UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Modellering i matematikk på 10.trinn

Et aksjonsforskningsprosjekt om hvordan lærere kan fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter

Therese Romsdal

Masteroppgave i matematikkdidaktikk, LER-3913-1 23H, mai 2024

Her kan du plassere et bilde. Hvis du ikke vil legge til et bilde, klikk på det svarte området og slett formen.

For veiledning om hvordan du setter inn et bilde, gå til uit.no/studenter/oppgaveskriving og klikk på «Legg til eget bilde på forsiden» i høyremenyen.

Sammendrag

Formålet med forskningen var å undersøke hvordan lærere kan fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter.
Problemstillingen ble følgende: *«Hvordan kan lærere fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter?*

I denne forskningen har jeg som forsker vært aktiv deltaker i hele forskningsforløpet, og gjennomført et eget-designet undervisningsopplegg i modellering i matematikk. Undervisningsopplegget var designet slik at elevene skulle lage en matematisk modell for sammenhengen mellom høyde og fotlengde for en person. Undervisningsøktene har vært gjenstand for refleksjon blant likeverdige deltakere av meg og to andre lærere, med hensikt i å fremme matematiske samtaler.
Denne mastergradsavhandlingen er et aksjonsforskningsprosjekt der målet var utvikling av undervisningspraksis. Datamaterialet dette prosjektet baserer seg på et undervisningsopplegg som strekker seg over fire økter. Undervisningene er observert økt for økt, etterfulgt av reflekterende samtaler som ble tatt opp på lydbånd. Annen datamateriell har vært refleksjonslogg og elevarbeid.
Funnene i dette forskningsarbeidet tyder på at lærere som legger til rette for praktisk aktivitet og fysisk deltakelse fremmer matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter. Andre funn tyder på at ulike spørsmålstyper og samtaletrekk som tar utgangspunkt i elevenes egne resonnementer og tenkemåter fremmer matematiske samtaler. Videre funn tyder på at enkle listoppgaver med lavt kognitivt nivå, som bygger på samarbeid bidrar indirekte til å fremme matematiske samtaler ved at elevene fra starten av økta er mer mottakelig for samtale, og kommer raskere i gang med modelleringsprosessen.

Summary

The purpose of the research was to investigate how teachers can promote mathematical conversations in modelling activities. The following question was investigated: “How can teachers promote mathematical conversations in modelling activities?

In this research, I have been an active participant in the entire research process, and designed and implemented a teaching program in modelling in mathematics. The teaching sessions have been the subject of reflection by myself and two other teachers, with the aim of promoting mathematical conversations. The data was collected during four sessions. The lessons were observed session by session, followed by reflective conversations that were recorded on audio tape. Other data have been reflection logs and student work.

The findings in this research indicate that teachers who facilitate practical activity and physical participation promote mathematical conversations in modelling activities. Other findings indicate that different types of questions and conversational features that are based on the students' own reasoning and ways of thinking promote mathematical conversations. Further findings suggest that simple tasks with a low cognitive level, which are based on collaboration, contribute indirectly to promoting mathematical conversations by making the students more receptive to conversation from the start of the session, and get started with the modelling process more quickly.

Forord

Denne avhandlingen markerer slutten på mitt 5-årige studieløp på grunnskolelærerutdanningen 5.-10.trinn ved UiT Norges Arktiske Universitet.

Det har vært en berikelsesverdig reise med spennende opplevelser, hardt arbeid og mange opp- og nedturer. Studietiden var også da vi fikk tvillinger. Dette medførte ikke bare en forsinkelse i studieløpet, det har også ført til at jeg har møtt og blitt kjent med mange flotte mennesker fra flere kull i lærerutdanningen.

Gjennom dette masterprosjektet har jeg fått muligheten til å fordype meg i temaet modellering i matematikk. Denne fordypningen har utviklet meg som matematikklærer, og som jeg gleder meg til å utvikle videre sammen med mine framtidige elever.

Prosessen med å skrive denne avhandlingen har vært lærerik, men også vanskelig alene. Jeg har mange ganger savnet en partner å tenke sammen med. Jeg har likevel hatt god støtte, og mange gode samtaler med både medstudenter, lærere, samboer, familie/venner og veiledere.

Jeg er takknemlig for all støtten jeg har fått gjennom dette studie- og masterforløpet. Jeg vil først og fremst takke min samboer som har vært en enorm støtte og samarbeidspartner i hverdagen med fire småbarn. Jeg vil også takke mine barn som har gitt meg ekstra motivasjonen når jeg har trengt det: gjennom sin positivitet og tålmodighet. Jeg vil rette en takk til mine veilere Guro Moe og Thomas F. Eidissen for kyndig veiledning gjennom masterprosjektet. Ikke minst vil jeg rette en ekstra stor takk til deltakerne i dette masterprosjektet. Dere har vært helt avgjørende!

Nå er dagen her, da jeg avslutter dette masterforløpet med takknemlighet, stolthet og mange gode opplevelser fra studietiden. Nå er jeg endelig lærer!

Therese Romsdal

Alta, mai 2024

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

Figurliste

1 Innledning

I denne masteravhandlingen har jeg valgt å fordype meg i temaet modellering i matematikk. Inspirasjonen bak valg av tema bunner både i min erfaring som elev, egenmotivasjon og interesse.

1.1 Bakgrunn

I min skolegang på slutten av 1990- og 2000-tallet var matematikkundervisningen preget av et resultatorientert fokus. Jeg følte mestring i faget når jeg husket regneregler, formler og oppstilling av regnestykker som førte til riktig resultat. I nye temaer prøvde jeg ofte å relatere matematikken vi lærte til virkelige situasjoner, og jeg hadde behov for å forstå betydningen av matematiske begreper. Jeg opplevde det ofte som vanskelig å forstå hva matematikken vi lærte i klasserommet kunne brukes til, og å se relevans i det jeg lærte i matematikklasserommet. Jeg kan huske at vi satt på hver vår pult, altså en og en i klasserommet, og regnet oppgaver basert på regler og prosedyrer. Jeg kan også huske og relatere mine følelser til mestring når jeg opplevde at jeg klarte å løse en oppgave på en bestemt måte.

Jeg har gjennom lærerstudiet fått innsikt i temaet modellering i matematikk, som har ført til refleksjoner rundt min egen skolegang og videre gitt meg interesse for dette området. Refleksjoner fra min egen skolegang sammen med samfunnets hurtige utvikling, har gitt meg et ønske om å tilegne meg mer undervisningskunnskap om temaet. Samtidig har modellering fått en sentral rolle i læreplanen i matematikk etter kunnskapsløftet i 2020. Innsikt i modellering vil derfor være kompetanse som er framtidsrettet.

Kunnskapsdepartementet (2019) angir i læreplanens kunnskapsløft 2020, heretter kalt LK20, at modellering og anvendelse er et av kjerneelementene i matematikkfaget:

> *«Ein modell i matematikk er ei beskriving av verkelegheita i matematisk språk. Elevane skal ha innsikt i korleis modellar i matematikk blir brukte for å beskrive dagleglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handlar om å lage slike modellar. Det handlar òg om å kritisk vurdere om modellane er gyldige, og kva avgrensingar dei har, vurdere modellane i lys av dei opphavlege situasjonane og vurdere om dei kan brukast i andre situasjonar. Anvendingar i matematikk handlar om at elevane skal få innsikt i korleis dei skal bruke matematikk i ulike situasjonar, både i og utanfor faget».*

Mange kompetansemål gjennom grunnskolen er knyttet opp mot kjerneelementet modellering og anvendelse, men i læreplanen i matematikk er det kun 4.- og 10-trinn som eksplisitt har begrepet modellering i fagets kompetansemål. Derfor vil 10. trinn være spesielt interessant å rette dette prosjektet mot, da elevene etter planen skal arbeide med å modellere på dette trinnet. I tillegg er 10.trinnselever avgangselever som gjør denne elevgruppen interessant å studere opp mot tema.

I tillegg til modellering i matematikk er jeg interessert i den muntlige delen av faget, og hvordan lærere kan fremme matematisk diskurs i klasserommet. Dette er også noe som har fått større plass i læreplanen ette kunnskapsløftet i 2020. I den overordnede delen i læreplanverkets kunnskapsløft i 2020, heretter kalt LK20, legges det stor vekt på sosial læring, inkludering og tilhørighet. I kjerneelementene i matematikk er det også lagt stor vekt på at elevene skal diskutere, forklare og argumentere. Lk20 legger i hovedsak stor vekt på det sosiale aspektet i utviklingen til elevenes læring, der den muntlige delen er viktig (Udir.no).

Barbosa (2006) skrive at det det å delta i matematiske samtaler er en av faktorene som er med på å utvikle elevers modelleringskompetanse. Basert på dette ønsker jeg å finne mer ut av hvordan lærere kan fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter, Dette er bakgrunnen for kombinasjonen mellom matematiske samtaler og modellering, og for utformingen av problemstillingen.

1.2 Aktualisering

Skolen har som oppgave i å forme elevene til å bli selvstendige og bidragende samfunnsborgere for framtiden. Dette framkommer i læreplanens overordnede del som omhandler prinsipper for læring, utvikling og danning. Der er det beskrevet at grunnopplæringen er en viktig del av en livslang danningsprosess, og videre at opplæringen skal gi et godt grunnlag for deltakelse på alle områder innen utdanning, arbeids- og samfunnsliv (Kunnskapsdepartementet, 2017). Hvis vi ser dette i sammenheng med samfunnsutviklingen de siste tiårene vil modellering være viktig kompetanse for framtiden.

Niss og Blum (2020) skriver at modellering bør inkluderes i skolen blant annet fordi matematikk har en avgjørende rolle for å kunne forstå og håndtere verden rundt oss. I tillegg skriver han at modellering tilbyr relevant undervisning, og på denne måten skape motivasjon hos elevene.

Modellering i matematikk er å anse som et komplekst område i matematikken, og kan på bakgrunn av dette være et utfordrende tema både for lærere og elever. Blum (2015) bekrefter i forbindelse med sin forskning at undervisning i modellering er vanskelig både for elever og lærere. Han peker på at det er behov for mer forskning rundt undervisning i modellering.

1.3 Problemstilling

Problemstillingen og forskningsspørsmålene jeg ønsker å ta for meg i denne masteravhandlingen er:

«Hvordan kan lærere fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter?

1.4 Avhandlingens struktur

Strukturen for denne avhandlingen er at den er delt inn i 7 hovedkapitler. Kapittel 1 gir innsikt i bakgrunnen for valg av tema, aktualisering og presentasjon av problemstilling. I kapittel 2 legger jeg fram teorigrunnlaget for denne masteravhandlingen. Kapittel 3 gir en grundig redegjørelse av forskningsmetode, der jeg forsøker og være transparent i forbindelse med valg jeg har gjort, datainnsamling og analyseprosess. I kapittel 4 legger jeg fram designet av undervisningsopplegget som er gjennomført i forskningsprosjektet. I kapittel 5 presenteres gjennomføring og analyse. I kapittel 6 diskuterer jeg de funn som er framkommet. Kapittel 7 gjør en oppsummering av viktige poenger, reflekterer over prosjektets begrensninger og pedagogiske implikasjoner. Til slutt i kapittel 8 vil jeg foreslå videre forskning.

2 Teori

I dette kapittelet legger jeg fram det teoretiske rammeverket som er relevant for denne avhandlingen. Teorikapittelet er delt inn i fire hovedtemaer. Til å begynne med tar jeg for meg forståelse i matematikk, for videre å legge fram relevant teori og forskning innen matematisk modellering. Deretter vil jeg gå inn på kommunikasjon i matematikk. Videre vil jeg ta for meg lærerens rolle i et modelleringsklasserom, og til slutt en oppsummering av det didaktiske grunnlaget for designet av undervisningsopplegget som blir presentert i kapittel 4 i denne avhandlingen.

2.1 Forståelse i matematikk

Basert på Skemp (1976) sitt synspunkt om rollen forståelsesbegrepet har i matematikkundervisning, kan en oppfatte forståelse som vesentlig i alt arbeid med matematikk. Jeg vil i dette delkapittelet gjengi Skemp (1976) sitt synspunkt på instrumentell-og relasjonell- forståelse. Videre vil jeg trekke fram Hiebert og Lefevre (1986) sin oppfatning av prosedyre- og konseptuell kunnskap. Til slutt vil jeg gi en kortfattet presentasjon av Niss og Jensen (2002) sin teori om matematisk kompetanse.

2.1.1 Instrumentell- og relasjonell forståelse

Skemp (1976) bruker ordet «faux amis» som et begrep for å beskrive ord som er like, eller svært like, på to språk, der betydningen er forskjellig. Han skriver at en kan få «faux amis» for eksempel mellom engelsk slik språket tales i forskjellige deler av verden (Skemp, 1976). Et eksempel Skemp (1976) trekker fram er at en engelskmann som spør etter en «buiscuit» i Amerika, kan ende opp med å få en «scones». Skemp (1976) skriver at en person som ikke er bevist på «faux aims» kan bli forvirret når det oppstår, men at en som oftest vil oppfatte signaler som setter en på vakt, fordi en i utgangspunktet er bevist på at det er forskjeller i både språk, land og kontekster. Hvis et ord som derimot brukes i samme språk, land og kontekst, har to betydninger, der begge betydningene av ordet er like grunnleggende, vil dette være utgangspunkt for det Skemp (1976) omtaler som alvorlig forvirring. Skemp (1976) oppdaget i samtale med den norske matematikkdidaktikeren Stieg Mellin-Olsen, det norske ordet `historie`, og peker på at ordet kan forstås som både fiksjon, eller fakta. Han relaterer dette til situasjonen som er forklart over der alvorlig forvirring kan oppstå, og poengterer at slike tilfeller også kan identifiseres i matematikksammenheng Skemp (1976). Ifølge Skemp (1976) er dette en del av roten til vanskelighetene som oppleves, både av lærere og elever i forbindelse med matematikkundervisning. Skemp (1976) skiver at han tidligere så på forståelsesbegrepet som å forstå hva en skal gjøre og hvorfor en kan gjøre det. Oppdagelsen Skemp (1976) gjorde etter samtalen med den norske matematikkdidaktikeren var grunnlaget for at han gikk fra å betegne forståelse som ett begrep til å skille begrepet mellom instrumentell- og relasjonell- forståelse.

Skemp (1976) skriver at han relaterer sine tidligere tanker rundt forståelsesbegrepet til relasjonell forståelse. Han skriver at relasjonell forståelse handler om å vite når en kan anvende regler og prosedyrer, og at en forstår hvorfor reglene eller prosedyrene fungerer. Relasjonell forståelse innebærer derfor at en ser sammenhenger mellom ulike prosedyrer og matematiske begreper (Skemp, 1976). Instrumentell forståelse er det Skemp (1976) beskriver som «regler uten mening». Han skriver at dette er forståelse som er preget av en større mengde regler og prosedyrer, og at en er avhengig av disse for å kunne løse matematiske problemer. En forstår derimot ikke hvorfor reglene elle prosedyrene kan benyttes (Skemp, 1976). En kan derfor trekke sammenhenger mellom instrumentell forståelse, og situasjonen Skemp (1976) beskriver med alvorlig forvirring, fordi en ikke med instrumentell forståelse er i stand til å se sammenhenger mellom matematiske begreper eller prosedyrer. Når en da støter på matematiske problemer der ord har flere betydninger, vil en få store problemer med å forstå problemet.

Skemp (1976) legger fram fire fordeler med å vektlegge relasjonell forståelse i undervisningen. Den første fordelen går ut på at elevene da klarer å bruke tidligere kunnskaper når de skal tilegne seg ny kunnskap. Den andre fordelen går ut på at elevene i utgangspunktet slipper memorering, fordi hukommelsen baserer seg på forståelsen, og slik ser elevene lettere sammenhenger og helheten. Skemp (1976) forklarer at forståelsen blir mer langvarig når elevene forstår hva, hvordan og hvorfor, og videre at forståelse i et matematisk emne er grunnleggende for å kunne forstå andre emner. Den tredje fordelen er at gjennom å tilegne seg relasjonelle forståelse, vil dette være belønning for elevene i seg selv, og at belønning fra lærer utover dette reduseres. Den siste fordelen Skemp, (1976) legger fram bygge på den tredje fordelen. Han skriver at relasjonell forståelse vil oppleves som motiverende for elevene, og at dette igjen vil føre kunnskapsutvikling fordi elevene selv vil ta initiativ til å oppsøke og utforske nye matematiske områder.

Selv om Skemp (1976) framhever fordeler ved å vektlegge relasjonell forståelse i undervisning, peker han også på at det er fordeler ved den instrumentelle forståelsen. Han skriver at den instrumentelle forståelsen både er lettere å tilegne seg, og mer effektiv å bruke når elevene er opptatte av å produsere riktige svar. Skemp (1976) skriver at effektivitet og produksjon av riktige svar kan gi elevene mestringsfølelse, som igjen påvirker selvtilliten de har i matematikkfaget. Han framhever også at det gjennom instrumentell forståelse ofte går raskere å komme fram til et rett svar gjennom instrumentell tekning, enn med relasjonell tenking (Skemp, 1976). Den instrumentelle forståelsen vil gi elevene mindre problemer på kort sikt, men i det lange løp vil den relasjonelle forståelsen være å foretrekke, da den relasjonelle forståelsen er mer langvarig (Skemp, 1976).

Skemp (1976) poengterer to feiltilpasninger som kan oppstå i matematikkundervisninger i forhold til instrumentell- og relasjonell- undervisning, og beskriver følgende to senarioer. Det første senarioet handler om at elevenes mål i undervisningen er å forstå instrumentelt, mens læreren som underviser ønsker at elevene skal forstå relasjonelt. Det andre senarioet er motsatt av det første. Skemp (1976) skriver at elevene i første senario ikke ønsker å vite om grunnarbeidet som skal til for matematikken som kommer videre, og at de heller ikke er opptatte av å forstå de grundige forklaringer som læreren kommer med. De ønsker derimot å få en regel de kan forholde seg til som vil føre dem til riktig svar, og når dette er oppnådd ignorerer de resten (Skemp, 1976). I det andre senarioet der elevene prøver å forstå relasjonelt, beskriver Skemp (1976) at undervisningen gjennomføres av en lærer med instrumentell forståelse som bruker en oppgave, der oppgavens formål er å skape relasjonell forståelse. Han skriver at elevene i dette senarioet må ta hensyn til læreren når de skriver svaret på løsningen, slik at svarene retter seg mot eksemplene gjengitt i det instrumentelle pensum. Skemp (1976) skriver at det første senarioet vil oppleves som frustrerende for læreren, men at det vil skape mindre problemer for elevene på kort sikt. Det andre senarioet vil derimot ha en større skadeeffekt på elevenes læring (Skemp, 1976), og mener at elevene vil ha bedre utbytte av undervisning der læreren med instrumentell forståelse også bruker instrumentelt pensum (Skemp, 1976).

Lærere i skolen underviser både gjennom instrumentell og relasjonell tilnærming. Skemp (1976) gjennomgår ulike årsaker for at lærere velger å undervise gjennom instrumentell tilnærming. Den første årsaken er at relasjonell forståelse tar tid å utvikle, og at lærere opplever at innlæring av relasjonell forståelse må gå på bekostning av andre viktige emner eller temaer elevene skal lære. Den andre årsaken Skemp (1976) peker på er at elever som skal gå opp til eksamen må ha kunnskaper innenfor et spesifikt tema i matematikk, og at relasjonell forståelse kan være vanskelig å spisse i spesifikke temaer. Den tredje årsaken Skemp (1976) trekker fram er at det kreves et samarbeid med lærere i andre fag, da relasjonell forståelse krever at elevene har utviklet ferdigheter også i andre fag, som for eksempel naturfag for å kunne utvikle relasjonell forståelse i matematikk. Den fjerde årsaken er at de andre lærerne på skolen underviser instrumentelt. I tillegg til årsakene som Skemp (1976) belyser, er det også flere faktorer som gjør det vanskelig for lærere å undervise med hensikt om relasjonell forståelse. Den ene faktoren er elevenes intensjon i faget, der de fokuserer på å kunne svare riktig på spørsmål til eksamen, og at de derfor er ute etter instrumentell innlæring. Den andre faktoren handler at om pensumet i matematikk er stort, og at matematiske begreper består av korte og konkrete forklaringer, som igjen vil si at fagets innhold blir større enn andre fag Skemp (1976). Den tredje faktoren er at det kan vær vanskelig å vurdere om elevene har instrumentell forståelse eller relasjonell forståelse gjennom å studere deres skriftlige arbeid, og at denne vurderingen er lettere gjennom at læreren samtaler med eleven. Dette skriver Skemp (1976) er en utfordring for lærere, da det ofte er vanskelig å gjøre muntlige vurderinger av deres matematiske forståelse av en større elevgruppe. Den siste faktoren Skemp (1976) trekker fram at det kan være utfordrende for lærere å utvide sitt eksisterende skjema, med dette mener han at det er utfordrende for lærere å utvikle egen undervisningspraksis fra med instrumentell tilnærming mot en relasjonell tilnærming.

Få inn → måten lærerne stiller spørsmål på, kan forvirre elever med instrumentell forståelse

2.1.2 Prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap

Hiebert og Lefevre (1986) skriver om prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap i matematikk. Deres teori kan sees i nær sammenheng med det Skemp (1976) skriver om instrumentell- og relasjonell- forståelse. Gjennom lang tid har det vært diskusjoner rundt hva som skiller de to kunnskapstypene, og hvilken som bør vektlegges mest i undervisning. Hiebert og Lefevre (1986) skriver at det mest anerkjente skillet mellom de to kunnskapsformene består i ferdigheter på den ene siden og forståelse på den andre siden. Hiebert og Lefevre (1986) poengterer at noe kunnskap ikke verken er det ene eller det andre, men derimot litt av begge. Likevel mener de at kunnskapstypene har et skille, og at dette skillet gjør det lettere å vurdere læringsprosesser, og hjelpe elever både gjennom feil de gjør, men også suksess (Hiebert & Lefevre, 1986).

Hiebert og Lefevre (1986) skriver at konseptuell kunnskap er begrepskunnskap, og at den karakteriseres som rik på relasjoner. Kunnskapen kan ses på som et sammenkoblet nettverk, der koblingsforholdene er like fremtredende som de diskrete delene av informasjon (Hiebert & Lefevre, 1986). Videre skriver Hiebert og Lefevre (1986) at all informasjon er knyttet til ett eller annet nettverk, slik at relasjoner gjennomsyrer de enkelte fakta og påstander. Det vil si at en enhet av konseptuell kunnskap ikke kan være isolert informasjon. De understreker at en del av konseptuell kunnskap bare kan være det hvis innehaveren anerkjenner at det er forhold til andre deler av informasjon (Hiebert & Lefevre, 1986). Ifølge Hiebert og Lefevre (1986) utvikles konseptuell kunnskap gjennom å blant annet skape relasjoner mellom informasjonsbiter, og ved å skape relasjoner mellom eksisterende kunnskap og ny informasjon (Hiebert og Lefevre, (1986). Konseptuell kunnskap kan sees i sammenheng med Skemp (1976) sin beskrivelse av relasjonell forståelse som innebærer å kunne se relasjoner mellom ulike matematiske områder, og mellom ulike matematiske begreper (Skemp, 1976). Konseptuell kunnskap slik Hiebert og Lefevre (1976) beskriver det, er nært knyttet til det

Skemp (1976) skriver om relasjonell forståelse, fordi både konseptuell kunnskap og relasjonell forståelse omhandler dypere forståelse av matematiske sammenhenger.

Ifølge Hiebert og Lefevre (1986) kan en definere prosedyrekunnskap som to adskilte deler. De skriver at den ene delen er satt sammen av det formelle matematiske språket eller symbolrepresentasjonssystemet, og at dette innebærer en bevissthet om de syntaktiske reglene for å kunne skrive symboler i en akseptabel form. Den andre delen består av regler, algoritmer og prosedyrer for å kunne fullføre matematiske oppgaver (Hiebert & Lefevre, 1986). Prosedyrekunnskap handler om de evner en har i å kunne gjennomføre og finne løsninger på oppgaver ved hjelp av prosedyrer, å kunne veksle mellom ulike prosedyrer, og velge riktig prosedyre til forskjellige oppgavetyper (Hiebert & Lefevre, 1986).

Prosedyrekunnskap kan en se i nær sammenheng med det Skemp (1976) skriver om instrumentell forståelse. Dette fordi begge er avhengig av regler og prosedyrer for å kunne utføre og løse matematiske problemer. Selv om en kan relatere prosedyrekunnskap og instrumentell forståelse, er det likevel også mulig å ha relasjonell forståelse og prosedyrekunnskap. Dette på grunn av det Hiebert og Lefevre (1986) skriver om at en faktisk kan ha konseptuell kunnskap og utføre prosedyrer, som medfører at en da også besitter prosedyrekunnskap. Over skrev jeg at konseptuell kunnskap kan sees i sammenheng med relasjonell forståelse, og dermed vil det være mulig å ha begge typene forståelse som Skemp (1976) skriver om, sammen med prosedyrekunnskap.

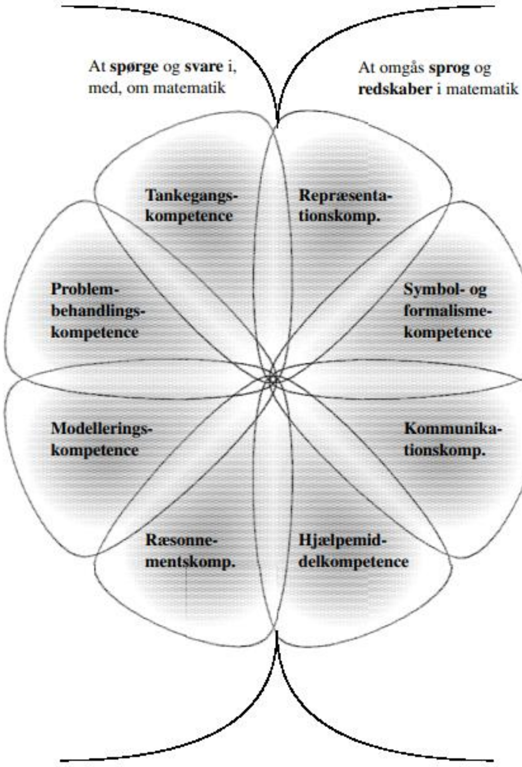
Hiebert og Lefevre (1986) skiller mellom prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap, men mener likevel en kan se de i relasjon til hverandre. Hiebert og Lefevre (1986) mener at enkelte koblinger mellom dem er uunngåelig, og at en derfor ikke kan besitte bare den ene eller den andre. De skriver at det er vanskelig å forestille seg konseptuell kunnskap som ikke er koblet til prosedyrer, selv om det er mulig å gjennomføre prosedyrer uten forståelse (Hiebert & Lefevre, 1986). En av forskjellene mellom Hiebert og Lefevre (1986) og Skemp (1976) sine teorier om prosedyrekunnskap og instrumentell kunnskap er at Skemp (1976) har et klart skille mellom instrumentell forståelse og relasjonell forståelse, men Hiebert og Lefevre (1986) relaterer prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap med hverandre.

2.1.3 Kompetanse i matematikk

Det finnes flere rammeverk for matematisk kompetanse. Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) beskriver matematisk kompetanse som sammensatt av fem komponenter: forståelse, beregning, anvendelse, resonnering og engasjement. I denne avhandlingen velger jeg og støtte meg til Niss og Jensen (2002) sitt rammeverk for matematisk kompetanse. De skriver at kompetanse i matematikk består i å kunne forstå, utøve, anvende og ta stilling til matematikk og matematikkvirksomheter i en mangfoldig sammenheng, der matematikk inngår eller kan komme til å inngå. De skriver videre at matematisk kompetanse innebærer en rik forståelse og konkrete ferdigheter innenfor matematiske områder. Niss og Jensen (2002) påpeker at matematisk kompetanse ikke bare kan basere seg på disse forutsetninger.

Niss og Jensen (2002) skriver at *en* matematisk kompetanse er en selvstendig, og rimelig avgrenset hovedkomponent innen matematisk kompetanse som er beskrevet over. Niss og Jensen (2002, s.43) definerer en matematisk kompetanse slik: *«en matematisk kompetence er indsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt i situationer, som rummer en bestemt slags matematiske udfordringer»*. Selv om en matematisk kompetanse er selvstendig og rimelig avgrenset, poengterer Niss og Jensen (2002) at forskjellige matematiske kompetanser ikke er uten forbindelser, eller uten overlapp fra andre kompetanser. Niss og Jensen (2002) forklarer at en kan se på matematisk kompetanse som et knutepunkt i en stor klynge av ting. De forklarer at klyngen har en opphopning i midten, og at den blir tynnere i sidene, der den er sammenvevet med andre klynger (Niss & Jensen (2002). Dette vil si at en matematisk kompetanse ikke kan isoleres fra andre kompetanser. Til sammen skriver Niss og Jensen (2002) at matematisk kompetanse innebefatter til sammen åtte sentrale matematiske kompetanser. De skriver videre at de kompetansene, som er forklart som knutepunkt i en klynge med ting, er forbundet til hverandre, men at de også har hver sin identitet. Niss og Jensen (2002) skriver at en kan tenke på de åtte kompetansene som at de utgjør avgrensede dimensjoner, der de på grunn av sine konkrete ferdigheter kan utøve bestemte matematiske aktiviteter, men at de til sammen utgjør matematisk kompetanse.

Niss og Jensen (2002) skriver at det ut over de åtte kompetansene finnes flere typer overblikk og dømmekraft over matematikkfaget, og at denne innsikten ikke kommer automatisk i tråd med de åtte kompetanser. Derfor har Niss og Jensen (2002) delt de matematiske kompetansene under to overkompetanser. Disse overkompetansene kaller de «å kunne spørre og svare i og med matematikk» og «å kunne håndtere matematisk språk og redskaper». De to overkompetansene og de åtte matematiske kompetansene har Niss og Jensen (2002) gjort en visuell framstilling av i figur 1.

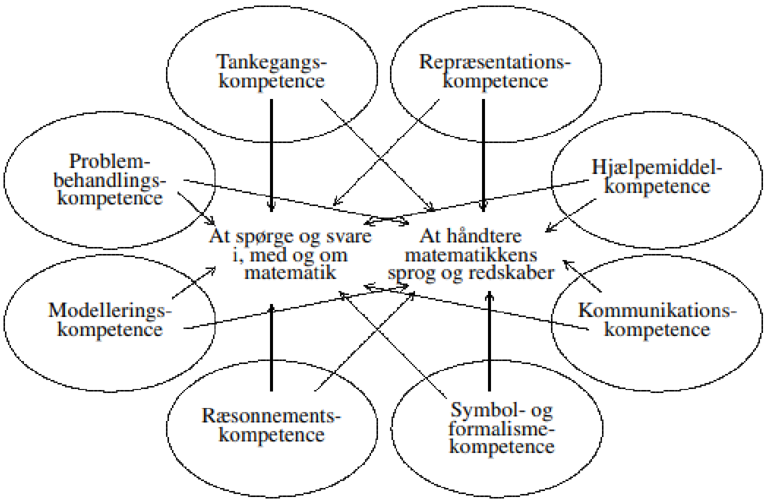


Figur 2.1 Visuell framstilling av de åtte matematiske kompetanser (Niss & Jensen, 2002).

Figur 1 viser de åtte kompetansene der 4 matematiske kompetanser er delt under hver av hver sin overkompetansene. Niss og Jensen (2002) skriver at «å spørre og svare i og med matematikk» innebærer i korte trekk om å kunne stille spørsmål og ha blikk for de svar som kan oppnår (tankegangskompetanse), å være i stand til selv å kunne gi svar på spørsmål, både i og med matematikk (problemstillingskompetanse og modelleringskompetanse), samt å kunne forstå, bedømme og frembringe argumenter for svar på matematiske spørsmål (resonneringskompetanse). Visere skriver Niss og Jensen (2002) at «å kunne håndtere matematikkens språk og redskaper» innebærer å være i stand til å omgå ulike representasjoner i matematiske sammenhenger (representasjonskompetanse), å kunne håndtere de representasjoner som brukes i matematisk symbolspråk og formalisme (symbol- og formalismekompetanse), å kunne kommunisere i, med og om matematikk (kommunikasjonskompetanse) og å kunne forholde seg å nyttiggjøre seg av tekniske hjelpemidler i matematikk (hjelpemiddelkompetanse).

En kan en se det Niss og Jensen (2002) skriver om matematisk kompetanse i nær sammenheng med det Hiebert og Lefevre (1986) skriver om konseptuell kunnskap, der en kompetanse beskrives som sammenvevd med andre kompetanser, og konseptuell kunnskap som et nettverk av informasjonsbiter som er sammenkoblet. Videre kan en trekke sammenhenger til Skemp (1976) sitt synspunkt om relasjonell forståelse, da alle innehar forståelse rik på relasjoner.

Niss og Jensen (2002) skriver at de de to overkompetansene og de åtte kompetansene i figur 1 kan gi en bedre forståelse så lenge dem ikke overtolkes. De legger til at hver matematisk kompetanse har direkte eller indirekte tilkobling til begge overkompetansene, og har derfor framstilt dette visuelt i figur 2:



Figur 2.2 Visuell framstilling som viser hvordan de åtte matematiske kompetanser henger sammen med de to overkompetansene (Niss & Jensen, 2002).

Figur 2 framstiller hvordan de åtte matematiske kompetanser inngår i begge overkompetansene. Alle de matematiske kompetansene har som tidligere beskrevet tidligere konkrete ferdigheter innenfor et matematisk område, men Noss og Jensen (2002) understreker også i forklaringen av figur 1 og 2 at de matematiske kompetansene ikke må oppfattes som en rekke delkompetanser som kan selvstendiggjørelse, men at de er sammenvevde i hverandre. I figuren ser vi modelleringskompetanse som en av de åtte matematiske kompetanser. Da denne avhandlingen omhandler modellering velger jeg å fokusere på denne kompetansen. Modelleringskompetansen blir beskrevet dypere i kapittel 2.2.1.

2.2 Modellering i matematikk

Matematikk har gjennom historien vært brukt på forskjellige måter i ulike sammenhenger, også utenfor matematikken i seg selv. Områder utenfor selve matematikken forklarer Niss og Blum (2020) som ekstramatematiske domener, og kan være situasjoner innen ulike fagfelt eller praksisområder, samfunnsmessige- eller sosiale sfærer, eller hverdagssituasjoner. Videre i avhandlingen vil jeg bruke begrepet ekstramatematisk situasjon eller domene om situasjoner eller områder som befinner seg utenfor matematikken. Blomhøj (2006, s. 85) definerer begrepene modell og modellering i matematikk. Han skriver at begrepene er komplekse, og at en nærmere avklaring av disse begreper er av stor didaktisk betydning. Modellering i matematikk er når matematikk anvendes for å beskrive, beregne eller forklare ekstramatematiske situasjoner (Blomhøj, 2006). Det dannes det ofte implisitt en relasjon mellom matematiske objekter og relasjoner på den ene siden, der det på den andre siden er størrelser og sammenhenger, som har direkte forbindelse med den ekstramatematiske verden (Blomhøj, 2006). Modeller er en relasjon mellom visse trekk ved, og oppfatninger av en ekstramatematisk situasjon og matematiske objekter, som har med hverandre å gjøre (Blomhøj, 2006, s. 85).

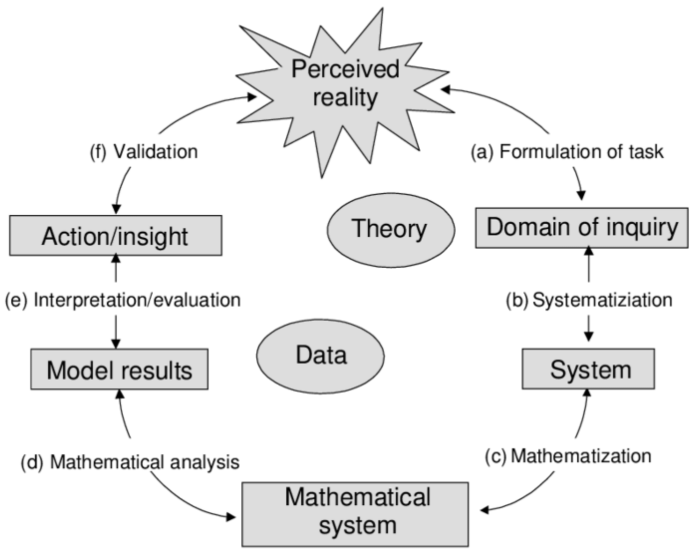
2.2.1 Modelleringskompetanse

Det er flere som skriver om modelleringskompetanse, men jeg velger å støtte meg til det Niss og Jensen (2002) og Blømhøj og Jensen (2003) skriver. En av de åtte matematiske kompetansene Niss og Jensen (2002) skriver om er modelleringskompetanse, som jeg videre vil gå nærmere inn på.

Niss og Jensen (2002) deler modelleringskompetanse i to. De karakteriserer kompetansen som modellanalyse på den ene siden og modellbygging på den andre siden. De skriver at modellanalyse består av å kunne analysere egenskaper ved eksisterende modeller, og å kunne vurdere deres gyldighet og pålitelighet. Dette innebærer å kunne avkode og tolke modellelementer og resultater i forhold til feltet eller situasjonen som er modellert. Modellbygging består i å kunne utføre aktiv modellbygging i et gitt felt eller situasjon (Niss og Jensen, 2002). Niss og Jensen (2002) skriver at modellbygging innebærer å kunne bringe fram matematikk gjennom behandling av situasjoner utenfor selve matematikken. Niss og Jensen (2002) skriver at aktiv modellbygging inneholder en rekke forskjellige elementer.

Disse elementene består i første omgang i å kunne strukturere det feltet eller den situasjonen som skal modelleres. Deretter å kunne gjennomføre «matematisering», med dette mener Niss og Jensen (2002) å kunne oversette objekter, relasjoner, problemstillinger og så videre til et matematisk område, resulterende i en matematisk modell. Videre består elementene i å kunne behandle den foreliggende modellen, herunder løse matematiske problemer modellen måtte frambringe, samt å kunne validere den ferdige modellen. Det vil si å kunne vurdere modellens gyldighet internt, som vil si i forhold til modellens egenskaper, men også eksternt, som vil si å se modellen i forhold til det feltet og den situasjonen modellen omhandler (Niss & Jensen, 2002). I tillegg legger Niss og Jensen (2002) til at det også inngår å kunne analysere modellen kritisk, både i forhold til sin egen brukbarhet og relevans, samt i forhold til alternative modeller. De legger til at det også inngår å kunne kommunisere med andre om modellen og dens resultater, og at det til slutt inngår å ha et overblikk over og kunne styre den samlede modelleringsprosess.

Blomhøj & Jensen (2003) skriver om modelleringskompetanse og modelleringskompetanser. De deler modelleringskompetanse inn i seks delkompetanser, har laget en visuell framstilling av dette:



Figur 2.3 Visuell framstilling av modelleringskompetanse (Blomhøj & Jensen, 2006).

Figur 2 er en modell som framstiller de seks delkompetansene som Blomhøj og Jensen (2003) skiver om. Disse delkompetansene består av (a) formulering av problem, som handler om å identifisere egenskaper i den ekstramatematiske situasjonen som skal modelleres, (b) systematisering, som handler om valg av objekter, informasjon og relasjoner som er relevant for den ekstramatematiske situasjonen som skal modelleres, og idealisering av disse for at en matematisk representasjon skal bli mulig, (c) matematisering, som handler om å oversette objektene, relasjonene og informasjonen slik de opprinnelig er til matematisk språk, (d) matematisk analyse, som handler om å bruke matematiske metoder for å få matematiske resultater og konklusjoner, (e) evaluering, som handler om å tolke de matematiske resultater og konklusjoner i forhold til den ekstramatematiske situasjonen, og (f) validering, som handler om evaluering av modellens gyldighet sett i sammenheng med observerte data eller med teoretisk kunnskap (Blomhøj & Jensen, 2003).

Det er prosessen med å gjennomgå disse delkompetansene som til sammen som utgjør modelleringskompetanse (Blomhøj & Jensen, 2003). Delkompetansene må ikke nødvendigvis gjennomgås en etter en fra start til slutt, Blomhøj og Jensen (2003) skriver at det derimot er mer naturlig å gå gjennom fasene flere ganger og bevege seg fram og tilbake i prosessen.

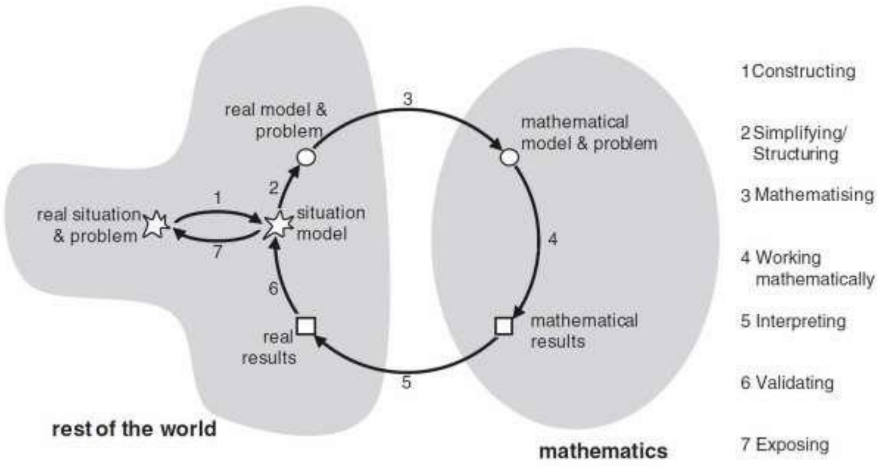
En matematisk kompetanse som Niss og Jensen (2002) skriver om, krever dyp innsikt og ferdigheter innenfor et avgrenset matematisk område, men at kompetansen er forbundet til andre kompetanser. Ut ifra det Hiebert og Jensen (1986) skriver om prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap, og det Skemp (1976) skriver om relasjonell forståelse, betyr dette at modelleringskompetanse, som beskrevet over, forutsetter både relasjonell forståelse, prosedyrekunnskap og konseptuell kunnskap.

Blomhøj og Jensen (2003) skriver om utvikling av elevers modelleringskompetanse. De skriver at elever utvikler modelleringskompetanse over tid gjennom å arbeide med forskjellige typer modelleringsoppgaver. Dette henger sammen med det Skemp (1976) og Hiebert og Lefevre (1986) skriver om at relasjonell forståelse og konseptuell kunnskap som tidkrevende å utvikle. Selv om modelleringskompetanse utvikles i et langtidsperspektiv skriver Barbosa (2006) om ulike faktorer som er med på å utvikle elevers modelleringskompetanse. En av faktorene hun skriver om er at elever utvikler modelleringskompetanse gjennom å delta i matematiske diskusjoner (Barbosa, 2006). Dette er nært knyttet til de to overkompetansene som Niss og Jensen (2002) trekker fram som viktige overkompetanser som alle matematiske kompetanser er forbundet med, altså modelleringskompetanse.

Støtte utvikling av modelleringskompetanse krever nøye oppmerksomhet Maab (2010). åpenheten av en oppgave er av betydning, i støtten..

2.2.2 Modelleringsprosessen

Prosessen med å gjennomføre de seks delkompetansene er det Blomhøj og Jensen (2003) er prosessen i modellering. Det er mange som har beskrevet og framstilt modelleringsprosessen gjennom ulike modeller. Jeg velger å støtte meg til Blum (2015) sin syv-stegmodell som ligner på Blomhøj og Jensen (2003) sin forklaring av de seks delkompetansene i modelleringskompetanse:



Figur 2.4 Seven step modelling schema (Blum. 2015, s. 76).

Figur 2.2 visualiserer modelleringsprosessen som en sirkulær prosess som starter med en situasjon fra virkeligheten. Syklusen går fra en virkelig situasjon, via en modell og videre til en matematisk modell. Modellen beskriver modelleringsprosessen som syv faser. Fase 1 er konstruksjon. Denne fasen handler om å formulere et problem fra virkeligheten. Fase 2 er forenkling og strukturering. Denne fasen handler om å strukturere informasjon og lage seg en mental modell av situasjonen. Fase 3 er matematisering. Denne fasen handler om å bevege seg inn i den matematiske verden og lage en matematisk modell. Fase 4 er å arbeide matematisk. Denne fasen handler om å regne ut, sammenligne og vurdere matematiske resultater. Fase 5 er tolkning. I denne fasen går en over til å tolke resultatene i den virkelige verden. Fase 6 er validering. Denne fasen handler om å vurdere modellens egenskaper og om den er fornuftig.

I forbindelse med modelleringsprosessen peker Blum (2015) på utfordringer som kan oppstå. Han skriver at mange elever står fast allerede i fase 1, og begrunner dette med at elevene har utforinger med å danne seg et mentalt bilde av den ekstramatematiske situasjonen som skal modelleres (Blum, 2015) Han skriver også at fase 2 og fase 6 i modelleringsprosessen ofte er vanskelig for elever. Han og refererer til at elever kan ha vanskeligheter med å gjøre antakelser for seg selv. I fase 6 er det ofte slik at elever ikke validerer svarene sine selv, som at det et lærerens ansvar.

2.2.3 Hvorfor modellering i skolen?

Det er et stort spekter av begrunnelser for hvorfor modellering bør inkluderes i skolen. I kapittel 1 gjenga jeg i kort trekk de to hovedgrunnene til Niss og Blum (2020). Blum (2015) legger begrunnelsen frem som gruppert i fire grupper. Gruppene er kategorisert som pragmatisk-, formativ-, kulturell- og psykologisk begrunnelse. Jeg vil i korte trekk gjengi hva kategoriene går ut på. Pragmatisk begrunnelse handler om at matematikk er vesentlig for å kunne forstå og håndtere verden rundt oss. Formativ begrunnelse handler om at kompetanser kan utvikles gjennom modellering, men påpeker særlig at å delta i modelleringsaktiviteter er en forutsetning for å kunne utvikle modelleringskompetanse. Kulturell begrunnelse handler om å skape relasjon til den ekstramatematiske verden, og at dette er avgjørende for å danne en adekvat forestilling om matematikk som en vitenskap i en omfattende forstand. Psykologisk begrunnelse handler om at å bruke eksempler fra virkelige situasjoner kan øke elevenes motivasjon og interesse i matematikkfaget, eller for å strukturere det matematiske innholdet bedre, som kan skape bedre og mer holdbar forståelse for elevene (Blum, 2015).

Blum (2015) sine begrunnelser for å inkludere modellering i skolen kan trekkes mot det Skemp (1976) og Hiebert og Lefevre (1986) skriver om forståelse og kunnskaper i matematikk, nettopp at vi ønsker at elevene skal utvikle relasjonell forståelse og konseptuell kunnskap.

2.2.4 Ulike perspektiver på modellering

Modelleringsoppgaver inneholder mange ikke-identifiserte variabler, og krever at elevene må tolke ekstramatematiske situasjoner og formulere en matematisk beskrivelse (Blum, 2015; Hana, 2013; Steffensen, 2023). Modelleringsaktiviteter er i liten grad oversiktlige og har som oftest flere riktige svar, men svarene varierer ut ifra hvilke variabler som er benyttet (Steffensen, 2023).

Julie (2002) og Barbosa (2006) skriver om ulike perspektiver på modellering, og skiller mellom modellering som innhold, modellering som fartøy og modellering som kritikk. I perspektivet modellering som innhold er fokuset på selve modelleringen, og å bygge matematiske modeller. Hensikten med modellering som innhold er å utvikle modelleringskompetanse (Barbosa, 2006). Modellering som fartøy har som hensikt i å bruke modellering for å lære noe annet, for eksempel matematiske begreper. Modellering som kritikk har som hensikt i å forstå verden vi lever i, der målet er å reflektere over matematikkens rolle i samfunnet og analysere matematiske modeller (Barbosa, 2006).

Når en planlegger modelleringsaktiviteter, påpeker Hana (2013) at aktiviteten ofte vil kunne plasseres innenfor flere av de ulike perspektivene. Det er likevel av betydning å tenke gjennom hva som er hensikten med modelleringen på forhånd, da perspektivene har noe ulik innfallsvinkel (Hana, 2013).

Barbosa (2010) skriver om ulik samtaletyper innen modellering. Hun skiller mellom tre typer. Den ene er matematiske samtaler, som handle om begreper og ideer som er rent matematiske. Det andre er teknologiske samtaler som handler om prosessen når en går fra å beskrive en virkelig situasjon til matematisk språk. Det tredje er refleksive samtaler som handler om forbindelsen mellom de antakelsene som er gjort og den matematiske modellen, og dens rolle i samfunnet (Barbosa, 2009).

2.2.5 Planlegging av modelleringsaktiviteter

Blum (2015) skriver at modellering er utfordrende for både lærere og elever. En utfordring Blum (2015) er at mange lærere synes det er vanskelig å kan være å finne passende oppgaver, både i forhold til hensikt og perspektiv, men også oppgaver som er meningsfulle og motiverende for elevene (Blum (2015).

Maaß (2010) skriver at det finne ulike typer virkelighets relaterte oppgaver og modelleringsoppgaver, og at det følgelig også er mange klassifiseringer av disse oppgavene. Hun fremhever at det vanskelig å få oversikt over emnet, og at hun i sin artikkel vil å utvikle et omfattende klassifiseringsskjema som strukturer allerede eksisterende klassifikasjoner (Maaß, 2010). Hensikten med dette er å utvikle et klassifiseringsskjema som gir bedre oversikt, og som kan brukes som veiledning i design av modelleringsoppgaver (Maaß, 2010).

Klassifiseringsskjemaet for modelleringsoppgaver omhandler:

1. Sette mål med referanse til framtidig liv.
2. Vurdere om den generelle kunnskapen skal utvikles.
3. Vurdere hvilken kompetanse som skal utvikles.
   a) Modelleringskompetanse
   b) Indre-matematiske kompetanse
   c) Resonneringskompetanse
4. Om oppgaven eksplisitt velges for å endre holdning til faget, fremme motivasjon eller andre forhold.

I tillegg spesifiserer Maaß (2010) at det også er flere andre aspekter som må vurderes mot den aktuelle målgruppen modelleringsaktiviteten retter deg mot. Dette omhandler:

- Alder
- Matematisk kompetanse
- Andre kompetanse
- Tidligere erfaring med modellering
- Holdninger til matematikkfaget
- Interesse for virkelighetsrelaterte oppgaver
- Rammeverk: antall økter, klasserom, kompetansemål etc.

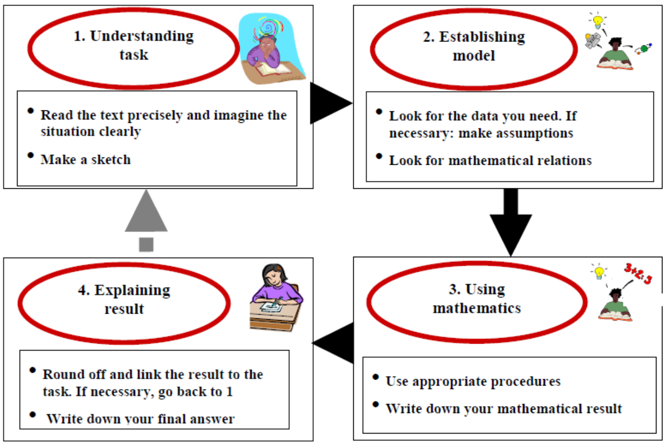
Til disse aspektene følger det med ni spørsmål.

1. Hvilke modelleringsaktiviteter må utføres?
2. Hvilke data blir oppgitt?
3. Hva er innholdet i konteksten i forhold til virkeligheten?
4. Hvilken ekstramatematisk situasjon er konteksten hentet fra?
5. Hvilken type modell brukes?
6. Hvilken representasjon brukes i oppgaven?
7. Hvor åpen er oppgaven?
8. Hva er det kognitive nivået i forhold til den aktuelle kompetansen?
9. Hvilken matematiske ramme har aktiviteten?

Maaß (2010) skriver at det ikke er en fast oppskrift eller framgangsmåte å klassifisere modelleringsaktiviteter eller oppgaver på. Hun spesifiserer at denne klassifiseringen er en av mange måter å gjøre det på, og at det heller ikke er krav om fullstendighet. Klassifiseringen varier etter målgruppen og hensikten med modelleringen (Maaß, 2010). Om målet er å utvikle modelleringskompetansen poengterer Maaß (2010) at spørsmål 1, 2 og 7 er viktige, og at spørsmål.

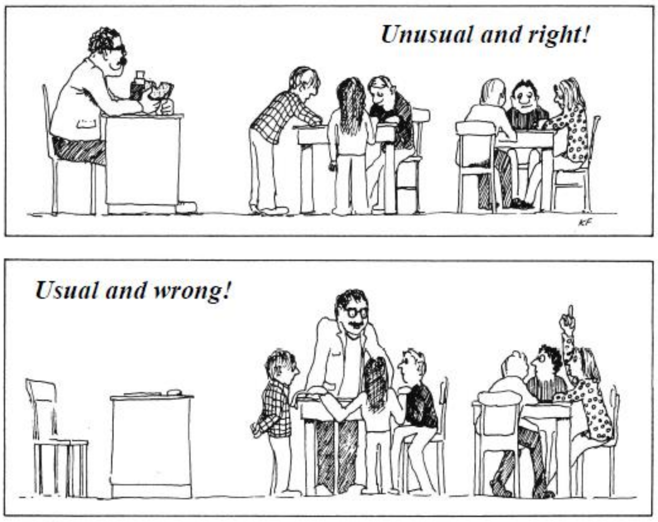
2.2.6 Viktige aspekter ved undervisning i modellering

Blum og Ferri (2009) skriver om hvordan lærere kan hjelpe elever til å lære å modellere. De peker på at det er fire trinn elevene må gjennom for å løse en modelleringsoppgave. Trinnene er framstilt i Figur 2.5. Stege innebærer å forstå oppgaven, etablere en modell, forklarende resultat, bruke matematikk, men at det ikke finnes en gylden vei for undervisning i modellering.



Figur 2.5 Blum og Ferri (2009, s. 54).

Blum og Ferri (2009) skriver om kvalitetsundervisning. De peker på at det er et grunnleggende skille mellom det elevene kan få til alene og det elevene kan få til gjennom veiledning fra lærer. For kvalitetsundervisning bør det være en permanent balanse mellom minimal lærers veiledning og maksimal elevers selvstendighet (Blum & Ferri, 2009). Figur 2.6 viser Blum og Borromeo Ferri (2009, s. 51) sin visuelle framstilling av en ønsket undervisningssituasjon og en uønsket undervisningssituasjon (Blum & Borromeo Ferri, 2009).



Figur 2.6 Blum og Ferri (2009, s. 51).

Blum (2015) skriver at modellering er egnet for gruppearbeid, både sosialt og kognitivt miljø, som henger sammen med Blum og Borromeo Ferri (2009) sin ønskede undervisningssituasjon.

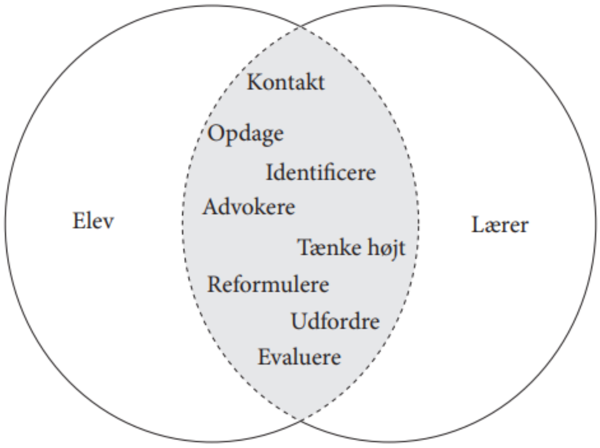
Blum (2015) legger fram ulike aspekter som er viktige for å kunne gi kvalitetsundervisning i matematisk modellering. Det første er at læreren må legge til rette for effektiv og læringsorientert klasseromsledelse. Det andre aspektet er å legge til rette for kognitiv deltakelse for elevene. Modellering er som Blum (2015) skriver, ikke en tilskuersport, og det re viktig at elevene deltar aktivt i undervisningen. Det tredje er å også legge til rette for metakognitiv aktivitet. Altså bør aktiviteten etterfølges av refleksjon over prosessen. Det fjerde aspektet er å bruke et bredt utvalg av ulike eksempler som grunnlag i undervisningen. Eksemplene bør ha en kontekst eller sammenheng med den virkelige verden. Det femte aspektet er å oppmuntre individuelle løsninger og ikke favorisere egne løsningsforslag. Det sjette aspektet er å fokusere like mye på delkompetanser som på modelleringskompetanser som helhet. Det syvende aspektet er å fokusere på vurdering, ikke kun undervisning. Hvordan skal modelleringskompetansen vurderes, noe Blum (2015) skriver er et vanskelig aspekt for lærere. Det åttende aspektet er å sørge for parallell utvikling av kompetansen og hensiktsmessig tro og holdninger. Det niende aspektet er at digitale hjelpemidler kan fungere som kraftige verktøy i modelleringen. F.eks. ved undersøkelser, beregninger, simuleringer osv. Det tiende aspektet er at flere casestudier viser at matematisk modellering kan læres av ungdomsskoleelever, forutsatt at det er kvalitetsundervisning.

2.3 Kommunikasjon i matematikk

I kapittel 2.1.1 skrev jeg om Skemp (1976) som mener elevenes forståelse er vanskelig å vurdere gjennom skriftlig arbeid, og at lærere gjennom matematiske samtaler enklere kan oppfatte elevens forståelse i faget. Niss og Jensen (2002) poengterer at de to overkompetansene, der det språklige aspektet er sentralt, ikke automatisk følger med besittelse av de åtte matematiske kompetansene.

2.3.1 Dialog

Alrø og Skovsmose (2004) hevder at kvaliteten på klasseromskommunikasjonen har betydning for elevenes læring. De skriver om dialogisk læring, og at undersøkelsesprosessen til elever kan sees på som læring ved å gjøre og snakke. De har utviklet en modell som fremstiller ulike handlinger i dialog.



Figur 2.7 IC-modellen (Alrø &Skovmose, 2002, s. 63).

Figur 2.4 framstiller de ulike dialogiske handlinger Alrø og Skovsmose (2004) skriver om. De skriver at å ta kontakt handler om å henvende seg til hverandre og skape en positiv relasjon mellom de som deltar i dialogen. Slik kan en gjøre seg klar for samarbeid. Spørsmål som stilles må ikke oppleves som distraherende eller forstyrrende. De skriver at å oppdage handler om å lokalisere muligheten for å finne ut noe nytt, eller noe man ikke var klar over. Dette kan gjøres ved lærer og elever for eksempel stiller utforskende, undrende, hypotetiske eller hva/hvis spørsmål. Det kan også handle om å prøve ut strategier eller ideer. De skriver at å identifisere handler om å krystallisere matematiske ideer. Det kan gjøres ved å stille «hvorfor» spørsmål. Hva/hvis spørsmål etterfulgt av hvorfor spørsmål kan lede til identifikasjon av matematiske ideer. De skriver at å advokere handler om å undersøke forslag og ideer gjennom kollektiv refleksjon. De skriver at å tenke høyt handler om å uttrykke sine tanker, følelser og ideer i en undersøkelsesprosess. Dette kan gjøres for eksempel ved å stille hypotetiske spørsmål eller verbalisering. De skriver å reformulere handler om å gjenta, parafrasere og fullføre- eller repetere hverandres ytringer. De skriver at å utfordre handler om å stille spørsmål ved etablert kunnskap, dette vil si å stille spørsmål ved antakelser som foreløpig blir tatt for gitt. Til slutt skriver de at å evaluere handler om å gi konstruktive tilbakemeldinger, bekreftelse, ros og ubetinget støtte.

Ved at lærere er kjent med eller bevist på trekkene som framstilles i IC-modellen kan lærere tilrettelegge undervisning som gir rom for læring gjennom dialog. Ved å kjenne til disse tekkene kan det være enklere for lærere å vurdere når det passer å introdusere seg inn i dialogen uten å forstyrre eller distrahere elevenes læringsprosess. Det kan også være lettere for lærere og oppfatte kvalitet i samarbeid mellom elever, og i tillegg kan en som lærer forstå viktigheten av at elever kan føre disse dialogiske handlinger mest mulig selvstendig.

2.3.2 Planlegge matematiske samtaler

Smith og Stein (2018) har utviklet fem praksiser som skal hjelpe lærere i å organisere et diskursrikt matematikklasserom der elevene er i fokus. De fem praksisene innebærer å sette undervisningsmål og velge oppgave, forvente, observere, velge ut, bestemme, og se sammenhenger.

Undervisningsmålet fungerer som et fundament for undervisningen, og som en instruks for hvordan en kan finne passende oppgaver (Stein og Smith, 2018). Når lærere skal sette undervisningsmål må en tenke gjennom hva en vil at elevene skal lære om matematikk. Læreren bør også stille seg spørsmål om hva en vil ta elevene skal sitte igjen med av forståelse som et resultat av å ha deltatt i undervisningen (Stein & Smith, 2018). Når en skal velge oppgave bør oppgaven ha høye kognitive krav som passer til undervisningsmålet, og som gir alle elever mulighet til å delta. Med høye kognitive krav, menes det at oppgaven krever at elevene må forklare påstanden, se ut over de eksemplene som er gitt, ingen gitt framgangsmåte og at elevene må tenke og resonnere (Stein & Smith, 2018).

Å forvente handler om å sette seg inn i mulige løsningsmetoder og sannsynlige strategier elevene kan komme til å bruke. Stein og Smith (2018) skriver at læreren må ta stilling til hvordan hen skal respondere på elevenes strategier, men også reflektere over hvilke løsninger eller strategier som kan være nyttige å fremme for den matematikken elevene skal lære (Stein & Smith, 2018). For å sette seg inn i mulige løsninger og strategier må læreren regne gjennom oppgaven. Da kan læreren reflektere over hva elevene kan komme til å streve med, hvor de kan komme til å stå fast, eventuelle misoppfatninger eller feile strategier (Stein & Smith, 2018). Ut ifra forutsetningene beskrevet over i denne praksisen, skriver Stein og Smith (2018) at læreren bør forberede ulike spørsmålstyper, vurderende- eller utviklende spørsmål. Vurderende spørsmål er spørsmål læreren kan stille for å vurdere forståelsen til elevene. Utviklende spørsmål er spørsmål læreren kan stille for å veilede elevene inn i et nytt perspektiv eller ny strategi, eller å bruke det de har produsert til utvikling videre (Stein & Smith, 2018).

Observere handler om å prøve å sette seg inn i hva elevene tenker. Da må læreren observere i undervisningen hvilket strategier elevene bruker, og om det dukker opp noe uforutsette strategier.

Velge ut og bestemme handler om at læreren velger ut hvilke elever og hvilke strategier som skal få presentere i plenum. På den måten gjør læreren matematikken som blir diskutert tilgjengelig for alle. Dette gir læreren også muligheten til å ha kontroll på de matematiske samtalene i klasserommet. Læreren gjør strategisk vurdering av hvem og hva, slik at ikke de samme elevene presenterer hver gang. Det er flere måter en kan sette om en bestemt rekkefølge for presentasjon av strategier. Det kan for eksempel være fra minst til mest, vanlig til sjelden eller misoppfatning til komplett (Stein & Smith, 2018)

Den siste praksisen er å se sammenhenger. Dette handler om å bruke elevenes strategier til å lede dem mot undervisningsmålet, og å se sammenhenger mellom egne og andres strategier. Dette kan hjelpe elevene i å se strategiene i sammenheng med sentrale matematiske begreper.

2.3.3 Diskurs i klasserommet

Drageseth (2013) har laget et rammeverk som består av fem steg for hvordan lærere kan skape fruktbare diskusjoner med elever. Rammeverket flytter fokuset bort fra tanken om at elevene skal lære matetikk, til hvordan de tenker rundt matematikk. De fem stegene er å forutse, overvåke, velge bestemte elever, målrettet rekkefølge, hjelpe klassen i å lage matematiske forbindelser mellom elevsvar og sentrale matematiske ideer

Forutse

Overvåke

Velge bestemte elever

Målrettet rekkefølge

Hjelpe klassen i å lage matematiske forbindelser mellom elevenes svar og sentrale ideer

2.3.4 Sosiale- og sosiomatematiske normer

I forbindelse med forskning rundt klasseromskulturer, elevers læring og utvikling i matematikkfaget, bruker Yackel og Cobb (1996) begrepene sosiale- og sosiomatematiske normer. De beskriver sosiale normer som generelle, finnes i alle klasserom, og i alle fag.

Sosiale normer kan omhandle forventninger som elevene har til hverandre, der de utfordrer hverandres tenking og påvirker hverandres begrunnelser og svar (Jackel & Cobb, 1996). Sosiomatematiske normer er et utvidet begrep av sosiale normer, og retter seg spesifikt mot matematikkfaget. Yackel og Cobb (1996) skriver at de sosiomatematiske normer påvirker elevenes deltakelse i faget. De skriver videre at sosiomatematiske normer eksisterer i alle matematikklasserom, uavhengig av undervisningstradisjoner. Eksempler på dette kan være hva som aksepteres som et matematisk argument eller bevis, og hva som er matematisk sofistikert, effektivt og anses som elegant i faget (Yackel & Cobb, 1996).

Det er samhandlingen mellom lærer og elever som utvikler de sosiomatematiske normene i klasserommet (Yackel & Cobb, 1996). Ifølge Yackel og Cobb (1996) skjer dette ved at læreren stiller undrende spørsmål, fordi læreren er ute etter ulike resonemmenter, forklaringer, strategier og løsninger hos elevene. (Yacjel & Cobb, 1996). Dette kan sees i sammenheng med det Alrø og skovsmose skriver om dialogbasert læring, og Stein og Smith (2018) om spørsmålstyper og samtaletrekk.

2.4 Lærerens rolle i et modelleringsklasserom

2.4.1 Læreren som leder i modelleringsaktiviteter

Lyngsnes og Rismark (2015) tydeliggjør at lærerens kompetanse er den viktigste faktoren for elevenes læring, i likhet med Blum (2015). Lyngsnes og Rismark (2015) framhever også at lærerens kompetanse i sitt fag ikke er nok i seg selv, men at lærerens kompetanse også omhandler kompetanse i å lede læringsarbeid, utvikle gode læringsmiljøer og å danne gode relasjoner til elevene (Lyngsnes & Rismark, 2015, s. 134). Utdanningsdirektoratet (2020) peker på at klasseledelse spenner seg over et bredt praksisfelt, og beskriver klasseledelse slik:

> *Klasseledelse handler om lærerens arbeid som bidrar til elevenes faglige, sosiale og emosjonelle læring og utvikling, og spenner over et bredt praksisfelt. Det dreier seg om ledelse av grupper som lag, av den enkelte elev som aktør i en gruppe, og om lærerens tilrettelegging for læring i elevfellesskapet (Utdanningsdirektoratet, 13.06. 2020).*

Videre peker Utdanningsdirektoratet på at ledelse dreier seg om å ha blikk for den enkelte elev, men også å ha overblikk over klassen som faglig og sosialt fellesskap (Utdanningsdirektoratet, 2020), noe som også underbygger klasseledelse som et bredt praksisfelt.

Skaalvik og Skaalvik (2013) sier at læringsmiljø ikke er et entydig begrep. Kort forklart handler læringsmiljø om …. I læreplanens overordnede del 3.1 som omhandler at skolen skal legge til rette for et inkluderende læringsmiljø, sier at *«Trygge læringsmiljøer utvikles og opprettholdes av tydelige og omsorgsfulle voksne, i samarbeid med elevene»* (Kunnskapsdepartementet 2017), som henger sammen med beskrivelsen Udir (2020) gjør om klasseledelse omhandler.

I forbindelse med klasseledelse trekker Lyngsnes og Rismark (2015) fram begrepene proaktiv klasseledelse og klasseledelse som praktisk arbeid.

Proaktiv klasseledelse handler om at lærere gjør valg i forbindelse med planlegging og gjennomføring av undervisning (Lyngsnes & Rismark, 2015, s. 136). Nordahl (2012) bruker begrepet strategisk klasseledelse. Han tydeliggjør at strategisk klasseledelse handler om å gjøre valg i forbindelse med planlegging, forberedelse og organisering av undervisning for å skape gode læringsmiljøer for elevene. Nordahl, (2012, s. 35) peker på at strategisk klasseledelse som siktemål har som intensjon å etablere normer og regler i undervisningen, og at denne etableringen skjer i samarbeid med lærer og elever. Skaalvik og Skaalvik (2013) bruker begrepet situasjonsbestemt klasseledelse om de vurderinger og handlinger lærere gjør under gjennomføring av undervisning, der de møter på uforutsette situasjoner.

Klasseledelse som praktisk arbeid kan forstås som at lærere som team, og gjennom samarbeid utvikler en felles forståelse av hva klasseledelse er og hvordan den skal utøves (Lyngsnes & Rismark, 2015, s. 137). Nordahl (2012) peker på at klare strukturer i form av tydelige rammer rundt oppstart av timen, overgangssituasjoner og avslutning av undervisningsaktiviteter gir trygghet og oversikt for elevene i læringsaktiviteter.

2.4.2 Læreren som veileder i modelleringsaktiviteter

Blum (2015) poengterer i sin artikkel viktigheten med at elevene får kvalitet i undervisning som omhandler modellering, og poengterer også viktigheten av lærerens måte å veilede elevene på i modelleringsaktiviteter. I kapittel 2.3 la jeg fram Stein og Smith (2018) sine fem praksiser for å planlegge og opprettholde matematisk diskurs i klasserommet. Stein og Smith (2018) skriver at de fem praksisene ikke kan stå alene, og at lærere må utvikle spørsmålsferdigheter og kunnskaper innen samtaletrekk for å sørge for å fremme aktiv tenking og deltakelse.

Stein og Smith (2018) skriver at gode spørsmål kan veilede elevenes fokus mot et nytt perspektiv. De skriver at gode spørsmål krever at elevene forklarer egen tankegang på en forståelig måte, og at spørsmålene ikke skal ta over tenkingen til elevene. Gode spørsmål skal derimot være med på å bygge stillas for å muliggjøre at elevene kan tenke dypere. Ved å stille gode spørsmål stiller man elevene ansvarlig for egen tenking Stein & Smith, 2018). Stein og Smith (2018) trekker fram tre ulike typer spørsmål og fem samtaletrekk. Spørsmålstypene er diskusjonsgenererende spørsmål, utforskende spørsmål, gjør matematikken synlig spørsmål. Samtaletrekkene er å gjenta, å be elever om å gjengi andres resonnement, be elever om å sammenligne sitt resonnement med andres resonnement, invitere elever inn i deltakelse, bruke ventetid (Smith & Stein, 2018).

3 Metode

Problemstillingen og forskningsspørsmålene for denne avhandlingen er:

«Hvordan kan lærere fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter?

Utformingen av problemstillingen retter forskerblikket mot hvordan lærere kan fremme matematiske samtaler, der konteksten er modelleringsaktivitet. Formålet med forskningen er altså ikke å studere kvaliteten på matematiske samtaler, eller studere dem i dybden, men å undersøke hvordan lærere kan fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter. Gjennom dette kapittelet vil jeg synliggjøre valg og vurderinger jeg har gjort underveis i forskningsprosessen fra problemstilling til analyse og funn. Dette vil jeg gjøre ved å først plassere mitt vitenskapelige ståsted, og deretter beskrive og begrunne de valg og metoder jeg har gjort for å kunne besvare problemstillingen. Til slutt i dette kapittelet vil jeg redegjøre for forskningsetiske hensyn og reflektere over studiens kvalitet.

3.1 Vitenskapssyn

Postholm (2020, s. 17) skriver at forskerens vitenskapsteoretiske ståsted har betydning for hva forskeren velger å rette blikket sitt mot, og videre at retningen i forskningen påvirkes av teorier på ulike nivå og forskerens egne erfaringer.

Problemstillingens utforming legger føringer for at forskeren må studere en naturlig kontekst, som vil si at svaret på problemstillingen må baseres på gjennomført undervisning i modellering. Svaret på problemstillingen baserer seg på. Dette forskningsprosjektet kan derfor sees i sammenheng med John Dewey (1859-1952) sitt syn på læring, der læring skjer gjennom praktisk erfaring og i sosiale kontekster (Postholm, 2020, s. 24). Problemstillingen retter fokuset mot mellommenneskelige prosesser, der språk og refleksjon står sentralt for kunnskapsutvikling. Derfor vil fundamentet i denne forskningen være forankret i det sosiokulturelle læringsperspektivet, der språket har en sentral rolle, og tanker om at kunnskap utvikles og konstrueres i interaksjon med andre (Postholm, 2020, s.24).

Postholm (2020, s. 22-23) skriver at den sosiokulturelle læringsteorien og Dewey`s (1859-1952) læringsteori er teorier som plasseres innenfor det konstruktivistiske paradigmet. Hun skriver videre at disse teoriene også innebefatter det som i moderne tid kalles for sosialkonstruktivistiske teorier, der en mener at mennesker ikke konstruerer sin virkelighetsoppfatning alene, men i interaksjon med andre (Postholm, 2020, s. 22-23; Postholm & Jacobsen, 2018, s.50-51). Derfor plasserer jeg mitt vitenskapsteoretiske ståsted innen sosialkonstruktivistisk epistemologi.

3.2 Metodisk tilnærming

Ifølge Cohen et al. (2018) kan en tenke på forskningsdesign som en plan, strategi eller oppskrift for hvordan en forskning praktisk kan gjennomføres for å besvare forskningsspørsmål basert på garantier og bevis. Med dette skriver de at designet av forskningen bestemmer hvilken metode som benyttes.

Christoffersen og Johannessen (2012, s. 17) skriver at det er et skille mellom kvalitativ- og kvantitativ metode, men at dette skillet ikke alltid er like tydelig. Problemstillinger i kvalitativ metode er utformet på en åpen måte som gir variert grad av større fleksibilitet, og at graden av fleksibilitet er en av hovedforskjellene på kvalitativ- og kvantitativ forskning (Christoffersen & Johannesen, 2012, s. 17). Problemstillingen i dette forskningsprosjektet er åpent formulert med «hvordan», som gir mulighet for større grad av fleksibilitet. I kapittel 3.1 plasserte jeg denne forskningen innenfor det konstruktivistiske paradigmet. Postholm (2020, s. 33) skriver at kvalitativ forskning som oftest kan plasseres innenfor det konstruktivistiske paradigmet. Ut ifra dette peker derfor denne problemstillingen mot kvalitativ metode.

For å forske på det jeg har presentert gjennom problemstillingen så jeg to mulige tilnærminger, det var casestudie på den ene siden eller aksjonsforskning på den ander siden.

Casestudier er undersøkelser som studerer en case, og som ofte gir rike muligheter til hvordan undersøkelser kan gjennomføres (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 109). En case kan være et individ, en gruppe eller et land. Det kan også være en klasse, aktivitet, undervisning, prosjekt, en skole eller et program (Postholm, 2020, s.50). Postholm (2020, s. 50) skriver at casen som studeres må knyttes til en konkret kontekst, og at studien i tillegg må være bundet i tid og sted. Videre skriver hun at casestudier er beskrivende studier, der casen som studeres beskrives detaljert i sin kontekst. Kravet for at en studie kan betegnes som en casestudie, er at den konkrete konteksten må ha en sentral rolle (Postholm & Jacobsen (2018, s. 63). Postholm & Jacobsen (2018) eksemplifiserer en ikke-case studie, med en studie der en ønsker å studere lærer-elev relasjon, og at konteksten nødvendigvis ikke er sentral i en slik studie. Da studeres lærer-elevrelasjon som et fenomen og ikke en case. Postholm og Jacobsen (2018) skriver videre at det som definerer en case baserer seg på analysenivå, som betyr at en elev for eksempel kan være en case på klassenivå, eller at en klasse kan være en case på skolenivå. Forskeren tar ofte i bruk en rik datainnsamlingsstrategi som for eksempel observasjon, intervju og lyd- eller videoopptak for å samle inn variert datamateriale, men det er ikke noen klare føringer på innsamlingsstrategi (Postholm, 2020, s. 50-53).

Aksjonsforskning er en samlebetegnelse for ulike tilnærminger eller retninger med felles mål om endring (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 115). Heimburg og Ness (2021, s. 23) skriver at aksjonsforskning *«handler om hvordan mennesker samskaper kunnskap gjennom språk, læring og endring ved bruk av metoder som knytter sammen aksjoner og handlinger mens man forsker, til systematisk og kritisk refleksjon».* Aksjonsforskning retter fokuset både mot handlinger i forskningsfeltet, og mot forskning rundt handlingene (Christoffersen & Johannessen (2012, s. 115). I aksjonsforskning har forskeren nærhet og direkte påvirkning på forskningsfeltet, samtidig som det er et nært forhold mellom forskeren og forskningsdeltakerne (Christoffersen & Johannessen, s. 115-116). Aksjonsforskning brukes ofte i undervisningssammenheng, og oppfordrer lærere til å reflektere over sin egen undervisning, med hensikt om å forbedre undervisningspraksisen (Christoffersen & Johannessen, 2012).

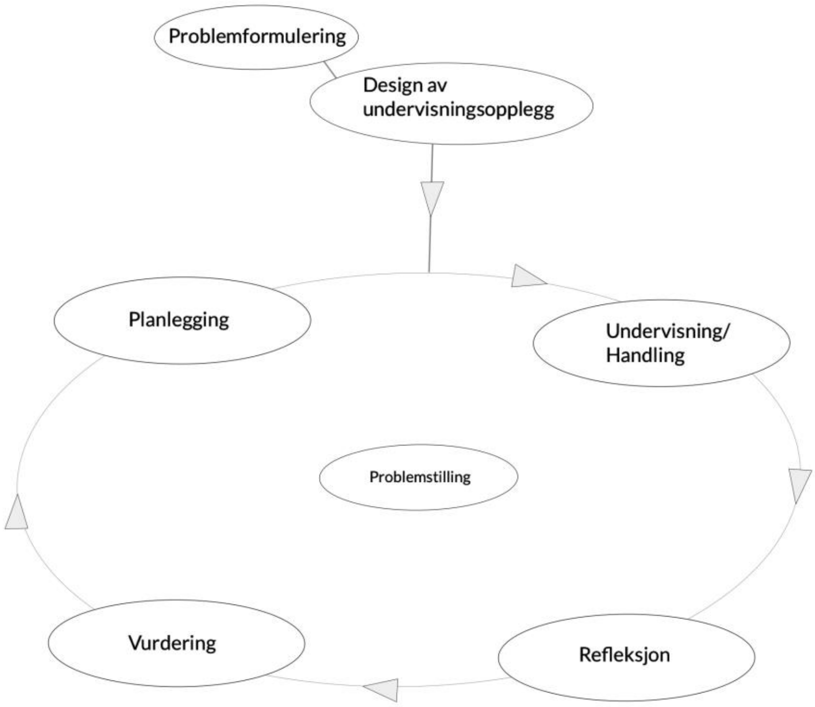
Mulighetene jeg så for at dette kunne gjennomføres som en casestudie, var på grunn av fokuset mot lærere, og hvordan de kan framme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter. Sett i lys gjennom casestudie kan lærerne ansees som casen. Konteksten ville vært undervisning i modellering, og i tillegg er forskningen tid- og stedbundet. Likevel passer ikke casestudie slik problemstillingen er utformet, fordi forskningen retter søkelyset mot hvordan lærere kan *fremme* matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter. Dette lar seg vanskelig studere gjennom beskrivende studier. Det krever en mer praktisk tilnærming for å kunne gi et svar på dette. For å kunne besvare spørsmålet kreves det et forskningsarbeid der lærere prøver ut handlinger og reflekterer over disse, og videre tar lærdom til neste undervisning. Dette vil kunne gi et mer riktig bilde på av hva som *fremmer* de matematiske samtalene. Problemstillingen legger føringer for et forskningsarbeid der lærere i fellesskap og med fokus på endring av undervisningspraksis, gjennomfører et forskningsarbeid. Dette retter seg mot det Heimburg og Ness (2021) og Christoffersen og Johannessen (2012) skriver om aksjonsforskning. Derfor er aksjonsforskning som tilnærming best egnet for å kunne besvare problemstillingen slik den er utformet.

3.3 Aksjonsforskning

For å få tilgang på en relevant og forskbar kontekst så jeg flere alternativer. En mulighet var at jeg som forsker deltok i allerede planlagte undervisninger rettet mot modellering. Det andre alternativet var å designe og gjennomføre et undervisningsopplegg, og gjennomføre dette i felleskap med lærerne i den aktuelle klassen.

Ifølge Blum (2015), Blum og Niss (2020) og Maaß (2010) er hensikten med en modelleringsaktivitet av stor betydning for planleggingen av oppgaven, og det er mange aspekter å vurdere opp mot den aktuelle målgruppen. Derfor valgte jeg å designe et undervisningsopplegg for å iscenesette et opplegg som ble relevant og forskbar i forbindelse med formålet med forskningen. Designet av undervisningsopplegget redegjøres for i kapittel 4.

Heimburg og Ness (2021) og Christoffersen og Johannessen (2012) trekker fram viktige prinsipper i aksjonsforskning. Disse prinsippene går ut på at det må skje en kontinuerlig utviklingsprosess, og kunnskapsutviklingen som forgår må også skje i fellesskap mellom forsker og forskningsdeltakere. Det siste som må ligge til grunn for et aksjonsforskningsprosjekt er at det må gjøres en aksjon der handling etterfølges av refleksjon (Christoffersen & Johannessen, 2012). I tråd med prinsippene for aksjonsforskning har jeg utarbeidet en modell som framstiller dette aksjonsforskningsprosjektet.



Figur 3.1 Modell av syklusene i aksjonsforskningsprosjektet.

Figur 3.1 viser hvordan syklusen for dette aksjonsforskningsprosjektet har foregått gjennom et undervisningsopplegg som strekte seg over fire undervisningsøkter. Undervisningene er gjennomført med 1 ukes mellom hver økt. Modellen viser at forskningen begynner med et definert problem. Deretter har jeg som forsker designet et egnet undervisningsopplegg for forskningen. Aksjonen starter med gjennomføring av første undervisning. I gjennomføringen av undervisningen gjøres det handlinger relatert til problemstillingen for prosjektet. De andre lærerne observerer mens jeg som forsker gjennomfører undervisningen. Figuren viser videre at undervisningen etterfølges av felles refleksjon blant lærerne som har deltatt i den foregående undervisningen. I denne delen av aksjonssyklusen reflekterer lærere som likeverdige deltakere, basert på det de har observert i undervisningen. I fellesskap kommer lærerne fram til ideer, hypoteser eller tiltak som kan prøves ut i neste økt med hensikten om forbedring. Videre gjøres det et vurderingsarbeid der jeg som forsker planlegger neste undervisning. I neste undervisning gjøres det handlinger basert på felles refleksjon. Slik fortsetter syklusen gjennom alle fire undervisningsøktene. Gjennom hele undervisningsopplegget er problemstillingen et fundament i alle fasene, slik at handlingene som prøves ut i undervisningene har som formål å fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteten.

3.4 Utvalg

Da jeg endte opp med aksjonsforskning som metodisk tilnærming måtte jeg tenke gjennom hvilke deltakere som kunne være aktuelle, slik at datamateriale som ble samlet inn ville være relevant for problemstillingen. Dette kaller Christoffersen og Johannessen (2012, s. 50) for strategisk utvelgelse. Gjennom strategisk utvelgelse vurderte jeg at deltakergruppen måtte være lærere og elever tilhørende samme skoleklasse. Vurderingen ble gjort på bakgrunn av forskningens formål, der tilnærmingsmetoden er aksjonsforskning, som krever nærhet mellom forsker og forskningsdeltakere (Christoffersen &Johannessen, 2012).

I utvelgelsesprosessen kom jeg fram til at deltakerne i forskningen måtte fylle 2 kriterier. Det ene kriteriet rettet seg mot elevgruppen, og det andre mot lærerne. En utvelgelse som baserer seg på kriterier kaller Christoffersen og Johannessen (2012) for kriteriebasert utvelgelse.

Det første kriteriet for elevene ble aldersbetinget til 15- og 16 år. Dette fordi klassen og de tilhørende lærerne som skulle delta måtte ha kompetansemål om modellering. Da det kun er 4.- og 10.trinn som eksplisitt har matematisk modellering som kompetansemål, ble det derfor kun aktuelt med 10.trinn som aktuell deltakergruppe.

I aksjonsforskning er refleksjonen i fellesskap en sentral del av utviklings- og endringsarbeid (Christofferssen & Johannessen, 2012). Basert på at temaet for undervisningsopplegget er modellering, blir det vesentlig at lærerne som deltar i forskningen, også har matematisk utdanningsgrunnlag. For å kunne ha tilstrekkelig grunnlag ble kriteriet at lærerne måtte ha matematisk kompetanse på høyskolenivå. Dette for at lærerne skulle ha utgangspunkt til å kunne bidra faglig i utviklingsarbeid og i matematiske samtaler som omhandler modellering.

3.4.1 Deltakere

Deltakergruppen består av totalt tolv elever og tre lærere. Skoleklassen tilhører en 10.klasse i Nord-Norge. To av lærerne som deltar i prosjektet, er kontaktlærerne til den aktuelle elevgruppen, der den siste av lærerne er meg som også er forskeren i prosjektet.

Deltakerne rekrutterte jeg fra eget faglig nettverk ved å ta direkte kontakt med den ene kontaktlæreren til den aktuelle skoleklassen. Skolen er en av flere ungdomsskoler i en by som anses som ressurssterk i fylket.

Lærer 1 er masterstudent i matematikkdidaktikk. Lærer2 har adjunktutdanning med 60 studiepoeng i matematikk. Lærer 3 har allmennlærerutdanning med 15 studiepoeng i matematikk, og i tillegg 60 studiepoeng i videreutdanning.

I den aktuelle skoleklassen er det totalt 12 av 18 elever som deltar i forskningen. Det er altså 6 elever i skoleklassen som ikke deltar i selve forskningsprosjektet. Alle elevene deltar likevel i undervisningsopplegget, da opplegget inngår som ordinær undervisning.

Alle elevene i skoleklassen var inkludert i undervisningsopplegget, men de eleven som ikke deltok i forskningen ble heller ikke inkludert i datamaterialet som ble samlet inn gjennom forskningsarbeidet.

I forkant av dette prosjektet hadde ikke elevene arbeidet med de kompetansemålene som eksplisitt nevner modellering og funksjoner. Derfor har de ikke erfaring fra tidligere med å arbeide med verken modellering eller funksjoner i matematikk.

3.5 Datainnsamling

Det er ingen faste føringer for hvordan aksjonsforskning skal gjennomføres, men problemstillingen er det som legger føringer for hvilke tilnærminger og datainnsamlingsstrategier som er hensiktsmessige å ta i bruk (Christoffersen & Johannessen, 2012). I kvalitativ forskning skriver Christoffersen og Johannessen (2012) at observasjon, intervju og/eller gruppesamtaler er de vanligste datainnsamlingsmetodene. Basert på problemstillingen i denne avhandlingen, og tilnærmingsmetoden har jeg vurdert at observasjon, reflekterende samtaler, refleksjonslogg og elevarbeid vil gi et riktig bilde av virkeligheten. Videre vil jeg beskrive og begrunne hvordan strategiene er gjennomført i forskningsprosjektet.

3.5.1 Observasjon

Christoffersen og Johannessen (2012, s. 62) skriver at observasjon som strategi egner seg godt når en ønsker å få direkte tilgang til det en studerer, og at den eneste måten å skaffe seg gyldig informasjon på i mange settinger, er nettopp å være til stede i den aktuelle settingen (Christoffersen og Johannessen (2012). I aksjonsforskning der forskeren er deltakende i forskningsprosessen, og har direkte påvirkning i forskningsarbeidet (Christoffersen og Johannessen, 2012), bør observasjon inngå som datainnsamlingsstrategi, da observasjoner og opplevelser lærerne gjør i denne forskningen er en forutsetning for utviklingsarbeidet som skal foregå. I tillegg sett i sammenheng med prinsippene for aksjonsforskning, er observasjon en forutsetning for tilnærmingsmetoden.

Christoffersen og Johannessen (2012) beskriver fire ulike typer observasjon der fullstendig deltaker og fullstendig observatør er ytterpunkter av hverandre. De skriver at når forskeren inntar rollen som fullstendig deltaker innebærer dette å bli en del av det miljøet som forskes på. Forskeren forsøker ofte i denne rolle å holde sin identitet som forsker skjult. Rollen som deltakende observatør innebærer at forskeren blir en del av miljøet som studeres, og at deltakerne er klar over at de blir observert. Forskeren anser seg selv som et fullverdig medlem av deltakergruppen, og opptrer ofte sammen med en eller flere andre lærere som også observerer (Christoffersen og Johannessen, 2012). Rollen som fullstendig observatør innebærer at forskeren observerer deltakerne uten at de er klar over det, og at det er en fullstendig avstand mellom forsker og forskningsdeltaker. Rollen som observerende deltaker beskriver Christoffersen og Johannessen (2012) som ikke-deltakende observatør, og at den som observerer i liten grad deltar i samhandling i settingen som observeres. De skriver at observerende deltakere ofte deltar i intervjuer eller samtaler i etterkant av at en setting som er observert.

I forkant av undervisningsopplegget besøkte jeg den aktuelle klassen. Dette var det flere formål til. Gjennom deltakende observasjon observerte jeg en vanlig undervisningstime, og på denne måten kunne jeg danne meg et inntrykk av elevenes holdning til matematikkfaget. Hovedformålet med besøket var å synliggjøre meg selv for elevene, slik at de kunne bli fortrolig med å ha meg i klasserommet.

I undervisningsopplegget valgte jeg som forsker å bruke rollen som deltakende observatør, der jeg skrev notater i undervisningen om jeg observerte noe spesielt interessant. Dette ble et naturlig valg, fordi det var jeg som skulle gjennomføre undervisningen. I forbindelse med metodisk tilnærming er deltakende observasjon en relevant observasjonstype å ta i bruk da forskeren en delaktig i forskningen med nærhet til deltakerne. De andre lærerne var observerende deltakere i undervisningsopplegget. Dette valget baserte jeg på at det er mange ulike prosesser som foregår i en modelleringsaktivitet, og at observerende deltakelse gir et større overblikk over hele klasserommet og undervisningssituasjonen, som igjen gir de mulighet til å fange opp informasjon som kan være vanskelig å oppfatte gjennom deltakende observasjon. Dette vurderte jeg som en berikelse for de reflekterende samtalene.

For å styrke kvaliteten på refleksjonssamtalene ble det brukt observasjonsskjema. Postholm (2020) beskriver dette som strukturert observasjon. Hensikten med bruk av observasjonsskjema var å samkjøre fokuset til lærerne slik at den informasjonen som framkom i de reflekterende samtalene ble rettet mot forskningen formål. Observasjonsskjemaene ble tilpasset hver undervisning, og var samkjørte med guiden for de reflekterende samtalene som ble foretatt etter hver undervisning. Slik fungerte observasjonsskjemaene som et hjelpemiddel for observasjonen, og som en støtte i de reflekterende samtalene.

3.5.2 Elevarbeid

I kapittel 2 skriver jeg om viktige aspekter ved undervisning i modellering. Jeg legger blant annet fram det Blum (2015) skriver om at lærere bør oppmuntre til individuelle strategier, at modellering ikke er en tilskuersport og at lærere må legge til rette for kognitiv deltakelse for å kunne tilby kvalitetsundervisning i modellering. Ut ifra dette har jeg valgt å bruke elevens arbeid til å studere deres strategier. Derfor har jeg tatt bildet av elevarbeidet etter hver undervisning, slik at jeg i tråd med Stein og Smith (2018) kan sette meg inn i elevenes individuelle strategier, slik at jeg gjennom samtaletrekk og spørsmålstyper kan hjelpe elevene videre i arbeidsprosessen ved å møte de der de er i arbeidet. Ifølge Stein og Smith (2018) er dette en del av å planlegge matematiske samtaler. Selv om Skemp (1976) skriver at det er vanskelig å vurdere elevenes forståelse gjennom skriftlig arbeid, er likevel ikke formålet å vurdere deres forståelse gjennom elevarbeidet, men derimot å sette seg inn i deres individuelle strategier for å kunne planlegge matematiske samtaler i undervisningen, som igjen vil fremme kognitiv deltakelse da elevene må tenke for å kunne svare og å delta i de matematiske samtalene. Elevarbeidet vil sees i sammenheng med annet datamateriell og vil være godt datamateriale i analysearbeidet, både underveis i aksjonsforskningen og i etterkant.

3.5.3 Reflekterende samtaler

Ettersom refleksjon i felleskap er en sentral del i aksjonsforskning, er de reflekterende samtalene som ble gjennomført under undervisningsopplegget vesentlig datamateriale. I tråd med den metodiske tilnærmingen valgte jeg derfor å ta opp samtalene på lydbånd slik at vi lærere kunne delta likeverdig i samtalene uten at notering skulle bli en forstyrrelse. I tillegg vurderte jeg at eventuell informasjon kunne gå tapt gjennom notering, da det ikke er en garanti for at alt som blir sagt i samtalene blir notert riktig eller oppfattet slikt det er ment. De reflekterende samtalene ble derfor gjennomført med en fysisk diktafon, der alle samtalene ble tatt opp på lydbånd.

De reflekterende samtalene ble gjennomført med en samtaleguide, og umiddelbart etter undervisning. Guiden ble tilpasset til hver samtale og designet i samsvar med observasjonsloggene, som er skrevet om i kapittel 3.5.1. Guidene for de reflekterende samtalene er lagt til som vedlegg – 6. Guidene for de reflekterende samtalene blir ikke ansett som datamateriale, på lik linje med observasjonsloggene da den har fungert som en støtte i samtalene med hensikt om å øke kvaliteten, på den måten ved at det som ble reflektert rundt var i sammenheng med det som er formålet med forskningen.

3.5.4 Refleksjonslogg

For å få tilgang på mine egne tanker, opplevelser og oppfatninger fra undervisningene valgte jeg å føre refleksjonslogger. Denne er ført etter hver reflekterende samtale. På denne måten har jeg dokumentert mine tanker og refleksjoner som forsker fra hver undervisning. Refleksjonsloggen er brukt både som verktøy underveis til å vurdere og planlegge undervisning etter behov i forløpet av undervisningsopplegget, men også i analyseprosessen i etterkant av opplegget.

3.6 Behandling og bearbeiding av datamateriale

I denne forskningen består datamateriale av reflekterende samtaler som har vært tatt opp på lydbånd, notater fra undervisning og refleksjonslogg, og bilder av elevarbeid. Notater som ble gjort i observasjonsskjemaene ble makulert i etterkant av de reflekterende samtalene, fordi deres hensikt var å fungere som en støtte i de reflekterende samtalene. De ble derfor ikke lagret i etterkant av samtalene.

Ifølge Postholm (2020) er det mest ideelle i et forskningsarbeid at det er forskeren selv som transkriberer eventuelle lydbånd eller filmopptak. I dette aksjonsforskningsprosjektet er jeg alene som forsker, og det er derfor også jeg alene som har transkribert lydbåndene fra de reflekterende samtalene. De reflekterende samtalene består av totalt 102 minutters samtale, og har resultert i 38 sider med transkribert datamateriale. Transkriberingen er gjort umiddelbart etter at gjennomføringen av de reflekterende samtalene og refleksjonsloggen var utført.

Datamateriale som er samlet inn i forbindelse med forskningsarbeidet er behandlet i tråd med UiT Norges arktiske universitet sine etiske retningslinjer og regelverk. All informasjon og datamateriale som er samlet inn har vært oppbevart utilgjengelig for andre. Det er bare jeg, som er forskeren i prosjektet som har hatt tilgang til datamaterialet. Det er også jeg som alene har transkribert lydbåndene fra de reflekterende samtale. Fysiske dokumenter i form av samtykkeskjema og notater har vært låst inne, og elektronisk datamateriale har vært lagret på UiT sine forskningsservere.

3.6.1 Analyse

Analysearbeidet i kvalitativ forskning starter når forskeren beveger seg inn i et forskningsfelt, og pågår helt til forskningsrapporten er ferdigstilt (Postholm, 2020). Et analysearbeid er ikke en lineær eller en mekanisk prosess, men foregår i gjentatte dynamiske prosesser (Postholm, 2020). Ved at jeg som forsker analyserer datamateriale underveis i forskningsprosessen, vil jeg underveis og over tid kunne se sammenhenger mellom ulike deler av datamaterialet og undervisningene, slik vil jeg gradvis utvikle en nyansert forståelse av helheten.

Observasjon er ifølge Postholm (2020) en av de mest vanligste datainnsamlingsstrategiene, og brukes ofte i kombinasjon med andre strategier. I aksjonsforskning går forskeren inn i et forskningsfelt med en antakelse, hypotese eller et problem. Som er tatt utgangspunkt i, eller påvirket av teorier, subteori, og forskerens vitenskapsteoretiske ståsted og erfaringer. Forskeren vil derfor tilnærme seg situasjonen med antakelser og bestemte fokusområder for det som skal observeres, og dette skriver Postholm (2020) er en deduktiv tilnærming. Videre skriver hun at forskeren gjennom det en observerer ofte oppdager forhold som utvider sin forståelse basert på det som er observert, slik at en på den måten beveger seg fram og tilbake mellom deduktiv og induktiv tilnærming. Postholm (2020) skriver at slik utvikler kunnskapen seg. Videre skriver hun at selv om en forsøker å være mest mulig induktiv, vil en aldri klare å bare ha induktiv tilnærming. I dette aksjonsforskningsprosjektet går jeg som forsker inn med fokus på å fremme matematiske samtaler i en modelleringsaktivitet. Fokusområdet er basert på teori og forskning om viktigheten av at elevene

Det transkriberte datamaterialet fra de reflekterende samtalene og refleksjonsloggene er analysert ved bruk av det Braun og Clark (2021) kaller tematisk analyse. Gjennom tematisk analyse har jeg kodet datamateriale manuelt, tematisert og til slutt utarbeidet ulike kategorier. Det er forskeren alene som har gjort analysearbeidet. Jeg har ved hjelp av tematisk analyse utviklet kategorier gjennom tematisering og manuell koding av det transkriberte datamateriale. Analyseprosessen underveis og gjennom tematisk analyse har jeg å skaffe meg en helhetlig oversikt over øktene, men også undervisningsopplegget i son helhet. I funndelen har jeg valgt å underbygge hendelser og elevenes arbeid i modelleringsprosessen med sitater fra de reflekterende samtalene. Jeg har valgt å ikke benevne hvilken lærer som har kommet med utsagn, da jeg ikke anser det som relevant i denne settingen.

Elevarbeid fra de ulike elevgruppene blir brukt i vurderingsarbeidet underveis i gjennomføringen av undervisningsopplegget, og vil også bli sett i sammenheng med øvrig datamateriale i analysearbeidet i etterkant av at undervisningsopplegget er gjennomført.

3.7 Forskningsetiske hensyn

Når det skal gjennomføres et forskningsarbeid er det viktig å følge forskningsetiske retningslinjer. Dette gjelder både i forkant av det tiltenkte forskningsarbeidet, men etiske prinsipper bør også gjennomsyre forskerens betraktninger og handlinger gjennom hele forskningsforløpet (Postholm M. B., 2020).

De etiske retningslinjene legger føringer for at rektor, som skolens overordnet, må gi sin godkjenning når et forskningsarbeid skal gjennomføres i skolen eller på et klasserom (Postholm M. B., 2020). For denne forskningen vil datainnsamlingen foregå på elevenes klasserom. Derfor var jeg i kontakt med skolens rektor i forkant av det tiltenkte prosjektet, og fikk godkjennelse både muntlig og via e-post på at jeg fikk lov til å gjøre det tiltenkte forskningsarbeidet på skolen.

For å kunne gjennomføre forskningsarbeid i skolen, legges det føringer for at det må lages og sendes et meldeskjema om forskningsprosjektet til Sikt med en detaljert beskrivelse av hvordan forskningsprosessen skal gjennomføres. Denne søknaden må godkjennes av Sikt, slik at forskningen gjennomføres i tråd med lovverket (Postholm M. B., 2020). Godkjenningen for dette prosjektet er vedlagt som vedlegg – 6.

Når forskningsarbeidet er avklart med de riktige instanser må det sendes ut informasjonsskriv og samtykkeskjema til de aktuelle deltakerne. I dette skrivet er det viktig at det så tydelig som mulig, informeres om hensikten med forskningen. Opplysninger om hva som skal foregå i forskningsarbeidet, frivillighet og fritt samtykke skal tydelig presiseres. Deltakerne skal også vite at det er mulig å trekke tilbake samtykket når om helst i forskningsforløpet, selv om de i utgangspunktet har samtykket til deltakelse. Deltakerne i dette prosjektet ble også informert om at de var inkludert i undervisningsopplegget selv om de ikke samtykket til å delta i forskningen, og at dette ikke ville ha konsekvenser for dem. Informasjon om anonymitet og deres rettigheter som deltakere i forskningen, samt retten til innsikt i forskningen må tydelig komme fram i skrivet (Postholm M. B., 2020). Samtykkeskjema for elever og foresatte, og lærere er vedlagt som vedlegg – 7 og 8.

Som forsker har jeg plikt til å sørge for at deltakernes identitet er beskyttet, i tillegg må informasjon som kan oppfattes som skadende for deltakere, behandles på en slik måte at deltakere ikke kan gjenkjennes (Postholm M. B., 2020). For å sørge for elevenes anonymitet i prosjektet har jeg benyttet fortløpende anonymisering, der jeg har oppbevart personopplysninger og innsamlet data adskilt. Skriftlige dokumenter har vært lagret innelåst og utilgjengeliggjort for andre, slik at det bare er forskeren som har hatt tilgang til dette. Elektroniske dokumenter og data har vært lagret på UiT sine forskningsservere. Alt datamateriale som er samlet inn gjennom forskningsarbeidet vil slettes når forskningsrapporten er ferdigstilt.

Forskeren må være bevisst på sin egen rolle i selve forskningen, og behandle deltakerne og datamateriell med respekt. Dette vil si at forskeren har ansvar for å hindre at deltakerne blir framstilt i et dårlig lys i den ferdigstilte rapporten (Postholm & Jacobsen, 2018). Med tanke på at dette er et aksjonsforskningsprosjekt, er jeg som forsker også deltaker på lik linje med de andre deltakerne i prosjektet. Dette innebærer at jeg som forsker må være bevisst på min egen rolle, og at denne rollen både har styrker og svakheter ved funnene som frambringes gjennom forskningsarbeidet.

3.8 Gyldighet og pålitelighet

I dette forskningsprosjektet er det av betydning å poengtere at datamateriale som er samlet inn gjennom undervisningsopplegget baserer seg på tolv av atten elever. Undervisningen som er gjort er gjennomført som en del av ordinær matematikkundervisning. Elevene har fått opplyst at deltakelse er frivillig, og det er ikke alle elevene som deltok i undervisningsopplegget som var deltakere i selve forskningsprosjektet. Dette betyr at eventuell interessant informasjon ikke ble tilgjengelig for forskningsarbeidet, som igjen har betydning for analyseprosessen slik at eventuelle funn ikke kommer fram.

Det er også av betydning å belyse at antall lærere har variert i undervisningene, slik at de reflekterende samtalene gjennom opplegget har hatt variert antall lærere i deltakelse. I økt 1, 2 og 4 var det lærer1 og lærer 2 som var deltok. I økt 3 og 5 var vi alle tre lærerne deltakere i undervisningsopplegget og i felles refleksjon i etterkant. Dette kan utgjøre variasjon for de observasjoner og notater som gjøres av lærerne når de er sammen og alene som observatør.

Dette igjen kan ha betydning for innholdet i de reflekterende samtalene og den vurderingen som videre ble gjort for å fremme de matematiske samtalene til neste undervisning.

I første økt var lærer 2 med som deltakende observatør, men etter dette har han gjennomført observasjon som fullstendig observatør, som beskrevet i kapittel. Dette kan ha påvirket undervisningen i første økt da vi var to lærere som veiledet elevene. Dette på grunn av at vi har forskjellig utdanningsutgangspunkt og i tillegg som forskjellige individer ville veilede på forskjellige måter. Det påvirket også kvaliteten på observasjonen, slik at jeg som forsker valgte å bytte observasjonstype på lærer 2 og lærer 3 til observerende deltakere for resten av undervisningsopplegget. De ulike observasjonstypene har jeg forklart i kapittel 3.5.1

Rekkefølgen som datainnsamlingen har foregått i er verdt å gjøre refleksjoner rundt, da den vil ha betydning for analyseprosessen og de resultater som framkommer. Da jeg som forsker skrev refleksjonsloggen i etterkant av de reflekterende samtalene, er det mulig dette kan ha påvirket hvordan refleksjonsloggen tok form, og hvilen refleksjoner jeg gjorde. Ser vi for oss at refleksjonsloggen. Hvis jeg hadde skrevet refleksjonen umiddelbart etter undervisningene, altså i forkant av de reflekterende samtalene, ville de umiddelbare tankene mine vært dokumentert uten påvirkning fra de reflekterende samtalene. Dette kan muligens frata meg som forsker muligheten til å kunne se om det i de reflekterende samtalene kommer fram nye tanker og syn som ikke har kom fram i refleksjonsnotatene mine.

Forskerens erfaring er med på å påvirke analysemetoder og prosess. Postholm (2020) peker på at det kreves erfaring for en forsker å finne analysestrategier som forskeren er fortrolig med å bruke. Slik vil en kunne tenke at denne forskningen kunne hatt et annet utfall om jeg som forsker hadde vært mer erfaren med forskning generelt og tilnærmingsmetoden.

3.9 Transparens

Postholm og Jacobsen (2018) skriver om transparens i forbindelse med forskning og rapportering. Dette innebærer at forskeren må presentere rapporten på en måte som gir innsikt i forskningsprosess og funn. Jeg har i dette metodekapittelet forsøkt å redegjøre for valg jeg har gjort ved å beskrive og begrunne de metodiske tilnærminger jeg som forsker har foretatt.

4 Design av undervisningsopplegg

I dette kapittelet vil jeg synliggjøre selve modelleringsoppgaven og planleggingsprosessen bak undervisningsopplegget. Dette vil jeg gjøre ved å først presentere modelleringsoppgaven, for videre å beskrive de kvalifikasjoner og vurderinger som er gjort i forbindelse med oppgaven. Jeg vil også tydeliggjøre utforming av undervisningsopplegget, og begrunne de valg som er tatt i forbindelse med dette.

Deltakergruppen og problemstillingen var i hele planleggingsprosessen sentral for de valg og vurderinger som ble gjort, slik at undervisningsopplegget ble tilpasset deltakergruppen, hensikten med modelleringen og forskningens formål. De rammeverkene jeg i hovedsak har valgt å støtte meg til er Maaß (2010) sitt klassifiseringsskjema for modelleringsoppgaver, Stein og Smith (2018) sine fem praksiser for å skape og opprettholde et diskursrikt klasserom, og Liljedahl (2023) om hvordan bygge et tenkende klasserom.

4.1 Modelleringsaktiviteten

Verdens høyeste mann
Problem: Sultan Kösen er født den 19.desember i 1982. Han er fra Tyrkia og er 2,47 meter høy. Guinness Rekordbok har kåret han til verdens høyeste nålevende mann. Omtrent hvor lange føtter har han?
Beskrivelse av aktiviteten: Oppgaven går ut på å finne omtrentlig fotlengde til verdens høyeste nålevende mann, Sultan kösen. Elevene skal lage en matematisk modell, gjennom proporsjonalt resonnement, som beskriver fotlengden til en person algebraisk. Elevene får bare oppgitt den informasjonen som finnes i oppgaveteksten, og må selv innhente den dataen de tenker er relevant for å finne en løsning. Undervisningen legger til rette for matematiske samtaler, der elevene arbeider uten digitale verktøy.

Tabell 4.1 Modelleringsaktiviteten: Verdens høyeste mann.

4.1.1.1 Hvorfor er dette en modelleringsoppgave?

Blomhøj (2006) skriver at modellering er når matematikk anvendes for å beskrive, anvende eller forklare ekstramatematiske domener. Blum (2015) skriver at modelleringsoppgaver inneholder mange uidentifiserbare variabler, og at modelleringsoppgaver krever at elever må tolke ekstramatematiske situasjoner, for så å beskrive situasjonen matematisk. Denne modelleringsaktiviteten fokuserer på sammenhengen mellom en persons høyde og fotlengde.

Problemet i den ekstramatematiske situasjonen er å finne fotlengden på verdens høyeste mann, basert på høyden hans. For å finne en løsning på dette må elevene tolke denne ekstramatematiske situasjonen, og videre indentifisere ulike variabler og lage en matematisk forklaring som framstiller svaret. Oppgaven er i tråd med Blomhøj (2006) sin definisjon av modellering og slik Blum (2015) beskriver modelleringsoppgaver.

4.2 Klassifikasjoner av modelleringsaktiviteten

Med utgangspunkt i Maaß (2010) sitt kvalifiseringsskjema som jeg har skrevet om i kapittel 2 og som er å finne som vedlegg 3 i denne avhandlingen, har jeg kvalifisert følgende for den aktuelle modelleringsaktiviteten:

Målet med modelleringsaktiviteten er at elevene skal oppleve at de kan forutse informasjon, basert på identifisert og oppgitt informasjon. I denne oppgaven vil dette si å kunne forutse eller gjøre antakelser av fotlengden til Sultan Kösen, ved at de får oppgitt høyden hans. Ved å arbeide med denne modelleringsaktiviteten må elevene bruke proporsjonale resonnementer, basert på lineære sammenhenger gjennom skalering, og på denne måten utvikle sin algebraiske tankegang. Målet er å fremme positiv holdning til virkelighetsrelaterte oppgaver gjennom å relatere eksisterende matematiske kunnskaper, som i dette tilfelle er algebraisk kunnskap, til en virkelig situasjon.

Med utgangspunkt i problemstillingens fokus på å fremme matematiske samtaler, ønsket jeg å velge en oppgave som kunne gjøres uten bruk av digitale verktøy.

4.2.1.1 Aspekter som er vurdert mot målgruppen:

Elevene hadde nylig arbeidet med likninger og har algebraisk kunnskap fra før. Det ble derfor relevant å finne en oppgave der elevene kunne frambringe en algebraisk løsning. Som beskrevet i kapittel 3 er elevene vant til å arbeide i matematikkfaget på digitale verktøy, og de bruker ofte Campus Inkrement i undervisning. Da jeg i denne forskningen ønsker å fremme matematiske samtaler i modellering, og fordi elevene er vant med digitale verktøy, valgte jeg en oppgave som fremmet fysisk deltakelse.

Elevene hadde ikke arbeidet med funksjoner eller modellering i forkant av denne modelleringsaktiviteten, som vil si at de ikke hadde erfaringer modellering fra før. Derfor valgte jeg å vinkle oppgaven mot perspektivet modellering som innhold. Det vil si at hensikten med aktiviteten er modelleringen i seg selv, og at elevene skal skaffe seg erfaring med å modellere (Blum & Niss, 2020; Barbosa 2006; Hana, 2013).

Jeg tar utgangspunkt i Blum og Ferri (2009) sin modell av de fire stegene for å løse en modelleringsoppgave for å beskrive aktivitetene elevene må gjennom i modelleringsoppgaven «verdens høyeste mann»:

Steg 1: Elevene lager seg en oppfatning av oppgaven. Her leser de oppgaveteksten, og lager en visualisering av situasjonen, for eksempel ved å lage en tegning eller skisse.	Steg 2: Elevene innhenter relevant datamateriale. Dette innebærer at de må gjøre målinger av sin egen høyde og fotlengde, og lage seg en oversikt overeksisterende informasjon og identifisert informasjon.
Steg 3: Elevene arbeider med det innsamlede datamaterialet og finner et resultat for fotlengden til Sultan Kösen. Elevene tester modellen på seg selv og reflekterer over resultater. I dette steget kan de også gå bakover i steg.	Steg 4: Elevene lager en matematisk modell som beskriver sammenhengen mellom en persons høyde og fotlengde. Til slutt sammenligner og validerer elevene modellen i plenum.

Tabell 4.2 De fire stegene elevene må gjennom for å løse modelleringsaktiviteten. Inspirert av Blum og Borromeo Ferri (2009).

Elevene går i 10. klasse. Da dette klassetrinnet er en av to klassetrinn som eksplisitt har om modellering i kompetansemålene, ble derfor kompetansemålene som går direkte på matematisk modellering sentral i oppgavevalget:

- *bruke funksjonar i modellering og argumentere for framgangsmåter og resultat*
- *modellere situasjonar knytte til reelle datasett, presentere resultata og argumentere for at modellane er gyldige (LK20).*

Basert på kompetansemålene og elevenes forkunnskaper ønsket jeg å velge en modelleringsoppgave som kunne bli en inngangsport til funksjonsbegrepet. Selv om ikke oppgaven dekker kompetansemål fullstendig, er den rettet og relevant med potensiale for å oppnå dem. Stein og Smith (2018) skriver i en av sine praksiser om valg av oppgaver, og at det kognitive nivået på en oppgave bør være innenfor det nivået elevene har forutsetninger for å kunne løse, men at oppgaven likevel bør ligge på et nivå som utfordrer. Videre ble det derfor relevant å gjøre seg kjent med elevenes matematiske forkunnskaper for å kunne vurdere hvilket kognitivt nivå oppgaven skulle ligge på.

Oppgaven har potensiale til å arbeide med digitale verktøy, da den også kan løses grafisk. Den grafiske løsningen har jeg valgt å ikke legge fokus på, da elevene ikke har arbeidet med modellering eller funksjoner tidligere. Jeg vil likevel påpeke muligheten for bruk av digitale verktøy. Da ville modelleringsprosessen beveget seg inn i den teknologiske verden, slik som Blum (2015) har beskrevet i sin utvidede modell av modelleringsprosessen.

Blum (2015) har framstilt modelleringsoppgaven «Kjempenes verden», og Blum og Ferri (2009) har framstilt oppgaven «Giant shoe». Begge oppgavene handler om proporsjonalitet, og derfor ble disse oppgavene en inspirasjon for utformingen av modelleringsaktiviteten «Verdens høyeste mann».

Basert på elevenes forkunnskaper og at de ikke har erfaring med modellering eller funksjoner, valgte jeg å lage en modelleringsoppgave med mindre kompleks kontekst i forhold til den ekstramatematiske situasjonen. Jeg ente derfor opp med å ta utgangspunkt i verdens høyeste mann, og lagde oppgaven basert på proporsjonalitet og skalering. Tanken med oppgaven var at elevene skulle erfare modelleringsprosessen, og få en god inngang til funksjonsbegrepet.

Modellen elevene skulle lage beskriver jeg som en algebraisk framstilling av den ekstramatematiske situasjonen. Ifølge det Maab (2010) skriver, kan den modellen kategoriseres som en empirisk modell. Dette fordi den baserer seg på innhentet data, og modellen varierer ut ifra hvilken data som er innhentet og mengde data som er brukt.

Da jeg hadde laget oppgaven, løste jeg den for å fine mulige løsninger. Løsningsforslaget til modelleringsoppgaven er lagt som vedlegg 1 i denne avhandlingen, og inneholder to ulike løsninger, algebraisk løsning og grafisk løsning. Med utgangspunkt i elevenes forutsetninger kan de løse oppgavene på to måter. Jeg så det ikke som sannsynlig at elevene kom til å bruke grafisk strategi på eget initiativ til å begynne med, da de ikke hadde arbeidet med funksjoner tidligere og de hadde heller ikke tilgang til digitale verktøy.

Stein og Smith (2018) skriver om å forutse strategier, mulige utfordringer og hvor elevene kan komme til å stå fast, og ut ifra dette planlegge ulike spørsmålstyper som kan hjelpe elevene i arbeidsprosessen. Jeg har derfor med utgangspunkt i Stein og Smith (2018) utformet en oversikt over forutsette strategier, feil løsning, hva som kan bli vanskelig elevene og hvor elevene kan komme til å stå fast:

$S = Sultan, E = elev, h = høyde, f = fotlengde$

Strategi 1: Skalering: Sultan er x ganger høyere enn elev. Derfor er foten også x ganger lengre enn elevens. $x = \frac{S_h}{E_h} \quad \rightarrow \quad S_f = x * E_f$ $S_f = \frac{S_h}{E_h} * E_f = \frac{S_h * E_f}{E_h}$	Strategi 2: Eleven sin fot går x ganger opp i høyden til elevens. Sultan fin for må også gå x ganger opp i hans høyde. $x = \frac{E_h}{E_f} \quad \rightarrow \quad S_f = \frac{S_h}{x}$ $S_f = \frac{S_h}{\frac{E_h}{E_f}} = \frac{S_h * E_f}{E_h}$
Strategi 3: Elevens fot utgjør kun en andel av hens høyde. Sultans fot må utgjøre en tilsvarende andel av hans høyde. $x = \frac{E_f}{E_h} \quad \rightarrow \quad S_f = x * S_h$ $S_f = \frac{E_f}{E_h} * S_h = \frac{S_h * E_f}{E_h}$	Feil strategi: Eleven deler sin egen høyde på Sultans høyde. Elevene regner da ut sin egen fotlengde i istedenfor Sultan sin fotlengde. $x = \frac{E_h}{S_h} \quad \rightarrow \quad E_f = x * S_f = \frac{E_h}{S_h} * S_f$
Hva kan bli vanskelig for elevene: Å oppfatte oppgaven og hva de skal gjøre, slik at det kan bli vanskelig å se sammenhengen mellom sine egne kroppsmål og Sultans kroppsmål. Å uttrykke sine resonnement skriftlig, da elevene er vant med å arbeide digitalt. Å gå fra utregning og resultat til en matematisk modell.	Elevene kan komme til å stå fast: Når de skal oppfatte og forstå oppgaven. Det vil si i fase 1 i modelleringsprosessen, som Blum (2015) også påpeker en fase mange elever opplever å stå fast i. Når de skal gjøre utregningen generell, altså når de ut ifra egne målinger og følgende resultater skal lage en matematisk beskrivelse/matematisk modell.

Tabell 4.3 Mulige strategier og utfordringer elevene kan bruke og oppleve gjennom modelleringsprosessen.

Med utgangspunkt i Stein og Smith (2018) som skriver om å forberede spørsmålstyper ut fra forutsette løsninger, strategier, mulige feil, misoppfatninger og Barbosa (2009) sine spørsmålstyper har jeg forberedt spørsmål som verktøy jeg kan bruke for å veilede elevene.

Ulike spørsmål jeg som lærer kan stille elevene ut ifra strategier og utfordringer, og med perspektivet modellering som innhold. Inspirert av Stein og Smith (2018) og Barbosa (2006; 2009).	
Vurderende spørsmål	Utviklende spørsmål
- Kan dere lese oppgaveteksten? - Kan du forestille deg situasjonen? - Hva vil du fokusere på? - Kan dere lage en skisse over situasjonen?	- Hva spør oppgaven om? - Hvilken informasjon har dere? - Mangler dere data? - Hvilken data trenger dere? - Hvordan arbeider de andre med oppgaven?

Tabell 4.4 Veiledende spørsmål. Inspisert av Stein og Smith (2018) og Barbosa (2006;2009).

Spørsmålene brukes i sammenheng med å veilede elevene gjennom modelleringsprosessen i første økt og hjelpe til å definere fokusområdet.

Blum (2015) skriver om modelleringsprosessen som en ikke-lineær arbeidsprosess. Designet av utviklingen av øktene må derfor ta høyde for at eleven vil bevege seg fram og tilbake gjennom modelleringsprosessen. Maaß (2010) skriver også om elevenes holdninger til faget

4.2.1.2 Design av utviklingen av modelleringsprosessen

Modelleringsprosessen er ikke en lineær prosess (Blum, 2015), dermed vil planen for planen for undervisningsopplegget vil være en plan over utviklingen av arbeidsprosessen. Jeg vil poengtere at det ikke er mulig å fastsette en bestemt utvikling på forhånd, dermed er dette min antakelse og slik jeg har designet hvordan aktiviteten vil utvikle seg. Jeg vil også legge til at jeg ikke anser det som hensiktsmessig å gjennomgå alle fasene i modelleringen, og at i dette undervisningsopplegget vil fokusere på å lage en matematisk modell, og reflektere over resultatene og dens gyldighet. Jeg legger ikke opp til å se modellen i et samfunnsperspektiv slik fase 6 og 7 innebærer. Dette på grunn av tidsperspektivet og fordi modelleringsaktiviteten elevene skal arbeide med er en enkel modelleringsoppgave, der hensikten er modelleringen i seg selv.

Design av utviklingen			Beskrivelse	Kommentar

Første økt	Andre økt	Tredje økt	Fjerde økt
Antar at elevene arbeider med algebraisk løsning, synliggjør grafisk løsning i			
Elevene arbeider i fase 1 og 2 i modellerings-prosessen.	Elevene beveger seg fram og tilbake mellom fase 1- 4 i	Elevene arbeider i fase 1-5 i modellerings-prosessen	Fase 1-6 i modellerings-prosessen
Første økt som pilotering: hva funket/funket ikke?	Dele strategier i plenum. Strategisk rekkefølge (Stein & Smith, 2018).	Se sammenhenger mellom ulike strategier (Stein & Smith, 2018).	Dele og syntetisere modeller i plenum (Stein & Smith, 2018).

Tabell 4.5 Design av utviklingen av modelleringsaktiviteten.

4.3 Utforming av undervisningsopplegg

Undervisningsopplegget var utgangspunkt for aksjonsforskningen i dette prosjektet. Undervisningsøktene ble som forklart i kapittel 3 gjennomført i klassen, etterfulgt av refleksjonssamtale mellom lærerne som vi tok lærdom av, og som påvirket neste undervisningsøkt. Under vil jeg beskrive planen for første undervisningstime:

Plan: første økt			
Tid	Innhold	Rammefaktorer	Utstyr
Kl.08:30-09:45	Nytt tema: innføring i modelleringsprosessen.	Elevene arbeider i grupper på 3 og 3 (Liljedahl, 2021).	Kalkulatorer, linjaler, blyanter og tusjer, målebånd,

	Presentasjon og modelleringsaktiviteten. Verdens høyeste mann visualiseres i undervisning ved bruk av bilde. Elevene arbeider med å skaffe seg oversikt over oppgaven, og innhente data i form av måling av egen høyde og fotlengde. Som forutsett i designet av utviklingen av opplegget vil elevene bevege seg mellom fase 1 og 2 i modelleringsprosessen Blum (2015) beskriver.	Det er totalt 4 grupper. Gruppene arbeider på gruppebord som er kledd inn i ark. Inspirert av Liljedahl (2021).	

Tabell 4.6 Utforming av første undervisningsøkt.

I forbindelse med forskningens formål om å fremme matematiske samtaler, har jeg valgt å lage en oppgave som fremme fysisk deltakelse. Jeg har valgt å ta utgangspunkt i Liljedahl (2023) i med gruppeinndeling og størrelse, der elevene deles inn i tilfeldige grupper og gruppestørrelsen er 3 stk. Da det til sammen er 12 elever som deltar i forskingsprosjektet vil det si at det er fire grupper jeg henter data fra gjennom undervisningsopplegget. Liljedahl (2023) innredning av klasserom, der elevene skriver på vinduene. Her har jeg blitt inspirert og tenker å prøve elevene på gruppebord, der bordet er kledd inn i ark slik at det de skriver er synlig for alle, og en felles plattform og tenke på. Det vil også gi og innsikt for lærer å se hva elevene har produsert.

5 Gjennomføring og analyse

I dette kapittelet vil jeg legge fram gjennomføringsprosessen, og de funn som har framkommet av gjennomføringen av undervisningsopplegget. Dette for å skape en forståelse av hvordan undervisningsopplegget har foregått, og videre de funn som har framkommet ut av den. Underveis i kapitelet vil jeg underbygge situasjoner fra gjennomføringen med sitat fra de reflekterende samtalene som lærerne har foretatt etter undervisning. Alle sitat og kommentarer er anonymisert og jeg trekker heller ikke inn hvilken lærer som har ytret ulike utsagt. Til slutt vil jeg se funnene fra hver økt i sammenheng og med dette trekke fram resultater fra gjennomføringen.

5.1 Økt 1

Første undervisning startet som planlagt med å introdusere modellering som nytt tema, og gjennomgå en visuell introduksjon av modelleringsprosessen. Videre i oppstarten ble elevene introdusert for modelleringsaktiviteten «Verdens høyeste mann». Det ble lagt opp til spørsmål og diskusjon i plenum, der læreren stilte spørsmål til oppgaven. Elevene svarte på spørsmål lærer stilte, men det utviklet seg ikke til samtale rundt oppgaven i klasserommet.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisningen:

> *«Det tok lang tid for dem å komme i gang i starten. Den forklaringen ble litt lang i oppstarten, og da ble de passive».*
>
> *«De ble sittende en god stund i gruppene uten at det skjedde noe».*

Som det framkommer i kommentarene fra lærerne, brukte elevene lang tid på å komme i gang med modelleringsprosessen. Sett i sammenheng med Blum (2015) sin syv-stegmodell av modelleringsprosessen er det tydelig at elevene sto fast i fase 1, som handler om å forstå oppgaven. Jeg og lærer 2 gikk rundt og forsøkte å veilede elevene mot forståelse av oppgaven gjennom de planlagte spørsmålene.

Spørsmål lærer 1 og lærer 2 stilte elevene for å hjelpe de til å forstå oppgaven:	Hva er det oppgaven spør om? Kan dere lage en skisse over situasjonen? Hvilken informasjon har dere? Hva er relevant data?

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisningen:

> «Dem ble opphengt i at dem ikke er ferdig utvokst, så de kunne ikke måle seg selv. De skjønte på en måte at noe handlet om usikkerhet, men de skjønte ikke helt hvordan de kunne bruke sine egne mål».
>
> «De skriver og skisserer veldig lite».
>
> «Det var vanskelig å få elevene til å prate sammen. Når jeg stilte veiledende spørsmål, ledet det ikke til samtale i gruppa, det førte egentlig bare til at de svarte på det jeg spurte om».

Kommentarene underbygger at det var utfordrende å skape og opprettholde matematiske samtaler i gruppene. Samtalene preges av at lærer stiller spørsmål og elevene svarer, slik at samtalen ikke fører til videre diskusjoner. Elevene skisserte ikke i større grad eller å gjorde målinger på eget initiativ, eller ved at vi lærere prøvde å veilede til det gjennom samtale. Etter utviklende spørsmål som «mangler dere noe data?» fra oss lærere var det en gruppe som først startet å gjøre målinger.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisning:

> *«Elevene satt halve undervisningsøkten før det plutselig skjedde noe, og da smittet det fra bord til bord».*
>
> *«De gikk ifra å ikke være så engasjerte til at det plutselig skjedde noe».*
>
> *«Det var liksom et vendepunkt ut i økta, så pang».*
>
> *«Da begynte prosessen, og det smittet fra bord til bord. Det var ganske synkront da ballen begynte å rulle».*

Som det framkommer av kommentarene, fikk den praktiske aktiviteten elevene i gang med modelleringsprosessen. Dette førte til at elevene diskuterte framgangsmåter og matematikken rundt målingene. Elevene arbeidet aktivt med å hente inn datamateriale av høyde og fotlengde.

En av gruppene diskuterte seg fram til å regne ut gjennomsnittet av de målingene de hadde gjort. Etter eksperimentering med tallene kom de fram til et forholdstall. Andre grupper prøvde samme strategi, slik at flere grupper hadde regnet ut gjennomsnittet av høyden deres og noen hadde også et forholdstall.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisning:

> *«Det var litt sånn at de bare hentet inn data på ett eller annet, så ser vi hva vi får til».*
>
> *«Noen hadde regnet ut gjennomsnitt og andre hadde plutselig fått et forholdstall, men de skjønte ikke helt hva de skulle bruke dette til».*

Som det framkommer av kommentarene samlet elevene det de anså som relevant data. Etterpå var de usikre på dataen de hadde samlet inn, og kom ikke videre i prosessen. og Jeg og lærer 2 spurte i gruppene: «Kan dere skissere situasjonen?»

Basert på spørsmålene begynte noen av elevene å skissere. Dette førte til at noen grupper elevene utviklet et proporsjonalt resonnement. Elevene bevegde seg dermed fram og tilbake mellom fase 1 og 3 i modelleringsprosessen.

Kommentar fra den reflekterende samtalen etter undervisning:

«De siste 20 minuttene av økta var helt magiske»

Kommentaren er uttrykt i sammenheng med elevenes deltakelse og selvstendighet i arbeidet. Mot slutten av økta var det noen grupper som stod fast med det datamaterialet de hadde innhentet, og andre grupper som nevnt over hadde komet i gang med skissering og proporsjonale resonnement.

5.1.1.1 Planlagte handlinger til neste undervisning:

De opplevde utfordringene som framkom i de reflekterende samtalene etter undervisningen gikk ut på at oppstarten var for lang og at store deler av elevgruppa var passive helt fra oppstarten og videre ut i undervisningen.

I refleksjonsloggen kom det fram at det utviklet seg lederroller på flere av gruppene, og at jeg som lærer opplevde det som vanskelig å skape matematiske samtaler mellom elevene. Jeg beskriver at lærerveiledningen bar preget av at jeg som lærer stilte elevene spørsmål, og at elevene svarte på spørsmålet, uten at samtalen fløt videre.

Videre framkom det både i de reflekterende samtalene og refleksjonsloggen at den praktiske aktiviteten der elevene gjorde målinger av høyde og fotlegde fremmet både samarbeid, matematiske samtaler og aktiv deltakelse.

Basert på refleksjonen i etterkant planla jeg som forsker følgende handlinger til økt 2:

Handling:	Begrunnelse:
Gå fra bord til vindu.	Bygge videre på at fysisk deltakelse fremmet matematiske samtaler, inspirert av Liljedahl (2023). Tiltak for å hindre lederroller og passivitet.
Listoppgave fire firere, gjennomføres som startoppgave.	Oppgaven ble valgt for å stimulere algebraisk tankegang og skape stemning og matematiske samtaler i oppstarten av økta. Tiltak mot passiv deltakelse i oppstarten.
Visualisere størrelsen fra gulv til tak.?	Da elevene sto fast i fase 1 av modelleringsfaen Blum (2015), vurderte vi at dette kunne hjelpe dem i å lage et mentalt bilde av den ekstramatematiske situasjonen, og som kanskje kunne fremme diskusjoner om proporsjonalitet.
Oppfordre til å søke hjelp hos hverandre.	Vanskelig å skape matematiske samtaler mellom elevene. (Liljedahl, 2023)
Endre observasjonstype på lærer 2 og 3 til observerende deltakende.	Dette valget har jeg beskrevet i kapittel 3.8.

Tabell 5.1 Planlagte handlinger til økt 2.

5.1.2 Funn:

I løpet av første økt har jeg identifisert tre funn.

Det første funnet er at de planlagte spørsmålene jeg hadde forberedt ikke fungerte for å fremme matematiske samtaler som jeg hadde forutsett. Spørsmålene bar preg av at jeg som lærer stilte spørsmål og at elevene svarte på spørsmålet jeg som lærer stilte. Det var vanskelig å skape samtaler mellom elevene gjennom spørsmålstyper og samtaletrekk.

Det andre funnet er at den praktiske delen der elevene gjorde målinger hjalp elevene i gang med modelleringsprosessen, og målingen skapte samarbeid og matematiske samtaler mellom elevene der samtalene handlet om strategier for måling og rent matematisk om tall og matematiske begreper.

Det tredje funnet er at elevene sto fast i fase 1 i modelleringsprosessen. Dette resulterte i at elevene startet rett i fase 2 av modelleringsprosessen, der elevene videre bevegde seg fram og tilbake mellom fase 1 og 3 med utgangspunkt i modelleringssyklusen Blum (2015) beskriver.

5.2 Økt 2

Basert på handlingene som ble planlagt etter forrige økt, entrer elevene et tomt klasserom på morgenen. I klasserommet hadde vi lærere satt opp en visuell framstilling av størrelsen til Sultan Kösen, ved at vi hadde tegnet et menneske på gråpapir og hengt det opp fra gulv til over takets høyde.

Gruppene var plassert rundt i klasserommet ved at deres gruppenummer var skrevet på både vinduer og tavle. Arbeidet fra forrige økt var hengt opp sammen med gruppenummer slik at elevene kunne fortsette der de slapp forrige økt.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisningen:

> *«Det var litt sånn wow-faktor når de kom inn i klasserommet».*
>
> *«De bare: hva skjer? Hva skal vi gjøre?»*

Kommentaren underbygger at elevene var overrasket over opprigget av klasserommet. Jeg som lærer får oppmerksomheten etter kort tid, og setter deretter elevene i gang med listoppgaven «fire firere», etter en kort informasjonsrunde. Listoppgaven fire firere er lagt under vedlegg – 2.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisningen:

> *«Starteroppgaven var helt enkel, og den aktiverte alle».*

> *«Det var mye godt samarbeid i gruppene når de begynte å diskutere og få opp forslag».*

> *«De ble ivrige når de så at de kunne være kreative med de tallene, og det fikk dem i gang».*

Kommentarene underbygger at elevene responderte bra på listoppgaven og at oppgaven appellerte til samarbeid og kommunikasjon i gruppene. Listoppgaven fremmet matematiske samtaler mellom elevene, og aktiv deltakelse fra starten av økta.

Etter listoppgaven gikk gruppene med en gang til sine gruppenummer og satte i gang med å studere arbeidet sitt fra forrige økt.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisning:

> *«Elevene kom mye raskere i gang med modelleringsoppgaven enn forrige økt».*

> *«Gruppene samarbeidet om å koble seg på fra der de slapp forrige økt».*

Kommentarene underbygger at oppstarten av modelleringsaktiviteten gikk raskere enn forrige økt. Noen av gruppene oppsøkte hverandre for å diskutere resonnementer og strategier på eget initiativ. Jeg som lærer gikk rundt i klasserommet for å følge med på elevenes prosesser og veilede etter behov.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisningen:

> *«En av gruppene skjønte ikke sitt eget resonnement fra forrige økt. De sa det var «elev» som hadde skrevet det, og hen var borte i dag».*

Veiledende spørsmål jeg som lærer stilte gruppen i denne situasjonen:	Hvordan kan «elev 1» ha tenkt? Kan dere gå rundt å snakke med de andre gruppene, og høre hvordan de har tenkt?

Kommentar fra den reflekterende samtalen etter undervisning:

«Dem kom på banen med sitt eget resonnement rimelig kjapt sammen med nabogruppa».

Ut ifra kommentarene forstår vi at elevene hadde nytte av å henvende seg til andre grupper. De oppsøkte nabogruppa, der dem klarte å hente seg inn i tankegangen fra forrige økt, og forsøkte å skissere eget resonnement ved sitt vindu.

Jeg som lærer bevegde meg hele tiden rundt i klasserommet for å veilede etter behov. Selv om økta startet med aktiv deltakelse, var det flere grupper som hadde vanskeligheter med å bevege seg i matematiseringsfasen, og arbeidet videre med det datamaterialet de hadde samlet inn forrige økt, som ifølge Blum (2015) er å bevege seg inn i den matematiske verden, altså fase 3 i modelleringsprosessen. Det var etter hvert flere grupper som sto fast, og dette medførte til passivitet. Flere elever satt seg på stoler som var plassert i enden av klasserommet.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisningen:

«Du begynte jo å veilede gruppe «x» i starten av arbeidsøkta. De meldte jo seg litt ut.. eller dem begynte å bli ferdig å prate når du kanskje hadde passert gruppe «y» og «f». Da hadde dem egentlig pratet seg ferdig og det gikk litt i oppløsning».

«… du gikk bort til gruppe «x», og gruppe «y» hadde allerede problemer i arbeidet. Jeg så at du kanskje skulle startet på gruppe «x».

«Når du var borte og pratet med dem var det diskusjon rundt oppgaven, men med en gang du hadde gått dabbet det raskt av».

I refleksjonsloggen skrev jeg følgende:

«… det er mange prosesser som foregår, og mange grupper som trenger veiledning. Flere står fast i matematiseringsfasen. Jeg kan ikke være i alle gruppene samtidig. Det er nok en av de største utfordringene jeg har kjent på i denne økten, at den en ene gruppen etter den andre står fast.. det var da jeg prøvde å synliggjøre strategiene på tavla. Skape innsikt i ulike resonnement».

Som det framkommer fra den reflekterende samtalen og refleksjonsloggen etter undervisning, er det vanskelig for læreren å veilede elevene i matematiseringsfasen når det er mange parallelle prosesser som foregår samtidig, noe Blum (2015) peker på som mange lærere synes er utfordrende i modelleringsaktiviteter.

Jeg som lærer forsøkte å fremme de ulike resonnementene ved å synliggjøre dem på tavla. Dette hadde jeg planlagt på forhånd når det behovet meldte seg. Hensikten var å hjelpe gruppene i å uttrykke sitt resonnement, og for å skape matematisk diskurs i plenum Stein og Smith (2018).

Kommentar fra den reflekterende samtalen etter undervisning:

> «… det ble litt lite elevaktivitet, og dem mistet på en måte litt eierskap til egen strategi».

Det skjedde en avstand da jeg som lærer prøvde å lede elevgruppa i plenum. Det var lite respons, og minnet mer om tradisjonell undervisning. Likevel var det en mental prosess som skjedde hos en elev.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisning:

> «… mens du stod på tavla, så går hen tilbake til vinduet»
>
> «hen kom til meg og spurte om ting. Og hen går til deg og søker veiledning. Men hen har ikke gruppa med seg, hen har på en måte forlatt gruppa. Det var litt spesielt å se».
>
> «… hen var så fornøyd. Det hadde liksom ikke noe å si at hen hadde kalkulert med at fotlengden nesten var en halv meter».

Eleven fikk plutselig en åpenbaring. I stedet for å delta i diskusjon og dele sitt resonnement, fikk hen behov for å skrive det umiddelbart på vinduet. Eleven kommuniserer ikke med medelevene på gruppa og reflekterer ikke over resultatet. Eleven var opptatt av at hen har kommet fram til et svar, og uttrykte at hen var fornøyd med resultatet. Strategien til eleven var annerledes enn jeg som lærer hadde forberedt meg på. Denne situasjonen skjedde på slutten av økten slik at jeg som lærer ikke rakk å sette meg inn i resonnementer. Som nevnt var eleven selv sikker på at hen hadde et riktig svar. Jeg som lærer avtalte at jeg skulle se på resonnementet til neste gang, og at vi skulle fortsetter neste økt.

Økten avsluttet med at elevene enda er i matematiseringsfaen, og forsøker å lage en modell. Elevene beveger seg forskjellig i fasene, men alle gruppene er innenfor fase 1 og 4 i modelleringsprosessen (Blum, (2015). De ander gruppene bruker strategier jeg har forutsett på forhånd, som også er beskrevet i tabell 4.3.

5.2.1.1 Planlagte handlinger til neste undervisning:

I de reflekterende samtalene kom lærerne fram til at elevene jobbet godt og likeverdig når de sto i klasserommet og arbeidet og skrev på vinduene. Det fremkommer neste økt skal fortsette på sammen måte.

Planlagte handlinger til økt 3	Begrunnelse:
Justere listoppgave.	Velge en oppgave som er mer rettet mot modelleringsoppgaven, og litt høyere kognitivt nivå.
Omplassere gruppene i klasserommet.	Tiltak for å påvirke de matematiske samtalene mellom gruppene ved å endre plassering av gruppene.
Ta bort stoler som er satt til side i klasserommet	Ta bort muligheten til å kunne sette seg ned. Tiltak mot passivitet (Liljedahl, 2023).
Studere uforutsett strategi	En elev utvikler en egen strategi individuelt. Tiltak for å oppfordre til individuelle strategier, og å mæte gruppen slik at jeg som lærer har verktøy til å involvere resten av gruppa ved hjelp av planlagt samtale og samtaletrekk Smith og Stein (2018).
Dele modeller i plenum: få elevene i halvsirkel rundt tavlen. Få gruppene til å ta tar ansvar for sine modeller.	Basert på utfordringene med at det er flere prosesser og mange grupper som trenger veiledning. Tiltak er med utgangspunkt i (Smith og Stein, 2018) og Dragesth (2013).

Tabell 5.2 Planlagte handlinger til økt 3.

5.2.2 Funn

I løpet av økt 2 har jeg identifisert tre funn.

Det første funnet er at listoppgaven som ble gjennomført hadde ønsket effekt. Alle elevene var aktivt deltakende og aktiviteten fremmet matematiske samtaler. Elevene var ivrig med å finne ulike løsninger sammen i gruppa. Selv om ikke listoppgaven direkte kunne fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteten, tolker jeg at den hadde en indirekte påvirkning. Elevene satte i gang arbeidet med modelleringsoppgaven raskere enn forrige økt og var tydelig lettere mottakelige for å deltakelse i matematiske samtaler videre i undervisningen

Det ander funnet er at å gå fra bord til vindu fremmet matematiske samtaler, ved at elevene oppsøkte hverandre på eget initiativ med hensikt om matematiske samtaler. Fysisk deltakelse gjorde elevene mer synlig og dette fremmet det matematiske samtalene mellom elevene. Denne formasjonen påvirket elevene til å selv ta initiativ til å oppsøke andre grupper for å diskutere. Når elevene var fysisk delaktige ble de mer likeverdige deltakere i gruppearbeidet, som lederrollene ble ikke like framtredende.

Det tredje funnet er handlingen som baserte seg på å oppfordre elevene til å oppsøke hjelp hos andre grupper, hadde positiv virkning. Elevene tok kontakt med andre gruppe, noe som fremmet matematiske samtaler, og på den måten startet å skissere. Videre bevegde elevene seg fra å ikke forstå oppgaven og stå fast i fase 1, til å bevege seg fram og tilbake i modelleringsprosessen.

5.3 Økt 3

Tredje økt startet med tomt klasserom som forrige økt (Liljedahl (2023). Elevene ble satt i gang med listoppgaven «Stå på bordet», se vedlegg – 2.

Kommentarer fra den reflekterende samtalen etter undervisning:

> *«Det var liksom mange som ikke var påkoblet».*
>
> *«Det var mange som brukte tid på å komme i gang med startoppgaven»*
>
> *«De var ikke så engasjerte, og flere søkte etter sitteplasser»*

Elevkommentarer fra økta:

> *«Vi er ikke vant med å få slike oppgaver»*
>
> *«vi har for lite informasjon, det går ikke ant».*

Elevene ble stående å tenke en stund. Jeg som lærer tegnet opp situasjonen på tavla, så leser jeg oppgaveteksten høyt. Da er det noen elever som begynner å prate med hverandre, men det er lite respons.

Jeg spør videre:	«Hvilken informasjon har vi?» «Hvordan kan vi finne ut av dette?» «Her har ser vi begge situasjonene, hvorfor er det forskjell på den totale høyden?

Listsoppgaven tok lengre tid enn planlagt, og det virket som om elevene ikke var forberedt på en slik type oppgave. Det var lite diskurs i elevgruppa, selv om jeg hørte at noen hadde en diskret diskusjon. Jeg viste etter hvert elevene resonnementet, slik at vi kunne sette i gang med modelleringsaktiviteten og samtidig få en avslutning på listoppgaven..

Da vi satte i gang med modelleringsoppgaven bar elevene preg av å ikke være så engasjert. Flere elever uttrykte at de hadde blitt ferdige forrige gang. Blant annet eleven som hadde fått en åpenbaring i økt 2 under strategidelingen. Andre grupper har ikke kommet fram til resultater enda, og synes det er vanskelig å sette seg inn i arbeidet fra der de var sist. Dette gjorde det litt vanskelig å sette i gang med veiledning. Elevene var i fase1-4 i modelleringsfasen. De hadde likevel ikke reflektert over resultatet eller laget en matematisk modell som beskrev situasjonen algebraisk enda. Jeg forsøkte å stille elevene spørsmål basert på Stein og Smith (2018).

Spørsmål for å få elevene til å reflektere over resultat?	Er det realistisk at fotlengden er så lang? Hva har de andre kommet fram til? Hvorfor har dere fått forskjellige resultater?

En av gruppene hadde fått et urealistisk resultat, men reagerte ikke på det. Det var vanskelig å tenke seg hvor lang det kunne være realistisk at foten kunne være.

I gruppa til eleven som hadde fått en åpenbaring forrige økt var det problemer med å kommunisere om oppgaven. De var bare to på gruppa denne økta.

Basert på samtaletrekk Stein og Smith (2018) og Drageseth (2013) forsøkte jeg å skape matematisk samtale rundt løsningen hen hadde kommet med i økt 2. Under har jeg forsøkt å gjengi litt av samtalen basert på notater skrevet umiddelbart etter hendelsen:

Lærer: «Du hadde en interessant løsning forrige økt, husker du selv hva du tenkte?».

Eleve1 tenkte seg om …

Eleve1: Ja, og det er rett.

Lærer: «Kan du forklare hvilket tall dette er?»

Eleve1: Ja, det er hvor mange ganger fotlengden går opp i høyden.

Lærer: Hvem sin fotlengde og hvem sin høyde?

Elev1: Det er elev 2.

Lærer: Hvordan kan jeg vite det?

Eleven1: Jeg vet ikke.

Lærer: Hva tenker om dette, Elev 2?

Lærer: Har dere ikke målt deg, Elev1?

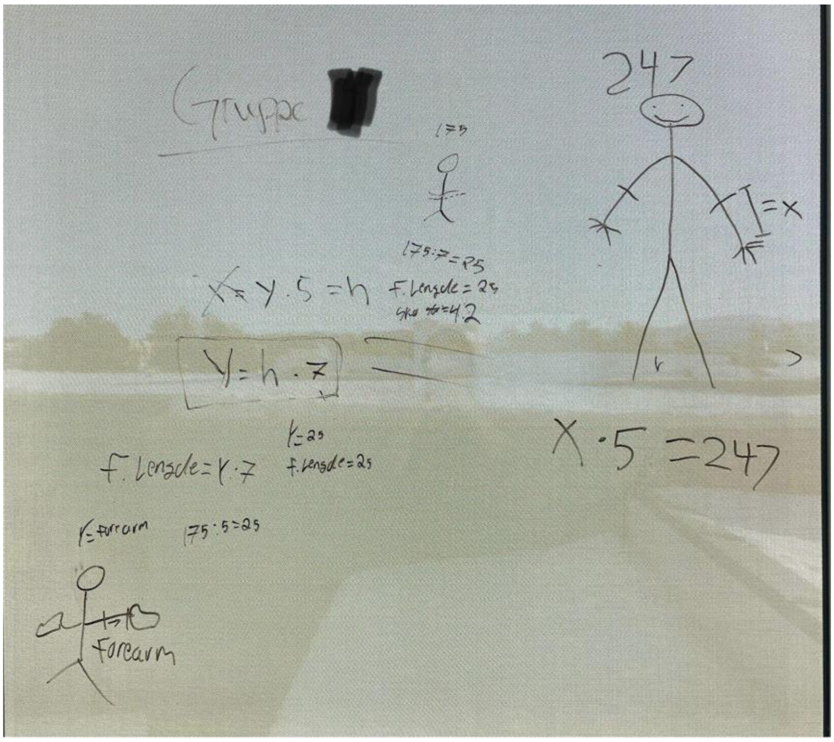
Elev 2: Jeg er høyere enn hen, derfor tok vi mine mål.

Lærer: Hvorfor det?

Elev 2: Fordi jeg er mye høyere enn hen.

Elev1: ja, og da blir det mest riktig svar.

Lærer: hvordan kan dere vite det?



Figur 5.1 Elev sin løsning på modelleringsoppgaven.

Samtalen fortsatte, der jeg hjalp elevene til å definere den matematiske modellen (Drageseth, 2013) og oppfordret elevene til å teste modellen på forskjellige elever. Figur 5 viser løsningen som Elev1 gjorde i økt 2 da hen fikk en åpenbaring under strategidelene i plenum. Vi ser at elevene har brukt underarmsmål, da de hadde funnet ut dette tilsvarte fortlengden. Videre hadde de funnet ut at fotlengden gikk fem ganger opp i høyden. Etter at vi reflekterte over resultater kom de fram til at forholdstallet var feil. Videre kom de fram til at det riktige forholdstallet var 7. Som vi ser på figur 5, så er forholdstallet endret fra fem til 7.

I figur 5 ser vi også at resonnementet er det samme som strategi 3 i tabell 4.3, bortsett fra at elev1 har brukt andre bokstaver.

De andre elevene hadde variert deltakelse. Det var mange som ble passive når jeg snakket med Elev1 og Elev2. Økta avsluttet med at noen hadde matematiske modeller, og andre hadde ikke det enda.

5.3.1.1 Planlagte handlinger til neste undervisning:

I refleksjon kom vi fram til at det var en del passivitet i økta. Elevene ytrer i undervisning at de ikke er vant med å arbeide på denne måten, og det er tydelig at dette er en ny arbeidsmetode og oppgavetype.

Planlagt handling til økt 4:	Begrunnelse:
Justere listoppgave	Lavt kognitivt nivå, må fremme samarbeid, kanskje prøve digital oppgave?
Strategisk rekkefølge for veiledning	Tiltak for passivitet, og for å veilede der behovet er størst.
Lage felles tabell på vinduet for høyde og fotlengde	Bygge på det som har funket tidligere, praktisk aktivitet. Legge til rette for samarbeid. Legge til rette for at elevene kan eksperimentere med resultater ved at de får tilgjengelig større datamengde.

Tabell 5.3 Planlagte handlinger til økt 4.

5.3.2 Funn

I løpet av økt 3 har jeg identifisert to funn:

Det første funnet er at listoppgaven virket mot sin hensikt. En elev reagerte med at «dette går ikke an, vi har for lite informasjon» og nesten samtlige ble passive. Elevens reaksjon lignet på reaksjonen de fikk på modelleringsaktiviteten i første økt. Passiviteten fra oppstarten fulgte elevene videre i økta, og de brukte lengre tid på å komme i gang med modelleringsoppgaven enn forrige økt.

Det andre funnet er at det å studere elevens individuelle strategi og planlegge spørsmålstyper og bruke samtaletrekk fremmet matematisk samtale. Det gikk fra en individuell løsning til en løsning begge var involvert i og fikk eierskap til.

5.4 Økt 4

Denne økten fikk elevene starte med en listoppgave som var digital. De satt gruppevis på pulter, og spille listoppgaven «Skattejakt», se vedlegg – 2.

Kommentar fra den reflekterende samtalen etter undervisning:

> *«Den skattejakten når de først kom i gang. Det startet bra, men jeg ser veldig mange av gruppene fungerte dårlig».*

Kommentaren underbygger at gruppene synes det var vanskelig å samarbeide på pc. Listoppgaven ikke førte til matematiske samtaler.

«… men det ble veldig mye bra aktivitet på målinga. Det som var litt artig var å se at målingen skapte matematiske samtaler når de skulle koble målbåndet to ganger, eller tre ganger.. da pratet de matematikk».

«Den målingen.. der er det masse gode matematiske samtaler, men tida drar så ut for det tar så lang tid før dem kommer i gang».

Kommentarene poengterer at elevene responderte godt på tabell som felles aktivitet. Denne aktiviteten fremmet god stemning, og elevene hadde det gøy med praktisk matematikk. Jeg som lærer opplever tidsklemma, som Blum (2015) skriver at mange lærere opplever i forbindelse med å undervise i modellering.

Alle gruppene kom gjennom den praktiske øvelsen fram til forskjellige modeller. De testet modellene på seg selv og fant ut at modellen stemte rimelig bra. Avslutningsvis i økta skrev jeg opp modellene på tavla, og jeg la opp til om elevene så noen sammenhenger mellom modellene de hadde laget. Dette appellerte til samtale, og flere elever så sammenhenger mellom modellene. Noe som førte til samtale inn på ulike resonnementer mot modellene.

Figur 5.2 Elevenes matematiske modeller.

5.4.1 Funn

I løpet av økt 4 har jeg identifisert 2 funn.

Det første er at gruppene ikke fungerte sammen når de arbeidet med listoppgaven i oppstarten. Det funket ikke å skulle samarbeide på pc. Det skapte avstand og ikke matematiske samtaler.

Det andre funnet er at tabellen funket. Det ble veldig mye samtaler når elene førte inn data i tabellen, og det var enda noen som ikke hadde målt seg som gjorde dette. Jeg hadde samlet litt ekstra data på forhånd av økta, slik at tabellen ble fylt.

5.5 Resultater fra gjennomføringen

Sammenhengen mellom de funn som er identifisert ut ifra gjennomføringen av dette prosjektet resultater dette slik jeg ser det i tre hovedfunn.

Det første og største funnet som fremkommer i alle økter er når læreren legger til rette for praktiske aktiviteter og fysisk deltakelse i modelleringsaktiviteten. Da samarbeider elevene, og det fremmet automatisk matematiske samtaler når elevene samarbeider om praktisk matematikk. Dette funnet stemmer godt overens med det Blum (2015) skriver, om at modelleringsaktiviteter egner seg godt for samarbeid og gruppearbeid.

Det andre funnet er at listoppgaver fungerer som indirekte bidrag til å fremme matematiske samtaler, da det har vist seg at elevene kommer raskere i gang med modelleringsprosessen sammenlignet med første økt. Funnet går likevel ikke ut på at alle listoppgaver fungerer like bra. Ut ifra de funn som er framkommet i dette prosjektet er det listoppgaven fire firere, se vedlegg 2, som fungerte best for forskningens formål. Oppgaven hadde et helt lavt kognitivt nivå, og la opp til samarbeid mellom elevene.

Det siste funnet er at spørsmålstyper og samtaletrekk hadde virkning i varierende grad gjennom undervisningsopplegget. Slik jeg tolker funnene som har framkommet i de fire foregående øktene, var det når læreren tok utgangspunkt i elevens eget resonnement som fremmet matematiske samtaler aller mest. Når læreren bygget på det som kom fra eleven selv.

6 Diskusjon

I dette kapittelet vil jeg diskutere de funn jeg har

6.1 Hvordan legge til rette for aktiv deltakelse fra starten av undervisningen

Funnene antyder at listoppgave i et bestemt perspektiv hjalp elevene til å komme i gang raskere i modelleringsprosessen, slik at listoppgaven hadde en indirekte påvirkning i å fremme matematiske samtaler, da elevene fra starten av var mer mottakelig for deltakelse. Basert på dette kan det tenkes at listoppgavene fungerte som et bidragene element i å fremme matematiske samtaler når de var av lavt kognitivt nivå og rettet seg mot samarbeid og fysisk deltakelse.

6.2 Praktiske aktiviteter i modellering

Blum (2015) peker på at forskning peker på at elever som arbeider uavhengig i modelleringsaktiviteter, beveger seg fram og tilbake i modelleringsprosessen. Dette var tydelig i denne økt 1 når elevene sto fast i fase 1 i modelleringsprosessen. Det tok lang tid før elevene begynte med måling innhenting av data. I denne situasjonen var det tydelig sammenheng med det Blum (2015) presenterte som utfordrende for elevene, nettopp at det er mange elever som står fast allerede i fase 1. da elevene arbeidet videre med tallene bevegde de seg inn i den matematiske verden, men det stoppet fort opp, for da skjedde det som Blum (2015) også hadde funnet i en av oppgavene han fremstiller. At elevene henter inn tall uten å tenke hva de skal bruke tallene til. Dette skjedde i økt 1 da elevene hadde fått noen forholdstall, og noen hadde regnet ut gjennomsnitt. Slik jeg tolker det var det en naturlig bevegelse i modelleringsprosessen. De måtte ha data for å kunne gå tilbake til fase 1, da de begynte å skissere situasjonen, og videre til fase 3 igjen og forsøkte å gjøre beregninger. Slik bevegde dem seg, fram og tilbake. I begynnelsen av økta gikk det fra at dem stod fast i i fase 1, og jeg og lærer 2 prøvde å veilede gjennom spørsmål basert på Smith og stein (2018), til at elevene begynte måling. Da endret strukturen i klasserommet seg til å minne om den ønskede klasseromssituasjonen Blum og Ferri (2009) visualiserer gjennom figur 2.6. Det var i disse situasjonene elevene kom seg videre i modelleringsprosessen, og hadde aktiv deltakelse der matematiske samtaler blomstret. Elevene arbeidet selvstendig og brukte hverandre som støtte der det pågikk undersøkende virksomhet (Alrø & Skovsmose, 2004). Dette minnet videre om det Alrø og Skovsmose (2004) beskriver som dialogbaser læring.

De matematiske samtalene foregikk på det mest aktive når elevene holdt på med den praktiske aktiviteten. Da gikk samtalene ut på det Barbosa (2009) benevner som matematiske samtaler, som handler om matematiske begreper og ideer. I dette tilfellet snakket elevene mye om tall. Det var til dels teknologiske samtaler som Barbosa (2009) skriver om, men det var mest matematiske samtaler som foregikk mellom elevene. I øktene når elevene holdt på med måling fremmet det som Barbosa (2009) kaller for matematiske samtaler, innen modellering.

Når elevene deltok i fysisk og i deltok i praktisk aktivitet, hjalp det ikke bare på forståelsen, ved at det lettere å danne bilde av den ekstramatematiske situasjonen. Noe som å hente inn data gir dem raske «resultater» ved at dem får tak i tall de kan arbeide med. Dette kan være en medvirkende årsak til at elevene ble så aktive i datainnsamlingen. Om en ser situasjonen i sammenheng med det Skemp (1976) skriver om at elever opplever mestring eller motivasjon når de opplever at de forståelse, og at de ønsker raske resultater.

6.3 Skape og opprettholde matematiske samtaler i modelleringsklasserommet

Det fremgikk i både i de reflekterende samtalene og refleksjonsloggen at det var en utfordring underveis å skape matematiske samtaler mellom elevene. Noen tanker jeg har reflektert rundt er det som beskrives i LK20, at læreren skal legge til rette for et godt læringsmiljø. Med dette innebærer det gode relasjoner, noe som framkommer i IC-modellen Alrø og Skovsmose (2004) framstiller, om å oppdage, som handler om å gå inn med intensjon om å skape god relasjon for videre læring. Dette tolker jeg har en sammenheng med at det var vanskelig å skape matematiske samtaler. nettopp fordi jeg ikke hadde opparbeidet noen relasjon med elevene. på at det akkurat som jeg ikke kommer forbi denne delen. Ut ifra dette kan en anta at relasjon er med på å påvirke de matematiske samtaler som skapes i klasserommet.

Forståelsen gjør at det kan være vanskelig å delta i diskusjoner, som igjen kan være en faktor for utfordringene knyttet å skape og opprettholde matematiske samtaler. Selv om læreren planlegger matematiske samtaler, og forbereder ulike spørsmål og spørsmålstyper kan det hende at elevene som ikke er vant med en slik oppgave eller på grunn av forståelse, kan det være at jeg som lærer stiller spørsmål som elevene ikke klarer å relatere til eksisterende kunnskap, og at det derfor er vanskelig å skape diskusjon i grupper og plenum. Noe som kan relateres til Skemp (1976) og sin teori om at måten læreren stiller spørsmål kan forvirre elevene som har instrumentell forståelse.

I plenumsdiskusjonene er det tydelig at de sosiomatematiske normer som Yackel og Cobb (1996) skriver om, krasjet med undervisningsmetoden. Elevene var ikke vant med verken oppgavetype eller arbeidsmåte, som igjen brøt med deres sosiomatematiske normer.

Samtaletyper i modellering. Ulike spørsmål som retter seg mot ulike perspektiver og fokus. Mine spørsmål var utgangspunkt i Stein og Smith (2018), og det kan hende jeg kunne veiledet elevene bedre om jeg hadde rettet meg mot de ulike samtaletypene som er beskrevet i kapittel 2.2.4.

Gjenganger i alle øktene var at det var vanskelig å skape og opprettholde matematiske samtaler, selv gjennom å planlegge basert på Stein og Smith (2018) og Barbosa (2006). Dette var spesielt framtredende da jeg forsøkte å skape diskusjoner i plenum. Da det skapte det avstand, og minte om både det som Skemp (1976) og Alrø og skovsmose (2004) skriver om tradisjonell undervisning.

6.4 Gruppesammensetning i modelleringsaktiviteter

Som nevnt over er det gjengående under hele undervisningsopplegget at det har vært utfordrende å skape og opprettholde samtaler mellom elevene. Det har gruppedynamikk har også vært diskutert mye rundt. Jeg har sett at gruppeinndelingen kan ha spilt en rolle. Nå var gruppene tilfeldig inndelt etter Liljedahl (2023) sin anbefaling. Jeg tenker spesielt i økt 2, da det var en elev som fikk en åpenbaring. Eleven viste at hen hadde konseptuell kunnskap, og det foregikk kognitive prosesser. Hen klarte likevel ikke å kommunisere med gruppa på en forståelig måte. Da lurer jeg på, har dette med de sosiomatematiske normene og gjøre, eller har det enda dypere årsaker? Niss og Jensen (2002) skriver om matematisk kompetanse. Elevene i denne situasjonen viser at hen har både konseptuell kullskap og prosedyrekunnskap. Det jeg henger meg opp i er det muntlige aspektet i situasjonen. Kan det tenkes at hen har matematiske kompetanser, men har mangler i overkompetansene?

6.5 Utviklingen av de reflekterende samtalene

Jeg kan ut ifra de reflekterende samtalene se at på bakgrunn av refleksjonen vi lærere har gjort i etterkant av undervisning, har dette vært en avgjørende faktor for å fremme de matematiske samtalene. De reflekterende samtalene var mer innholdsrik i økt 2-4. Dette baserer jeg på at lærer 2 var deltakende observatør i første økt. Ved å bruke refleksive samtaler der en lærer er observerende deltaker gir bedre kvalitet for refleksjonen i etterkant. Reflekterende samtaler har vært en bidragende faktor i å fremme de matematiske samtalene, fordi vi har dett ulike ting i klasserommet. Det har også vært berikelse for å se situasjoner i ulike perspektiv.

6.6 Overordnet diskusjon

Den praktiske delen der elevene fysisk samler inn data er ansett som et funn i og med at den fremmet matematiske samtaler. Samtidig ser jeg at bevegelsen til elevene i de ulike fasene i modelleringsprosessen samsvarer med at modellering ikke er en lineær prosess (Blum & Niss, 2020); Blum, 2015, Blomhøj & Jensen, 2003). Jeg tolker det slik at elevene i oppstarten trengte mer data for å få oversikt over situasjonen når dem stod fast i fase 1. Det ble derfor enklere for dem å gå tilbake til fase 1 igjen og skissere for å lage seg et mentalt bilde av den ekstramatematiske situasjonen når de hadde innhentet data. Tilretteleggelsen ga elevene mulighet til å hente inn informasjon, som igjen fremmet de matematiske samtalene i modelleringsaktiviteten.

Handlingene etter andre økt bygger ikke videre på fysisk deltakelse. Dette resulterer i at tredje økt blir vanskelig. Mange elever ble passive. Jeg som lærer kjente på utforinger, og la mest kanskje derfor mest vekt på å gjøre tiltak på det jeg opplevde som utfordrende. Her ser jeg at dette hadde uheldige virkninger. Dette tydeliggjør viktigheten av å bygge på det som fungerer for elevene. Dette med induktiv tilnærming som Postholm (2020) skriver om. Kanskje jeg hadde en mer deduktiv tilnærming til utfordringene, slik at tiltakene ikke samstemte med de faktiske utfordringene? Dette er med på å underbygge forskerens påvirkning i forskingsfeltet.

På et overordnet nivå har alle handlinger som har vist seg og enten direkte eller indirekte fremme matematiske samtaler i gjennomføringen av undervisningsopplegget, bygget på fysisk eller aktiv deltakelse. Med aktiv mener jeg også mentalt. Det jeg tolker ut ifra dette er at når elevene i gjennomføringen deltar i matematiske samtaler, er dette i forbindelse med aktiviteter som legger til rette for samarbeid og aktiv deltakelse. Samarbeid krever en viss form for og kognitiv deltakelse. På et overordnet nivå ser jeg derfor at tiltakene som legger til rette for matematiske samtaler, også basert på dette argumentet legge til rette for kognitiv deltakelse. Om man ser det andre vei vil det kanskje ikke være det samme. Om en legger til rette for kognitiv deltakelse kan det kognitive nivået bli for høyt, noe som jeg ser i sammenheng med listoppgaven fra økt 3, «Stå på bordet». Slik jeg tolket det var listoppgaven vurdert til et for høyt kognitivt nivå, slik at det ikke førte til deltakelse eller matematiske samtaler.

6.7 Didaktiske implikasjoner

Forskjellig utdanningsutgangspunkt gir ulik innsikt i matematiske samtaler, som igjen kan føre til at lærerne ser ulike ting gjennom observasjon, dette kan gi både positive og negative virkninger for forskningsarbeidet.

Hvilken erfaring og kompetanse i å observere påvirker datamaterialer, og videre de reflekterende samtalene og de handlinger en kommer fram til.

I forbindelse med temaet for avhandlingen og forskningsarbeidet har lærerens erfaring i modellering betydning for gjennomfører undervisningsopplegget, som igjen vil påvirke de funn som framkommer.

Å forberede spørsmål ut ifra forventninger har betydning for å legge til rette for matematiske samtaler (Smith og Stein, 2018). I forbindelse med dette forskningsprosjektet vil lærerens innsikt og erfaring i spørsmålstyper og samtaletrekk ha betydning for forskningsarbeidet.

Rekkefølge på refleksjonslogg og reflekterende samtaler kan være en implikasjon i aksjonsforskning. Det gir ikke forsker mulighet til å sammenligne hva som fremkommer i refleksjonsloggen som eventuelt ikke ville kommet i de reflekterende samtalene, og omvendt.

Videoopptak eller lydopptak vil kunne gå mer i dybden på selve samtalene og gi mer detaljert data om det som skjer i settingen som observeres eller forskes på. I denne studien var jeg ute etter å se på hvordan lærere kan fremme matematiske samtaler, ikke kvaliteten på samtalene. Og derfor valgte jeg ikke opptak i klasserommet.

7 Avslutning

Innledningsvis i denne avhandlingen ble følgende problemstilling fremmet: «Hvordan kan lærere fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter?».

Gjennom dette forskningsprosjektet har jeg sammen med to andre lærere gjennomført et undervisningsopplegg i en 10.klasse bestående av 4 undervisningøkter. Undervisningsøktene strekte seg over fire uker med en uke mellom hver økt. Hver økt har vært gjenstand for likeverdig refleksjon mellom oss lærere som har deltatt i forskningen. Gjennom kombinert datamateriale bestående av reflekterende samtaler som har vært tatt opp på lydbånd, refleksjonslogg og elevarbeid har jeg gjort ulike funn som bidrar til å fremme matematiske samtaler. Underveis har jeg også funnet ulike faktorer som også er bidragende.

Det mest signifikante funnet jeg har gjort er ved å legge til rette for praktiske aktiviteter og fysisk deltakelse, kan lærere fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter. Andre funn er å bruke ulike spørsmålstyper og samtaletrekk som bygger på elevenes egne tankemåter og resonnementer. Lærere kan også starte undervisningsøkter med en enkel listoppgave med lavt kognitivt nivå, som spiller på samarbeid. Dette vil nødvendigvis ikke ha en direkte virkning på å fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteten, men det kan gi en indirekte virkning, da elevene fra starten av økta er lettere mottakelig for samtale.

Andre faktorer som lærere kan ta i bruk er å gjennomføre reflekterende samtaler i etterkant av undervisninger sammen med andre delaktige lærere. Gjennom dette forskningsarbeidet tyder det på at reflekterende samtaler er et godt redskap for å fremme matematiske samtaler.

7.1 Forslag til videre forskning

Blum (2015) viser til at det er en del forskning som viser hvordan elever beveger seg i modelleringsprosessen når de arbeider uavhengig, men peker på at det er et stort behov for mer forskning innen modellering i undervisningssammenheng. Jeg tenker det ville vært interessant og gjøre videre forskning på elevers kognitive deltakelse, eller undersøkelser omkring balansegangen mellom elevers selvstendighet og lærerveiledning i modelleringsprosessen.

Referanseliste

Alrø, H. & Skocsmose, O. (2004). *Dialogic learning in collaborative investigation*. Nordic Studies in Mathematics Educations No 2.

Barbosa, J. C. (2006). *Mathematical Modelling in classroom: a socio-critiacal and discursice perspective.*

Barbosa, J. C. (2009). *Mathematical modelling, the socio-critical perspective and the reflexive discussions*. Mathematics applications and modelling in the teaching and learning of mathematics.

Barbosa, J. C. (2010). *The students' discussions in the modelling environment*. Modeling Students Mathematical Modeling Competencies (s. 365-372).

Blomhøj, M. (2006). *Kunne det tænkes? Om matematiklæring*. Forlag Malling Beck A/S.

Blomhøj. M. & Jensen, T. H. (2003). *Developing mathematical modelling competence: conceptual clarification and educational planning*. Teaching Mathematics and its 8 Applications, Volume 22. No. 3.

Blum, W. (2015). *Quality Teaching of Mathematical Modelling: What Do We Know, What Can We Do?*

Blum, W. & Ferri, R. B. (2009). *Mathematical Modelling: Can It Be Taught And Learnt?* Journal of Mathematical Modelling and Application.

Braun, V. & Clarke V. (2021). *One size fits all? What counts as quality practice in (reflexive) thematic analysis?* Qualitative Research in Psychology.

Christoffersen, L. & Johannesen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. Utgave). Routledge.

Drageset, O. G. (2014). Redirecting, progressing, and focusing actions – a framework for describing how teachers use students comments to work with mathematics. *Educational studies in mathematics* (volume 85, number 2).

Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner*. Caspar Forlag AS.

Heimburg, D. V. & Ness, O. (2021). *Aksjonsforskning. Samskapt kunnskap som endrer liv og samfunn*. Fagbokforlaget.

Hiebert, J. & Lefevre P. (1986). *Conceptual and Procedural Knowledge in Mathematics: An Introductory Analysis.*

Julie, C. (2002). *Making relevance in mathematics teacher education*. Proceedings of the 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics (at the undergraduate level)

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Woshington, National Research Council. DC: National Academy Press.

Kunnskapsdepartementet (2017). *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/

Kunnskapsdepartementet (2019). *Lærerplan i matematikk 1.-10. trinn*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/mat01-05?lang=nob

Liljedahl, P. (2023). *Å bygge tenkende klasserom i matematikk. 14 praksiser for bedre læring*. Cappelen Damm Akademisk.

Lyngenes, K. & Rismark, M. (2015). *Didaktisk Arbeid.* (3. utgave). Gyldendal forlag.

Maab, K. (2010). *Classification Scheme for Modelling Tasks.*

MatteList - Matematikksenteret. Mars 2024. https://www.mattelist.no/nn/92

Matematikk.org. Mars 2024. https://www.matematikk.org/tekstnott.html?tid=105038

Niss, M. & Blum, W. (2020). *The Learning and Teaching of Mathematical Modelling*. Routledge.

Niss, M. & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Ideer og inspiration til* *udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriet, Uddannelsesstyrelsen.

Nordahl, T. (2012). *Dette vet vi om klasseledelse.* Oslo: Gyldendal Akademisk.

Postholm, M. B (2020). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave). Universitetsforlaget.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanningen*. Cappelen Damm Akademisk.

Skaalvik, E.M. & Skaalvik, S. (2013). *Skolen som læringsarena. Selvoppfatning, motivajson og læring* (2.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Skemp, R. R. (1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding.* Mathematics Teaching.

Smith, M. S. & Stein, M. K. (2018). *5 Practices for Orchestrating Productive Mathematics Discussions* (2. Utgave). The national council of teachers of mathematics, INC.

Steffensen, L. (2023). *Modellering. Matematikk for skole og samfunn*. Caspar Forlag AS.

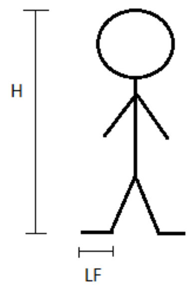
Utdanningsdirektoratet (2020). Mai 2024. https://www.udir.no/laring-og-trivsel/klasseledelse/

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms. Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*. (Vol 27, number 4)

Vedlegg 1 – Løsningsforslag: Verdens høyeste nålevende mann

Det er ulike løsninger på denne modelleringsaktiviteten. I planen for undervisningsopplegget er det forutsett ulike resonnementer og strategier, men i hovedsak kan elevene løse oppgaven algebraisk eller grafisk ut ifra dere forutsetninger og forkunnskaper.

Algebraisk løsning:



Elevene ser sammenheng mellom høyde på en person og lengden på føttene, og bruker skalering eller proposjonalitet som strategi. De kan samle inn informasjon om seg selv og bruke dette til å finne forholdstall mellom sin egen høyde og fotlengde. Deretter bruker de dette forholdstallet til å regne ut lengden på Sultan Kösen`s føtter. Det er mulig å finne forskjellige forholdstall. Elevene arbeider med å gå fra å beskrive dette med tall, til å lage en matematisk modell med bokstaver. Dette blir utgangspunkt i utviklingen av denne matematiske modellen der i dette tilfellet «K» står for Kari og «S» står for Sultan: $\frac{K_H}{K_{FL}} = \frac{S_H}{S_{FL}}$ eller $\frac{K_{FL}}{K_H} = \frac{S_{FL}}{S_H}$.

Utfordringen med denne modellen er at mennesket ikke er direkte skalerbar, og at denne modellen tar utgangspunkt i ett enkelt tilfelle. Mennesker har ulike proporsjoner ut ifra alder, noe som kan bli en utfordring for elevene.

En mulig løsning for å styrke modellen kan være å regne ut gjennomsnitt. Elevene kan enten regne ut gjennomsnittet på høyde og fotlengde til alle elevene i klassen, for så å sette gjennomsnittshøyden- og fotlengden til elevene i modellen og regne ut. En annen måte å regne ut gjennomsnittet på er å regne ut gjennomsnittet på forlengden til Sultan, som alle har regnet ut i sine modeller med å bruke sin egen høyde og fotlengde i modellen de har laget.

Grafisk løsning:

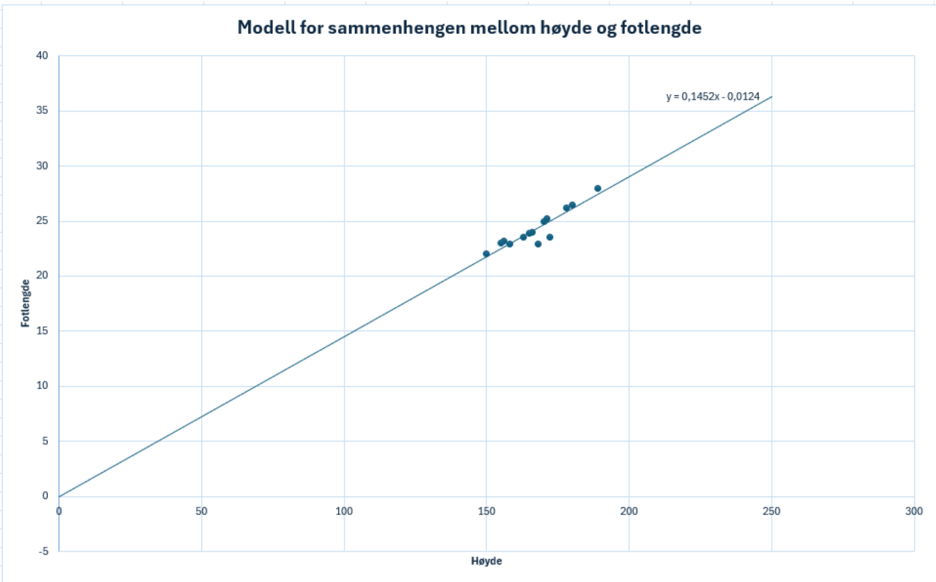
Elevene samler inn høyde og fotlengde på medelevene i klassen og setter dette inn i et koordinatsystem som et punktdiagram. Ut ifra punktene i koordinatsystemet kan de tegne en graf og videre oppdage en trendlinje. Videre kan de utvide koordinatsystemet og forutse fotlengden til Sultan Kösen som en grafisk løsning. Elevene har på dette tidspunktet laget en modell av verden, men ikke uttrykt den matematisk enda som en lineær funksjon.

Utfordringen kan være at elevene bare har samlet inn data fra medelevene som er på samme alder. Punktene kan bli sentrert rundt et område, og eventuelt med stort sprik. Det kan da bli vanskelig å finne trendlinjen, som igjen vil føre til usikkerhet i resultatet. En løsning på dette vil være at elevene samler inn mer data, gjerne fra ulike aldersgrupper, og setter dette inn i koordinatsystemet. En annen løsning kan være at jeg som lærer samler inn data fra mennesker i ulik alder i forkant av undervisning.

Potensialet for å arbeide videre med lineær funksjon:

Elevene arbeider videre med den grafiske løsningen og forsøker å finne stigningstallet og konstantleddet til trendlinja. De vil da kunne utarbeide en funksjon f(x) som gir en matematisk beskrive av sammenhengen mellom høyden og fotlengden til en person. Modellen kan presenteres ved hjelp av digitale verktøy som for eksempel regneark eller Geogebra. Under har jeg laget et eksempel ved bruk av regneark der jeg har brukt mål for høyde og fotlengde som ikke stammer fra virkeligheten.

Høyde	Fotlengde
189	28
163	23,5
156	23,2
150	22
168	22,9
170	25
171	25,2
166	24
155	23
165	23,9
180	26,5
178	26,2
158	22,9
172	23,5
250	
0	

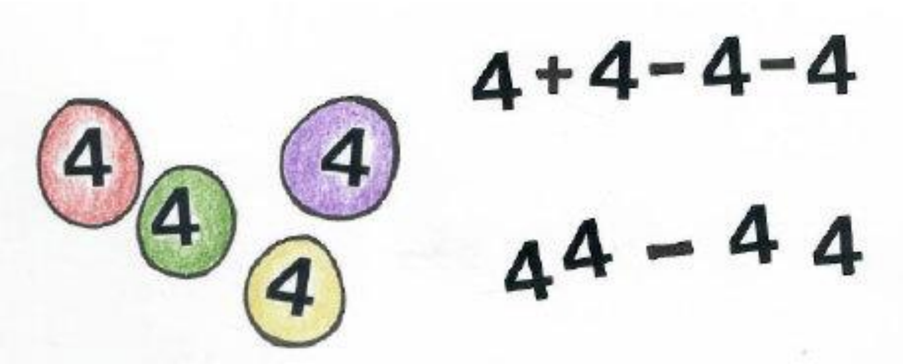


Fasit:

Sultan Kösens venstre fot er 36,5 centimeter lang, og hans høyre fot er 35,5 centimeter lang. Det vil alltid være variasjoner mellom høyde og fotlengde på mennesker, og dette er utgangspunkt for diskusjon i forbindelse med modell og resultat. Derfor er spørsmålet i oppgaven formulert med begrepet «omtrent».

Vedlegg 2 – Listoppgaver

Fire firere



Illustrert av Birte Lohne Løvdal

<u>Oppgave</u>

Vi har fire 4-tall. Ved å bruke de fire regningsartene (+, −, ·, :), kan vi ved hjelp av 4-tallene skrive mange tall. For eksempel kan vi skrive tallet 0 som 44−44 eller 4+4−4−4. Hvor mange tall klarer dere å skrive ved hjelp av fire 4-tall? (matematikk.org, 2024).

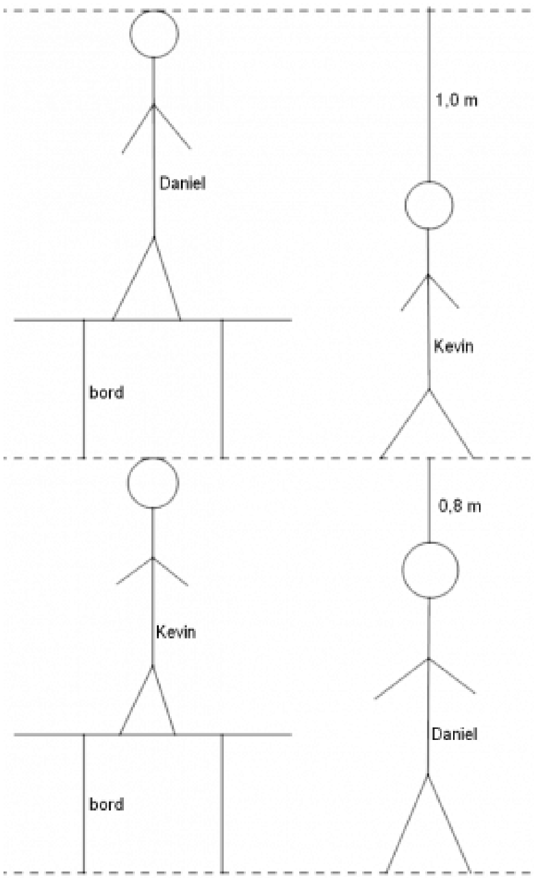
Stå på bordet

Problem

Når Kevin står på bordet og Daniel står på gulvet, er Kevin 80 cm høyere enn Daniel. Når Daniel står på bordet og Kevin står på gulvet, er Daniel 1 m høyere enn Kevin.

Hvor høyt er bordet? (MatteList, 2024)

Løsning ved tegning



Vi tenker oss at dette blir sett sammen som på figuren. Da har vi fått to like store høyder som inneholder både Kevins og Daniels høyder.

Høyden på Kevin + Daniel + to bord er lik høyden av Kevin + Daniel + 1,0 m + 0,8 m.

Da må høyden av to bord være 1,8 m, og bordet må være 90 cm høyt.

Algebraisk løsning

Vi lar b stå for høyda på bordet, k = høyda på Kevin og d = høyda på Daniel.

Informasjonen i oppgaven gir oss to likninger:

$b + k = d + 0{,}8$

$b + d = k + 1{,}0$

Vi legger sammen de to likningene

$2b + k + d + 0{,}8 + 1{,}0$

$2b = 1{,}8$

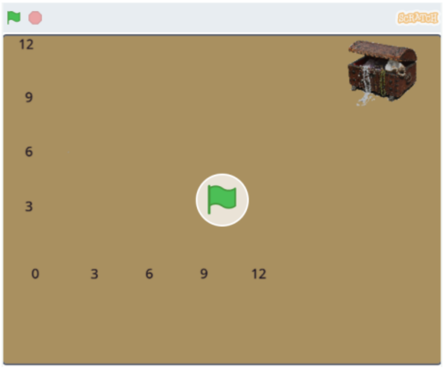
$b = 0{,}9$

Bordet er 90 cm høyt.

Skattejakt

Spillets oppgave (digitalt spill):

Kan dere finne den skjulte skatten? Skatten er gjemt et sted på stranden, der linjene i koordinatsystemet krysser hverandre. Spillet har tre nivå. Vi starter å spille spillet på nivå 1 (enklest). Trykk på det grønne flagget for å starte spillet.



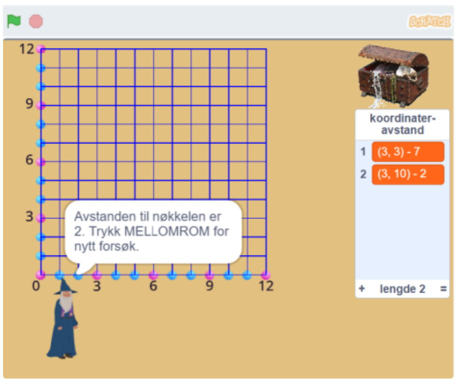
Nivå 1:

Sett koordinater som kan føre deg til skatten på færrest mulig forsøk.

Interaktiviteten gir deg korteste avstand du må bevege deg (langs rutenettet) for å nå skatten.

Kan du finne en god strategi for å velge koordinater som vil føre deg til skatten på så få forsøk som mulig? (MatteList, 2024).

Eksempel på hvordan spillet fungerer:



Vedlegg 3 – Klassifiseringsskjema for modelleringsoppgaver

	Name of the classification[a]	Categories of the classification						
Classifications for modelling tasks	I Focus of modelling activity[a]	Whole process (no/yes)	Understanding the situation (no/yes)	Setting up the real model (no/yes)	Mathematizing (no/yes)	Working within mathematics (no/yes)	Interpreting (no/yes)	Validating (no/yes)
	II Data[a]	Superfluous (no/yes)	Missing (no/yes)	Superfluous and missing (no/yes)	Inconsistent (no/yes)	Matching (no/yes)		
	III Nature of relationship to reality[a]	Authentic (no/yes)	Close to reality (no/yes)	Embedded (no/yes)	Intentionally artificial (no/yes)	Fantasy (no/yes)		
	IV Situation[a]	Personal situation (no/yes)	Occupational situation (no/yes)	Public situation	Scientific situation (no/yes)			
	V Type of model used[a]	Descriptive (no/yes)	Normative (no/yes)					
	VI Type of representation[a]	Text (no/yes)	Picture (no/yes)	Text and picture (no/yes)	Material (no/yes)	Situation (no/yes)		
General classifications	VII Openness of a task[a]	Solved example (no/yes)	Ascertaining task (no/yes)	Reversal task (no/yes)	Complex problem (no/yes)	Complex reversal problem (no/yes)	Finding a situation (no/yes)	Open problem (no/yes)
	VIII Cognitive demand[b]	Extra-mathematical modelling	Inner-mathematical working	Grundvorstellungen	Dealing with texts containing mathematics	Reasoning mathematically	Dealing with mathematical representations	
	IX Mathematical content[b]	Mathematical area	School level					

[a]Choose one category in each classification

[b]Choose in every subcategory

Tabell 7.1Klassifiseringsskjema for modelleringsoppgaver (Maaß, 2010, s. 296).

Vedlegg 4 – Plan for datainnsamling og undervisningsøkter

Uke	Observasjon i forkant av undervisning	Undervisnings-opplegg: 4 økter	Observasjon	Elevarbeid	Reflekterende samtaler mellom lærere	Refleksjonslogg
8	Mandag 19.02 Kl. 08:30-09:45					Mandag 19.02 Kl. 10:00-10:15
8		Tirsdag 20.02 kl. 08:30-09:45	Hele undervisningen	Samles fra undervisningen	Tirsdag 20.02 kl. 09:55-10:25	Tirsdag 20.02 kl. 10:30-10:45
9		Tirsdag 27.02 kl. 08:30-09:45	Hele undervisningen	Samles fra undervisningen	Tirsdag 27.02 kl. 09:55-10:25	Tirsdag 27.02 kl. 10:30-10:45
10		Tirsdag 05.03 kl. 08:30-09:45	Hele undervisningen	Samles fra undervisningen	Tirsdag 05.03 kl. 09:55-10:25	Tirsdag 05.03 kl. 10:30-10:45
11		Tirsdag 12.03 kl. 08:30-09:45	Hele undervisningen	Samles fra undervisningen	Tirsdag 12.03 kl. 09:55-10:25	Tirsdag 12.03 kl. 10:30-10:45

Vedlegg 5 – Observasjonsskjemaer

Observasjonsskjema 20/02	
Hva skal observeres?	*Notater*
Oppstart av økta.	
Arbeidsprosessen.	
Klasseromskommunikasjon	
Matematiske samtaler • Med/uten lærer	
Utfordringer?	

Observasjonsskjema torsdag 27/02	
Hva skal observeres?	*Notater*
Oppstarten av økta.	
Arbeidsprosesser.	
Elevaktivitet.	
Matematiske samtaler: • Uten lærer • Med lærer	
Klasseromsdiskurs.	
Virkning av handlinger fra forrige økt.	

Observasjonsskjema tirsdag 05/03	
Hva skal observeres?	*Notater*
Oppstarten av økta.	
Arbeidsprosesser: • Samarbeid • Elevaktivitet	
Klasseromskommunikasjon. • Generelt • Deling av strategier/løsninger	
Matematiske samtaler: • Med/uten lærer • Tusj-grepet	
Hva fungerer/fungerer ikke. • Evt. utfordringer	
Annet	

<table>
<tr><th colspan="2">Observasjonsskjema tirsdag 12/03</th></tr>
<tr><td>Hva skal observeres?</td><td>Notater</td></tr>
<tr><td>Oppstarten av økta.</td><td></td></tr>
<tr><td>Arbeidsprosesser:
Samarbeid og elevaktivitet</td><td></td></tr>
<tr><td>Klasseromskommunikasjon:
Generelt i undervisningen
Deling og syntetisering av modeller i plenum</td><td></td></tr>
<tr><td>Matematiske samtaler:
Med/uten lærer gruppevis og i plenum.
Generelt</td><td></td></tr>
<tr><td>Reaksjonen på forslag om ny måte å løse oppgaven på.</td><td></td></tr>
<tr><td>Hva fungerer/fungerer ikke.
Evt. utfordringer</td><td></td></tr>
</table>

Vedlegg 6 – Guide for reflekterende samtaler

Samtaleguide for reflekterende samtale: Tirsdag 20/02 Modellering i matematikk: Verdens høyeste mann	
Spørsmål/tema	Tilleggsspørsmål/tilleggskommentar
Oppstart av økta	Beskriv elevrespons.
Arbeidsprosessen.	Hvordan forstår elevene oppgaven?
Klasseromskommunikasjonen.	Generelt.
Hvordan var de matematiske samtalene i de ulike gruppene?	Med og uten veiledning fra lærer.
Hvordan opplevde du å veilede i de ulike gruppene?	Gjerne begrunn opplevelsen.
Opplevde du noe som utfordrende?	Utdyp. Hva kan evt. gjøres for å forbedre dette til neste økt?
Oppsummering	Hva funket/funket ikke?

Samtaleguide for reflekterende samtale: Torsdag 27/02 Modellering i matematikk: Verdens høyeste mann	
Spørsmål/tema	Tilleggsspørsmål/tilleggskommentar
Oppstarten av økta.	
Beskriv elevaktiviteten i starten av arbeidsprosessen etter listoppgaven.	
Beskriv elevaktiviteten.	Generelt.
Diskuter de matematiske samtalene mellom lærer og elever.	Med og uten veiledning fra lærer.
Hvilken effekt hadde justeringene fra forrige økt?	
Hva funket/funket ikke?	Evt. utfordringer?

Samtaleguide for reflekterende samtale: Tirsdag 05/03 Modellering i matematikk: Verdens høyeste mann	
Tema	Tilleggskommentar
Oppstarten av økta	Hvordan responderte elevene på listoppgaven?
Arbeidsprosesser og elevaktivitet.	Beskriv gjerne forskjeller i gruppene.
Klasseromskommunikasjonen.	Generelt og ifm. deling av løsninger/strategier på tavla
Matematiske samtaler.	Veiledning fra lærer Mellom elevene
Effekt av justeringer fra forrige økt.	Reaksjon på at stolene ikke var tilgjengelig? Tusjgrepet?
Hva funket/funket ikke?	Evt. utfordringer.

Samtaleguide for reflekterende samtale: Tirsdag 12/03 Modellering i matematikk: Verdens høyeste mann	
Spørsmål/tema	Tilleggskommentar
Oppstarten av økta.	Oppstartsoppgaven. Diskusjon av modellene i plenum.
Introduksjon av annen måte å løse oppgaven på.	Elevrespons på introduksjon/diskusjon av ny løsningsmetode og kommunikasjon lærer/elev og elev-elev.
Klasseromskommunikasjonen.	Generell beskrivelse og refleksjoner rundt dette. Under målingen.
Matematiske samtaler.	Mellom elevene under målingen.
Arbeidsprosesser og elevaktivitet.	Beskriv gjerne forskjeller i gruppene. Sammenlignet med forrige økt.
Hva funket/funket ikke?	

Vedlegg 7 – Godkjenning Sikt

Vurdering av behandling av personopplysninger

Skriv ut | 15.02.2024

Referansenummer	Vurderingstype	Dato
993136	Standard	15.02.2024

Tittel
Aksjonsforskning masterprosjekt Therese

Behandlingsansvarlig institusjon
UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig
Guro Moe

Student
Therese Romsdal

Prosjektperiode
02.01.2024 - 15.05.2024

Kategorier personopplysninger
Alminnelige

Lovlig grunnlag
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 15.05.2024.

Meldeskjema

Kommentar
Personverntjenester har vurdert endringen registrert i meldeskjemaet.

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg. Behandlingen kan fortsette.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
Vi vil følge opp underveis (hvert annet år) og ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet/pågår i tråd med den behandlingen som er dokumentert.

Lykke til videre med prosjektet!

Vedlegg 8 – Samtykkeskjema elever og foresatte

Deltakelse i forskningsprosjekt: *Modellering i matematikk*

Spørsmål om deltakelse i masterprosjekt. I dette skjemaet vil du få informasjon om forskningsprosjektet og hva det vil innebære å delta.

Formålet med prosjektet
I dette masterprosjektet ønsker jeg å undersøke hvordan lærere kan bruke reflekterende samtaler etter undervisning som et verktøy til å fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter.

Undervisningsopplegget vil foregå over flere økter der jeg fungerer jeg som hovedlærer. To av klassens kontaktlærere vil også delta i prosjektet som assisterende lærere, observere og bidra i reflekterende samtaler etter hver undervisningsøkt.

Undervisningsopplegget inngår i den ordinære undervisningen i matematikk, og vil inkluderes i den faglige vurderingen av elevene. Opplysninger og data som innhentes i forbindelse med forskningsarbeidet vil ikke bli brukt som vurderingsgrunnlag i faget.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
I dette masterprosjektet er det jeg, Therese Romsdal, som gjennom institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved UiT Norges Arktiske Universitet har ansvaret for personopplysningene som behandles i studien. Veiledere og prosjektansvarlige er Guro Moe og Thomas F. Eidissen ved UiT Norges arktiske universitet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Det er du og dine medelever, samt deres kontaktlærere som får forespørsel om å delta i dette forskningsprosjektet. Dere er interessante for dette prosjektet fordi 10.trinn har kompetansemål om modellering i matematikk.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta i prosjektet, og du kan når som helst under forskningsprosessen trekke ditt samtykke. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

De elevene som ikke ønsker å delta i forskningsprosjektet vil ikke inkluderes i informasjonen og datamaterialet som samles inn i forbindelse med prosjektet, selv om de deltar i undervisningsopplegget som er inkludert som ordinær undervisning.

Hva innebærer det for deg å delta?
Deltakelse i forskningsprosjektet innebærer å delta i et undervisningsopplegg der det blir samlet inn informasjon om deg som kan brukes som anonymisert data i forskningsprosjektet.

Metoder for datainnsamling i prosjektet vil være observasjon i forkant av undervisning, deltakende observasjon, billedtaking av elevarbeid, refleksjonslogg og reflekterende samtaler mellom lærere i etterkant av undervisninger.

Opplegget gjennomføres over 5 økter, i hovedsak med 1 undervisningsøkt i uka. På denne måten får jeg tid til å gjøre eventuelle justeringer mellom øktene. Informasjon og data som samles inn om deg vil lagres som notater og elektronisk.

Det vil ikke samles inn mer informasjon om deg enn det som er nødvendig og relevant for forskningsarbeidet og planlegging av undervisningsopplegget.

Personvern og hvordan personopplysninger om deg blir oppbevart
Jeg vil bare bruke opplysningene om deg til formålene som er fortalt om i dette skrivet. Personopplysningene om deg vil bli behandlet med respekt og i samsvar med personvernregelverket. Det er bare jeg som masterstudent, og som gjennomfører dette forskningsarbeidet som vil ha tilgang til opplysningene om deg i forbindelse med dette prosjektet.

For å sikre at ingen får tilgang til opplysningene vil jeg lagre datamaterialet på UiT sine forskningsservere. Navnet og kontaktopplysningene dine blir erstattet med en kode som blir lagret adskilt fra øvrige data. Notater og dokumenter vil bli låst inne og utilgjengeliggjort for andre.

I publikasjon av den ferdigstilte masteroppgaven vil all data være anonymt, og framstilt slik at du ikke kan gjenkjennes.

Hva gir meg rett til å behandle personopplysninger om deg?
Jeg behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Institutt for lærerutdanningen og pedagogikk ved UiT Norges arktiske universitet har personverntjenestene ved Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør, vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- å be om innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende,
- å få slettet personopplysninger om deg,
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Vi vil gi deg en begrunnelse hvis vi mener at du ikke kan identifiseres, eller at rettighetene ikke kan utøves.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil avsluttes 15.mai 2024. Personopplysningene og øvrig data som er samlet inn gjennom forskningsarbeidet vil da bli slettet.

Spørsmål
Hvis du har spørsmål eller vil utøve dine rettigheter, ta kontakt med:

- Institutt for lærerutdanningen ved UiT Norges arktiske universitet v/Guro Moe, e-post: guro.moe@uit.no, eller Thomas F. Eidissen, e-post: thomas.f.eidissen@uit.no
- Masterstudent Therese Romsdal, e-post: tro073@uit.no
- Vårt personvernombud: Anniken Steinbakk, e-post: personvernombud@uit.no

Med vennlig hilsen
Therese Romsdal

Hvis du har spørsmål knyttet til Sikts vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt på e-post: personverntjenester@sikt.no, eller på telefon: 73 98 40 40.

Samtykkeerklæring foresatte

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Modellering i matematikk*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ At mitt barn: ______________________________ deltar i et undervisningsopplegg der det samles inn informasjon om han/henne som kan brukes som anonymisert datamateriale i forskningsprosjektet.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(Signert av foresatte for elev, dato)

Samtykkeerklæring elev

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Modellering i matematikk*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ Å delta i et undervisningsopplegg der det samles inn informasjon om meg som kan brukes som anonymisert datamateriale i forskningsprosjektet.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(Signert av elev, dato)

Vedlegg 9 – Samtykkeskjema lærere

Deltakelse i forskningsprosjekt: *Modellering i matematikk*

Spørsmål om deltakelse i masterprosjekt. I dette skjemaet vil du få informasjon om forskningsprosjektet og hva det vil innebære å delta.

Formålet med prosjektet
I dette masterprosjektet ønsker jeg å undersøke hvordan lærere kan bruke reflekterende samtaler etter undervisning som et verktøy til å fremme matematiske samtaler i modelleringsaktiviteter.

Undervisningsopplegget vil foregå over flere økter der jeg fungerer jeg som hovedlærer. To av klassens kontaktlærere vil også delta i prosjektet som assisterende lærere, observere og bidra i reflekterende samtaler etter hver undervisning.

Undervisningsopplegget inngår i den ordinære undervisningen i matematikk, og vil inkluderes i den faglige vurderingen av elevene. Opplysninger og data som innhentes i forbindelse med forskningsarbeidet vil ikke bli brukt som vurderingsgrunnlag i faget.

Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?
I dette masterprosjektet er det jeg, Therese Romsdal, som gjennom institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved UiT Norges Arktiske Universitet har ansvaret for personopplysningene som behandles i studien. Veiledere og prosjektansvarlige er Guro Moe og Thomas F. Eidissen ved UiT Norges arktiske universitet.

Hvorfor får du spørsmål om å delta?
Det er du og dine elever på 10.trinn som får forespørsel om å delta i dette forskningsprosjektet. Dere er interessante for dette prosjektet fordi 10.trinn har kompetansemål om modellering i matematikk.

Det er frivillig å delta
Det er frivillig å delta, og du kan når som helst under forskningsprosessen trekke ditt samtykke. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

De lærerne som ikke ønsker å delta i forskningsprosjektet vil ikke inkluderes i informasjonen og datamaterialet som samles inn, selv om de deltar i undervisningsopplegget som inngår i ordinær undervisning.

Hva innebærer det for deg å delta?
Deltakelse i forskningsprosjektet innebærer å delta som assisterende lærer og/eller observatør i et undervisningsopplegg om modellering, der anonymisert informasjon om meg kan brukes som data i forskningsprosjektet.

Basert på deltakende observasjon i undervisning vil vi som likeverdige deltakere ha rekterende samtaler i etterkant av hver undervisningsøkt. Hensikten med de reflekterende samtalene er å vurdere de matematiske samtalene i klasserommet. De reflekterende samtalene vil bli tatt opp på lydbånd.

Undervisningsopplegget vil strekke seg over 5 økter, der vi arbeider med den samme modelleringsoppgaven gjennom alle øktene. Opplegget gjennomføres i hovedsak med 1 undervisningsøkt i uka slik at jeg får tid til å gjøre justeringer mellom hver undervisningsøkt.

Informasjon og data som samles inn om deg i forbindelse med dette forskningsprosjektet vil registreres som notater, elektronisk og på lydbånd. Jeg vil ikke samle inn mer informasjon om deg enn det som er nødvendig for undervisningen og forskningsprosjektet.

Personvern og hvordan personopplysninger om deg blir oppbevart
Jeg vil bare bruke opplysningene om deg til formålene som er fortalt om i dette skrivet. Personopplysningene om deg vil bli behandlet med respekt og i samsvar med personvernregelverket. Det er bare jeg som forsker som vil ha tilgang til opplysningene om deg i forbindelse med dette prosjektet.

For å sikre at ingen får tilgang til opplysningene vil jeg lagre datamaterialet på UiT sine forskningsservere. Navnet og kontaktopplysningene dine blir erstattet med en kode, som blir lagret adskilt fra øvrige data. Notater og dokumenter vil bli låst inne og utilgjengeliggjort for andre.

I publikasjon av den ferdigstilte masteroppgaven vil all data være anonymt, og framstilt slik at du ikke kan gjenkjennes.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?
Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra Institutt for lærerutdanningen og pedagogikk ved UiT Norges arktiske universitet har personverntjenestene ved Sikt – Kunnskapssektorens tjenesteleverandør, vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Dine rettigheter
Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- å be om innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og få utlevert en kopi av opplysningene,
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende,
- å få slettet personopplysninger om deg,
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Vi vil gi deg en begrunnelse hvis vi mener at du ikke kan identifiseres, eller at rettighetene ikke kan utøves.

Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?
Prosjektet vil etter planen avsluttes 15.mai 2024. Personopplysninger og øvrig data som er samlet inn gjennom hele forskningsarbeidet vil da bli slettet.

Spørsmål
Hvis du har spørsmål eller vil utøve dine rettigheter, ta kontakt med:

- Institutt for lærerutdanningen ved UiT Norges arktiske universitet v/Guro Moe, e-post: guro.moe@uit.no, eller Thomas F. Eidissen, e-post: thomas.f.eidissen@uit.no
- Masterstudent Therese Romsdal, e-post: tro073@uit.no
- Vårt personvernombud: Anniken Steinbakk, e-post: personvernombud@uit.no

Med vennlig hilsen

Therese Romsdal

Hvis du har spørsmål knyttet til Sikts vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt på e-post: personverntjenester@sikt.no, eller på telefon: 73 98 40 40.

Samtykkeerklæring lærere

Jeg har mottatt og forstått informasjon om prosjektet *Modellering i matematikk*, og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ Å delta i et undervisningsopplegg om modellering, og at anonymisert informasjon om meg kan brukes som data i forskningsprosjektet.

- ☐ Å delta i reflekterende samtaler som blir tatt opp på lydbånd etter hver undervisningsøkt, basert på deltakende observasjon fra undervisning.

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet.

(Signert av lærer, dato)