UiT Norges arktiske universitet

Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning

«Jeg fikk et annet svar, jeg tenkte at ...»

En kvalitativ casestudie om hvordan tallsnakk kan påvirke utvikling av tallforståelse

Hedda Marie Foshaug og Silje Sofie Martnes

Masteroppgave i matematikkdidaktikk, LER-3903, mai 2024

Forord

Denne masteroppgaven markerer veis ende etter fem lærerike år ved Universitet i Tromsø. Dette året har vært veldig utfordrende, men også spennende og lærerikt. Masterutdanningen i matematikkdidaktikk har gitt oss kunnskap og erfaring som vi tar med oss inn i våre nye roller som matematikklærere. Det er vemodig å skulle avslutte tiden som student, samtidig som vi ser frem til å starte et nytt kapittel i livet.

Vi ønsker å takke våre flotte veiledere, Oskar Jensen Wang og Jan Nyquist Roksvold. Tusen takk for gode innspill, diskusjoner og tilbakemeldinger gjennom denne prosessen. Vi ønsker også takke elevene og læreren som var villig til å delta i forskningsprosjektet vårt.

Takk til våre mødre som har korrekturlest og kommet med gode tilbakemeldinger. Til slutt vil vi rette en stor takk til gode studievenninner for all støtte og motivasjon. Vi setter pris på alle faglige og ikke-faglige diskusjoner, samt mye latter på lange ettermiddager. Det har vært en fantastisk studietid sammen med dere, og vi tar med oss mange gode minner.

Tromsø, mai 2024

Hedda Marie Foshaug og Silje Sofie Martnes

Sammendrag

Formålet med denne masteroppgaven har vært å undersøke hvordan undervisningsmetoden tallsnakk kan påvirke utviklingen av tallforståelse hos elever på mellomtrinnet. For å få innsikt i dette, har vi gjennomført en kvalitativ casestudie over en periode på seks uker. Vi tok videoopptak av seks undervisningsøkter med tallsnakk, samt gjennomførte oppgavebaserte intervjuer med elevene i forkant og etterkant av undervisningsperioden.

Med bakgrunn i videoopptakene av undervisningsøktene med tallsnakk og de oppgavebaserte intervjuene som våre to datainnsamlingsmetoder, gjennomførte vi to ulike tematiske analyser. Analysen av undervisningsøktene med tallsnakk hadde som formål å gi oss innblikk i hvordan ulike elementer fra tallsnakk påvirket elevenes bruk av løsningsstrategier. Dette gjorde at vi senere kunne vurdere på hvilken måte disse elementene kunne påvirke utvikling av tallforståelse hos elevene. Videre ble de oppgavebaserte intervjuene analysert med mål om å få innsikt i elevenes tallforståelse i forkant og etterkant av undervisningsperioden med tallsnakk. Fra analysen av de oppgavebaserte intervjuene opplevde vi at det hadde skjedd en utvikling av elevenes tallforståelse fra første intervju til andre intervju. Når vi undersøkte sammenhengen mellom undervisningsmetoden tallsnakk og utvikling av tallforståelse, fant vi koblinger mellom analysen av undervisningsøktene og elevenes utvikling av tallforståelse.

Våre funn viste at elevenes tallforståelse ble påvirket av strategidelingen som skjedde gjennom tallsnakkene, samt gjennom misoppfatninger som ble avdekket. Strategidelingen innebar diskusjoner og sammenlikning av ulike løsningsstrategier. Dette bidro til at elevene tilgjengeliggjorde egen kunnskap for medelevene, slik at de aktivt kunne lære av hverandre. Når misoppfatninger kom til syne i klasserommet så vi at de kunne påvirke elevene på to ulike måter. I tilfeller hvor misoppfatningene ikke ble fullstendig oppklart, opplevde vi at elevene ble forvirret og i verste fall pådro seg misoppfatningen selv. Der misoppfatningene derimot ble tilstrekkelig oppklart, opplevde vi det som en læringsmulighet for elevene, og at de gjennom slike oppklaringer utviklet forståelsen sin.

Med bakgrunn i funnene konkluderte vi med at undervisningsmetoden tallsnakk kan påvirke utvikling av tallforståelse hos elever på mellomtrinnet på tre måter: (1) ved at strategideling tilgjengeliggjør kunnskap; (2) ved at ufullstendig oppklaring av misoppfatninger kan føre til forvirring, og (3) ved at oppklaring av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene.

Abstract

The purpose of this master's thesis has been to investigate how the teaching method Number talk is related to the development of number sense among pupils in upper secondary school. To gain insight into this, we have conducted a qualitative case study over a period of six weeks. We made video recordings of classroom instructions with Numbers talks, and conducted task-based interviews with the pupils before and after the teaching period.

Based on the video recordings and the task-based interviews as our two data collection methods, we conducted two different thematic analyses. The purpose of the analysis of the video recordings was to give us insight into how different factors from Number talks affected the pupils' use of strategies. This enabled us to assess how these factors could affect the development of number sense. Furthermore, the task-based interviews were analyzed with the aim of gaining insight into the pupils' number sense prior to and after the use of Numbers talks. From the analysis of the task-based interviews, we found that the pupils' number sense had developed in the period between the interviews. To investigate possible connections between Number talk and the development of number sense, we found links between the analysis of the video recordings and the pupils' development of number sense.

Our findings showed that the pupils' number sense was influenced by the sharing of strategies that took place through the Number talks, as well as by misconceptions that were uncovered. The sharing of strategies involved discussions and comparison of different strategies, and thus helped the pupils to make their own knowledge available to their peers, so that they could actively learn from each other. When misconceptions came to light in the classroom, we saw that they could affect the pupils in two different ways. In cases where the misconceptions were not fully resolved, we found that the pupils became confused and, at worst, incurred the misconception themselves. On the other hand, where the misconceptions were sufficiently cleared up, we perceived it as a learning opportunity for the pupils, and that they developed their understanding through such clarifications.

Based on the findings, we concluded that the Number talks can affect the development of number sense among pupils in upper secondary school in three ways: (1) by making knowledge available through the sharing of strategies; (2) in that incomplete clarification of misconceptions may lead to confusion, and (3) in that clearing up misconceptions can create understanding for the pupils.

Innholdsfortegnelse

1 Innledning 1

1.1 Bakgrunn for valg av tema 1

1.2 Formål og problemstilling 3

1.3 Oppgavens oppbygging 3

2 Teori 5

2.1 Tallsnakk 5

2.2 Forståelse 7

2.2.1 Tallforståelse 9

2.3 Den nærmeste utviklingssonen 14

2.4 Misoppfatninger 15

2.5 Klasseromssamtaler 16

2.6 Hoderegning 18

2.6.1 Hoderegningsstrategier for subtraksjon 20

2.6.2 Hoderegningsstrategier for divisjon 21

3 Metode 23

3.1 Studiens vitenskapsteoretiske forankring 23

3.2 Forskningsdesign 24

3.2.1 Casestudie 25

3.3 Utvalg 26

3.4 Valg av metode for datainnsamling 28

3.4.1 Observasjon som datainnsamlingsmetode 28

3.4.2 Intervju som datainnsamlingsmetode 30

3.4.3 Valg av oppgaver 33

3.4.4 Logg som datainnsamlingsmetode 35

3.4.5 Transkripsjon 35

3.5 Analyse 37

3.5.1 Tematisk analyse ... 38
3.6 Vurdering av studiens kvalitet ... 44
3.6.1 Pålitelighet ... 45
3.6.2 Troverdighet ... 45
3.6.3 Overførbarhet ... 47
3.7 Forskningsetiske hensyn ... 47
4 Analyse og funn ... 49
4.1 Analyse av undervisningsøktene med tallsnakk ... 49
4.2 Analyse av elevenes utvikling av tallforståelse ... 51
4.2.1 Guros utvikling av tallforståelse ... 52
4.2.2 Odas utvikling av tallforståelse ... 55
4.2.3 Sondres utvikling av tallforståelse ... 58
4.2.4 Oppsummering av elevenes tallforståelse ... 60
4.3 Funn av sammenhenger mellom tallsnakk og utvikling av tallforståelse ... 61
4.3.1 Funn 1: strategideling tilgjengeliggjør kunnskap ... 61
4.3.2 Funn 2: ufullstendig oppklaring av misoppfatninger kan føre til forvirring ... 68
4.3.3 Funn 3: oppklaring av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene ... 71
5 Diskusjon ... 76
5.1 Strategideling tilgjengeliggjør kunnskap ... 76
5.2 Ufullstendig oppklaring av misoppfatninger kan føre til forvirring ... 80
5.3 Oppklaring av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene ... 81
6 Konklusjon ... 84
6.1 Veien videre ... 85
7 Referanseliste ... 87
Vedlegg 1: Godkjenning fra Sikt ... 91
Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema ... 92
Vedlegg 3: Intervjuguide ... 95

Tabelliste

Tabell 1: Rammeverk for tallforståelse, (McIntosh et al., 1992, s. 4) - vår oversettelse. 10
Tabell 2: Subtraksjonsstrategier, (Fuson et al., 1997, ss. 146, 151-152) - vår oversettelse. 20
Tabell 3: Divisjonsstrategier, (Ambrose et al., 2003, ss. 323-330) og (Humphreys & Parker, 2015, s. 102) - vår oversettelse. 22
Tabell 4: Oversikt over oppgavene i intervjuguiden. 34
Tabell 5: Oversikt over oppgavene i tallsnakkene. 35
Tabell 6: Eksempler på koder med tilhørende datasegmenter. 40
Tabell 7: Eksempel på koding av intervju. 42
Tabell 8: Rammeverk for tallforståelse (McIntosh et al., 1992, s.4) – revidert versjon. 43
Tabell 9: Oversikt over tema fra analysen av undervisningsøktene, med avgrensninger og tilhørende koder. 49
Tabell 10: Oversikt over Guros utvikling av tallforståelse. 52
Tabell 11: Oversikt over Odas utvikling av tallforståelse. 55
Tabell 12: Oversikt over Sondres utvikling av tallforståelse. 58

Bildeliste

Bilde 1: Den nærmeste utviklingssonen - vår gjenskapelse. 14
Bilde 2: Tidslinje med oversikt over datainnsamlingsperioden. 28
Bilde 3: Guros løsningsstrategi for oppgaven 1345 – 444 i intervju 1. 53
Bilde 4: Guros løsningsstrategi for oppgaven 1345 – 444 i intervju 2. 54
Bilde 5: Odas løsningsstrategi for oppgaven 89 – 78 i intervju 2. 56
Bilde 6: Odas løsningsstrategi for oppgaven 64 : 16 i intervju 1. 56
Bilde 7: Odas løsningsstrategi for oppgaven 72 : 12 i intervju 2. 56
Bilde 8: Sondres løsningsstrategi for oppgaven 72 : 12 i intervju 2. 59
Bilde 9: Gjenskapelse av tavlen for oppgaven 52 : 4. 66
Bilde 10: Gjenskapelse av tavlen for oppgaven 175 – 198. 73

1 Innledning

I dette kapitlet vil vi presentere bakgrunnen for valg av tema og gjøre rede for studiens formål og problemstilling, samt beskrive oppgavens oppbygning.

1.1 Bakgrunn for valg av tema

På 4. studieår ble vi gjennom undervisningen vår på UiT introdusert for en ny undervisningsmetode: Number talks. Gjennom introduksjonen av undervisningsmetoden opplevde vi den som engasjerende og læringsfremmende. Videre erfarte vi at ulike oppgaver kunne løses på flere måter enn vi først antok, ved å høre hvordan medstudentene våre hadde løst oppgavene. Etter hvert som undervisningsmetoden ble prøvd flere ganger, fikk vi flere ulike løsningsstrategier å benytte oss av, noe som antakelig kom som et resultat av hyppige innblikk i våre medstudenters tanker og ideer.

Videre i denne oppgaven vil vi referere til undervisningsmetoden Number talks gjennom det norske uttrykket tallsnakk. Vi vil understreke at tallsnakk dermed refererer til en spesifikk undervisningsmetode, og at det ikke gjelder hvilken som helst samtale om tall.

Tallsnakk er en undervisningsmetode som skal hjelpe elever med å dyrke selvstendig matematisk resonering, gjennom fleksibelt arbeid med hoderegning (Humphreys & Parker, 2015). Flere av grunnprinsippene for undervisningsmetoden tallsnakk finner vi igjen i læreplanen for matematikk. Under kjerneelementet *utforskning og problemløsning* kommer det blant annet frem at matematikkundervisningen skal legge til rette for matematiske diskusjoner, slik at elevene får mulighet til å oppdage mønster og sammenhenger. Videre skal løsningsstrategier vektlegges fremfor oppgavesvarene, ved at elevene utvikler egne løsningsstrategier og vurderer gyldigheten til disse strategiene (Kunnskapsdepartementet, 2019). Gjennom tallsnakk skal elevene utforske tall og regneoperasjoner gjennom klasseromsdiskusjoner, hvor hensikten er å oppdage sammenhenger mellom ulike løsningsstrategier. Videre poengteres det at løsningsstrategiene og de tilhørende ideene er viktigere enn selvet svaret, og at det er her læring og utvikling skjer (Humphreys & Parker, 2015, ss. 13, 26-27).

Gjennom strategidelingen i en tallsnakk skal elevene dele og forklare egne løsningsstrategier og argumenter, samt lytte til medelevenes matematiske resoneringer (Humphreys & Parker, 2015, ss. 5, 8). Dette handler om muntlig kommunikasjon i matematikk, og kan kobles til flere deler av læreplanen. Ser man på kjerneelementet *resonering og argumentasjon*, innebærer dette at elevene skal begrunne egne fremgangsmåter, samt følge og forstå resonnementene til medelevene (Kunnskapsdepartementet, 2019). Videre i læreplanen kan man under kjerneelementet *representasjon og kommunikasjon,* lese at elevene blant annet skal evne å representere matematiske begreper og sammenhenger verbalt. I tillegg skal de kunne benytte seg av det matematiske språket gjennom samtaler, diskusjon og resonering (Kunnskapsdepartementet, 2019). Dette kan ses i sammenheng med matematikkfagets *muntlige ferdigheter*, som handler om at elevene skal dele egne tanker og ideer gjennom drøfting av løsningsstrategier med medlever (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Gjennom tallsnakk skal elevene skape sin egen mening av matematikken som brukes, ved å jobbe fleksibelt med tall, noe som kan være med på å utvikle elevenes forståelse for tall (Humphreys & Parker, 2015, ss. 6, 29). Tallforståelse refererer til noens grunnleggende forståelse for, og evne til å håndtere, tall og regneoperasjoner (McIntosh et al., 1992, s. 3), og kan derfor sies å være sentral for all matematikk. I læreplanen for matematikk kommer det under *matematiske kunnskapsområder* frem at tall og tallforståelse er ett av kunnskapsområdene som danner grunnlaget for elevenes matematiske forståelse. Dette innebærer at elevene gjennom undervisningen skal få mulighet til å utforme varierte regnestrategier, samt at elevene må få utvikle en solid forståelse for tall (Kunnskapsdepartementet, 2019).

Med bakgrunn i undervisningsmetodens aktualitet i forbindelse med læreplanen, samt våre positive erfaringer med tallsnakk, var denne undervisningsmetoden noe vi ønsket å undersøke nærmere gjennom masteroppgaven vår. Videre er vi opptatt av å vektlegge utviklingen av tallforståelse, da dette kan legge til rette for elevers læring i matematikkfaget.

Dette fikk oss inn på tanken om å utforske sammenhengen mellom undervisningsmetoden tallsnakk og utvikling av tallforståelse. Av tidligere forskning på området fant vi flere studier som peker på at tallsnakk er en undervisningsmetode som er egnet for å legge til rette for utvikling av tallforståelse. En amerikansk studie gjennomført på 5. klassinger, undersøkte hvordan elevene utviklet tallforståelse ved bruk av tallsnakk. Klassen praktiserte tallsnakk to ganger i uken, over en periode på seks uker. Forskeren fant at tallsnakk bidro til at elevene utførte hoderegning med større selvtillit, benyttet seg av flere strategier, viste mer fleksibel tenking, samt var mer presis og effektiv i beregninger. Med bakgrunn i dette konkluderte forskeren med at undervisningsmetoden tallsnakk hadde positiv innvirkning på elevers utvikling av tallforståelse (May, 2020). En annen studie viste hvordan tallsnakk hjalp elever i

2. klasse med å utvikle tallforståelse. Etter undervisning med tallsnakk i fem påfølgende dager, viste resultatene at elevene i større grad evnet å benytte seg av ulike hoderegningsstrategier, sammenliknet med før innføringen av tallsnakk. Forskeren peker på at undervisningen med tallsnakk var forankret i forståelsen av matematiske konsepter, og førte til at elevene dermed kunne utvikle tallforståelse gjennom strategier som bygde på ulike konsepter (Witherspoon, 2023).

Vi fant ingen forskning som eksplisitt undersøker på hvilken måte ulike elementer fra tallsnakk har en effekt på utviklingen av tallforståelse. Dette ble derfor noe vi ønsket å se nærmere på.

1.2 Formål og problemstilling

Formålet med denne studien er å få innsikt i på hvilken måte ulike elementer fra undervisningsmetoden tallsnakk har sammenheng med utvikling av tallforståelse. Med bakgrunn i dette har vi kommet frem til følgende problemstilling:

> *På hvilken måte kan undervisningsmetoden tallsnakk påvirke utvikling av tallforståelse hos elever på mellomtrinnet?*

Problemstillingen vår består av to i utgangspunktet uavhengige elementer: tallsnakk og utvikling av tallforståelse. For å kunne svare på problemstillingen har vi undersøkt undervisningsmetoden tallsnakk i en aldersblandet klasse på mellomtrinnet, over en periode på seks uker. Tallsnakkene ble begrenset til å omfatte regneartene subtraksjon og divisjon. I tillegg har vi undersøkt elevenes tallforståelse i forkant og etterkant av denne undervisningsperioden ved hjelp av oppgavebaserte intervjuer. Målet med disse intervjuene har vært å få innsikt i en eventuell utvikling av tallforståelse gjennom undervisningsperioden. Vi samlet inn data og analyserte disse delene hver for seg. Til slutt så vi de to analysedelene i sammenheng, for å kunne si noe om på hvilken måte tallsnakk har påvirkning på elevenes utvikling av tallforståelse.

1.3 Oppgavens oppbygging

Denne masteroppgaven er bygd opp av seks kapitler: (1) innledning til oppgaven; (2) studiens teoretiske grunnlag; (3) metodiske valg; (4) analyse og funn; (5) diskusjon av funn, og (6) konklusjon.

I innledningen har vi presentert bakgrunnen for valg av tema, samt formålet og problemstillingen som masteroppgaven bygger på. Gjennom teorikapitlet vil vi gjøre rede for teorigrunnlaget som vår masteroppgave tar utgangspunkt i. I metodedelen presenterer og begrunner vi valg av forskningsdesign og datainnsamlingsmetoder, samt diskuterer analyseprosessen. Videre reflekterer vi over studiens kvalitet, før vi beskriver hvilke etiske betraktninger vi har tatt hensyn til gjennom denne forskningsprosessen. I kapitlet om analyse og funn presenterer vi resultatene for de to analysedelene, og legger frem det vi anser som våre funn for denne studien. Funnene danner utgangspunktet for diskusjonen, hvor de drøftes med bakgrunn i studiens teorigrunnlag. Avslutningsvis svarer vi på oppgavens problemstilling, samt reflekterer over muligheter for videre forskning.

2 Teori

I dette kapitlet vil vi gjøre rede for det teoretiske grunnlaget som vår masteroppgave tar utgangspunkt i. Vi vil først presentere undervisningsmetoden tallsnakk, før vi diskuterer forståelsesbegrepet ved å drøfte to ulike syn på begrepet opp mot hverandre. Videre introduserer vi begrepet tallforståelse, Vygotskys nærmeste utviklingssone og bakgrunnen for matematiske misoppfatninger. Deretter tar vi for oss klasseromssamtaler som læringsarena, før vi til slutt redegjør for begrepet hoderegning, samt presenterer hoderegningsstrategier for både subtraksjon og divisjon. Underveis vil de ulike konseptene knyttes opp mot forståelsesbegrepet.

2.1 Tallsnakk

Tallsnakk er en undervisningsform som baseres på elevenes egen forståelse, og har som formål å engasjere elevene til mentalt å resonere med tall og tallegenskaper gjennom hoderegning (Humphreys & Parker, 2015, s. 1). Undervisningsformen ble utviklet som en kontrast til tradisjonell undervisning, med mål om at elevene skal utvikle fleksibilitet og forståelse for aritmetikk, fremfor å lære aritmetikk som en rekke fastsatte regler og prosedyrer (Humphreys & Parker, 2015, ss. 6-8).

I en casestudie gjennomført på australske åtteåringer, kom det frem at undervisning med fokus på hoderegning og strategier førte til at elevene viste større forståelse for tall. Elevenes utvikling av forståelse ble sett i sammenheng med diskusjon av strategiene og fleksibel bruk av tall gjennom undervisningen (Heirdsfield, 2005). Dette mener vi kan ses i sammenheng med prinsippene i tallsnakk. I en tallsnakk skal elevene løse aritmetiske oppgaver mentalt, altså gjennom hoderegning (Humphreys & Parker, 2015, s. 5). Elevene får ikke presentert en fremgangsmåte de skal følge, men de må selv finne en løsningsstrategi som fungerer (Humphreys & Parker, 2015, s. 13). Videre skal elevene utforme matematiske argumenter for løsningene sine, dele egne ideer og diskutere løsningsstrategier med medelever. For elevene vil det ikke lenger være nok å forstå hvordan man skal løse noe, men de må også kunne forklare hvorfor en løsning er matematisk korrekt. Elevene vil derfor være nødt til å gjøre beregninger som gir mening for hver enkelt elev, noe som krever at de forstår matematikken de bruker (Humphreys & Parker, 2015, ss. 5, 13).

Humphreys og Parker (2015, ss. 11-13) presenterer 8 steg for å gjennomføre en tallsnakk (vår oversettelse):

1. Elevene legger bort skrivesaker, og holder hendene diskré på brystet for å signalisere at de er klar.
   Dette skal hjelpe elevene med å omstille seg til selvstendig tenkning.
2. Læreren skriver et problem på tavlen.
   Problemene skal skrives horisontalt for å i størst mulig grad unngå bruken av standard algoritmer.
3. Læreren følger med mens elevene løser oppgaven mentalt. Elevene holder opp en tommel når de har fått nok tenketid.
   Å gi elevene nok tenketid signaliserer at matematikken ikke alltid trenger å skje raskt. Elevene kan oppfordres til å løse oppgaven på flere måter, og indikere antall løsninger ved å holde opp tilsvarende fingre.
4. Når de fleste elevene har fått noen fingre opp, skal læreren spørre elevene om noen vil dele svaret sitt. Her skal læreren kun skrive svaret på tavlen, spørre om noen har fått et annet svar, og fortsette å skrive de ulike svarene som kommer frem på tavlen.
   Her er det viktig at elevene ikke stemmer over hvilket svar de er enig med. Flere svar kan lede til en mer lærerik diskusjon.
5. Når det ikke er flere ulike svar, skal læreren spørre om noen av elevene kan forklare hvordan de løste problemet.
   Her må eleven både beskrive stegene i løsningen og forklare hvorfor løsningen deres gir mening.
6. Når noen skal dele løsningen sin, må de først avklare hvilket svar de skal argumentere for (dersom det er flere).
   Mens eleven deler løsningene sin, skal læreren skrive stegene i elevens løsningsstrategi på tavlen.
7. Etter eleven har delt løsningsstrategien sin kan læreren stille ulike spørsmål for å avklare og diskutere elevens løsning.
   Målet med dette steget er å få kommunisert viktige elementer av løsningen til resten av elevgruppen. Dette kan gjøres ved at læreren eller andre elever stiller spørsmål til elevens løsning, eller ved at læreren ber andre elever forklare løsningen.
8. En tallsnakk er tiltenkt å vare i ca. 15 minutter, men kan være lengere om man ønsker.
   Det lurt å tenke over hvordan man skal avslutte tallsnakken.

Humphreys og Parker (2015, s. 19) påpeker at tallsnakker bør skje regelmessig, gjerne hver dag, for at elevene skal kunne dra nytte av undervisningsformen. Dersom tallsnakker skjer for sjeldent, eksempelvis en gang i uken eller annenhver uke, vil det være vanskeligere for elevene å huske strategiene som deles fra gang til gang. Det vil dermed kunne være utfordrende å prøve ut medelevenes ideer (Humphreys & Parker, 2015, s. 19).

Når man begynner å innføre undervisningsmetoden tallsnakk, vil man kunne oppleve at elevene bare har en løsningsstrategi til tross for god tenketid (Humphreys & Parker, 2015, s. 19). Når elevene deler egne, og lytter til andres strategier gjennom tallsnakkene, vil de se at matematiske problemer kan løses på flere måter. Videre vil de kunne utforske og oppdage sammenhenger mellom ulike løsninger, noe som kan bidra til å utvikle elevenes tallforståelse (Humphreys & Parker, 2015, s. 26). Etter hvert vil elevene begynne å skape sin egen mening av oppgavene, og dermed kunne komme frem til flere løsningsstrategier (Humphreys & Parker, 2015, s. 19).

Hver tallsnakk som gjennomføres bør ha et formål, og valg av oppgaver bør derfor baseres på elevenes forståelse og elevenes behov for videre utvikling (Humphreys & Parker, 2015, s. 14). Elevenes innspill i en tallsnakk vil kunne avdekke ufullstendig forståelse, og dermed gi mulighet til å diskutere misoppfatninger som ellers ikke ville blitt oppdaget. Deling av ideer, feilsvar, forvirring og streving kan sette i gang utviklingen av ny forståelse, og vil derfor være en naturlig og nødvendig del av klasseromssamtaler i en tallsnakk (Humphreys & Parker, 2015, ss. 27-29).

2.2 Forståelse

Forståelse handler om å skape sin egen mening omkring et tema eller konsept (Baune, 1991, s. 98). Forståelse og kunnskap henger tett sammen, ved at forståelse kjennetegnes av kunnskap som tas i bruk. Kunnskap og forståelse knyttes til spesifikke områder innenfor matematikk, og kan derfor variere fra tema til tema (Solvang, 1992, ss. 77-78). Eksempelvis vil en elev kunne ha høy grad av forståelse innenfor likninger, og lav grad av forståelse innenfor geometri. Videre poengteres det at forståelse kan deles inn i flere ulike typer, og at måten kunnskap brukes på vil svare til ulike forståelsestyper (Solvang, 1992, s. 77). Eksempelvis deler Skemp (1976) forståelsesbegrepet inn i instrumentell og relasjonell forståelse, mens Hiebert og Lefevre (1986) presenterer prosedyrebasert og konseptuell forståelse.

Skemps (1976, s. 2) instrumentelle forståelse innebærer at man klarer å følge fastsatte regler og steg-for-steg algoritmer, uten å ha noen forståelse for hvorfor reglene og algoritmene fungerer. Relasjonell forståelse handler om at man i møte med matematiske problemer klarer å bruke hensiktsmessige fremgangsmåter, og at man forstår hvorfor disse fremgangsmåtene fungerer (Skemp, 1976, s. 2). Videre handler relasjonell forståelse om å klare å skape en helhetlig sammenheng mellom ulike deler av ens matematiske kunnskap, og at man derfor lettere kan overføre kunnskapen til andre oppgaver og situasjoner (Skemp, 1976, ss. 8-9). Skemp (1976, ss. 7, 10) mener at man enten har instrumentell eller relasjonell forståelse for et matematisk konsept, og at relasjonell forståelse er å foretrekke av de to forståelsestypene.

Hieberts og Lefevres (1986, s. 6) prosedyrebaserte forståelse karakteriseres ved å kunne bruke det matematiske språket og symbolene på riktig måte. I tillegg innebærer det å kunne gjennomføre matematiske oppgaver ved bruk av regler og algoritmer, uten å nødvendigvis forstå betydningen av disse. Konseptuell forståelse innebærer at man klarer å se sammenhenger mellom ulike deler informasjon, slik at man danner seg et nettverk av kunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986, ss. 3-4). Hiebert og Lefevre (1986, s. 9) poengterer at man kan ha prosedyrebasert forståelse uten noe grad av konseptuell forståelse, men at det er vanskelig å se for seg en konseptuell forståelse uten noe grad av prosedyrebasert forståelse. Videre utdyper forfatterne at de to forståelsestypene kan være vanskelig å skille fra hverandre, men at de er gjensidig fordelaktige for hverandre, og at man må inneha begge for å være matematisk kompetent.

Både Skemp (1976) og Hiebert og Lefevre (1986) diskuterer hva begrepet forståelse innebærer, men innholdet i begrepene deres skiller seg noe fra hverandre. Skemp (1976) ser på instrumentell og relasjonell forståelse som to adskilte begreper, og mener at man kun har én av de to forståelsestypene. På den andre siden presenterer Hiebert og Lefevre (1986) prosedyrebasert og konseptuell forståelse som to overlappende begreper med mindre klare skiller, og påpeker at man kan ha en kombinasjon av disse to. Videre ser vi at der Skemp (1976) foretrekker relasjonell forståelse over instrumentell forståelse, poengterer Hiebert og Lefevre (1986) at det vil være hensiktsmessig å ha både konseptuell og prosedyrebasert forståelse. Slik Hiebert og Lefevre (1986) forklarer en utelukkende prosedyrebasert forståelse mener vi det kan tilsvare Skemps (1976) instrumentelle forståelse, da begge innebærer evnen til å følge regler og prosedyrer. På den andre siden kan man se Skemps (1976) relasjonelle forståelse som evnen til å både velge og gjennomføre en passende løsningsstrategi og samtidig forstå hvorfor den fungerer. Hvis man skal bruke Hieberts og Lefevres (1986) begreper for å beskrive en tilsvarende evne, vil man trenge både prosedyrebasert og konseptuell forståelse. Den prosedyrebaserte forståelsen er nødvendig for å kunne bruke det matematiske språket og for å følge eventuelle regler og algoritmer. Samtidig vil man trenge den konseptuelle forståelsen for å forstå matematikken og for å ta hensiktsmessige valg. Vi mener derfor at det Hiebert og Lefevre (1986) legger i begrepene prosedyrebasert og konseptuell forståelse til sammen innebærer det samme som det Skemp (1976) legger i begrepet relasjonell forståelse.

Videre i denne masteroppgaven vil vi ta utgangspunkt i Hieberts og Lefevres (1986) rammeverk for forståelse, da vi opplever deres tilnærming til forståelsesbegrepet som mer nyansert, og dermed åpner for en mer fleksibel bruk av begrepene.

2.2.1 Tallforståelse

Tallforståelse står sentralt under kjerneelementene i læreplanen for matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019), og kan derfor anses som et viktig element i matematikkundervisningen på skolen. Tallforståelse kreves av alle mennesker uansett alder for å lage mening av ulike numeriske sitasjoner. Det vil si alle situasjoner som involverer bruken av tall. Utvikling av tallforståelse, som begynner før skolealder, bør derfor være et hovedmål med den obligatoriske skolegangen (McIntosh et al., 1992, s. 3).

Tallforståelse er en persons elementære forståelse av tall og regneoperasjoner, samt evnen til å håndtere tall og regneoperasjoner på en hensiktsmessig og fleksibel måte (McIntosh et al., 1992, s. 3). Dette handler om å kunne behandle og tolke informasjon, gjøre praktiske vurderinger og ta passende matematiske avgjørelser. Videre innebærer tallforståelse evnen til å velge, utvikle og anvende nyttige og effektive strategier, samt reflektere over svar og resultater (McIntosh et al., 1992, s. 3). En sentral del av tallforståelse handler også om å kunne vurdere rimeligheten til et svar, og innse at det finnes flere veier til målet (Howden, 1989, s. 7).

Tallforståelse mener vi kan ses i sammenheng med Hieberts og Lefevres (1986) to forståelsesbegreper. Dersom en elev har lav grad av tallforståelse, vil ikke eleven evne å bruke fleksible tenkemåter, og vil dermed være nødt til å huske en mengde isolerte regler og prosedyrer (Reys et al., 1999, s. 62). Dette mener vi tilsvarer Hieberts og Lefevres (1986) prosedyrebaserte forståelse, som involverer memorering av en mengde isolerte regler og prosedyrer. En elev med lav grad av tallforståelse vil derfor kunne sammenliknes med en elev som utelukkende har prosedyrebasert forståelse. For å utvikle høyere grad av tallforståelse må ny informasjon knyttes sammen med tidligere tilegnet kunnskap, slik at matematiske konsepter og ferdigheter kan ses i sammenheng (Reys, 1994, s. 115). Dette har likheter med hvordan Hiebert og Lefevre (1986, s. 4) forklarer utviklingen av konseptuell forståelse. De forklarer at konseptuell forståelse skapes ved å konstruere en sammenheng mellom ulike deler av informasjon. Videre ser vi at utvikling av både konseptuell forståelse og tallforståelse skjer gjennom å engasjere elevene i meningsfulle matematiske aktiviteter som krever aktiv tenking (Hiebert og Lefevre, 1986, s. 8; Reys, 1994, s. 115). Som nevnt tidligere poengterer Hiebert og Lefevre (1986) at det er hensiktsmessig med en kombinasjon av prosedyrebasert og konseptuell forståelse. Vi tenker derfor at en elev med høy grad av tallforståelse både har prosedyrebasert og konseptuell forståelse for aritmetikk. En elev med høy grad av tallforståelse vil dermed være i stand til å følge regler innenfor aritmetikk, bruke matematisk språk og symboler på riktig måte og samtidig se sammenhenger mellom ulike aritmetiske konsepter.

2.2.1.1 Rammeverk for grunnleggende tallforståelse

McIntosh et al. (1992, ss. 4-5) foreslår et rammeverk for grunnleggende tallforståelse som består av 3 hovedkategorier og 11 komponenter (se tabell 1). Med utgangspunkt i tidligere forskning på området baseres rammeverket på komponenter som anses å være generelt akseptert, og forsøker å belyse hvilke evner som må ligge til grunn for å oppnå høy grad av tallforståelse. En person med høy grad av tallforståelse vil ha en tankegang som på et eller annet tidspunkt vil involvere alle de ulike komponentene i rammeverket (McIntosh et al., 1992, s. 5).

Tabell 1: Rammeverk for tallforståelse, (McIntosh et al., 1992, s. 4) - vår oversettelse.

Kunnskap om tall	Tallsystemet
	Ulike representasjoner av tall
	Forståelse av talls relative og absolutte størrelse
	Egne referansepunkter

Kunnskap om regneoperasjoner	Forståelsen av effekten av ulike regneoperasjoner
	Forståelse av ulike matematiske egenskaper
	Forståelse av sammenhengen mellom ulike regneoperasjoner
Bruken av kunnskapen om tall og regneoperasjoner i beregninger	Forståelse av forholdet mellom problemets kontekst og de nødvendige regneoperasjonene
	Bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes
	Utnytte effektive metoder og representasjoner
	Reflektere over og gjennomgå svar

I tabellen kan man se at de tre hovedkategoriene er *kunnskap om tall, kunnskap om regneoperasjoner* og *bruken av kunnskapen om tall og regneoperasjoner i beregninger.* Videre vil rammeverkets 11 komponenter beskrives.

Tallsystemet

Å ha forståelse for tallsystemet innebærer å tilnærme seg og vurdere tall med bakgrunn i tallsystemets struktur og oppbygging. Dette innebærer å ha kontroll på plassverdisystemet, samt å kunne se sammenhengen mellom tall og siffer. I tillegg kreves det forståelse for rasjonale tall og hvordan de kan representeres. En forståelse for disse delene vil bidra til at man tilnærmer seg tall på en hensiktsmessig måte og lettere kan organisere tall mentalt (McIntosh et al., 1992, ss. 4-6).

Ulike representasjoner av tall

Denne komponenten innebærer en forståelse for at tall kan representeres på ulike måter, både symbolsk og grafisk. Dette kan blant annet gjøres ved å dekomponere tall, slik at tallets verdi tilsvarer det originale tallets verdi. Eksempelvis kan ulike representasjoner være at 5 • 3 kan representeres som 5 +5 + 5, og at 67 kan dekomponeres til 60 + 5 + 2. Videre må man forstå at noen representasjoner vil være mer nyttige enn andre, og at man med utgangspunkt i den aktuelle oppgaven må benytte seg av hensiktsmessige representasjoner (McIntosh et al., 1992, s. 6).

Forståelse for talls absolutte og relative størrelse

Å forstå talls absolutte og relative størrelse innebærer å se tall eller mengders relative verdi i sammenheng med andre tall. Å gjenkjenne disse sammenhengene er noe som utvikles over tid i takt med ens modning innen matematikk (McIntosh et al., 1992, s. 6).

Egne referansepunkter

Egne referansepunkter kan deles i matematiske referansepunkter og personlige referansepunkter. Matematiske referansepunkter innebærer at man i møte med tall kan ta i bruk numeriske referanser for å tilnærme seg problemer. Slike matematiske referansepunkter utvikles over tid, i takt med erfaring, og kan eksempelvis være at differansen mellom to tosifrede tall alltid vil være under 100. Personlige referansepunkter er knyttet til egne erfaringer, eller personlige egenskaper, og kan for eksempel være ens egen høyde eller vekt (McIntosh et al., 1992, s. 6).

Forståelsen av effekten av ulike regneoperasjoner

Å forstå effekten av en regneoperasjon handler om at man må forstå sammenhengen mellom de ulike regneoperasjonene og alle rasjonelle tall (McIntosh et al., 1992, s. 7). For å forstå effekten av subtraksjon kan man for eksempel bruke en tallinje for å reflektere over hvordan svarene endrer seg i takt med en endring av subtrahend og minuend.

Forståelsen av ulike matematiske egenskaper

Å kunne bruke matematiske egenskaper kan være verdifullt for å tilnærme seg matematiske problemer på ulike måter. Matematiske egenskaper inkluderer assosiativ, kommutativ og distributiv lov, og brukes gjerne intuitivt av elever i utvikling av egne løsningsstrategier (McIntosh et al., 1992, s. 7). Eksempelvis kan en elev i utregning av 36 : 3, multiplisere seg opp til 36 fra 3 ved å bruke distributiv lov: $(10 \bullet 3) + (2 \bullet 3)$.

Forståelsen av sammenhengen mellom ulike regneoperasjoner

For å forstå sammenhengen mellom ulike regneoperasjoner, må regneoperasjonene først forstås separat. Når regneoperasjonene forstås separat vil man kunne oppdage sammenhengene mellom addisjon og multiplikasjon, subtraksjon og divisjon, addisjon og subtraksjon og multiplikasjon og divisjon (McIntosh et al., 1992, ss. 4, 7). Ved hjelp av disse sammenhengene kan man tilnærme seg matematiske problemer på ulike måter (McIntosh et al., 1992, s. 7). Når man for eksempel forstår sammenhengen mellom multiplikasjon og divisjon, kan man beregne kvotienten til divisjonsoppgaven 64 : 4, ved å tenke $4 \bullet x = 64$.

Forståelse av forholdet mellom problemets kontekst og de nødvendige regneoperasjonene

Å forstå problemets kontekst er en viktig forutsetning for å kunne velge en hensiktsmessig regneoperasjon, samt for å vurdere hvilke tall som skal brukes i beregningene. I tillegg vil problemets kontekst kunne si noe om i hvilken grad svaret skal beregnes eksakt eller som et estimat (McIntosh et al., 1992, s. 8).

Bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes

Å ha bevissthet om at det finnes flere løsningsstrategier vil være hensiktsmessig i møte med matematiske problemer. Når en løsningsstrategi viser seg å ikke fungere, vil elever med en slik bevissthet kunne tilnærme seg problemet ved å prøve en annen løsningsstrategi. Det er derfor fordelaktig å kunne vurdere ulike tilnærminger før man velger den som virker å være passende for problemet (McIntosh et al., 1992, s. 8).

Utnytte effektive metoder og representasjoner

Innenfor matematikk vil enkelte beregningsmetoder og strategier kunne være mer effektive enn andre. Evnen til å vurdere effektiviteten til en strategi vil kunne si noe om en elevs tallforståelse. Eksempelvis vil en elev med lav grad av tallforståelse ofte velge en mer kompleks og lite effektiv løsningsstrategi. På den andre siden vil en elev med høy grad av tallforståelse gjerne kjenne til flere løsningsstrategier, og vil dermed kunne velge en mer effektiv løsningsstrategi (McIntosh et al., 1992, s. 8).

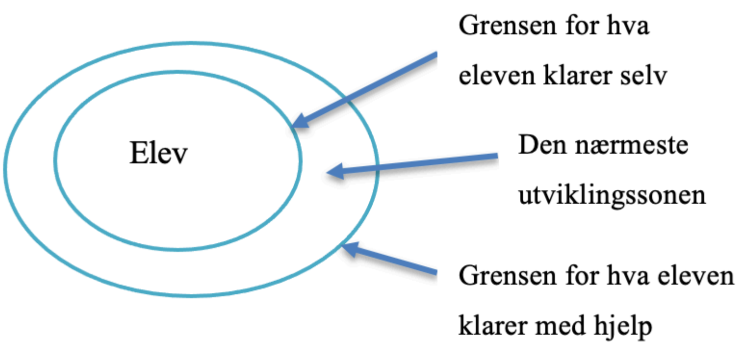
Reflektere over og gjennomgå svar

Å reflektere over og gjennomgå svar innebærer evnen til å vurdere gyldigheten til matematiske løsninger. I en slik vurdering må det reflekteres over både oppgavens innhold og utregningene som eleven har benyttet seg av (McIntosh et al., 1992, s. 8).

2.3 Den nærmeste utviklingssonen

Læring og kognitiv utvikling kan ses i sammenheng, og handler om at undervisningsnivået som skal legge til rette for læring, må tilpasses elevens kognitive nivå. Elevens kognitive nivå innebærer den kunnskapen eleven klarer å vise selvstendig. For at læring og kognitiv utvikling skal skje, må eleven tilegne seg kunnskap med hjelp fra noen med mer kompetanse enn seg selv (Vygotsky, 1978, s. 85). Læring og kognitiv utvikling henger altså sammen, og kognitiv utvikling skjer i takt med at elevene lærer noe (Vygotsky, 1978, s. 90).

Vygotsky (1978, s. 86) presenterer begrepet *den nærmeste utviklingssonen,* som vi har illustrert i bilde 1. Den nærmeste utviklingssonen refererer til kunnskapen som en elev klarer å vise med veiledning fra noen med mer kompetanse enn seg selv. Det vil si at den nærmeste utviklingssonen starter ved grensen av kunnskapen som eleven klarer å vise selvstendig, og slutter der eleven med hjelp fra andre ikke klarer å vise noe kunnskap. Den nærmeste utviklingssonen sier altså noe om elevens kunnskap som ikke er fullt utviklet, men som eleven har potensiale til å utvikle i samhandling med andre (Vygotsky, 1978, s. 86).



Bilde 1: Den nærmeste utviklingssonen - vår gjenskapelse.

Innenfor den nærmeste utviklingssonen oppstår den mest effektive læringen, og denne sonen kan dermed brukes som et hjelpemiddel i undervisning (Vygotsky, 1978, s. 87). Det innebærer at undervisningen bør legge opp til at eleven i samarbeid med andre arbeider innenfor deres nærmeste utviklingssone. I dette arbeidet vil samarbeid i form av samtaler og diskusjoner med andre kunne bidra til læring og utvikling (Vygotsky, 1978, s. 90).

Læringen som skjer i den nærmeste utviklingssonen mener vi kan ses i sammenheng med Hieberts og Lefevres (1986) forståelsesbegreper. Vygotsky (1978, s. 90) poengterer at all læring skjer innenfor den nærmeste utviklingssonen. Dette indikerer at uavhengig av om elevene skal lære seg en ny matematisk regel, eller utforske sammenhenger mellom ulike matematiske konsepter, må det skje innenfor elevens nærmeste utviklingssone. Med bakgrunn i dette tenker vi at dersom elevene skal klare å utvikle prosedyrebasert eller konseptuell forståelse, må det skje gjennom undervisning i den nærmeste utviklingssonen.

Dersom undervisningen ligger utenfor elevenes nærmeste utviklingssone, kan vi tenke oss at elevene ikke vil være i stand til å lære noe, og dermed ikke vil klare å utvikle noen form for forståelse. På den andre siden, impliserer læring i den nærmeste utviklingssonen, at undervisning innenfor grensen for hva elevene klarer selvstendig, kan føre til at elevene ikke lærer noe nytt. Dette vil videre medføre at elevene ikke får mulighet til å utvikle forståelsen sin ytterligere. Med bakgrunn i dette mener vi at det kun er undervisning og arbeid innenfor den nærmeste utviklingssonen som kan bidra til utvikling av både prosedyrebasert og konseptuell forståelse. Videre tenker vi at i takt med elevenes utvikling av forståelse, vil elevenes nærmeste utviklingssone utvides. På den måten kan elevene møte på nye matematiske utfordringer, slik at de kan bygge enda høyere grad av forståelse.

2.4 Misoppfatninger

Når elever skal løse matematiske problemer, bruker de tidligere matematiske erfaringer i møte med disse problemene. Disse erfaringene, begrepene og ideene elevene har, vil ikke nødvendigvis være tilstrekkelig for å løse problemer innenfor de enkelte matematiske feltene, og det kan oppstå misoppfatninger (Brekke, 2002, s. 10). Misoppfatninger dannes når elevenes forståelse for et begrep er feil, og kan være et resultat av en manglende evne til å se sammenhenger mellom ulike deler av matematikken (Ojose, 2015, s. xii). Matematikk er bygd opp slik at reglene er ulike eller endrer seg fra ett konsept til et annet, noe som kan være forvirrende for elevene. På den måten kan misoppfatninger oppstå om elever ikke klarer å skille mellom de ulike konseptene (Ojose, 2015, s. xiv). Ser vi dette i sammenheng med Hieberts og Lefevres (1986) forståelsesbegreper, kan vi tenke oss at dersom en elev har prosedyrebasert forståelse for en regel, og mangler den konseptuelle forståelsen for å vurdere om regelen er gjeldene for andre konsepter, vil en misoppfatning kunne oppstå. Med bakgrunn i denne kan vi tenke oss at misoppfatninger dermed dannes i mangel på konseptuell forståelse på området.

Misoppfatninger fører ofte til gjennomgående matematiske feil, det er derfor viktig å skille mellom feil som stammer fra misoppfatninger og tilfeldige feil (Brekke, 2002, s. 10). Tilfeldige feil kan oppstå når man beregner oppgaver og for eksempel gjør en regnefeil. Disse regnefeilene medfører ofte feil utregning, men eleven har på tross av regnefeilen likevel forutsetningene for å løse problemet (Ojose, 2015, s. xii).

Misoppfatninger vil være en faktor man må ta hensyn til i skolen, og lærere må ha kunnskap om misoppfatninger samt hvordan de oppstår for å kunne veilede elevene på en hensiktsmessig måte (Ojose, 2015, s. xiii). Klasseromssamtaler i form av dialog og diskusjoner der elevene må diskutere og reflektere høyt over løsningsstrategier, er situasjoner hvor misoppfatninger kan oppdages (Ryan & Williams, 2007, s. 15). Felles diskusjon av misoppfatninger og feil utfordrer elevene og gir gode muligheter for læring. Videre åpner det for grundigere undersøkelser av hva som gikk galt, og hvordan man kan gå frem for å løse oppgaven på en korrekt måte (Humphreys & Parker, 2015, s. 27). Å jobbe aktivt med å oppdage misoppfatninger er viktig for å på best mulig måte legge til rette for læring (Ojose, 2015, s. xiv). Det er derfor viktig å tilrettelegge for at misoppfatninger kan oppdages for eksempel gjennom klasseromssamtaler.

2.5 Klasseromssamtaler

I klasseromssamtaler kan man snakke om matematiske konsepter gjennom felles diskusjon av ideer, og elevene kan på den måten lettere utvikle forståelse for matematikken. Slike samtaler kan gi elevene direkte tilgang på hverandres tanker og løsningsstrategier, og samtalen har på den måten potensialet til å være matematisk produktiv ved at elevene kan lære av hverandre (Chapin et al., 2009, ss. 6-7). For å lære av hverandre må elevene gjøre egen kunnskap tilgjengelig for andre, noe som kan sammenliknes med Liljedahls (2020) kunnskapsmobilitet. Kunnskapsmobilitet handler om å øke læringsutbyttet ved at elevene tar i bruk den kunnskapen som allerede er i klasserommet, og at læreren ikke lengere er primærkilden til kunnskap (Liljedahl, 2020, s. 137). I skolesammenheng vil en slik kunnskapsmobilitet mellom elever kunne skje på tre ulike måter (Liljedahl, 2020, s. 48): (1) ved å låne medelevers ideer; (2) ved å sammenlikne ulike svar, og (3) gjennom felles diskusjon av ulike løsninger.

For å øke potensialet for elevenes læringsutbytte bør alle klasseromssamtaler ha et matematisk mål, og samtaleformen bør derfor tilpasses det matematiske målet. Disse samtalene kan ta form gjennom en *åpen strategideling* eller som en *målrettet samtale* (Kazemi & Hintz, 2019, ss. 13, 26). En *åpen strategideling* innebærer at elevene får mulighet til å dele mange ideer, forklaringer og løsninger på en oppgave, slik at elevene samlet sett får tilgang på flere ulike løsningsstrategier knyttet til den samme oppgaven. En slik samtale gir elevene mulighet til å dele egne og bygge videre på andres ideer, og vil derfor kunne gå i mange ulike retninger (Kazemi & Hintz, 2019, ss. 13, 21). Gjennom en *målrettet samtale* setter man fokus på en ide man ønsker å utforske, eksempelvis en spesifikk strategi, og samtalen vil kunne ledes i en bestemt retning. Gjennom en målrettet samtalestruktur kan man utforske og oppklare misoppfatninger, sammenlikne ulike løsninger og diskutere hvorfor en strategi fungerer eller ikke fungerer (Kazemi & Hintz, 2019, ss. 13-14). I en *målrettet samtale* er det viktig at elevene selv er sentrale og at læreren tar en veilederrolle. Læreren må lede elevene mot bestemte ideer, invitere til utforsking av feil og synliggjøre viktige ideer som dukker opp for å fremme verdifulle samtaler (Kazemi & Hintz, 2019, ss. 152-153).

I en klasseromssamtale hvor målet er å fremme læring og forståelse, kan læreren ta i bruk fem samtaletrekk for å legge opp til elevaktive samtaler (Chapin et al., 2009, ss. 12-17): (1) *lærer repeterer*, som brukes for å tydeliggjøre eller oppklare et elevutsagn; (2) *elev repeterer*, ved å gjenta et elevutsagn med egne ord blir elevene deltakere i samtalen, og kan lettere følge medelevenes tanker; (3) *resonnere*, som går ut på at elevene skal resonnere, og begrunne resonneringen, rundt hverandres bidrag i klasseromssamtalen; (4) *tilføye*, inviterer elevene til å utdype tankene deres og kommentere på medelevenes ideer, og (5) *ventetid*, slik at elevene får tiden de trenger til å tenke seg om, og at flere elever på den måten får mulighet til å delta i samtalen.

Man kan skille mellom to typer ventetid i klasseromssamtaler: ventetid etter å ha stilt elevene et spørsmål og ventetid etter et elevsvar. Disse ventetidene bør være på minst tre sekunder, og skal gi elevene tid til å samle tankene sine og bearbeide matematikken som blir diskutert (Rowe, 1986, s. 43). Den første ventetiden, etter å ha stilt elevene et spørsmål, kan øke elevdeltakelsen og bidra til at elevsvarene er lengere og med forklaring. Den andre ventetiden, etter et elevsvar, er viktig for utdypning av elevsvarene. Dersom læreren ikke venter, men responderer umiddelbart etter et elevsvar, vil det kunne kutte av elevens tankegang, og man kan dermed miste elevens utbrodering (Rowe, 1986, s. 44).

Når elevene får tid og rom til å tenke over og bearbeide matematikken, kan det bidra til å skape klasseromssamtaler av kvalitet med høy elevdeltakelse. Slike klasseromssamtaler vil gjøre at læreren får innsikt i elevenes forståelse av ulike konsepter, og kan videre føre til at ufullstendig forståelse eller misoppfatninger oppdages (Chapin et al., 2009, ss. 6-8). I disse klasseromssamtalene bør det vektlegges å diskutere og reflektere over egne og andres løsningsstrategier, noe som kan resultere i at elevene skaper en dypere forståelse for temaet. Likevel vil det i enkelte tilfeller være uklart hvilken forståelse elevene som ikke bidrar til diskusjon sitter igjen med. Det er derfor viktig å oppfordre alle elevene til å bidra i diskusjon, slik at alle får muligheten til å få utbytte av undervisningen (Chapin et al., 2009, s. 63).

2.6 Hoderegning

Voksne bruker hoderegning omtrent tre ganger så ofte som skriftlige beregninger (Wandt & Brown, 1957, s. 153), og hoderegning er derfor en evne som elever må utvikle for å kunne fungere godt i dagens samfunn. Hoderegning går ut på å produsere nøyaktige aritmetiske løsninger gjennom mental beregning, uten bruk av hjelpemidler som penn og papir eller kalkulator, slik man ofte bruker i standard algoritmer (Reys, 1984, s. 548).

Standard algoritmer er skriftlige steg-for-steg fremgangsmåter som bryter tallene ned i siffer, og behandler ett siffer av gangen. Ofte vil elever bruke slike fremgangsmåter uten å forstå hvordan de fungerer (Plunkett, 1979, ss. 2-3). Ser man dette i sammenheng med Hieberts og Lefevres (1986) forståelsesbegreper, vil dette tyde på lav grad av konseptuell forståelse for konseptene som algoritmene tar utgangspunkt i.

Standard algoritmer er automatiske og setter fokus på svaret fremfor fremgangsmåten, og kan på den måten begrense elevene til passiv tenkning (Reys, 1984, s. 550). I motsetning til standard algoritmer er hoderegning en flytende, fleksibel, varierende og helhetlig aktivitet (Plunkett, 1979, s. 3). Hoderegning er en kreativ arbeidsmetode som legger til rette for at elevene må tenke selv, og kan på den måten bidra til at elevene møter tall på en hensiktsmessig måte (Reys, 1984, s. 549). Samtidig er hoderegning også begrensende i den form at det ikke finnes standardiserte fremgangsmåter, og man må derfor tilpasse fremgangsmåten til det aktuelle problemet (Plunkett, 1979, ss. 3-4). Elevene må se på helheten av en oppgave før de velger en strategi og utfører beregningen (Reys, 1985, s. 46).

Strategiene som brukes i hoderegning kan være utviklet av elevene selv, eller lånes fra en standard algoritme. Selvutviklede hoderegningsstrategier har som formål å gjøre beregninger overkommelig, eksempelvis ved justering av de aktuelle tallene (McIntosh et al., 1997, ss. 322-323). Hoderegning ved hjelp av en standard algoritme innebærer mental gjennomføring av en algoritme som tradisjonelt skjer skriftlig. Det påpekes imidlertid at mental gjennomføring av en standard algoritme er en lite fleksibel hoderegningsstrategi. Elever som bruker en slik strategi vil ofte bruke en generell framgangsmåte som behandler siffer enkeltvis, og vil altså ikke tilpasse strategien til de aktuelle tallene (Heirdsfield & Cooper, 2004, s. 445). Vi mener derfor at mental bruk av standard algoritmer henger sammen med Hieberts og Lefevres (1986) utelukkende prosedyrebaserte forståelse, som igjen kan hemme elevenes utvikling av tallforståelse da elevene ikke tar i bruk noen av komponentene for tallforståelse.

Det er også andre viktige faktorer som kan påvirke elevers arbeid med hoderegning. En av disse faktorene er hvordan oppgaver fremstilles til elever, altså om de presenteres visuelt eller muntlig (McIntosh et al., 1997, ss. 323-324). Oppgavers form kan i stor grad påvirke hvordan elever tilnærmer seg oppgaver, og i hvilken grad de klarer å gjøre korrekte utregninger. Tidligere forskning på området tyder på at en visuell fremstilling av oppgaver i stor grad legger til rette for mental bruk av standard algoritmer, fordi elevene enkelt kan forestille seg beregning med utgangspunkt i enkeltsiffer. Når oppgaver på den andre siden fremstilles muntlig, legger det i større grad til rette for bruk av andre strategier. Dette handler om at elevene selv både må huske og se for seg tallene, noe som har større belastning for arbeidsminnet (McIntosh et al., 1997, s. 324). Ser vi fremstilling av oppgaver i sammenheng med tallsnakk hvor oppgavene presenteres visuelt (Humphreys & Parker, 2015, s. 11), vil det i følge McIntosh et al. (1997, s. 324) legge til rette for mental bruk av standard algoritmer. Samtidig har Humphreys og Parker (2015, s. 11) tatt et grep mot mental bruk av standard algoritmer ved å skrive oppgavene horisontalt, og elevene oppfordres på den måten til å benytte seg av andre hoderegningsstrategier.

For å utvikle egne hoderegningsstrategier vil det ikke være nok med prosedyrebasert forståelse i form av memorerte regler og fremgangsmåter. Elevene vil ha behov for konseptuell forståelse for tallegenskaper og regneoperasjoner, slik at de individuelt kan manipulere og justere tallene og regneoperasjonene til noe som er realistisk og gjennomførbart for dem selv (McIntosh et al., 1995, s. 238). Elever som evner å utvikle og bruke egne strategier kan derfor sies å ha høy grad av konseptuell forståelse, noe som videre kan bidra til utvikling av elevenes tallforståelse. Elever med høy grad av tallforståelse vil kunne ta i bruk de ulike komponentene for tallforståelse, og på den måten drive med hoderegning på en fleksibel og hensiktsmessig måte ved å velge den mest passende strategien (Varol & Farran, 2007, s. 91). Tallforståelse og hoderegning er med andre ord gjensidig fordelaktig for hverandre, og arbeid med og utvikling av den ene kan bidra til utvikling av den andre.

Elever har en tendens til å benytte seg av strategier som de forstår og som gir mening for dem selv, og strategivalget vil derfor i stor grad basere seg på elevenes tallforståelse. Underveis i utvikling av tallforståelse vil elevene gå fra å bruke tellestrategier, til å ta i bruk konkretiseringsmateriale. Etter hvert som elevene mestrer plassverdisystemet, vil de ikke lenger ha behov for konkretiseringsmateriell, og vil være i stand til å utvikle egne strategier (Fuson et al., 1997, ss. 133-134). Videre vil vi fokusere på slike selvutviklede strategier.

2.6.1 Hoderegningsstrategier for subtraksjon

Man kan ta utgangspunkt i fire hovedkategorier av selvutviklede strategier for flersifrede subtraksjonsoppgaver (Fuson et al., 1997, ss. 146, 151-152), som vi viser med eksempler i tabell 2: (1) *sekvensielle strategier,* innebærer å begynne med et heltall, og subtrahere nedover med tiere først og deretter enerne; (2) *dekomponerende strategier*, hvor de aktuelle heltallene deles inn i tiere og enere. Videre subtraheres tierne og enerne hver for seg, før de til slutt samles; (3) *kombinerte strategier*, involverer en kombinasjon av både dekomponering og sekvensering. Her dekomponeres heltallene først for så å subtrahere tierne, før man tar i bruk en sekvensiell strategi ved å legge til de originale enerne og subtrahere nedover, og (4) *kompenserende strategier*, innebærer justering av de involverte tallene, slik at differansen forblir den samme, med mål om å gjøre subtraksjonsoppgaven enklere. I tillegg til disse fire strategiene vil vi legge til en siste strategi; (5) *mental bruk av standard algoritme*, som vi har diskutert tidligere i kapitlet.

Tabell 2: Subtraksjonsstrategier, (Fuson et al., 1997, ss. 146, 151-152) - vår oversettelse.

Strategi	***74 – 32***
Sekvensiell	74 – 30 = 44; 44 – 2 = 42
Dekomponerende	70 – 30 = 40; 4 – 2 = 2; 40 + 2 = 42
Kombinerende	70 – 30 = 40; 40 + 4 = 44; 44 – 2 = 42
Kompenserende	74 – 32 = 72 – 30 = 42
Mental bruk av standard algoritme	7 – 3 = 4; 4 – 2 = 2; 4 tiere + 2 enere = 42

Det vil finnes flere ulike variasjoner av strategiene presentert i tabell 2, og alle strategiene kan også brukes på tall med tre eller fire siffer (Fuson et al., 1997, s. 154). Det poengteres at strategier som krever både subtraksjon og addisjon ofte kan vise seg å være vanskelig for noen elever, og at kombinerte strategier er spesielt utsatt for feilberegninger. Dette handler om at steget hvor du skal addere den originale eneren tilbake etter dekomponeringen kan være forvirrende. Enkelte elever vil tenke at disse enerne skal subtraheres, da det er subtraksjon de arbeider med, og dermed få feil i beregningen sin (Fuson et al., 1997, ss. 151-152).

2.6.2 Hoderegningsstrategier for divisjon

Divisjon deles i målings– og delingsdivisjon der en mengde skal deles likt, med ulik tilnærming. Det kan forklares ved hjelp av antall grupper, antall objekter i hver gruppe og totalt antall objekter. Målingsdivisjon innebærer at man skal finne antall grupper noe skal deles inn i, der antall objekter i hver gruppe og totalt antall objekter er gitt. Delingsdivisjon innebærer å finne antall objekter i en gruppe, der antall grupper og totalt antall objekter er gitt (Ambrose et al., 2003, s. 309). Forskjellen mellom målings– og delingsdivisjon utspiller seg i noen av de ulike divisjonsstrategiene som presenteres i tabell 3 (Ambrose et al., 2003, s. 311).

For divisjon av flersifrede tall kan man ta utgangspunkt i seks hovedkategorier av selvutviklede strategier (Ambrose et al., 2003, ss. 323-330), som vi viser med eksempler i tabell 3: (1) *repetert subtraksjon eller addisjon,* innebærer repetert subtraksjon eller addisjon med utgangspunkt i divisor, der det til slutt summeres antall subtraksjoner eller addisjoner; (2) *distributiv strategi*, handler om å distribuere ut totalt antall objekter til et gitt antall grupper. Det tas utgangspunkt i kjente tallbaser, deretter distribueres først for eksempel tiere, og så femmere frem til totalt antall objekter er nådd, deretter summeres disse; (3) *bruk av tiere,* i denne strategien brukes tiere ved å se på tierbaser i form av at tierne inneholder et gitt antall objekter. Med utgangspunkt i dette subtraheres innholdet i tierne fra totalen, og tierne summeres til slutt; (4) *dekomponere dividenden*, innebærer å dele dividenden i hundrere, tiere og enere. Deretter divideres de hver for seg, og det summeres til slutt, og (5) *bygge opp*, hvor divisjon ses på som multiplikasjon der det mangler en faktor. Divisor dobles frem til dividenden nås, deretter summeres antall doblinger. I tillegg til de fem strategiene legger vi til en siste strategi som presenteres av Humphreys og Parker (2015, s. 102): (6) *halvering,* innebærer å halvere dividend og divisor x antall ganger for å forenkle divisjonen, for å til slutt utføre divisjonen.

Det finnes ulike variasjoner av divisjonsstrategiene, eksempelvis kan strategien *bygge opp* tidvis medføre for høye beregninger, som må kompenseres for (Ambrose et al., 2003, ss. 329-330). I tillegg fremheves det at enkelte strategier kan være mer utsatt for feilberegninger, spesielt *repetert subtraksjon* eller *repetert addisjon* med tanke på at strategiene er lang og krever stor mental kapasitet (Ambrose et al., 2003, s. 324).

Tabell 3: Divisjonsstrategier, (Ambrose et al., 2003, ss. 323-330) og (Humphreys & Parker, 2015, s. 102) - vår oversettelse.

Strategi	***Oppgave 126 : 6***
Repetert subtraksjon (målingsdivisjon)	126 – 6 = 120; 120 – 6 =114; (...); 18 – 6 = 12; 12 – 6 = 6; 6 – 6 = 0 Summere antall subtraksjoner: 21
Repetert addisjon (målingsdivisjon)	6 + 6 = 12; 12 + 6 = 18; (...); 114 + 6 = 120; 120 + 6 =126 Summere antall addisjoner: 21
Distributiv strategi (delingsdivisjon)	(10 + 10 + 1), (10 + 10 + 1), (10 + 10 + 1), (10 + 10 + 1), (10 + 10 + 1), (10 + 10 + 1), tilsvarer 21 per gruppe.
Bruk av tiere	126 – 60 = 66, tilsvarer 10 • 6 66 – 60 = 6, tilsvarer 10 • 6 6 – 6 = 0, tilsvarer 1 • 6 10 + 10 + 1 = 21
Dekomponere dividenden	100 : 6, tilsvarer 16 • 6, 4 i rest 20 : 6, tilsvarer 3 • 6, 2 i rest 6 : 6, tilsvarer 1 • 6 4 og 2 i rest tilsvarer 1 • 6 16 + 3 +1 +1 = 21
Bygge opp	6 • 10 = 60 6 • 10 = 60 6 • 1 = 6 10 + 10 + 1 = 21
Halvering	126 : 6, halveres til 63 : 3 = 21

3 Metode

I dette kapitlet vil vi gjøre rede for våre metodiske valg gjennom forskningsprosjektet. Vi vil først presentere studiens vitenskapsteoretiske forankring, før vi argumenterer for valg av forskningsdesign. Videre vil vi redegjøre for utvalget av informanter, og diskutere datainnsamlingsmetodene vi har benyttet oss av. Vi vil så ta for oss forskningens analyseprosess, før vi til slutt diskuterer studiens pålitelighet, troverdighet og overførbarhet, samt redegjør for de forskningsetiske hensynene vi har tatt.

3.1 Studiens vitenskapsteoretiske forankring

I all forskning må det være et samsvar mellom spørsmålene man undersøker og forskningens vitenskapsteoretiske tradisjon, samt tilhørende metodiske tilnærminger (Spencer et al., 2020, s. 116). Gjennom ulike vitenskapsteorietiske tradisjoner vil forskningens mål og tilnærminger variere basert på ulike ontologiske og epistemologiske antakelser (Gleiss & Sæther, 2021, s. 201). Ontologi handler om hvordan virkeligheten oppstår, samt hvordan man stiller seg til spørsmålene om objektivitet og universelle sannheter (Spencer et al., 2020, s. 114). Epistemologi undersøker hvordan kunnskap om virkeligheten oppstår, og ser på hvilken påvirkning forskers og deltakers relasjon har på denne kunnskapen (Spencer et al., 2020, s. 115).

Det er vanlig å tenke på de ulike vitenskapsteoretiske tradisjonene langs et kontinuum, hvor man har en positivistisk vitenskapstradisjon på den ene siden, og en konstruktivistisk vitenskapstradisjon på den andre siden (Gleiss & Sæther, 2021, s. 202). På den positivistiske siden vil man fra et ontologisk perspektiv mene at objektive sannheter finnes, og at virkeligheten er uavhengig av individuelle oppfatninger (Spencer et al., 2020, s. 116). Fra et epistemologisk perspektiv vil man på den positivistiske siden mene at forsker kan danne seg objektiv kunnskap om forskningsdeltaker, da forsker og deltaker er helt uavhengig av hverandre (Spencer et al., 2020, s. 115).

Mot den konstruktivistiske siden av kontinuumet vil man finne den sosialkonstruktivistiske tradisjonen. Fra et ontologisk perspektiv vil man innenfor den sosialkonstruktivistiske tradisjonen se på virkeligheten som subjektiv og kontekstuell, noe som medfører at det eksisterer mange ulike virkeligheter samtidig. Videre betyr dette at det ikke finnes noe universell sannhet, da alt må forstås i den aktuelle konteksten (Spencer et al., 2020, ss. 114, 119). Når det kommer til de epistemologiske spørsmålene, vil man på denne siden mene at forsker og deltaker har gjensidig påvirkning på hverandre, og at kunnskap aktivt skapes gjennom interaksjoner mellom forsker og deltaker (Spencer et al., 2020, s. 115).

Gjennom vår problemstilling:

> *På hvilken måte kan undervisningsmetoden tallsnakk påvirke utvikling av tallforståelse hos elever på mellomtrinnet?*

forsøker vi som tidligere nevnt, å undersøke om det er noen sammenhenger mellom undervisningsmetoden tallsnakk og utvikling av tallforståelse, ved å studere elevers tallforståelse etter en periode med tallsnakk. Vi forsøker ikke å finne noen objektiv sannhet gjennom å tallfeste elevenes tallforståelse, men heller å tolke elevenes tallforståelse basert på deres matematiske forklaringer i den aktuelle konteksten. Dette plasserer oss innenfor en sosialkonstruktivistisk vitenskapsteoretisk tradisjon.

Innenfor den sosialkonstruktivistiske tradisjonen vil ikke dataen alene vise noe, men forskers tolkning av dataen gir datamaterialet mening. Dette betyr at forsker ikke presenterer en objektiv sannhet, men at forskeren formidler en subjektiv sannhet som er konstruert i interaksjon med deltakerne, samt grunnet i forskers erfaring og kunnskap. Over tid vil subjektiviteten kunne forandres ved at individers meninger og tro endres, og ny forskning vil dermed kunne skapes på et annet grunnlag (Spencer et al., 2020, s. 119). Forskningen som vi presenterer nå vil være basert på vår nåværende kunnskap og erfaringer, og vil derfor kunne sett annerledes ut dersom vi hadde gjennomført forskningsprosjektet på nytt eller med andre forskningsdeltakere.

3.2 Forskningsdesign

Når man skal gjennomføre forskning er det vanlig å skille mellom kvantitativ og kvalitativ forskning, som tradisjonelt sett knyttes til henholdsvis positivistisk vitenskapstradisjon og konstruktivistisk vitenskapstradisjon (Gleiss & Sæther, 2021, ss. 29, 202). Basert på problemstilling og studiens kunnskapssyn velger man en kvantitativ eller kvalitativ tilnærming, med passende forskningsdesign, datainnsamlingsmetoder og analysemetoder (Creswell & Guetterman, 2021, s. 35).

Innenfor kvantitativ forskning er det fokus på å analysere trender, undersøke relasjoner mellom variabler og sammenlikne ulike grupper gjennom innsamling av numeriske data fra et stort antall deltakere. Videre analyseres dataen på en objektiv måte, ved hjelp av matematiske og statistiske verktøy (Creswell & Guetterman, 2021, ss. 37, 39). Dersom målet vårt med forskningen hadde vært å undersøke relasjonen mellom undervisningsmetoden tallsnakk og elevenes tallforståelse som to variabler gjennom tallfestet data, kunne vi valgt en kvantitativ tilnærming, eksempelvis ved å gjennomføre et eksperiment.

Gjennom et eksperiment kan man kontrollere effekten en uavhengig variabel har på en avhengig variabel, ved å kontrollere alle andre variabler. Dette kan gjøres ved at en testgruppe får oppleve den uavhengige variabelen, mens en kontrollgruppe ikke opplever den. Videre gjennomføres det helt like før- og ettertester på begge gruppene, for å se om testgruppen får et annet resultat enn kontrollgruppen (Creswell & Guetterman, 2021, ss. 335, 338).

Da målet med vårt forskningsarbeid ikke var å tallfeste data for å se effekten av undervisningsmetoden tallsnakk på elevenes utvikling av tallforståelse, ville ikke en kvantitativ tilnærming vært optimal. Målet vårt var heller å tolke elevenes utvikling av tallforståelse etter bruk av undervisningsmetoden, samt å se elevenes utvikling av tallforståelse i sammenheng med undervisningsøktene, og det var derfor naturlig for oss å velge en kvalitativ tilnærming til forskningen.

Kvalitativ forskning handler om å skaffe seg mer detaljert forståelse av et fenomen, gjennom grundig datainnsamling på noen få enheter, med et mål om å kunne beskrive fenomenet i dybden (Creswell & Guetterman, 2021, s. 40). Basert på vår problemstilling, samt målet med forskningsprosjektet, var det forskningsdesignet *casestudie* som i størst mulig grad ville gjøre det mulig for oss å undersøke problemstillingen ved å studere bruken av tallsnakk i en spesifikk kontekst over en tidsperiode.

3.2.1 Casestudie

En casestudie er tradisjonelt sett ansett som en kvalitativ forskningsmetode, og er ment for å undersøke sosial atferd i dybden (Gerring, 2007, ss. 4, 10). Videre kan man si at en casestudie innebærer intensive undersøkelser av datamaterialet fra en enkelt case eller noen få caser. Gjennom en case som er avgrenset i tid og sted kan man undersøke et fenomen, og en casestudie kan derfor sies å studere et fenomen i dybden (Gerring, 2017, ss. 27-28), gjennom datainnsamling av analyseenheter fra casen (Gerring, 2007, s. 19).

Man kan dele casestudier inn i deskriptive og kausale casestudier, og man skiller da mellom å trekke beskrivende slutninger og slutninger som peker på årsakssammenhenger (Gerring, 2017, s. 40). Med bakgrunn i at vi ikke er interessert i å måle virkningen av tallsnakkene, men heller ønsker å undersøke hvilke elementer med tallsnakk som kan påvirke tallforståelse, har vi en utforskende kausal casestudie. En utforskende kausal casestudie kan defineres ved at man forsøker å definere hypoteser som peker på sammenhenger mellom to faktorer, og det er vanlig å jobbe seg frem mot de mulige årsakene med utgangspunkt i utfallet (Gerring, 2017, s. 66). Gjennom vår forskningsprosess forsøker vi å identifisere og beskrive eventuelle årsakssammenhenger mellom undervisningsmetoden tallsnakk og utviklingen av elevenes tallforståelse. Vi er altså interessert i å undersøke på hvilken måte tallsnakk kan påvirke elevenes tallforståelse. For å gjøre denne identifiseringen, jobber vi ut fra endringen vi kan se i elevenes tallforståelse, for å finne ut hvilke elementer fra tallsnakkene som har påvirket utviklingen.

3.2.1.1 Vår casestudie

Gjennom denne casestudien forsøker vi som tidligere nevnt å undersøke på hvilken måte undervisningsmetoden tallsnakk kan påvirke elevenes utvikling av tallforståelse. Fenomenet vi studerer, er derfor hvilken innvirkning tallsnakk har på utvikling av tallforståelse, noe som belyses gjennom vår case. En case må avgrenses i tid og sted (Gerring, 2017, s. 27), og vår case avgrenses derfor til datainnsamlingsperioden mellom oktober og desember på seks uker, til en aldersblandet klasse på mellomtrinnet og de undervisningsøktene med tallsnakk som ble gjennomført i den perioden. Casen vi undersøker for å lære oss om sammenhengen mellom tallsnakk og utvikling av tallforståelse som fenomen, er dermed skoleklassen som vi har gjennomført datainnsamlingen i.

For at vi skulle få til å undersøke den aktuelle casen, gjennomførte læreren seks tallsnakker i løpet av en periode på seks uker. Tallsnakkene ble gjennomført slik som forklart i kapittel 2.1 *Tallsnakk*, der det ble etterstrebet å følge de åtte stegene som presenteres for tallsnakk. I tillegg gjennomføre vi oppgavebaserte intervjuer i forkant og etterkant av perioden med tallsnakk. For å lære oss om fenomenet samlet vi inn data fra flere analyseenheter, altså informanter, som i vårt tilfelle ble elevene og læreren i klassen. Hvordan utvalget av informanter foregikk skal vi utdype i neste delkapittel.

3.3 Utvalg

For å formelt kunne si noe om et fenomen gjennom en casestudie, gjøres det et utvalg av forskningsobjekter. For at utvalget skal kunne fortelle noe om den aktuelle casen, gjøres det et ikke-sannsynlighetsutvalg, og utvalget vil dermed ikke være representativt for en hel populasjon (Gerring, 2007, ss. 20, 88). I et ikke-sannsynlighetsutvalg er utvalget ikke tilfeldig, men valgt for å kunne belyse problemstillingen. Videre kan man forhåndsbestemme visse kriterier som informantene i studien må passe inn i, eksempelvis alder, kjønn eller faglig styrke. Et slikt utvalg kalles strategisk utvalg, og vil avhenge av forskningsprosjektets rammer (Gleiss & Sæther, 2021, s. 39). Kombinerer man disse utvalgstypene, vil man ha et strategisk ikke-sannsynlighetsutvalg, noe vi har benyttet oss av gjennom denne forskningsprosessen.

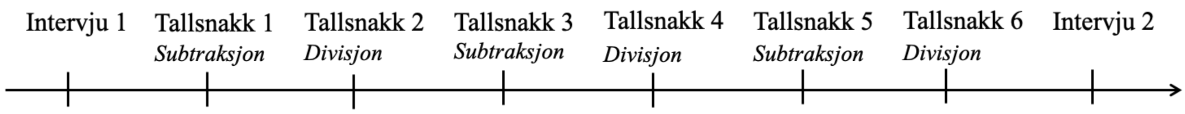
For å svare på problemstillingen vår, og for å lære om fenomenet gjennom casen, satte vi flere kriterier for utvalget. Det var viktig for oss at klassen vi skulle gjennomføre forskningsprosjektet vårt i, ikke hadde benyttet seg av undervisningsmetoden tallsnakk tidligere. Dette kriteriet ble valgt slik at vi kunne danne et datagrunnlag med utgangspunkt i elevenes tallforståelse uten påvirkning fra tidligere gjennomførte tallsnakker. For å innhente et detaljert datamateriale måtte i tillegg læreren være motivert til å gjennomføre prosjektet. En lærerhverdag er ofte svært travel, og vi hadde behov for en engasjert lærer, slik at vi kunne tilrettelegge for forskningsprosjektet på best mulig måte. Disse kriteriene lå til grunn for at vi skulle kunne studere fenomenet om hvordan tallsnakk kan påvirke elevenes utvikling av tallforståelse.

I starten av utvalgsprosessen sendte vi e-post til flere skoler for å sjekke om de kunne være interesserte i å være med i forskningsprosjektet vårt. Vi fikk liten respons på e-postene, men i samtale med veileder ble vi anbefalt å ta kontakt med en lærer som kunne være aktuell. Læreren virket veldig interessert og motivert til å samarbeide med oss. Her har vi benyttet oss av snøballmetoden. Snøballmetoden innebærer at man får kontakt med et utvalg gjennom noen andres sosiale nettverk eller bekjentskaper (Cohen et al., 2018, s. 221). I kontakt med læreren fant vi ut at de ikke hadde testet ut tallsnakk tidligere, men var åpen for å prøve. Læreren beskrev klassen som en muntlig og arbeidsom klasse, noe vi syntes var gode egenskaper for prosjektet vårt.

Antall informanter i en forskningsprosess styres blant annet av forskningens hensikt og omfang (Cohen et al., 2018, s. 203). Utvalget vårt måtte dermed være stort nok til å belyse problemstillingen, men også være lite nok til at vi som to masterstudenter skulle klare å håndtere datamaterialet innenfor tidsrammen for masteren. Vi valgte å levere samtykkeskjema til alle elevene, men flere av elevene takket nei til å være med i forskningsprosjektet. Vi endte til slutt opp med totalt åtte elever og en lærer som våre forskningsdeltakere. På samtykkeskjemaet krysset syv av disse åtte elevene av for intervju, hvorav én av elevene ikke ønsket å gjennomføre det siste intervjuet. De åtte elevene og læreren dannet dermed datagrunnlaget for undervisningsøktene med tallsnakk, mens seks av elevene dannet datagrunnlaget for utvikling av tallforståelse gjennom intervjuene. Med bakgrunn i dette avgrenset vi casen vår, til elever og læreren i en aldersblandet klasse på mellomtrinnet.

3.4 Valg av metode for datainnsamling

For å besvare problemstillingen vår samlet vi inn data over en periode på seks uker. For å gi en oversikt over hvordan datainnsamlingen har foregått, presenterer vi en tidslinje med oversikt over datainnsamlingsperioden nedenfor (bilde 2).



Bilde 2: Tidslinje med oversikt over datainnsamlingsperioden.

Datainnsamlingen ble innledet med oppgavebaserte intervjuer, før det ble gjennomført seks tallsnakker med subtraksjon og divisjon over de neste seks ukene. Datainnsamlingsperioden ble avsluttet med å gjennomføre de samme oppgavebaserte intervjuene på nytt. Underveis i hele datainnsamlingsperioden førte vi en forskningslogg.

Videre vil vi redegjøre for og diskutere de tre ulike metodene for datainnsamling som vi valgte å benytte oss av: observasjon, intervju og logg.

3.4.1 Observasjon som datainnsamlingsmetode

Observasjon som datainnsamlingsmetode er egnet for å få direkte tilgang på spesifikke hendelser, som for eksempel en klasseromssituasjon (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 62). Gjennom observasjon av undervisningsøktene kunne vi studere hvilke elementer fra tallsnakk som påvirket elevenes bruk av løsningsstrategier. Dette gjorde at vi også kunne belyse på hvilken måte elementene kunne påvirke utvikling av tallforståelse. Vi valgte dermed å benytte oss av observasjon som metode for å ha grunnlag for å undersøke problemstillingen vår.

Det finnes flere former for observasjoner, og det var viktig for oss å finne en observasjonsform som kunne bidra til å belyse problemstillingen. Observasjoner kan ha ulik grad av struktur, der de kan variere fra å være ustrukturerte, semistrukturerte eller strukturerte (Gleiss & Sæther, 2021, ss. 103-104). Ustrukturerte observasjoner kjennetegnes av fleksibilitet ved at observasjon gjøres uten å ha en spesifikk hensikt på forhånd, og at man kan være åpen i forhold til hva som skal observeres (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 72). Semistrukturerte observasjoner innebærer å på forhånd planlegge hva som skal observeres, men er fleksibel i form av at man underveis kan vurdere nye aspekter, og kategoriene er dermed åpne (Gleiss & Sæther, 2021, s. 104). Innenfor strukturerte observasjoner brukes observasjonsskjema med forhåndsbestemte kategorier, og man har ikke den samme fleksibiliteten som under ustrukturerte observasjoner (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71). Vi gjennomførte semistrukturert observasjon for å på best mulig måte kunne undersøke problemstillingen. Under observasjonen så vi etter elementer ved tallsnakk som kunne tenkes å ha innvirkning på elevenes bruk av løsningsstrategier. Likevel var vi åpne for å utforske nye perspektiver dersom vi anså de som interessante.

Uansett grad av struktur kan observasjoner gjennomføres ved bruk av videoopptak. Da benytter forsker seg av kamera for å dokumentere hendelsene som skal observeres (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71). Vi benyttet oss av videoopptak der vi filmet tallsnakkene, for å legge til rette for å innhente så korrekte data som mulig. Videoopptak åpner for å transkribere datamateriale for å få et mer detaljert bilde, ved å registrere kroppsspråk og ulike bevegelser (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71). På den måten kunne vi benytte oss av et detaljert datamateriale som inkluderer hendelsene i klasserommet, elevenes kroppsspråk og andre viktige faktorer som vi kunne gått glipp av uten videoopptak. I tillegg får vi muligheten til å både se og lytte til datamaterialet flere ganger, dersom for eksempel vinkling av problemstilling skulle endre seg. Bruk av kamera kan virke skremmende for informanter og kan påvirke hva de deler av informasjon (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71). Vi valgte likevel å benytte oss av videopptak for å ikke være begrenset av egen hukommelse og potensielt mangelfulle notater.

Forskeren kan innta ulike roller under observasjon: deltakende observatør og ikke-deltakende observatør. Når forskeren er en deltakende observatør involverer forskeren seg som en del av settingen som skal undersøkes, og samler datamateriale underveis. Når forskerens rolle er ikke-deltakende observatør, inntar forskeren kun en observasjonsrolle, og observerer uten å involvere seg i settingen som skal observeres. Forskeren kan også endre observasjonsrolle underveis, med hensyn til situasjonen (Creswell & Guetterman, 2021, ss. 248-249). I våre observasjoner inntok vi en forskerrolle som lå mellom ytterpunktene nevnt ovenfor. Det ble naturlig for oss å være ikke-deltakende observatører, da vi ikke aktivt deltok i undervisningen, men samtidig kunne ha mulighet til å komme med innspill til undervisningsmetoden. Vi behøvde dermed noe mer fleksibilitet enn forskerrollen som ikke-deltakende observatør.

3.4.1.1 Gjennomføring av observasjon

Vi gjennomførte som nevnt tidligere seks tallsnakker. De ble planlagt fortløpende med utgangspunkt i observasjoner vi hadde gjort i klasserommet. I forkant av hver tallsnakk gikk vi gjennom undervisningsplanen sammen med læreren, og diskuterte eventuelle spørsmål, strategier, utfordringer og misoppfatninger, som forberedelse til undervisningsøktene.

Tallsnakkene tok ca. 20 – 25 minutter, og vi filmet alle undervisningsøktene med GoPro kameraer. Vi oppdaget at GoPro kameraene hadde varierende kvalitet, og vi valgte dermed å benytte oss av diktafon fra UiO som en ekstra sikkerhet for lyd. GoPro kameraene ble plassert fremme ved kateteret, for å få et bilde av alle elevene, og bak i klasserommet for å filme tavlen. Det var ønskelig å filme elevene for å kunne oppdage kroppsspråk som ikke kom frem gjennom verbal kommunikasjon. Videre skulle kameraet som filmet tavlen gjøre at vi kunne se tilbake på elevenes strategideling slik de ble fremstilt i klasserommet.

Som tidligere nevnt kan bruken av videoopptak begrense elevers deltakelse i forskning, i form av hvilken informasjon de er villige til å dele (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 71). Likevel opplevde vi ikke at elevene la merke til, eller brydde som om kameraenes tilstedeværelse. Vi diskuterte kameraets påvirkning på elevene med læreren, der også læreren mente at bruken av kamera hadde liten effekt på elevene.

3.4.2 Intervju som datainnsamlingsmetode

For å få en dypere innsikt i hver enkelt elevs utvikling av tallforståelse etter en periode med tallsnakk, valgte vi å benytte oss av oppgavebaserte intervjuer i forkant og etterkant av undervisningsperioden. Oppgavebaserte intervjuer bidrar til å kunne skape situasjoner for å systematisk tilegne seg kunnskap om hvordan noen tilnærmer seg og løser matematiske problemer. På denne måten kan oppgavebaserte intervjuer være et godt verktøy for å kunne si noe om noens matematiske kunnskap, samt deres matematiske forståelse (Goldin, 2000, ss. 520, 524). Det var derfor hensiktsmessig for oss å ta i bruk oppgavebaserte intervjuer for å få innsikt i elevenes tallforståelse basert på deres bruk av løsningsstrategier i møte med ulike subtraksjons- og divisjonsoppgaver.

For å kunne stille gode spørsmål var det viktig for oss å velge en grad av struktur på de oppgavebaserte intervjuene, som åpnet for muligheten til å stille utdypende spørsmål for å få frem elevenes refleksjoner og tankemåter rundt strategibruken deres. I likhet med observasjoner, kan også intervjuer deles inn etter grad av struktur: ustrukturerte, semistrukturerte eller strukturerte. Et ustrukturert intervju innebærer at man har et tema som utgangspunkt, men at man er fleksibel i hvilke spørsmål som stilles og rekkefølgen av spørsmålene (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 78). Semistrukturerte intervjuer bærer preg av at spørsmålene er planlagt på forhånd med bakgrunn i bestemte tema, men at man likevel har en grad av fleksibilitet og kan tilpasse ved behov (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 46). Til slutt innebærer strukturerte intervjuer at både tema, spørsmål og deres rekkefølge er fastsatt på forhånd (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 79).

For at vi i størst mulig grad skulle få innsikt i elevenes tallforståelse var vi avhengig av å gjennomføre intervjuer der spørsmålene var forhåndsbestemt slik som i strukturerte intervjuer. Forhåndsbestemte spørsmål ville sørge for at vi kunne benytte oss av de samme subtraksjons- og divisjonsoppgavene for alle elevene. Samtidig var det også viktig for oss å kunne stille elevene oppfølgingsspørsmål, slik at vi kunne gi elevene rom for å utdype og reflektere rundt svarene sine. Vi valgte derfor å benytte oss av en semistrukturert form på intervjuene våre, med forhåndsbestemte spørsmål i form av oppgaver, og mulighet for fleksibilitet med tanke på eventuelle oppfølgingsspørsmål.

For å stille gode spørsmål er det fire stadier som er viktig å ta hensyn til, slik at intervjuprosessen kan gjennomføres på en god måte. I det første stadiet stilles intervjuspørsmålet, og her er det viktig at eleven får tilstrekkelig med tid til å svare. Eventuelle oppfølgingsspørsmål i det første stadiet skal ikke være ledende, men man kan stille spørsmål som «*kan du si noe mer om dette*?». I det neste stadiet kan forsker komme med minimalt veiledende spørsmål, for å hjelpe eleven i gang hvis det er behov. I det tredje stadiet kan man i større grad benytte seg av veiledende oppfølgingsspørsmål hvis elevene fortsatt strever med å svare på spørsmålet. Slike spørsmål kan være «*ser du noen mønstre i strategien som du kan bruke videre?». Det fjerde stadiet innebærer å stille metakognitive spørsmål, for å grave dypere i elevenes tankemåter. Spørsmål som kan stilles her kan være «*kan du forklare hva du tenkte i strategien?*» (Goldin, 2000, s. 523). Vi tok utgangspunkt i de fire overnevnte stadiene når vi utviklet intervjuguiden (se vedlegg 3). For oss var det viktig å være ekstra påpasselig med steg én, der elevene måtte få god tid til å tenke, slik at vi ikke skulle frarøve de egne tanker og løsningsstrategier. Steg fire var også viktig for oss, og vi var nøye med å stille elevene spørsmål som gikk ut på hva de hadde tenkt, og om de kunne løse oppgavene på flere måter.

Det er viktig å registrere informasjonen som kommer frem i intervjuer, slik at det skal være lettere å se tilbake på. Det kan gjøres på ulike måter: ved å notere for hånd, ta videoopptak eller ved hjelp av lydopptak (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 205). Vi benyttet oss av lydopptak for å dokumentere intervjuene, samt at vi alltid hadde mulighet til å gå tilbake å lytte til intervjuene ved behov. Dermed var vi ikke begrenset av eget minne, eller av tolkninger vi hadde gjort, slik vi kunne vært om vi skulle notert det elevene sa underveis i intervjuet. Det er flere faktorer som er viktig å ta hensyn til underveis i et intervju. Blant annet vil det ved lydopptak være viktig å eliminere bakgrunnsstøy, samt sørge for at informantene snakker høyt og tydelig. Bruk av lydopptak vil bidra til at forsker utelukkende kan konsentrere seg om intervjuet, uten å måtte tenke på notater eller liknende. (Kvale & Brinkmann, 2015, ss. 205-206). Intervjuene ble gjennomført på et grupperom, uten for mye bakgrunnsstøy, og vi opplevde derfor ikke støy som et problem når vi hørte gjennom lydopptakene. Vi opplevde derimot at vi ikke hadde vært klar nok på at elevene måtte snakke høyt og tydelig, og vi måtte derfor i enkelte tilfeller høre opptakene flere ganger for å få klarhet i utsagnene.

Lydopptakene gjorde også at vi kunne transkribere direkte hva elevene sa. I transkripsjon av intervjuer blir intervjuet omgjort til skrift og kroppsspråk kan gå tapt (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 205). Det kan derfor argumenteres for at videoopptak ville vært mer hensiktsmessig å ta i bruk for å få med elevenes kroppsspråk. Likevel anså vi innholdet i det som ble sagt som viktigere enn kroppsspråket til elevene. For å motvirke dette noterte vi ned viktige endringer i elevenes kroppsspråk. Vi kan dermed ikke se på intervjuene som den fulle virkeligheten, men heller som et utdrag av den.

3.4.2.1 Gjennomføring av intervju

I forkant av intervjuene gjennomførte vi prøveintervjuer, for å skape et bilde over intervjuprosessen. I prøveintervjuet oppdaget vi at én av oppgavene var for vanskelig, og valgte derfor en annen oppgave. Etter prøveintervjuet valgte vi også å endre rekkefølgen på to av subtraksjonsoppgavene for å få bedre flyt i intervjuet. I tillegg oppdaget vi at vi i flere tilfeller vek fra intervjuguiden i form av for mye veiledning. Ved for mye veiledning ville ikke intervjuene gjenspeile den tallforståelsen som elevene klarer å vise på egenhånd, men ville heller gjenspeile tallforståelsen som elevene klarer å vise ved hjelp fra oss.

Vi gjennomførte som tidligere nevnt oppgavebaserte intervjuer i forkant og i etterkant av en periode på seks uker med tallsnakk. Videre vil vi referere til intervjuene før undervisningsperioden med tallsnakk som *intervju 1*, og intervjuene etter undervisningsperioden som *intervju 2*. Intervjuene ble gjennomført med en elev av gangen, med oss som intervjuere, og hadde en varighet på ca. 10 – 15 minutter. De ble tatt opp ved hjelp av diktafon fra UiO, samtidig som vi noterte ned elevenes strategibruk underveis, slik at vi i ettertid kunne gjøre nøyaktige transkripsjoner for det videre analysearbeidet. Før oppstart av intervjuet ble elevene informert om anonymisering og lagring av datamateriale, samt at vi tok lydopptak av samtalen for å sikre korrekt datamateriale. Under gjennomføringen av intervjuene fikk elevene ingen hjelpemidler utdelt, fordi de utelukkende skulle benytte seg av hoderegning.

I begge intervjuene benyttet vi oss av den samme intervjuguiden (se vedlegg 3), fordi det kunne gi oss mulighet til å sammenlikne tallforståelsen elevene viste i intervju 1 og intervju 2. Det kunne være en risiko å bruke samme intervjuguide i både før- og etterintervjuet da det var en mulighet for at elevene ble å huske oppgavene. Likevel tenkte vi at perioden på seks uker mellom intervjuene var såpass lang, at vi ikke anså det som en hemmende faktor. Vi opplevde heller ikke at elevene kjente igjen oppgavene i intervju 2.

3.4.3 Valg av oppgaver

Oppgaver til både intervjuguiden (se tabell 4), og undervisningsøktene med tallsnakk (se tabell 5) ble valgt for at vi skulle være i stand til å svare på problemstillingen vår, og ble dermed valgt med intensjon om å få innsikt i elevenes tallforståelse. I samråd med læreren valgte vi å fokusere på subtraksjon og divisjon, både fordi de nettopp hadde arbeidet med addisjon og multiplikasjon, og fordi vi anså at det ville være for tidskrevende å ta for oss alle regneartene.

I boken «Making Number talks Matter» (Humphreys & Parker, 2015), deler forfatterne oppgaver som de mener er egnet for bruk i tallsnakk. Det presenteres ulike oppgaver som skal oppfordre til ulik strategibruk. I subtraksjon presenteres for eksempel oppgaver der subtrahenden er nærme en tier, for å oppfordre elevene til å forenkle subtraksjonen ved å justere opp eller ned til nærmeste tier. Eksempler på oppgaver som kan oppfordre til en slik strategibruk er: 13 – 9, 63 – 28 eller 134 – 99 (Humphreys & Parker, 2015, s. 41). Dette gjøres også for divisjon, eksempelvis trekkes halvering frem som en strategi, med tilhørende oppgaver som skal oppfordre til denne strategien. Eksempler på slike oppgaver er: 26 : 4, 128 : 8 og 164 : 16, der det for eksempel skal være enklere for elevene å se at 26 : 4, kan «halveres» til 13 : 2 (Humphreys & Parker, 2015, s. 103).

Vi har hentet inspirasjon fra denne boken i valg av oppgaver til både de oppgavebaserte intervjuene og tallsnakkene. Ideen var at elevene gjennom tallsnakkene skulle få mulighet til å utvide sitt repertoar av løsningsstrategier, og det var derfor viktig for oss å velge oppgaver som lå innenfor de fleste elevenes nærmeste utviklingssone. Dermed måtte oppgavene tilpasses slik at de var utfordrende, men også innenfor rekkevidde, slik at de opplevdes som engasjerende.

Til intervjuguiden for intervju 1 og intervju 2 (se vedlegg 3) valgte vi i utgangspunktet fire subtraksjonsoppgaver og tre divisjonsoppgaver som skulle legge til rette for variert bruk av løsningsstrategier. I intervju 2 valgte vi å legge til ytterligere én divisjonsoppgave. Dette med bakgrunn i at det underveis i perioden med tallsnakk kom frem en misoppfatning i divisjon som læreren forsøkte å oppklare. Vi ønsket derfor å se om noen av elevene fortsatt satt igjen med misoppfatningen etter endt undervisningsperiode. Oppgavene som elevene fikk i intervjuene vises i tabell 4 nedenfor:

Tabell 4: Oversikt over oppgavene i intervjuguiden.

Oppgave	*Regnestykke*	*Oppgave*	*Regnestykke*
1.	63 – 29	5.	69 : 3
2.	134 – 168	6.	64 : 16
3.	89 – 78	7.	84 : 8
4.	1435 – 444	8.	72 : 12 *(kun i intervju 2)*

Til undervisningsøktene med tallsnakk fikk elevene som nevnt tidligere to oppgaver i hver av de seks undervisningsøktene. Elevene fikk til sammen seks subtraksjonsoppgaver og seks divisjonsoppgaver. Også disse oppgavene ble valgt for å tilrettelegge for at elevene skulle kunne variere strategibruken sin. Oppgavene elevene fikk i de ulike undervisningsøktene med tallsnakk vises i tabell 5 nedenfor:

Tabell 5: Oversikt over oppgavene i tallsnakkene.

Regneart	*Regnestykker*	
Subtraksjon	72 – 56	435 – 427
Divisjon	52 : 4	72 : 12
Subtraksjon	81 – 22	1263 – 362
Divisjon	84 : 14	63 : 6
Subtraksjon	175 – 198	1543 – 747
Divisjon	80 : 16	96 : 12

3.4.4 Logg som datainnsamlingsmetode

I tillegg til intervju og observasjon benyttet vi oss av en forskningslogg. En logg brukes for å kunne skrive detaljerte og organiserte notater fra forskningen. I loggen skal tid, sted, setting og forskers rolle komme frem, i tillegg deles gjerne dokumentet i to for beskrivelser og tolkninger. Beskrivelsenes innhold kan variere, og tilpasses forskningsprosjektet (Creswell & Guetterman, 2021, s. 262). Loggen vil dermed fungere som et hjelpemiddel for å dokumentere erfaringer og opplevelser fra hele forskningsprosessen. I tillegg kan forskers subjektivitet belyses gjennom refleksjon rundt forskerens rolle (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 261).

For oss ble loggen et viktig verktøy for å kontinuerlig kunne dokumentere ulike detaljer gjennom forskningsprosessen. Vi noterte ned beskrivelser og refleksjoner omkring ulike hendelser, samt beslutninger vi gjorde underveis. Dette gjorde at vi i ettertid fikk god oversikt over hele forskningsprosessen, ved å se tilbake på begrunnelser av valg og refleksjoner som ble gjort underveis.

3.4.5 Transkripsjon

Rådata fra lyd- eller videoopptak kan bearbeides før dataen analyseres, eksempelvis gjennom transkripsjon (Miles et al., 2014, s. 11). Transkripsjon handler om å konvertere lyden fra et lyd- eller videoopptak om til et skriftlig format, noe som kan gjøres manuelt eller ved hjelp av digitale verktøy (Creswell & Guetterman, 2021, s. 275). Vi transkriberte både videoopptakene fra undervisningsøktene med tallsnakk og lydopptakene fra de oppgavebaserte intervjuene om til tekst. Transkriberingen ble gjort ved hjelp av UiO nettskjema sin funksjon for transkribering, som automatisk genererer en transkribert versjon av lydopptaket. Videre lyttet vi gjennom alle lyd- og videoopptakene, og gjorde endringer der transkriberingen hadde blitt feil. I transkriberingen av begge datatypene foregikk det en anonymisering for å ivareta elevenes og lærerens personvern, ved at elevene fikk tildelt pseudonymer og læreren ble kalt «lærer».

Kvaliteten på transkripsjonen vil avhenge av kunnskapen og erfaringen transkribenten sitter med, og vil i tillegg påvirkes av hvilket detaljnivå det transkriberes på (Miles et al., 2014, s. 71). Gjennom prosessen med å transkribere vil man måtte ta valg om å bevare eller utelukke muntlige småord som «hmm» og «eeh», om man skal markere pauser i teksten, og hvordan man skal håndtere ufullstendige setninger. Når man overfører lyd til tekst, og tar slike detaljvalg kan man miste mye av konteksten rundt den originale situasjonen. En transkribert tekst kan derfor sies å bare være en forenklet versjon av rådataen (Miles et al., 2014, s. 71). Vi valgte å normere det muntlige språket, slik at det transkriberte datamaterialet skulle bli mer lesbart. Dette innebar å utelate alle muntlige småord og små kunstpauser, samt å omformulere kronglete forklaringer. Videre valgte vi å beholde lengere pauser og ufullstendige setninger, da dette muligens kunne være med på å fortelle noe om elevenes tankeprosess. Til slutt lagde vi en bred marg på alt transkribert datamateriale, slik at vi hadde plass til å ta notater i margen.

Gjennom prosessen med å transkribere videoopptakene fra undervisningsøktene opplevde vi at det i noen tilfeller var vanskelig å se hva som ble skrevet på tavlen. Vi bestemte oss derfor for å gjenskape disse tavlene basert på elevenes og lærerens uttalelser. Dette gjorde at vi fikk bedre oversikt over hva som foregikk i klasserommet og hva som kom frem på tavlen, noe som kunne være relevant for den videre analyseprosessen. Likevel må vi ta høyde for at vi kan ha gjort feil i rekonstruksjonen av tavlen, da vi kan ha feiltydet elevutsagn. I tillegg noterte vi ned kroppsspråk, ansiktsuttrykk og liknende som kunne være av betydning i kursiv. Videre bestemte vi oss for å fjerne lengere sekvenser med ikke-faglig innhold, men notere heller ned noen stikkord om hva samtalene handlet om og hvem som deltok i samtalene. Dersom dette i ettertid skulle vise seg å være relevant, kunne vi gå tilbake til videoopptakene og renskrive disse samtalene. Hvordan man beskriver hendelser fra rådata vil baseres på forskers subjektivitet, og slike beskrivelser vil derfor være forskers tolkning av hendelsene (Miles et al., 2014, s. 11). Hvordan vi beskrev kroppsspråk og ansiktsuttrykk eller andre hendelser gjennom vår transkripsjon, vil dermed være farget av vår opplevelse og tolkning av de aktuelle situasjonene.

Fra lydopptakene av de oppgavebaserte intervjuene transkriberte vi både samtalene mellom oss og elevene, samt løsningsstrategiene som elevene brukte på oppgavene. Underveis i intervjuene noterte vi ned kroppsspråk og handlinger elevene foretok seg, eksempelvis om de telte ved hjelp av fingrene. Disse notatene ble skrevet i kursiv i den transkriberte teksten. Dette gjorde at vi lettere kunne forstå hvilke strategier elevene hadde brukt, noe som var viktig for oss i den videre analyseprosessen.

3.5 Analyse

Prosessen ved å analysere og presentere kvalitativt datamateriale kan gjøres på ulike måter, og det finnes flere retningslinjer for hvordan dette kan gjennomføres (Creswell & Guetterman, 2021, s. 274). Hvordan en analyse skal gjennomføres avhenger av datamaterialet, og bør gjøres på en måte som er hensiktsmessig for å oppfylle målet med forskningsprosjektet. Felles for kvalitative analyser er at de innebærer å gå i dybden på et rikt og kontekstspesifikt datamateriale (Cohen et al., 2018, ss. 643-644). Selve analysen begynner allerede i starten av forskningsprosjektet, og er en dynamisk prosess hvor ulike deler av forskningsprosessen påvirker analysen frem til den er ferdig (Gleiss & Sæther, 2021, s. 171).

Med bakgrunn i problemstillingen:

> *På hvilken måte kan undervisningsmetoden tallsnakk påvirke utvikling av tallforståelse hos elever på mellomtrinnet?*

valgte vi å analysere vårt datamateriale ved hjelp av en tematisk analyse. Tematisk analyse er en fleksibel og systematisk prosess for å organisere, analysere og tolke kvalitative data (Braun & Clarke, 2022, ss. 4-5). Vi så fordelen med å velge en fleksibel metode som åpnet for å kunne gjøre vurderinger underveis, da det var uvisst hvilken retning denne forskningsprosessen ville ta. Det var derfor hensiktsmessig å velge en metode som åpnet for muligheten til å gjøre en inngående analyse av datamaterialet, på en systematisk og fleksibel måte.

I oppgaven har vi to ulike typer data, og vi valgte derfor å dele analysen i to etter datatypene. Den første analysedelen baseres på videoopptakene fra undervisningsøktene med tallsnakk, og vi benyttet oss av en induktiv tematisk analyse. Ved å bruke tematisk analyse kunne vi få innsikt i hvordan ulike elementer fra undervisningsøktene med tallsnakk påvirket elevenes bruk av løsningsstrategier. Dette gjorde at vi kunne vurdere på hvilken måte disse elementene fra tallsnakk kunne påvirke utvikling av tallforståelse hos elevene. Den andre analysedelen tar utgangspunkt i lydopptakene fra de oppgavebaserte intervjuene, gjennom en deduktiv tematisk analyse. Den tematiske analysen av intervjuene kunne gi oss innsikt i elevenes tallforståelse i forkant og etterkant av undervisningsperioden. På den måten vil man kunne si noe om elevenes utvikling av tallforståelse gjennom undervisningsperioden med tallsnakk.

3.5.1 Tematisk analyse

Prosessen for tematisk analyse skjer gjennom seks faser (Braun & Clarke, 2022, s. 6): (1) bli kjent med datamaterialet; (2) kode datamaterialet; (3) generere innledende tema; (4) vurdere og videreutvikle tema; (5) definere og navnsette tema, og (6) produsere analyseteksten. Videre forklares det at man med fordel kan se på tematisk analyse som en rekursiv prosess, hvor man som forskere kan bevege seg frem og tilbake mellom fasene etter behov (Braun & Clarke, 2022, s. 35).

Ved å ha en sosialkonstruktivistisk tilnærming til forskningen, vil det ikke være mulig å utelukke subjektivitet gjennom forskningsprosessen (Braun & Clarke, 2022, s. 6). Det har derfor vært viktig for oss å ha en refleksiv tilnærming til denne tematiske analysen. Gjennom en refleksiv tematisk analyse vil subjektivitet utnyttes som en ressurs, med bakgrunn i at kunnskapsgenerering skjer subjektivt og situasjonsbestemt (Braun & Clarke, 2022, ss. 8, 12). Forskere vil ikke kunne være nøytrale informasjonskanaler, men personlige aspekter og tidligere erfaringer vil påvirke forskningen (Braun & Clarke, 2022, ss. 14-15). Som forsker må man derfor være bevisst på hvordan egen rolle, personlige verdier og egen oppfatning av faglitteratur kan påvirke metodiske valg, samt hvordan disse valgene kan ha innflytelse på resten av forskningsprosessen (Braun & Clarke, 2022, ss. 5, 13). Vi som forskere må derfor reflektere over vår forskerpraksis ved å vurdere hvilken effekt vår rolle kan ha hatt på de ulike delene av forskingsprosessen.

En refleksiv tematisk analyse kan gjøres på mange måter avhengig av teoretiske rammer og forskers tilnærming til data (Braun & Clarke, 2022, s. 9). Grovt sett kan man skille mellom en induktiv og en deduktiv tilnærming til analysen, og hvilken retning man tar vil ha betydning for hva forsker legger merke til ved datamaterialet (Braun & Clarke, 2022, ss. 56-57). Som nevnt tidligere har vi gjennomført en todelt analyse.

I den første analysedelen benyttet vi oss av en induktiv tematisk analyse for å analysere videoopptakene av undervisningsøktene med tallsnakk. Dette innebærer at utvikling av koder og tema styres av datainnholdet og at man prøver å finne mening ved dataen (Braun & Clarke, 2022, ss. 10, 56). Likevel vil ikke denne analysedelen være utelukkende induktiv, da forskers subjektivitet vil påvirke hvordan man ser på dataen (Braun & Clarke, 2022, s. 56). En induktiv tematisk analyse produserer gjerne semantiske koder, altså koder som står nær det direkte innholdet eller den åpenbare meningen i datamaterialet (Braun & Clarke, 2022, ss. 10, 57). Vår koding i analysen av videoopptakene vil derfor i stor grad gjenspeile datainnholdet og dermed være empirinær.

I den andre analysedelen tok vi i bruk en deduktiv tematisk analyse for å analysere lydopptakene av de oppgavebaserte intervjuene. En deduktiv analyse formes av allerede eksisterende teori (Braun & Clarke, 2022, ss. 10, 57), og denne analysedelen bar derfor preg av at kodene og temaene ble utviklet for å passe inn i et forhåndsbestemt rammeverk. En deduktiv tematisk analyse medfører ofte latent koding, altså koder som fokuserer på den dypere og mer implisitte meningen av datamaterialet (Braun & Clarke, 2022, ss. 10, 57). Kodingen i denne analysedelen bar derfor preg av at vi som forskere forsøkte å tolke hva elevenes svar kunne tyde på, og vi kan derfor sies å ha utført latent koding.

Videre vil vi beskrive og begrunne fasene i analyseprosessen knyttet til hver av de to analysedelene hver for seg.

3.5.1.1 Tematisk analyse av undervisningsøktene med tallsnakk

For å starte prosessen med å analysere undervisningsøktene med tallsnakk, begynte vi med å transkribere alle videoopptakene om til tekst for å klargjøre datamaterialet for analysering. Allerede under transkriberingen begynte vi å bli kjent med datamaterialet, og vi kan dermed si at vi hadde startet med Brauns og Clarkes (2022, ss. 42-43) første fase for refleksiv tematisk analyse. For å bli enda bedre kjent med datamaterialet leste vi gjennom den transkriberte teksten og så gjennom videoopptakene igjen. I tillegg noterte vi ned eventuelle tanker og ideer for den videre analyseprosessen. Når vi følte oss fortrolig med innholdet i datamaterialet vårt gikk vi videre til fasen for koding.

Koding handler om å finne mønster i et datamateriale ved å utvikle koder og knytte de til potensielt interessante segmenter av dataen. Hver kode som utvikles skal bare ha én betydning, og kodenavnet skal gjenspeile denne betydningen (Braun & Clarke, 2022, s. 53).

For å utvikle koder må forsker tolke og skape mening av datamaterialet, og denne prosessen vil derfor påvirkes av forskers subjektivitet (Braun & Clarke, 2022, s. 55). Vi begynte med åpen koding hver for oss, slik at vi kunne tilegne oss vår egen forståelse for datamaterialet før vi diskuterte sammen. Individuell koding av to forskere kan bidra til en samlet sett rikere innsikt i datamaterialet, men er ikke nødvendigvis avgjørende for å lykkes med kodingen (Braun & Clarke, 2022, s. 55).

Den første runden med koding foregikk på papir, og vi kodet alt som kunne være av betydning, da vi ikke visste hvilken retning analysen ville ta. Etter å ha kodet hver for oss, gikk vi gjennom datamaterialet sammen for å diskuterte kodene og de tilhørende datasegmentene. Vi oppdaget at vi hadde utviklet flere liknende koder, som vi slo sammen under felles kodenavn. I tillegg hadde vi noen ulike koder, som vi tok med oss videre i prosessen. Det neste steget var å kode datamaterialet sammen, denne gangen ved bruk av analyseverktøyet NVivo. Vi oppdaget at enkelte koder hadde for bred betydning, og delte derfor disse opp i flere koder. Ved bruk av NVivo kunne vi lettere dele opp koder, legge til nye koder eller endre navn på allerede eksisterende koder. Tabell 6 viser noen av kodene og eksempel på tilhørende datasegmenter.

Tabell 6: Eksempler på koder med tilhørende datasegmenter.

Kode	**Datasegmenter**
Elev deler strategi	*Jeg tok 14 + 14, det blir 28, så tok jeg 28 + 28 som blir 56, så tok jeg 56 + 14, det blir 70, så tok jeg 70 + 14, og det blir 84. Så svaret blir 6.*
Faglig innspill fra medelev	*Når hun fikk 24, da tok hun 8 • 3.*
	Da blir det 5 : 1.
Lærer ber om faglig forklaring	*Men jeg vil gjerne høre hva du har tenkt likevel.*
	Kan du prøve å forklare hva du tenkte når du fikk 1101?
Lærer påpeker sammenheng med annen strategi	*Jeg liker at dere egentlig har tenkt akkurat motsatt av hverandre. Du har liksom tenkt oppover med ganging, og du har telt deg nedover med deling.*

Med utgangspunkt i kodene kunne vi begynne å diskutere potensielle tema. Et tema skal inneholde all data som kan kobles rundt den samme ideen, og prosessen mot å generere innledende tema innebærer å se etter mønster i datamaterialet (Braun & Clarke, 2022, ss. 76-77). Vi samlet alle kodene rundt sentrale ideer, og utviklet dermed våre opprinnelige tema. I denne prosessen ønsket vi å få med flest mulig av kodene, samt det tilhørende datamaterialet, og brukte derfor mye tid på å snakke om hva kodene innebar slik at vi kunne plassere de innenfor et tema.

Vi gikk videre til å vurdere og videreutvikle temaene ved å diskutere hvert tema og tilhørende data. Denne fasen handler om å undersøke hvorvidt hvert tema har et betydningsfullt mønster, samt om det er disse temaene du ønsker å diskutere for å besvare problemstillingen din (Braun & Clarke, 2022, s. 98). I diskusjonen av hvert tema oppdaget vi at noen av temaene ikke hadde klare grenser, og at vi kunne se enkelte overlappinger. Vi var enige om at de opprinnelige temaene derfor ikke fungerte godt nok, og bestemte oss for å utvikle nye temaer. I den andre runden av temautviklingen diskuterte vi igjen betydningen og innholdet i hver kode, og var denne gangen mer åpen for å utelate noen av kodene. Vi utviklet nye temaer ved å samle kodene basert på andre sentrale ideer enn de vi opprinnelig hadde brukt. Når vi var enige om klare grenser for de nye temaene, gikk vi videre til å definere og navnsette disse.

Prosessen med å definere og navnsette tema handler om å finne strukturen i analysen ved å avgrense hvert tema gjennom en skriftlig tema-definisjon og et passende navn (Braun & Clarke, 2022, ss. 108, 112). Vi skrev en definisjon og navnsatte hvert tema med hensikt om å tydeliggjøre og avgrense temaene. Denne fasen ble ikke ferdigstilt før underveis i den siste fasen, altså under produksjonen av analyseteksten. Til slutt endte vi opp med 14 koder, fordelt på tre temaer, som presenteres i kapittel 4.1 *Analyse av undervisningsøktene med tallsnakk*.

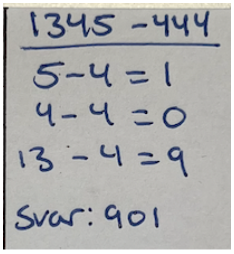
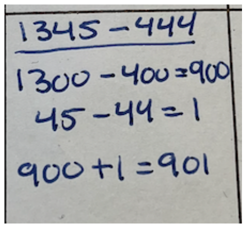
3.5.1.2 Tematisk analyse av de oppgavebaserte intervjuene

I analysedelen av lydopptakene hadde vi en litt annen vinkling enn i analysen av videoopptakene. Hensikten med å analysere lydopptakene var å si noe om elevenes tallforståelse i for- og etterkant av undervisningsperioden med tallsnakk, slik at vi kunne se om det hadde skjedd en utvikling av tallforståelse. Det var derfor hensiktsmessig å analysere lydopptakene for seg selv.

Lydopptakene ble analysert ved hjelp av en deduktiv tematisk analyse, med utgangspunkt i McIntosh et als. (1992, ss. 4-5) rammeverk for tallforståelse. Vi fulgte dermed igjen Braun og

Clarke (2022, s. 6) sine seks faser for tematisk analyse som vi presenterte i kapittel 3.5.1 *Tematisk analyse*. Etter å ha blitt godt kjent med datamaterialet vårt, gikk vi videre til å kode alle elevenes løsningsstrategier for både intervju 1 og intervju 2 parallelt. Kodingen ble gjennomført ved hjelp av en tabell, hvor vi la inn elevenes løsningsstrategier fra både intervju 1 og intervju 2 i hver sine kolonner, og skrev inn koder og eventuelle andre tanker ved siden av. Et eksempel på dette vises i tabell 7.

Tabell 7: Eksempel på koding av intervju.

Intervju 1	Koder	Intervju 2	Koder
	- Kontroll på plassverdi - Forståelse subtraksjon - Strategi: mental bruk av standard algoritme - Bruker strategi korrekt		- Kontroll på plassverdi - Dekomponerer - Forståelse subtraksjon - Strategi: dekomponerende - Bruker strategi korrekt

Kodene baserte seg på hva elevene gjorde i hver løsningsstrategi, og en løsningsstrategi fikk derfor flere koder. Eksempelvis kunne en løsningsstrategi få kodene *kontroll på plassverdi, dekomponerer* og *sammenheng divisjon/multiplikasjon.* Etter å ha kodet løsningsstrategiene begynte vi å plassere kodene innenfor de ulike komponentene fra McIntosh et als. (1992, ss. 4-5) rammeverk for tallforståelse, som skulle være vårt utgangspunkt for temaer. I denne prosessen oppdaget vi at flere av komponentene for tallforståelse ikke var aktuelle for spørsmålene og oppgavene elevene hadde besvart under intervjuene. Disse komponentene var dermed ikke aktuelle for den videre analysen, og vi endte derfor opp med å revidere rammeverket. Dette resulterte i at vi utelukket 4 av komponentene fra McIntosh et als. (1992, ss. 4-5) rammeverk for tallforståelse:

Komponenten *forståelse av talls relative og absolutte størrelse,* ble utelukket fordi vi ikke i noen tilfeller ba elevene reflektere over tallenes størrelser. Videre så vi oss nødt til å se bort fra *forståelse av forholdet mellom problemets kontekst og de nødvendige regneoperasjonene,* da elevene ikke fikk presentert noe kontekst rundt oppgavene. Komponenten *utnytte effektive metoder og representasjoner,* var heller ikke aktuell for oss da elevene ikke fikk anledning til å benytte seg av andre beregningsmetoder enn hoderegning, samt at vi ikke fokuserte på effektiviteten av elevenes løsninger. Til slutt utelukket vi *reflektere over og gjennomgå svar.*

Refleksjon er noe som ofte foregår mentalt, og med bakgrunn i at elevene ikke fikk direkte spørsmål om å reflektere over løsningene sine, ble det vanskelig for oss å vurdere hvorvidt elevene reflekterte underveis på egenhånd.

I tillegg reviderte vi tre av McIntosh et als. (1992, ss. 4-5) komponenter for tallforståelse for å passe bedre til vår forskning. For komponenten *egne referansepunkter* var ikke delen om personlige referanser relevant for oppgavene vi ga elevene, og denne ble derfor byttet ut med *matematiske referansepunkter. Matematiske referansepunkter* handler om å kunne anvende numeriske referansepunkter når man tilnærmer seg matematiske problemer, og på den måten vil man kunne løse problemer med utgangspunkt i noe man har kunnskap om fra før. Videre ble *forståelsen av effekten av ulike regneoperasjoner* delt opp til *forståelse av effekten av subtraksjon* og *forståelse av effekten av divisjon* da subtraksjon og divisjon var de to regneartene vi valgte å fokusere på. Til slutt ble komponenten *bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes* spesifisert til å gjelde for subtraksjon og divisjon ved å skille mellom *bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for subtraksjon* og *bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for divisjon.*

Til slutt sto vi igjen med følgende deler av McIntosh et als. (1992, ss. 4-5) rammeverk for tallforståelse som utgangspunkt for vår videre analyse av lydopptakene (tabell 8):

Tabell 8: Rammeverk for tallforståelse (McIntosh et al., 1992, s.4) – revidert versjon.

Kunnskap om tall	Tallsystemet
	Ulike representasjoner av tall
	Matematiske referansepunkter
Kunnskap om regneoperasjoner	Forståelse av effekten av subtraksjon
	Forståelse av effekten av divisjon
	Forståelse av ulike matematiske egenskaper
	Forståelse av sammenhengen mellom ulike regneoperasjoner

Bruken av kunnskapen om tall og regneoperasjoner i beregninger	Bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for subtraksjon
	Bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for divisjon

Temaene våre ble bestemt til å være komponentene av tallforståelse (kolonne 2 i tabell 8), og vi kunne nå plassere kodene våre innenfor disse temaene. Eksempelvis ble koden *dekomponerer* plassert innenfor *ulike representasjoner av tall,* og koden *misoppfatning divisjon* ble plassert innenfor *forståelsen av effekten av divisjon.*

Videre brukte vi kodingen vi hadde gjennomført tidligere i sammenheng med det reviderte rammeverket fra McIntosh et al. (1992) for å vurdere elevenes tallforståelse. Kodene fortalte oss hvilken forståelse elevene viste for hver oppgave, og ved å samle kodene innenfor hver komponent kunne vi si noe om elevenes totale tallforståelse på det aktuelle området. I første omgang vurderte vi elevenes tallforståelse i intervju 1 og intervju 2 hver for seg, før vi sammenliknet forståelsen i intervjuene for å se etter en eventuell utvikling. For å lettere kunne vurdere utvikling i elevenes tallforståelse, satte vi opp en tabell med beskrivelse av elevenes forståelse for hver komponent for intervju 1 og intervju 2. Disse tabellene presenteres i kapittel 4.2 *Analyse av elevenes utvikling av tallforståelse.*

3.6 Vurdering av studiens kvalitet

For å vurdere kvaliteten på forskningsarbeidet er det vanlig å reflektere over styrker og begrensninger ved forskningsdesignet og gjennomføringen av forskingsprosessen. Denne refleksjonen baseres på kjennetegn for god forskning, og er vanlig å gjøre gjennom begrepene *reliabilitet* og *validitet*. Disse begrepene ble utviklet innenfor den positivistiske vitenskapstradisjonen (Gleiss & Sæther, 2021, ss. 201-202). Hva som kjennetegner god forskning, vil imidlertid variere fra ulike vitenskapsteoretiske tradisjoner, da de har ulike antakelser som må tas hensyn til i kvalitetsvurdering av et forskningsarbeid. Kjennetegn på god forskning som er utviklet innenfor et perspektiv, er derfor ikke ifølge Lincoln og Guba (1985, s. 293) egnet for å vurdere forskning som er gjennomført fra et annet perspektiv.

Med bakgrunn i dette foreslår Lincoln og Guba (1985, s. 300) et begrepsapparat tilpasset vitenskapstradisjoner med antakelser om flere virkeligheter. Dette begrepsapparatet skal være et alternativ til positivismes reliabilitet, indre validitet og ytre validitet: *pålitelighet, troverdighet* og *overførbarhet.* Som nevn tidligere, følger vi den sosialkonstruktivistiske vitenskapstradisjonen, og kvaliteten på dette forskningsarbeidet vil derfor diskuteres gjennom begrepene *pålitelighet, troverdighet* og *overførbarhet.*

3.6.1 Pålitelighet

Pålitelighet handler om kvaliteten på hele forskningsprosessen, og om man kan stole på funnene og resultatene som presenteres. En forsker må derfor vise hvordan forskningsprosessen er gjennomført, samt bakgrunnen for funn og resultater, slik at andre kan vurdere valgene som er tatt (Lincoln & Guba, 1985, ss. 317-318).

For å styrke påliteligheten til vår studie har vi gjennom metodedelen gjort rede for hvordan forskningsprosessen har foregått, samt bakgrunnen for valgene vi har tatt. Vi har begrunnet valg av forskningsdesign og datainnsamlingsmetoder med bakgrunn i problemstillingen og studiens vitenskapteoretiske forankring. Videre har vi gjort rede for hvordan utvalget og datainnsamlingen har foregått, samt hvordan vi har valgt oppgaver til de oppgavebaserte intervjuene og undervisningsøktene. I tillegg har vi forsøkt å være så transparent som mulig i beskrivelsen av analyseprosessen, slik at leseren kan få detaljert innsikt i hvordan analysen har foregått. I presentasjonen av funnene våre har vi begrunnet funnene med direkte utdrag fra datamaterialet vårt, samt vært nøye på å skille mellom beskrivelser og tolkninger.

Som forskere innenfor den sosialkonstruktivistiske vitenskapstradisjonen, anser vi vår subjektivitet som uunngåelig, og heller som et verdifullt element i forskningsprosessen. Som nevnt tidligere i metodedelen har vi ført en forskningslogg gjennom hele forskingsprosessen. Denne loggen har gitt oss mulighet til å reflektere rundt vår subjektivitet i forbindelse med ulike metodiske valg. Valgene og vurderingene vi har gjort har vært basert på vår kunnskap og erfaringer som masterstudenter. Dersom vi hadde gjennomført forskningen på nytt, ville nok noen av vurderingene sett annerledes ut, da vi nå sitter med enda mer kunnskap og erfaring etter å ha gjennomført denne forskningsprosessen.

3.6.2 Troverdighet

Troverdighet innebærer å vurdere hvorvidt forskningsresultatene er gyldige med bakgrunn i gjennomførte undersøkelser, samt om de stemmer overens med deltakerens virkelighet (Lincoln & Guba, 1985, s. 296). For vår del vil dette handle om hvorvidt vår vurdering av elevenes tallforståelse faktisk stemmer med det elevene viste gjennom hoderegning i tallsnakkene og intervjuene.

Det er flere grep forskeren kan ta for å sannsynliggjøre fremstillingen av troverdige funn (Lincoln & Guba, 1985, s. 301). Dersom forskeren investerer tid i forskningsfeltet, vil dette kunne bygge tillit mellom forsker og deltaker, samt at forsker vil få større kjennskap til konteksten og dermed kunne gå mer i dybden (Lincoln & Guba, 1985, ss. 301-302). Vi valgte å besøke klassen flere ganger før vi startet datainnsamlingen, samt at vi var til stede under alle undervisningsøktene som studien tar utgangspunkt i. Dette bidro til at elevene ble kjent med oss slik at vi fikk bygd opp en tillit, samt at vi ble veldig godt kjent med konteksten for vårt forskningsarbeid.

Gjennom forskningsprosessen samlet vi inn data ved hjelp av intervju og observasjon. Ved å benytte seg av flere datainnsamlingsmetoder gjennomfører man det som kalles en metodetriangulering, som gjør at man kan sammenlikne data fra ulike kilder (Lincoln & Guba, 1985, ss. 305-306). Selv om vi samlet inn data ved hjelp av både intervju og observasjon, ønsker vi å påpeke at vi hadde litt ulike fokusområder for de to datainnsamlingsmetodene. Under intervjuene var det elevenes tallforståelse som stod i fokus, mens for observasjonene var fokusområdet på innholdet i undervisningsøktene. Vi vil likevel argumentere for at vi har gjort en form for metodetriangulering, da funnene fra intervjuene og observasjonene brukes for å støtte opp under hverandre gjennom diskusjonsdelen.

Gjennom intervjuene og observasjonene benyttet vi oss av video- og lydopptak, noe som gjorde at vi kunne høre elevenes matematiske forklaringer flere ganger. Under intervjuene stilte vi oppfølgingsspørsmål til elevenes beregninger for å sikre at vi hadde forstått elevenes forklaringer. Ved å kontrollere våre tolkninger av elevforklaringer med elevene selv, kan vi sies å ha gjennomført en deltakervalidering. En deltakervalidering innebærer å kontrollere data og tolkninger med forskningsdeltakerne som dataen ble innhentet fra. Dette medfører at forskningsdeltakerne får mulighet til å rette opp i eventuelle feil og mistolkninger, samt legge til elementer som mangler (Lincoln & Guba, 1985, s. 314). Deltakervalideringen av elevenes forklaringer bidro til at vår tolkning av elevenes beregninger i større grad gjenspeilet det elevene faktisk tenkte. Dette gjorde at vurderingen vår av elevenes tallforståelse kunne baseres på presise data.

3.6.3 Overførbarhet

Overførbarhet handler om å bedømme i hvilken grad forskningsresultatene kan overføres til andre, liknende, kontekster. For å vurdere om en slik overføring er mulig, må man både ha kjennskap til konteksten det skal overføres fra og den konteksten det skal overføres til. Dette medfører at vurdering av overførbarhet ikke kan tas av forsker, da forsker kun har kjennskap til konteksten det overføres fra (Lincoln & Guba, 1985, s. 297). Forskerens ansvar er derfor å beskrive forskningsprosessen og konteksten så grundig at leseren selv kan vurdere og begrunne graden av overførbarhet (Lincoln & Guba, 1985, s. 298).

For å legge til rette for vurdering av hvorvidt forskningsresultatene er overførbare til andre kontekster, har vi etterstrebet å gjøre hele forskningsprosessen så transparent som mulig. Vi har forsøkt å gi tykke beskrivelser av forskningens kontekst, og gjennom metodedelen har vi diskutert og begrunnet alle valg vi har tatt. I presentasjonen av funnene vil vi gi rike beskrivelser, slik at leseren skal få dyp innsikt i grunnlaget for funnene og den videre diskusjonen. Disse beskrivelsene og begrunnelsene er fremstilt med et mål om å gjøre forskningen vår gjennomsiktig, slik at leseren skal forstå bakgrunnen for funnene og resultatene våre, og dermed kunne gjøre en vurdering av forskningens overførbarhet.

3.7 Forskningsetiske hensyn

Forskningsetikkloven §1 (2017) krever at all forskning gjennomføres etter anerkjente forskningsetiske normer. For å sikre forsvarligheten til forskningen vår, har vi gjennom hele forskningsprosessen fulgt de forskningsetiske retningslinjene fra den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH).

Forskning som innebærer deltakelse av mennesker må innhente informert samtykke fra deltakerne (NESH, 2021, s. 18). Et informert samtykke innebærer et samtykke til å delta i forskningen med bakgrunn i informasjon om forskningsprosjektet. Denne informasjonen må tydeliggjøre forskningens formål, forklare hvordan opplysninger vil innhentes, brukes og oppbevares, samt premisser for anonymisering og konfidensialitet (NESH, 2021, s. 19). Videre må samtykket være frivillig, og deltakerne skal ha rett til å trekke seg fra forskningsprosjektet til enhver tid (NESH, 2021, s. 20). Dersom forskningen skal gjennomføres på barn må samtykket til deltakelse innhentes fra foresatte, samt at barna selv må ønske å delta (NESH, 2021, s. 22).

For å sikre at vi fylte kravene for behandling av personopplysninger og at prosjektet var i tråd med gjeldende lovverk, meldte vi forskningsprosjektet vårt inn til Sikt. Da vi skulle gjøre videoopptak av klasseromsundervisning var Sikt spesielt opptatt av at vi måtte finne et godt tiltak for å hindre stigmatisering av elevene som avsto fra deltakelse. En løsning på dette ble at elevene som samtykket ble tatt med på et annet klasserom for undervisning med videoopptak, mens elevene som ikke samtykket ble igjen på klasserommet og fikk tilsvarende undervisning der.

Etter å ha fått godkjenning fra Sikt sendte vi ut informasjonsskriv og samtykkeskjema til elevenes foresatte for å ivareta ansvaret vårt om å informere og samle inn samtykke fra deltakerne. Underveis i hele forskningsprosessen ble deltakerne fortløpende anonymisert ved at de fikk tildelt pseudonymer. Datamaterialet ble oppbevart digitalt og delt mellom oss som forskere, med flerfaktorautentisering og adgangsbegrensninger som sikrende tiltak.

4 Analyse og funn

I dette kapitlet skal vi presentere resultatene av de to analysedelene, samt funnene for denne studien med bakgrunn i problemstillingen vår:

> *På hvilken måte kan undervisningsmetoden tallsnakk påvirke utvikling av tallforståelse hos elever på mellomtrinnet?*

Vi vil først legge frem resultatene fra analysen av undervisingsøktene med tallsnakk og analysen av de oppgavebaserte intervjuene. Disse delene anser vi ikke direkte som studiens funn, men vil sett i sammenheng med hverandre danne grunnlaget for studiens funn. Videre vil vi derfor se på sammenhenger mellom undervisning med tallsnakk og elevenes utvikling av tallforståelse når vi presenterer det vi anser som våre funn i denne studien.

4.1 Analyse av undervisningsøktene med tallsnakk

Undervisningsøktene med tallsnakk ble analysert med mål om å få innsikt i hvordan ulike elementer fra tallsnakk påvirket elevenes bruk av løsningsstrategier. Dette gjorde at vi i kapittel 4.3 *Funn av sammenhenger mellom tallsnakk og utvikling av tallforståelse*, kunne vurdere på hvilken måte disse elementene kunne påvirke utvikling av tallforståelse hos elevene. Den tematiske analysen gjort på videoopptakene av undervisningsøktene med tallsnakk resulterte i 14 koder som ble fordelt på tre temaer. Temaene, avgrensninger av temaene og tilhørende koder, presenteres i tabell 9 nedenfor.

Tabell 9: Oversikt over tema fra analysen av undervisningsøktene, med avgrensninger og tilhørende koder.

Tema	Avgrensning av tema	Tilhørende koder
Strategideling	Inkluderer tenketiden før strategidelingen, selve strategidelingen, samt faglig diskusjon rundt løsningsstrategiene som deles av elevene og læreren. Ekskluderer all diskusjon rundt misoppfatninger.	Elev deler strategi
		Lærer deler strategi
		Lærer oppklarer elevinnspill
		Lærer ber om faglig forklaring
		Sammenhenger mellom strategier
		Tenketid
		Oppfordre til å reflektere over strategier

Ufullstendig oppklaring av misoppfatninger	Inkluderer avdekking og diskusjon av misoppfatninger som ikke blir fullstendig oppklart.	Uklar forklaring fra elev
		Uklar forklaring fra lærer
		Ufullstendig oppklaring av misoppfatning
		Forvirret elev
Oppklaring av misoppfatninger	Inkluderer avdekking og all diskusjon av misoppfatninger som bidrar til oppklaring av disse.	Oppklarende forklaring fra lærer
		Forklarende eksempel
		Elev forklarer til medelev

Fra videoopptakene av undervisningsøktene med tallsnakk kom det frem at *strategideling*, *ufullstendig oppklaring av misoppfatninger* og *oppklaring av misoppfatninger* var sentrale elementer som påvirket elevenes bruk av løsningsstrategier.

Strategideling innebar at elevene fikk tid til å løse en hoderegningsoppgave mentalt, før de delte løsningsstrategiene sine med resten av elevgruppen. I tillegg til at elevene delte sine løsningsstrategier, opplevde vi at læreren i enkelte tilfeller delte strategier. Underveis i strategidelingen oppsto det klasseromssamtaler som åpnet opp for faglige innspill, diskusjon og refleksjon omring de ulike løsningsstrategiene. Strategidelingen som skjedde i tallsnakkene, førte til at elevene fikk tilgang på hverandres tanker og ideer. Dette gjorde at elevene fikk mulighet til å utvide repertoaret sitt av løsningsstrategier, noe som påvirket elevenes bruk av løsningsstrategier ved at de kunne ta i bruk flere ulike strategier.

Ufullstendige oppklaringer av misoppfatninger påvirket også elevenes bruk av løsningsstrategier. Både i tallsnakkene med subtraksjon og divisjon opplevde vi at elevene i enkelte tilfeller delte løsningsstrategier som grunnet i ulike misoppfatninger. Vi opplevde at læreren kun korrigerte feilene som misoppfatningene førte med seg, heller enn å tilstrekkelig oppklare misoppfatningene. Videre opplevde vi at elevene som et resultat av dette ikke var klar over at de hadde en misoppfatning, og at de dermed fortsatte å benytte seg av ukorrekte løsningsstrategier.

Det siste elementet fra tallsnakk som vi opplevde at påvirket elevenes bruk av løsningsstrategier var *oppklaringer av misoppfatninger*. I tilfeller hvor læreren benyttet seg av muligheten til å diskutere misoppfatninger som dukket opp, opplevde vi at elevene fikk læringsutbytte av det. Dette førte til at elevenes misoppfatninger ble oppklart, og at elevene dermed kvittet seg med de ukorrekte løsningsstrategiene.

Strategideling, *ufullstendig oppklaring av misoppfatninger* og *oppklaring av misoppfatninger* vil senere være vårt utgangspunkt, når vi i kapittel 4.3 *Funn av sammenhenger mellom tallsnakk og utvikling av tallforståelse* skal se undervisningsmetoden tallsnakk i sammenheng med utvikling av tallforståelse. I presentasjon av funnene vil vi i enda større grad beskrive og gå i dybden på disse tre temaene, samt legge frem flere datautdrag.

4.2 Analyse av elevenes utvikling av tallforståelse

I denne delen skal vi presentere funnene våre fra lydopptakene av de oppgavebaserte intervjuene. Vi har valgt å presentere elevenes tallforståelse i en tabell, der vi under tabellene vil gi en beskrivelse av utviklingen i elevenes tallforståelse. Tabellen er delt opp etter vår reviderte versjon av McIntosh et als. (1992, ss. 4-5) rammeverk for tallforståelse som vi presenterte i kapittel 3.5.1.2 *Tematisk analyse av de oppgavebaserte intervjuene.* Tabellen beskriver elevenes tallforståelse innenfor hver av komponentene av tallforståelse på intervju 1 og intervju 2 i hver sin kolonne.

Vi vil forsøke å beskrive tallforståelsen for tre av elevene: Guro, Oda og Sondre. Vi ønsker å påpeke at vi ikke presenterer en objektiv vurdering av elevenes tallforståelse, men at det som presenteres nedenfor heller er et forsøk på å beskrive tallforståelsen som elevene klarte å vise til oss i det øyeblikket. Elevene som presenteres nedenfor, Guro, Oda og Sondre, kan sies å danne et fullstendig bilde av elevgruppens tallforståelse, da det ikke ville kommet frem noe nytt ved å også presentere tallforståelsen til de tre gjenværende elevene.

4.2.1 Guros utvikling av tallforståelse

Tabell 10: Oversikt over Guros utvikling av tallforståelse.

	Intervju 1 – før tallsnakk	**Intervju 2 – etter tallsnakk**
Kunnskap om tall	Delvis forståelse for tallsystemet	Forståelse for tallsystemet.
	Brukte ulike representasjoner av tall i enkelte oppgaver.	Brukte ulike representasjoner av tall i enda større grad.
	Ingen bruk av matematiske referansepunkter.	Noe bruk av matematiske referansepunkter.
Kunnskap om regne-operasjoner	Delvis forståelse for effekten av subtraksjon.	Forståelse for effekten av subtraksjon.
	Forståelse for effekten av divisjon.	Forståelse for effekten av divisjon.
	Brukte sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon.	Brukte sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon.
	Brukte ingen matematiske lover.	Brukte distributiv lov.
Bruken av kunnskap om tall og regne-operasjoner i beregninger	Bevissthet om at flere løsnings-strategier finnes for subtraksjon, men brukte ikke alle løsningsstrategiene korrekt.	Større bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for subtraksjon, og brukte i større grad løsningsstrategiene korrekt.
	Bevissthet om at flere løsnings-strategier finnes for divisjon, men evnet ikke å løse oppgavene på flere måter.	Større bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for divisjon.

Kunnskap om tall

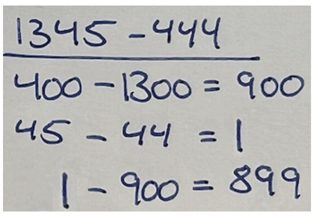
I intervju 1 viste eleven delvis forståelse for tallsystemet. Eleven hadde god kontroll på plassverdisystemet og så sammenhengen mellom tall og siffer, men viste ikke bevissthet rundt tallsystemet under null. I beregninger som 20 – 53, og 89 – 900, fikk eleven henholdsvis svarene 33 og 811. Eleven regnet utelukkende med positive tall, og klarte dermed ikke å vise oss forståelse for tallsystemet under null. Dette kan også hatt sammenheng med at eleven alltid subtraherer det minste tallet fra det største, noe vi kommer tilbake til under kunnskap om regneoperasjoner. I intervju 2 viste eleven forståelse for hele tallsystemet, også for tall under null. Eleven beregnet ikke lengre utelukkende med positive tall, men fikk negativt svar der oppgaven tilsa det.

I intervju 1 brukte eleven ulike representasjoner av tall i enkelte oppgaver. Eksempelvis så eleven at 23 + 23 + 23 tilsvarte 23 • 3, og dekomponerte 444 til 400 + 44. I intervju 2 fortsatte eleven å bruke ulike representasjoner av tall, men oftere og på flere ulike måter enn tidligere. For eksempel ble 29 dekomponert som både 3 + 6 + 20 og 6 + 3 + 20.

I intervju 1 viste eleven ingen bruk av matematiske referansepunkter. I intervju 2 brukte eleven egne referansepunkter i enkelte oppgaver, eksempelvis ved å vite at 3 • 10 = 30, kunne eleven bruke dette videre til å beregne 3 • 20 = 60.

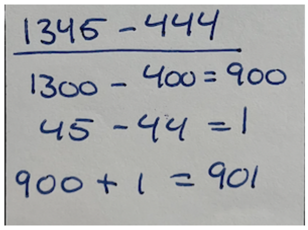
Kunnskap om regneoperasjoner

I intervju 1 subtraherte eleven konsekvent det minste tallet fra det største, uansett hva oppgaven tilsa. I tillegg snudde eleven subtraksjonene i samtlige oppgaver ved å bytte om på minuenden og subtrahenden. Det kunne virke som at eleven hadde en misoppfatning om at man alltid skal ta det største tallet minus det minste tallet, og at det derfor er vilkårlig hvilken rekkefølge man sa subtraksjonen i. Eksempelvis fikk eleven oppgaven 1345 – 444 (bilde 3), og begynte med å ta 400 – 1300 = 900. Her så vi at eleven snudde subtraksjonen, men beregnet likevel det største tallet minus det minste. Eleven beregnet videre 45 – 44 og fikk 1, før hun til slutt trakk 900 fra 1. Det virket som at eleven snudde vilkårlig om på minuend og subtrahend, men beregnet likevel alltid differansen mellom det største og det minste tallet. Gjennom hele intervju 2 viste eleven forståelse for effekten av subtraksjon, og gjorde korrekte beregninger.



Bilde 3: Guros løsningsstrategi for oppgaven 1345 – 444 i intervju 1.

Eleven fikk igjen presentert oppgaven 1345 – 444 (bilde 4) og beregnet 1300 – 400 = 900. Eleven snudde ikke om på subtraksjonen, men viste forståelse for forskjellen mellom minuend og subtrahend. I en annen oppgave beregnet eleven 100 – 134 = -34. Her kunne vi se at eleven ikke lengere subtraherte det minste tallet fra det største, men at eleven nå forsto at subtraksjon innebærer å trekke subtrahenden fra minuenden.



Bilde 4: Guros løsningsstrategi for oppgaven 1345 – 444 i intervju 2.

I både intervju 1 og intervju 2 viste eleven forståelse for effekten av divisjon og for sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon. I intervju 2 benyttet eleven seg i tillegg av distributiv lov ved å se at 20 • 3 og 3 • 3 er det samme som 23 • 3.

Bruken av kunnskap om tall og regneoperasjoner i beregninger

Gjennom subtraksjonsoppgavene i intervju 1 og intervju 2 benyttet eleven seg av strategiene *sekvensiell, dekomponerende, kombinerende* og *kompenserende* subtraksjon, og viste derfor bevissthet om flere løsningsstrategier for subtraksjon. I intervju 1 klarte ikke eleven å finne flere løsningsstrategier for hver oppgave, og klarte ikke nødvendigvis å bruke alle løsningsstrategiene korrekt. I oppgaven 1345 – 444 som vist tidligere, begynte eleven med å ta 400 – 1300, for så å subtrahere 44 fra 45. Til slutt subtraherte eleven seg frem til 899, i stedet for å addere 900 + 1, noe som bidro til feil svar. I intervju 2 klarte eleven i større grad å bruke flere løsningsstrategier for hver oppgave, og brukte løsningsstrategiene korrekt. I oppgaven 1345 – 444 tok eleven 1300 – 400 for så å subtrahere 45 – 44, videre adderte eleven 900 + 1, og fikk riktig svar.

Gjennom divisjonsoppgavene i intervju 1 viste eleven bevissthet om flere løsningsstrategier for divisjon ved å benytte seg av både *distributiv* strategi og strategien *bygge opp*, men klarte ikke å løse oppgavene på flere måter. I intervju 2 viste eleven enda større bevissthet om flere løsningsstrategier for divisjon, og klarte på en oppgave å bruke flere løsningsstrategier. I tillegg til løsningsstrategiene fra intervju 1, brukte eleven halvering som strategi ved å halvere 84 : 8 til 42 : 4 og 21 : 2.

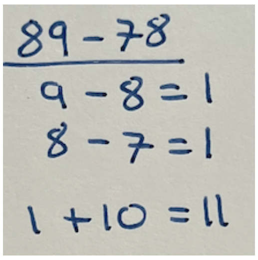
4.2.2 Odas utvikling av tallforståelse

Tabell 11: Oversikt over Odas utvikling av tallforståelse.

	Intervju 1 – før tallsnakk	**Intervju 2 – etter tallsnakk**
Kunnskap om tall	Forståelse for tallsystemet.	Forståelse for tallsystemet.
	Brukte ulike representasjoner av tall i samtlige oppgaver.	Brukte ulike representasjoner av tall i samtlige oppgaver.
	Noe bruk av matematiske referansepunkter.	Noe bruk av matematiske referansepunkter.
Kunnskap om regne-operasjoner	Delvis forståelse for effekten av subtraksjon.	Forståelse for effekten av subtraksjon.
	Delvis forståelse for effekten av divisjon.	Forståelse for effekten av divisjon.
	Brukte ingen matematiske sammenhenger.	Brukte sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon, samt subtraksjon og addisjon.
	Brukte ingen matematiske lover.	Brukte distributiv lov.
Bruken av kunnskap om tall og regne-operasjoner i beregninger	Bevissthet om at flere løsnings-strategier finnes for subtraksjon, og evnet å løse noen av oppgavene på flere måter.	Større bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for subtraksjon, og løste samtlige oppgaver på flere måter.
	Bevissthet om at flere løsnings-strategier finnes for divisjon, og løste noen av oppgavene på flere måter.	Større bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for divisjon, og løste flere av oppgavene på flere måter.

Kunnskap om tall

Eleven viste forståelse for tallsystemet i begge intervjuene ved å beherske plassverdisystemet gjennom å skille mellom tall og siffer i beregninger. Eksempelvis (bilde 5) løste eleven oppgaven 89 – 78 gjennom *mental bruk av standard algoritme* for subtraksjon. Eleven beregnet først 9 – 8 = 1, og 8 – 7 = 1, for så å addere 1 + 10 = 11. Eleven viste forståelse for at 8 – 7 betyr 8 tiere minus 7 tiere, og at hun derfor måtte addere 10 + 1, og ikke 1 + 1, noe som viste oss at eleven hadde kontroll på plassverdisystemet.



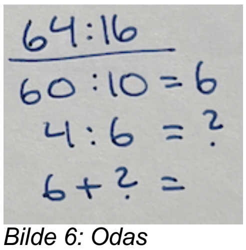
Bilde 5: Odas løsningsstrategi for oppgaven 89 – 78 i intervju 2.

Eleven brukte ulike representasjoner av tall i samtlige oppgaver, samt at hun hadde noe bruk av matematiske referanser i både intervju 1 og intervju 2. På disse to punktene så vi ikke noen utvikling fra intervju 1 til intervju 2.

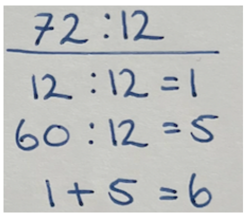
Kunnskap om regneoperasjoner

I intervju 1 snudde eleven tidvis om på subtraksjonene ved å bytte om på minuend og subtrahend, og beregnet likevel alltid det største tallet minus det minste. Dette tydet på at Oda hadde den samme misoppfatningen av å alltid subtrahere det minste tallet fra det største, som presenteres for Guro. Gjennom intervju 2 subtraherte eleven korrekt i samtlige oppgaver, noe som tydet på at eleven hadde kvittet seg med denne misoppfatningen for subtraksjon.

Gjennom divisjonsoppgavene i intervju 1 viste eleven forståelse for divisjon med divisor under 10. I oppgaven 64 : 16 (bilde 6, spørsmålstegnet refererer til et tall som eleven ikke klarte å komme frem til), hvor divisor er over 10, dekomponerte eleven divisoren til 10 + 6, og begynte med å beregne 60 : 10 og 4 : 6. Eleven dividerte tier med tier og ener med ener, med tanke om å addere tallene sammen for å få et svar. Dette tydet på at eleven hadde en misoppfatning om at man kunne løse en divisjonsoppgave ved å dividere tiere og enere hver for seg. I intervju 2 klarte ikke eleven å løse oppgaven 64 : 16, men løste en tilsvarende oppgave, 72 : 12 (bilde 7). Eleven var først inne på tanken om å dividere 2 med 2 og 7 med 1, men påpekte selv at dette ikke hadde blitt korrekt. Eleven løste oppgaven ved å dekomponere 72 til 12 + 60, og dividerte 12



Bilde 6: Odas løsningsstrategi for oppgaven 64 : 16 i intervju 1.



Bilde 7: Odas løsningsstrategi for oppgaven 72 : 12 i intervju 2.

og 60 med 12. Eleven viste dermed en forståelse for at dividenden må divideres med hele divisoren.

I intervju 1 benyttet ikke Oda seg av noen matematiske sammenhenger eller lover. I intervju 2 så vi derimot at hun viste forståelse for sammenhengen mellom subtraksjon og addisjon gjennom å løse subtraksjonsoppgaven 89 – 78 ved å addere seg oppover fra 78. I tillegg benyttet hun seg av sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon ved løse én divisjonsoppgave gjennom multiplikasjon, samt at eleven tok i bruk den distributive lov.

Bruken av kunnskap om tall og regneoperasjoner i beregninger

Gjennom subtraksjonsoppgavene i intervju 1 benyttet eleven seg av *sekvensiell, dekomponerende* og *kombinerende* strategi, samt at én oppgave ble gjennomført ved *mental bruk av standard algoritme* for subtraksjon. Eleven brukte alle strategiene korrekt, og med unntak av én oppgave klarte eleven å løse alle subtraksjonsoppgavene på to måter. I intervju 2 tok ikke eleven i bruk *den mentale standard algoritmen*, men i tillegg til de andre strategiene fra intervju 1 benyttet eleven seg av en ny løsningsstrategi ved å *addere seg oppover* fra subtrahenden. Eleven brukte fortsatt strategiene korrekt, og klarte nå å løse samtlige oppgaver på to eller tre måter.

I både intervju 1 og intervju 2 løste eleven divisjonsoppgavene ved hjelp av *distributiv* strategi og ved å *dekomponere dividenden*. I intervju 2 brukte Oda i tillegg strategien *bygge opp*. I intervju 1 fant eleven tre løsningsstrategier på en av oppgavene, mens øvrige oppgaver kun ble løst på en måte. I intervju 2 klarte eleven å finne tre løsningsstrategier for to av divisjonsoppgavene. Videre var det en oppgave som fortsatt kun ble løst en måte, samt at det var en oppgave eleven ikke klarte å løse. Vi så en liten utvikling i elevens repertoar av løsningsstrategier fra intervju 1 til intervju 2, og observerte at eleven totalt sett klarte å bruke løsningsstrategiene hun kjente til på enda flere måter.

4.2.3 Sondres utvikling av tallforståelse

Tabell 12: Oversikt over Sondres utvikling av tallforståelse.

	Intervju 1 – før tallsnakk	**Intervju 2 – etter tallsnakk**
Kunnskap om tall	Delvis forståelse for tallsystemet.	Forståelse for tallsystemet.
	Brukte ulike representasjoner av tall i enkelte oppgaver.	Brukte ulike representasjoner av tall i enkelte oppgaver.
	Ingen bruk av matematiske referansepunkter.	Ingen bruk av matematiske referansepunkter.
Kunnskap om regne-operasjoner	Delvis forståelse for effekten av subtraksjon.	Forståelse for effekten av subtraksjon.
	Delvis forståelse for effekten av divisjon.	Delvis forståelse for effekten av divisjon.
	Brukte sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon.	Brukte ingen matematiske sammenhenger.
	Brukte ingen matematiske lover.	Brukte ingen matematiske lover.
Bruken av kunnskap om tall og regne-operasjoner i beregninger	Bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for subtraksjon, men løste ingen oppgaver på flere måter.	Bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for subtraksjon, men løste ingen oppgaver på flere måter.
	Bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for divisjon, men klarte ikke å løse alle oppgavene.	Større bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for divisjon, men klarte ikke å løse alle oppgavene.

Kunnskap om tall

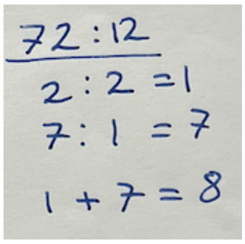
I intervju 1 viste eleven forståelse for tallsystemet over null og så sammenhengen mellom tall og siffer. Eleven beregnet ved hjelp av *mental bruk av standard algoritme* for subtraksjon, og viste i likhet med Oda god kontroll på plassverdisystemet. Til tross for dette viste ikke eleven bevissthet for tallsystemet under null. I intervju 2 viste eleven forståelse for hele tallsystemet og beregnet korrekt også i beregninger hvor oppgaven tilsa negativt svar.

I både intervju 1 og intervju 2 brukte eleven ulike representasjoner av tall, ved å dekomponere de samme to oppgavene i begge intervjuene. Videre brukte eleven ingen matematiske referansepunkter verken i intervju 1 eller intervju 2. Med bakgrunn i dette så vi ingen forandring på disse to punktene.

Kunnskap om regneoperasjoner

I intervju 1 subtraherte eleven det minste tallet fra det største i samtlige beregninger, og for én av oppgavene snudde eleven i tillegg om på subtraksjonen. Det viste til samme misforståelse som presenteres hos Guro og Oda, hvor de alltid subtraherer det minste tallet fra det største. I intervju 2 hadde eleven forståelse for effekten av subtraksjon og beregnet korrekt i samtlige oppgaver. Det så dermed ut til at eleven ikke lengre hadde en misoppfatning i subtraksjon.

Gjennom divisjonsoppgavene i intervju 1 og intervju 2 viste eleven delvis forståelse for effekten av divisjon. I intervju 1 behersket eleven å beregne divisjonsoppgavene hvor divisor var under 10. For oppgaven 64 : 16, hvor divisor var over 10, forsøkte eleven å addere seg oppover fra 16, men klarte ikke å løse oppgaven. I intervju 2 dividerte eleven korrekt i oppgaver hvor divisor var under 10. Når eleven skulle dividere 72 : 12 (bilde 8) beregnet eleven feil. Eleven delte divisjonsoppgaven opp i tiere og enere, og dividerte først 2 med 2, og dividerte så 7 med 1, og adderte til slutt 1 + 7. Dette tydet på at eleven hadde en liknende misoppfatning for divisjon som presenteres hos Oda. Eleven viste ingen utvikling fra intervju 1 til intervju 2, der det heller i intervju 2 kom frem en misoppfatning. Det er uklart om misoppfatningen oppstod i tiden mellom intervjuene, eller om misoppfatningen egentlig var til stede under intervju 1. I intervju 1 var det kun én oppgave hvor divisor var over 10, men på grunn av strategivalget til eleven kom ikke den eventuelle misoppfatningen til syne. Det var derfor



Bilde 8: Sondres løsningsstrategi for oppgaven 72 : 12 i intervju 2.

vanskelig for oss å si noe om hvorvidt misoppfatningen var til stede før intervju 1 eller om den oppstod i ettertid av intervjuet.

Eleven brukte ingen matematiske sammenhenger eller matematiske lover, verken i intervju 1 eller i intervju 2.

Bruken av kunnskap om tall og regneoperasjoner i beregninger

Gjennom subtraksjonsoppgavene i intervju 1 benyttet eleven seg av *mental bruk av standard algoritme* på de fleste oppgavene, samt *kombinerende* strategi på én oppgave. Eleven viste bevissthet for to av løsningsstrategiene for subtraksjon, men klarte bare å løse hver oppgave på én måte. Også i intervju 2 ble alle oppgavene løst på kun én måte. De fleste oppgavene ble løst gjennom *mental bruk av standard algoritme*, utenom en oppgave som ble løst ved hjelp av *dekomponerende* strategi. Vi kan derfor ikke påpeke noen betydelig utvikling fra intervju 1 til intervju 2.

I intervju 1 løste eleven alle divisjonsoppgavene ved hjelp av kun *distributiv* strategi, men oppgaven 64 : 16 ble som tidligere nevnt ikke løst. I likhet med intervju 1, ble alle divisjonsoppgavene i intervju 2 kun forsøkt løst på én måte. Eleven benyttet seg av løsningsstrategiene *dekomponere* dividenden og *halvering*, men klarte kun å løse én av oppgavene korrekt. På oppgavene 64 : 16 og 84 : 8 prøvde eleven seg på strategien *halvering*, men klarte ikke å fullføre mer enn ett steg for begge oppgavene. Samlet sett så vi noe utvikling i strategibruk i intervju 2 ved at eleven benyttet seg av to nye løsningsstrategier. Samtidig kom det frem en misoppfatning for oppgaven 72 : 12 (bilde 8) som vi har nevnt tidligere.

4.2.4 Oppsummering av elevenes tallforståelse

Samlet sett så vi at elevene hadde liknende utvikling på enkelte områder for tallforståelse, og ujevn utvikling på andre områder. Elevene hadde ulike utgangspunkt for tallforståelse, noe som kom til syne gjennom utviklingen deres. Innenfor området *kunnskap om tall* viste både Guro og Sondre en utvikling i forståelse for tallsystemet under null fra intervju 1 til intervju 2. Vi så ingen utvikling hos Oda, som viste lik forståelse i begge intervjuene. For ulike representasjoner av tall viste verken Oda eller Sondre noen utvikling i tallforståelse, der Guro i større grad brukte ulike representasjoner av tall i intervju 2. I forhold til bruken av ulike matematiske referansepunkter var det kun Guro som viste en utvikling.

For området *kunnskap om regneoperasjoner* viste alle elevene en utvikling av forståelsen for effekten av subtraksjon. Når det gjelder å forstå effekten av divisjon viste Guro lite utvikling, mens Oda hadde hatt en stor utvikling fra intervju 1 til intervju 2. Sondre viste derimot til en negativ utvikling, og hadde tilegnet seg en misoppfatning. I forhold til bruken av matematiske sammenhenger viste Guro lite utvikling, mens Oda brukte flere matematiske sammenhenger i intervju 2. Sondre brukte derimot færre sammenhenger intervju 2, og viste dermed ingen utvikling. Også for bruken av matematiske lover viste elevene ulik utvikling. Guro brukte ingen matematiske lover i intervju 1, men brukte distributiv lov i intervju 2. Oda brukte distributiv lov i begge intervjuene, og Sondre brukte ingen lover i verken intervju 1 eller 2.

For området *bruken av kunnskap om tall og regneoperasjoner i beregninger* opplevde vi varierende utvikling. Guro og Oda viste noe utvikling når det gjelder bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes for subtraksjon, mens Sondre ikke viste noen utvikling. Når det gjelder regnearten divisjon, viste både Guro og Oda utvikling i bevissthet om at flere løsningsstrategier finnes, mens Sondre ikke viste noen utvikling.

4.3 Funn av sammenhenger mellom tallsnakk og utvikling av tallforståelse

I denne delen vil vi presentere hvilke sammenhenger mellom tallsnakk og utvikling av tallforståelse vi har funnet. Disse funnene baseres på datamaterialet fra undervisningen av tallsnakk, samt Guros, Odas og Sondres utvikling av tallforståelse fra intervju 1 til intervju 2.

I datamaterialet vårt fra undervisningsøktene med tallsnakk fant vi tre elementer fra tallsnakk som kan påvirke elevenes bruk av løsningsstrategier, som presenteres i kapittel 4.1 *Analyse av undervisningsøktene med tallsnakk*: (1) *strategideling*; (2) *ufullstendig oppklaring av misoppfatninger*, og (3) *oppklaring av misoppfatninger*. Disse tre elementene vil nå ses i sammenheng med elevenes utvikling av tallforståelse. Under hvert funn vil vi vise typiske eksempler gjennom utdrag fra datamaterialet.

4.3.1 Funn 1: strategideling tilgjengeliggjør kunnskap

Fra intervju 1 til intervju 2 så vi noe utvikling av tallforståelse hos alle elevene når det gjaldt bruken av ulike løsningsstrategier. Oppsummert kunne vi se at elevene hadde tilegnet seg flere løsningsstrategier, og at de totalt sett klarte å løse oppgavene på flere måter. Denne utviklingen mener vi kan ha sammenheng med strategidelingen som skjedde gjennom undervisningsøktene med tallsnakk.

Strategideling var en betydelig del av tallsnakkene, og det var derfor ikke overraskende at det ble en stor del av datamaterialet vårt. Strategidelingene baserte seg på ulike hoderegningsoppgaver og elevene fikk tenketid i forkant av strategidelingen for å løse disse.

Tenketid i forkant av strategidelingen

Ett av stegene i en tallsnakk er å gi elevene nok tenketid mellom presentasjonen av oppgaven og strategidelingen (Humphreys & Parker, 2015, s. 12). Gjennom de seks tallsnakkene som ble gjennomført i forbindelse med datainnsamlingen, så vi at elevene gradvis utnyttet tenketiden mer og mer. I takt med at elevene tok i bruk tenketiden, opplevde vi at læreren utvidet tenketiden etter elevenes behov.

Under den aller første tallsnakken ga læreren elevene 1 minutt og 59 sekunder til å utforske mulige løsningsstrategier. Kort tid etter at oppgaven var gitt rakk flere av elevene umiddelbart opp hånden for å svare på oppgaven, og læreren oppfordret elevene til å finne flere løsningsstrategier. Elevene begynte å småprate med hverandre, noe som tydet på at de var tilfredsstilt med å ha funnet én løsningsstrategi, og dermed fokuserte på andre ting enn oppgaveløsningen. Etter en stund åpnet læreren opp for å svare på oppgaven, og gjennom strategidelingen kom det frem at elevene hadde funnet frem til én løsningsstrategi hver.

Under den siste tallsnakken fikk elevene 5 minutter og 46 sekunder for å finne mulige løsningsstrategier for den aktuelle oppgaven. Gjennom tenketiden opplevde vi at elevene arbeidet med mulige løsningsstrategier ved at de talte på fingrene og så på tavlen. Også denne gangen oppfordret læreren til å prøve ut flere løsningsstrategier ved å be elevene om å tenke tilbake på tidligere tallsnakker. Elevenes kroppsspråk tydet på at de fortsatte å tenke, og i den påfølgende strategidelingen hadde flere av elevene både to og tre ulike løsningsstrategier å dele med medelevene.

Fra datamaterialet så vi at tenketiden under tallsnakkene økte i takt med at elevene utnyttet tenketiden. Samlet sett økte tenketiden med 3 minutter og 47 sekunder fra den første til den siste tallsnakken. Vi har ingen konkrete funn fra intervjuene som kan knyttes direkte til elevenes utnyttelse av tenketid. Fra de oppgavebaserte intervjuene vet vi at elevene hadde en utvikling innenfor flere av områdene for tallforståelse. Ser vi utviklingen av tallforståelse i sammenheng med tenketiden, kan det likevel tyde på at elevene klarte å utnytte tenketiden i takt med at tallforståelsen utviklet seg. Fra første til siste tallsnakk opplevde vi altså at elevene i større grad utforsket flere mulige løsningsstrategier, og at tenketiden på den måten kan påvirke innholdet i strategidelingen.

Videre fant vi to former for strategideling som kan påvirke elevenes utvikling av tallforståelse: at elevene delte løsningsstrategier og at læreren delte løsningsstrategier.

Elev deler løsningsstrategi

I en tallsnakk er det ønskelig at elevene skal dele en eller flere løsningsstrategier med hverandre, for å synliggjøre at et problem kan løses på flere måter (Humphreys & Parker, 2015, s. 26). I løpet av perioden med tallsnakk ble det delt mange løsningsstrategier, noe som var med på å legge til rette for at elevene kunne lære av hverandre. Løsningsstrategiene som ble delt var i stor grad preget av stegvise forklaringer fra elevene, samtidig som læreren gjentok og tydeliggjorde stegene. Underveis skrev læreren løsningsstrategiene på tavlen slik at de ble visuelt synlig for hele klassen.

I utdraget nedenfor delte Emil sin løsningsstrategi for oppgaven 52 : 4 med resten av elevgruppen. Utraget er hentet fra den andre tallsnakken.

06:27 Emil	Okei, jeg tok 4 • 10 = 40. Så tok jeg 3 • 4, siden jeg kan 3-gangen.
06:47 Lærer	Ok, og hva er det da? *Skriver på tavlen.*
06:48 Emil	Det ble 12, så la jeg til 10 siden jeg ganget med 10.
07:05 Lærer	Hva la du sammen med 10 nå?
07:19 Emil	Jeg tok 10 + 3 = 13.
07:22 Lærer	Da har du talt hvor mange 4'ere det er plass til inni 52. Det var Lurt.

I eksemplet ser vi at Emil delte sin løsningsstrategi ved å stegvis forklare hva og hvordan han hadde tenkt, slik at resten av elevgruppen fikk mulighet til å følge tankegangen hans. Emil brukte divisjonsstrategien *bygge opp*, ved å først multiplisere divisoren med 10 og fikk 40. Videre i løsningsstrategien manglet Emil 12 for å nå 52, og multipliserte derfor divisoren med 3. Emil var noe uklar i neste del av løsningsstrategien, og læreren ba han derfor tydeliggjøre hva han gjorde med tallene han hadde multiplisert med divisoren. Etter litt tenketid forklarte Emil at han adderte 10 + 3, og fikk svaret 13. Til slutt tydeliggjorde læreren det sentrale poenget i løsningsstrategien, fremfor å be Emil forklare selv, slik at resten av klassen skulle få mulighet til å forstå hvorfor Emil multipliserte med divisoren.

I den siste tallsnakken delte Lars en løsningsstrategi for oppgaven 80 : 16, hvor vi ser likhetstrekk med Emils løsningsstrategi fra utdraget ovenfor. I tillegg delte Jesper en annen løsningsstrategi for den samme oppgaven, som ble brukt for å forklare Lars' løsningsstrategi.

08:38	Lars	Jeg tar først 5 • 8.
08:40	Lærer	Du tok 5 • 8, og det ble?
08:46	Lars	Det blir 40. Så tar jeg 5 • 8 en gang til.
08:50	Lærer	*Skriver på tavlen.*
08:53	Lars	Så tar jeg 40 + 40 = 80. Og da blir det 5 • 16 = 80.
09:07	Sondre	Men hvordan fikk han 5?
09:12	Lærer	Ja, hvordan kom du frem til 5, Lars?
09:20	Lars	Jeg vet ikke, jeg må tenke litt.
09:34	Sondre	Men har han ikke fortsatt 1 igjen da?
09:56	Lærer	Det Lars gjorde var at han tok 5 • 8 og fikk 40. Så tok han 5 • 8 igjen, og fikk 40 igjen. Da vet han at hvis han tar 5 • 16, så får han 80.
10:15	Sondre	*Sondre nikker.*
10:18	Lærer	Skal vi gå videre? Jesper, vil du forklare nå?
10:26	Jesper	Ja. Jeg tenkte at jeg skulle dele ut 80 til 16 forskjellige personer.
10:32	Lærer	Men hvordan gjorde du det da?
10:37	Jesper	Jeg begynte med å prøve meg litt frem, og fant ut at jeg måtte dele ut 5 til hver person.

10:45 Lærer	Og da Sondre, kan vi kanskje svare litt mer på ditt spørsmål. Deling er jo som å dele ut 5 til hver av disse personene. Og fra Lars sin regning, så kan du dele ut 5 til 8 personer en gang, og da har du kommet til 40. Så kan du dele ut 5 til 8 personer en gang til, og da har du kommet til 40 på nytt. Vi vet at 40 + 40 = 80, det vil si at 5 må deles ut 16 ganger for å nå 80.
11:09 Sondre	Det gir mer mening.

I likhet med Emil benyttet Lars seg av løsningsstrategien *bygge opp,* noe som kunne tyde på at Lars hadde fanget opp essensen i løsningsstrategien som Emil delte tidligere. Læreren kommenterte ikke noe på løsningsstrategien til Lars umiddelbart, og etter en stund stilte Sondre spørsmål til hvordan Lars hadde kommet frem til 5. Lars fikk mulighet til å forklare, men husket ikke hvorfor han brukte tallet 5. Etter en stund ga læreren Sondre en kort forklaring, men gikk så videre til neste elev. Jesper tilnærmet seg divisjonen 80 : 16 ved bruk av *distributiv* strategi. Læreren benyttet muligheten til å på nytt forklare til Sondre hvorfor løsningen ble 5, ved å understreke sammenhengen mellom Jesper og Lars sine løsningsstrategier.

I situasjonen ovenfor kom det frem at læreren benyttet seg av elevenes strategideling til å begrunne og forklare elevenes løsningsstrategier. For Sondre som stilte seg undrende til at 5 er løsningen, kunne det være nyttig at en slik situasjon oppstod. Når læreren benyttet seg av Jespers *distributive* strategi for å forklare Lars sin løsningsstrategi, virket det som at Sondre forsto hvordan Lars kom frem til løsningen. Ved at læreren benyttet seg av en slik situasjon for å reflektere omkring ulike løsningsstrategier, kunne det tyde på at en slik samtale skapte muligheter for å bygge forståelse.

I intervju 2 opplevde vi at Oda hadde tilegnet seg en ny strategi ved å benytte seg av løsningsstrategien *bygge opp*. Dette kan i likhet med Lars henge sammen med at Oda hadde fått med seg strategidelingen som skjedde underveis i tallsnakkene, og dermed faget opp denne løsningsstrategien. Videre førte dette til at Oda i intervju 2 benyttet seg av sammenhengen mellom divisjon og multiplikasjon, samt den distributive lov, noe hun ikke gjorde under intervju 1.

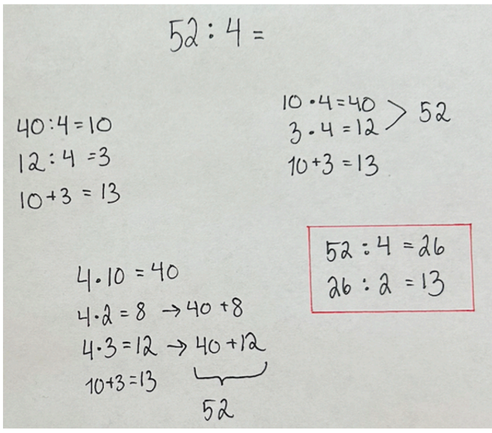
Når elevene delte løsningsstrategier med hverandre, samt forklarte de grunnleggende aspektene ved fremgangsmåtene sine, så vi at medelevene fikk mulighet til å ta i bruk disse løsningsstrategiene. I strategidelingene kunne ikke elevene bare tenke på sitt eget svar, men måtte også reflektere over andre løsninger. Når elevene reflekterte over hverandres løsningsstrategier, ble de nødt til å prøve å forstå hva medelevene hadde tenkt. Dersom elevene får forståelse for medelevenes tanker, kan det bidra til større grad av forståelse for ulike løsningsstrategier. Utdragene over viser altså at elevene fanger opp på hverandres strategidelinger, og at det derfor kan være en effektiv måte å tilgjengeliggjøre kunnskap blant elevene.

Lærer deler løsningsstrategi

I tillegg til at elevene delte løsningsstrategier, hadde også læreren mulighet for å tilgjengeliggjøre flere løsningsstrategier for elevene. I utdraget under delte læreren en løsningsstrategi for oppgaven 52 : 4. Utdraget er hentet fra den andre tallsnakken.

08:58 Lærer	Nå har dere mange gode strategier, men jeg har lyst til å føye på en strategi til, så kan dere se om dere skjønner hva jeg gjør. S*kriver på tavlen* (se bilde 9).
09:30 Lærer	Hva skjedde her? Jeg har skrevet opp en strategi, hva tenker dere?

I utdraget, og fra gjenskapelsen av tavlen (bilde 9, lærerens løsningsstrategi er markert med en rød firkant), ser vi at læreren delte løsningsstrategien *halvering* med elevene. Denne løsningsstrategien hadde ikke elevene benyttet seg av tidligere, og ble i denne tallsnakken introdusert for første gang. Læreren forklarte ikke løsningsstrategien, men utfordret elevene til å reflektere over den. Etter en stund forsøkte både Oda og Lars å forklare hva læreren hadde gjort på hver sine måter, og essensen i løsningsstrategien ble diskutert.



Bilde 9: Gjenskapelse av tavlen for oppgaven 52 : 4.

I utdraget nedenfor ser vi at Guro i den siste tallsnakken benyttet seg av løsningsstrategien *halvering* for divisjonsstykket 80 : 16.

13:04	Guro	Jeg begynte med å ta 40 bort fra 80, og 8 bort fra 16. Så ble det 40 : 8.
13:18	Lærer	Du tok 40 bort fra 80, og 8 bort fra 16?
13:24	Guro	Ja det var det jeg sa.
13:26	Lærer	Ja, men hvorfor gjorde du det?
13:37	Guro	Jeg tenkte at 40 er halvparten av 80, og 8 er halvparten av 16, så jeg tok bare halvparten av begge. Så vet jeg at 40 : 8 = 5, så det var enklere å regne på den måten.
13:53	Lærer	Ja, så det du egentlig har gjort er å bruke halvering som strategi. Kunne du halvert mer?
13:59	Guro	Ja, jeg kunne halvert mer. Jeg kunne tatt 20 : 4 og 10 : 2.

I utdraget ser vi at Guro forenklet divisjonsstykket ved å justere 80 til 40 og 16 til 8, for så å beregne 40 : 8. Læreren ba Guro utdype hvorfor hun justerte oppgaven på den måten, og Guro tenkte seg litt om før hun forklarte at hun hadde tatt halvparten av både dividenden og divisoren. I dette tilfellet tok Guro i bruk løsningsstrategien *halvering*, noe vi kan tenke oss hadde sammenheng med lærerens deling av denne løsningsstrategien i en tidligere tallsnakk.

I intervju 2 opplevde vi at både Guro og Sondre tok i bruk løsningsstrategien *halvering* for å løse noen av divisjonsoppgavene. For Guro var bruken av løsningsstrategien vellykket, mens det for Sondre stoppet opp etter ett steg. Likevel så vi at Sondre hadde fanget opp essensen i løsningsstrategien, noe vi tenker var en følge av lærerens deling av strategien i en av tallsnakkene før intervju 2.

Fra utdragene over, samt datamaterialet fra intervju 2, ser vi at læreren delte en løsningsstrategi som elevene senere tok i bruk. Når løsningsstrategier blir diskutert får elevene mulighet til å forstå hovedpoenget i strategiene, og kan dermed benytte seg av de selv. Når læreren deler en ny løsningsstrategi, bidrar altså læreren med å tilgjengeliggjøre ulike måter å løse en oppgave på. På denne måten kan læreren dele løsningsstrategier som elevene kanskje ikke ville kommet på selv, men som de likevel er kapable til å gjennomføre.

Når det kommer til strategideling i tallsnakkene ser vi at løsningsstrategier fra både elevene og læreren ble plukket opp av de andre elevene. Gjennom forklaringer og diskusjoner ser vi at elevene fikk mulighet til å forstå de grunnleggende prinsippene bak løsningsstrategiene, noe som førte til at elevene selv kunne dra nytte av strategiene. Samlet sett opplevde vi altså at strategideling fra elevene og læreren tilgjengeliggjør kunnskap for elevgruppen.

4.3.2 Funn 2: ufullstendig oppklaring av misoppfatninger kan føre til forvirring

Under intervju 1 var det to ulike misoppfatninger som dukket opp: alltid subtrahere det minste tallet fra det største og dividere enerne og tierne hver for seg. Begge misoppfatningene kom til syne tidlig i undervisningsperioden med tallsnakk, men ble ikke fullstendig oppklart i disse tallsnakkene.

Misoppfatning subtraksjon

I intervju 1 opplevde vi gjennomgående at elevene subtraherte det minste tallet fra det største, samt at de vilkårlig snudde om på subtraksjonene. Dette indikerte for oss at elevene satt med en misoppfatning om at subtraksjon alltid er det største tallet minus det minste tallet. I den første tallsnakken skulle elevene løse oppgaven 72 – 56, og i utdraget nedenfor kan man se at Guro presenterte løsningsstrategien sin, og at denne misoppfatningen kom til syne.

06:50 Guro	Jeg begynte med å ta bort 50, så hadde jeg bare 6´eren, og så kunne jeg ta 6 – 72.
06:59 Lærer	Ok, du begynte med 6´eren. Så du tok 72 – ?
07:09 Guro	Jeg tok 6 – 72, og det blir 66. Så tok jeg bare 50 – 66.
07:14 Lærer	Jeg skriver bare 72 – 6, hvis det er greit?
07:15 Guro	Ja, jeg fikk 66 da, og så tok jeg 50 – 66 og det blir 16.
07:20 Lærer	Ja, så 66 – 50. Du endte opp med det samme som Jesper da. Skjønner. Er det noen andre som har noen andre løsningsstrategier å dele?

I utdraget ovenfor begynte Guro med å forenkle regnestykket ved å ta 50 bort fra 56, og sto igjen med 72 og 6. Videre snudde Guro subtraksjonen, og fortalte at hun tok 6 – 72 og fikk 66. Deretter spurte læreren om det var greit å heller skrive subtraksjonen som 72 – 6, noe som var greit for Guro. Guro fortsatte løsningsstrategien ved å ta 50 – 66 og fikk 16. Læreren rettet igjen på Guro, og gikk videre.

I dette tilfellet virket det som at Guro hadde en oppfatning om at man alltid skal subtrahere det minste tallet fra det største, og at det derfor er vilkårlig hvilken vei man skriver subtraksjonen. Læreren virket klar over Guros misoppfatning, men valgte å kun korrigere den vilkårlige plasseringen av subtrahend og minuend. Læreren begrunnet ikke hvorfor det var nødvendig å gjøre en slik korrigering, og Guro fikk dermed ikke en oppklaring i hvorfor læreren snudde subtraksjonene tilbake. Når læreren snudde subtraksjonene uten forklaring, kunne det føre til at elevene fikk en oppfatning om at det var helt greit å snu om på subtraksjonene. Dette kunne medføre at elevens tanke om at det er vilkårlig hvilken vei subtraksjonen sto ble forsterket, med bakgrunn i tanken om at man alltid skal subtrahere størst minus minst. Videre førte mangelen på forklaring omkring disse korrigeringene til at Guro ikke fikk mulighet til å rette opp i misoppfatningen sin, og at den dermed videreførtes.

I senere tallsnakker fortsatte elevene med vilkårlig plassering av minuend og subtrahend, samt konstant subtrahering av det minste tallet fra det største. Dette kan tyde på at lærerens tiltak om å snu om på elevenes subtraksjoner ikke hadde noen effekt, og at elevene ikke forsto hvorfor læreren skrev subtraksjonene motsatt av hva de sa. Videre kan vi tenke oss at lærerens forsøk på å kontinuerlig snu om på subtraksjonene uten noen forklaring gjorde at elevene fortsatt satt med misoppfatningen om at man alltid skal subtrahere det minste tallet fra det største uansett hvordan subtraksjonen ser ut.

Misoppfatning divisjon

Under det første intervjuet kom det frem at Oda hadde en misoppfatning om at man kan løse en divisjonsoppgave ved å dividere tiere og enere hver for seg. Tidlig i løpet av undervisningsperioden med tallsnakk dukket denne misoppfatningen opp når Oda skulle løse divisjonsstykket 72 : 12. Dette kommer frem i utdraget nedenfor.

14:02 Lærer	Er det noen andre som har en annen strategi? Oda vil du dele?
14:07 Oda	Ok, jeg tok først 2 : 2, og da får jeg 2.
14:16 Lærer	Er ikke 2 : 2 = 1?

14:20 Oda	Jo, jeg sa feil, 2 : 2 = 1. Skriv opp 1.
14:25 Lærer	Ok, fordi du tenkte at for å regne ut 72 : 12, så deler du først de to 2´erne med hverandre? *Lærer peker på tavlen.*
14:31 Oda	Ja, og da får jeg 1. Så tok jeg 7 : 2, eller nei, vent! Jeg tok 70 : 10, og det blir 7. Så tok jeg 7 + 1, som blir 8.
15:10 Lærer	Ja jeg skjønner, så du tok 70 : 10 og så 2 : 2. Så tok du 7 + 1 som blir 8. S*kriver på tavlen.*
	Diskusjon av andre strategier og hvilket svar som er riktig.
18:10 Oda	Kan du fortelle hvilket svar som er riktig? Det må jo være 8?
18:14 Lærer	Ja, men med din metode Oda, er jeg usikker på om vi noen gang får delt selve tallet 72 på 12. For du kan ikke bare dele 70 på 10 og 2 på 2.
18:35 Oda	Ja, men jeg plusser jo svarene sammen, sånn 7 + 1 som er 8.
18:44 Lærer	Men hvis 72 : 12 er 8, så betyr det at 8 • 12 burde bli 72, og det blir det vel ikke.

I første del av løsningsstrategien presentert ovenfor løste Oda divisjonsoppgaven ved å beregne 2 : 2 = 1 og 70 : 10 = 7. Deretter adderte hun 7 + 1, og kom frem til svaret 8. Dette kan tyde på at Oda hadde en misoppfatning om at man kan dividere enere og tiere hver for seg for så å summere svaret, slik som vi også opplevde under intervju 1. Videre i utdraget ble alternative løsningsstrategier diskutert. Oda var overbevist om at hennes svar var riktig, og elevene ønsket å vite hvilken løsning som var riktig. Læreren fortalte at tallet 72 ikke blir delt på 12 i Odas løsningsstrategi, og poengterte at dersom løsningsstrategien skulle vært riktig måtte 8 • 12 blitt 72, noe som ikke stemte.

Lærerens begrunnelse for at Odas løsningsstrategi ikke var korrekt manglet en matematisk begrunnelse, og kunne oppleves som noe utydelig. Det kom ikke tydelig frem at enere og tiere ikke kan divideres hver for seg, noe som kunne virke forvirrende for elevene, og gjorde det vanskelig for elevene å oppfatte at løsningsstrategien var ugyldig. Lærerens mangelfulle begrunnelse kunne føre til at Oda ikke oppfattet at hun hadde en misoppfatning, men heller trodde at hun hadde gjort en regnefeil i oppgaveløsningen. Dette kunne også medføre at medelevene tenke at det var en gyldig strategi som de kunne ta i bruk ved en senere anledning. Misoppfatningen kunne dermed videreføres både for Oda og medelevene, noe som kunne påvirke elevenes videre matematiske forståelse for effekten av divisjon.

I forkant av intervju 2, ble oppgaven 72 : 12 lagt til i intervjuguiden for å undersøke om misoppfatningen om å dividere enere og tiere hver for seg fortsatt var til stede. Under intervju 2 løste Sondre denne oppgaven ved å dividere 2 : 2 og 7 : 1, slik som illustrert i bilde 8. Løsningen til Sondre tydet på at han satt med misoppfatningen om at man kan dividere enerne og tierne hver for seg, noe vi ikke så antydning til under intervju 1. I løpet av undervisningsperioden med tallsnakk delte ikke Sondre noen løsningsstrategier for divisjonsoppgaver der divisor var over 10. Det vil derfor være vanskelig for oss å si noe om misoppfatningen oppstod i forkant av, eller underveis i tallsnakkene. Dersom Sondre ikke hadde denne misoppfatningen fra tidligere, kan det indikere at Sondre tilegnet seg en ny misoppfatning gjennom undervisningsperioden med tallsnakk. Vi kan i så fall tenke oss at Sondres misoppfatning kan ha oppstått under tallsnakken som er presentert i utdraget over, hvor Odas misoppfatning ikke ble fullstendig oppklart. Etter en slik ufullstendig oppklaring kan det tenkes at Sondre ikke forsto at løsningen ikke var matematisk korrekt, men heller satt igjen med en ny løsningsstrategi som han tok med seg videre.

Når misoppfatningene om subtraksjon og divisjon ikke oppklares fullstendig kan det altså tyde på at misoppfatningene videreføres av elevene. Dette kan føre til forvirring i elevgruppen, og kan videre være med på å begrense elevenes utvikling av tallforståelse.

4.3.3 Funn 3: oppklaring av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene

I forrige delkapittel presenterte vi situasjoner fra tidlige tallsnakker hvor misoppfatningene av subtraksjon og divisjon ikke ble fullstendig oppklart, og dermed videreført av elevene. I dette delkapitlet vil vi presentere situasjoner fra senere i undervisningsperioden av tallsnakk, hvor de samme misoppfatningene dukket opp, men denne gang ble oppklart av læreren.

Misoppfatning subtraksjon

Utdraget nedenfor er fra den femte tallsnakken, hvor Guro delte sin løsningsstrategi for oppgaven 175 – 198, og misoppfatningen om at man alltid skal subtrahere det minste tallet fra det største dukket opp på nytt.

10:33 Guro — Jeg begynte med å ta 5 – 8.

10:41 Lærer — Ok, så du har tatt 5 – 8?

10:48 Guro — Ja, og det blir jo 3.

10:50 Jesper — Nei, 5 – 8 blir jo - 3.

10:56 Lærer — Men nu har du noen protester her Guro, de mener at 5 – 8 blir -3.

11:00 Emil — Ja, jeg er også enig i - 3.

11:01 Lærer — Hva har du tenkt at 5 – 8 er?

11:05 Guro — Nei, jeg mente egentlig 8 – 5.

11:07 Lærer — Det er fort gjort. Hva er 8 – 5 da?

11:16 Guro — 8 – 5 = 3. Så tok jeg 100 – 100 = 0, og 70 – 93 = 23.

11:44 Jesper — Kan jeg si noe? Du må snu om på 5 og 8, og da blir det ordentlig - 3, sånn som det står der. Og 70 – 93 er riktig vei, men du skal egentlig få - 23 når det minste tallet er først.

Deling av flere strategier og diskusjon om hva som er rett svar.

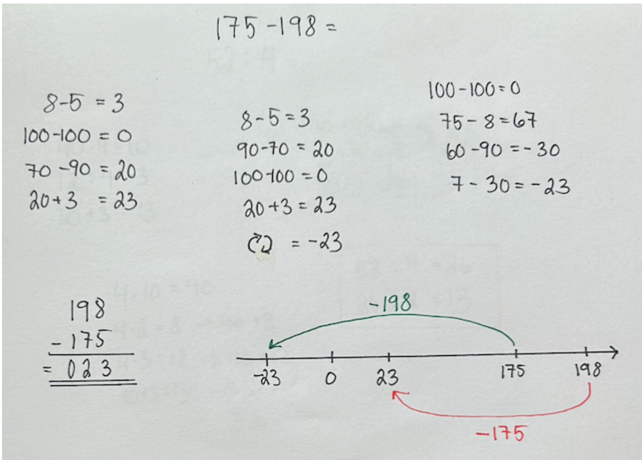
15:10 Lærer — Men det er en ting Jesper sa helt i starten, at når du har et lite tall minus ett større tall, så blir det minus. Kanskje det blir mer tydelig om jeg tegner en tallinje. *Tegner en tallinje på tavlen* (se bilde 10).

15:28 Lærer — Ok, hvis vi begynner med å ta 198 – 175, så ender vi opp på 23 på tallinjen. Det betyr at 198 – 175 = 23. *Illustrerer beregningen på tallinjen.*

15:34 Guro — Ja, da har jeg jo rett.

15:36 Lærer — Ja Guro, du har beregnet 198 – 175 helt riktig, men oppgaven var jo 175 – 198. Hvis vi ser på tallinjen igjen, så kan vi starte på 175, også skal vi trekke fra 198. Når vi har trukket fra 175 av de 198 vil vi være helt nede på 0, men da har vi fortsatt 23 til som så trekkes fra. Når vi trekker fra de siste 23, så vil vi bevege oss under 0, og ender opp på - 23. *Illustrerer* *beregningen på tallinjen.* Ser dere at svarene ikke blir lik? Regnestykket blir annerledes hvis man snur om på tallene, og derfor er det viktig å huske at man må gjøre subtraksjonen i den rekkefølgen den står.

Guro startet med å beregne 5 – 8 = 3, og fikk innspill fra både Jesper og Emil om at det skulle blitt -3. Guro valgte å snu om på subtraksjonen, og beregnet heller 8 – 5 = 3. Videre fortsatte hun med å beregne 100 – 100 og 70 – 93 og endte opp med svaret 23. Jesper påpekte at Guro hadde snudd om på subtraksjonen, og mente at beregningene skulle blitt negative, ikke positive. Fra Guros strategideling kunne det virke som at hun hadde en misoppfatning om at man alltid skal subtrahere det minste tallet fra det største, samt at det er vilkårlig hvilken vei man skriver subtraksjonen.



Bilde 10: Gjenskapelse av tavlen for oppgaven 175 – 198.

Etter flere strategidelinger i klassen var det uenigheter om svaret var 23 eller -23, og det kunne virke som at flere av elevene satt med den samme misoppfatningen som Guro. Læreren la merke til at denne misoppfatningen gikk igjen hos flere elever, og valgte å tegne en tallinje for å illustrere hva som skjer når man snur om på en subtraksjon (bilde 10, lærerens illustrasjon nede i høyre hjørne). Læreren illustrerte først at 198 – 175 = 23, for så å vise at 175 – 198 = -23, og poengterte at regnestykket blir annerledes dersom man snur om på subtraksjonen.

Videre i tallsnakken opplevde vi ikke at elevene hadde den samme forvirringen om hvilken vei man skal subtrahere. Heller ikke under intervju 2 dukket denne misoppfatningen om at man alltid skal subtrahere det minste tallet fra det største opp hos noen av elevene. Fra intervju 1 til intervju 2 opplevde vi at elevene hadde kvittet seg med denne misoppfatningen for subtraksjon. Det kan dermed virke som at elevene hadde forstått prinsippet med subtraksjon, og at dette kan ha hatt sammenheng med lærerens oppklaring av misoppfatningen i tallsnakken presentert over. I intervju 2 klarte også elevene å vise oss forståelse for tallsystemet under null, noe de ikke klarte i intervju 1. Dette kan henge sammen med at misoppfatningen om å subtrahere størst minus minst ikke lengere var til stede, og at elevene derfor subtraherte minst minus størst, og fikk negative tall i situasjonene som krevde det.

Misoppfatning divisjon

I forrige delkapittel kom det frem at Odas misoppfatning om at man kan dividere enerne og tierne hver for seg fra intervju 1, også kom til syne under en tallsnakk. Under den nevnte tallsnakken ble ikke misoppfatningen fullstendig oppklart, og i utdraget nedenfor fra oppgaven 84 : 14 i en senere tallsnakk kan vi se at Oda fortsatt har misoppfatningen.

07:58 Oda	Jeg fikk et annet svar, jeg tenkte at 80 : 10 = 8, og at 4 : 4 = 1, så tok jeg 8 + 1 og fikk 9.
08:15 Lærer	Ja ikke sant, så du tenker at 80 : 10 = 8 og 4 : 4 = 1, også tenker du at det til sammen blir 9?
08:20 Oda	Ja, og hvordan stemmer det ikke?
08:24 Lærer	Ja hvorfor stemmer det ikke, er det noen andre som kan hjelpe til?
	Elevene tenker.
09:39 Lærer	Jeg tror kanskje det som er vanskelig her Oda, er at du deler opp tallet litt for mye. For å beregne 84 : 14 kan du ta 80 : 14, og 4 : 14. Men man kan ikke ta 80 : 10, og 4 : 4.
09:54 Oda	Hvorfor kan man ikke det?
09:58 Lærer	Vi kan se for oss at jeg har 84 kroner, og at jeg skal dele det ut til 14 forskjellige personer. Nå tar jeg 80 kroner, og deler ut til 10 av dere, da får dere 8 kroner hver. Så tar jeg de resterende 4 kronene og deler ut til 4 av dere, dere får 1 krone hver. Da er det 10 stykk som får 8 kroner, og 4 stykk som for 1 krone hver. Da blir det ikke rettferdig deling, så det er noe som går galt i denne delingen. Du deler aldri hele tallet 84 på 14, og derfor blir det feil. Men dette er en metode som mange bruker, så det er veldig fint at vi får diskutert den nå.

Oda forklarte at hun hadde fått et annet svar enn det som kom frem i klassen ved at hun delte 84 opp i 80 og 4, og at hun beregnet 80 : 10 = 8 og 4 : 4 = 1, slik at svaret ble 9. Videre kunne ikke Oda skjønne hvorfor dette ikke stemte og ba om en forklaring. Etter litt diskusjon i klassen kom læreren med et konkret eksempel på hva som skjer når man dividerer tierne og enerne hver for seg. Læreren forklarte at man ikke kan dele opp dividenden og divisoren på den måten, men at man må sørge for at man deler dividenden på hele divisoren.

I den siste tallsnakken løste elevene oppgaven 96 : 12. Denne oppgaven var i likhet med oppgaven 84 : 14 også valgt for å fange opp misoppfatningen om å dividere tierne og enerne hver for seg. Man kan tenke seg at Oda tidligere ville løst denne oppgaven på samme måte som hun løste 84 : 14 i utdraget over. Oda løste imidlertid oppgaven uten å dele opp dividenden og divisoren, og beregnet seg frem til riktig svar. Også gjennom intervju 2 løste Oda divisjonsoppgavene på riktig måte, uten noen antydninger til misoppfatningen om å dividere enerne og tierne hver for seg. Under en av divisjonsoppgavene i intervju 2 var Oda inne på tanken om å bruke denne ugyldige løsningsstrategien, men poengterte selv at det ikke ville blitt korrekt. Dette kan tyde på at lærerens forklaring om hvorfor man ikke kan dividere tierne og enerne hver for seg hadde nådd frem til Oda, og at hun dermed ikke lengere hadde denne misoppfatningen. Som vi nevnte i det forrige delkapitlet viste Sondre at han hadde denne misoppfatningen i intervju 2, noe som kan tyde på at forsøket på å oppklare misoppfatningen ikke nådde frem til Sondre.

Til slutt ønsker vi å oppsummere det vi anser som våre funn: (1) *at strategideling tilgjengeliggjør kunnskap;* (2) *at ufullstendig oppklaring av misoppfatninger kan føre til forvirring;* (3) *at oppklaring av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene.* Disse funnene vil vi nå diskutere i lys av teorien som ble presentert i teorikapitlet.

5 Diskusjon

Formålet med denne studien er å undersøke problemstillingen:

> *På hvilken måte kan undervisningsmetoden tallsnakk påvirke utvikling av tallforståelse hos elever på mellomtrinnet?*

Analysen av undervisningen med tallsnakk og analysen av de oppgavebaserte intervjuene, har gitt oss innsikt i tallsnakk som undervisningsmetode og elevenes utvikling av tallforståelse gjennom undervisningsperioden. Videre har vi sett etter sammenhenger mellom tallsnakk og elevenes utvikling av tallforståelse gjennom undervisningsperioden. Studiens funn består av tre sammenhenger mellom undervisningsmetoden tallsnakk og utvikling av tallforståelse hos elever på mellomtrinnet: (1) *at strategideling tilgjengeliggjør kunnskap;* (2) *at ufullstendig oppklaring av misoppfatninger kan føre til forvirring,* og (3) *at oppklaring av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene.* Hvert av disse funnene vil vi nå diskutere i lys av teorien som ble presentert i teorikapittelet.

5.1 Strategideling tilgjengeliggjør kunnskap

Det første funnet vårt er at strategideling tilgjengeliggjør kunnskap i elevgruppen. Vi opplevde at elevene i større grad utnyttet tenketiden mot slutten av undervisningsperioden kontra i begynnelsen av perioden. Dette kan henge sammen med Humphreys og Parkers (2015, ss. 19, 26) påpekning om at man under innføring av undervisningsmetoden ikke kan forvente at elevene finner mer enn én løsningsstrategi, mens at elevene over tid vil kunne utvikle forståelsen sin, og dermed skape sin egen mening av oppgaven. Videre tenker vi at etter hvert som elevene utvikler forståelsen sin, vil de kunne komme frem til flere ulike løsningsstrategier. Elevenes utnyttelse av tenketiden mot slutten av undervisningsperioden mener vi derfor kan henge sammen med at elevene har utviklet tallforståelsen sin gjennom perioden. Videre vil dette føre til at elevene har mer å bidra med under strategidelingen, noe som kan føre til rikere klasseromssamtaler.

Strategideling i en tallsnakk er ment for at elevene selv skal få skape mening av matematikken gjennom å dele matematiske argumenter og diskutere ulike løsninger. Videre skal dette gjøre at elevene får mulighet til å se sammenhenger mellom ulike løsninger og ta i bruk andres ideer, noe som kan være med på å bygge tallforståelse (Humphreys & Parker, 2015, ss. 5, 26). Også Chapin et al. (2009, ss. 6-7, 13) poengterer at samtaler hvor elevene deler egne tanker med resten av elevgruppen kan skape læring, og særlig ved bruk av de fem samtaletrekkene for læringsfremmende klasseromssamtaler.

Gjennom strategidelingen i tallsnakkene kjente vi igjen flere av Chapin et als. (2009, s. 13) samtaletrekk. Vi opplevde at elevene fikk god tid til å tenke under klasseromssamtalene i forbindelse med strategidelingen. Dette kan knyttes til Chapin et als. (2009, s. 13) grep *ventetid*, samt Rowes (1986, ss. 43-44) to typer ventetid, og handler om å øke elevdeltakelsen ved at elevene får den tiden de trenger til å tenke seg om. Ser vi på Rowes (1986, ss. 43-44) to typer ventetid i strategidelingen, opplevde vi variasjon i bruk av ventetid før og etter elevsvar. Etter at læreren hadde stilt et spørsmål opplevde vi at elevene brukte flere sekunder på å svare når spørsmålene ble stilt direkte til dem. Også når læreren stilte mer åpne spørsmål til hele klassen, eksempelvis som når læreren delte løsningsstrategien *halvering,* fikk elevene ventetid, noe som førte til at flere av elevene deltok i samtalen etterpå. Videre opplevde vi at i tilfeller der læreren ga elevene ventetid etter å ha stilt et spørsmål, kunne andre elever hoppe inn i samtalen. På den andre siden så vi at der læreren ikke ga elevene ventetid etter et elevsvar, ble elevens mulighet for utbrodering kuttet av, og førte til at eleven selv mistet sjansen til å forklare løsningsstrategien sin. Dette kan tyde på at ventetiden har en effekt på kvaliteten av klasseromssamtalene, og dermed bekrefter Chapin et als. (2009, s. 17) og Rowes (1986, ss. 43-44) poenger om at ventetid kan føre til større elevdeltakelse og flere elevforklaringer.

Fra utdragene i presentasjonen av funnet kom det frem at læreren ofte gjentok elevenes utsagn. Et slik samtalegrep kalles *lærer repeterer,* og bidrar til at elevutsagn som kommer frem i klasseromssamtalen tydeliggjøres (Chapin et al., 2009, ss. 13-14). Under strategidelingen ble elevene invitert til å resonnere rundt og kommentere på andres løsningsstrategier. Dette kan knyttes til samtaltrekkene *resonnere* og *tilføye*, og er ment for å skape elevdeltakelse og refleksjon (Chapin et al., 2009, ss. 15-16). Ved å benytte seg av disse samtaletrekkene la læreren til rette for at alle elevene hadde mulighet til å være aktiv i egen læring ved å delta i samtalene.

Ett samtaletrekk vi ikke opplevde så mye av under strategidelingen var *elev repeterer.* Dette samtaletrekket handler om at elevene skal gjenta hverandre meg egne ord, og skal sørge for at flere elever er aktive i samtalene (Chapin et al., 2009, s. 15). Dersom læreren i større grad hadde benyttet seg av dette samtaletrekket kunne det bidratt til større elevaktivitet under strategidelingene, og ført til enda større forståelse for medelevenes tanker.

Fra presentasjonen av funnet kom det frem to ulike typer strategidelinger: at elevene delte løsningsstrategier og at læreren delte løsningsstrategier. Når elevene delte sine løsningsstrategier, lå fokus på å få frem flere ulike løsningsstrategier, samt å se sammenhenger mellom strategiene. En slik deling og diskusjon av elevstrategier kan sies å ha vært av samtaletypen *åpne strategidelinger*. Denne type samtale har som mål å fremme et mangfold av strategier, slik at elevene får tilgang til flere ulike strategier knyttet til den samme oppgaven (Kazemi & Hintz, 2019, ss. 13, 21). Gjennom de åpne strategidelingene så vi at elevene hyppig delte egne løsningsstrategier, samt tok i bruk andres strategier. Dette mener vi viser at strategidelingene har bidratt til å tilgjengeliggjøre kunnskap blant elevene, og kan komme som et direkte resultat av åpne strategidelinger.

Når læreren delte divisjonsstrategien *halvering* med elevene, ble strategien introdusert med et ønske om at elevene skulle utforske denne spesifikke strategien. Med den strategidelingen innledet læreren en *målrettet samtale*. I en målrettet samtale kan man diskutere en spesifikk strategi ved at læreren tar en veiledende rolle (Kazemi & Hintz, 2019, s. 152). Dette mener vi at læreren gjorde ved å utfordre elevene til å reflektere over og forklare løsningsstrategien som læreren hadde delt, fremfor å forklare den selv. Når elevene var aktive i diskusjonen av løsningsstrategien førte det til at noen av elevene senere tok i bruk strategien selv, og kan tyde på at elevene gjennom den målrettede samtalen utviklet forståelse for strategien.

Ved bruk av de fem samtaletrekkene i åpne strategidelinger og målrettede samtaler kan det oppstå kunnskapsmobilitet blant elevene. Kunnskapsmobilitet innebærer at elevene utnytter hverandres kunnskap, og på den måten lærer av hverandre (Liljedahl, 2020, ss. 48, 137). Gjennom utdragene som er presentert i kapittel 4.3.1 *Funn 1: strategideling tilgjengeliggjør kunnskap* så vi at elevene tok i bruk løsningsstrategier som deles av hverandre, og at ulike løsningsstrategier ble sammenliknet og diskutert. Dette kan ses i sammenheng med Liljedahls (2020, s. 48) tre typer kunnskapsmobilitet: låne, sammenlikne og diskutere ulike løsningsstrategier. Dette kan tyde på at det har skjedd en kunnskapsmobilitet blant elevene, og at elevenes kunnskap dermed har blitt tilgjengelig for hverandre gjennom strategidelingene.

For at kunnskapsmobilitet skal kunne oppstå blant elevene, må matematikken som anvendes være innenfor elevenes nærmeste utviklingssone. Den nærmeste utviklingssonen representerer et område hvor elevene kan oppleve læring og faglig utvikling i samhandling med andre (Vygotsky, 1978, s. 86). Dersom oppgavene som elevene løser og løsningsstrategiene som deles er innenfor elevenes nærmeste utviklingssone, kan det altså oppstå en kunnskapsmobilisering hvor elevene kan tilegne seg ny kunnskap, og dermed utvikle forståelse.

Hvorvidt hoderegningsoppgavene faktisk var innenfor elevenes nærmeste utviklingssone, er imidlertid vanskelig å fastslå. Som vi nevnte i metodekapittelet var det vi som forskere som planla undervisningsøktene med tallsnakk, og dermed vi som valgte oppgavene. Med bakgrunn i vår begrensede kjennskap til elevene ble oppgavevalget basert på lærerens anbefalinger, samt Humphreys og Parkers (2015) bok *Making Number Talks Matter,* som presenterer egnede oppgaver for ulike løsningsstrategier. På grunnlag av kunnskapsmobiliteten vi opplevde gjennom strategidelingene, og utviklingen av tallforståelse fra intervju 1 til intervju 2, vil vi argumentere for at hoderegningsoppgavene var innenfor den nærmeste utviklingssonen til de fleste elevene. Vi oppdaget imidlertid at noen av oppgavene kan ha vært utenfor den nærmeste utviklingssonen til én av elevene, noe vi kommer tilbake til i kapittel 5.3 *Oppklaring av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene.*

Humphreys og Parkers (2015, s. 19) påpeker at tallsnakk bør skje hver dag for at elevene skal ha mulighet til å huske løsningsstrategiene som deles, og dermed kunne benytte seg av hverandres ideer. Til tross for at tallsnakk kun ble gjennomført en gang i uken, og at det var to uker mellom hver tallsnakk med lik regneart, opplevde vi at elevene prøvde ut løsningsstrategiene som ble delt av medelevene og læreren. Vi kan likevel tenke oss at dersom tidsrommet mellom hver tallsnakk hadde vært kortere, ville elevene fått enda større mulighet til å huske ideene som ble delt og diskutert, og dermed hatt bedre forutsetninger for å benytte seg av enda flere løsningsstrategier.

Fra intervju 1 til intervju 2 opplevde vi at elevene utviklet tallforståelsen på flere områder, deriblant bruken av flere ulike løsningsstrategier. Hvorvidt denne utviklingen er et resultat av undervisningsøktene med tallsnakk, eller om annen matematikkundervisning som elevene har hatt mellom tallsnakkene har påvirket utviklingen av tallforståelse, vil være vanskelig å påpeke. Vi mener likevel at utviklingen av tallforståelse kan ha direkte sammenheng med strategidelingen som skjedde gjennom undervisningsperioden med tallsnakk, hvor elevene ble eksponert for mange ulike løsningsstrategier. Ifølge McIntosh et als. (1992) rammeverk for tallforståelse, ligger bevisstheten om at flere ulike løsningsstrategier finnes under kategorien *bruken av kunnskapen om tall og regneoperasjoner i beregninger.* Dette innebærer at elevene må ha en viss kunnskap om tall og regneoperasjoner for å kunne benytte seg av ulike løsningsstrategier. Videre indikerer dette at elevenes utvikling i tallforståelse innenfor bruken av flere ulike løsningsstrategier, implisitt medfører at elevene også har utviklet tallforståelsen sin på andre områder. Dette kan tyde på at elevene gjennom strategidelingen har oppdaget sammenhenger mellom ulike konsepter og regneoperasjoner, og dermed utviklet det Hiebert og Lefevre (1986) kaller konseptuell forståelse, noe som kommer til syne gjennom strategidelingen deres.

5.2 Ufullstendig oppklaring av misoppfatninger kan føre til forvirring

Det andre funnet vårt er at ufullstendige oppklaringer av misoppfatninger kan føre til forvirring hos elevene. Som nevnt tidligere oppstår en misoppfatning når elevene har ufullstendig forståelse for et konsept, og dermed ikke klarer å se konseptet i sammenheng med andre deler av matematikken (Ojose, 2015, ss. xii, xiv). Dette kan henge sammen med det Hiebert og Lefevre (1986, ss. 3-4, 6) forklarer i forhold til konseptuell og prosedyrebasert forståelse. Når man har prosedyrebasert forståelse står de matematiske konseptene alene, og man gjennomfører prosedyrer uten å forstå hvorfor de fungerer. Gjennom konseptuell forståelse, ser man matematiske konsepter i sammenheng med hverandre, og man kan dermed forstå hvordan ulike matematiske konsepter fungerer. Ser vi misoppfatninger i sammenheng med Hieberts og Lefevres (1986) forståelsesbegreper, kan vi tenke oss at en misoppfatning grunner i utelukkende prosedyrebasert forståelse for et konsept. Som en følge av dette, vil man også kunne si at en misoppfatning dannes i mangel av konseptuell forståelse.

I kapittel 4.3.2 *Funn 2: ufullstendig oppklaring av misoppfatninger kan føre til forvirring* fant vi at det gjennom tallsnakkene ble avdekket misoppfatninger i både subtraksjon og divisjon. Vi tenker oss at elevene som fikk avdekket misoppfatninger gjennom tallsnakkene, kun hadde prosedyrebasert forståelse for de konseptene som misoppfatningene grunnet i, og dermed manglet konseptuell forståelse på disse områdene. Gjennom de aktuelle tallsnakkene ble ikke misoppfatningene oppklart, noe som førte til at misoppfatningene ble videreført av elevene. Vi så også at misoppfatningen i divisjon ble plukket opp av en elev som ikke hadde vist tegn til misoppfatningen tidligere. Dette kan tyde på at ufullstendige oppklaringer ikke bare forvirrer elevene som allerede hadde misoppfatningene, men også kan føre til at andre elever plukker opp på misoppfatningene. Dette kan ses i sammenheng med Liljedahls (2020, s. 48) første type kunnskapsmobilitet, som går ut på å ta i bruk medelevenes ideer. Når uoppklarte misoppfatninger tilegnes av nye elever, kan det tenkes at disse elevene tar i bruk medelevenes ideer i tro om at de er matematisk korrekt. Med bakgrunn i dette mener vi at uoppklarte misoppfatninger kan resultere i det man kan anse som en form for uønsket kunnskapsmobilitet.

Gitt at læreren i større grad hadde åpnet for samtaler omkring misoppfatningene, kunne elevene hatt mulighet til å lære av hverandre. Klasseromssamtaler som utforsker misoppfatninger, og åpner opp for å undersøke hva som gikk galt, kan være gode læringsmuligheter for elevene (Humphreys & Parker, 2015, s. 27). Å aktivt delta i tilpassede matematiske aktiviteter er sentralt for læring og kommer frem både når det gjelder å legge til rette for konseptuell forståelse (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 8), og læring innenfor den nærmeste utviklingssonen (Vygotsky, 1978, s. 86). Med bakgrunn i at misoppfatningene ble videreført, er det tenkelig at mangelen på samtaler og oppklaring av misoppfatningene tar bort elevenes mulighet til å skape korrekte sammenhenger mellom ulike konsepter. Videre resulterer dette i at elevene ikke får mulighet til å utvikle deres konseptuelle forståelse på området.

Samlet sett opplevde vi altså at læreren i motsetning til å invitere til diskusjon rundt enkelte misoppfatninger, heller korrigerte feilene og ikke forklarte bakgrunn for misoppfatningene. Slike situasjoner kan være begrensende for elevenes læringsmuligheter da læreren ikke bruker muligheten til å oppklare misoppfatningene. Som en følge av dette opplevde vi at elevene ikke ble gjort oppmerksom på at de hadde en misoppfatning, og at de dermed ikke fikk reflektert omkring egne eller andres misoppfatninger. Dette kan ses som en motsetning til det Chapin et al. (2009, s. 63) poengterer om viktigheten av å vektlegge diskusjon og refleksjon omkring egne og andres misoppfatninger, noe som skal bidra til utvikling av forståelse. Mangelen på oppklaring av misoppfatningene kan ha bidratt til at elevene ble forvirret, og ikke fikk mulighet til å utvikle konseptuell forståelse på området. Dette kan resultere i at elevene tilegner seg, eller tar med seg misoppfatninger videre. Vi vil dermed påpeke at det kan være en sammenheng mellom mangel på samtaler omkring misoppfatninger og elevenes mulighet til å utvikle konseptuell forståelse.

5.3 Oppklaring av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene

Det tredje funnet vårt er at oppklaringer av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene. Som nevnt tidligere er felles diskusjon og refleksjon av misoppfatninger en viktig del av å oppklare og skape forståelse for matematiske konsepter (Humphreys & Parker, 2015, s. 27). I forrige delkapittel kom det frem at misoppfatninger i subtraksjon og divisjon ikke ble tilstrekkelig oppklart. Som et resultat av dette så vi i senere tallsnakker at elevene fortsatt hadde misoppfatningene i subtraksjon og divisjon.

Når misoppfatningene i subtraksjon og divisjon dukker opp på nytt, oppstår det klasseromssamtaler hvor misoppfatningene utforskes. Chapin et al. (2009, s. 63) poengterer at diskusjon og refleksjon av misoppfatninger bidrar til å skape forståelse, noe som kan være med på å oppklare misoppfatninger. I klasseromssamtalene av misoppfatningene i subtraksjon og divisjon diskuteres spesifikke misoppfatninger, noe som gjør at disse samtalene kan beskrives som *målrettede samtaler*. I en målrettet samtale skal læreren ta en passiv rolle og lede samtalen i en bestemt retning med ønske om at elevene skal utforske noe spesifikt (Kazemi & Hintz, 2019, ss. 13-14, 152-153). I samtalen rundt misoppfatningen i subtraksjon bidrar flere av elevene med innspill, argumenter og refleksjoner, og samtalen preges av at elevene aktivt diskuterer, mens læreren støtter der det er nødvendig. I samtalen rundt misoppfatningen i divisjon inviteres også elevene til å komme med innspill. I motsetning til samtalen i subtraksjon deltar ikke elevene aktivt i diskusjon, og læreren tar dermed en mer aktiv rolle i diskusjon. Dette viker fra hvordan en målrettet samtale bør gjennomføres, i form av at elevene ikke har en sentral rolle i samtalen. Likevel er samtalen rettet mot å utforske noe bestemt: misoppfatningen i divisjon. På den måten vil oppklaringen av misoppfatningen i divisjon oppfylle deler av hva som kjennetegner en målrettet samtale, og kan være med på å bidra til å oppklare misoppfatningen. I intervju 2 opplever vi at alle elevene har kvittet seg med misoppfatningen i subtraksjon, samt at de fleste elevene ikke lengere har misoppfatningen i divisjon. Dette kan tyde på at de målrettede samtalene for å diskutere disse misoppfatningene har hatt en effekt.

Med bakgrunn i at elevene har fått misoppfatningene sine oppklart, tyder det på at konseptene som misoppfatningene var basert på, har vært innenfor det Vygotsky (1978, s. 86) omtaler som den nærmeste utviklingssonen til elevene. Dette betyr at elevene, i samhandling med andre, har vært kapabel til å forstå de sentrale konseptene i misoppfatningene, noe vi mener bekreftes gjennom oppklaringene av misoppfatningene. At elevene gjennom klasseromssamtalene har utviklet forståelse for disse konseptene kan vi se i sammenheng med Hieberts og Lefevres (1986, ss. 3-4) forklaring av utvikling av konseptuell forståelse. Når man oppdager sammenhenger mellom flere deler informasjon, og dermed setter kunnskap sammen i et nettverk, utvikles konseptuell forståelse. Med bakgrunn i dette, kan vi tenke oss at elevene gjennom klasseromssamtalene har oppdaget matematiske sammenhenger, og at dette har bidratt til å oppklare misoppfatningene.

I intervju 2 kommer det frem at en elev fortsatt har misoppfatningen i divisjon, noe som tyder på at oppklaringen av misoppfatningen ikke nådde frem til eleven. Det kan være flere grunner til at oppklaringen ikke nådde frem. Den første grunnen kan være at eleven ikke deltar i samtalen hvor misoppfatningen oppklares. Chaplin et al. (2009, s. 63) påpeker at elever bør delta i faglige samtaler for å få læringsutbytte av samtalene i form av å utvikle forståelse. Med bakgrunn i dette, er det tenkelig at elevens manglende deltakelse i samtalen rundt misoppfatningen kan ha ført til at eleven ikke fikk det læringsutbytte som samtalen potensielt kunne hatt ved aktiv deltakelse i samtalen. En annen avgjørende faktor for at misoppfatningen ikke oppklares, kan være at konseptet om divisjon med divisor over ti er utenfor elevens nærmeste utviklingssone. Hvorvidt dette konseptet er innenfor eller utenfor elevens nærmeste utviklingssone vil være vanskelig for oss å avgjøre. Dersom dette imidlertid er tilfellet, vil ikke eleven kunne få oppklart misoppfatningen sin uavhengig av om eleven deltar aktivt i samtalen rundt misoppfatningen eller ikke.

Med utgangspunkt i avsnittene ovenfor ser vi at diskusjon av misoppfatninger er sentralt for å oppklare misoppfatninger. I diskusjonene benyttet læreren seg av målrettede samtaler, som bidro til at elevene fikk diskutert spesifikke misoppfatninger, og tilrettela på den måten for å oppklare disse misoppfatningene. Det var tydelig at elevers aktive deltakelse gjennom å reflektere, argumentere og komme med innspill til medelevene, bidro til at elevene kunne skape konseptuell forståelse og nye matematiske sammenhenger, som igjen gjorde at misoppfatningene ble oppklart.

6 Konklusjon

Undervisningsmetoden tallsnakk er i tråd med flere av kjerneelementene i læreplanen for matematikk. Diskusjon, utforsking, resonnering, begrunnelser av egne fremgangsmåter og det å bruke matematisk språk, er elementer som både er sentrale i tallsnakk og i flere av kjerneelementene for matematikk. I læreplanen for matematikk kommer det også frem at tall og tallforståelse er ett av kunnskapsområdene som danner grunnlaget for elevenes matematiske forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019). Tallsnakk en undervisningsmetode som legger opp til at elever får arbeide fleksibelt med tall, og kan på den måten bidra til utvikling av tallforståelse (Humphreys & Parker, 2015, ss. 6, 29). Med bakgrunn i dette har vi i forskningsprosjektet undersøkt følgende problemstilling:

> *På hvilken måte kan undervisningsmetoden tallsnakk påvirke utvikling av tallforståelse hos elever på mellomtrinnet?*

For å kunne belyse problemstillingen gjennomførte vi en kausal casestudie. I løpet av en periode på seks uker undersøkte vi undervisningsmetoden tallsnakk i en aldersblandet klasse på mellomtrinnet ved bruk av videoopptak. I tillegg gjennomførte vi oppgavebaserte intervjuer i forkant og etterkant av undervisningsperioden for å kunne si noe om en eventuell utvikling av tallforståelse.

Vi analyserte undervisningsøktene med tallsnakk og de oppgavebaserte intervjuene hver for seg ved bruk av tematisk analyse. For å kunne svare på problemstillingen vår utforsket vi disse to delene i sammenheng for å undersøke undervisningsmetodens påvirkning på elevenes utvikling av tallforståelse. Den tematiske analysen resulterte i tre funn som påpeker en sammenheng mellom tallsnakk og utvikling av tallforståelse. Med bakgrunn i disse tre funnene, kan vi nå trekke tre konklusjoner:

Den første konklusjonen vår er at strategideling tilgjengeliggjør kunnskap for elevene. Strategideling bidrar med å tilgjengeliggjøre elevenes kunnskap for hverandre, der elevene gjennom deling og diskusjon får innsikt i hverandres løsningsstrategier, tanker og ideer.

Den andre konklusjonen vår er at ufullstendig oppklaring av misoppfatning kan føre til forvirring for elevene. Manglende oppklaringer av misoppfatninger begrenset elevenes læringsmuligheter, og gjorde at elevene ikke fikk mulighet til å skape nye matematiske sammenhenger, og misoppfatningene kunne dermed videreføres.

Den tredje konklusjonen vår er at oppklaring av misoppfatninger kan skape forståelse for elevene. Diskusjon og refleksjon gjennom klasseromssamtalene i tallsnakk bidro med å oppklare misoppfatninger. Når misoppfatningene ble oppklart så vi at det kunne bidra til at elevene fikk mulighet til å utvikle forståelse.

Våre konklusjoner er som nevnt basert på funn fra en kausal casestudie, gjennomført i en aldersblandet klasse på mellomtrinnet. Likevel mener vi at funnene våre kan være overførbare til andre skoleklasser på femte, sjette eller syvende trinn, da vi opplevde klassen som forskningen ble gjennomført i, som en alminnelig klasse på mellomtrinnet. Vi anser det også som rimelig at undervisningsmetoden tallsnakk kan påvirke utviklingen av tallforståelsen til elever på andre klassetrinn, som på småtrinnet eller på ungdomstrinnet. Med bakgrunn i denne overførbarheten vil konklusjonene implisere at:

Dersom lærere ønsker å tilrettelegge for elevenes utvikling av tallforståelse gjennom en undervisningsmetode som er i tråd med læreplanen, vil det være hensiktsmessig å benytte seg av tallsnakk.

Videre vil konklusjonene våre implisere at dersom lærere ønsker å legge til rette for undervisning som kan avdekke og oppklare misoppfatninger, vil tallsnakk legge til rette for dette, gjennom samtaler og refleksjoner omkring ulike matematiske konsepter.

6.1 Veien videre

I studien vår har vi forsøkt å belyse hvilke faktorer ved tallsnakk som kan påvirke elevers utvikling av tallforståelse. Tallsnakk er sannsynligvis ikke en utbredt undervisningsform i den norske skolen, noe som gjør at det er flere vinklinger ved undervisningsmetoden som kan være interessant å undersøke i videre forskning.

Denne studien ble gjennomført på en liten elevgruppe bestående av 8 elever, over en periode på seks uker. Med tanke på at rammene for studien var relativt små, og at funnene våre kun er gjeldende for denne studien, kan neste naturlige steg være å gjennomføre et liknende forskningsprosjekt med større rammer enn vi hadde for vår studie. Det ville vært interessant å utforske tallsnakk i et større utvalg, gjerne over en lengre tidsperiode enn seks uker, for å i større grad kunne si noe om undervisningsmetodens påvirkning på elevenes utvikling av tallforståelse. Dette vil kreve flere informanter, mer tid og flere forskere. En slik studie ville også vært interessant å gjennomføre med en kontrollklasse. Ved hjelp av en kontrollklasse vil man i større grad kunne utelukket elevenes vanlige matematikkundervisning, som påvirkende faktor på elevenes utvikling av tallforståelse gjennom tallsnakk. Vi undersøkte kun tallsnakk med regneartene subtraksjon og divisjon, og ved bruk av heltall. Med bakgrunn i dette ville det også vært spennende å undersøke tallsnakk ved bruk av addisjon og multiplikasjon, samt for desimaltall og brøk, for å se om det ville gitt liknende resultater.

Det vil også være interessant å undersøke undervisningsmetodens overføringsverdi fra hoderegning med de fire regneartene til andre matematiske temaer. Det kunne eksempelvis vært spennende å utforske innføringen av temaet likninger gjennom bruk av tallsnakk som undervisningsmetode.

Denne studien har gitt oss økt kompetanse for undervisningsmetoden tallsnakk og utvikling av tallforståelse på mellomtrinnet. Underveis i denne prosessen har vi fått innsikt i hvordan tallsnakk skaper en læringsarena hvor elevene får utvikle tallforståelse gjennom aktiv læring. Vi har blitt bevisst på konsekvensen av å ikke oppklare misoppfatninger, samt fått innsikt i hvordan felles diskusjoner av misoppfatninger skaper gode læringsmuligheter. Vi ser verdien av gode klasseromssamtaler, og ønsker derfor å benytte oss av tallsnakk i vår fremtidige undervisning. Videre håper vi at denne studien kan inspirere andre matematikklærere til å bruke tallsnakk som undervisningsmetode i matematikk.

7 Referanseliste

Ambrose, R., Baek, J.-M., & Carpenter, T. P. (2003). Children´s Invention of Mulitdigit Multiplication and Division Algorithms. In A. J. Baroody & A. Dowker (Red.), *The Development of Arithmetic Concepts and Skills: Constructive Adaptive Expertise* (ss. 307-338). Lawrence Erlabaum Associates Inc. https://doi.org/10.4324/9781410607218-16

Baune, Ø. (1991). *Vitenskap og metode* (7. utg.).

Braun, V., & Clarke, V. (2022). *Thematic analysis: a practical guide*. SAGE.

Brekke, G. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Læringssenteret.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: using math talk to help students learn, grades K-6* (2 utg.). Math Solutions.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8 utg.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315456539

Creswell, J. W., & Guetterman, T. C. (2021). *Educational research: planning, conducting, and evaluating quantitative and qualitative research* (6 utg.). Pearson Education Limited.

Lov om organisering av forskningsetisk arbeid, (2017). https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2017-04-28-23

Fuson, K. C., Wearne, D., Hiebert, J. C., Murray, H. G., Human, P. G., Olivier, A. I., Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1997). Children's Conceptual Structures for Multidigit Numbers and Methods of Multidigit Addition and Subtraction. *Journal for research in mathematics education*, *28*(2), 130-162.

Gerring, J. (2007). *Case study research: principles and practices*. Cambridge University Press.

Gerring, J. (2017). *Case study research: principles and practices* (2 utg.). Cambridge University Press.

Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter: Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm akademisk.

Goldin, G. A. (2000). A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interviews in Mathematics Education Research. In A. E. Kelly & R. A. Lesh (Red.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (ss. 517-546). Routledge.

Heirdsfield, A. M. (2005). One Teacher's role in promoting understanding in mental computation. In H. L. Chick & J. L. Vincent (Red.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, ss. 113-120). https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED496898.pdf

Heirdsfield, A. M., & Cooper, T. J. (2004). Factors affecting the process of proficient mental addition and subtraction: case studies of flexible and inflexible computers. *The Journal of mathematical behavior*, *23*(4), 443-463. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2004.09.005

Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis. In J. Hiebert (Red.), *Conceptual and procedural knowledge: the case of mathematics* (ss. 1-24). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Howden, H. (1989). Teaching Number Sense. *The Arithmetic teacher*, *36*(6), 6-11.

Humphreys, C., & Parker, R. (2015). *Making number talks matter: Developing mathematical practices and deepening understanding, Grades 4-10*. Stenhouse Publishers.

Kazemi, E., & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale: hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner*. Cappelen Damm akademisk.

Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (T. M. Anderssen & J. Rygge, Trans.; 3 utg.). Gyldendal akademisk.

Liljedahl, P. (2020). *Building Thinking Classrooms in Mathematics, Grades K-12: 14 Teaching Practices for Enhancing Learning*. Corwin Press.

Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Sage.

May, P. L. (2020). Number Talks Benefit Fifth Graders' Numeracy. *International Journal of Instruction*, *13*(4), 361-374. https://doi.org/10.29333/iji.2020.13423a

McIntosh, A., Nohda, N., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1995). Mental Computation Performance in Australia, Japan and the United States. *Educational studies in mathematics*, *29*(3), 237-258.

McIntosh, A., Reys, B. J., & Reys, R. E. (1992). A Proposed Framework for Examining Basic Number Sense. *For the learning of mathematics*, *12*(3), 2-44.

McIntosh, A., Reys, R. E., & Reys, B. J. (1997). Mental Computation in the Middle Grades: The Importance of Thinking Strategies. *Mathematics teaching in the middle school*, *2*(5), 322-327.

Miles, M. B., Huberman, A. M., & Saldaña, J. (2014). *Qualitative data analysis: a methods sourcebook* (3 utg.). Sage.

NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humaniora*. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. https://www.forskningsetikk.no/globalassets/dokumenter/4-publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora

Ojose, B. (2015). *Common misconceptions in mathematics: strategies to correct them*. University Press of America, Inc.

Plunkett, S. (1979). Decomposition and All That Rot. *Mathematics in school*, *8*(3), 2-5.

Postholm, M. B., & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm akademisk.

Reys, B. J. (1985). Mental Computation. *The Arithmetic teacher*, *32*(6), 43-46.

Reys, B. J. (1994). Promoting Number Sense in the Middle Grades. *Mathematics teaching in the middle school*, *1*(2), 114-120. https://doi.org/10.5951/MTMS.1.2.0114

Reys, R., Reys, B., Emanuelsson, G., Johansson, B., McIntosh, A., & Yang, D. C. (1999). Assessing Number Sense of Students in Australia, Sweden, Taiwan, and the United States. *School Science and Mathematics*, *99*(2), 61-70.

Reys, R. E. (1984). Mental Computation and Estimation: Past, Present, and Future. *The Elementary school journal*, *84*(5), 547-557.

Rowe, M. B. (1986). Wait Time: Slowing Down May Be A Way of Speeding Up. *Journal of teacher education*, *37*(1), 43-50.

Ryan, J., & Williams, J. (2007). *Children's mathematics 4-15: learning from errors and misconceptions*. McGraw-Hill/Open University Press.

Skemp, R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. *Mathematics Teaching*, *77*, 20-26.

Solvang, R. (1992). *Matematikk-didaktikk* (2. utg.). NKI.

Spencer, R., Pryce, J. M., & Walsh, J. (2020). Philosophical Approaches to Qualitative Research. In P. Leavy (Red.), *The Oxford Handbook of Qualitative Research* (2 utg., ss. 112-142). Oxford University Press.

Varol, F., & Farran, D. (2007). Elementary School Students? Mental Computation Proficiencies. *Early childhood education journal*, *35*(1), 89-94.

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes* (M. Cole, V. John-Steiner, S. Scribner, & E. Souberman, Red.). Harvard University Press.

Wandt, E., & Brown, G. W. (1957). Non-Occupational Uses of Mathematics Mental and Written?Approximate and Exact. *The Arithmetic teacher*, *4*(4), 151-154.

Witherspoon, T. (2023). Developing Number Sense with Number Talks. *Journal of mathematics education at Teachers College*, *14*(2), 33-35. https://doi.org/10.52214/jmetc.v14i2.11709

Vedlegg 1: Godkjenning fra Sikt

Sikt

Vurdering av behandling av personopplysninger

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
647886	Standard	13.10.2023

Tittel
Masteroppgave i matematikkdidaktikk

Behandlingsansvarlig institusjon
UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig
Oskar Jensen Wang

Student
Silje Sofie Martnes

Prosjektperiode
02.10.2023 - 31.05.2024

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 31.05.2024.

Meldeskjema

Kommentar
OM VURDERINGEN
Sikt har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

FORELDRE SAMTYKKER FOR BARN
Prosjektet vil innhente samtykke fra foresatte til behandlingen av personopplysninger om deres barn.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
Vi har vurdert at du har lovlig grunnlag til å behandle personopplysningene, men husk at det er institusjonen du er ansatt/student ved som avgjør hvilke databehandlere du kan bruke og hvordan du må lagre og sikre data i ditt prosjekt. Husk å bruke leverandører som din institusjon har avtale med (f.eks. ved skylagring, nettspørreskjema, videosamtale el.)

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Se våre nettsider om hvilke endringer du må melde: https://sikt.no/melde-endringar-i-meldeskjema

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Vedlegg 2: Informasjonsskriv og samtykkeskjema

Vil du delta i forskningsprosjektet

Hoderegningsstrategier i matematikk

Hei! Vi er to masterstudenter på grunnskolelærerutdanning for 5-10.trinn som skal skrive masteroppgave i matematikkdidaktikk. Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å kartlegge elevens utvikling av hoderegningsstrategier gjennom undervisningsmetoden «Number talks». I dette skrivet vil du få informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

Formålet med prosjektet
I forbindelse med vår masteroppgave ønsker vi å kartlegge på hvilken måte undervisningsmetoden «Number talks» kan bidra til utvikling av elevers hoderegningsstrategier. Dette vil vi undersøke ved å gjennomføre undervisningsmetoden «Number talks» over en periode på 4-6 uker i skoletiden.

- "Numer talks" er en undervisningsmetode som setter fokus på elevenes tanker og strategier ved at elevene jobber fleksibelt med tall. En "Number talk" tar 15-20 minutter. Elevene får presentert et regnestykke som skal løses mentalt på så mange måter som mulig, før de ulike strategiene skal diskuteres i plenum. Undervisningsmetoden skal utfordre elevene med å komme seg bort fra algoritmene og bli mer komfortabel med å utvikle egne ideer, og er på den måten i tråd med den nye læreplanen.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
UiT Norges Arktiske Universitet, fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning/Institutt for lærerutdanning og pedagogikk er ansvarlig for prosjektet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Du får denne forespørselen fordi du er elev på mellomtrinnet på Straumsbukta skole.

Hva innebærer det for deg å delta?

- Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det at du deltar på et oppgavebasert intervju som inneholder 6 spørsmål og tar ca. 20 minutter. Vi vil ta lydopptak og notater fra intervjuet.
- Hvis du velger å delta i prosjektet, innebærer det også at du deltar på undervisningsmetoden «Number talks» i matematikktimene, hvor det vil bli tatt videoopptak med kamera i klasserommet. Videoopptakene har som hensikt å styrke våre observasjoner, og sørge for at dataen som samles inn er pålitelig. Undervisningen skal foregå over en periode på 4-6 uker, og vi ønsker å filme en økt i oppstarten av prosjekter, 1-2 underveis og en økt på slutten av perioden. Vi vil kun filme de første 15-20 minuttene av matematikktimene, da det kun er dette tidsrommet av undervisningen "Number talksene" som vi ønsker å utforske skal foregå.
- All data og personopplysninger vil bli oppbevart på en elektronisk plattform med to-faktor-autentisering.
- Foresatte kan få tilgang på intervjuguiden på forhånd om ønskelig.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.
De som samtykker til deltakelse vil bli tatt ut på et annet klasserom, hvor undervisningen vil bli filmet. Om du ikke ønsker å delta i forskningen vil du ikke bli intervjuet, og du vil bli igjen på klasserommet og få ekvivalent undervisning.

Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger
Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket. All data og personopplysninger vil bli oppbevart på en elektronisk plattform med to-faktor-autentisering, og alle navn vil erstattes med en kode som lagres på en egen navneliste adskilt fra øvrige data. Du vil ikke kunne gjenkjennes i masteroppgaven. Personer med tilgang til opplysningene vil kun være vi (masterstudenter) og veileder.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes 31.mai 2024. Etter prosjektslutt vil datamaterialet med dine personopplysninger slettes.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra UiT Norges Arktiske Universitet, fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning/Institutt for lærerutdanning og pedagogikk, har Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:
- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:
- UiT Norges Arktiske Universitet, fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning/Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved masterstudent Hedda Marie Foshaug (hfo036@uit.no), masterstudent Silje Sofie Martnes (sma178@uit.no), eller veileder Oskar Jensen Wang (oskar.wang@uit.no)
- Vårt personvernombud: Annikken Steinbakk, personvernombud@uit.no

Hvis du har spørsmål knyttet til vurderingen som er gjort av personverntjenestene fra Sikt, kan du ta kontakt via:
- Epost: personverntjenester@sikt.no eller telefon: 73 98 40 40.

Med vennlig hilsen

Prosjektansvarlig	*Masterstudenter*
Oskar Jensen Wang	Hedda Marie Foshaug og Silje Sofie Martnes

Samtykkeerklæring

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *«Hoderegningsstrategier i matematikk»* og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i intervju
- ☐ å delta i undervisning med «Number talks»

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet

--	---	---------------------
(Elevens navn)	(Signatur foresatt)	(Dato)

Vedlegg 3: Intervjuguide

Intervjuguide

Oppgave 1: 63 – 29 = 34

Oppfølgingsspørsmål: Kan du forklare hva du tenkte når du løste oppgaven? Kan du løse oppgaven på flere måter?

Oppgave 2: 134 – 168 = -34

Oppfølgingsspørsmål: Kan du forklare hva du tenkte når du løste oppgaven? Kan du løse oppgaven på flere måter?

Oppgave 3: 89 - 78 = 11

Oppfølgingsspørsmål: Kan du forklare hva du tenkte når du løste oppgaven? Kan du løse oppgaven på flere måter?

Oppgave 4: 1345 – 444 = 901

Oppfølgingsspørsmål: Kan du forklare hva du tenkte når du løste oppgaven? Kan du løse oppgaven på flere måter?

Oppgave 5: 69 / 3 = 23

Oppfølgingsspørsmål: Kan du forklare hva du tenkte når du løste oppgaven? Kan du løse oppgaven på flere måter?

Oppgave 6: 64 / 16 = 4

Oppfølgingsspørsmål: Kan du forklare hva du tenkte når du løste oppgaven? Kan du løse oppgaven på flere måter?

Oppgave 7: 84 / 8 = 10.5

Oppfølgingsspørsmål: Kan du forklare hva du tenkte når du løste oppgaven? Kan du løse oppgaven på flere måter?

Oppgave 8: 72 : 12 = 6 **(kun på intervju 2)**

Oppfølgingsspørsmål: Kan du forklare hva du tenkte når du løste oppgaven? Kan du løse oppgaven på flere måter?