UiT
NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Alle er så gode som de er

En kvalitativ studie av matematisk kompetanse hos lavt presterende elever

Steffen Ditløvsen

Masteroppgave i lærerutdanning 5. – 10. trinn
LRU – 3903 Matematikkdidaktikk   Mai 2016

Sammendrag

Norske elevers resultater har gitt grobunn for begrepet ”svake elever”. Dette begrepet har engasjert meg til å se nærmere på hvordan matematisk kompetanse elever som blir kategorisert som ”svake elever” har. I oppgaven bruker jeg begrepet lavt-presterende elever med tilhørende definisjon fra PISA.

For å gjøre oppgaven mer fokusert har jeg konsentrert meg om få elever og to matematiske kompetanser og sammenhengen mellom disse. Problemstillingen jeg forsøker å besvare er: ”Hvordan er sammenhengen mellom de matematiske kompetansene *forståelse* og *flyt* hos lavt presterende elever?”. Som underliggende forskningsspørsmål, for å hjelpe meg med å svare på problemstillingen har jeg: ”Hvilken grad av kompetansen *forståelse* oppnår elevene?” og ”Hvilken grad av kompetansen *flyt* oppnår elevene?”.

For å svare på forskningsspørsmålene har jeg kartlagt kompetansen til lavt presterende elever som lærere ved en ikke-navngitt skole har valgt ut. Gjennom oppgaveintervju med elevene har jeg hatt fokus på å få fram deres svar og tankegang omkring svarene. Deretter har jeg analysert svarene og transkripsjonen for å finne ut av elevenes kompetanse innen *flyt* og *forståelse.*

Resultatene tyder på at elevene i stor grad har bedre kompetanse i flyt, enn forståelse. Den viktigste årsakene til dette er nok at slik kompetansene er definert, kan man utføre en prosedyre på en effektiv og presis måte uten å forstå hva man gjør. Men dersom man har høy kompetanse både i flyt og forståelse vil det være gjensidig fordelaktig.

Elevene jeg har valgt ut er plassert i samme kategori, men resultatene mine viser at eleven er veldig forskjellig. Derfor er det viktig å ikke bare plassere elever i en kategori uten å ta hensyn til at det er individuelle forskjeller mellom elevene.

Forord

Dette halvåret med masterskriving har vært både tøft, slitsomt, givende og slitsomt igjen. Både den psykiske og fysiske kapasiteten har blitt satt på prøve, og her er resultatet.

Det er mange som skal takkes og først vil jeg rette en takk til mine informanter. Uten dere ville det ikke blitt en oppgave! Takk også til skolen og de lærerne som villig stilte opp og satt av tid til meg.

Takk til veileder Ove Drageset for gode innspill og tilbakemeldinger. Dine innspill har vært viktig for meg.

Masse tusen takk skal også gå til min kone (snart) Cecilie for støtte og hjelp gjennom dette halvåret. Jeg tør ikke tenke på hvordan mitt produkt hadde blitt uten din hjelp. Sammen har vi delt på frustrasjoner og gleder gjennom denne til tider frustrerende prosessen med våre mastere, men nå er vi ferdige og en ny epoke venter for oss!

Takk!

Tromsø, mai 2016

Steffen Ditløvsen

1 Innledning 1
1.1 Bakgrunn for prosjektet og forskningsspørsmål 1
1.2 Struktur i oppgaven 2
2 Teori 3
2.1 Tradisjonell undervisning 3
2.2 Lavt presenterende elever 3
2.3 Norske elevers prestasjoner 4
2.4 Plassverdisystemet og addisjonsalgoritmen 5
2.5 Forståelse 6
2.6 Matematisk kompetanse 8
2.7 Teoretisk rammeverk 8
2.7.1 Kilpatrick 9
2.7.2 Valg av teoretisk rammeverk 15
3 Metode 19
3.1 Valg av metode 19
3.1.1 Oppgavene 20
3.1.2 Utvalg 22
3.2 Analyse 22
3.2.1 Transkribering 22
3.2.2 Analyseringsprosessen 22
3.3 Pålitelighet og gyldighet 24
3.4 Etikk 25
4 Funn 27
4.1 Elevene 27
4.1.1 Elev A 27
4.1.2 Elev B 33

4.1.3 Elev C ... 39

4.1.4 Elev D ... 43

4.2 Oppgavene ... 47

4.2.1 Oppgave 1 ... 47

4.2.2 Oppgave 2 ... 48

4.2.3 Oppgave 3 ... 48

4.2.4 Oppgave 4 ... 49

5 Oppsummering og konklusjon ... 51

5.1 Veien videre ... 54

6 Referanser ... 55

Vedlegg 1 Samtykkeskjema

Vedlegg 2 Søknad og godkjenning NSD

Vedlegg 3 Opprinnelige oppgaver

Vedlegg 4 Brev til skolen

Figur 1: De fem trådene for matematisk kompetanse. ... 10
Figur 2: Oversikt over kompetansene til Niss ... 12
Figur 3: Løsning oppgave 1, elev A ... 27
Figur 4: Løsning oppgave 2 standard algoritme, elev A ... 28
Figur 5: Løsning oppgave 3 alternativ algoritme, elev A ... 29
Figur 6: Løsning oppgave 4, elev A ... 31
Figur 7: Løsning oppgave 1, elev B ... 34
Figur 8: Løsning oppgave 2 standard algoritme, elev B ... 35
Figur 9: Løsning oppgave 3 alternativ algoritme, elev B ... 36
Figur 10: Løsning oppgave 1, elev C ... 39
Figur 11: : Løsning oppgave 2 standard algoritme, elev C ... 40
Figur 12: : Løsning oppgave 3 alternativ algoritme, elev C ... 41
Figur 13: Løsning oppgave 1, elev D ... 43
Figur 14: Løsning oppgave 2 standard algoritme, elev D ... 44

Tabell 1: Sammenligning av kompetansemodeller ... 9
Tabell 2: Oversikt over teoretisk rammeverk for kartlegging av forståelse og flyt ... 17
Tabell 3: Analyseskjema av transkripsjonen ... 23
Tabell 4: Sammenlikning av elevenes løsninger ... 24
Tabell 5: Oversikt over kompetansene flyt og forståelse hos elevene ... 51

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for prosjektet og forskningsspørsmål

Man hører ofte gjennom media hvor svake norske elever er i matematikk. Hver gang det kommer dårlige resultater fra en internasjonal test eller dårlige eksamenskarakterer blir dette slått opp med store overskrifter. Dette har ført til store politiske diskusjoner hvor man gjerne prater om både de svake og de sterke elevene og ofte blir det framstilt som at dette er to grupper som må konkurrere om tidsbruken. Begrepet svake elever blir også brukt i skolen, og begrepet provoserer meg noe. Det er muligens et enkelt begrep å bruke, fordi ”alle” skjønner hva som ligger i det, men hvordan kan vi, og hvorfor trenger vi, å stemple noen som svak?

Med dette som utgangspunkt ble jeg inspirert til å se nærmere på temaet svake elever, et begrep jeg vil gå vekk fra i oppgaven og heller bruke lavt presterende elever. Det var viktig for meg fra starten av, og ha en positiv vinkling på matematikk og fokus på kompetanse hos elever. Jeg endte opp med at jeg skulle kartlegge matematisk kompetanse i dybden hos noen få elever, og gjennom dette få et større bilde av deres kompetanse enn det som for eksempel kommer fram på standardprøver. Gjennom det større bildet, ville jeg gå vekk fra å fokusere på karakter, men heller å beskrive elevens kompetanse mer detaljert. Uansett hva jeg skulle finne ut av deres kompetanse, ville den kompetansen jeg fant hos elevene gi et bilde av deres potensiale. Jeg hadde i utgangspunktet tenkt å kartlegge deres kompetanse veldig bredt, men på grunn av oppgavens begrensede størrelse og ønske om å gå i dybden, ble fokuset på spesielt forståelse og ferdigheter, heretter kalt flyt. Problemstillingen jeg kom fram til da var:

”Hvordan er sammenhengen mellom de matematiske kompetansene *forståelse* og *flyt* hos lavt presterende elever?”

For å svare på problemstillingen var jeg avhengig av å vite noe om elevenes kompetanse innen disse kompetansene og derfor har jeg laget forskningsspørsmålene

”Hvilken grad av kompetansen *forståelse* oppnår elevene?”
”Hvilken grad av kompetansen *flyt* oppnår elevene?”.

Med den problemstillingen og forskningsspørsmålene ønsker jeg å få en innsikt i temaet, men ikke å kunne generalisere resultatene mine. Derfor valgte jeg få elever, slik at jeg fikk muligheten til å gå i dybden av deres kompetanse. Elevene jeg intervjuet gikk på 8. og 9. trinn ved en ikke navngitt skole. Intervjuene er med utgangspunkt i noen oppgaver som elevene skulle løse mens vi snakket høyt om hvordan de tenkte. Svarene og dialogen har jeg analysert ved hjelp av et teoretisk rammeverk som vil bli presentert i teorikapittelet, sammen med en avklaring av hva som legges i matematisk kompetanse hos elever og hva jeg legger i lavt presterende elever.

1.2 Struktur i oppgaven

Oppgaven min er strukturert slik at jeg først går gjennom teori som er relevant for oppgaven og hvor jeg også presenterer et teoretisk rammeverk for oppgaven. I denne delen vil det være spesielt fokus på forståelse, flyt, matematisk kompetanse, lavt presterende elever og det teoretiske rammeverket. Rammeverket tar en stor del av mitt teorikapittel, og dette er et valg jeg har tatt ettersom det er essensen i min undersøkelse. Videre redegjør jeg for metodene jeg har brukt, og begrunner de valgene som er gjort i både forarbeidet, etterarbeidet og arbeidet underveis. I metodedelen er det fokusert på hva jeg har gjort konkret og de valgene jeg tok. Deretter presenterer jeg resultatene av analysen og diskuterer disse i lys av teori og det teoretiske rammeverket. Først vil jeg presentere elevene grundig, og deretter vil jeg noen fellestrekk ved oppgavene. Avslutningsvis vil jeg oppsummere og svare på problemstillingen.

2 Teori

2.1 Tradisjonell undervisning

I en evaluering av Reform 97 peker Alseth, Breiteig, og Brekke (2003) på at hovedformen på matematikkundervisningen i Norge er bygd opp ved at lærene foreleser eller har dialog med klassen, samt at elevene arbeider i lærebøkene (Alseth, Breiteig, & Brekke, 2003:194). Slik undervisning hvor læreren snakker til elevene, forklarer prosedyrer, gir instruksjoner og forklarer feil krever veldig lite samtale mellom elevene, og mellom elev og lærer (Franke, Kazemi, & Battey, 2007:230-231). Dette ligger tett opp mot IRE-modellen til Mehan (1979). IRE-modellen er en modell for kommunikasjon i klasserommet og går, kort fortalt, ut på at læreren setter i gang en diskusjon eller stiller spørsmål, etterfulgt av at elevene responderer og læreren evaluerer svaret. Dersom dette er hovedformen for kommunikasjon, vil det ikke nødvendigvis innby til å støtte opp om forståelsen til elevene, da dialogen uteblir (ibid).

Alseth m.fl (2003) peker på at lærebøker er sentrale i undervisningen. I lærerbøkene for matematikkundervisning kan man se at bøkene har til dels lik oppbygning. I *Maximum grunnbok 8* starter tema om hoderegning med et mål som følges opp med et eksempel og har mengdetreningsoppgaver (Tofteberg & Holth, 2013:8). I *Tusen millioner* starter overslag med en oppskrift på hvordan oppgavene skal gjøres etterfulgt av mengdetreningsoppgaver (Rasch-Halvorsen, Aasen, Rangnes, & Eidsvik, 2013:76). I *Multi* introduseres addisjonsalgoritmen med et eksempel som etterfølges av mengdetreningsoppgaver (Alseth, Tryti, Holth, Nordberg, & Røsseland, 2014:12). Dette er oppgaver jeg har hentet ut fra lærebøkene som har en struktur der man legger opp til at elevene skal følge en oppskrift og en bestemt framgangsmåte som de skal lære seg, ved hjelp av mengdetrening. Dette fokuset på å lære seg en bestemt framgangsmåte og hvilke regler som gjelder ligger tett opp mot Skemps (1976) instrumentelle forståelse. Lærebøkene har ikke et ensidig fokus på dette, og undervisningen er også avhengig av hvordan læreren bruker bøkene.

2.2 Lavt presenterende elever

Begrepet lavt presterende elever er hentet fra PISA som bruker begrepet *low performeres*. *Low performers* er i følge PISA sin definisjon elever som ligger under nivå 2 på PISA testene. Dette er elever som typisk kan svare på spørsmål som involverer en kjent kontekst hvor all relevant informasjon er tilstede, og hvor spørsmålet er klart definert og som kan bruke rutineoperasjoner i følge av direkte instrukser (OECD, 2016). Denne definisjonen har en sammenheng med instrumentell forståelse fra Skemp (1976) ettersom den fokuserer på å kunne bruke rutineoperasjoner med klare instrukser, svare på spørsmål som er kjent og at informasjonen som er relevant er tilstede. Dersom undervisningen har formen som Franke m.fl. (2007) og Alseth (2003) er inne på, vil dette kunne bygge opp om instrumentell forståelse. TIMSS karakteriserer sitt laveste kompetansenivå som at ”elevene har noe grunnleggende matematisk kunnskap” (Grønmo et al., 2012:32). Jeg vil i denne oppgaven definere lavt presterende elever som elever med grunnleggende matematisk kunnskap i tråd med TIMSS karakteristikk av laveste kompetansenivå (Grønmo et al., 2012), samt at de kan utføre oppgaver med klare instruksjoner slik PISA definerer low performers (OECD, 2016).

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) er verdens største organisasjon som fokuserer på matematikkundervisning. Et av deres prinsipp for god matematikkundervisning er *equity*, som kan oversettes til lik tilgang. Dette prinsippet går ut på å gi alle tilgang og den støtten de trenger til å lære seg matematikk med dybde og forståelse (NCTM, 2000:14). Dette prinsippet er i tråd med tilpasset opplæring, men presiserer at det skal læres med dybde og forståelse.

2.3 Norske elevers prestasjoner

Vi har nå sett på hvordan matematikkundervisningen tradisjonelt sett gjennomføres i norsk skole. Men hvordan gjør norske elever det i matematikk? Hvor mange elever er lavt presenterende? På ungdomsskolen i Norge måler vi kompetanse i tallkarakter. Når man avslutter 10. trinn er matematikk et av trekkfagene man kan komme opp i til eksamen. Jeg velger å bruke eksamensresultater fra 2015 i matematikk som en målestokk nasjonalt. I landet samlet sett lå 41,6 % av alle elevene på karakter en eller to. Det er mer enn to av fem elever. Dette er det dårligste resultatet på en matematikkeksamen i 10. trinn noen sinne, noe som gjorde at man raskt bestemte å evaluere eksamen for å se på omfang og vanskelighetsgrad. Dermed kan noe av resultatet nyanseres ved en evaluering, men den diskusjonen vil jeg ikke gå nærmere inn på i denne oppgaven. En annen måte å se på norske elevers prestasjoner og nivå er ved å se på resultater fra internasjonale undersøkelser. Jeg velger å ta for meg PISA og TIMSS og se hvordan norske elever presterer der. PISA resultatene viser at i Norge ligger 22 % av elevene på nivå 1 eller lavere (Kjærnsli & Olsen, 2013:74). I tråd med PISAs definisjon på lavt presterende elever forteller dette oss at 22 % av norske elever er lavt presterende. I følge TIMSS resultatene fra 2011 lå 13 % av elevene i 8. klasse under lavt nivå, mens 36 % lå på lavt nivå. Legger man disse sammen til lavt nivå eller under, vil det si at 49 % av norske elever bare kan noe grunnleggende matematikk i følge TIMSS definisjon av lavt nivå (Grønmo et al., 2012). Men hva er det norske elever har problemer med?

Dersom vi ser på TIMSS er det kun i statistikk norske elever skårer over gjennomsnittet, og i algebra scorer norske elever aller dårligst (Grønmo et al., 2012:26). I PISA opplyses det at det er oppgaver som er knyttet til å bruke matematisk formalkompetanse norske elever er spesielt svake, mens norske elever er relativt sterkere på oppgaver hvor de skal vurdere og tolke matematiske løsninger i lys av problemstillingen (Kjærnsli & Olsen, 2013:35). Disse to har en sammenheng, på grunn av at høy kompetanse i algebra vil kunne forutsette at man kan bruke matematisk formalkompetanse. Algebra har også en sammenheng med tall og grunnleggende aritmetikk i følge Carraher og Schliemann (2007). De definerer aritmetikk som vitenskapen om tall, mengder og størrelser og med en algebraisk karakter (Carraher & Schliemann, 2007). Grønmo m.fl. (2007:46-47) har trukket fram to oppgaver fra TIMSS på fjerde trinn innen området tall for å vise til konkrete eksempler på hvordan norske elever gjør det. Disse to oppgavene var som følger:

> ”På et skip er det 218 passasjerer og 191 ansatte. Hvor mange personer er det til sammen på skipet? ”
>
> ”Daniel reiste først 4,8 km med bil, så reiste han 1,5 km med buss. Hvor langt reiste Daniel?”

Den første oppgaven kreves lavt nivå for å klare, mens den andre oppgaven krever middels nivå. På den første oppgaven svarte 67 % rett, mens på den andre svarte 59 % rett. Dette er på fjerde trinn, så noen vil nok ikke ha jobbet nok med flersifret addisjon, men samtidig er spesielt den første oppgaven laget på et slikt nivå at du kun trenger noe grunnleggende matematikkunnskaper. De 33 % av elevene som ikke klarer den første oppgaven, vil kunne slite med algebra i og med sammenhengen mellom algebra og aritmetikk som Carraher og Schliemann (2007) peker på.

2.4 Plassverdisystemet og addisjonsalgoritmen

Werne og Heibert (1988) har gjennomført en studie av begrepet desimaltall hvor de så på hvordan elevene var påvirket av den undervisningen de hadde mottatt. I studien fant de ut at elever som ikke hadde mottatt undervisning om desimaltall før, gjorde det bedre når de underviste om desimaltall på en problembasert måte, enn de som allerede hadde mottatt undervisning om desimaltall. Dette kunne komme av de hadde lært noen regler og var veldig opptatt av disse (Pesek & Kirshner, 2000). En vanlig feil i arbeid med tall er i følge Sharma (1993) at elever ikke har forstått verdien til sifrene de jobber med. Det kan føre til at elevene for eksempel blander mellom 17 og 71. Det er mange elever som ikke forstår plassverdisystemet og det kan føre til konsekvenser som slike feil (Sharma, 1993). En annen vanlig misoppfatning er det Brekke (2002) viser til om at det lengste tallet alltid har størst verdi. At en ikke kan dele et lite tall med et stort, og at divisjon alltid gjør svaret mindre. Dersom elevene er vant til å jobbe med tall over 0, vil det kunne være vanskelig å akseptere at for eksempel 0,234234 er større en 0,12 fordi det er flere siffer i tallet.

Plassverdisystemet er altså veldig viktig å ha god forståelse for. Kilpatrick (2001) legger ikke skjul på at han mener plassverdisystemet er noe av det viktigste og beste som er skapt av menneskeheten, dette begrunner han med at plassverdisystemet er et så generelt system at det kan representere alle hele tall, og samtidig så kortfattet at det kun kreves 10 siffer for å representere hele verdens befolkning (Kilpatrick et al., 2001:34).

Dersom elever har problemer med plassverdisystemet vil de naturligvis også kunne ha problemer med å forstå flersifret addisjon. Elevene blir gjerne introdusert for addisjonsalgoritmen når de skal løse flersifret addisjon. En algoritme er veldefinerte steg for steg prosedyrer for å kunne fullføre en kjent oppgave og har som mål å redusere en kompleks regneoperasjon til en serie av mer elementære regneoperasjoner (Verschaffel, 2007:574). Dermed kan en algoritme være bra å kunne. Å alle kunne algoritmer betyr ikke at man forstår hva som skjer når man benytter seg av dem. Med bruk av addisjonsalgoritmen reduserer man et flersifret addisjonsstykke til ensifret addisjoner hvor man legger til ”i mente”. Mange elever kan dermed ende opp med å ikke forstå flersifret addisjon, men instrumentelt kunne utføre algoritmen. Dette kan være et problem, da det begrenser elevene til å kunne bruke kunnskapen i andre sammenhenger og situasjoner der de ikke blir presentert med en oppgave skriftlig, og ikke har noen hjelpemidler tilgjengelig.

2.5 Forståelse

Forståelse er sentralt i denne oppgaven, men hva legger man i forståelse? I artikkelen *Relational understanding and instrumental understanding* (1976) av Richard R. Skemp blir begrepene relasjonell og instrumentell forståelse introdusert. Skemp skriver i artikkelen at det var Stieg Mellin-Olsen[1] som introduserte han for disse begrepene, og at denne introduksjonen gjorde at han måtte tenke nytt om hvordan han så på forståelse. Instrumentell forståelse, det å kunne noe eller å kunne gjøre noe uten å forstå det, var det han tidligere bare hadde tenkt på som regler uten begrunnelse (ibid:2). Noen eksempler på slike regler kan være det Brekke (2002) tar opp, som det å "flytte komma", og det å "henge på nuller bak tallet". Dette er regler som kan bli introdusert uten at elevene virkelig forstår hva som ligger i disse, og Brekke sier at slik regelfokusering ofte fører til en sammenblanding av regler fordi man ikke har satt regelen i kontekst (2002:2). Relasjonell forståelse, det å vite hva man skal gjøre og hvorfor, var det Skemp (1976) tidligere hadde lagt i selve begrepet forståelse. Det er forståelig, da man kan si at relasjonell forståelse er å skjønne hva, og hvorfor man gjør noe. For å eksemplifisere dette, kan man si at en elev som kun har instrumentell forståelse behersker regler og prosedyrer, mens en elev med relasjonell forståelse kan forklare hvorfor reglene og prosedyrene fungerer. En elev med instrumentell forståelse vil være avhengig av regler og prosedyrer for å løse oppgaver, mens en elev med relasjonell forståelse kan klare seg uten.

Hiebert og Lefevre (1986:3-4) er inne på samme skillet som Skemp (1976), og bruker begrepene konseptuell og prosessuell kunnskap. Konseptuell kunnskap blir av de karakterisert som kunnskap som er rik på relasjoner. Isolerte fakta er ikke å regne som konseptuell kunnskap, men dersom man kan sette disse isolerte faktaene i sammenheng med hverandre oppnår man det. Prosessuell kunnskap er sammensatt av to deler. Den ene delen er det formelle språket i matematikken. Den andre delen er algoritmene, eller reglene som kreves for å utføre matematiske oppgaver (ibid:6). Det som skiller Hiebert og Lefevre (1986) fra Skemp (1976) er at mens Skemp skiller veldig mellom instrumentell og relasjonell forståelse, er Hiebert og Lefevre opptatt av å se på sammenhengen mellom disse. NCTM har noen anbefalte overordnete prinsipper for god matematikkundervisning og skriver i sitt prinsipp om læring, at elever må lære matematikk med forståelse, og aktivt bygge ny kunnskap fra erfaringer og tidligere kunnskap (NCTM, 2000:12). De understreker at det å lære med forståelse er essensielt for å klargjøre elevene til å løse nye typer problemer som de kommer til å møte senere (NCTM, 2000:21). Dette er i samsvar med Skemps (1976) relasjonelle forståelse da de vektlegger det å lære med forståelse og bygge ny kunnskap på tidligere

---

[1] Stieg Mellin-Olsen (1939-1995) var professor ved universitetet i Bergen, med fagområde fagdidaktikk og pedagogikk i matematikk.

kunnskap. Dersom du kan en algoritme, men ikke forstår den, vil det være vanskelig å kunne bruke den kunnskapen om algoritmen til å bygge videre til ny kunnskap.

I følge Skott, Hansen og Jess (2008) er forståelse kommet inn i formålet til matematikkfaget i Danmark. Der legges det vekt på å forstå i forskjellige sammenhenger, med fokus på å bygge videre på dette utfra egne forutsetninger. I den norske læreplanen kan jeg ikke finne noe lignende i formålet til matematikk fellesfag. Dette trenger ikke å bety at man ikke er opptatt av forståelse i skolematematikken i Norge, men det er interessant å lese at det er i andre lands tilsvarende dokumenter. I det teoretiske rammeverket går jeg nærmere inn på forståelse i lys av de matematiske kompetansemodellene jeg introduserer da.

2.6 Matematisk kompetanse

Er en elev som har fått karakteren 6 i matematikk på skolen god i matematikk? For hva ligger egentlig i matematisk kompetanse? Det finnes mange modeller for hvordan man definerer matematisk kompetanse. En av de mest anerkjente og brukte modellene er Niss sine åtte kompetanser beskrevet i *Kompetencer og matematiklæring: ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (2002). Jeg vil se nærmere på disse åtte kompetansene i et eget underkapittel. PISA har også en egen definisjon på matematisk kompetanse, som er i syv deler. Modellen til PISA har likhetstrekk med Niss (2002) sin kompetansemodell, og felles for disse er både modellering, kommunikasjon, resonnere, problemløsning, symbol og formalisme. En annen høyt anerkjent kompetansemodell er Kilpatrick m.fl. (2001) sin modell. Denne er delt i fem deler, noe som er mindre enn Niss (2002) og PISA. Det er likheter med den og modellen Brekke (2002) bruker for å definere å kunne matematikk. For eksempel har Brekke (ibid) en holdningskompetanse som er lik tråden engasjement hos Kilpatrick m.fl. (2002). Også kompetansen ferdigheter hos Brekke (2002), som fokuserer på prosedyrer og lignende, har likheter med tråden flyt hos Kilpatrick m.fl. (2002). Jeg vil videre i denne teoridelen konsentrere meg om Kilpatrick og Niss (2002) og lage et rammeverk bestående av disse to kompetansemodellene.

2.7 Teoretisk rammeverk

Jeg vil her presentere mitt teoretiske rammeverk som vil utgjøre grunnlaget for kategorisering av matematisk kompetanse hos elevene i undersøkelsen. For å gjøre dette vil jeg først redegjøre for Niss (2002) og Kilpatrick m.fl. (2001) sine kompetansemodeller, hvor jeg starter med Kilpatrick m.fl. (2001) og ser Niss (2002) sin kompetansemodell i lys av denne. Til sist vil jeg begrunne mitt valg av teoretisk rammeverk hvor jeg bruker begge kompetansemodellene.

Svein H. Torkildsen (2012-2013) har gjort en sammenligning av de disse to kompetansemodellene. I en powerpointpresentasjon laget av han i forbindelse med Ny GIV[2], hadde han en modell hvor han sammenlignet disse. Jeg har gjengitt denne modellen i en bearbeidet form under, og jeg vil bruke denne i min egen sammenligning av Niss (2002) og Kilpatrick m.fl. (2001) sine kompetansemodeller.

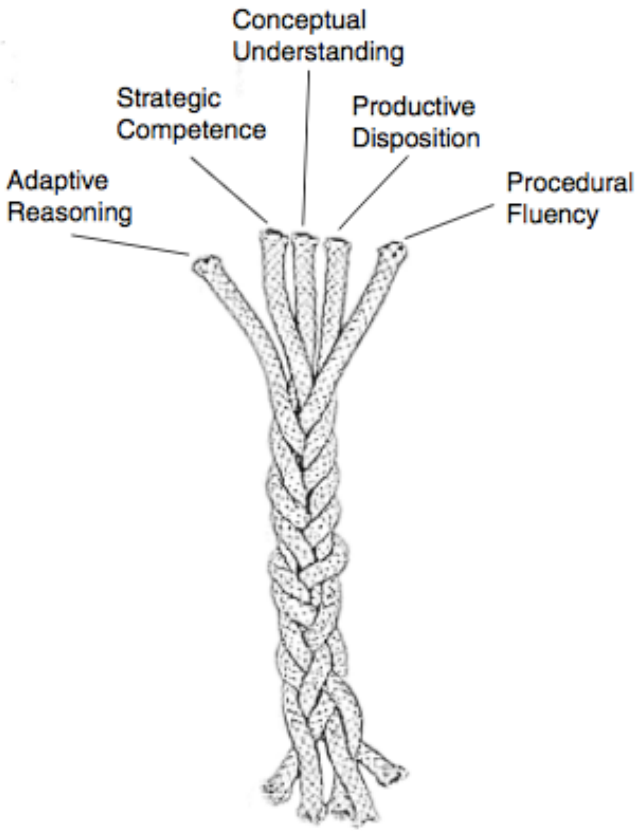
Tabell 1: Sammenligning av kompetanse modeller (Torkildsen, 2012-13)

KILPATRICK m.fl.	NISS (2002)
Forståelse	Tankegang – Representasjon
Beregning	Symbol og formalisme – Hjelpemiddel
Anvendelse	Problemløsning – Modellering
Resonnering	Resonnement – Kommunikasjon
Engasjement	

2.7.1 Kilpatrick

I rapporten *Adding it up* (Kilpatrick et al., 2001) blir matematisk kunnskap beskrevet som et sammenvevd tau bestående av fem tråder. Disse fem trådene fanger, i følge rapporten, opp hvilke kompetanser som er nødvendig å ha for å kunne lære seg matematikk.

[2] Ny GIV er regjeringens satsing for å få flere til å fullføre videregående skole. Ett av de mest omfattende tiltakene er intensivopplæring i lesing, skriving og regning for elevene med svakest faglig nivå på tiende trinn (hentet fra regjeringen.no).



Figur 1: De fem trådene for matematisk kompetanse (ibid:117).

Figuren viser hvordan rapporten illustrerer de fem trådene sammenvevd i et tau, og understreker at trådene ikke er selvstendige kompetanser som kan isoleres fra hverandre. Sammen utgjør disse fem trådene en helhetlig matematisk kompetanse, og man kan ikke oppnå matematisk kompetanse ved å kun fokusere på en av disse trådene alene (ibid:116).

Den første tråden jeg ønsker å se på er *conseptual understanding*. *Conseptual understanding* beskrives overordnet som ”comprehension of mathematical concepts, operations, and relations” (ibid:5), fritt oversatt blir det: forståelse av konsepter, operasjoner og relasjoner. I denne tråden er altså forståelse sentralt, og det også det Torkildsen (2012-2013) oversetter tråden til. Litt mer utfyllende skriver Kilpatrick m.fl. (2001) at forståelse referer til ”an integrated and functional grasp of mathematical ideas. Students with conseptual understanding know more than isolated facts and methods” (ibid:118). Hvis man først ser på den første setningen i sitatet, hva vil det si å ha en helhetlig og funksjonell forståelse av matematiske ideer? Dersom en skal forvente at man kan ha en helhetlig og funksjonell forståelse av alle matematiske ideer, ville det være vanskelig å oppnå. Slik jeg ser det, må det være at man lærer seg de matematiske ideene på en slik måte at en får en helhetlig forståelse av ideene. Kilpatrick m.fl. (ibid) skriver også at med å ha en helhetlig forståelse vil man kunne lære nye ideer ved å "…connecting those ideas to what they already know" (ibid:118). Den siste setningen av sitatet ligger tett opp mot det Skemp (1976) beskriver som relasjonell forståelse, og understreker at forståelse er knyttet opp mot å forstå noe grundigere enn å bare kunne noe.

Neste tråd jeg skal se på er procedural fluency. Tråden går på kjennskap til prosedyrer, hvordan og når det er hensiktsmessig å bruke de, og evnen til å bruke de fleksibelt, presist og effektivt (2001:121). Torkildsen oversetter tråden til beregning, men tråden kan også oversettes til prosedyreflyt. I beskrivelsen av tråden er det fokus på effektivitet og presisjon i beregninger for eksempel. Tråden fokuserer også på at man ikke skal være avhengig av hjelpemidler hele tiden (2001:121). Flyt er mer dekkende, da beregning kan forstås som bare det å kunne regne. Når man kan gjennomføre prosedyrer med flyt, gir det også muligheter å bruke tid på forståelsen, ettersom man ikke bruker unødvendig tid på regning.

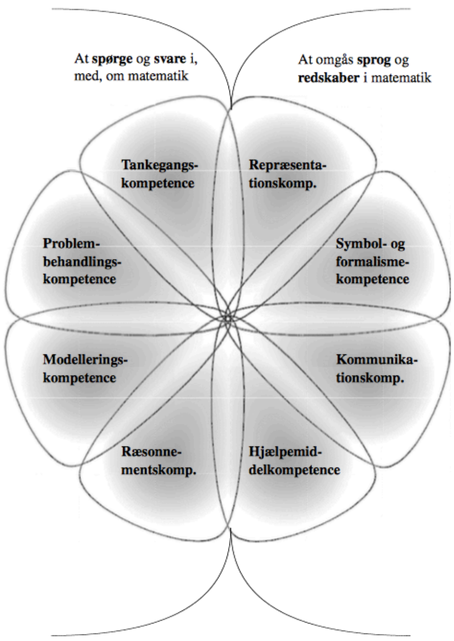
Strategic competence refererer til evnen å formulere matematiske problemer, representere de og løse de. Dette ligger tett opp mot problemløsning (ibid:124). Et paradoks som må påpekes er at det elevene møter i skolen med begrensede oppgaver som skal løses, har de liten eller ingen sammenheng mellom det de møter utenfor skolen (ibid:124). For å kunne formulere matematiske problemer er en forutsetning at man forstår situasjonen og nøkkelelementene i situasjonen før man kan lage en matematisk representasjon av problemet. Denne kompetansen blir av Torkildsen (2012-2013) oversatt til anvendelse, som er dekkende for tråden. I dette ligger alle underpunkter med å kunne være strategisk i møte med et matematisk problem.

Adaptive reasoning refererer til evnen å tenke logisk om relasjonene mellom begreper og situasjoner. Dette inkluderer et korrekt og gyldig resonnement som kommer av en nøye vurdering av alternativer og omfatter evnen til å rettferdiggjøre sine konklusjoner. Det beskrives som limet som holder alt sammen, en ledestjerne som guider læring i matematikk (ibid:129). Tråden kan oversettes til allsidig, tilpasningsdyktig resonnement eller argumentasjon, og hentyder til at man har mulighet til å tilpasse sine argumenter. Torkildsen (2012-2013) oversetter tråden til resonnering. Som Kilpatrick m.fl. påpeker er dette et vidt begrep og; "including not only informal explanation and justification but also intuitive an inducitive reasoning based on pattern, analogy and metaphor" (ibid:129).

Den siste tråden som kalles for productive disposition refererer til å se mening i matematikk, og oppfatte matematikk som nyttig og givende. I tillegg omfatter det å tro på at innsats som legges i å lære matematikk lønner seg, og at man ser seg selv som en effektiv elev og utøver av matematikk (ibid:131). Torkildsen (2012-2013) kaller dette for engasjement, som kan begrunnes med at dersom en elev ser nytte og mening, vil det kunne føre til engasjement. Denne kan knyttes opp mot Brekke (2002) sin komponent han kaller for holdninger.

2.7.1.1 Niss

En annen kjent kompetansemodell som brukes ofte blir beskrevet i rapporten *Kompetencer og matematiklæring (Niss & Højgaard Jensen, 2002).* De deler kompetansene inn to grupper: "at kunne spørge og svare i og med matematik … og at kunne håndtere matematikkens sprog og redskapber" (ibid:44).



Figur 2: Oversikt over kompetansene til Niss (2002)

Å kunne spørre og svare i og med matematikk går ut på å kunne stille matematiske spørsmål og ha blikk for svarene som kan oppnås (tankegangskompetanse), å være i stand til å selv svare på matematiske spørsmål (problembehandlingskompetanse og modelleringskompetanse), å forstå, og kunne bedømme og frembringe argumenter for svar på matematiske spørsmål (resonnementskompetanse) (ibid:45).

Mer inngående forklart innebærer tankegangskompetanse å kjenne, forstå og håndtere gitte matematiske begrepers rekkevidde (og begrensninger) og deres forankring innen diverse domener (2002:47). Altså en helhetlig forståelse av matematiske begreper som Kilpatrick m.fl. (2001) legger vekt på i tråden forståelse. Ved en helhetlig forståelse vil det også innebære å kunne utvide et begrep ved abstraksjon av egenskaper i begrepet, og kunne forstå hva som ligger i generalisering av matematiske resultater. Og ved selv å kunne generalisere slike resultater til å omfatte en større klasse av objekter (2002:47).

Problembehandlingskompetanse er mer inngående å kunne gjenkjenne, formulere, avgrense og presisere forskjellige slags matematiske problemer (ibid:49). Dette er klart i sammenheng med Kilpatrick m.fl. (2001) sin tråd anvendelse som legger vekt på problemløsning og formulering av slike matematiske spørsmål. Tråden anvendelse fokuserte også på at man i hverdagen møter matematiske problemer som ikke er av samme form som det man møter i hverdagen. Dette har sammenheng med problembehandlingskompetansen som handler om å kunne løse matematiske problemer i både ferdig formulert form og i åpne oppgaver (2002:49).

Modelleringskompetanse er på den ene siden å kunne analysere grunnlaget for, og egenskapene ved modeller, og kunne dømme deres rekkevidde og holdbarhet. På den andre siden består kompetansen i å kunne utføre aktiv modellbygging i en gitt sammenheng (ibid:52). Kilpatrick m.fl. (2001) nevner ikke eksplisitt modellering, men Torkildsen (2012-2013) sammenligner modellering med anvendelse. Niss selv beskriver modelleringskompetanse og problembehandlingskompetanse overordnet, som det å være i stand til å selv svare på matematiske spørsmål. Ettersom problembehandlingskompetanse og anvendelse har likheter, som sett i forrige avsnitt, kommer modelleringskompetansen naturlig også inn under anvendelse til Kilpatrick m.fl. (2001).

Resonnementskompetanse er på den ene side å kunne følge og bedømme et matematisk resonnement fremsatt av andre enten skriftlig eller muntlig, og vite hva et matematisk bevis er. Det innebærer også å vite hvordan det skiller seg fra andre matematiske resonnement og bedømme om det er et bevis eller for eksempel et resonnement som baserer seg på intuisjon eller spesielle tilfeller (2002:53). Dette er veldig likt med Kilpatrick m.fl. (2001) sin tråd resonnering som også har fokus på korrekte og gyldige vurderinger med fokus på bevis. Kilpatrick m.fl. (ibid) er i sin tråd resonnering opptatt av induktiv og formelle bevis. Niss beskriver resonnementskompetanse på den andre siden som det å kunne tenke ut og gjennomføre uformelle og formelle resonnement, og å kunne gjøre et resonnement basert på intuisjon om til et gyldig bevis (2002:54).

Disse kompetansene utgjør samlet sett det å kunne spørre og svare i og med matematikk. Den andre hovedkategorien til Niss (ibid) er det å kunne håndtere matematikkens språk og redskaper. Denne kategorien går ut på å være i stand til å kjenne til forskjellige representasjoner av matematiske forhold (representasjonskompetanse), å kunne håndtere spesifikke fremstillinger av matematiske symboler og formalspråk (symbol- og formalismekompetanse), kunne kommunisere i og om matematikk (kommunikasjonsferdigheter) og å kunne bruke og forholde seg til ulike tekniske hjelpemidler for matematiske aktiviteter (hjelpemiddelkompetanse) (ibid:46).

Representasjonskompetanse består av å kunne avkode, fortolke og skille mellom av forskjellige representasjoner av matematiske objekter, fenomener, problemer og situasjoner. I tillegg er det å forstå forbindelser mellom forskjellige representasjonsformer, og deres styrker og svakheter og kunne velge blant og oversette mellom forskjellige representasjonsformer etter situasjon og formål (ibid:56). Torkildsen (2012-2013) har sammenlignet forståelse fra Kilpatrick m.fl. (2001) opp mot representasjonskompetanse. Forståelse har fokus på relasjoner mellom begreper og operasjoner og er i den grad sammenlignbar, men representasjonskompetanse er mer spisset. Det kan også trekker paralleller til Kilpatrick m.fl. (2001) sin tråd flyt ettersom den fokuserer på hensiktsmessig og fleksibel utførelse av operasjoner, som igjen kan ha en tilknytning til å forstå forbindelser mellom ulike representasjonsformer.

Symbol- og formalismekompetanse består av å kunne avkode symbol og formelspråk, og kunne oversette fram og tilbake mellom symbolholdig matematisk språk og naturlig språk. I tillegg å kunne behandle og betjene seg av symbolholdige utsagn og uttrykk, herunder formler (2002:58-59). Torkildsen (2012-2013) sammenligner kompetansen med Kilpatrick m.fl. (2001) sin tråd flyt, som har fokus på fleksibilitet og effektiv utførelse av prosedyrer. For å kunne ha en effektiv og fleksibel utførelse av prosedyrer, vil symbol- og formalismekompetansen slik beskrevet av Niss (2002) være viktig og sammenlignbar.

Symbol- og formalismekompetanse handler også dels om å ha innsikt i karakteren av og spillereglene for formelle matematiske systemer (2002:58-59). Derfor kan det trekkes paralleller til Kilpatrick m.fl. (2001) sin tråd forståelse, som legger vekt på en helhetlig forståelse av matematiske ideer.

Kommunikasjonskompetanse består av å kunne sette seg inn i og fortolke andres matematiske utsagn, kunne uttrykke seg på forskjellige måter og nivåer av teoretisk eller teknisk presisjon om matematikk (2002:60). Denne kompetansen tar direkte opp det Kilpatrick m.fl. (2001) i sin tråd resonnering nevner med å tilpasse sine argumentasjoner, og å være tilpasningsdyktig i sitt resonnement.

Hjelpemiddelkompetanse består delvis av å ha kjennskap til eksistensen og egenskapene ved diverse former for relevante redskaper til matematisk bruk, og ha innblikk i deres muligheter og begrensninger i forskjellige slags situasjoner. Den består også delvis av å være i stand til, på reflektert vis, å betjene seg av slike hjelpemidler (2002:62). Torkildsen (2012-2013) sammenligner dette med tråden flyt fra Kilpatrick m.fl. (2001), samtidig som den har mer fokus på de mentale prosesser og systemer man opparbeider seg og burde ikke knyttes opp mot hjelpemidler i en for stor grad.

2.7.2 Valg av teoretisk rammeverk

Kompetansemodellene til Kilpatrick m.fl. (2001) og Niss (2002) har likheter som gjennomgangen viser. Samtidig så er sammenligning til Torkildsen (2012-2013) litt for enkel ettersom han sier at det er ”to sider av samme sak” i overskriften for sammenligningen. Modellene er for ulik til at man kan si at en, eller flere, kompetanser tilsvarer en tråd, men sammenligningen er samtidig mulig på grunn av de likhetene som er. Modellen til Niss (2002) har en inndeling som gjør at hver kompetanse er mer spisset og oppdelt. Kilpatrick m.fl. (2001) gir et mer overordnet bilde av matematisk kompetanse med sine fem tråder.

Sammen gir modellene et godt bilde av matematisk kompetanse. Ved å bruke elementer fra begge modellene i ett teoretisk rammeverk vil det kunne brukes for å avdekke matematisk kompetanse. Ettersom Kilpatrick m.fl. (2001) sine tråder gir ett mer overordnet bilde er disse naturlig å bruke som hovedinndeling av matematisk kompetanse. Tråden engasjement går på faktorer som spiller inn på den matematiske kompetansen, men disse faktorene er ikke relevant for problemstillingen og blir dermed ikke tatt med i rammeverket.

Samtidig har jeg valgt å begrense meg mot kompetansene forståelse og flyt. Dette har jeg valgt å gjøre både fordi det er et begrenset omfang på oppgaven og med å fokusere på disse to får jeg en mer utfyllende beskrivelse av disse to. Dette er også to kompetanser som Kilpatrick m.fl. (2001) og Hiebert & Lefevre (1986) beskriver som avhengige av hverandre og som ofte blir satt opp mot hverandre i konkurransen om oppmerksomhet i skolen.

For å innlemme kompetansene til Niss (2002) i rammeverket blir jeg å bruke de kompetansene som har en sammenheng med forståelse og flyt til å gradere kompetansene i rammeverket. En måte å gradere kompetanse, er ved å bruke Blooms taksonomi. Denne modellen har seks nivå som stigende er: kjennskap, forståelse, anvendelse, analyse, syntese og evaluering (Seaman, 2011:38-39). Dersom man da for eksempel ser på tankegangskompetanse til Niss (2002), beskrives den med verbene: ”å kjenne til, forstå og håndtere (...)begreper” (ibid:47). Å kjenne til blir da det laveste, mens det å forstå og håndtere blir en høyere grad av kompetansen.

Ettersom jeg har avklart at tankegangskompetanse har likheter med Kilpatrick m.fl. (2001) sin tråd forståelse, vil jeg bruke verbene til å gradere kompetansen forståelse i rammeverket for oppgaven. Kilpatrick m.fl. (ibid) inkluderer også konsepter, operasjoner og relasjoner i tråden forståelse, dermed blir lav oppnåelse av forståelse å: ”*kjenne til* begreper, operasjoner og relasjoner”. Jeg tar ikke med konsepter, da dette er det samme som begreper. Forstå og håndtere er ifølge Blooms taksonomi ikke blant de tre øverste nivåene i gradering av kompetanse, derfor blir å ”*forstå og håndtere* begreper, konsepter, operasjoner og relasjoner” middels oppnåelse av forståelse. Høy oppnåelse av forståelse beskrives i rammeverket ved hjelp av begrepene utvide, abstrahere og generalisere som Niss (2002) bruker i sin tankegangskompetanse

Niss (2002) har i tillegg med å ”utvide, abstrahere og generalisere” i sin beskrivelse av tankegangskompetanse, og siden de kan relateres til de høyere nivåene i Blooms taksonomi, blir høy oppnåelse av forståelse da ” utvide, abstrahere og generalisere begreper, operasjoner og relasjoner”.

I tillegg til forståelse har jeg valgt å fokusere på flyt fra Kilpatrick m.fl. (2001). I tråden legger Kilpatrick m.fl. (ibid) fokus på kjennskap til prosedyrer, fleksibel bruk, presisjon og effektivitet. I symbol- og formalismekompetansen til Niss (2002) legges det fokus på symbol og formelspråk og jeg påpekte samspillet mellom det å kunne symbol og formelspråket for å kunne oppfylle effektiv, presis og fleksibel prosedyrebruk. Tråden flyt har jeg også trukket paralleller til representasjonskompetanse til Niss (ibid), ettersom kompetansen har fokus på forbindelser mellom ulike representasjonsformer som vil bygge opp under fleksibiliteten. Hjelpemiddelskompetansen til Niss (ibid) trekker jeg også en sammenheng med flyt, da det fokuseres på riktig og effektiv bruk av hjelpemidler.

Innholdsdelen av kompetansen flyt, blir derfor på prosedyrer fra Kilpatrick m.fl. og symboler, formler og hjelpemidler fra Niss. For å gradere bruker jeg verbene kjenne til, effektivitet, presisjon og fleksibel bruk. Kjenne til blir i likhet med forståelse den naturlig laveste oppnåelse av kompetansen. Som jeg også påpeker kreves det kjennskap til symbol og formelspråket for å være effektiv og presis. Som jeg ser det kan fleksibilitet knyttes opp mot Blooms høyeste nivå om analyse og evaluering og derfor blir det høyeste nivået av oppnåelse å ”være fleksibel i bruken av prosedyrer/symboler/formler og hjelpemidler. For å kunne være fleksibel kreves det å være effektiv og presis som da blir middels oppnåelse av flyt.

Tabell 2: Oversikt over teoretisk rammeverk for kartlegging av forståelse og flyt

Kompetanse	**Lav oppnåelse**	**Middels oppnåelse**	**Høy oppnåelse**
Forståelse	Kjenne til begreper/ operasjoner/ relasjoner Kjenne til ulike matematiske representasjoner	Forstå og håndtere begreper/operasjoner/ relasjoner Avkode og fortolke matematiske representasjoner	Utvide og abstrahere begreper/operasjoner/ relasjoner Skille mellom ulike matematiske representasjoner
Flyt	Kjenne til prosedyrer/ symboler/formler og hjelpemidler og kunne bruke de	Være effektiv og presis i bruken av prosedyrer/ symboler/formler og hjelpemidler	Være fleksibel i bruken av prosedyrer/symboler /formler og hjelpemidler

3 Metode

Hovedformålet med denne oppgaven er å kartlegge matematisk kompetanse. I dette kapittelet vil jeg redegjøre for valgene jeg har tatt underveis i arbeidet med denne oppgaven.

3.1 Valg av metode

Etter å ha valgt problemstilling, var neste steg å finne ut hvordan jeg skulle svare på den. En vanlig test med blyant og papir med noen oppgaver var en mulighet jeg vurderte. Det er gjerne slik man tester elevene i matematikk til vanlig, og settingen er derfor kjent for elevene. Problemet med slike tester er at man ikke får tak i den matematiske tenkningen til elevene (Maher & Sigley, 2014:580). Selve tankegangen og argumentene til eleven, var viktig å få fram for å svare på problemstillingen, ettersom matematisk kompetanse er mer enn bare rett eller galt svar. Dermed var det viktig for meg å finne en metode for å få tak i tankegangen til elevene.

Observasjon er en metode som brukes innen kvalitativ forskning, gjerne med ett spesielt fokus. Observasjon er ikke en metode jeg systematisk har brukt, fordi det vil være vanskelig å få fram noe av elevens tankegang gjennom observasjon. Samtidig har jeg supplert transkripsjonen min noen plasser med åpenbare observasjoner som jeg har notert, slik som at eleven ser mye på meg eller at eleven bruker lang/kort tid på oppgavene. Men det er ikke en systematisk observasjon, da fokuset mitt først og fremst var på tankegangen til eleven. En annen kjent metode for å samle inn kvalitative data er intervju. Fordelen med intervju er at informantene får stor frihet til å uttrykke seg, og det var noe jeg ønsket for å få fram mest mulig av elevenes tankegang fram (Christoffersen & Johannessen, 2012:77-78). Derfor vurderte jeg et ustrukturert intervju med åpne spørsmål rundt et matematisk tema. Ustrukturert intervju, har fordelene at det kan gi en uformell atmosfære rundt intervjuet som kan gjøre det lettere for informantene å snakke (ibid:78). Men ettersom jeg ønsket en form hvor jeg også fikk noen skriftlige løsninger ble det en kombinasjon med intervju og oppgaver. Oppgavebasert intervju blir brukt for å undersøke blant annet et individs matematiske kompetanse og deres resonering/tankegang (Maher & Sigley, 2014:580). Dermed er dette en metode som passer til min oppgave da dette er hovedfokuset mitt. Før oppgaveintervjuet hadde jeg en startsamtale med elvene hvor vi snakket om forskjellige ting, og hvor jeg gjorde det klart for elevene at jeg ikke skulle bedømme om svarene deres var riktig eller ikke. Jeg utrykte hvor viktig det var at elevene forklarte hva og hvorfor de gjorde slik de gjorde.

3.1.1 Oppgavene

I oppgavebasert intervju spiller oppgavene en stor rolle. Dette utgjør temaet for hele intervjuet og avgrenser intervjuet til dels mot de tema som er valgt. Jeg vurderte tidlig i arbeidet å ha åpne oppgaver som grunnlag for intervjuet. Fordelen med åpne oppgaver er at de, ettersom de ikke har et klar løsningsmetode og løsning, er at elevene vil ha en åpnere tilnærming enn oppgaver der de er kjent med hvordan de skal løses (Sullivan, Clarke, & Clarke, 2012:58). Dette er en metode som er god, men som krever mer av elevene dersom de ikke er vant til å jobbe på denne måten. I tillegg er dette en arbeidsmetode som ikke er integrert i norsk skole som standard undervisning. Derfor gikk jeg bort fra det, ettersom jeg var redd for at en uvant oppgavetype ville kunne sette elevene ”ut av spill”. Jeg valgte heller å spørre læreren hvilke tema elevene hadde spesielle utfordringer med å forstå. Tallforståelse og de fire regneartene var tema som kom opp fra læreren, og som la grunnlaget for oppgavene jeg laget. Fokuset til oppgavene jeg laget ble derfor sentrale tallbegrep og tallregning og variasjon innen dette. Oppgavene går fra desimaltall, til standard addisjonsalgoritme, via alternativ addisjonsalgoritme til vurdering av andre elevers svar. I utarbeidelsen med oppgavene har jeg tatt utgangspunkt i deres mattebok: *Grunntall (Bakke & Bakke, 2006)*. Under vil jeg presentere oppgavene og underveis begrunne valg av oppgavetype.

1.1.1.1 Oppgave 1

Sett inn > eller <.

0,2 □ 0,12 b) 0,46 □ 0,265 c)0,75 □ 0,8

Denne oppgaven tester om elevene har grunnleggende forståelse for desimaltall og plassverdisystemet. Oppgavene er laget slik at jeg vil oppdage om elevene har en misoppfatning om at lengste tall er størst, noe som vil komme fram om elevene for eksempel sier at 0,12 er større enn 0,2. Når elevene har svart ved å skrive tegnet vil jeg først forsikre meg at de har forstått ulikhetstegnet, og så spørre hva de mener er størst og be om forklaring på hvorfor det er størst. Dersom elevene har svart rett betyr ikke det at de har forstått det, men det kan eventuelt bygge på regler de kan. Dersom elevene ikke klarer oppgaven, vil jeg bruke en tallinje for å se om elevene får en kognitiv konflikt når de blir presentert med tallinjen. Det kan hende at elevene allerede har gjort seg opp en mening om svaret etter å ha løst oppgaven, eller det kan være at de blir usikker og tenker gjennom svaret sitt og kanskje endrer det.

1.1.1.2 Oppgave 2

Regn ut.

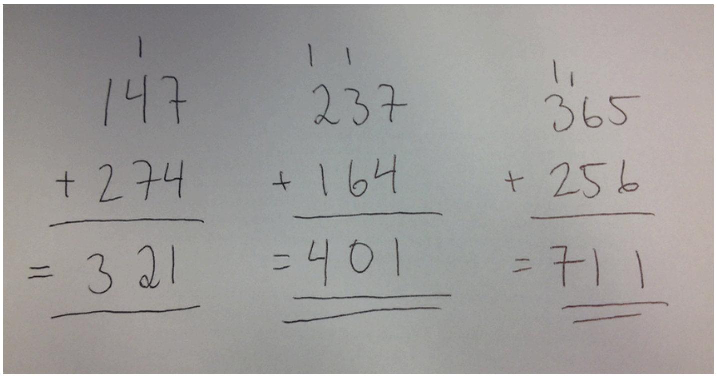
a) 575 + 668

Denne oppgaven tar utgangspunkt i addisjonsalgoritmen. Oppgaven er laget slik at elevene blir nødt til å bruke ”mente” på både ener-, tier-, hundrerplassen. Jeg vil underveis forsøke å få fram hos elevene hva de tenker, og hvorfor de gjør det de gjør.

1.1.1.3 Oppgave 3

Dersom de løser oppgave 2 greit vil jeg prøve ut Van De Walle(2014) sin algoritme. Det er en alternativ addisjonsalgoritme som unngår mente og fokuserer på verdiene til tallene (ibid:241). Algoritmen går ut på å først addere enere, tiere, hundrerne og sette summen av hver enkel addisjon under stykket. Videre skal summen adderes sammen. Fokuset blir på verdien av tallene som kommer klart fram. Dette står i motsetning til standard addisjonsalgoritme, som ender opp som en rekke enkle addisjoner uten noen særlig fokus på verdiene til tallene.

1.1.1.4 Oppgave 4



Oppgave tre bygger på oppgave to. Her blir elevene presentert noen fiktive løsninger på flersifret addisjon og skal vurdere om løsningene er riktige. Dette vil kunne få fram om elevene har en fleksibel forståelse av algoritmen og kan identifisere feil. Det som kan bli spennende med denne oppgaven er om elevene løser det ved å regne ut oppgaven i hodet eller om de kan se feilene ganske umiddelbart.

3.1.2 Utvalg

Ved kvalitative intervju velges informantene ut ved strategisk utvelgelse (Christoffersen & Johannessen, 2012:50). I kvalitative undersøker er det viktigere med et hensiktsmessig utvalg framfor ett representativt, og det finnes flere ulike måter å sette sammen ett hensiktsmessig utvalg på (Miles & Huberman, 1984). Jeg valgte en kriteriebasert utvelgelse, hvor man har bestemte kriterier som skal oppfylles for de som er informanter (Christoffersen & Johannessen, 2012:51). Mine kriterier var at elevene måtte gå på ungdomsskolen, ettersom jeg skulle skille de på karakter. Det andre kriteriet var de skulle ligge rundt karakteren 2 i matematikk, ettersom det er det jeg i oppgaven legger i lavt-presterende elever. Jeg sendte en henvendelse til rektor ved skolen jeg ville samle inn dataene, som igjen tok opp forespørselen på et teammøte på ungdomstrinnet. De var positivt innstilt, så jeg ble tildelt en kontaktperson jeg kunne forholde meg til. Sammen ble vi enige om at de som kjente elevene skulle velge ut elever som passet til kriteriene. Jeg sendte informasjonsskriv til de aktuelle lærerne, som igjen ga skjemaet til elevene som de skulle ta med seg hjem. Det var i utgangspunktet 7 elever som jeg fikk tilgang til via skolen. Den ene eleven var syk og jeg endte derfor opp med 6 elever rundt karakteren 2 på 8. og 9. trinn. Dette antallet passet meg veldig bra i forhold til at jeg da fikk muligheten til å gå i dybden på disse elevenes matematiske kompetanse.

3.2 Analyse

3.2.1 Transkribering

Jeg valgte å ikke transkribere startsamtalen jeg hadde med elevene, fordi samtalen kun var for å gjøre elevene komfortabel med intervjusituasjonen og meg. Derfor har jeg bare transkribert fra vi startet med oppgaveløsning, og til den siste oppgaven var ferdig. Jeg tok utgangspunkt i oppgavene, og transkriberte samtalen knyttet til løsningen av hver oppgave en og en. Dermed fikk jeg den skriftlige løsningen til eleven sammen med samtalen på en side (eller mer) per oppgave. Dette fordi jeg kunne relatere transkriberingen direkte til den skriftlige løsningen til eleven. Etter transkriberingen skrev jeg ut to ganger, og lagde system hvor jeg samlet alle løsninger til hver elev i en bunke, og alle løsningene fra elevene per oppgave i en bunke. Når jeg da skulle analysere kunne jeg ta se på alle løsningene til hver elev, og alle de forskjellige løsningene per oppgave hver for seg.

3.2.2 Analyseringsprosessen

Når man skal analysere data og presentere resultat kan man velge å fokusere på tema eller personer. Dersom man velger tema analyserer man informasjon fra alle deltakerne om hvert tema, mens i personsentrerte tilnærminger rettes oppmerksomheten mot personene i datamaterialet (Thagaard, 2013:157). Ettersom jeg delte transkripsjonen etter oppgave, satt jeg med et begrenset omfang transkripsjonsnotater per oppgave. Dette gjorde at det var lett for meg å få oversikt over elevens tankegang knyttet til de forskjellige oppgavene. Corbin og Strauss (2008) anbefaler å skrive ned alle refleksjoner man gjør seg i gjennomgang av transkripsjonen. Jeg lagde et skjema hvor jeg skrev inn mine kommentarer knyttet til hver oppgave og under er en illustrasjon for hvordan skjemaet så ut:

Tabell 3: Analyseskjema av transkripsjonen

Oppgave	**Data**	**Kompetanse**	**Refleksjoner**	**Teori**
1	0,2 $\boxed{<}$ 0,12 "12 e større enn 2" "æ huske vi har lært at vi skal se på det første tallet først" "Mindre enn to i hvert fall"	Liten forståelse for begrepet og verdiene	Misoppfatning Endrer svar etter tallinja Instrumentell forståelse Kan ikke redegjøre for verdi	Brekke Skemp Sharma

Skjemaet ble grunnlaget for den videre analysen. Ettersom jeg fokuserer på elevene og deres kompetanse, var det naturlig for meg å gjennomføre det Cohen (2007) kaller for personsentrert analyse. Da er fokuset på elevene og det første jeg gjorde da var å analysere hver elev for seg. Når resultatene blir presentert vil jeg starte med den skriftlige løsningen til eleven per oppgave, etterfulgt av et utdrag av samtalen vi hadde mens eleven løste oppgaven. Etter hver oppgave har jeg kommentert generelt om elevens løsninger basert på utdraget av transkripsjonen og løsningen. Når jeg har presentert de tre oppgavene vil jeg summere opp, og komme med en vurdering av elevens kompetanse i forhold til rammeverket for oppgaven. Når man har en personsentrert analyse, kan det være utfordrende å trekke konklusjoner i personsentrert analyse i følge Cohen (2007:467). Utfordringen ligger i at det er mye data per individ som skal samles og sees i sammenheng. For å lette på denne jobben brukte jeg et nytt skjema hvor jeg skrev kort hva jeg hadde funnet hos hver elev på de forskjellige oppgavene. Under er tabellen jeg brukte for å sammenligne elevene:

Tabell 4: Sammenlikning av elevenes løsninger

	1 presentasjon	1 analyse	2a presentasjon	2a Analyse	2b presentasjon	2b Analyse	3 presentasjon	3 analyse
Elev A								
Elev B								
Elev C								
Elev D								

Når jeg presenterer elevenes ulike løsninger på oppgavene vil jeg trekke en sammenlikning mellom elevene med fokus på hva som er gjentakende, og hva som er ulikt ved løsningene til elevene.

3.3 Pålitelighet og gyldighet

Pålitelighet av data i en oppgave betegnes ofte gjennom reliabilitet. Reliabilitet er nøyaktigheten av undersøkelsens data, hvilke data som brukes, måten de samles inn på og hvordan de blir bearbeidet (Christoffersen & Johannessen, 2012:23). Gyldigheten av dataene betegnes ofte gjennom validitet, som er hvor godt dataene representerer fenomenet som blir undersøkt. Begrepene reliabilitet og valididet har hatt en sterk tradisjon innen kvantitativ forskning, men innenfor kvalitativ forskning har relevansen av disse begrepene vært diskutert ettersom de ikke helt treffer en kvalitativ forskning (Bryman, 2012). Dette med tanke på at innen kvalitativ forskning er det gjerne et mindre utvalg, og dermed blir det vanskeligere å generalisere? Derfor blir det introdusert en alternativ tilnærming for å vurdere kvaliteten med kvalitativ forskning. Til erstatning for validitet og relabilitet blir begrepene troverdighet og autentisitet introdusert. Troverdighet deles videre inn i fire deler; kredibilitet, overførbarhet, pålitelighet og bekreftbarhet (2012:390). Essensen i disse fire delene som utgjør troverdighet, er at forskningen er gjennomført i henhold til god forskningsskikk og hvordan undersøkelsen er gjennomført blir detaljert beskrevet. I tillegg skal det være nok tilgjengelig data fra selve undersøkelsen, slik at leseren selv kan vurdere troverdigheten av?

I denne oppgaven er troverdigheten forsøkt styrket ved at det som utgjør grunnlaget for analysen, som er transkripsjon og løsningene, blir presentert sammen med analysen. Dermed kan du som leser vurdere mine analyser direkte fra transkripsjonen. Jeg har også presentert hvordan undersøkelsen er gjennomført på et slikt nivå at det skal være mulig å vurdere om dette er gjennomførbart i andre sammenhenger.

I tillegg til de fire kriteriene for troverdighet, er det fem kriterier for å vurdere oppgavens autentisitet. Disse fem kriteriene er rettferdighet, ontologisk autentisitet, pedagogisk autentisitet, katalytisk autentisitet og taktisk autentisitet. Essensen av disse fem kriteriene om autentisitet, er om oppgaven er tro mot de som er undersøkt, og om forskeren har opptrådd slik at den har oppfordret til å endre forutsetningene og om undersøkelsen er til hjelp for deltakerne (ibid:393).

I oppgaven er autentisiteten blitt forsøkt styrket ved at jeg under intervjuet var opptatt av å ikke å lede elevene, men heller gi elevene tid til å tenke selv og kun spørre hvordan de tenkte framfor å vurdere svarene deres. Jeg har respektert elevens svar og transkribert disse på en ærlig måte. Ettersom fokuset for oppgaven er på å skape ett bedre bilde av matematisk kompetanse på en positiv måte, vil dette kunne hjelpe elevene på en indirekte måte.

3.4 Etikk[3]

Etiske problemstillinger må tas hensyn til fra starten av en undersøkelse til den endelige rapporten er levert. Det er ulike etiske problemstillinger knyttet til ulike stadier i forskningen. I planleggingsfasen inngår de forberedelser som må være i stand, som å innhente samtykke, sikre konfidensialitet og vurdere hvordan konsekvenser studien kan ha for intervjupersonene. For min del, ettersom de jeg skulle intervjue var under 15 år måtte jeg ha samtykke fra foreldre/foresatte. Dette skjemaet sendte jeg til de lærerne som hadde elever som skulle være med, slik at de var signert når jeg ankom skolen hvor intervjuet skulle gjennomføres.

Konfidensialiteten sikret jeg ved å anonymisere skolen, elevene og ved å ikke gjengi hvilket kjønn elevene har. Fra starten av har jeg ikke notert ned navn på elevene, men gitt de navn som elev A, B og så videre. Konsekvensene for elvene som deltok i studiet mitt, vil være at lærerne deres får tilgang på en litt dypere kartlegging av deres matematiske kompetanse. Negative konsekvenser er at de måtte bruke av sin undervisningstid for å delta på undersøkelsen.

---

[3] Der ingenting annet er oppgitt er opplysninger i dette delkapittelet hentet fra Kvale, Brinkmann, Anderssen og Rygge (2009:80-81).

I intervjufasen er det viktig å ta hensyn til at det ikke skapes stress for intervjupersonene og ikke endrer selvbildet til elevene. Dette var en av grunnene til at jeg hadde en før-samtale med elevene, selv om selve samtalen ikke er relevant for å besvare problemstillingen min. Samtidig valgte jeg oppgaver som ikke var så kompliserte at elevene ikke kunne klare dem, selv om oppgavene er i utgangspunkt i tema de ikke behersker fullt ut. Jeg var i tillegg nøye med egen ordlegging i samtalen, slik at de ikke skulle oppfatte det slik at jeg dømte de. Under transkribering av intervjuene er det viktig å foreta en transkripsjon som er lojal mot uttalelsene til intervjupersonene. Derfor har jeg valgt å ikke normalisere språket fullt ut, dermed blir noe av autentisiteten til samtalen bevart. I analysefasen er det viktig å ikke analysere for dypt og kritisk slik at det endrer innholdet i dataen fra intervjupersonene. Derfor har jeg med utdrag av transkripsjonen slik min analyse kan vurderes åpent.

4 Funn

Transkriberingen ga meg et bilde av hvor stort datamaterialet jeg hadde. Denne oppgaven har et begrenset omfang og jeg oppdaget raskt om dersom jeg skulle bruke all data ville det ta for mye plass. Jeg ville ikke hatt mulighet til å gå dypt nok i alle løsningene fra alle elevene, og kvaliteten på analysen ville blitt tilsvarende svekket. Derfor vil jeg presentere analysen av fire elever, ettersom det gir meg mulighet til å gå i dybden da.

4.1 Elevene

Elevene hadde mange av de samme svarene og det meste var rett, noe som viste at vanskeligheten på oppgaven traff. Men forklaringene og løsningsmetodene elevene benyttet seg av var veldig varierte. Videre vil jeg presentere hver elev og forsøke å gi et bilde hver enkelt. Jeg vil gi noen eksempler på både løsningsmetoder og forklaringer. Der kilde ikke er angitt etter direkte sitat er dette fra meg eller eleven.

4.1.1 Elev A

4.1.1.1 Oppgave 1

Oppgaven gikk ut på at elevene fikk tre deloppgaver med desimaltall under 1 hvor de skulle bedømme hva som er størst av disse tallene.

Figur 3: Løsning oppgave 1, elev A

L5 E: Den e den største (peker på 0,12)

L6 I: Hvorfor mene du at den (peker på 0,12) er større enn den (peker på 0,2)

L7 E: Fordi … 12 e større enn 2 … (flirer nervøst)

L8 I: Hvis vi ser litt på tallinja (tar fram tallinja) Kan du plassere de tallan på tallinja?

L9 E: (Markerer 0,2 fort) … (Tenker) …

L10 I: Hvor vil du plassere 0,12?

L11 E: En plass mellom dæm (viser mellom 0,1 og 0,2)

L12 I: Hvorfor vil du plassere den dær?

L13 E: Fordi …(flire nervøst) … det e mindre enn to og større enn en…

L14 I: Okei, hvis vi da ser på oppgaven som du løyste først…

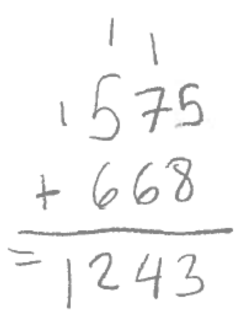
L15 E: Ja, det må være feil … For æ så det på tallinja og æ huske vi har lært at vi skal se på det første tallet først…
L16 I: Okei, så på oppgave a blir svaret?
L17 E: Det må være den andre veien, fordi to e større enn en
L18 I: Vet du hvordan verdi det entallet (peker på ett-tallet på tidelsplassen) har?
L 19 E: Ehh … Mindre enn to i hvert fall …

Eleven er fortrolig med oppgaven og ulikhetstegnene, og bruker disse riktig i forhold til hva eleven mener er rett svar. Eleven argumenterer først for sitt svar at 0,12 er større enn 0,2, med begrunnelsen at tolv er større enn to. Dette er en typisk misoppfatning som beskrevet av Brekke (2002), hvor eleven tenker at lengst tall er størst. Denne misoppfatningen knyttes opp mot et overgeneralisering av regler for naturlige heltall (Greer, 2004; Verschaffel, 2007) slik at eleven ikke gir slipp på at tolv er større enn to.

Eleven endrer sitt svar etter å ha sett på tallinjen, og begrunner sin endring i linje 15 med at de har lært at de "skal se på det første tallet først". Forklaringen viser at eleven kommer på en regel som gjør at den kan svare på oppgaven uten å forstå hva den gjør, som viser at eleven har en instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Eleven viser at den er veldig regelfokusert. I skolematematikken er ofte dette som er å gjøre matematikk: å følge en regel fra læreren og det å kunne matematikk er å huske hvilken regel man skal bruke og kunne gjøre det rett (Lampert, 1990:32).

4.1.1.2 Oppgave 2

Oppgaven gikk ut på å først regne ut et regnestykke med standard addisjonsalgoritme og deretter med en alternativ algoritme fra Van De Walle (2014).



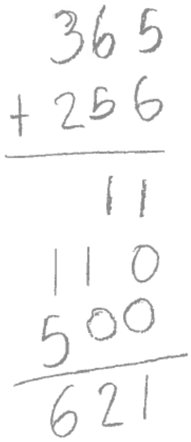
Figur 4: Løsning oppgave 2 standard algoritme, elev A

L4 E: (Regner raskt ut svaret, regner konsekvent fra øverste tall og adderer med nederste tall)
L5 I: Ja, det gikk fort. Hvis æ spør nu, den enern hær (peker på eneren på hundreplassen i mente), hvordan verdi har den?
L6 E: 10.
L7 I: Hvorfor tenke du 10?
L8 E: Ehh … Næi, den e 100 …
L9 I: Hvorfor tenke du 100?
L10 E: Fordi den står på hundreplassen og det e en 100 …

Eleven regner raskt og får riktig svar med standard addisjonsalgoritme. Ettersom eleven er rask er det et tegn på at den er effektiv og trygg i denne situasjonen. Ettersom eleven gjør hvert steg rett, og får rett svar viser eleven presisjon i arbeid med algoritmen. Å være effektiv og presis i utførelse av prosedyrer, er en stor del av det Kilpatrick m.fl. (2001) legger i sin kompetanse flyt, og eleven oppfyller dette og viser derfor god flyt i sin utførelse av denne oppgaven.

Eleven svarer først feil på hvordan verdi tallet har i mente på hundreplassen har, men når jeg spør etter begrunnelse endrer eleven svar. Når jeg da ber om begrunnelse, begrunner også eleven svaret sitt med at menten er på hundreplassen og dette viser forståelse av plassverdisystemet selv om eleven først tar feil.

4.1.1.3 Oppgave 3



Figur 5: Løsning oppgave 3 alternativ algoritme, elev A

L8 I: (Viser den alternative algoritmen ved å gjøre et regnestykke med den) Hvis vi tar det hær støkke, klare du å løse det på den måten?

L9 E: Hvordan støkke?

L10 I: Hvis du tar 365 pluss 256.

L11 E: (Skriver ned og regner ut enerne først) … (Blir usikker, ser på løsningen)

L12 I: Nu har du tatt eneran, ka blir det næste da?

L13 E: Tieran

L14 I: Ja, kor mange tiera har du?

L15 E: 11.

L16 I: Og kor mye blir det?

L17 E: 111

L18 I: 111?

L19 E: Næi, altså vent … 110, ja nu huske æ! (skriver 110 og regner raskt ut hundrerne og skriver ned 500 og legger sammen alle)

L20 I: Har du jobba med den hær før?

L21 E: Ja, bestefarn min har vist mæ den

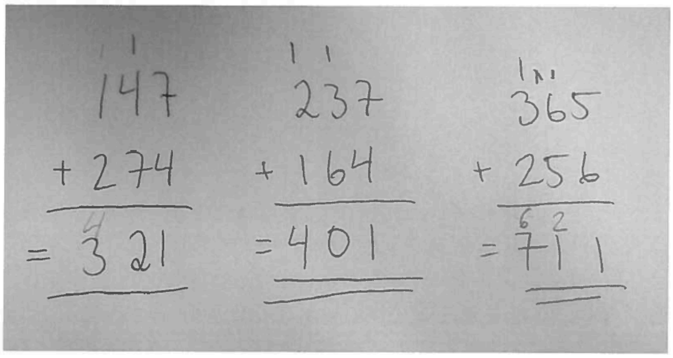
L22 I: Okei, ka du syns om den hær metoden?

L23 E: Æ syns den e litt enklere for da kan man ikke glemme tallet oppe

I arbeidet med den alternative algoritmen fra Van De Walle (2014) går det først tregt. Eleven virker usikker og kan ikke gjøre rede for verdien til 11 tiere som tyder på lite forståelse. Når eleven blir bedt om begrunnelse virker det som eleven tenker seg om og klarer også å komme fram til verdien. Eleven, som har brukt denne algoritmen før, kommer da på hvordan det skal gjøres, og gjør resten presist. Dette viser igjen at eleven har en god flyt, i forhold til Kilpatrick m.fl. (2001) som legger vekt på å være presis i kategorien flyt.

4.1.1.4 Oppgave 4

Oppgaven gikk ut på å vurdere noen løsninger som var gjort med flersifret addisjon for å vurdere om det var rette eller gale løsninger.



Figur 6: Løsning oppgave 4, elev A

Når eleven løste oppgaven fulgte en samtale, under er et utdrag av samtalen:

L11 I: Hvis du ser på hver av dæm, har dæm gjort rett?

L12 E: (Teller fra høyre til venstre som om hun løser den skriftlig.) Den første e feil.

L13 I: Hvorfor det?

L14 E: Fordi.. (Viser med blyant på arket) det skal være en dær oppe (skriver ett-tall over hundrerplassen) sånn at det blir fire dær (skriver fire over tre-tallet på hundrerplassen i svaret)

L15 I: Ja. Neste da?

L16 E: (Løser den også som om hun løser den skriftlig) Den er riktig.

L17 I: Hvorfor er den riktig?

L18 E: Fordi æ vet det.

L19 I: Hvordan vet du det?

L20 E: Det e gjort riktig … (ser på mæ) … Æ ser at det e gjort riktig …

L21 I: Neste da?

L22 E: (Begynner å løse oppgaven) Den enern (peker på eneren som er plassert i mente midt mellom tre og seks) skal den være dær eller dær (viser på arket om det er i mente på tier- eller hundreplassen)?

L23 I: Det vet æ ikke, for det e ikke æ som har løst den. Hva tror du?

L24 E: Vet ikke, men det e i alle fall feil, og det skal være to hær (viser på summen) og seks hær (viser på summen) … Kanskje har han telt den i mente dær to gang (viser på hundrerne) og glemt at den ene skal på tieran...

Eleven går gjennom løsningene, som om eleven selv skulle løst oppgaven, og finner raskt ut om det er rett og hva som eventuelt er feil. Argumenterer med hvorfor noe er feil ved å vise til hvordan det skal gjøre,s i følge algoritmen som igjen viser at eleven har god kontroll på algoritmen og er veldig knyttet til denne. Blir litt satt ut når den ene i mente er plassert litt skjevt, som var min intensjon, men tar seg inn og klarer også å identifisere hva som er gjort feil også i den siste løsningen på en god måte. Summert opp viser dette meg, som i oppgave to, at eleven har god kontroll på addisjonsalgoritmen.

4.1.1.5 Hvilken kompetanse viser elev A?

I oppgave 1 markerer eleven raskt hvordan den mener ulikhetstegnene skal stå, men gjør ikke dette riktig. Eleven sier at 0,12 er større en 0,2 fordi 12 er større en 2, noe som er en kjent misoppfatning. Dette viser manglende forståelse for begrepet. Det er først når eleven får se tallinjen at eleven viser noen grad av forståelse for begrepet desimaltall, ettersom eleven klarer å plassere tallene riktig på tallinja. Forståelsen som vises er begrenset mot en regel eleven kan, som eleven sier i linje 15 ”huske at vi har lært (...)” og er dermed instrumentell i tråd med Skemps (1976) instrumentelle forståelse. Dette viser fordelen med oppgaveintervju kontra en standard test som ikke ville endret elevens svar. Ettersom eleven bruker mye tid, er usikker på prosedyren, og i tillegg ikke kan bruke den presist viser den liten grad av flyt. For å oppnå høyere grad av flyt kreves det effektivitet, presisjon og fleksibilitet i henhold til rammeverket for oppgaven.

Eleven regner derimot raskt ut svaret i oppgave 2 og er veldig effektiv og presis i sin utregning. Eleven svarer først 10 på spørsmålet mitt om hvilken verdi 1-tallet på hundrerplassen har, og viser dermed først liten forståelse for plassverdisystemet. Gjennom dialog fram til og med linje 10, der jeg kun etterspør begrunnelse for svar, kommer eleven fram til rett svar. Eleven argumenterer så for svaret sitt, i linje 10, og bruker matematisk språk gjennom begrepet hundreplass.

I oppgave 3 går det saktere og eleven er avhengig av noe hjelp for å komme seg i gang. Eleven viser lite kjennskap til operasjonen og dermed lite flyt. Når jeg etterspør verdien til 11 tiere svarer eleven først 111 i linje 17, og viser dermed først liten forståelse for plassverdiene. Etter å ha blitt spurt om begrunnelse, kommer eleven med riktig svar i linje 19. Jeg etterspør ikke noe mer begrunnelse for selve svaret, og får dermed ikke fram noe matematisk argumentasjon for svaret. Eleven er veldig opptatt av at den husker hvordan algoritmen skal utføres og blir da veldig effektiv og presis i utførelsen.

I oppgave 4 finner eleven raskt ut hva som er rett og galt i løsningene som er gitt. Dette viser at eleven har god kjennskap til algoritmen som gjør at den kan være effektiv når oppgaven skal løses. Eleven peker også på hva som er feil og noterer ned korrekt hva som er feil og viser dermed at den er presis i sin løsning. Oppsummert viser det at eleven har en viss grad av fleksibilitet ettersom dette ikke bare er en vanlig utregningsoppgave med addisjonsalgoritmen. Eleven argumenterer ikke ved hjelp av matematisk språk, men heller kunnskap til algoritmen som vi ser i linje 14, hvor eleven viser feilen og skriver hva som er rett. I linje 20 argumenterer eleven med at den vet det er rett, mens i linje 24 klarer også eleven og se hva som er gjort feil i oppsettet av algoritmen.

I følge det teoretiske rammeverket for oppgaven krever lavt nivå av flyt kjennskap til prosedyrer, middels nivå krever i tillegg effektivitet og presisjon, mens høyt nivå også krever fleksibilitet. Eleven har absolutt kjennskapen og er i tillegg effektiv og presis, spesielt i oppgave 2 og 4 som dreier seg om addisjonsalgoritmen. Eleven viser noen grad av fleksibilitet, men er også veldig knyttet opp mot regler den har lært. Som helhetsbilde er dette en elev som er over lavt nivå, ettersom eleven har mer enn kjennskap til prosedyrene, men samtidig ikke på høyt nivå fordi den er for lite fleksibel til å oppnå det. Derfor ender jeg på at denne eleven er på middels oppnåelse av flyt i henhold til det teoretiske rammeverket for oppgaven.

I følge det teoretiske rammeverket for oppgaven krever lavt nivå av forståelse kjennskap til begreper, middels nivå krever i tillegg forståelse og evne til å håndtere, mens høyt nivå også krever at evnen til å utvide og abstrahere. Eleven viser liten forståelse for desimaltall og forståelsen som kommer fram er veldig instrumentell. I arbeidet med addisjonsalgoritmen og plassverdi viser eleven evne til å forstå begrepet som i linje 19 i oppgave 3 hvor eleven kan redegjøre for verdien av 11 tiere. Eleven kjenner til begreper og kan tidvis håndtere og vise forståelse for disse. Eleven har ikke en fullverdig forståelse og håndtering av begrepene, men har samtidig mer enn bare kjennskap til begrepene. Som helhetsinntrykk vil jeg derfor si at eleven ligger mellom lav og middels oppnåelse av forståelse.

4.1.2 Elev B

4.1.2.1 Oppgave 1

Oppgaven gikk ut på at elevene fikk tre deloppgaver med desimaltall under 1 hvor de skulle bedømme hva som er størst av disse tallene.

Figur 7: Løsning oppgave 1, elev B

L1 I: Bare å begynne med oppgave en. Kjenne du de tegnan dær?

L2 E: Mhm.

L3 I: Begynn bare med a.

L4 I: Når du skriv sånn (kråketegn mot 0,12) hva mener du e størst.

L5 E: Den (peke på 0,12)

L6 I: Hvordan tenker når du finn hva som e størst?

L7 E: Dem har jo størst tall dem æ har markert.

L8 I: Ok, hvis vi ser litt på tallinja. Har dåkker jobba med det?

L9 E: Ja.

L10 I: Huske du noe fra dåkker jobba med den?

L11 E: Ja.

L12 I: Hvis æ markere 0,2 med pil hær. Hvor vil du markere null - komma - en - to?

L13 E: Her (Viser til høyre for 0,2.

L14 I: Kordan tenke du da?

L15 E: Ser usikker ut

L16 I: Æ prøve bare å vite ka du tenke, må ikke være redd for si det.

L17 E: Ehhh… Må være dær fordi tolv e større enn to og det blir større til høyre..

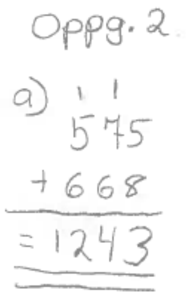
L18 I: Ja, okei.

Eleven er fortrolig med oppgaven og ulikhetstegnene og bruker disse riktig i forhold til hva eleven mener er rett svar. Når eleven skal finne rett svar, spør jeg hva den tenker og eleven svarer i linje 7 at ”dem har jo størst tall dem æ har markert”. Dette er en typisk misoppfatning beskrevet av Brekke (2002), hvor eleven tenker at lengst tall er størst. Denne misoppfatningen knyttes opp mot et overgeneralisering av regler for naturlige heltall (Greer, 2004; Verschaffel, 2007) slik at eleven ikke gir slipp på at 12 er større enn 2.

Når eleven blir konfrontert med tallinjen, velger ikke eleven å endre på sitt svar. Jeg markerte først 0,2 på tallinjen for å så be eleven markere 0,12. Eleven viser da på tallinjen at den vil markere det til høyre for 0,2. Når jeg spør hvorfor svarer eleven i linje 17 at det ”må være dær fordi 12 e større enn to og det blir større til høyre”. Eleven viser dermed at den vet at tallene blir større til høyre på tallinjen, men dette er instrumentell forståelse, fordi eleven svarer uten å forstå hva oppgaven handler om.

4.1.2.2 Oppgave 2

Oppgaven gikk ut på å først regne ut et regnestykke med standard addisjonsalgoritme og deretter med en alternativ algoritme fra Van De Walle (2014).



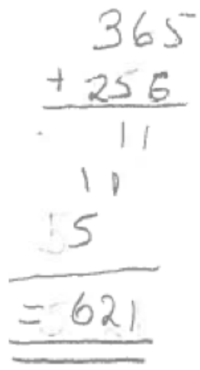
Figur 8: Løsning oppgave 2 standard algoritme, elev B

Når eleven løste oppgaven fulgte en samtale, under er et utdrag av samtalen:

L6 I: Du kan bruke arket hvis du vil.
L7 E: (løser den på arket rett)
L8 I: Det gikk fort. Føle du at du kan den algorimen?
L9 E: Mhm.
L10 I: Kordan verdi har det 1 tallet dær? (peker på 1-tallet i mente på hundreplassen)
L11 E: Verdi?
L12 I: Ja, e det bare en ener eller står den for nåkka?
L13 E: Det e en ener som æ skal legge sammen med de dær…
L14 I: Okei..

Eleven regner raskt og får riktig svar med standard addisjonsalgoritme. Ettersom eleven er rask er det et tegn på at den er effektiv i denne situasjonen, og ettersom den gjør hvert steg rett og får rett svar viser elevens presisjon i arbeid med algoritmen. Eleven kan ikke redegjøre for hvordan verdi tallet i mente på hundreplassen har. Eleven skjønner ikke hva jeg spør om når jeg spør om verdien, så jeg prøver å omformulere meg og spør om det bare er en eneer eller om den står for noe. Eleven svarer i linje 13 at ”det e en ener som æ skal legge sammen med de dær”. Eleven viser dermed liten forståelse for plassverdien og viser et klart regelfokus med begrunnelsen ”som æ skal legge sammen med de dær”.

4.1.2.3 Oppgave 3



Figur 9: Løsning oppgave 3 alternativ algoritme, elev B

Når eleven løste oppgaven fulgte en samtale, under er et utdrag av samtalen:

L6 E: (Setter i gang). Ser på min løsning hele tiden, velger å ikke skrive ut tallene.

L7 I: Du skriv ikke hele tallet, e det en grunn til det?

L8 E: Syns det e greit sånn

L9 I: Okei, siste da?

L10 E: (tenker) Det blir 5, men kor skal det stå?

L11 I: Du får prøve

L12 E: (skriver fem på tusenplassen og regner ut. Får da svaret 5121.)

L13 I: Ka du tænke om det svaret?

L14 E: Det e kanskje litt stort? (ser på meg)

L15 I: Okei, vil du gjøre nåkka annerledes?

L16 E: Kanskje ... (Visker ut svaret og starter på nytt, men beholder svarene på 5 +6 både på tier og hundrerplassen)

L17 I: Prøv gjerne å tenk høyt

L18 E: Æ trur den skal være under dær (viser på hundrerplassen, under 3 og 5).

L19 I: Okei.

L20 E: (Regner ut og får riktig svar)

L21 I: Kordan verdi har det tallet dær da? (Viser på femtallet på hundrerplassen)

L22 E: Fem. to pluss tre blir fem så..

I oppgave 3 når eleven arbeider med den alternative algoritmen ser eleven mye på min løsning. Eleven skriver ikke ut tallene og skriver for eksempel 11 istedenfor 110, men plasserer 11 på ”rett plass” slik at verdien blir riktig. Eleven blir veldig usikker når det plusser 2 og 3 på hundreplassen og vet ikke hvor den skal plassere 5-tallet. Eleven plasserer det først slik at det tilsvarer 5000 og får derfor feil svar. Jeg spør eleven hva den tenker om svaret, og eleven svarer i linje 14 at det kanskje er litt stort. Når jeg spør eleven om den vil gjøre noe annerledes svarer eleven kanskje og visker ut sitt svar. Eleven plasserer så 5-tallet på rett verdi (hundrerplassen) og regner ut og får rett svar. Når jeg peker på 5-tallet i svaret og etterspør verdien svarer eleven 5 og begrunner det med 2 pluss 3 er fem.

4.1.2.4 Oppgave 4

Oppgaven gikk ut på å vurdere noen løsninger som var gjort med flersifret addisjon for å vurdere om det var rette eller gale løsninger.

L7 E: Det skal …Ehm… Være en sånn eneer hær (peker over hundreplassen) Så skal det bli fire da.
L8 I: Mhm, neste da?
L9 E: Gjort rett.
L10 I: Det e du sikker på? Hvordan ser du om det er riktig?
L11 E: Æ regne bare i hodet og ser om det e rætt.
L12 I: Enn næste da?
L13 E: Den e feil. Skal være to der og så bare seks dær.
L14 I: Ser du ka han har gjort feil?
L15 E: Han har …ehm… Regna feil.

Eleven går gjennom løsningene og identifiserer raskt feilene som er gjort. Eleven gjør dette i hodet, og peker der den ser det er gjort feil som eleven sier selv i linje 11: ”Æ regne bare i hodet og ser om det e rett”. I motsetning til elev A, kan ikke eleven argumentere for hva som er gjort feil i den siste løsningen. Summert viser dette meg at eleven har god kontroll på addisjonsalgoritmen.

4.1.2.5 Hvilken kompetanse viser elev B?

I oppgave 1 markerer eleven raskt hvordan den mener ulikhetstegnene skal stå, selv om det ikke er riktig bruker eleven tegnene korrekt i forhold til hva den tror er riktig svar. Selv om eleven svarer feil, viser den effektiv bruk av prosedyren som er en av kriteriene for middels oppnåelse av flyt. Eleven har i likhet med elev A misoppfatningen om at 0,12 er større en 0,2 fordi 12 er større en 2 slik den gir uttrykk for i linje 7: ”Dem har jo størst tall dem æ har markert”. Det viser lite forståelse for begrepet. Det som skiller elev B fra elev A er at den ikke endrer oppfatning etter å blitt konfrontert med tallinja. Eleven står på sitt svar, og begrunner i linje 17 for at 0,12 må stå til høyre for 0,2 fordi ”må være dær fordi 12 e større enn to og det blir større til høyre..”. Igjen viser eleven forståelse for tallinjen, med at den vet at ”det blir større til høyre”. Forståelsen er instrumentell, da den kan prosedyren og hvordan tallinja fungerer, men ikke viser forståelse for selve verdiene på tallinja.

I oppgave 2 regner eleven raskt ut svaret og er veldig effektiv og presis i utregningen. Å være effektiv og presis i utførelse av prosedyrer, er en stor del av det Kilpatrick m.fl. (2001) legger i sin kompetanse flyt. Dette oppfyller eleven og viser derfor god flyt i sin utførelse av denne oppgaven. I dialog fra linje 10 til 13 etterspør jeg verdien til ett-tallet i mente på hundreplassen. Eleven forstår ikke spørsmålet, og hva jeg legger i begrepet verdi. Jeg stiller videre ett spørsmål som kan være ledende når jeg spør om det bare er en ener eller om den står for noe. Eleven svarer i alle fall at det er en ener som ”æ skal legge sammen med de dær”. Eleven kan ikke argumentere matematisk for verdien og viser lite forståelse for plassverdiene.

I oppgave 3 er eleven usikker, da dette ikke er en kjent metode. Eleven ser på mitt eksempel mens den regner ut. Velger å ikke skrive ut tallene som er en av hovedtankene bak denne metoden, og begrunner med at ”det e greit sånn”. Eleven får problemer når den skal regne ut sifrene på hundrerplassen. Blir usikker på hvor det skal stå og viser lite kjennskap til plassverdiene. Ender først med å skrive fem på tusenplassen og får et svar over 5000. Vurderer at svaret er litt stort og visker ut fem-tallet på tusenplassen og prøver på nytt. Dette viser liten flyt. Når jeg ber om verdi til fem-tallet på hundreplassen svarer eleven 5 og begrunner det i linje 22 med at ”2 pluss 3 blir fem så..”. Viser i likhet med oppgave 2 dermed liten forståelse for plassverdiene.

I oppgave 4 er eleven rask og presis med å finne ut hva som er galt og viser god kjennskap til algoritmen som gjør det lett å være effektiv i oppgaveløsningen, og har med dette middels oppnåelse av flyt. Eleven går gjennom løsningene og viser meg hva som er gjort feil på løsning 1 og 3. Løsning 2 er eleven sikker på at er gjort rett og begrunner med at den regner i hodet og ser om det er rett. Dermed viser eleven også en grad av fleksibilitet med bruk av addisjonsalgoritmen, da denne oppgaven er litt annerledes enn vanlige oppgaver med addisjonsalgoritmen.

Eleven har, i minste fall, kjennskap til både addisjonsalgoritmen og ulikhetstegnene. Eleven er effektiv og presis i oppgave 2 og 4 som omhandler addisjonsalgoritmen i likhet med elev A. Eleven er effektiv i bruk av ulikhetstegnene, men er ikke presis da eleven ikke har forståelse for verdiene. Som helhetsbilde er dette en elev som er på lavt oppnåelse av flyt, men samtidig på middels oppnåelse i gitte oppgaver. Derfor ender jeg på at denne eleven er mellom lav og middels oppnåelse av flyt.

Eleven viser liten, eller ingen, forståelse for desimaltall. Eleven viser heller ikke noe forståelse for plassverdisystemet. Som helhetsinntrykk vil jeg derfor si at eleven er på lav oppnåelse av forståelse.

4.1.3 Elev C

4.1.3.1 Oppgave 1

Oppgaven gikk ut på at elevene fikk tre deloppgaver med desimaltall under 1 hvor de skulle bedømme hva som er størst av disse tallene.

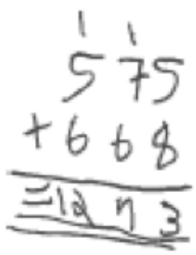
Figur 10: Løsning oppgave 1, elev C

L6 I: Når du skriv sånn, ka du mene som e størst?
L7 E: Eh, hva mener du?
L8 I: Når du skriv sånn (peker på ulikhetstegnet i første oppgaven), ka du mene e størst?
L9 E: 0,2
L10 I: Okei. Kordan tænke du da?
L11 E: Du kan bare se for dæ en null dær (peker bak 0,2) og da blir jo det som e størst
L12 I: Okei. Koffer bare en null?
L13 E: Fordi da blir det like mange bak komma liksom.

Eleven er fortrolig med oppgaven, og svarer raskt og effektiv med riktig bruk av ulikhetstegnene. Eleven har også rett svar på første forsøk, i motsetning til elev A og B. Når jeg etterspør begrunnelse for svaret, svarer eleven at ”du kan bare se for dæ en null dær” og dermed at det står 0,20 og det da blir størst. Jeg spør videre hvorfor det bare skal være en null og eleven svarer at det er fordi det da blir ”like mange bak komma”. Eleven viser dermed at den vet at man kan legge til tall bak siste siffer når det er desimaltall og dermed sammenligne tallene når de er like store. Om eleven kun har kjennskap til denne regelen, eller forstår hvorfor man kan gjøre det fikk jeg ikke fram i undersøkelsen.

4.1.3.2 Oppgave 2

Oppgaven gikk ut på å først regne ut et regnestykke med standard addisjonsalgoritme og deretter med en alternativ algoritme fra Van De Walle (2014).

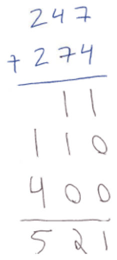


Figur 11: : Løsning oppgave 2 standard algoritme, elev C

L3 I: Det gikk fort, føle du at du har kontroll på den algoritmen dær?
L4 E: Ehm, ja
L5 I: Hvordan verdi har det ett tallet dær (peke på 1-tallet i mente på hundreplassen)
L6 E: 100
L7 I: Okei.

Eleven løser oppgaven med standard algoritme raskt og viser effektivitet. Eleven får også rett svar og er dermed presis i sin utførelse av algoritmen. Dette er to av kriteriene for å oppnå middels grad av flyt. Eleven kan også argumentere for verdien til ett-tallet i mente når jeg etterspør denne. Dette vitner om god forståelse for plassverdiene.

4.1.3.3 Oppgave 3



Figur 12: : Løsning oppgave 3 alternativ algoritme, elev C

L6 E: (studerer min løsning og regner så raskt ut oppgaven)
L7 I: Ka du syns om den måten?
L8 E: Grei
L9 I: Grei?
L10 E: Ja, altså det gikk fint.
L11 I: Ville du helst brukt den eller den andre?
L12 E: Egentlig det samme, men e vant til den andre.

I arbeidet med den alternative algoritmen studerer eleven først hvordan jeg hadde løst eksemplet og viser litt usikkerhet. Etter å ha studert mitt eksempel går eleven over til å løse oppgaven som er gitt og gjør dette raskt. Eleven får riktig svar og gir ingen uttrykk for om den foretrekker denne metoden for den andre. Eleven heller mot standard algoritme som den sier i linje 12 ”egentlig det samme, men e vant til den andre”.

4.1.3.4 Oppgave 4

Oppgaven gikk ut på å vurdere noen løsninger som var gjort med flersifret addisjon for å vurdere om det var rette eller gale løsninger.

L3 E: Æ trur den dær e feil (peker på den første løsningen). For hvis det hær blir tolv (1+4+7 på tierplassen) så måtte det vært sånn ener dær (i mente over hundrerplassen). Trur æ.
L4 I: Du trur eller du vet?
L5 E: Æ vet…
L6 I: Neste da?
L7 E: Den e riktig?
L8 I: Det vet du?
L9 E: Mh.

L10 I: Korsn vet du det?

L11 E: Fordi æ ser at han har regna riktig når æ går over det…

L12 I: Mmh.. Neste da?

L13 E: Står den enern dær eller dær?

L14 I: Det vet æ ikke kor den skal stå, det e ikke æ som har løst oppgaven…

L15 E: Han har gjort feil på den hær..

L16 I: Ka du trur du han har gjort feil da?

L17 E: Han har liksom skreve ener som e verd 10 på hundrerplassen så han har to hundrera når han egentlig har en… og da har han ikke fått med den ene tiern…

Eleven går gjennom løsningene og identifiserer korrekt de svarene som er rett og galt. Argumenterer for hva som er feil og viser hvordan det skulle vært gjort i henhold til standard algoritme. Viser dermed at den, i likhet med begge foregående elever, har kontroll på addisjonsalgoritmen. Klarer også å identifisere feilen som er gjort i den siste løsningen på en god måte og forklarer omstendig hvordan det er gjort feil

4.1.3.5 Hvilken kompetanse viser elev C?

I oppgave 1 markerer eleven raskt hvordan ulikhetstegnene skal stå og gjør dette riktig i motsetning til elev A og B. Eleven begrunner i linje 11 sine svar med at man kan se for seg ”en null dær” bak 0,2. Videre i linje 13 presiserer eleven at man kan sammenligne tallene når de har ”like mange bak komma”. Dette viser at eleven vet at 0,2 er like stort som 0,20 og skiller seg dermed ut fra elev A og B i forståelsen av begrepet. Det er mulig en regel de har lært, at man bare kan ”legge på en null bak”, men eleven har i så fall kontroll på den.

I oppgave 2 regner eleven raskt ut og viser effektivitet i utregningen. Eleven får også rett svar og gjør operasjonen rett, dermed er eleven presis i sin utregning og er på middels oppnåelse av flyt. Eleven kan i tillegg redegjøre godt for verdien til tallet i mente slik jeg etterspør, og viser forståelse for begrepet plassverdi. Dette tilsvarer middels oppnåelse av forståelse.

I oppgave 3 med alternativ algoritme bruker eleven først litt tid med å se på min løsning. Når eleven da starter med å løse oppgaven ser den ikke på min løsning og regner raskt ut svaret. I motsetning til dialogen med elev A og B spør jeg ikke etter verdien, noe som er en glipp fra min side. Men eleven evner raskt regne ut at 40 + 70 er 110 og skriver det ned, noe som vitner på forståelse for dette.

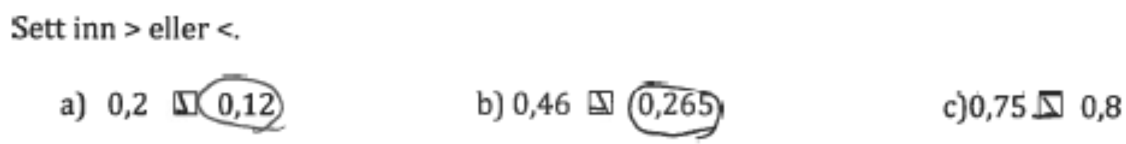
I oppgave 4 finner eleven raskt feilene som er gjort og viser dermed god kjennskap til algoritmen. Eleven kan peke på hva som er gjort feilog argumentere for hvorfor det er feil, dermed viser eleven presisjon i sin kjennskap til algoritmen. Disse faktorene sammen viser meg at eleven har en viss grad av fleksibilitet, ettersom dette ikke bare er en vanlig utregningsoppgave med addisjonsalgoritmen.

Eleven har både kjennskap og forståelse for ulikhetstegnene og addisjonsalgoritmen. Elev C står i kontrast til elev A og B, med at den er effektiv og presis i utregningen på alle tre oppgavene. Eleven oppnår derfor middels grad av flyt, og er sammenlignet med de andre elevene et steg høyere også. Jeg ender derfor opp på at denne eleven er mellom middels og høy oppnåelse av flyt. Eleven viser forståelse for desimaltall, plassverdisystemet og det eleven ellers blir spurt om. Eleven viser ikke at den har en relasjonell forståelse av alle begrepene, men er sammenlignet med elev A og B på et høyrere nivå av forståelse. Jeg ender derfor opp på at eleven også her, ligger mellom middels og høy oppnåelse.

4.1.4 Elev D

4.1.4.1 Oppgave 1

Oppgaven gikk ut på at elevene fikk tre deloppgaver med desimaltall under 1 hvor de skulle bedømme hva som er størst av disse tallene.



Figur 13: Løsning oppgave 1, elev D

L4 E: (Løser oppgavene korrekt)
L5 E: … Næi vent, ka som e størst?
L6 I: Ka som e størst ja.
L7 E: Da har æ jo gjort feil allerede.
L8 I: Men da kan du bare endre med å sætte ring rundt det du mene e riktig heller da.
L9 E: (Endrer svarene sine til feil på alle)
L10 I: Hvordan tenke du?
L11 E: Tenke det som e nærmest 1..

L12 I: Nærmest 1?

L13 E: Ja, men æ trur æ har feil på dæm…

L14 I: Hvorfor trur du at du har feil?

L15 E: Jo, for 0,2 e jo nærmere 1 enn 0,12….

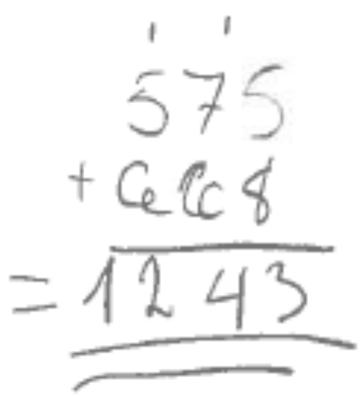
L16 I: Så ka som e størst da?

L17 E: 0,2 e nærmest 1. 0,46 e nærmest 1 og 0,8 e nærmest 1….

Eleven starter med å markere og får rett svar. Blir så usikker og spør om det er det som er størst som skal markeres. Når jeg bekrefter at den skal markere størst, sier den at den har gjort feil, så gjør om på svarene sine slik at de blir feil. Med dette viser eleven meg at den først ikke har kontroll på ulikhetstegnene og når eleven da markerer slik den tror den har gjort rett er det feil svar. Dette viser at eleven ikke har forståelse for begrepet. Når jeg spør eleven hvordan den tenker svarer eleven at den tenker på hva som er nærmest 1. I det eleven svarer det, sier eleven at den har gjort feil da og begrunner det med at 0,2 er nærmere 1 en 0,12. På dette tidspunktet hadde jeg tenkt å ta fram tallinjen, men eleven fikk tenkt seg om og får riktig svar og kommer med en god begrunnelse for sine svar også og viser dermed forståelse.

4.1.4.2 Oppgave 2

Oppgaven gikk ut på å først regne ut et regnestykke med standard addisjonsalgoritme og deretter med en alternativ algoritme fra Van De Walle (2014).



Figur 14: Løsning oppgave 2 standard algoritme, elev D

L6 E: (Regner ut raskt svaret)
L7 I: Ja, det gikk greit. Føle du at du har kontroll på det?
L8 E: Ja, det va jo enkle tall
L9 I: Ka e verdien til det tallet (viser på 1-tallet i mente på tierplassen)
L10 E: Det e jo en ener, som egentlig blir 10 da
L11 I: 10?
L12 E: Ja, for man har fem pluss åtte som blir tretten og da e det tre dær (peker på enerplassen i svaret) og ti dær (peker på ett-tallet i mente på tierplassen)

Eleven regner raskt ut svaret og viser effektivitet i utregningen. Eleven får rett svar og viser presisjon i sin utregning. Viser dermed at den oppfyller kriteriene for middels oppnåelse av flyt i henhold til det teoretiske rammeverket for oppgaven. Eleven kan også svare for verdien til ett-tallet i mente når jeg etterspør det og argumenterer for det ved å forklare at det er svaret for åtte pluss fem som blir tretten og at ett-tallet i mente representerer ti. En god forklaring som viser forståelse for plassverdiene.

4.1.4.3 Oppgave 3

Eleven ønsket ikke å prøve seg på den alternative algoritmen, og jeg merket at jeg ikke kunne motivere eleven til det.

4.1.4.4 Oppgave 4

Oppgaven gikk ut på å vurdere noen løsninger som var gjort med flersifret addisjon for å vurdere om det var rette eller gale løsninger.
L4 E: Den første e feil
L5 I: Koffer sir du det?
L6 E: Fordi dæm har glemt en ener dær sånn at det skal bli fire…
L7 I: Mhm, neste da?
L8 E: Tenker…..
L9 E: Den e rætt.
L10 I: Korsen vet du at den e rætt
L11 E: Fordi når du har sånn mer enn 10 hær så blir det 1 dær sånn at det blir 10 og da blir det en 1 dær åsså så det blir fire…
L12 I: Neste da?
L13 E: Tenker….
L14 E: Den e feil.

L15 I: Koffer e den feil?
L16 E: For når du regne med den enern dær så skal det bli 12 åsså skal det bare være seks dær..
L17 I: Ka du trur han har gjort feil da?
L18 E: Æ vet ikke, han har bare regna feil….

Eleven identifiserer hva som er rett og galt og argumenterer med hvordan det skulle vært gjort med å henvise til hvordan det skal gjøres i algoritmen. Eleven går gjennom løsningene og peker korrekt på hva som er rett og galt. Eleven ser at den tredje løsningen er feil, men klarer ikke å sette ord på hva som er feil.

4.1.4.5 Hvilken kompetanse viser elev D?

I oppgave 1 markerer eleven raskt hvordan den mener tegnene skal stå og har rett svar. Med første vurdering kunne det dermed se ut til at eleven hadde forståelse for begrepet og kunne bruke ulikhetstegnene. Når eleven får bekreftet hvordan ulikhetstegnene skal brukes, viser det at eleven ikke har brukt de riktig i forhold til hva den tror er riktig svar. Eleven viser dermed ikke god kjennskap til ulikhetstegnene. Når eleven i tillegg har endret svaret slik at det blir feil, viser det liten forståelse for begrepet. Når jeg derimot ber om begrunnelse endrer eleven igjen sitt svar på bakgrunn av at han nå kommer på at han skal se på hva som er nærmest 1 for å vite hva som er størst når det er snakk om desimaltall. Eleven er tydeligvis veldig usikker, men gjennom dialogen virker det som om eleven får roet seg ned og eleven ender opp med å forklare på en god måte hva som er størst med å henvise til at man skal se hva som er nærmest 1 og også kan si hva som er nærmest 1 på alle tre oppgavene. Eleven ender derfor opp med å vise forståelse for begrepet, men den er noe begrenset da eleven endrer svaret sitt flere ganger.

I oppgave 2 er eleven effektiv og rask, slik middels oppnåelse for flyt krever. Eleven uttrykker i linje 8 at det var enkle tall og virker veldig komfortabel. I linje 9 – 12 har vi en dialog om verdien til 1-tallet i mente på tierplassen. Begrunnelsen til eleven hvor den trekker inn at 1-tallet står for 10 ettersom 5 + 8 blir 13 og 3 tallet står på enerplassen, er veldig god og viser best forståelse av plassverdiene av alle elevene fordi den er mer dekkende en at tallet har verdien 10.

Når jeg skal få eleven til å regne ut med hjelp av alternativ algoritme er eleven veldig motvillig og ønsker ikke å gjøre det. Jeg vil ikke presse eleven og merker at det er vanskelig for meg å motivere eleven til å prøve, derfor droppet jeg oppgaven.

I oppgave 4 er eleven rask og presis med å finne ut hva som er galt og viser igjen god kjennskap til standard addisjonsalgoritme. Eleven forklarer omstendig hva som er gjort galt der det er gjort feil og viser dermed seg effektiv i løsningen. Eleven viser i likhet med de andre elevene tegn til fleksibilitet, da oppgaven er ulik vanlige oppgaver med addisjonsalgoritmen.

Eleven viser først lite kjennskap til ulikhetstegnene og er usikker på bruken av de, men kommer fram til riktig svar uten å bruke tegnene til slutt. Eleven er effektiv og presis med addisjonsalgoritmen i både oppgave 2 og 4, men vil ikke prøve seg på oppgave 3. Eleven er ikke fult på middels oppnåelse av flyt og som helhetsinntrykk vil jeg derfor si at eleven ligger mellom lav og middels oppnåelse av flyt.

Eleven viser først liten forståelse for desimaltall i oppgave 1, men etter litt betenkning viser eleven at den har god forståelse for desimaltall. Det er mer usikkerhet opp mot prosedyren som står i veien for at eleven viser sin forståelse først, da forståelsen kommer fram når eleven svarer uten å bruke ulikhetstegnene. Eleven viser god forståelse for plassverdi når jeg etterspør dette og som helhetsinntrykk vil jeg si at eleven er i likhet med elev C mellom middels og høy oppnåelse.

4.2 Oppgavene

4.2.1 Oppgave 1

Oppgaven var utformet for å teste om elevene hadde grunnleggende forståelse for desimaltall og plassverdisystemet. Ett annet poeng med designet på oppgaven var å teste om elevene hadde misoppfatningen om at lengste tall er størst. Det var også intensjonen og be elevene plassere tallene på tallinja dersom de de hadde misoppfatningen, eller ikke kunne vise noe forståelse for desimaltall.

Elev A og B hadde begge feil på oppgaven. Når jeg da viste de tallinjen reagerte de forskjellig. Elev A endret sitt svar, mens elev B valgte å ikke gjøre det. Elev B plasserte heller tallene på tallinja, etter sitt opprinnelige svar. Elev C og D hadde ikke behov for å se på tallinja, da de kunne svare rett og begrunne sine svar. Elev D var veldig usikker i plasseringen av tegnene, og gikk fra å ha rett svar til og ha feil svar og tilbake til rett svar. Dette kan skyldes at eleven var usikker på både meg og rett for å ha feil. Selv om jeg ikke ledet eleven til rett svar, var det til hjelp for eleven at jeg ga den tid til å tenke og når eleven roet seg ned kom den også med en god begrunnelse for sitt svar.

Begrunnelsene for svarene som elevene kom med var ulike. Alle begrunnelsene var med utgangspunkt i regler som: ”se på det første tallet” med henstilling til å se på første tall etter komma for å avgjøre hva som er størst. Samt å ”legge til null” slik at tallene har like mange siffer etter komma for å så avgjøre hva som er størst. Ett annet argument som kommer er at man må se på det som er nærmest 1 og dette kan relateres til å ”se på det første tallet”.

4.2.2 Oppgave 2

Standard addisjonsalgoritme har alle elevene god kontroll på og samtlige regner svaret raskt. Dette viser både at elevene har jobbet med denne, og at det nok muligens ble for lett. Samtidig er det jo ikke bare svaret jeg var ute etter. Når jeg spør etter verdiene for sifrene, klarer ikke alle å gjøre rede for de. Elev A svarte først feil på spørsmål om verdien, men endrer svaret når jeg ber om begrunnelse. Nok en gang ett eksempel på fordelen med å ha en samtale, mens eleven løser oppgaven og ett eksempel på at det er viktig å gi elevene mulighet til å tenke over sine svar. Elev C og D kan redegjøre greit for verdiene, mens Elev B ikke skjønner hva jeg mener når jeg spør etter verdien.

4.2.3 Oppgave 3

Ettersom alle løste oppgave to greit, prøvde jeg å vise de Van De Walle (2014) sin algoritme for å se om de klarte denne. Fordelen med denne algoritmen kontra den som er standard, er at fokuset blir på verdiene av tallene. Elev A er den eneste som har kjennskap til Van De Walles algoritme. Bestefaren til eleven har vist eleven denne algoritmen og eleven gir også uttrykk for at den er litt enklere ettersom man da ikke kan glemme tallene i mente. Dette er også et av poengene med algoritmen. Elev B får et svar som er langt over det som skal være, og ser dette selv. Er hele tiden usikker og velger å ikke skrive ut tallene. Begrunner det med at den syns det er greit sånn, men det kan ha sammenheng med at eleven i oppgave 2 ikke kunne redegjøre for verdiene til tallene. Elev C studerer mitt eksempel nøye, før den regner ut svaret med algoritmen effektiv og presist. Elev D ønsker ikke prøve seg på algoritmen, og jeg tolket situasjonen slik at det ikke var noe poeng å oppmuntre eleven. Jeg ønsket heller ikke å presse eleven, da jeg var redd dette kunne gå utover resten av intervjuet.

4.2.4 Oppgave 4

Det å se på andres løsninger for å identifisere om det er gjort rett eller galt er en noe annerledes oppgave en å løse en addisjonsoppgave selv. Ettersom elevene hadde god kontroll på addisjonsalgoritmen, viser de det gjennom denne oppgaven også. Alle klarer å identifisere hva som er gjort rett og hva som er galt i de tre løsningene de blir presentert for. Jeg hadde med vilje ”plantet” og selv om alle eleven kunne si at løsningen var gal, kunne ikke alle peke nøyaktig på den tekniske feilen jeg hadde lagt opp til.

5 Oppsummering og konklusjon

Formålet med denne oppgaven har vært å kartlegge kompetanse hos lavt presterende elever. Problemstillingen for oppgaven har vært: ”Hvordan er sammenhengen mellom de matematiske kompetansene *forståelse* og *flyt* hos lavt presterende elever?” og forskningsspørsmålene for å støtte opp om problemstillingen har vært: ”Hvilken grad av kompetansen *forståelse* oppnår elevene?” og ”Hvilken grad av kompetansen *flyt* oppnår elevene?”.

Formålet har vært å få et bilde av den matematiske kompetansen til eleven, med fokus på forståelse og flyt og hvilken sammenheng disse to kompetansene kan ha. Målet har ikke vært å generalisere funnene mine, men heller en forståelse som går i dybden. Gjennom å analysere mine informanters svar og løsninger, har jeg kommet fram til deres grad av oppnåelse innen kompetansene. Tabellen under viser en oppsummering av dette:

Tabell 5: Oversikt over kompetansene flyt og forståelse hos elevene

	Forståelse	**Flyt**
Elev A	Lav – Middels	Middels
Elev B	Lav	Lav-Middels
Elev C	Middels	Middels
Elev D	Middels	Lav - Middels

Av tabellen kan vi lese at alle elevene , sett bort fra elev D, scorer høyere eller like høyt på kompetansen flyt sammenlignet med forståelse. Kompetansen flyt er satt sammen av deler fra både Niss (2002) og Kilpatrick m.fl. (2001) sine kompetansemodeller, der lav oppnåelse tilsier at elevene kjenner til prosedyrer, symboler, formler og hjelpemidler. Middels oppnåelse krever i tillegg at elevene er effektive og presise i bruken av prosedyrer, symboler, formler og hjelpemidler.

Jeg har testet elevene i bruk av addisjonsalgoritmen, ulikhetstegnene og den alternative addisjonsalgoritmen til Van De Walle (2014). Dermed blir noen av elevene kategorisert som å ligge mellom lav og middels oppnåelse, fordi de viser ulik oppnåelse på de forskjellige temaene. Alle elevene er presise og effektive i bruken av standard addisjonsalgoritme, det som skiller elevene er deres evne til å bruke ulikhetstegnene og den alternative algoritmen.

Kompetansen forståelse er også satt sammen av komponenter fra både Niss (2002) og Kilpatrick m.fl. (2001) sine kompetansemodeller, der lav oppnåelse tilsier at elevene kjenner til begreper, operasjoner og relasjoner. For å kunne ha middels oppnåelse må elevene i tillegg kunne forstå og håndtere begreper, operasjoner og relasjoner. Begrepene elevene er blitt testet i er desimaltall og plassverdi i forhold til algoritmene. Det som skiller elev C og D fra A og B er at de viser forståelse for begge begrepene. Elev B viser liten forståelse for desimaltall, og forståelsen som kommer fram er det Skemp (1976) definerer som instrumentell forståelse. I teoridelen så vi at definisjonen som brukes av PISA (2016) om lavt presterende elever, samsvarer med den instrumentelle forståelsen til Skemp (1976). Derfor var det naturlig å tro at elevene ville ligge på lav oppnåelse av forståelse. At oppnåelsen er noe høyere enn det man kunne forvente, er et positivt funn.

Når elev B viser lav forståelse for desimaltall betyr det at den kjenner til begrepet, men viser ikke evnen til å kunne håndtere begrepet. Det viser seg spesielt gjennom misoppfatningen jeg har lagt opp til å avsløre, hvor eleven tror lengste tall er størst (Brekke, 2002). Innen desimaltall er også eleven veldig fokuserte på de reglene de har lært, og Werne og Heibert (1988) pekte på at den undervisningen elevene har mottatt i desimaltall vanskeliggjør undervisning i desimaltall med fokus på forståelse. Derfor vil elevene som viser at de er regelfokuserte, ha vanskeligheter med å forstå desimaltall senere gjennom undervisning.

I de oppgavene elevene er kjente med, spesielt addisjonsalgoritmen, hadde ingen av elevene problemer med å gjøre effektivt og presist. I denne undersøkelsen var all relevant informasjon tilstede for elevene, og konteksten til oppgaven var kjent for elevene. Det var derfor ventet at elevene skulle klare selve oppgaven. Det er også det PISA (2016) legger fokus på i sin definisjon av lavt presterende elever, at de kan svare på spørsmål hvor konteksten er kjent og all relevant informasjon er tilstede. Når elevene i tillegg da er effektiv og presis viser det middels grad av flyt. Det at eleven kan utføre algoritmen og få rett svar, er en god start. Hiebert og Lefevre (1986) fokuserer på at dersom ikke det er en sammenheng mellom forståelse og flyt, vil elevene for eksempel produsere et svar de ikke nødvendigvis skjønner.

Formålet med en algoritme er i følge Verschaffel (2007) at de reduserer komplekse operasjoner til elementære operasjoner, noe som for addisjonsalgoritmen vil bety at du ender med enkle addisjonsstykker. Dette kan også gjøre at elevene blir distansert fra verdiene til tallene, som også Sharma (1993) peker på er en vanlig feil i arbeid med tall. Funnene mine tyder på at flertallet av elevene har en forståelse for verdiene til tallene. Samtidig kan man se at de elevene som ikke har forståelse for verdiene, også har problemer med den alternative algoritmen som legger opp til forståelse for verdiene. Altså har de en instrumentell forståelse som gjør at de ikke får med seg det store bildet og heller ikke kan overføre denne kompetansen til andre situasjoner.

Når det gjelder selve intervjuformen virket elevene noe usikker i situasjonen. Elevene virket ukjent med å forklare deres tankegang og søkte hele tiden bekreftelse fra meg. Dermed er det grunn til å tro at elevene ikke er vant til dialog rundt svarene sine, slik Alsteth m.fl. (2003) peker på er vanlig i matematikkundervisningen i Norge. Franke m.fl. (2007) påpeker at tradisjonell undervisning i denne formen krever lite dialog med elevene og dette preger elevene. Jeg merket at elevene måtte tenke over svarene sine, og de ble mer reflekterte og endret svarene sine flere ganger da jeg spurte dem om begrunnelse.

Funnene totalt sett viser at det er en sammenheng mellom kompetansene forståelse og flyt. Hovedtendensen er at elevene ikke er avhengige av noe mer enn lav forståelse for å oppnå høyere oppnåelse av flyt, og at flyt er mer fremtredende hos elevene. Så lenge oppgavene er lagt opp slik det tradisjonelt sett er i norske lærebøker, som de oppgavene vi så på i mattebøkene *Multi (2014), Maximum (2013),Tusen millioner (2013) og Grunntall (2006)* vil det være mulig for elevene å løse de med lav oppnåelse av forståelse. Men som også Kilpatrick m.fl. (2002) påpeker vil denne kunnskapen være vanskelig å overføre til andre situasjoner utenom skolematematikken. Dermed er det viktig å ikke se på disse to kompetansene som enten eller, men som komplementære kompetanser som må fokuseres på sammen slik Hiebert og Lefevre (1986) og Kilpatrick m.fl. (2001) er opptatt av.

5.1 Veien videre

Årsakene rundt elevens kompetanse har ikke vært undersøkt i denne oppgaven, og dersom man skulle forsket videre på disse elevene ville det være viktig å se på dette som et naturlig steg. Spesielt da hvordan undervisningen deres er lagt opp, og sosiale faktorer som spiller inn. Det er noe jeg ville fokusert mer på dersom jeg skulle gjennomført dette igjen. Samtidig ville jeg spisset temaet for utarbeidelse av oppgavene enda mer for å få mer fokus på ett tema og sammenhengen mellom forståelse og flyt knyttet til et tema.

Arbeidet med denne oppgaven har gjort meg bevist på hvor forskjellige elevene er, selv om man kan sette de sammen i en kategori som lavt presterende i denne oppgaven. Oppgaven har også gjort meg mer bevist på fokusere på forståelse og flyt som noe som henger sammen med hverandre. Å bygge opp om forståelsen gjennom å vise hvorfor en prosedyre fungerer, og kanskje gå fra forståelse om et tema til å utvikle prosedyrer. Det å lage et behov for en prosedyre før man innfører den er noe jeg vil ta med meg.

6 Referanser

Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering : matematikkfaget som kasus* (Vol. 02/2003). Notodden: Telemarksforsking.

Alseth, B., Tryti, A., Holth, B., Nordberg, G., & Røsseland, M. (2014). *Multi [5-7] : [6. klasse] Grunnbok 6a* (Bokmål[utg.], 2. utg. ed.). Oslo: Gyldendal undervisning.

Bakke, B., & Bakke, I. N. (2006). *Grunntall : matematikk for ungdomstrinnet : 8* (Bokmål[utg.]. ed. Vol. 8). Drammen: Elektronisk undervisningsforl.

Brekke, G., Kvalitet i, m., & Læringssenteret. (2002). *Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk* (Bokmål[utg.]. ed.). Oslo: Læringssenteret.

Bryman, A. (2012). *Social research methods* (4th ed. ed.). Oxford: Oxford University Press.

Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning *Second handbook of teaching mathematics*. Charlotte, N.C: Information Age.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forl.

Cohen, L., Morrison, K., & Manion, L. (2007). *Research methods in education* (6th ed. ed.). London: Routledge.

Corbin, J. M., & Strauss, A. L. (2008). *Basics of qualitative research : techniques and procedures for developing grounded theory* (3rd ed. ed.). Thousand Oaks, Calif: Sage.

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice *Second Handbook of research on mathematics teaching and learning*. Charlotte, N.C: Information Age.

Greer, B. (2004). The growth of mathematics through conceptual restructuring. *Learning and Instruction, 14*(5), 541-548.

Grønmo, L. S., Onstad, T., Nilsen, T., Hole, A., Aslaksen, H., & Borge, I. C. (2012). *Norske elevers prestasjoner i matematikk og naturfag i TIMSS 2011*. Oslo: Akademika forlag.

J., H., & P., L. (1986). Conceptual and procedrual konwledge in mathematics. *Conceptual and procedrual konwledge in mathematics: The Case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Kilpatrick, J., Kilpatrick, J., Swafford, J., Findell, B., Mathematics Learning Study, C., National Research Council Center for Education, D. o. b., . . . Swafford, J. F. B.

(2001). *Adding it up : helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Kjærnsli, M., & Olsen, R. V. (2013). *Fortsatt en vei å gå, norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget.

Kvale, S., Brinkmann, S., Anderssen, T. M., & Rygge, J. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg. ed.). Oslo: Gyldendal akademisk.

Lampert, M. (1990). When the Problem Is Not the Question and the Solution Is Not the Answer: Mathematical Knowing and Teaching. *American Educational Research Journal, 27*(1), 29-63.

Maher, C. A., & Sigley, R. (2014). Task-Based Interviews in Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 579-582). Dordrecht: Springer Netherlands.

Mehan, H. (1979). *Learning lessons. Social organisation in the classroom*. London: Harvard University Press.

Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1984). *Qualitative data analysis : a sourcebook of new methods*. Beverly Hills, Calif: Sage.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Retrieved from Reston, VA:

Niss, M., & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring : ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark* (Vol. nr 18 - 2002). København: Undervisningsministeriet.

OECD. (2016). Low-Perfoming Students. Retrieved from http://www.oecd-ilibrary.org/docserver/download/9816011e.pdf?expires=1461588565&id=id&accname=guest&checksum=96B7803A73F38590B2A42B7852DD5E25

Pesek, D. D., & Kirshner, D. (2000). Interference of Instrumental Instruction in Subsequent Relational Learning. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(5), 524-540. doi:10.2307/749885

Rasch-Halvorsen, A., Aasen, O., Rangnes, T. E., & Eidsvik, B. (2013). *Tusen millioner : Grunnbok 6A* (1. utg. ed.). Oslo: Cappelen Damm.

Seaman, M. (2011). Bloom's taxonomy: its evolution, revision, and use in the field of education.(CHAPTER 3)(Benjamin Bloom's Taxonomy of Educational Objectives, the Classification of Educational Goals, Handbook I: Cognitive Domain)(Report). *Curriculum and Teaching Dialogue, 13*(1 2), 29.

Sharma, M. C. (1993). Place Value Concept: How childrel learn it and how to teach it. *Math Notebook, 10*(N1-2 Jan-Feb 1993), 26.

Skemp, R. R. (1976). Relational understandig and instrumental understanding.

Skott, J., Hansen, H. C., & Jess, K. (2008). *Delta : fagdidaktik*. Frederiksberg: Forlaget Samfundslitteratur.

Sullivan, P., Clarke, D., & Clarke, B. (2012). *Teaching with Tasks for Effective Mathematics Learning* (Vol. v.104). Dordrecht: Springer.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse : en innføring i kvalitativ metode* (4. utg. ed.). Bergen: Fagbokforl.

Tofteberg, G. N., & Holth, B. (2013). *Maximum : matematikk for ungdomstrinnet : [8. trinn] Grunnbok* (Bokmål[utg.]. ed.). Oslo: Gyldendal undervisning.

Torkildsen, Svein H. (2012-2013). *Matematisk kompetanse - prinsipper for effektiv undervisning*. Presentert for deltakere på NY GIV.

Van de Walle, J. A., Karp, Karen S., Bay-Williams, Jennifer M. (2014). *Elementary and middle school mathematics : teaching developmentally* (8th ed. ed.). Essex: Pearson Education Limited.

Verschaffel, L. D. C., E. (2007). Whole Nuumber Concepts and operations. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teasching and learning*. Charlotte, NC.: Information Age Pub.

Vedlegg 1 Samtykkeskjema

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"Kartlegging av matematisk kompetanse"

Bakgrunn og formål

Formålet med studien er å kartlegge matematisk kompetanse hos elever som presterer lavt i matematikk. Min motivasjon ved denne studien er å få fram matematisk kompetanse hos elevene med hovedfokus på å få fram styrkene deres. Utvalget vil være elever med karakter rundt 2 i matematikk og det er deres lærer som vil trekke ut elevene.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Studien vil gjennomføres ved individuelle intervju på ca. 60 min. Intervjuene tar utgangspunkt i matteoppgaver som skal løses av eleven, samtidig som vi snakker om oppgavene og løsningene som kommer fram. Ark og blyant vil være tilgjengelig dersom elevene ønsker å skrive ned sine svar. Intervjuene vil bli tatt opp ved hjelp av lydopptaker, men de skriftlige svarene og lydopptakene vil kun være tilgjengelig for oppgaveskriver og veileder (dersom behov). Sitat kan bli brukt i oppgaven, men vil da anonymiseres. Intervjuguide og oppgavene gjøres tilgjengelig for deg som foresatt på forespørsel.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. De som deltar i studien vil bli anonymisert og gitt navn som gutt 1/jente 1. Deres egentlige navn vil ikke lagres av studentforsker. Kartleggingen kan gjøres tilgjengelig for lærer som verktøy til tilpassing av undervisning dersom du ikke ønsker å reservere mot dette. Lydopptak, som kan avsløre identitet på stemme, vil bli oppbevart forsvarlig på låst bærbar pc i låst skap utenom bruk.Prosjektet skal etter planen avsluttes 18.05.2016. Lydopptakene vil bli slettet etter sensur er mottatt. Rapporten fra studiet, masteroppgaven, vil bli gjort offentlig ved prosjektets slutt. Den vil ikke gi mulighet til gjenkjenning av deltakere.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Det er viktig å påpeke at også deres barn har mulighet å trekke seg underveis i studien dersom den ønsker det. Dersom du trekker ditt samtykke, eller ditt barn ønsker å trekke seg vil alle opplysninger som er kommet inn bli anonymisert og ikke brukt i studien.

Dersom du har spørsmål til studien, vennligst ta kontakt med studentforsker Steffen Ditløvsen på telefonnummer ********. Veileder Ove Drageset kan også kontaktes på telefonnummer ********.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og vil la mitt barn ……………… …. delta.

Jeg godkjenner at kartleggingen gjøres tilgjengelig for faglærer. ☐ JA ☐ NEI

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 2 Søknad og godkjenning NSD

NSD

Harald Hårfagres gate 29
N-5007 Bergen
Norway
Tel: +47-55 58 21 17
Fax: +47-55 58 96 50
nsd@nsd.uib.no
www.nsd.uib.no
Org.nr. 985 321 884

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES

Ove Gunnar DragesetInstitutt for lærerutdanning og pedagogikk UiT Norges arktiske universitet

9006 TROMSØVår dato: 26.01.2016 Vår ref: 46493 / 3 / AMS Deres dato: Deres ref:

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 08.01.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

46493 Behandlingsansvarlig Daglig ansvarlig Student

Kartlegging av matematisk kompetanseUiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder Ove Gunnar DragesetSteffen Ditløvsen

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 18.05.2016, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Kontaktperson: Anne-Mette Somby tlf: 55 58 24 10 Vedlegg: Prosjektvurdering

Anne-Mette Somby

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

Avdelingskontorer / *District Offices:*
OSLO: NSD. Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11. nsd@uio.no
TRONDHEIM: NSD. Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07. kyrre.svarva@svt.ntnu.no
TROMSØ: NSD. SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36. nsdmaa@sv.uit.no

Personvernombudet for forskning

Prosjektvurdering - Kommentar

INFORMASJON OG SAMTYKKE Foreldre og elever skal informeres skriftlig og muntlig om prosjektet og samtykker til deltakelse. Informasjonsskrivet er godt utformet.

Når elever skal delta er deltagelsen alltid frivillig for barnet, selv om de foresatte samtykker. Eleven bør få alderstilpasset informasjon om prosjektet, og dere må sørge for at de forstår at deltakelse er frivillig og at de når som helst kan trekke seg dersom de ønsker det.

INFORMASJONSSIKKERHET Personvernombudet legger til grunn at forsker etterfølger UiT Norges arktiske universitet sine rutiner for datasikkerhet.

PROSJEKTSLUTT OG ANONYMISERING Forventet prosjektslutt er 18.05.2016. Ifølge prosjektmeldingen skal innsamlede opplysninger da anonymiseres.

Anonymisering innebærer å bearbeide datamaterialet slik at ingen enkeltpersoner kan gjenkjennes. Det gjøres ved å: - slette direkte personopplysninger (som navn/koblingsnøkkel) - slette/omskrive indirekte personopplysninger (identifiserende sammenstilling av bakgrunnsopplysninger som f.eks. bosted/arbeidssted, alder og kjønn)

- slette digitale lydOpptak

Prosjektnr: 46493

Vedlegg 3 Opprinnelige oppgaver

Oppgave 1.

Sett inn > eller <.

a) 0,2 ☐ 0,12 b) 0,46 ☐ 0,265 c)0,75 ☐ 0,8

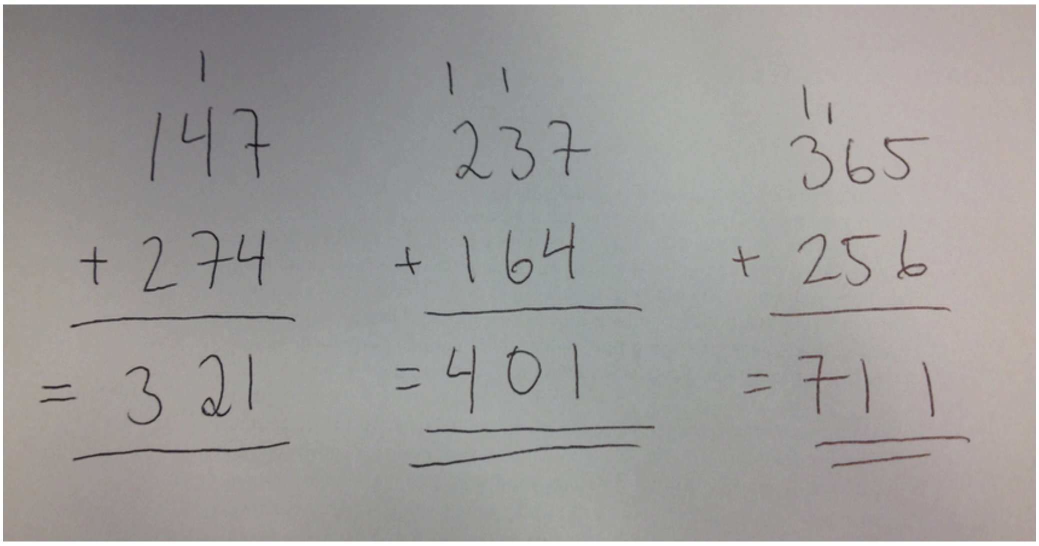
Oppgave 2.

Regn ut.

b) 575 + 668

Oppgave 3

8 klasse har regnet på noen addisjonsoppgaver. Har de gjort rett?



Oppgave 4.

Ring rundt det som er riktig.

a) 43,4 : 1,24 = 4340 : 124

b) 3,31 : 1,201 = 331 : 1201

c) 2,34 : 42,1 = 234 : 4210

Oppgave 5

Gjør et overslag, og finn ut omtrent hvor stort svaret blir.

a) 28 + 47 b) 217 + 185

Oppgave 6

Du har en 100 lapp med deg på butikken og må gjøre overslag for å vurdere om du har råd til varene jeg presenterer.

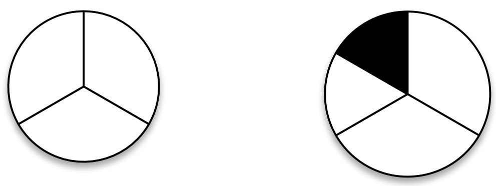
Oppgave 7

Regn ut.

a) 5:2 b) $\frac{1}{2}$: 2

Oppgave 8

Ola deler en pizza i tre deler. Han deler videre en tredel i to. Hvor stor del av pizzaen er markert?



Vedlegg 4 Brev til skolen

Til lærere ved ungdomsskolen og rektor ved ********** skole

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet *"Kartlegging av matematisk kompetanse"*

Jeg heter Steffen Ditløvsen og er student på master i lærerutdanning 5-10 trinn ved Universitetet i Tromsø. Jeg er inne i mitt siste år og jeg skal bruke våren på å skrive masteroppgave i matematikkdidaktikk. I den sammenheng håper jeg å få gjort feltarbeidet mitt ved ******** skole.

Oppgaven jeg skal skrive har som mål å kartlegge matematisk kompetanse hos elever som presterer lavt i matematikk (rundt karakter 2). I oppgaven min vil Kilpatricks kategorisering av matematisk kompetanse være grunnlaget for kartleggingen. Hovedgrunnen for dette målet er at jeg har en tanke om at elevene har noe matematisk kompetanse som ikke bestandig er like lett å få fram. Dette kan også selvfølgelig gjelde elever som presterer høyt i matematikk, men jeg har også en annen motivasjon som går på at jeg personlig ikke er en tilhenger av å bruke begrepet svake elever. Jeg har ett utgangspunkt om at alle elever har sitt eget potensiale, og det er noe av dette jeg vil få fram.

Dermed er ikke målet mitt å kartlegge hva elevene ikke kan, men få fram hva de kan og ha fokus på dette. Jeg har også tatt ett valg om å ikke inkludere elever som har veldig spesielle behov innen matematikk, som for eksempel elever med dyskalkuli. Jeg vil konsentrere meg om de elever i en matteklasse som ligger lavt i karakterskalaen men som følger undervisningen. Her vil jeg være avhengig av at mattelærerne som kjenner elevene kan velge ut elever.

Mitt feltarbeid vil bestå av oppgavebasert intervju. Oppgavene vil være basert på oppgaver som elevene har hatt vanskeligheter med å løse tidligere. Her vil jeg igjen være avhengig av at mattelærerne kan gi eksempler på hvordan temaer eller spesifikke oppgaver for eksempel som elevene har hatt vanskeligheter med.

Ut fra denne opplysningen fra lærerne vil jeg lage åpne oppgaver som elevene skal løse. Åpne oppgaver har sine utfordringer, men jeg har valgt dette da det gir minst føringer for elevene og målet er å få fram deres kompetanse i en åpen kontekst. Underveis vil jeg stille spørsmål til elevene for å få fram hvordan de tenker når de løser oppgavene. Det vil være spørsmål som "hvordan tenkte du der?" "hva gjorde du der". Jeg vil ha fokus på at elevene skal forklare hva de gjør for å prøve å få fram deres tankegang omkring oppgaveløsningen.

Av dette kan dere lese at jeg er avhengig av hjelp fra mattelærerne. Jeg er avhengig av at lærerne kan velge ut elever og oppgaver/temaer som elevene har hatt problemer med. Dersom det vil være aktuelt er det mulig å gjøre resultatene fra de ulike elevene tilgjengelig for lærerne slik at lærerne har noe igjen for arbeidet de gjør.

For å sikre anonymitet vil jeg ikke bruke navn i oppgaven min. Planen jeg ser for meg er at jeg gir elevene kodenavn som elev 1, elev 2 osv. Deres egentlige navn trenger ikke være tilgjengelig for meg, men dersom lærerne ønsker tilgang til resultatene kan lærerne selv vite hvem som er elev 1, elev 2 osv. Dette krever igjen at denne informasjonen oppbevares forsvarlig da jeg er underlagt Norsk Samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD) sine retningslinjer og at jeg må eventuelt melde dette inn til de.

Ettersom jeg kun er ute etter deres matematiske kompetanse, og i denne sammenhengen ikke ser på sosiale faktorer eller andre faktorer, vil rapporten være strippet for informasjon om elevene utenom kodenavn. Dette skal sikre anonymiteten. Hadde for eksempel alder eller kjønn vært med, ville det gjort det lettere å identifisere elevene.

Jeg har planlagt at intervjuet skal ta ca. 1 time. Derfor jeg er avhengig av at elevene kan tas ut av undervisning, eller er villig til å bruke av fritid på dette. Jeg vil i dialog med elever hele tiden presisere at jeg bare er ute etter å få fram deres potensiale og kompetanse. Jeg er ikke ute etter å teste elevene i den forstand å gi ett bilde av både hva de kan og ikke kan.

Dette er også min innfallsvinkel til å få med foreldre/foresatte på dette. Jeg er selvfølgelig avhengig av at foreldre/foresatte samtykker og har i søknad til NSD laget ett infoskriv/samtykkeskjema som foreldrene må skrive under på. I den sammenheng vil jeg igjen kunne være avhengig av hjelp, men jeg ser for meg at dersom jeg får kontaktinfo til foreldre/foresatte når elever er valgt ut kan jeg ta direkte kontakt med de. Dette om det lar seg gjøre fra skolen sin side. Via en direkte kontakt vil det kunne lette arbeid for dere og gi foreldre/foresatte mulighet til å stille direkte spørsmål til meg.

Jeg vil ta lydopptak av intervjuene av praktiske årsaker, slik at jeg slipper å notere så mye underveis i intervjuet. Jeg ønsker å ha fokuset mitt direkte mot eleven i intervjufasen. Opptakene vil oppbevares forsvarlig etter NSD sine retningslinjer og kun være tilgjengelig for meg og veileder dersom jeg trenger veiledning på for eksempel transkripsjonen. All materiale vil slettes ved mottatt sensur.

Dersom dere har noen spørsmål til meg er det bare å ta kontakt på telefonnummer ******** eller e-post: *************. Veileder kan også kontaktes dersom det skulle være ønskelig på ******** eller *************. Jeg ser fram til respons fra dere!

Mvh

Steffen Ditløvsen,

Masterstudent lærerutdanning 5-10.