her møter elevene mye av det samme, og innholdet i kapitlene er relativt like i Multi 6 og Matematikk 6 på den måten at elevene skal jobbe med desimaltall innenfor titallssystemet og de fire regneartene. Da begge temaene går under det samme navnet i begge læreverkene beholder vi navnet og kaller temaet *desimaltall*.

Den neste samlebetegnelsen har vi valgt å kalle for *to- og tredimensjonale figurer*. Dette temaet møter vi på i Matematikk 6 under navnet tredimensjonale figurer som er et eget kapittel, mens kapittel 3 som har temaet geometri inneholder underkapittel som baserer seg på todimensjonale figurer. Med utgangspunkt i dette har vi valgt å plassere både geometri og tredimensjonale figurer under samlebetegnelsen *to- og tredimensjonale figurer*. Multi 6 har et eget kapittel som omhandler både to- og tredimensjonale figurer og går også under samme samlebetegnelse.

Samlebetegnelsen for temaet *geometri* innebærer omkrets, areal og volum. Dette møter vi på i begge læreverkene. I Matematikk 6 har de som nevnt lengre opp et eget kapittel som heter *geometri,* mens Multi 6 har et kapittel som de har valgt å kalle *omkrets, areal og volum*. Disse har vi samlet under samme betegnelse og kalt for *geometri.*

Multi 6 har valgt å ha et større fokus på brøk enn Matematikk 6. Multi 6 har et eget kapittel med temaet brøk, mens Matematikk 6 kun har noen få oppgaver innenfor brøk som et underkapittel av desimaltall. På bakgrunn av dette har vi valgt å plassere oppgavene i kapittelet desimaltall som omhandler brøk fra Matematikk 6 under samlebetegnelsen *brøk*, og trekker dem ut fra desimaltall-kapittelet.

Det neste temaet vi skal se på er innenfor *algebra og programmering*. Her har også Multi 6 valgt å ha et eget kapittel de har kalt for *algebra og programmering*, mens Matematikk 6 har et kapittel innenfor algebra og programmering som er et underkapittel de har valgt å kalle for *koding* i kapittelet om *algebra*. Vi har valgt å samle disse to under samlebetegnelsen *algebra og programmering.*

Det siste samlingsbegrepet vi har valgt å ha fokus på, er innenfor temaet om *koordinatsystem*. I Matematikk 6 møter vi på koordinatsystemer som et undertema av *algebra*. På den andre siden har Multi 6 koordinatsystemer som et eget kapittel de har valgt å kalle for *mønster og koordinatsystemet*. Vi har dermed samlet disse under samme betegnelse og kalt det for *Koordinatsystemet.*

Ved hjelp av disse samlebetegnelsene kan vi enklere sette temaene opp mot hverandre, og resultatene som kommer frem av analysen vi har gjort i de to læreverkene.

3.4.2 Horisontal analyse av rammeverk

I den horisontale analysen analyserer vi bakgrunnsinformasjonen og den generelle strukturen i to selvvalgte læreverk. I bakgrunnsinformasjonen skal vi se nærmere på lærebøkenes tittel, utgiver, sidetall, forfattere og utgivelsesår. Gjennom den generelle strukturen skal vi gå dypere inn i boken og se på hver enkelt oppgave sammenlagt i to av de største læreverkene i Norge, og sammenligne bøkene opp mot hverandre.

3.4.3 3.4.2 Vertikal analyse

Gjennom den vertikale analysen skal vi gå dypere inn i boken og se på hver enkelt oppgave side for side i to av de største læreverkene i Norge. Vi skal ved hjelp av den vertikale analysen dykke inn i problemstillingen og forskningsspørsmålene våre, og legge frem resultater til grunn for vår konklusjon.

Den vertikale analysen vil bli hoveddelen av oppgaven, og skal i størst grad gi oss grunnlag til å svare på det overordnede målet og forskningsspørsmålene som vi har stilt i forbindelse med denne oppgaven. Når vi skal se på hvordan de nye lærebøkene i matematikk er endret i henhold til fagfornyelsen har vi valgt å analysere hver enkelt oppgave i bøkene. I tillegg til dette ser vi på hvilken teori som blir presentert for elevene i forkant og underveis i et tema. Sist, men ikke minst, ser vi på alle andre elementer som spiller en rolle for hvorvidt boken er utforskende, eller gir elevene en utforskende mulighet til å jobbe med matematikken. Vi analyserer bøkene ved hjelp av tre ulike rammeverk. Vi bruker Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk for horisontal og vertikal analyse. Under den vertikale analysen har vi valgt å bruke Smith & Stein (1998) sin *Task Analysis Guide.* Den bruker vi for å se på lærebøkenes oppgaver for å kunne plassere dem innenfor et kognitivt nivå. Vi bruker også Charalambous et al. (2010) sin T*ype of response* for å se på type svar oppgavene krever.

De elementene vi har valgt å plassere under kategorien *annet* er ikke analysert da det ikke er spesifikke oppgaver, men aktiviteter elevene skal jobbe med. Utenom de delene i boken vi har plassert under *annet*, har bøkene både forklaringer og eksempler som vi har valgt å ikke plassere under denne kategorien da det ikke krever noe av elevene annet enn å lese eksemplene/forklaringene. Grunnen til at vi har valgt å ikke ta dette med i analysen vår, er at disse forklaringene og eksemplene er lagt som en del av grunnlaget for hvilket kognitivt nivå oppgavene i etterkant blir plassert under. Dermed er disse forklaringene og eksemplene tatt med i analysen til de kognitive nivåene oppgavene er satt til.

For oss var det viktig å kunne strukturere analysen vår godt, slik at vi fikk en systematisk oversikt over alle kodene. Til dette valgte vi å bruke programmet Microsoft Office Excel. Vi har valgt å bruke ulike forkortelser for å gjøre selve analysen enklere å loggføre. Vi har analysert 3667 oppgaver, og derfor var det viktig at vi kunne loggføre funnene raskt. Nedenfor viser vi et utklipp fra den vertikale analysen gjort i Excel, hvor vi har brukt *Task Analysis Guide* og T*ype of response* til å analysere oppgavene i bøkene.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Kapittel	Tema	Delkapittel	Oppgave nr.	Kognitivt nivå	Type svar	Aktivitet	Forklaring	Spill
2	1	Tall og regning	Negative tall	1.1a	M	S			
3	1	Tall og regning	Negative tall	1.1b	M	S			
4	1	Tall og regning	Negative tall	1.1c	MS	S			
5	1	Tall og regning	Negative tall	1.2a	US	S			
6	1	Tall og regning	Negative tall	1.2b	US	S			
7	1	Tall og regning	Negative tall	1.2c	US	S			
8	1	Tall og regning	Negative tall	1.2d	US	S			
9	1	Tall og regning	Negative tall	1.3a	US	S			
10	1	Tall og regning	Negative tall	1.3b	US	S			
11	1	Tall og regning	Negative tall	1.3c	US	S			
12	1	Tall og regning	Negative tall	1.3d	US	S			
13	1	Tall og regning	Negative tall	1.4a	M	S			
14	1	Tall og regning	Negative tall	1.4b	US	S			
15	1	Tall og regning	Negative tall	1.4c	US	S			
16	1	Tall og regning	Negative tall	1.4d	US	S			
17	1	Tall og regning	Negative tall	1.5.0	US	S			
18	1	Tall og regning	Negative tall					x	
19	1	Tall og regning	Negative tall	1.6a	M	S			
20	1	Tall og regning	Negative tall	1.6.b	M	S			
21	1	Tall og regning	Negative tall	1.7a	US	S			
22	1	Tall og regning	Negative tall	1.7b	US	S			
23	1	Tall og regning	Negative tall	1.7c	US	S			
24	1	Tall og regning	Negative tall	1.7d	US	S			
25	1	Tall og regning	Negative tall	1.7e	US	S			
26	1	Tall og regning	Negative tall	1.7f	US	S			
27	1	Tall og regning	Negative tall	1.7g	US	S			
28	1	Tall og regning	Negative tall	1.7h	US	S			
29	1	Tall og regning	Negative tall	1.8a	US	S			
30	1	Tall og regning	Negative tall	1.8b	US	S			
31	1	Tall og regning	Negative tall	1.8c	US	S			
32	1	Tall og regning	Negative tall	1.9a	M	S			
33	1	Tall og regning	Negative tall	1.9b	M	S			

Kap. 1, Multi 6a | Kap. 2, Multi 6a | Kap.3, Multi 6a | Kap.4, Multi 6a | Kap. 5, Multi 6b | Kap. 6, Multi 6b | Kap. 7

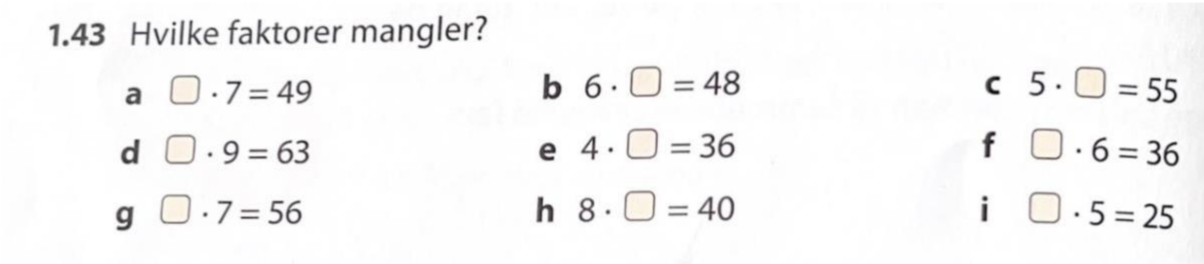
Klar   Tilgjengelighet: Undersøk

Figur 5 Utklipp fra den vertikale analysen vår Multi 6

Vi har valgt å bruke et eget regneark for hvert kapittel i både Multi 6 og Matematikk 6. På bunnen av figur 5 ser vi oversikten over kapitlene. Kolonne A viser en oversikt over hvilket kapittel i boken vi ser på, mens i B-kolonnen ser vi tittelen på kapittelet, som også er temaet. Videre i kolonne C ser vi hvilket delkapittel vi er innenfor. Alle kapitlene i både Multi 6 og Matematikk 6 er delt inn i ulike delkapittel. I de neste kolonnene E og F ser vi selve analysen som er gjort. Kolonne D viser oppgavenummer, hvorav E viser det kognitive nivået vi har satt oppgaven til å være ved bruk av *Task Analysis Guide*. I kolonne F kommer frem hvilke *typer svar* oppgavene krever. G, H og I viser det vi har valgt å plassere under kategorien *annet*. Her finner vi det som ikke kategoriseres som en direkte oppgave, men blant annet *spill*, *aktiviteter* og lignende.

3.4.4 Analyseavklaring

Når vi har tatt for oss hver enkelt oppgave har vi valgt å gjøre det slik at alle deloppgavene regnes som en egen oppgave. Det vil si at en oppgave 1.1 som inneholder både a, b og c blir analysert som tre individuelle oppgaver, og både 1.1a), 1.1b) og 1.1c) får tildelt hver sitt kognitivt nivå. For å kunne si noe om oppgavenes kognitive nivå var vi nødt til å se på kunnskap som var blitt presentert for elevene tidligere i boken. På bakgrunn av dette valgte vi å analysere bøkene perm til perm. Vi startet med kapittel 1 og jobbet mot slutten av boken i bokens egen rekkefølge. Dette bidro til at vi hadde god kontroll på elevenes tidligere erfaring fra boken. I figuren nedenfor viser vi et eksempel på hvordan vi tok i bruk tidligere teori og kunnskap for å vurdere de neste oppgavene.



1.43 Hvilke faktorer mangler?

a $\square \cdot 7 = 49$	**b** $6 \cdot \square = 48$	**c** $5 \cdot \square = 55$
d $\square \cdot 9 = 63$	**e** $4 \cdot \square = 36$	**f** $\square \cdot 6 = 36$
g $\square \cdot 7 = 56$	**h** $8 \cdot \square = 40$	**i** $\square \cdot 5 = 25$

Figur 6 Oppgaver hentet fra Multi 6 (Alseth et al., 2021).

Oppgave 1.43 i Multi 6 var den første oppgaven elevene fikk presentert på en slik måte som den presenteres i 1.43a. Elevene skal bruke regnekunnskaper til å løse regnestykker hvor en ukjent mangler. Som nevnt tidligere har vi valgt å analysere alle oppgavene, inkludert deloppgavene som hver sin individuelle oppgave. På bakgrunn av at elevene ikke har møtt en slik oppgave, eller fått eksempler på hvordan den skal løses, har vi valgt å plassere *1.43a* i Smith & Stein (1998) sin *Task Analysis Guide* under *høye kognitive krav* og har dermed fått det kognitive nivået MS. De resterende oppgavene i 1.43 har vi satt til å være innenfor de lave kognitive kravene, og fått det kognitive nivået US basert på at elevene skal gjøre samme prosedyre som ved oppgave a. Denne måten å analysere oppgaver på har vi brukt gjennom hele boken. Derfor har vi strukturert gått gjennom boken i bokens rekkefølge.

3.4.5 Analyseforklaring

Når rammeverkene våre for analysen var satt, var neste steg å starte med analysen i lærebøkene. For å gjøre analysen enklere å gjennomføre, og mer oversiktlig mener Bergqvist (2007) at en bør følge en analyseoppskrift. Bolme & Eriksen (2021) har laget en analyseoppskrift for en slik analyse vi skulle gjennomføre. Vi har hentet inspirasjon fra deres oppskrift, og valgt å trekke ut de stegene i prosessen vi så på som nyttig i henhold til vår analyse. Ved å følge en satt analyseprosess har vi noe håndfast vi kan bruke om vi skulle oppleve å stå fast eller bli usikker på hvor en oppgave skal plasseres i analysen. Vi vet også med sikkerhet at hver oppgave som er analysert, er analysert likt og har fulgt samme steg for å kunne kategoriseres i analysen vår.

Vi vil nå presentere en punktvis kodeprosedyre og forklare punktene mer detaljert i analyseoppskriften under ved å gå trinnvis gjennom analysen og rekkefølgen på fremgangsmåten vår. Du finner analyseoppskriften på neste side.

3.4.5.1 Analyseoppskrift:

1. **Task Analysis Guide - Lærebokanalyse**
    1. Sammenligner oppgaven med tidligere teori
    2. Sammenligner oppgaven med tidligere eksempler
    3. Sammenligner oppgaven med tidligere gitte oppgaver

2. **Task Analysis Guide – Kognitive nivå**

i. Lave kognitive krav
   1. Memorering (M)
   2. Prosedyre uten sammenheng (US)

ii. Høye kognitive krav
   1. Prosedyre med sammenheng (MS)
   2. Gjøre matematikk (GM)

4. **Type of response – Type svar/respons oppgaven ber om**
    1. Svar (S)
    2. Forklaring (F)
    3. Begrunnelse (B)

I vår analyse startet vi med Multi 6A og 6B og analyserte bøkene perm til perm- og i kronologisk rekkefølge. Når vi hadde gått gjennom begge bøkene i Multi 6, gikk vi videre til Matematikk 6 og tok for oss boken på samme måte. På denne måten fikk vi en god oversikt over bøkene og det vi skulle analysere. Videre i kapittelet skal vi gå mer i dybden på analyseoppskriften.

1. **Vertikal analyse av oppgaven**

   Når vi har analysert oppgavene i Multi 6 og Matematikk 6, har vi sett eksplisitt på hva oppgavene spurte etter. Vi så etter de mulige løsningsstrategiene som kunne tas i bruk for å løse oppgaven. Dette gjorde vi ved å se om oppgaven kunne løses ved hjelp av algoritmer eller satte regler. Ved å se på disse faktorene i oppgaven dannet vi grunnlaget for å kunne plassere oppgavene innenfor de kognitive nivåene i rammeverket vi bruker. Når vi analyserte oppgaven var det også viktig for oss å se på hvilke svar oppgaven kunne få, og om det «riktige svaret» var målet til oppgaven, fremfor forståelse og utforsking. Hvorvidt oppgaven legger til rette for prosedyrekunnskap eller konseptuell kunnskap var avgjørende for at vi kunne skille mellom lave og høye kognitive nivå.

2. **Task Analysis Guide – Lærebokanalyse**

   Vi valgte å følge Smith og Stein (1998) sitt rammeverk for den videre analysen. For å kunne følge den på riktig måte ble det viktig for oss å se på læreboken i sin helhet. Som tidligere nevnt valgte vi å følge bøkenes kronologiske rekkefølge for få et oversiktlig innblikk i bokens struktur. Ved å gjøre det på denne måten kunne vi analysere oppgavene med utgangspunkt i hvilken teori som er gitt ved tidligere anledninger. Vi kunne også se på om oppgavene elevene fikk var i sammenheng med tidligere eksempler, eller lik oppgavene elevene har jobbet med i forkant av oppgaven som ble analysert. Ved å gjøre dette fikk vi sett på Charalambous et al. (2010) sin første kategori innenfor vertikal analyse, *communicated to students.*

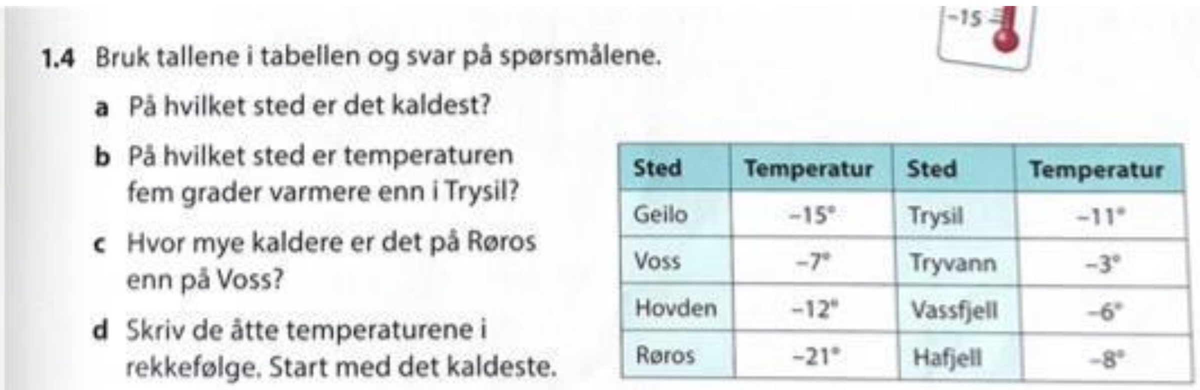
3. **Task Analysis Guide – Kognitivt krav**

   Innenfor dette steget vurderte og kategoriserte vi oppgavene innenfor de ulike kognitive kravene som er satt i rammeverket til Smith & Stein (1998). I dette steget så vi det som hensiktsmessig å ta med bakgrunnsinformasjonen som kom i forkant av oppgaven for å kunne plassere den innenfor de ulike kategoriene i *Task Analysis Guiden*. I Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk innenfor vertikal analyse, vil dette steget og steg 2 i analyseoppskriften vår være relevant for steget han kaller *Required by students* og *communicated to students*.

Vi vil nå presentere de fire ulike kategoriene av kognitive krav, og beskrive hva vi har satt søkelys på innenfor hvert av kravene. Samtidig viser vi til eksempler på oppgaver som er plassert under de ulike kognitive nivåene.

a. Memorering (M). Hvis en oppgave var direkte oppkoblet mot tidligere gitte oppgaver eller eksempler kunne vi plassere oppgavene innenfor kategorien M. Det samme gjelder oppgaver som ikke krevde noen form for prosedyre hos elevene. Andre type oppgaver som ellers ikke krevde noe annet enn tabellavlesning eller en oppgave hvor elevene kunne gå direkte fra oppgave til svar uten noen form for matematisk tenkning, ble også plassert under denne kategorien. Dersom en oppgave krevde mer enn det som er nevnt ovenfor, gikk vi videre og vurderte hvilke av de andre kategoriene den kunne passe under.

Eksempel:



1.4 Bruk tallene i tabellen og svar på spørsmålene.
- **a** På hvilket sted er det kaldest?
- **b** På hvilket sted er temperaturen fem grader varmere enn i Trysil?
- **c** Hvor mye kaldere er det på Røros enn på Voss?
- **d** Skriv de åtte temperaturene i rekkefølge. Start med det kaldeste.

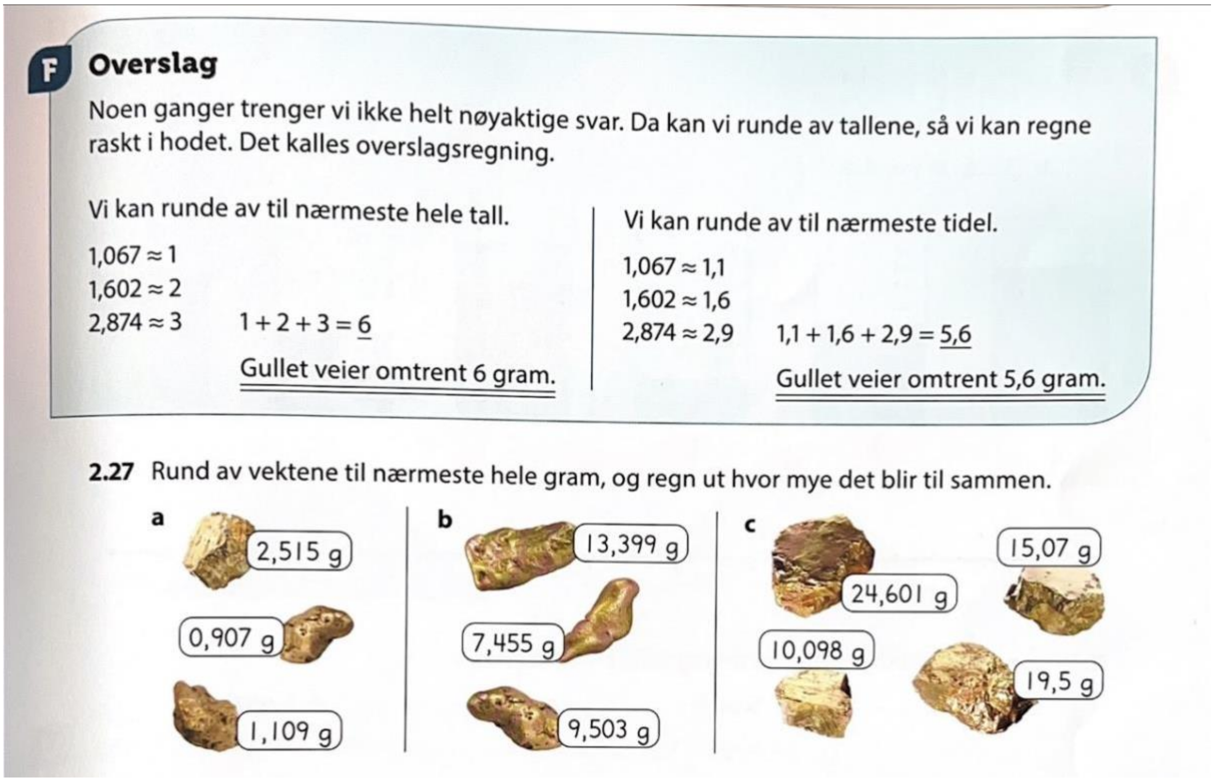
Sted	Temperatur	Sted	Temperatur
Geilo	−15°	Trysil	−11°
Voss	−7°	Tryvann	−3°
Hovden	−12°	Vassfjell	−6°
Røros	−21°	Hafjell	−8°

Figur 7 Eksempel på oppgave innenfor memorering (Alseth et al. 2021).

Som vi ser i figuren over, har vi valgt å plassere oppgave 1.4a i Multi 6 under kategorien *memorering* (M). Dette gjorde vi basert på oppgavens krav til elevene. Denne oppgaven krever ingen prosedyre eller regneoperasjon, men enkelt og greit en avlesning av tabellen. Du kan dermed gå rett fra oppgave til svar. Her tar vi utgangspunkt i at elevene forstår negative og positive tall på grunnlaget at det har blitt forklart tidligere i kapittelet.

b. Prosedyre uten sammenheng (US). En typisk oppgave under denne kategorien vil være oppgaver som kan løses gjennom å bruke en tidligere brukt algoritme. Hvis eleven kunne utnytte et tidligere eksempel, eller en tidligere lik oppgave uten at det ble presentert noe nytt materiale for dem i mellomtiden ble det kategorisert til US. Innenfor denne kategorien var det typisk å møte på oppgaver som skulle øve elevene på gitte prosedyrer eller algoritmer. Målet med oppgaven var å få riktig svar, fremfor utvikling av matematisk forståelse. Se eksempel i figuren nedenfor.

Eksempel:



Figur 8 Eksempel på oppgave innenfor US i Multi 6 (Alseth et al., 2021)

I forkant av oppgave 2.27 får elevene forklart hvordan de gjør en overslagsregning. I denne forklaringen vises det også til to ulike metoder for hvordan elevene kan tenke for å løse problemstillingen, og en algoritme for hvordan du kan regne det ut. I oppgaven som kommer rett etter forklaringen blir elevene kun bedt om å regne ut svaret på tilsvarende oppgaver som de fikk presentert i forklaringen i forkant. Her krever det kun en regneoperasjon hos elevene, i tillegg til at de har blitt presentert for to ulike måter å løse oppgaven på. Her virker det som at målet til Multi 6 er at elevene skal øve på selve algoritmen og måten og løse en slik oppgave på, fremfor grunnleggende matematisk forståelse.

c. Prosedyre med sammenheng (MS). Oppgaver som krever mer av elevene enn for eksempel en algoritme, eller en utregning basert på tidligere teori eller oppgaver plasserte vi i denne kategorien. Hvis en oppgave krevde en kombinasjon av flere algoritmer, eller at elevene trengte en bredere kunnskap utover det som var blitt presentert for dem tidligere, så vi på det som en oppgave som fører til økt relasjonell forståelse hos elevene. I tillegg har vi plassert oppgaver som krever en forklaring eller begrunnelse hos elevene til kategorien MS. Dette fordi vi mener elevene må ha en grunnleggende forståelse i det matematiske temaet for å kunne forklare eller begrunne svaret sitt.

Eksempel 1:

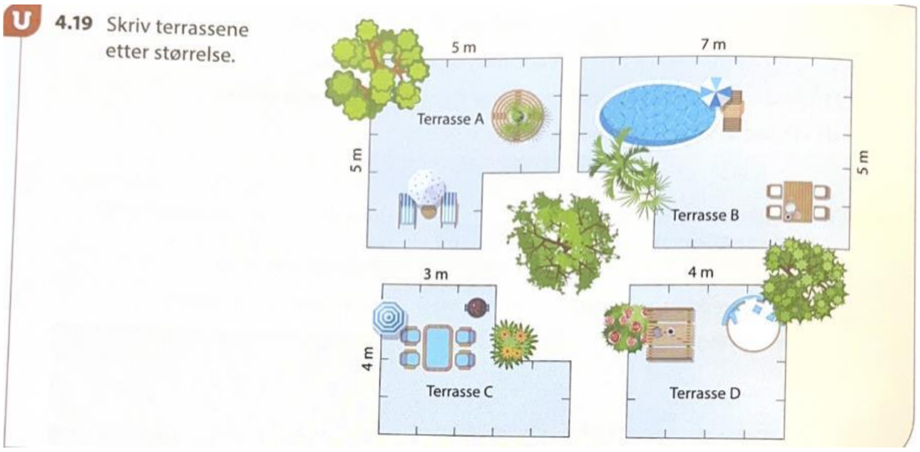
1.20 Løs oppgavene og vis hvordan du tenker.

a 42 + 23 + 7 **b** 271 + 12 + 9 **c** 14 + 126 + 5 **d** 21 + 32 + 19 + 8

Figur 9 Eksempel på en oppgave innenfor prosedyre med sammenheng (MS) (Alseth et al., 2021).

I figuren over ser vi et eksempel på en oppgave vi har valgt å plassere under kategorien MS på bakgrunn av at elevene blir bedt om å vise hvordan de tenker for å løse regneoppgavene. Dermed krever oppgavene noe mer av elevene enn kun en regneoperasjon eller algoritme. Oppgaven krever at elevene må tenke og reflektere over hvordan de kom frem til svaret.

Eksempel 2:



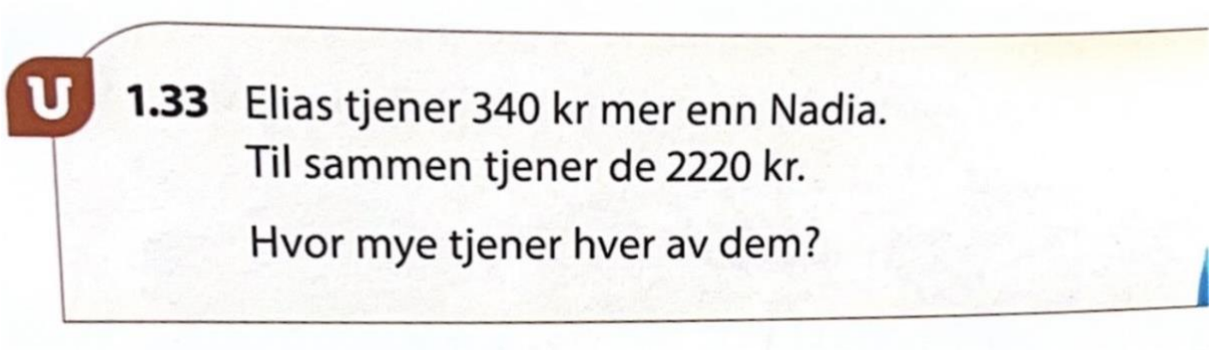
Figur 10 Eksempel på en oppgave innenfor prosedyre med sammenheng (MS) (Alseth et al., 2021).

Det andre eksemplet vi har tatt med i figuren over viser en oppgave som er ulik det første eksemplet, men har også blitt plassert under samme kategori. Dette har vi gjort med bakgrunn i at oppgaven krever mer enn kun en utregning. Her må elevene tenke strategisk i flere steg og kombinere flere forskjellige prosedyrer for å komme frem til svaret i oppgaven.

For å løse denne oppgaven må elevene forstå hvordan de finner arealet til en firkant. Deretter må de finne ut arealet på den delen av terrassene som mangler og trekke det fra arealet på terrassen. For eksempel *terrasse A*: Her må en kunne se at $5m \times 5m = 25m^2$. Hvis elevene forstår at strekene langs kanten på terrassen deler den opp i antall meter per side, kan de se at den firkanten som mangler fra terrassen er $2m \times 2m = 4m^2$. Terrasse A er altså $25m^2 - 4m^2 = 21m^2$. Når de har funnet størrelsen på alle terrassene må de deretter kunne plassere dem etter størrelse.

d. Gjøre matematikk (GM). Hvis oppgavene krevde mer enn det som vi har nevnt over i de andre kategoriene plasserte vi dem under det kognitive nivået GM. I denne kategorien møter vi på typiske oppgaver ikke kan løses ved en gitt algoritme for å finne svaret. Oppgaver hvor elevene selv må vurdere og komme frem til fremgangsmåten som må brukes, hvor elevene må tenke utenfor boksen og ha en viss grad av relasjonell forståelse for at oppgaven skal bli løst.

Eksempel:


U 1.33 Elias tjener 340 kr mer enn Nadia.
Til sammen tjener de 2220 kr.
Hvor mye tjener hver av dem?

Figur 11 Eksempel på en oppgave innenfor å gjøre matematikk (GM) (Alseth et al.,2021).

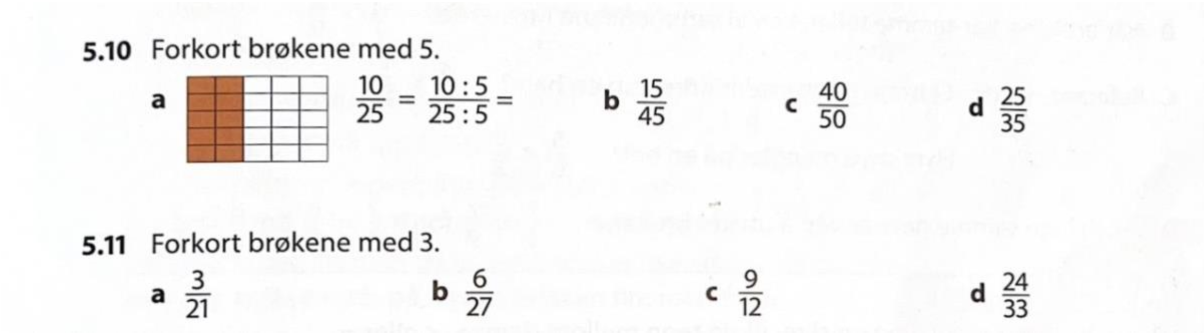
I denne oppgaven møter elevene på en oppgave hvor ingen gitt algoritme, eller tidligere eksempler kan gi svaret på oppgaven. Her må elevene selv bruke matematisk kunnskap for å komme frem til hvordan fremgangsmåte de skal ta i bruk for å løse oppgaven. På bakgrunn av dette, og at elevene må tenke utenfor boksen har vi valgt å plassere oppgaven under det kognitive nivået GM.

4. Type of response – Type svar/respons oppgaven ber om

Under de tre kategoriene til Charalambous (2010) i den vertikale dimensjonen av analysen skal det også ses på hvilke typer svar oppgavene krever av elevene i den andre kategorien *Required by students.* Dette kategoriserte vi etter Charalambous et al. (2010) sin *Type of response.* Vi har i dette tilfellet kun tatt utgangspunkt i det oppgaven spesifikt ber om, og utelukket faktorer som tekst eller oppgavebeskrivelser fra lærerveiledningene.

a. Svar. Når oppgaven krevde et numerisk svar, eller kun et enkelt svar på et konkret spørsmål valgte vi å plassere det under denne kategorien. Altså når oppgaven ikke krevde noe mer fra elevene enn å besvare oppgaven uten noen form for refleksjon.

Eksempel:



5.10 Forkort brøkene med 5.

a $\frac{10}{25} = \frac{10:5}{25:5} =$ **b** $\frac{15}{45}$ **c** $\frac{40}{50}$ **d** $\frac{25}{35}$

5.11 Forkort brøkene med 3.

a $\frac{3}{21}$ **b** $\frac{6}{27}$ **c** $\frac{9}{12}$ **d** $\frac{24}{33}$

Figur 12 Eksempel på åtte oppgaver som krevde et svar (Alseth et al., 2021).

I oppgavene 5.10 og 5.11 i Multi 6 skal elevene først forkorte fire ulike brøker med 5. Her får elevene presentert hvordan de skal gjøre det, før de skal gjøre det selv i de resterende deloppgavene. I neste oppgave 5.11 skal elevene gjøre det samme med tallet 3. Her kommer det tydelig frem at Multi 6 kun er ute etter et svar.

b. **Forklaring.** Denne kategorien krever en forklaring av elevene. De oppgavene hvor elevene blir bedt spesifikt om å forklare fremgangsmåten sin eller tankeprosessen blir kategorisert som forklaring.

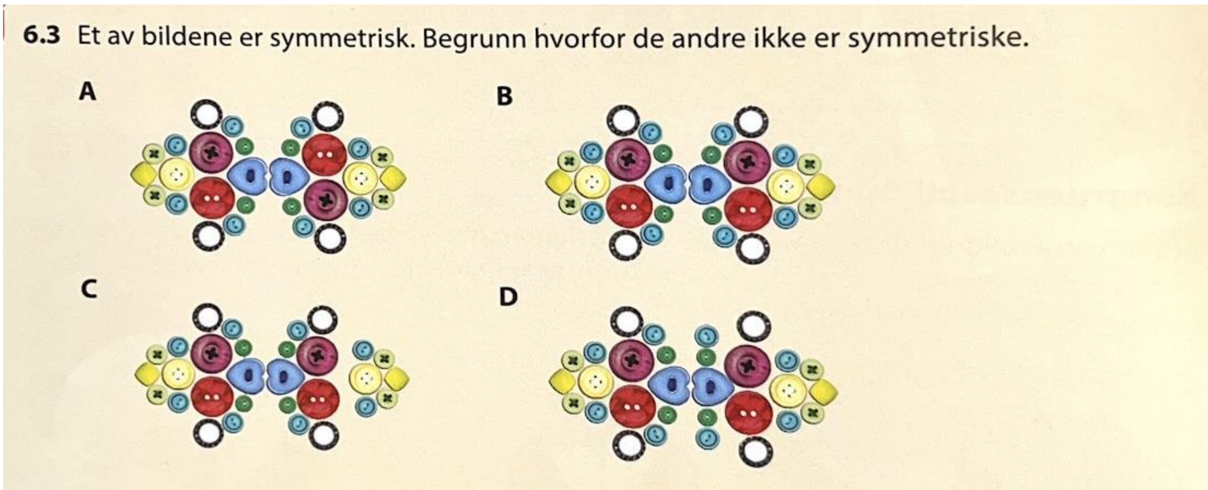
Eksempel:

Figur 13 Eksempel på en oppgave som krevde en forklaring (Alseth et al., 2021).

Oppgaven i figur 14 fra Multi 6 viser en oppgave hvor oppgaveteksten spesifikt ber om en forklaring på hvordan elevene har tenkt i løsningsprosessen. Ved å forklare dette må elevene vise at de har forståelse for egenskapene til en sirkel. Dermed var det enkelt å plassere denne oppgaven under *forklaring*.

c. Begrunnelse. Oppgaver hvor elevene spesifikt ble bedt om å diskutere, sammenligne eller beskrive svarene eller fremgangsmåten ble oppgaven kategorisert til begrunnelse. I noen tilfeller måtte elevene begrunne hvorfor en fremgangsmåte fungerte bedre enn en annen for eksempel. Disse ble også satt under denne kategorien.

Eksempel:



Figur 14 Eksempel på oppgave som krevde en begrunnelse (Alseth et al., 2021).

I oppgave 6.3 i Multi 6 har elevene fått fremstilt fire tilsynelatende symmetriske figurer, men kun en av dem er faktisk symmetrisk. Her skal elevene begrunne hvorfor de andre ikke er symmetriske. Denne oppgaven ble dermed satt til B (begrunnelse) på type svar.

3.5 Studiens kvalitet

Som forskere har vi selv ansvar for å vurdere og reflektere over kvaliteten på vårt eget forskningsarbeid (Gleiss & Sæther, 2021, s. 201). Ifølge Grønmo (2016) er resultatene i en studie mer pålitelig hvis en har vurdert kvaliteten på studien i forkant. Dette kan gjøres ved å eksempelvis vurdere de metodiske valgene som er tatt, resultatene fra studien, samt se på de positive og negative sidene knyttet til studien. For å gjøre vurderinger på studiens kvaliteter ser man på validitet og reliabilitet (Gleiss & Sæther, 2021). Vi skal se nærmere på disse begrepene knyttet til vår studie i dette kapittelet.

3.5.1 Validitet

Begrepet validitet kommer fra det engelske ordet *validity*, og betyr *gyldighet* (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 201) Validiteten sier altså noe om gyldigheten på datamaterialet (Grønmo, 2016, s. 241). Validitet er en av forskningens viktigste byggestein, og hvis en studie mangler validitet, kan den anses som verdiløs (Cohen et al., 2007). Høy validitet vil kunne oppstå ved å se på hvilke slutninger som kan trekkes ut fra resultatet på studien, og i hvilken grad du kan bruke innsamlet datamaterialet til å svare på en problemstilling (Dahlum, 2021). Med andre ord må vi være opptatt av om undersøkelsen måler og avdekker det overordnede målet med studien (Bø & Helle, 2013).

Validiteten kan også styrkes ved å sammenligne egne funn med tidligere forskning. Hvis det oppdages samsvar mellom funnene kan dette bidra til å styrke validiteten til konklusjonene fra studien (Gleiss & Sæther, 2021, s. 205). I vår studie har vi hentet inspirasjon fra flere masteroppgaver som analyserer norske læreverk i matematikk. I disse masteren har rammeverket til Smith & Stein og Charalambous et al. (2010) blitt flittig brukt. Dette mener vi er med på å styrke analysemetoden vi har valgt å bruke når vi selv har analysert lærebøkene til Multi 6 og Matematikk 6. Videre i vår oppgave har vi valgt å vurdere validiteten på studien vår basert på Cook og Campbells validitetssystem (Kleven, 2008). I dette systemet er det fire typer validitet som korresponderer med ulike slutninger som en kan trekke med utgangspunkt i datainnsamlingen. De fire typene validitet er begrepsvaliditet, statisk validitet, indre validitet og ytre validitet. Disse skal vi nå forklare nærmere.

3.5.1.1 Begrepsvaliditet

I en kvantitativ forskning vil høy validitet bety at man klarer å måle det man ønsker å måle. Et annet ord for dette er *begrepsvaliditet* (Gleiss & Sæther, 2021). Begrepsvaliditet omhandler i hvor stor grad forskeren har klart å operasjonalisere et begrep. Når man skal studere noe, må man i forkant av oppgaven definere de teoretiske begrepene, i tillegg til å gjøre de målbare, altså operasjonalisere dem. Begrepsvaliditet er «grad av samsvar mellom begrepet slik det er definert teoretisk, og begrepet slik vi lykkes med å operasjonalisere det» (Kleven et al., 2011, s. 86). Det vi måler i vår studie må altså kunne reflektere de teoretiske begrepene vi ønsker å måle.

I vår studie vil begrepsvaliditeten handle om hvorvidt de rammeverkene vi har tatt i brukt egner seg til å svare på våre teoretiske begrep. Vi har ved hjelp av tidligere forskning benyttet oss av fastsatte rammeverk og ulike teoretiske begreper. Et eksempel på dette er at vi bruker Smith & Stein (1998) sin *Task Analysis Guide* for å måle det kognitive nivået til oppgavene i Multi 6 og Matematikk 6, og Charalambous et al. (2010) sitt rammeverk for *type of response* til å se på om oppgavene krever noen form for forklaring eller begrunnelse. Disse rammeverkene har blitt brukt jevnlig i slike undersøkelser i tidligere forskning med mål om å gi samme resultater som vi ønsker å oppnå. Analysemodellen er godt beskrevet og velutprøvd. Vi opplever rammeverket til Smith & Stein (1998), *Task Analysis Guide* og Charalambous et al. (2010) sin *type of response* som gode rammeverk å bruke da de konkret sier noe om hva som kreves av en oppgave for å kunne plassere den innenfor de ulike kategoriene.

3.5.1.2 Indre validitet

Den indre validiteten baserer seg på de konklusjonene som blir trukket og gyldigheten på de ut ifra det som er studert. Den indre validiteten handler i stor grad om årsaksrelasjoner mellom variabler. Dette innebærer at det er grunnlaget for å trekke ulike slutninger om at en variabel vil påvirke en annen (Kleven et al., 2011). På bakgrunn av at vi i denne studien kun ser på oppgavene i to ulike læreverk vil den indre validiteten være særlig relevant for oss i denne studien. Hadde vi for eksempel sett på hvordan oppgavene i lærebøkene påvirket undervisningen, eller hvordan læreren velger å bruke dem, kunne vi snakket med om den indre validiteten. Lærebøker er sjeldent noe som brukes isolert, vi kan ikke si noe om hvordan den brukes i klasserommet da det avhenger av læreren som bruker den. Det finnes mange måter å bruke en lærebok på. Noe som vil være mer relevant for oss å se på i vår studie er ytre validitet.

3.5.1.3 Ytre validitet

Ytre validitet omhandler i hvor stor grad noe er generaliserbart (Postholm & Jacobsen, 2018; Kleven et al., 2011). Gleiss & Sæther (2021) beskriver generalisering som muligheten for å generalisere funn fra en kontekst til en annen. En studie vil h en god ytre validitet dersom funnene kan si noe om andre situasjoner som kan være relevante for studiens overordnede mål (Kleven et al., 2011). Dersom målet er å kunne overføre funn fra en studie til andre lærebøker enn de som er vårt utvalg, er det viktig at utvalget vårt er representativt for oppgaver i matematiske i Norge.

I vår studie har vi ikke et tilfeldig utvalg av læreverk. Vi har eksplisitt tatt utgangspunkt i to av Norges mest bruke læreverk. På bakgrunn av dette kan vi til en viss grad si noe læreverk på en generell basis i Norge da de fleste læreverk tar utgangspunkt i de samme læringsmålene i læreplanen. I tillegg til dette er det størst antall skoler i Norge som bruker enten Multi eller Matematikk i sine undervisninger på mellomtrinnet. Basert på tidligere analyser vet vi at resultatene vi har fått i vår studie er gjennomgående for de fleste læreverk. Med utgangspunkt i det kan vi også støtte opp at våre funn kan være generaliserbare til andre læreverk i Norge.

3.5.1.4 Statistisk validitet

Den statistiske validiteten handler hvorvidt statistikken er gyldig (Kleven et al., 2008). I vår analyse vil det være relevant å se på om hvorvidt et stort utvalg kan bidra til å minske den statistiske usikkerheten. Utvalget vårt i denne studien er ikke særlig stort hvis du tenker på læreverk. Vårt utvalg inneholder to ulike lærebøker, men vi analyserer derimot nærmere 4000 oppgaver. Det er rimelig å anta at med 4000 oppgaver analysert, er det et tilstrekkelig antall for å kunne oppnå akseptabel statistisk validitet. Vi har heller ikke i vår oppgave et tilfeldig utvalg av lærebøker og oppgaver. Grunnlaget for de lærebøkene og oppgavene vi har valgt å bruke i vår studie er godt gjennomtenkt i forkant.

3.5.2 Reliabilitet

Reliabiliteten viser hvor pålitelig datamaterialet er (Grønmo, 2016, s. 242). Høy reliabilitet kommer av at undersøkelsesopplegget og datainnsamlingen gir pålitelige data. Når en får identiske data ved å bruke samme undersøkelsesopplegget i ulike innsamlinger av de samme fenomenene, vil påliteligheten komme til uttrykk.

Grønmo (2016) skiller mellom to typer reliabilitet – *stabilitet og ekvivalens*. *Stabilitet* handler om hvorvidt dataene fra innsamlingen samsvarer med å ta i bruk samme innsamlingsmetode ved et senere tidspunkt. Stabiliteten i vår studie vil være høy gjennom at vi bruker et fast rammeverk i analysen gjennomgående i læreverkene. Lærebøkene vi har tatt i bruk er også relativt nye utgaver, og er laget etter fagfornyelsen som nesten nettopp har blitt tatt i bruk ute i skolene. På bakgrunn av dette har vi grunn til å tro at læreverkene ikke vil endres drastisk før det eventuelt kommer nye utgaver av bøkene.

Ekvivalens handler om graden av samsvar mellom innbyrdes uavhengige datainnsamlinger på samme tidspunkt. Det bygger med andre ord på sammenligning av data som kommer fra samme undersøkelsesopplegg, men er innsamlet av ulike kodere (Grønmo, 2016, s. 243). Reliabilitet i form av ekvivalens er høy dersom det er stort samsvar mellom data basert på ulike indikatorer. Det er også særlig viktig med reliabilitet i form av ekvivalens når datainnsamlingen gjennomføres av ulike personer.

For å sikre reliabiliteten i vårt arbeid bestemte vi oss tidlig for å analysere oppgavene i første kapittel sammen. Ved å gjøre dette kunne vi sammen bli kjent med analyseoppskriften og hvordan den virket til sin hensikt. Når vi gjorde dette så vi raskt at med den analyseoppskriften vi fulgte, ble det lett å være enig i hvor oppgavene skulle plasseres ut fra dens kognitive nivå. Vi var enige i stort sett alle oppgavene, og hvis vi opplevde at en oppgave var vanskelig å plassere, startet vi på steg 1 i oppskriften og plasserte den i en kategori etter å ha diskutert sammen hvor den bør havne.

Vi startet med å analysere kapittel 1 i Multi 6 sammen. Når vi hadde gjort dette ferdig og hadde blitt kjent med analyseoppskriften vår og hvordan vi skulle plassere oppgavene i de ulike kategoriene, prøvde vi å analysere kapittel 1 i Matematikk 6 hver for oss. Dette gjorde vi for å kunne sammenligne svarene vi hadde fått i våre analyser. Matematikk 6 sitt første kapittel har 240 oppgaver (inkludert deloppgaver). Innenfor hver oppgave analyserte vi to ulike variabler. Vi så på oppgavens kognitive nivå og hvilken type svar oppgavene krevde. Når dette var gjort kunne vi gjøre en reliabilitetsberegning for å se hvor vi havner på skalaen fra 0 (ikke samsvar) til 1 (ingen avvik) (Grønmo, 2016, s. 247).

En slik beregning gjorde vi med utgangspunkt i Grønmo (2016) sitt eksempel på reliabilitetsregning. Denne beregningen kan brukes for eksempel når vi sammenligner to ulike kodere (i dette tilfelle oss) i kvantitativ innholdsanalyse. Vi har kodet de samme 240 oppgavene, hvor hver oppgave har tatt utgangspunkt i to variabler (Kognitivt nivå, type svar). Da kan vi ta $2 \cdot 240 = 480$. Da har vi 480 registreringer som vi kan ta med videre i beregningen. Det neste steget er å se på hvor mange avvik vi har. I vår analyse av kapittel 1 i Matematikk 6 hadde vi et avvik på 96 registreringer, og dermed 384 samsvarende registreringer. For å finne ut hvor stor andel 384 utgjør av 480 kan det uttrykkes som en proporsjon og kan beregnes slik: $384 \div 480 = 0{,}8$. Den samme andelen kan uttrykkes i prosent og beregnes på denne måten: $(384 \div 480) \cdot 100 = 80\%$.

Med en score på 0,8 av 1 anser vi det som et vi har en relativ høy reliabilitet. Med dette i bakgrunn hadde vi en tilnærmet høy reliabilitet i kapittel 1 og valgte derfor å fortsette å analysere kapitlene i læreverkene individuelt fra hverandre. Vi fordelte de resterende kapitlene og analyserte oppgavene hver for oss, mens vi satt sammen. På denne måten hadde vi lav terskel for å diskutere hvis vi møtte på en oppgave vi var usikre på.

3.6 Gjennomføring av den kvantitative analysen

I det neste kapittelet i masteroppgaven skal vi se på funnene vi har fått i den kvalitative analysen. For å fremstille funnene våre på best mulig måte har vi valgt å bruke tabeller og diagrammer som viser resultatene på en ryddig og oversiktlig måte. Vi har valgt å presentere funnene våre i tabeller hvor dataene fra Multi 6 og Matematikk 6 forekommer i separate tabeller.

I alle funnene har vi et hovedfunn som baserer seg på analysen av bøkene i sin helhet. Deretter har vi et underfunn hvor vi går dypere inn i bøkene og ser på resultatene fra analysen innad i de ulike temaene som bøkene presenterer. Dette gjør vi for å se dypere inn i læreverkenes innhold og fordelingen av oppgavenes kognitive nivå og type svar i hvert tema.

Vi har startet med å telle opp hvor mange oppgaver vi har innenfor de ulike variablene vi ser på. Deretter plasserer vi antallet i en tabell både numerisk og i prosent. Prosenten viser vi med en desimal, for å få et presist resultat. Denne måten å fremstille funnene på har vi gjort i hvert av forskningsspørsmålene. På bakgrunn av at Multi nesten har dobbelt så mange oppgaver som Matematikk, har vi valgt å fremstille resultatet i prosent, slik at vi på en enklere måte kan se hvor store deler av oppgavene som er kognitivt utfordrende og ikke.

3.7 Forskningsetikk

Når en gjennomfører en studie, er det viktig å tenke over forskningsetikk og forskningsetiske retningslinjer. Den 16. desember 2021 ble det lansert nye forskningsetiske retningslinjer av "*Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora"*, også kalt NESH. I seg selv handler forskningsetikk om at en skal ha en vitenskapelig praksis som er god. Holdninger er sterkt vektlagt. Forskningen en gjennomfører skal være forsvarlig og pålitelig (NESH, 2021).

Vi som forskere har som plikt til å følge retningslinjene som er satt. I Norge er det slik at vi har en egen lov som omfatter forskningsetikk. Denne kalles for forskningsetikkloven. All forskning skal skje i henhold til satte normer. Som forsker må en opptre med aktsomhet. I enhver forskning må en ha etisk refleksjon. Forskeren må selv sørge for at de forskningsetiske normene følges i en forskningsprosess (NESH, 2021). Retningslinjene deles inn i fem hovedområder og har til sammen 50 punkter. De fem hovedområdene er:

1. Forskerfellesskapet
2. Grupper og institusjoner
3. Forskningsformidling
4. Oppdragsgivere, finansiører og samarbeidspartnere 5: Hensyn til personer

Av disse hovedområdene vil kun følgende være relevant for oss å ta hensyn til *forskningsfellesskapet, forskningsformidling og hensyn til personer*. Under hvert av hovedområdene er det plassert ulike punkter, der noen er mer relevante for oss å tenke over når vi forsker.

Det første punktet som vi har valgt å trekke fram er "*samtykke til å delta i forskning".* I vår forskning anses lærebøkene fra Multi 6 og Matematikk 6 som offentlige dokumenter. Dette er en analyse som gjør at vi slipper å tenke på mange etiske dilemmaer som kan oppstå, dersom en samhandler med mennesker direkte. Selv om vi ikke har direkte kontakt med forfatterne av lærebøkene, kan de til en viss grad påvirkes av vår forskning. Det er derfor viktig at våre resultater og funn presenteres på en respektabel måte. Vi må være nøyaktig og ikke minst nøytral i vår forskning (NESH, 2021). Underveis i skrivingen av masteroppgaven, tok vi kontakt med forlagene til Multi 6 og Matematikk 6 for å spørre om samtykke til å bruke eksempler av oppgavene i bøkene deres. Svaret vi fikk fra Matematikk 6 var at vi kunne bruke utklipp fra bøkene dersom masteroppgaven ikke skulle offentliggjøres. På bakgrunn av at vår oppgave skal offentliggjøres i et åpent vitenarkiv kalt *Munin*, valgte vi i respekt av dette forlaget å ikke bruke eksempler fra dem. Forlaget til Multi 6, sa at vi kunne bruke eksempler og utklipp fra bøkene deres dersom vi bruker god henvisningsskikk. Vi valgte derfor å bruke deres bøker i eksemplene som er vist tidligere i oppgaven vår, da dette var klarert med dem på forhånd.

Det neste punktet som vi vil trekke fram er åpenhet, etterprøving og kritikk. Innenfor her er det viktig at ens forskningsresultater og materiale legges fram på en så riktig og åpen måte som mulig (NESH, 2021). Vi har derfor vært svært nøye med å presentere hele sannheten i forskningen. Alle våre resultater framkommer på en tydelig og rettferdig måte i henhold til våre analyser. Ellers har vi også beskrevet våre metoder på en oversiktlig og så ryddig måte som mulig.

To andre punkter som også er viktig i forskning er god henvisningsskikk og plagiat. God henvisningsskikk er viktig for andres arbeid fortjener anerkjennelse. Dette bidrar til å skape en kollegial kultur. For å kunne etterprøve både argumentasjon og ulike påstander må en være god på å henvise til arbeid som er gjort (NESH, 2021). Vi som forskere har et ansvar for å henvise til litteratur som er brukt slik at vår forskning senere skal kunne være etterprøvbar. Ellers er det viktig å få fram at plagiering er helt uakseptabelt. Det å stjele andres fremstillinger og arbeid strider mot god vitenskapelig praksis (NESH, 2021).

I utdanningsforskning er det NESH som er den viktigste komiteen. Ansvarsområdene til NESH bestemmes av Kunnskapsdepartementet.

4 Funn

Gjennom analysene vi har foretatt oss i denne studien, skal vi i dette kapittelet presentere funnene vi har gjort basert på resultatene vi fikk. Vi har gjort denne analysen for å kunne svare på våre forskningsspørsmål.

1) *I hvilken grad gir oppgaver kognitive utfordringer i to av Norges mest brukte lærebøker i matematikk på sjette trinn?*

2) *I hvilken grad inneholder to lærebøker i matematikk på sjette trinn oppgaver som krever forklaringer eller begrunnelser som svar?*

Funnene vil bli strukturert likt, hvor vi først viser funnene fra analysen som gjelder generelt for lærebøkene, før vi tar et dypdykk inn i bøkene for å se på funnene våre i de ulike temaene i læreverkene. I funnene fra temaene har vi valgt å vise resultatene i en numerisk tabell, og en tabell som viser numrene i prosent. Den numeriske fremstillingen har vi gjort for å se nøyaktige tall fra analysen, og prosenten er oppgitt for å få en mer forståelig fremstilling av dataene, og for å lettere kunne se en sammenheng mellom tallene.

4.1 Funn fra den horisontale analysen

Det første funnet vi skal presentere i oppgaven vår kommer fra den horisontale analysen av læreverkene Multi 6 og Matematikk 6. Vi velger å presentere funnene fra den horisontale analysen først da denne analysen sier noe om den overordnede strukturen til lærebøkene. Denne analysen gir oss en god oversikt over den generelle fremstillingen og oppbygningen av lærebøkene. Her skal vi gjennom den generelle strukturen presentere de ulike temainndelingene til begge læreverkene. Som tidligere nevnt har vi valgt å analysere alle deloppgaver som en individuell oppgave. Det vil si at alle deloppgaver regnes som en egen oppgave i analysen vår. I figur 16 vil vi vise et eksempel på en slik oppgave.

Oppgave 7

Regn ut:

a) 3+5=	d) 5+2=	g) 6-7=
b) 7-3=	e) 4+1=	h) 9-0=

Figur 15 Eksempel på en oppgave som analyseres som seks ulike oppgaver

4.1.1 Den generelle strukturen i lærebøkene

Det første vi skal se på er en tabell som presenterer den generelle strukturen til læreverkene. I tabell 5 ser vi en oversikt over de to læreverkenes kapittelinndelinger, sidetall og antall oppgaver.

Tabell 5 Oversikt over de to læreverkenes kapittelinndelinger, sidetall og antall oppgaver

Bok	Kapittel	Antall oppgaver	Antall sider
Multi 6	1. Tall og regning	505	38
	2. Desimaltall	351	32
	3. To- og tredimensjonale figurer	194	32
	4. Omkrets, areal og volum	210	36
	5. Brøk	296	32
	6. Mønster og koordinatsystemet	262	38
	7. Algebra og programmering	146	24
	8. Tall og regning	454	38
Totalt		2418	270
Matematikk 6	1. Tall	240	38
	2. Desimaltall	195	36
	3. Geometri	229	44
	4. Multiplikasjon og divisjon	302	42
	5. Algebra	131	42
	6. Tredimensjonale figurer	152	36
Totalt		1249	238

Det første vi legger merke til i tabellen er at Multi 6 har to kapittel mer enn Matematikk 6. Noe vi også vet fra før er at Multi 6 er delt opp i to bøker, Multi 6a og 6b. Selv om Multi 6 har to bøker, er sideantall i Matematikk 6 og sidetallene i begge Multi 6 sine bøker tilnærmet lik.

De første kapitlene i begge bøkene har samme tema. Her ser vi en vesentlig forskjell på antall oppgaver, men samme antall sidetall. Begge bøkene har 38 sider i kapittel 1, men Multi 6 har 265 oppgaver mer enn Matematikk 6 fordelt på disse sidene. Det eneste kapittelet i Matematikk 6 som har flere oppgaver i kapittelet enn Multi 6 er *geometri*. Her har Matematikk 6 229 oppgaver i forskjell til Multi 6 som har 210.

Som vi nevnte kort lengre opp har Multi 6 og Matematikk 6 tilnærmet likt sidetall i bøkene. Multi 6a og 6b tilsvarer 270 sider til sammen, mens Matematikk 6 har i sin bok 238 sider. Her er det en differanse på 32 sider. Med 32 sider i forskjell fra læreverkene, har Multi 6 1169 oppgaver mer enn Matematikk 6 til tross for et relativt likt sideantall. Med utgangspunkt i dette har vi grunn til å tro at Multi 6 har flere oppgaver per side enn Matematikk 6 har.

Når vi ser en oversikt over kapitlene på denne måten, kan vi lettere skille ut de store forskjellene. En av de største forskjellene her vil være forskjell i kapitlene i bøkene. Vi ser at Multi 6 har valgt å ha egne kapittel innenfor temaet om *brøk* og *mønster og koordinatsystemet*, mens Matematikk 6 har valgt å integrere disse temaene i andre kapittel. Dette, og en generell oversikt over selve temaene i bøkene skal vi se nærmere på i funnet som kommer under.

4.1.2 Den generelle strukturen innad i temaene i lærebøkene

Lærebøkene vi har i utvalget vårt har ulike fokus på de ulike temaene. I Multi 6 er alle temaene elevene skal innom fordelt i ulike kapittel. Multi 6 har altså åtte ulike kapitler hvor seks tema er fordelt. Matematikk 6 har kun seks kapittel hvor åtte temaer er fordelt på disse kapitlene. Her blant annet kommer temaet om brøk under kapittelet om desimaltall. De kunne fint delt dem opp slik som Multi 6 har valgt å gjøre, men å ha brøk under desimaltall er også naturlig da desimaltall og brøk inngår i samme kompetansemål i fagfornyelsen (Utdanningsdirektoratet, 2020b). For å kunne strukturere alle funnene våre i den vertikale analysen på en mer oversiktlig måte har vi valgt å minne om tabellen over samlebetegnelsene for de ulike temaene i læreverkene før vi går inn i de resterende funnene. Disse temainndelingene tar vi utgangspunkt i videre i alle funnene som presenteres. På neste side kommer en tabell med samlebetegnelsene.

Tabell 6 Samlebetegnelse for de ulike temaene i læreverkene

Samlebetegnelse	**Multi**	**Matematikk**
Tall og regning	Tall og regning Tall og regning	Tall Multiplikasjon og divisjon
Desimaltall	Desimaltall	Desimaltall
To- og tredimensjonale figurer	To- og tredimensjonale figurer	Tredimensjonale figurer Geometri
Geometri	Omkrets, areal og volum	Geometri
Brøk	Brøk	Desimaltall
Algebra og programmering	Algebra og programmering	Algebra
Koordinatsystemet	Mønster og koordinatsystemet	Algebra

Videre ønsket vi å sette sammen alle oppgavene fra begge læreverkene inn i temaene for å få en oversikt over hvor mange av oppgavene som er fordelt på temaene. Vi har valgt for enkelthets skyld å oppgi antallet både numerisk og i prosent for å lettere kunne få en oversikt over hvordan oppgavene er fordelt.

Tabell 7 Oversikt over antall oppgaver innad i temaene til læreverkene

Bok	Kapittel	Antall oppgaver
Multi 6	1. Tall og regning	959
	2. Desimaltall	351
	3. To-og tredimensjonale figurer	194
	4. Geometri	210
	5. Brøk	296
	6. Algebra og programmering	146
	7. Koordinatsystemet	262
Totalt		2418
Matematikk 6	1. Tall og regning	542
	2. Desimaltall	175
	3. To-og tredimensjonale figurer	197
	4. Geometri	184
	5. Brøk	20
	6. Algebra og programmering	119
	7. Koordinatsystemet	12
Totalt		1249

I tabellen over ser vi hvordan oppgavene er fordelt inn i hovedtemaene som er felles for begge læreverkene. Her får vi også en bedre oversikt over hvor Multi 6 og Matematikk 6 har valgt å legge fokuset sitt. I Multi 6 ser vi at det er en god del flere oppgaver innenfor t*all og regning*, *desimaltall og brøk og koordinatsystemet.* Videre i tabellen på neste side vil vi presentere de samme resultatene i prosent.

Tabell 8 Oversikt over antall oppgaver innad i temaene til læreverkene i prosent

Bok	Kapittel	Antall oppgaver
Multi 6	1. Tall og regning	39,7 %
	2. Desimaltall	14,5 %
	3. To-og tredimensjonale figurer	8,0 %
	4. Geometri	8,7 %
	5. Brøk	12,2 %
	6. Algebra og programmering	6,0 %
	7. Koordinatsystemet	10,8 %
Totalt		100,0 %
Matematikk 6	1. Tall og regning	43,4 %
	2. Desimaltall	14,0 %
	3. To-og tredimensjonale figurer	15,8 %
	4. Geometri	14,7 %
	5. Brøk	1,6 %
	6. Algebra og programmering	9,5 %
	7. Koordinatsystemet	1,0 %
Totalt		100,0 %

I tabell 8 ser vi at antall oppgaver utgjør en stor forskjell i Multi 6 og Matematikk 6. Vi ser blant annet at *tall og regning, desimaltall og brøk* er kapittel hvor antall oppgaver utgjør en stor forskjell fra Multi 6 og Matematikk 6, og at fokuset til de to bøkene er veldig forskjellig. Det er derfor det blir viktig for oss å også vise tabellen med oversikten i prosent. Det første vi legger merke til i tabell 8 er at prosentvis er fokuset til Multi 6 og Matematikk 6 ganske likt, med unntak i noen få kapittel.

Her blir det lettere for oss å se hele 39,7% av alle oppgavene er plassert i kapittelet *tall og regning*, mens i Matematikk 6 er det 43,4%. Prosentvis er fokuset omtrent like stort, til tross for dobbelt så mange oppgaver i Multi 6 som i Matematikk 6. Det neste vi legger merke til er at det er nøyaktig dobbelt så mange oppgaver innenfor temaet *desimaltall* i Multi 6 enn i Matematikk 6, men samtidig er prosenten nesten helt lik. Det er rundt 14% av oppgavene i begge bøkene som havner under dette kapittelet.

Multi 6 har en relativt jevn fordeling i kapitelene hvis du ser bort fra kapittel 1. Her er det en variasjon mellom 6-14,5%. Det kapittelet som har minst oppgaver, og dermed minst fokus er kapittel 6.

I Matematikk 6 er variasjonen noe større. Likt som i Multi 6 har *tall og regning* fått det største fokuset. Videre er det ganske likt mellom kapittel 2,3, 5 og 6. Men som vi har nevnt tidligere har Matematikk 6 valgt å ikke ha like stort fokus på temaet om *brøk* og *koordinatsystemet.* Dette ser vi tydelig i tabell 7 da kapitlene kun har rundt 1% av oppgavene.

Det vil si at sammenlagt har begge læreverkene desidert størst fokus på *tall og regning*. Videre er det mindre fokus på de temaene under, hvor det i Matematikk 6 er under 1% av oppgavene som havner i temaet om *brøk og koordinatsystemet*. Dette er også de kapitlene som Matematikk 6 har valgt å ha integrere i andre kapittel, mens Multi 6 har *mønster og koordinatsystemet* og *brøk* som et eget kapittel.

Nå som vi har presentert bakgrunnsinformasjonen til læreverkene i metodedelen, og den generelle strukturen til læreverkene her ser vi oss ferdig med den horisontale analysen, og går videre i neste kapittel til funnene fra den vertikale analysen vår.

4.2 Funn fra den vertikale analysen

I denne delen av oppgaven vil vi presentere funnene som ble gjort i den vertikale analysen av oppgaven vår. Læreverkene Multi 6 og Matematikk 6 er ulikt utformet når det kommer til innhold og oppbygging. Vi ønsket derfor å analysere begge læreverkene for å se hvordan de ivaretar kjerneelementet *utforsking og problemløsing* i fagfornyelsen gjennom både oppgavene i bøkene, i tillegg til andre elementer som kan være med å påvirke elevenes læring. For å kunne se på oppgavene i henhold til kjerneelementet, har vi valgt å se på det kognitive nivået til oppgavene og hvilken type svar oppgavene krevde.

4.2.1 Lærebøkenes kognitive krav

Når vi skal se på hvilke kognitive krav oppgavene stiller har vi måtte analysere hver enkelt oppgave, slik at vi kunne plassere oppgavene i lærebøkene inn i fire ulike kategorier fra Smith & Stein (1998) sitt rammeverk. For å plassere i disse fire kategoriene måtte vi også se på oppgaver som var presentert tidligere og ikke minst teori som ble presentert i forkant av hver oppgave. De fire kategoriene oppgavene ble vurdert gjennom var *memorering* (M), *prosedyre uten sammenheng* (US), *prosedyre med sammenheng* (MS) og *gjøre matematikk* (GM). Ut fra disse fire kategoriene har vi kunne måle hvor kognitivt krevende oppgavene i Multi 6 og Matematikk 6 er. Videre har denne kategoriseringen gjort det enklere for oss å sammenligne oppgavene i bøkene med hverandre. Nedenfor har vi laget en tabell som viser oversikten over hvordan oppgavene har fordelt seg innenfor de ulike kognitive kravene i begge lærebøkene. Det framkommer også hvor mange oppgaver det er totalt innenfor hvert nivå.

Tabell 9 Oversikt over de kognitive kravene i lærebøkene Multi 6 og Matematikk 6 numerisk

	Multi 6	Matematikk 6	Totalt
M	155	108	263
US	1845	993	2838
MS	358	141	499
GM	21	7	28

Vi har også laget en tabell som viser dette i prosent. Dette for å lettere kunne sammenligne bøkene opp mot hverandre, da det er ulikt antall oppgaver i læreverkene.

Tabell 10 Oversikt over de kognitive kravene i læreverkene Multi 6 og Matematikk 6 i prosent

	Multi 6	Matematikk 6
M	6,4 %	8,6 %
US	76,3 %	79,5 %
MS	14,8 %	11,3 %
GM	2,5 %	0,6 %

Ved å se på tabell 9 og 10, kan vi se at fordelingen av de kognitive kravene i de to læreverkene er relativt like fram til kategorien GM. Selv om det er få oppgaver innenfor GM, kan vi likevel se at Multi 6 har fire ganger så mange oppgaver plassert i denne kategorien sammenlignet med Matematikk 6. Det vi også kan se er at læreverket Multi 6 har mange flere oppgaver enn Matematikk 6. Multi 6 har totalt 1169 oppgaver mer enn Matematikk 6 samlet sett i grunnbøkene.

I Multi 6 er 82,7% av oppgavene fordelt innenfor de to laveste kognitive nivåene. Dette tilsvarer rundt 2000 oppgaver. Multi 6 har 6,4% av oppgavene i den lavest kognitivt krevende kategorien M, noe som utgjør 155 oppgaver. I det nest laveste nivået kalt US er hele 76,3% av oppgavene plassert. Dette tilsvarer 1845 oppgaver. For de to neste nivåene som er mest kognitivt krevende er det en total på 17,3%, som er 379 oppgaver. Av disse to er det GM som er mest kognitivt krevende. Innenfor denne kategorien er 2,5% og 21 av oppgavene. I kategorien MS er 14,8% av oppgavene kategorisert. I denne kategorien er det 358 oppgaver.

For Matematikk 6 er 88,1% av oppgavene fordelt innenfor de to laveste kognitive nivåene, noe som tilsvarer 1101 oppgaver. I den laveste kognitivt krevende kategorien M finner vi 108 oppgaver, som tilsvarer 8,6%. I den nest laveste kategorien US er det plassert så mye som 79,5% av oppgavene. Dette tilsvarer 993 oppgaver. For de to neste nivåene som er mer kognitivt krevende er det 11,9% og 148 oppgaver. I det mest kognitivt krevende nivået GM er det bare 0,6% noe som utgjør kun 7 oppgaver. De resterende 11,3% tilhører kategorien MS som er 141 oppgaver.

Ut ifra fordelingen av oppgaver innenfor de fire ulike kognitive nivåene, kan vi se at det uten tvil er flest oppgaver innenfor de lavest kognitivt krevende nivåene. Dette gjelder både for Multi 6 og Matematikk 6. Det læreverket som har flest oppgaver innenfor *GM*, som er mest kognitivt krevende nivået, er Multi 6 med 2,5% mot Matematikk sine 0,6%

Videre skal vi se på hvordan fordelingen av oppgaver innenfor de kognitive nivåene er fordelt på hvert tema.

4.2.1.1 Lærebøkenes kognitive krav med utgangspunkt i tema

Ovenfor kom det ikke fram en fordeling av oppgavene i de kognitive kravene med utgangspunkt i hvilke temaer de var innenfor. Vi har valgt å analysere oppgavene fordelt på tema, for å finne ut hvordan fordelingen av de kognitive nivåene er her også. Vi vil finne ut om lærebøkene legger opp til problemløsningsoppgaver og utforsking gjennom høyt kognitivt krevende oppgaver eller om oppgavene havner under de lavt kognitivt krevende nivåene. For å kunne sammenligne Multi 6 opp mot Matematikk 6 har vi analysert kapitlene nøye. Multi 6 har totalt 8 kapittel, mens Matematikk 6 kun har seks kapitler.

For å lettere kunne sammenligne læreverkene, har vi som tidligere nevn i metodedelen laget en samlebetegnelse for de samme temaene i læreverkene. Dette har vi gjort fremfor å fokusere på kapitlene, da det er ulike kapitler i bøkene. Årsaken til dette er nøyere beskrevet under kapittelet 3.4.1.4. Med utgangspunkt i dette har vi laget en tabell som tar for seg begge læreverkene, slik at vi kan sammenligne disse opp mot hverandre.

Tabell 11 Oversikt over de kognitive kravene fordelt på kapitler og temaer i Multi 6 og Matematikk 6

Temaer	Multi 6					Matematikk 6				
	M	US	MS	GM	Totalt	M	US	MS	GM	Totalt
Tall og regning	34	794	119	12	959	16	475	49	2	542
Desimaltall	20	294	35	2	351	16	145	13	1	175
To- og tredimensjonale figurer	13	151	22	8	194	41	126	23	1	191
Geometri	7	173	26	4	210	16	152	22	0	190
Brøk	11	208	59	18	296	1	12	6	1	20
Algebra og programmering	0	95	43	8	146	8	82	28	2	120
Koordinatsystemet	70	130	54	8	262	10	1	0	0	11

Ved å se på tabellen ovenfor, ser vi at det uten tvil er plassert flest oppgaver innenfor temaet *tall og regning*. Dette gjelder både for Multi 6 og Matematikk 6. Det er henholdsvis 959 oppgaver i Multi 6 og 542 oppgaver i Matematikk 6. De to temaene i Multi 6 som har færrest oppgaver er *to- og tredimensjonale figurer* med 194 oppgaver og *algebra og programmering* med 146 oppgaver. I Matematikk 6 er det *brøk* med 20 oppgaver og *koordinatsystemet* med kun 11 oppgaver som har færrest totalt

Tabell 12 Oversikt over oppgavenes plassering innenfor de kognitive kravene fordelt på læreverkenes temaer, i prosent

Temaer	Multi 6					Matematikk 6				
	M	US	MS	GM	Totalt	M	US	MS	GM	Totalt
Tall og regning	3,5 %	82,8 %	12,4 %	1,3 %	100,0 %	3,0 %	87,6 %	9,0 %	0,4 %	100,0 %
Desimaltall	5,7 %	83,8 %	10,0 %	0,6 %	100,0 %	9,1 %	82,9 %	7,4 %	0,6 %	100,0 %
To- og tredimensjonale figurer	6,7 %	77,8 %	11,3 %	4,1 %	100,0 %	21,5 %	66,0 %	12,0 %	0,5 %	100,0 %
Geometri	3,3 %	82,4 %	12,4 %	1,9 %	100,0 %	8,4 %	80,0 %	11,6 %	0,0 %	100,0 %
Brøk	3,7 %	70,3 %	19,9 %	6,1 %	100,0 %	5,0 %	60,0 %	30,0 %	5,0 %	100,0 %
Algebra og programmering	0,0 %	65,1 %	29,5 %	5,5 %	100,0 %	6,7 %	68,3 %	23,3 %	1,7 %	100,0 %
Koordinatsystemet	26,7 %	49,6 %	20,6 %	3,1 %	100,0 %	90,9 %	9,1 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %

Når det kommer til hvordan oppgavene har fordelt seg i de fire kognitive nivåene i de ulike temaene, er det stor variasjon fra tema til tema. Ved å se på tabellen ovenfor, kan vi se at det er kapitlet med *brøk*, som skiller seg ut med tanke på plassering av oppgaver innfor det mest kognitivt krevende nivået GM. Prosentandelen er størst i dette temaet. Dette gjelder for begge læreverkene. Her har vi plassert 18 oppgaver i Multi 6, noe som tilsvarer 6,1% av det temaet. For Matematikk 6 er det her plassert bare 1 oppgave, men likevel utgjør dette 5% av temaet i læreboken da Matematikk 6 har få oppgaver i temaet brøk totalt. Et funn man kan ta med seg videre er at det likevel er relativt få oppgaver som er kategorisert innenfor denne kategorien i hvert tema. I Multi 6 har alle temaene plassert oppgaver innenfor kategorien GM. Slik er det ikke i Matematikk 6. Her er det to temaer som ikke har plassert noen oppgaver i denne kategorien. Dette gjelder for *geometri* og *koordinatsystemet.*

I kategorien MS som er den nest mest kognitivt krevende kategorien, finner vi et langt større antall oppgaver. Ved å se på hvilket tema som har flest oppgaver i denne kategorien er det *algebra og programmering* som skiller seg ut med 29,5% som det høyeste for Multi 6. For

Matematikk 6 er det også her *brøk* som har flest oppgaver med 30%. Alle temaene i Multi 6 har oppgaver som vi har plassert innenfor kategorien MS. I Matematikk 6 er det et tema som ikke har noen oppgaver i denne kategorien. Dette temaet er *koordinatsystemet*.

I temaet *desimaltal*l er 83,8% av oppgavene i Multi 6 analysert til å være oppgaver innenfor lave kognitive nivå, og i det kognitive nivået vi har valgt å kalle for US. For Matematikk 6 er det temaet *tall og regning* som har flest oppgaver i denne kategorien med 87,6%. Innenfor den laveste kognitivt krevende kategorien (M) er det uten tvil plassert flest oppgaver innenfor temaet *koordinatsystemet*. Dette gjelder for begge læreverkene. Multi 6 har her 26,7%, mens Matematikk 6 har 90,9%. I denne kategorien er det et tema i Multi 6 som ikke har noen oppgaver som er plassert. Dette gjelder for *algebra og programmering*.

Etter å ha sett på fordelingen av oppgaver innenfor hvert tema, kan vi se at i de to laveste kategoriene med tanke på kognitive krav (M) og (US), er det plassert langt flere oppgaver enn i de to kategoriene som er mer kognitivt krevende (MS) og (GM). GM er uten tvil dårligere representert i flere av temaene i Matematikk 6, sammenlignet med Multi 6. Det samme gjelder for kategorien MS. Matematikk 6 trekker derimot det lengste strået i de to laveste kategoriene. Her er det høyere andel oppgaver plassert, sammenlignet med Multi 6.

4.1.3 Type svar oppgavene gir i lærebøkene

Som tidligere nevnt har vi også sett på oppgavene i form av hvilket svar de krever fra elevene. De tre type svarene vi har valgt å plassere oppgavene under er *svar*, *forklaring* eller *egrunnelse*. Vi har valgt å sette det opp i en tabell hvor vi viser svarene i Multi 6 og Matematikk 6. Tabellen presenterer de ulike læreverkene og antall oppgaver som er plassert innenfor enten S (svar), F (forklaring) eller B (begrunnelse).

Tabell 13 Oversikt over hvilket svar oppgavene i Multi 6 og Matematikk 6 krever av elevene

	Multi 6	Matematikk 6
S	2346	1228
F	59	20
B	13	1

Det første vi ser i denne tabellen, og som er essensielt når funnet diskuteres videre er forskjellen på antall oppgaver i bøkene. Vi vet fra tidligere at Multi 6 har et vesentlig større antall oppgaver enn Matematikk 6 sitt læreverk.

I tabellen over ser vi at Multi 6 har hele 2346 oppgaver som krever kun et *svar* fra elevene, og 59 av oppgavene krever en *forklaring*, mens så lite som 13 oppgaver spør etter en *begrunnelse*. I matematikk 6 ser vi at 1228 oppgaver krever et *svar*, nesten halvparten av Multi 6, men som tidligere nevnt har også Multi 6 dobbelt så mange oppgaver i læreverket sitt. Videre har Matematikk 6 20 oppgaver som krever en *forklaring*, og kun 1 oppgave som ber om en *begrunnelse* av elevene. Hvis vi ser bort i fra at Multi 6 har flere oppgaver sammenlagt, kan vi se en lik forekomst av *type svar* oppgaver ber om. Vi har derfor valgt å også presentere resultatene i prosenter for å tydeliggjøre dette.

Tabell 14 Oversikt over hvilket svar oppgavene i Multi 6 og Matematikk 6 krever av elevene i prosent

	Multi 6	Matematikk 6
S	97,0 %	98,3 %
F	2,4 %	1,6 %
B	0,5 %	0,1 %

I tabell 13 ser vi at andelen av oppgaver som krever kun et *svar* hos elevene ligger på 97% i Multi 6 og 98,3% i Matematikk 6. Dette utgjør nesten alle oppgavene i bøkene. Andelen oppgaver som ber om en *forklaring* ligger på mellom 1,5% og 2,5%, og igjen er det lite som skiller bøkene fra hverandre. I siste del av analysen ser vi at så lite som 0,5% og 0,1% av oppgavene krever en *begrunnelse.*

Kort oppsummert kan vi ut ifra dette si at læreverkenes oppgaver stiller samme krav til elevene når det kommer til hvilket svar de er ute etter, og vi ser store likheter i dette feltet mellom de to ulike læreverkene.

Videre i neste delfunn skal vi se på fordelingen av hvilke svar oppgavene spør etter fordelt innad i de ulike temaene bøkene presenterer.

4.1.3.1 Type svar oppgavene gir i de ulike temaene

Nå har vi sett en oversikt over hvordan svar oppgavene i de to ulike læreverkene ber om på en generell basis. Videre i dette funnet skal vi se på hvordan fordelingen er innad i temaene til disse to læreverkene.

Tabell 15 Oversikt over hvilket svar oppgavene i Multi og Matematikk krever av elevene innad i temaene

Temaer	Multi 6				Matematikk 6			
	S	F	B	Totalt	S	F	B	Totalt
Tall og regning	935	19	5	959	536	6	0	542
Desimaltall	342	8	1	351	175	0	0	175
To- og tredimensjonale figurer	188	6	0	194	183	7	1	191
Geometri	205	3	2	210	189	1	0	190
Brøk	288	6	2	296	20	0	0	20
Algebra og programmering	140	6	0	146	114	6	0	120
Koordinatsystemet	248	11	3	262	11	0	0	11

Denne tabellen viser mye av det samme som i hovedfunnet (funn 4.2.3). Vi ser at det samme går igjen i omtrent alle temaene i læreverkene. Det første vi har valgt å fokusere på i denne tabellen er hvor stor grad av oppgaver innenfor *tall og regning* som består av oppgaver som krever et *svar*. I Multi 6 er det 935 oppgaver i *tall og regning* som kun krever et *svar*. Resterende 24 oppgaver er fordelt ganske ujevnt da 19 av dem havner under *forklaring*, og bare 5 av oppgavene ber om en *begrunnelse.*

Videre kan vi se at i Multi 6 er det to temaer som ikke har noen oppgaver som krever en *begrunnelse* fra elevene. Både *algebra og programmering* og *to- og tredimensjonale figurer*. Ulikt fra Multi 6 er det kun ett tema som har en oppgave som krever *begrunnelse*. Ellers er det ingen.

Noe vi ser går igjen er at Multi 6 har flere oppgaver som krever et *svar* fra elevene, men slik som i funnet over har vi valgt å presentere funnet også i prosent for å lettere kunne sammenligne læreverkene opp mot hverandre, da antall oppgaver i de ulike læreverkene er med på å påvirke resultatene.

Tabell 16 Oversikt over hvilket svar oppgavene i Multi 6 og Matematikk 6 krever av elevene innad i temaene i prosent

Temaer	Multi 6				Matematikk 6			
	S	F	B	Totalt	S	F	B	Totalt
Tall og regning	97,5 %	2,0 %	0,5 %	100,0 %	98,9 %	1,1 %	0,0 %	100,0 %
Desimaltall	97,4 %	2,3 %	0,3 %	100,0 %	100,0 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %
To- og tredimensjonale figurer	96,9 %	3,1 %	0,0 %	100,0 %	95,8 %	3,7 %	0,5 %	100,0 %
Geometri	97,6 %	1,4 %	1,0 %	100,0 %	99,5 %	0,5 %	0,0 %	100,0 %
Brøk	97,3 %	2,0 %	0,7 %	100,0 %	100,0 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %
Algebra og programmering	95,9 %	4,1 %	0,0 %	100,0 %	95,0 %	5,0 %	0,0 %	100,0 %
Koordinatsystemet	94,7 %	4,2 %	1,1 %	100,0 %	100,0 %	0,0 %	0,0 %	100,0 %

I denne tabellen kan vi lettere se at prosentvis er det tilnærmet likt antall prosenter innenfor både *svar, forklaring og begrunnelse* i de to ulike lærebøkene. Under kategorien *svar* ligger begge bøkene på mellom 94% og 100%. *Forklaring* ligger mellom 0% og 4,2%, mens *begrunnelse* ligger på mellom 0% og 1,1%. Temaet om *koordinatsysteme*t er det kapittelet som skiller seg ut med minst oppgaver som krever et *svar*, og er det temaet som har et av de høyeste antall oppgaver som krever *forklaring og begrunnelse* i Multi 6.

På andre siden har vi i Matematikk 6 under temaet *koordinatsystemet* 100% av svarene innenfor *S (svar).* Matematikk 6 har også høyest prosent av oppgaver innenfor *forklaring* i kapittelet om *algebra og programmering*.

En annen ting vi legger merke til i denne tabellen er at hele tre temaer i Matematikk 6 har 100% av svarene sine innenfor svaralternativ *S*. Dette er *koordinatsystemet*, *brøk* og *to- og tredimensjonale figurer*.

Nå når vi har presentert alle resultatene våre fra analysen som er gjort, skal vi gå videre til neste kapittel hvor vi skal se på funnene opp mot teorien som er presentert tidligere.

5 Diskusjon

Nå har vi kommet til den delen av oppgaven hvor vi skal gå inn i resultatene fra hvert funn og koble dem opp mot teorien som er forklart tidligere. Vi vil gå gjennom funn for funn og strategisk gjøre fatninger mellom det vi ser og hva som blir representativt for funnene i henhold til teorien. Vi ser også at våre funn kan kobles opp mot kjerneelementet *utforsking og problemløsing* i fagfornyelsen, noe som også blir relevant for studiens overordnede mål. Før vi går videre vil vi minne om våre to forskningsspørsmål. Disse er utgangspunktet for diskusjonsdelen i oppgaven vår og det overordnede målet for oppgaven.

1) *I hvilken grad gir oppgaver kognitive utfordringer i to av Norges mest brukte lærebøker i matematikk på sjette trinn?*

2) *I hvilken grad inneholder lærebøker i matematikk på sjette trinn oppgaver som krever forklaringer eller begrunnelser som svar?*

Videre vil vi også minne på at vi kun har sett på oppgavene eksplisitt, og ikke noe av det andre i lærebøkene som kommer i tillegg til oppgavene. Eksempler på dette kan være samtalebilder, spill og sant/usant-påstander. Vi gjør også denne drøftingen med utgangspunkt i at elevene kan og forstår kunnskapen som har blitt presentert for dem tidligere i matematikkbøkene. Det er derfor vi har gått gjennom lærebøkene perm for perm, og tatt side for side.

I dette kapittelet vil vi først oppsummere de funnene vi har og se dem i sammenheng med tidligere forskning, før vi bruker dem til å svare på disse forskningsspørsmålene med støtte fra relevant teori. Avslutningsvis skal vi se litt på hvordan man kunne gjort en videre forskning på feltet.

5.1 Lærebøkenes kognitive krav

Den første tabellen vi skal ta for oss er tabell 10 i funn 4.2.1. Kort oppsummert ser vi at i de to laveste kognitive nivåene er det i Multi 6 plassert 82,7% av oppgavene, mens det i Matematikk 6 er plassert 88,1 %. Ved å bryte dette enda mer opp, kan vi se at det i det laveste nivået *memorering* i Multi 6 er 6,4%, mens det i Matematikk 6 er 8,6%. I den nest laveste kategorien *prosedyre uten sammenheng* er det i Multi 6 plassert 76,3% av oppgavene, mens det i Matematikk 6 er plassert 79,5%. I de to høyeste nivåene er det henholdsvis plassert 17,3% i Multi 6 mens det er plassert 11,9% i Matematikk 6. I det nest høyeste nivået *prosedyre med sammenheng* er det i Multi 6 plassert 14,8% av oppgavene, mens det i Matematikk 6 er plassert 11,3%. I det høyeste kognitivt krevende nivået *gjøre matematikk* er det i Multi 6 2,5% mens det i Matematikk 6 er 0,6%.

Med utgangspunkt i disse tallene kan vi oppsummere kort ved å se at mesteparten av oppgavene i begge læreverkene har størst andel i de to laveste nivåene. Dette viser da at mesteparten av oppgavene i begge læreverkene har i aller høyeste grad oppgaver i de to laveste nivåene, altså at oppgavene i seg selv legger lite til rette for kognitiv tenkning hos elevene. Av begge læreverkene kan vi se at Multi 6 kommer best ut i de to mest kognitivt krevende nivåene.

Som et underfunn av det første funnet, så vi på lærebøkenes kognitive krav med utgangspunkt i temaene til lærebøkene. Det er stor variasjon i forhold til hvordan oppgavene har fordelt seg på de fire kognitive nivåene i de ulike temaene. Vi ser i tabell 11 at Multi 6 har 296 oppgaver innenfor temaet *brøk*, mens Matematikk 6 kun har 20 oppgaver totalt. Likevel kan vi se at *brøk* var det temaet i begge lærebøkene som hadde flest oppgaver innenfor GM, som det mest kognitivt krevende nivået. Her har vi plassert 18 oppgaver i Multi 6, noe som tilsvarer 6,1% av det temaet. Dette fremkommer i tabell 12. For Matematikk 6 var det her plassert bare 1 oppgave, men likevel utgjør dette 5% av temaet i læreboken. I Multi 6 er faktisk 26% av oppgavene i *brøk* plassert under de to høyeste kognitive nivåene. Generelt sett er det få oppgaver som er plassert i det høyeste kognitive nivået i begge lærebøkene. I Multi 6 har alle temaene noen oppgaver innenfor kategorien GM. Slik er det ikke i Matematikk 6. I tabell 11 og 12 ser vi at det er to temaer som ikke har plassert noen oppgaver i det høyeste kognitive nivået. Dette gjelder for *geometri* og *koordinatsystemet*.

I den andre høye kognitivt krevende kategorien MS finner vi et langt større antall oppgaver. Ved å se på tabell 12 over hvilket tema som har flest oppgaver i denne kategorien er det *algebra og programmering* som skiller seg ut med 29,5% som det høyeste for Multi 6. For Matematikk 6 er det også her *brøk* som har flest oppgaver med 30%. Dette viser at temaet *brøk* til tross for sitt lave fokus i Matematikk 6 kommer relativt greit ut, med tanke på hvor kognitivt krevende oppgavene er sammenlignet med oppgavene i de andre temaene. Temaet *brøk* kommer bra ut for Matematikk 6 i både MS og GM som er de to mest kognitivt krevende nivåene. I Multi 6 er det *algebra og programmering* som skårer høyest i disse to kategoriene. *Brøk* har 26% i de to høyeste kognitivt krevende nivåene. Det samme har *algebra og programmering* med sine 35%. Vi kan derfor si at kjerneelementet utforsking og problemløsning i størst grad tilfredsstilles i disse to temaene i Multi 6. I Matematikk 6 er det ifølge tabell 11 og 12 kapittelet om *brøk*- og *Algebra og programmering* som kommer best ut med 35% og 25% av oppgavene innenfor de to høyeste kognitive nivåkravene.

Alle temaene i Multi 6 har oppgaver som vi har plassert innenfor kategorien MS. I Matematikk 6 er det et tema som ikke har noen oppgaver i denne kategorien. I tabell 12 ser vi at 0% av oppgavene i temaet om *koordinatsystemet* blir kategorisert til MS, noe som vil si at basert på vår analyse vil temaet *koordinatsystemet* i Matematikk 6 i minst grad leve opp til forventningene om problemløsning og utforskning da ingen av oppgavene havner innenfor de to høyeste kognitive nivåene. Ved å se på tabell 12 som viser en oversikt i lærebøkene sine temaer, ser vi at det i Multi 6 er temaet *desimaltall* med sine 10,6% som har minst andel kognitivt krevende oppgaver.

I den nest laveste kategorien US er det plassert flest oppgaver i temaet *desimaltall* med 83,8%. Dette gjelder for læreverket Multi 6. For Matematikk 6 er det temaet *tall og regning* som har flest oppgaver i denne kategorien med 87,6%. Innenfor den laveste kognitivt krevende kategorien M er det uten tvil plassert flest oppgaver innenfor temaet *koordinatsystemet*. Dette gjelder for begge læreverkene. Multi 6 har her 26,7%, mens Matematikk 6 har 90,9%. Dette viser at noen av temaene i stor grad har lite kognitivt krevende oppgaver. Jevnt over er de to laveste nivåene som får flest oppgaver plassert under seg.

Som vi tidligere presenterte i teoridelen, kan vi nå koble dette funnet opp mot Charalambous et al. (2010), Strand og Heimstad (2018) og Bolme og Eriksen (2021) sine funn. I alle de tre forskningene kom det fram at det var flest oppgaver i de to laveste kognitivt krevende nivåene. Vi kan ikke direkte sammenligne resultatene med Charalambous et al. (2010), slik som de er, da forskningen deres på lærebøker har foregått i andre land som ikke tar utgangspunkt i vår læreplan, men vi mener fortsatt den er relevant for vår forskning. Strand og Heimstad (2018) gjorde sin lærebokanalyse før fagfornyelsen tredde i kraft i 2020, mens Bolme og Eriksen (2021) gjorde sin forskning etter fagfornyelsen i 2021.

Andre liknende undersøkelser som er gjort tidligere på lærebøker i matematikk viser mye av det samme som vår undersøkelse gjør. Vi har snakket om Charalambous et al. (2010) sin undersøkelse i flere land hvor de konkluderer med at den største andelen av oppgaver havner innenfor de laveste kognitive nivåkravene. Flere tidligere undersøkelser viser generelt til at oppgavene i lærebøkene havner under de lave kognitive nivåene, og at lærebøker i matematikk generelt har lite fokus på oppgaver som utfordrer elevene innenfor den kognitive tenkningen (Jones & Tarr, 2007; Zhu & Fan, 2006; Strand & Heimstad, 2018; Bolme & Eriksen, 2021; Johnsen & Storaas, 2015; Bergheim, 2017; Jensberg, 2023; Jäder et al., 2020).

Vi skal videre i diskusjonen se på oppsummerende funn fra hvilken type svar oppgavene i lærebøkene krever.

5.2 Type svar oppgavene gir i lærebøkene

I klassifiseringssystemet til Charalambous et al. (2010) som handler om *Type of response*, har vi sett på om oppgavene krever et enkelt *svar*, en *forklaring* eller en *begrunnelse*. I vår analyse kan vi se at en stor andel av oppgavene i Multi 6 og Matematikk 6 ble plassert i kategorien *svar*. I Multi 6 er det 97% av oppgavene som krever kun et svar, og i Matematikk 6 er det 98,3%. Matematikk 6 skiller seg litt ut fra Multi 6 da det kun er 1 oppgave som krever en *begrunnelse* av elevene, mens det i Multi 6 er 13 oppgaver. Våre funn viser også at oppgavene i Multi 6 har 2,4% av oppgavene sine plassert innenfor kategorien *forklaring*. Dette fremkommer i tabell 14. I matematikk 6 er det mindre oppgaver hvor bare 1,6% er plassert i samme kategori. Videre ser vi at innenfor kategorien *begrunnelse* har Multi 6 0,5% av oppgavene sine, mens i Matematikk 6 er det så lite som 0,1%. Kort oppsummert ser vi at sammenlagt i begge læreverkene krever kun 2,5% av oppgavene *forklaring* eller *begrunnelse* av svaret. Dette utgjør 93 av 3667 oppgaver.

Når vi går mer spesifikt inn på hvilket svar oppgavene krever av elevene innad i temaene, kan vi se at det er en jevn fordeling i begge læreverkene. Vi ser i tabell 16 at de temaene som skiller seg mest ut er temaet om *koordinatsystemet, brøk og desimaltall* i Matematikk 6 hvor 100% av oppgavene krever kun et *svar*. Her er det verken krav om *forklaring* eller *begrunnelse* i noen av oppgavene som elevene skal jobbe med. Utenom disse temaene har alle andre temaene oppgaver plassert i både *svar, forklaring* og *begrunnelse.* I Multi 6 ser vi at i motsetning til Matematikk 6, har temaet *koordinatsystemet* i Multi 6 høyest prosent av svar som krever en *begrunnelse*, av alle temaene. I Matematikk 6 er det temaet *to- og* *tredimensjonale figurer* med 0,5% av oppgavene som krever en *begrunnelse*. Dette er det temaet med flest oppgaver plassert i denne kategorien. Sist, men ikke minst har vi *forklaring*. I Multi 6 er det temaet om *koordinatsystemet* som har flest oppgaver plassert i denne kategorien, med 4,2% av oppgavene. I Matematikk 6 er det *algebra og programmering* som har 5% av oppgavene i denne kategorien, og kommer best ut av alle temaene innenfor kategorien *forklaring*.

Våre resultater viser at det er størst andel oppgaver som kun krever et *svar*. Dette ser vi samsvarer med det tidligere forskning indikerer angående type svar. Våre resultater er nokså like det både Charalambous et al. (2010), Bolme & Eriksen (2021) og Strand & Heimstad (2018) kom fram til i sine analyser. Vi alle har størst andel oppgaver som kun krever et svar. Som nevnt under kapittelet vårt om tidligere forskning har også Charalambous et al. (2010) gjort den samme analysen for å se på *type svar* fra oppgaver i tre andre land sitt matematiske læreverk. I landene Irland og Kypros viste det seg at hele 100% av oppgavene i læreverkene krevde kun et *svar*, hvorav Taiwan skilte seg ut da 8% av svarene var under f*orklaring* eller *begrunnelse* (Charalambous et al., 2010). Taiwan kommer bedre ut på dette punktet i forhold til vår analyse når det kommer til *forklaring* og *begrunnelse*, da bare 2,5% av våre oppgaver havnet i de samme kategoriene.

I samme type undersøkelse gjort av Strand & Heimstad (2018) viser det seg at læreverkene på ungdomsskolen før fagfornyelsen også har den største andelen av oppgaver innenfor det som kategoriseres som kun et *svar*. Her var over 90% av oppgavene plassert. Bolme & Eriksen (2021) analyserte oppgaver i læreverk for femte trinn. I alle læreverkene de analyserte krevde over 85,9 % og oppover av oppgavene kun et *svar*. Vi kan trekke noen av de samme slutningene til vår forsking i to av Norges største læreverk for sjette trinn.

Vi ser liten forandring til Strand & Heimstad (2018) sine resultater fra bøkene før fagfornyelsen og vår etter fagfornyelsen. Fokuset på å f*orklare* eller *begrunne* er i liten grad styrket. Vi ser heller ikke at oppgavene i større grad krever en *forklaring* eller en *begrunnelse*, selv om kompetansemålene for 6. trinn har økt fokus på utforsking og problemløsing.

I neste delkapittel skal vi drøfte disse funnene opp mot relevant teori som kan brukes for å støtte opp under vårt svar på forskningsspørsmålene.

5.3 Utforsking og problemløsing

Nå som vi har fått presentert, og til en viss grad drøftet funnene våre opp mot tidligere forskning vil vi se litt nærmere på hva disse funnene betyr for vårt overordnede mål med studien. Vi skal i dette delkapittelet se på funnene våre opp mot relevant teori som vi har presentert tidligere i oppgaven, for deretter å kunne bruke dette til å svare på forskningsspørsmålene våre om i hvilken grad to norske læreverk i matematikk gir elevene kognitive utfordringer, og legger opp til kognitiv tenkning ved hjelp av at elevene må forklare og begrunne svarene sine. Ved å se på både kognitive krav og type svar kan vi si noe om sentrale deler av prosessen ved å løse en oppgave når vi ser på tenkingen som kreves, og resultatet av tenkningen.

Først vil vi starte med å se på læreverkenes kognitive nivåkrav fra oppgavene som blir presentert og koble dem opp mot teorien som blir relevant. Vi kan se at det er en sammenheng mellom oppgavene som plasseres innenfor de to høyeste kognitive nivåene, og oppgavene som krever enten en forklaring eller begrunnelse fra elevene. Når en oppgave krever at elevene selv skal forklare prosessen og tankegangen når de har løst oppgaven, kan det sees i sammenheng med konseptuell kunnskap og relasjonell forståelse. Vi har valgt å plassere oppgaver som krever mer av elevene enn for eksempel en algoritme, eller en utregning basert på tidligere presentert teori eller tidligere presenterte oppgaver i disse to kategoriene. Hvis en oppgave krevde en kombinasjon av flere algoritmer, eller at elevene trengte en bredere kunnskap utover det som var blitt presentert for dem tidligere, så vi på det som en oppgave som fører til økt relasjonell forståelse hos elevene. I den mest kognitivt krevende kategorien *gjøre matematikk* må elevene selv vurdere og komme frem til fremgangsmåten som må brukes for å løse oppgavene. De må også tenke utenfor boksen og ha en viss grad av relasjonell forståelse for at oppgaven skal bli løst, da slike oppgaver ofte kan løses ved å bruke tidligere matematiske kunnskaper, og ved å ha en god matematisk forståelse. På bakgrunn av at Skemp (1976) mener at relasjonell forståelse i matematikk er ønsket, og at eleven i større grad kan bygge seg en god forståelse i matematikken ved å ta i bruk konseptuell kunnskap (Kilpatrick et al., 2001), syntes vi det er urovekkende å tenke på at det kun er 11,9% av oppgavene i Matematikk 6 og 17,3% av oppgavene i Multi 6 som er plassert i de to høyeste kognitive nivåene. Det er også bare 2,9% av oppgavene i Multi 6 som krever enten forklaring eller begrunnelse, og 1,7% av oppgavene i Matematikk 6. Vi mener at det kognitive nivået, og type svar har en sammenheng med hverandre. Vi syntes dette er urovekkende da oppgaver som plasseres i de to høyeste kognitive nivåene, er oppgaver som kan legge til rette for at elevene oppnår konseptuell kunnskap eller relasjonell forståelse.

Den største andelen oppgaver i hele analysen vår er plassert i de to laveste kognitivt krevende nivåene. Over 80% i begge læreverkene. Vi kan også se en sammenheng mellom de to lave nivåene og prosedyrekunnskap og instrumentell forståelse. Felles for de alle er at det ikke er så kognitivt krevende for elevene. Vi har valgt å plassere oppgaver som ikke krevde noen form for regning i det minst kognitivt krevende nivået *memorering* (M). Dette vil være typiske oppgaver som kun krever en avlesning, altså at du kan gå rett fra oppgave til svar uten en gitt regneoperasjon. Oppgaver som ble plassert i det nest laveste nivået *prosedyre uten sammenheng (US)* var ofte oppgaver som kunne løses gjennom å bruke en tidligere brukt algoritme, eller oppgaver der en kunne utnytte et tidligere eksempel, eller en tidligere lik oppgave uten at det ble presentert noe nytt materiale for dem i mellomtiden. Ellers ble oppgaver der målet med oppgaven var å få riktig svar, fremfor utvikling av matematisk forståelse også plassert her.

Med prosedyrekunnskap er en avhengig av å følge en bestemt oppskrift eller regler som en tidligere har memorert (Hiebert & Lefevre, 1986). Dette kobles rett mot vår beskrivelse av de to laveste kognitive nivåene. Også instrumentell forståelse passer rett inn her. Instrumentell forståelse anses å være mekanisk. Med slik forståelse har en lært en prosedyre, men vet ikke hvorfor ting er som de er. Det er her behov for flere spesifikke regler. Ved bruk av instrumentell forståelse er det involvert mindre kunnskap, noe som gjør at en raskere kan komme fram til riktig svar (Skemp, 1976). Det er omdiskutert hvorvidt instrumentell forståelse er ønsket eller ikke. Skemp (1976) mener den er uønsket, men at den samtidig kan være effektiviserende for elevene. Spesielt i matematikken når det gjelder mengdetrening, og å komme seg gjennom alle kapitlene for å kunne være innom alle kompetansemålene i fagfornyelsen.

Basert på at instrumentell forståelse er en mer effektiv måte å jobbe med matematikken på, kan en tenke seg til at dette er grunnen til at så stor andel av oppgaver leder til en instrumentell forståelse. Hvis alle oppgavene i læreverkene skulle lagt opp til utforskende og problemløsende strategier, ville det vært veldig tidskrevende for elevene å komme seg gjennom kompetansemålene innen den gitte tiden som skolene har disponibel.

Kognitive krav og type svar sier noe samlet om hva slags prosess og produkt oppgavene krever (Stein et al., 2000). Oppgaver som havner under de høye kognitive kravene, vil i stor grad kreve at elevene forklarer eller begrunner det de gjør (Stein et al., 1996). Også her kan vi se en sammenheng med at mesteparten av oppgavene er plassert under lave kognitive krav, altså de to laveste kognitive nivåene (M, US) i vårt første funn. Oppgavene som er mer kognitivt krevende, stiller oftere et større krav til elevene om å *forklare* eller *begrunne* svaret sitt i oppgavene.

Som vi har snakket om tidligere i oppgaven, gjorde også Jo Boaler (1998) en undersøkelse hvor hun brukte en såkalt tradisjonell undervisning med elever over en gitt periode. Her brukte hun lærebøker hvor oppgavene stilte lavere kognitive krav til elevene. I hennes undersøkelse kom det frem at elevene som jobbet med disse type oppgavene, uten noen andre utforskende måter å jobbe på, fikk en instrumentell tilnærming til faget. Ut fra dette kan vi tyde at hvis elevene kun jobber med oppgavene i lærebøkene vi har analysert, hvor disse oppgavene i størst grad har lave kognitive nivåkrav- vil resultatet bli at elevene sitter igjen med en instrumentell forståelse. Da ser vi viktigheten med oppgavene i lærebøkene når det kommer til elevenes læring. Dette forsterkes i Mullis et al. (2012) sine resultater fra TIMSS undersøkelsen viser at så mye som 97% av elevene opplever at undervisninger i den norske skole er lagt opp etter læreboken, og at læreboken skaper grunnlaget for klasseromsundervisningen. Basert på dette finner vi det rart at læreverkene sine oppgaver kun har 2,5% innenfor *forklaring* og *begrunnelse*, og at så liten andel av oppgavene krever et høyere kognitivt nivå fra elevene.

Valverde et al (2002) mener at en ved å se på helheten av en lærebok i sammenheng med læreplanen, kan en danne seg et bilde av hvordan det undervises i ulike fag ut fra hva læreboken inneholder og hvordan struktur boken har. Det samme mener Mesa (2004) og Pepin og Haggarty (2007). Mesa (2004) legger fram at en mulig kilde for læring skjer via lærebøker. Lærebøkene ligger for grunn i det praktiske som formidles i skolen via medelever og læreren. Lærerne er de som formidler det som framkommer i lærebøkene, så hvordan de er utformet har stor betydning for elevenes læring (Pepin & Haggarty, 2007). I den daglige undervisningen bruker ofte lærerne læreboken som basisgrunnlag for hva som skal læres. Læreboken formidles via læreren ved at det bestemmes hva som skal undervises i, og hvordan oppgaver elevene skal jobbe med. Dette er i seg selv med på å bestemme hvordan elevenes læring blir (Pepin & Haggarty, 2007).

Som nevnt flere ganger i oppgaven er det overordnede målet for oppgaven vår å finne ut i hvilken grad oppgavene i to norske lærebøker i matematikk for sjette trinn legger til rette for utforsking og problemløsing, som er ett av fagfornyelsens kjerneelementer. Som vi nevnte lengre opp i diskusjonen så vi i tabell 11 og 12 at *geometri* og *koordinatsystemet* ikke har plassert noen oppgaver i det høyeste kognitive nivået. Ut fra vår forskning ser vi at disse to temaene ikke ivaretar målsetningen om utforskende og problemløsende arbeid etter kompetansemålene. Det er fire kompetansemål som er rettet mot *geometri*. Alle fire kompetansemålene inneholder begrepet utforske. Da stiller vi spørsmål ved hvorfor så liten andel av oppgavene faktisk legger opp til utforskende tankegang. Dette gjelder også kompetansemålet som omfatter arbeid rundt *koordinatsystemet*. Her er målet at elevene skal utforske og beskrive ulike mønster (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Slik vi ser det, legger ikke Matematikk 6 til rette for disse kompetansemålene i oppgavene sine. (Utdanningsdirektoratet, 2020b). Dette er noe vi ser at gjelder nesten alle temaene i Matematikk 6 og Multi 6. Når hele 7 av 10 kompetansemål krever at elevene skal jobbe med temaene ved å utforske, forklare og beskrive, syntes vi at utforskning, forklaring og beskrivelse gjenspeiles i for liten grad i oppgavene som faktisk fremkommer i lærebøkene. Med utgangpunkt i dette kan vi påstå at læreverkene ikke virker å være i tråd med fagfornyelsens kjerneelement om *utforskning og problemløsing* basert på oppgavene i bøkene.

5.4 Videre forskning

Vi har nå avsluttet vår analyse ved å presentere og diskutere funn fra to ulike og store læreverk i Norge. Basert på en kort undersøkelse vi gjorde i forkant av masteroppgaven hvor vi ringte rundt til de fleste barneskolene i Tromsø for å undersøke hvilke læreverk som ble mest relevant for oss å analysere med utgangspunkt i at vi skulle jobbe på en av tromsøskolene, endte vi opp med å analysere to læreverk. Som tidligere nevnt har vi også valgt å kun se på et gitt utvalg av læreverkene. Det vil altså være flere deler av læreverket vi ikke har undersøkt. Dette kunne vært spennende å forske videre på.

Vi har tenkt på at det også kunne vært spennende å se på noen av de andre store læreverkene i tillegg til de vi har valgt- og hvorvidt de oppnår målsetningene i henhold til fagfornyelsens kjerneelement om *utforskning og problemløsing* med utgangspunkt i oppgavenes kognitive nivå. Som nevnt tidligere er både Volum og Matemagisk store læreverk som blir brukt rundt om i landet. Ut fra vårt utvalg kan vi ikke si noe om læreverkene på en landsbasis, men her lokalt i vårt område. Vi har også valgt å se på læreverkene for 6. trinn. Her kan også veien videre være å se på andre trinn sine læreverk. I starten under planleggingen av masteroppgaven hadde vi egentlig tatt utgangspunkt i å gå i en litt annen retning hvor vi skulle sammenligne læreverk fra før fagfornyelsen til læreverkene etter. Dette er noe vi fortsatt mener kunne vært spennende å se på. Hvor mye har de nye læreverkene som har kommet ut etter fagfornyelsen endret seg i henhold til fagfornyelsens kjerneelementer og kompetansemål? I vår analyse har vi vært klar og tydelig på at vi kun har sett på hvordan oppgavene i lærebøkene ekplisitt gir elevene *kognitive utfordringer*, og hvilken *type svar* de krever av elevene. Videre kan en se på hvordan lærere velger å bruke læreverkene i undervisningen. Ved å undersøke dette kunne man i større grad sagt noe om hvordan læreverkene legger opp til både utforskende og problemløsende matematikkundervisning. En kunne i dette tilfellet sett på om målene i fagfornyelsen hadde vært lettere å oppnå ved å bruke utforskende undervisningsmetoder.

En annen ting som ville vært spennende å se på er de andre faktorene i lærebøkene som ikke er oppgaver. Men det vi har valgt å kategorisere som Annet. Da vi som nevnt tidligere ikke har funnet et rammeverk som kan hjelpe oss med å finne de resultatene vi vil ha, har vi ikke analysert dette. Vi tenker at hvis dette hadde blitt analysert, kan det hende utfallet hadde blitt noe annet. Kanskje lærebøkene i større grad ville gitt mer kognitive utfordringer til elevene.

Gjennom vårt arbeid med denne masteren har vi lært mye om både utforskende undervisning, kjerneelementer og fagfornyelsen generelt. Vi har virkelig fått et innblikk i hvor krevende det kan være å oppnå en helhetlig matematisk forståelse, og hvor mange faktorer som spiller inn for å oppnå dette. Når vi nå har forsket på kun lærebøkene og ser i hvor liten grad de oppfyller fagfornyelsens krav har vi også fått sett hvor viktig læreren sin rolle i matematikkundervisningen er. Med dette vil vi avslutte med å ta med oss det vi har lært fra denne oppgaven ut i klasserommet og yrkeslivet slik at vi kan anvende den på best mulig måte.

6 Avslutning

Nå går vi inn i masteroppgavens siste kapittel og skal avslutte oppgaven ved å bruke analysen og funnene våre til å svare på forskningsspørsmålene i en konklusjonsdel.

6.1 Konklusjon

I dette kapittelet av oppgaven skal vi svare på de to forskningsspørsmålene våre med utgangspunkt i funnene fra analysen vår. Vi kommer til å strukturere det ved at vi tar for oss hvert forskningsspørsmål og svarer på det med utgangspunkt i drøftingen som er gjort i diskusjonskapittelet.

6.1.1 Forskningsspørsmål 1- kognitive utfordringer

Forskningsspørsmålet er følgende:

I hvilken grad gir oppgaver kognitive utfordringer i to av Norges mest bruke lærebøker i matematikk for sjette trinn?

Ut fra våre funn og vår diskusjon kan vi se at andelen kognitivt krevende oppgaver er i et stort mindretall, noe som tyder på at læreverkene i mindre grad vektlegger kjerneelementet *utforskning og problemløsning*. Multi 6 har flere oppgaver innenfor de høye kognitive nivåene enn Matematikk 6. Årsaken til dette kan være ulike ting. For eksempel ser vi at andelen av «Annet», altså faktorer i boken som ikke er oppgaver fremkommer i mye større grad i Matematikk 6 enn i Multi 6. Hadde vi valgt å analysere *Annet* hadde kanskje utfallet blitt noe annerledes.

Men med utgangspunkt i de analysene vi har gjort, kan vi si at resultatene våre viser at oppgavene i to av Norges mest brukte lærebøker i matematikk på sjette trinn, i liten grad gir kognitive utfordringer.

6.1.2 Forskningsspørsmål 2- Type svar

Forskningsspørsmålet er følgende:

I hvilken grad inneholder lærebøker i matematikk oppgaver som krever forklaringer eller begrunnelser som svar?

Med bakgrunn i undersøkelsene vi har gjort, og funnene vi har fått ser vi at det i aller størst grad fremkommer oppgaver som kun krever et svar i både Multi 6 og Matematikk 6. Forskjellen mellom disse to lærebøkene er minimal. Vi kan dermed si at når kun 2,4% og 1,6% av svarene krever en forklaring- og 0,5% og 0,1% av oppgavene krever en begrunnelse inneholder disse to lærebøkene i svært liten grad oppgaver som krever en forklaring eller begrunnelse.

6.1.3 Overordnet mål med oppgaven

Det overordnede målet med oppgaven vår, var å finne ut i hvilken grad to norske lærebøker i matematikk legger til rette for utforsking og problemløsing. Dette skulle vi finne ut ved å se på kognitive nivå og type svar oppgavene krever.

Kognitive krav handler om type tenking oppgavene legger til rette for (Stein et al., 2000). De fire kognitive nivåene vi har kategorisert ut ifra er *memorering, prosedyre uten sammenheng, prosedyre med sammenheng* og *gjøre matematikk*. De to sistnevnte regnes som mest kognitivt krevende og utfordrer elevene mest med tanke på elevenes tenking. Når andelen oppgaver er så lav i de to høyeste kognitive nivåene, mener vi at oppgavene i liten grad legger til rette for tenking. Lærerens rolle vil ha stor betydning og på bakgrunn av våre resultater mener vi at læreverkene i seg selv ikke tilfredsstiller kravet om utforsking og problemløsning, som er en stor del av fagfornyelsen. Som vi kan se ut fra kompetansemålene til 6. trinn i matematikk, er det hele 7/10 kompetansemål som spesifikt legger vekt på at elevene skal jobbe problemløsende eller utforskende. Vi undres derfor hvorfor en så stor andel av oppgaver i vår forskning også havner under lave kognitive krav.

Med utgangspunkt i svaret på disse forskningsspørsmålene føler vi at vi er i stand til å si at lærebøkene i matematikk for sjette trinn i liten grad legger til rette for kjerneelementet *utforsking og problemløsing* i fagfornyelsen. Det er viktig å huske at kjerneelementene i stor grad gjenspeiles i kompetansemålene, som er mål vi ønsker at alle elevene skal oppnå.

For at dette kjerneelementet skulle blitt vektlagt i større grad, hadde det krevd at det hadde vært større variasjon i oppgavene i begge læreverkene. Da vi så at 7/10 kompetansemål tydeliggjorde at det var fokus på utforskning og problemløsing, trodde vi at våre funn skulle tilsi noe annet enn de gjorde.

I vår forskning viser resultatene at oppgavene i Multi 6 og Matematikk 6 krever lite tenking av elvene og også bare et enkelt svar. *Høye kognitive krav* og *forklaring/ begrunnelse* er viktige aspekter av utforsking og problemløsing. Vi vil derfor kunne si at en analyse av kognitive krav og type svar også kan si noe om hvordan lærebøkene legger til rette for utforsking og problemløsing. Med å nå ha gjennomført vår analyse, kan vi si at lærebøkene i liten grad legger til rette for kjerneelementet *utforsking og problemløsing.*

Som nevnt tidligere har vi ikke tatt hensyn til verken lærerveiledning eller parallellbøker. Vi kan med utgangspunkt i dette tenke oss til at funnene kunne fått andre utfall hvis dette ble tatt hensyn til, så dette kunne vært spennende og tatt til en videre forskning.

7 Referanseliste

Alseth, B., Breiteig, T. & Brekke, G. (2003). Evaluering av Reform 97. Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering - matematikkfaget som kasus. Notodden: Telemarksforsking Notodden.

Alseth, B., Alseth, B., Arnås, A.-C., Nordberg, G., & Røsseland, M. (2021). Multi 6A, 3. utg.: matematikk for barnetrinnet: Elevbok (Bokmål[utgave], 3. utgave. ed.). Gyldendal.

Alseth, B., Alseth, B., Arnås, A.-C., Nordberg, G., Røsseland, M., & Ellingsen, D. K. (2021). *Multi 6B, 3. utg.: matematikk for barnesteget: Elevbok* (Nynorsk[utgåve], 3. utgåva. ed.). Gyldendal.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. ZDM, 45(6), 797–810. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6

Askeland, Norunn: lærebok i Store norske leksikon på snl.no. Henta 11. oktober 2023 frå https://snl.no/lærebok

Bergqvist, E. (2007). Types of reasoning required in university exams in mathematics. The Journal of Mathematical Behavior, 26(4), 348-370.

Bernard, H. R. (2006). Research Methods in Anthropology (pp. xvi–xvi). AltaMira Press.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. Trends in teaching and learning of mathematical modelling, 15-30.

Bø, I., & Helle, L. (2013). Pedagogisk ordbok. 3. utgave. Oslo: Universitetsforlaget.

Cappelen Damm. (2020). Matematikk 6 fra Cappelen Damm Grunnbok. https://www.cappelendammundervisning.no/_matematikk-6-fra-cappelen-damm-grunnbok-9788202560935

Charalambous, C. Y., Delaney, S., Hsu, H.-Y., & Mesa, V. (2010). A Comparative Analysis of the Addition and Subtraction of Fractions in Textbooks from Three Countries. Mathematical thinking and learning, 12(2), 117-151. https://doi.org/10.1080/10986060903460070

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). Forskningsmetode for lærerutdanningene. Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion. L., & Morrison, K. (2007). Research methods in education. London:

Routledge.

Cohen, L., Manionm L., & Morrison, K. (2017). Research methods in education: routledge

Creswell, J. W. (2014). Research design: qualitative, quantitative, and mixed methods a approaches (4th ed.; International student ed., p. XXIX, 273 :). SAGE.

Creswell, J. W. & Plano Clark, V. L. (2011). Designing and conducting mixed methods r esearch (2. utg.). Los Angeles: Sage.

Dahlum, S. (2021). Validitet. Store norske leksikon. https://snl.no/validitet

Dove, A., & Dove, E. (2015). Examining the Influence of a Flipped Mathematics Course on Preservice Elementary Teachers' Mathematics Anxiety and Achievement. The Electronic Journal of Mathematics & Technology, 9(2), 166.

Eriksen, A. E., & Bolme, J. T. (2021). Fremmer nye læreverk i matematikk kjerneelementene i Fagfornyelsen? - En Mixed Method Studie. UiT Norges arktiske universitet.

Fan, L., Zhu, Y., & Miao, Z. (2013). Textbook research in mathematics education: development status and directions. ZDM, 45(5), 633–646. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0539-x

Grønmo, S. (2004). Samfunnsvitenskapelige metoder (pp. XI, 440). Fagbokforl.

Grønmo, S. (2016). Samfunnsvitenskapelige metoder (2. utg., p. 462). Fagbokforl.

Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2021). Forskningsmetode for lærerstudenter: å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis (1. utgave.). Cappelen Damm akademisk.

Gulbrandsen, J. E., Gulbrandsen, J. E., Løchsen, R., Måleng, K., Olsen, V. S., Skogstad, H., & Mathisen, L. (2020). Matematikk 6 fra Cappelen Damm: Grunnbok (Bokmål[utgave], utgave 1. ed.). Cappelen Damm.

Gyldendal. (U.d.). Multi 6A, 3. utgave, Elevbok. https://www.gyldendal.no/grs/multi/6/multi-6a-3-utgave-elevbok/p-10025654-no/

Gyldendal. (U.d.). Multi 6B, 3. utgave, Elevbok. https://www.gyldendal.no/grs/multi/6/multi-6b-3-utgave-elevbok/p-10025656-no/

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics (pp. 1–27). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Hiebert, J., & Wearne, D. (1993). Instructional Tasks, Classroom Discourse, and Students' Learning in Second-Grade Arithmetic. American Educational Research Journal, 30(2), 393–425. https://doi.org/10.3102/00028312030002393

IEA (2021). About IEA. https://www.iea.nl/fbclid=IwAR0dH9xMXY6MmvDYuKFTIAU_lyYCaoE

Jensen, R. & Wallace, A. K. (2017). Matematikk i tre akter. Tangenten, 3, 2-6.

Johansson, M. (2003). Textbooks in mathematics education. (Johansson, M. (2003). Textbooks in mathematics education: a study of textbooks as the potentially implemented curriculum. (Master), Luleå University Og Technology, Luleå, Sweden. Hentet fra https://www.divaportal.org/smash/get/diva2:991466/FULLTEXT01.pdf

Johnsen, M. K. M., & Storaas, A. E. (2015). En komparativ studie av matematikkoppgaver i et norsk og et finsk læreverk. UiT Norges arktiske universitet.

Jungić, V., Kaur, H., Mulholland, J., & Xin, C. (2015). On flipping the classroom in large first year calculus courses. International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 46(4), 508–520. https://doi.org/10.1080/0020739X.2014.990529

Karlsen, L. (2014). Tenk det! Utforsking, forståelse og samarbeid - elever som tenker sjæl matematikk. Ungdomstrinnet. Cappelen Damm Akademisk.

Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., Mathematics Learning Study Committee, & National Research Council Center for Education, Division of behavioral social sciences education. (2001). Adding it up: helping children learn mathematics (pp. XVII, 454). National Academy Press.

Kleven, T. A. (2008). Validity and validation in qualitative and quantitative research. Nordisk Pedagogik, 28, 219-233.

Kleven, T. A., Tveit, K., & Hjardemaal, F. (2011). Innføring i pedagogisk forskningsmetode: En hjelp til kritisk tolking og vurdering. Oslo: Unipub.

Landfald, Ørjan F. (2016). Dybdelæring. En teoretisk studie av dybdelæringsbegrepet og dets betydning for elever i skolen.

Leatham, K. R. (Red.). (2013). The False Dichotomy in Mathematics Education Between Conceptual Understanding and Procedural Skills: An Example from Algebra. In Vital

Directions for Mathematics Education Research (pp. 153–171). Springer New York. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-6977-3_7

LeCompte, M. D., & Goetz, J. P. (1982). Problems of Reliability and Validity in Ethnographic Research. Review of Educational Research, 52(1), 31–60. https://doi.org/10.3102/00346543052001031

Lester, F. K., & Cai, J. (n.d.). Can Mathematical Problem Solving Be Taught? Preliminary Answers from 30 Years of Research. In Posing and Solving Mathematical Problems (pp. 117–135). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-28023-3_8

Li, Y., Chen, X., & An, S. (2009). Conceptualizing and organizing content for teaching and learning in selected Chinese, Japanese and US mathematics textbooks: the case of fraction division. ZDM, 41(6), 809–826. https://doi.org/10.1007/s11858-009-0177-5

Liljedahl, P., Zager, T., & Wheeler, L. (2021). Building thinking classrooms in mathematics, grades k-12: 14 teaching practices for enhancing learning. Corwin.

Maugesten, M. & Nordbakke, M. (2019). Å identifisere dybdelæring i en undersøkende matematikkoppgave på ungdsomstrinnet. I K. Kverdnokken (Red.), 101 grep for å aktivere elever i matematikk - matematikkdidaktikk i teori og praksis (s. 57-76). Fagbokforlaget.

Mayring, P. (2014). Qualitative Content Analysis: Theoretical Background and Procedures. In Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education (pp. 365–380). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-94-017-9181-6_13

Mesa, V. (2004). Characterizing Practices Associated with Functions in Middle School Textbooks: An Empirical Approach. Educational Studies in Mathematics, 56(2/3), 255–286. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000040409.63571.56

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P. & Arora, A. (2012). TIMSS 2011 International Results in Mathematics. Boston: Chestnut Hill, TIMSS & PIRLS International Study Center

NESH. (2021). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora. https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/?fbclid=IwAR1zQQP_sPo2d-4mGr17JKa2cfCnpxebwe-d3O10aml1SkLbEFc9DQoe3x0

Opsahl, P.C., Johannessen, L. B., Neraal, A., & Røgne, B. (2020). Forlag i Store Norske Leksikon. https://snl.no/forlag

Pepin, B. & Haggarty, L. (2007). Making connections and seeking understanding: Mathematical tasks in English, French and German textbooks. Paper presentation at AERA, 7.

Postholm, M. B., Jacobsen, D. I., & Søbstad, R. (2018). Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen (p. 300). Cappelen Damm akademisk.

Ryvold, T. E. S. (2018). Sammenligning av norske lærebøker i matematikk og matematikkoppgaver i TIMSS. En komparativ studie av matematikkoppgaver i to norske læreverk og matematikkoppgaver i TIMSS 2015. UiT Norges arktiske universitet.

Schoenfeld, A. H. (2007). Problem solving in the United States, 1970–2008: research and theory, practice and politics. ZDM, 39(5-6), 537–551. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0038-z

Schoenfeld, A. H., Floden, R. E. & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2014). An introduction to the TRU Math Dimensions. Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University

Schmidt, W. H., McKnight, C. C., Houang, R. T., Wang, H. A., Wiley, D. E., Cogan, L. S., et al. (2001). Why schools matter: A cross-national comparison of curriculum and learning. San Francisco: Jossey-Bass

Scott, J. (1990). A matter of record: documentary sources in social research (pp. x, 233). Polity Press.

Skemp, R. R. (2006). Relational Understanding and Instrumental Understanding. Mathematics Teaching in the Middle School, 12(2), 88–95. https://doi.org/10.5951/MTMS.12.2.0088

Stein, M. K., Smith, M., Henningsen, M. & Silver, E. (2000). Implementing Standards-Based Mathematics Instruction. A Casebook for Professionale Development. New York: Teacher College, Columbia University.

Stein, M. K., Grover, B. W. & Henningsen, M. (1996). Building Student Capacity for Mathematical Thinking and Reasoning: An Analysis of Mathematical Tasks Used in Reform Classrooms. American Educational Research Journal, 33(2), 455-488. 10.2307/1163292 Hentet fra http://www.jstor.org/stable/1163292

Stein, M. K., & Smith, M. S. (1998). Mathematical Tasks as a Framework for Reflection: From Research to Practice. Mathematics Teaching in the Middle School, 3(4), 268–275. https://doi.org/10.5951/MTMS.3.4.0268

Strand, K., & Heimstad, C. A. (2018). Kognitive utfordringer i to norske lærebokserier fra ungdomsskolen – en mixed methods studie. UiT Norges arktiske universitet.

Stray, C. (1994). Paradigms regained: Towards a historical sociology of the textbook. Journal of Curriculum Studies, 26(1), 1-29

Tekkumru- Kisa, M, Stein, M. K. & Doyle, W. (2020). Theory and Research on Tasks Revisited: Task as a Context for Students' Thinking in the Era of Ambitious Reforms in Mathematics and Science. Educational Researcher, Vol.49 (8), 606-617.

Thagaard, T. (2013). Systematikk og innlevelse: en innføring i kvalitativ metode (4. utg., p.244). Fagbokforl.

Tokheim, E. H. (2015). En analyse av tre norske læreverk i matematikk for 1. Trinn. University of Stavanger, Norway.

Utdanningsdirektoratet (2020a, 01. august) Kjerneelementer. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer?lang=nob

Utdanningsdirektoratet. (2020b, 01. august). Kompetansemål og vurdering. (MAT0105). https://www.udir.no/lk20/mat01-05/kompetansemaal-ogvurdering/kv19?lang=nob

Utdanningsdirektoratet (2021, 04. oktober). Evaluering av fagfornyelsen- hva, hvorfor og hvordan. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagfornyelsen/evaluering-av-fagfornyelsen/fagfornyelsen-hva-skal-evalueres/

Utdanningsdirektoratet (2019a, 18. november). Hva er kjerneelementer? https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet (2019b, 13. mars) Dybdelæring. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/dybdelaring/

Utdanningsdirektoratet (2020c, 01. august). Grunnleggende ferdigheter. https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/grunnleggende-ferdigheter?lang=nob

Valverde, G. A. (2002). According to the book: using TIMSS to investigate the translation of policy into practice through the world of textbooks (pp. IX, 199). Kluwer Academic.

8 Vedlegg

8.1 Vedlegg 1

The Task Analysis Guide

Lower-Level Demands	Higher-Level Demands
<u>Memorization</u> • involve either reproducing previously learned facts, rules, formulae or definitions OR committing facts, rules, formulae or definitions to memory. • cannot be solved using procedures because a procedure does not exist or because the time frame in which the task is being completed is too short to use a procedure. • are not ambiguous. Such tasks involve exact reproduction of previously-seen material and what is to be reproduced is clearly and directly stated. • have no connection to the concepts or meaning that underlie the facts, rules, formulae or definitions being learned or reproduced.	<u>Procedures With Connections</u> • focus students' attention on the use of procedures for the purpose of developing deeper levels of understanding of mathematical concepts and ideas. • suggest pathways to follow (explicitly or implicitly) that are broad general procedures that have close connections to underlying conceptual ideas as opposed to narrow algorithms that are opaque with respect to underlying concepts. • usually are represented in multiple ways (e.g., visual diagrams, manipulatives, symbols, problem situations). Making connections among multiple representations helps to develop meaning. • require some degree of cognitive effort. Although general procedures may be followed, they cannot be followed mindlessly. Students need to engage with the conceptual ideas that underlie the procedures in order to successfully complete the task and develop understanding.
<u>Procedures Without Connections</u> • are algorithmic. Use of the procedure is either specifically called for or its use is evident based on prior instruction, experience, or placement of the task. • require limited cognitive demand for successful completion. There is little ambiguity about what needs to be done and how to do it. • have no connection to the concepts or meaning that underlie the procedure being used. • are focused on producing correct answers rather than developing mathematical understanding. • require no explanations or explanations that focuses solely on describing the procedure that was used.	<u>Doing Mathematics</u> • require complex and non-algorithmic thinking (i.e., there is not a predictable, well-rehearsed approach or pathway explicitly suggested by the task, task instructions, or a worked-out example). • require students to explore and understand the nature of mathematical concepts, processes, or relationships. • demand self-monitoring or self-regulation of one's own cognitive processes. • require students to access relevant knowledge and experiences and make appropriate use of them in working through the task. • require students to analyze the task and actively examine task constraints that may limit possible solution strategies and solutions. • require considerable cognitive effort and may involve some level of anxiety for the student due to the unpredictable nature of the solution process required.

Figure 2.3 Characteristics of mathematical instructional tasks*.

*These characteristics are derived from the work of Doyle on academic tasks (1988), Resnick on high-level thinking skills (1987), and from the examination and categorization of hundreds of tasks used in QUASAR classrooms (Stein, Grover, & Henningsen, 1996; Stein, Lane, and Silver, 1996).

Stein, Smith, Henningsen, & Silver, 2000, p.16

The Task Analysis Guide av Smith & Stein (1998).

8.2 Vedlegg 2:

HORIZONTAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Background Information	Overall Structure
• Title • Number of books • Pages (Number and Density) • Profile of authors and advisory committee • Publisher and year of publication • Accompanying materials (e.g., teachers' guides, resource materials)	• Number of units/lessons and average number of pages per unit/lesson • Structure of units/lessons • Topics covered • Sequencing of topics

VERTICAL ANALYSIS OF THE TEXTBOOK

Communicated to Students	Required of Students	Connections
Mathematical Content • Topic-specific construct, structure etc. (e.g. part-whole, ratio, operator, quotient, measure fraction constructs) • Definitions, rules, conventions • Illustrations-representations (irrelevant, relevant to the context but not to the mathematics, supporting the mathematics) *Mathematical Practices* • Worked examples • Modeling thinking *Attitudes* • Equity • View of mathematics	• Potential Cognitive Demands (memorization, procedures with connections, procedures without connections, doing mathematics) • Type of Response (answer only, answer and mathematical sentence, explanation, justification)	• Connecting within and between strands • Classroom instruction - textbook connections • Connecting to situations outside of school

(Charalambous et al., 2010)