

Fakultet for naturvitenskap og teknologi

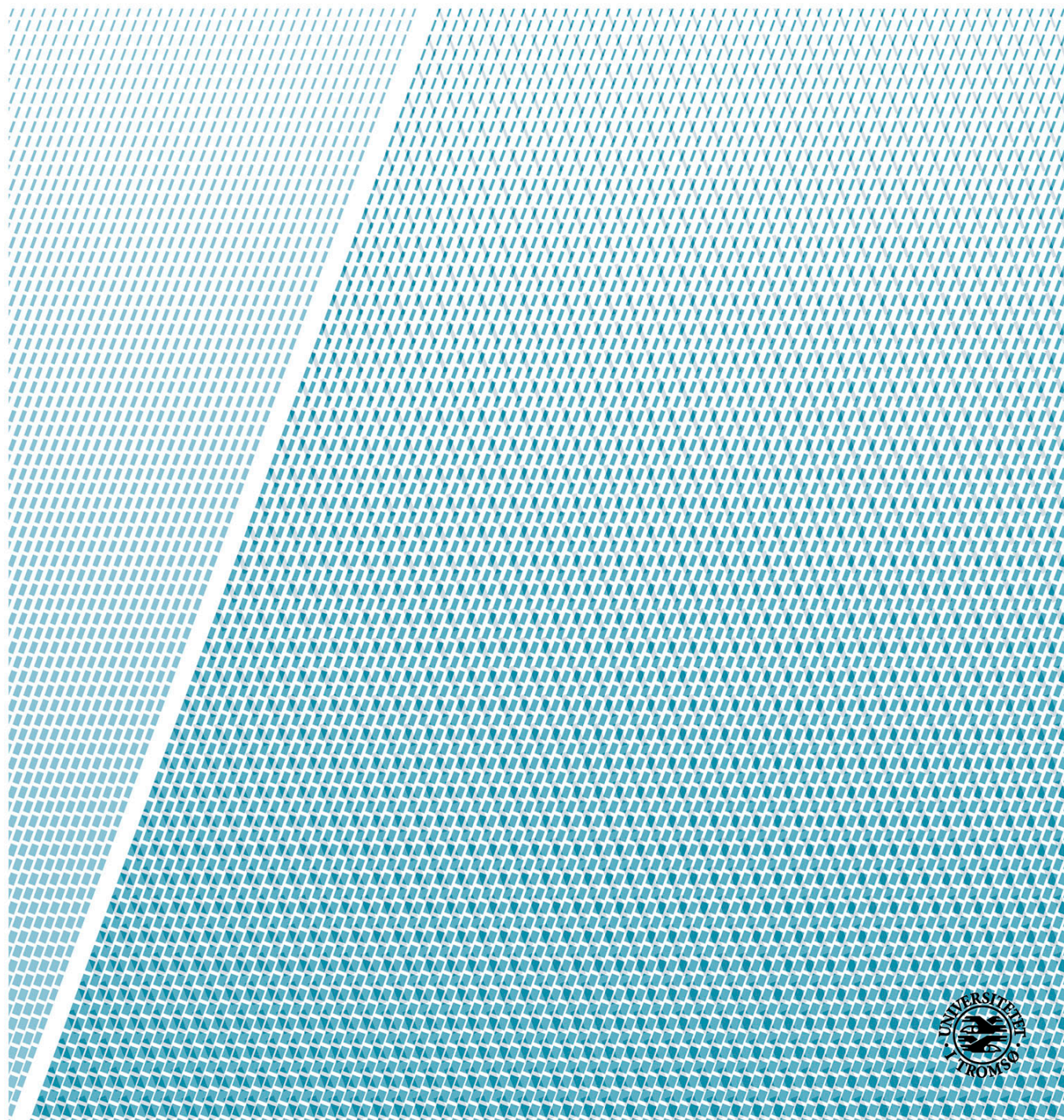
Institutt for fysikk og teknologi

Numerisk modellering av absorberende randbetingelser for ultralydbølger i væsker og elastiske materialer

—
Tor Arne Grønmo

FYS - 3941 Masteroppgave i Anvendt fysikk og matematikk

Juni 2015



Forord

Denne oppgaven markerer slutten på masterstudiet anvendt fysikk og matematikk ved Institutt for Fysikk og Teknologi ved UIT Norges Arktiske Universitet. Jeg er takknemlig for bidrag og innspill fra veilederne mine Frank Melandsø og Svein Jacobsen.

Vil også takke familien for støtten dere har gitt meg gjennom studiene. Tilslutt vil jeg pappa for å alltid klart å svare på min uendelig mengde med spørsmål gjennom barndommen. Dine svar, din tålmodighet og din oppfordring til å fortsette å spørre ga meg nysgjerrigheten for naturen rundt oss.

Tor Arne Grønmo

Juni 2015

Sammendrag

Simuleringer av utbredelse av ultralydbølger i elastiske polymerer og i væsker ble utført med et kommersielt simuleringstøyt, COMSOL Multiphysics, basert på endeligelementmetode. Simuleringer ble utført i en- og to-dimensjoner.

Undersøkelser ble utført for å finne ut ved hvilke oppløsninger av tid og rom ga stabile simuleringer. For en to-dimensjonal modell basert på en elastisk polymer (akryl) med en sirkulær bølgekilde med frekvens på 5 MHz som produserte bølger med bølgelengde på $\lambda = 0.472$ mm, ga stabilt energinivå når tidsoppløsningen var på 5 ns, og romlig oppløsning, organisert i et gittermønster med avstand mellom gridpunkter mellom $31.5 \mu\text{m}$ og 0.12 mm ($\frac{\lambda}{15}$, $\frac{\lambda}{4}$).

Resten av oppgaven undersøkte hvilke parameter størrelser ga best resultater ved bruk av en metode som skal simulere et grenseløst rom ved hjelp av absorberende lag som stadig demper mer av bølgen som kommer inn på dette området.

Det ble sett på om innfallsvinkelen på det absorberende laget hadde noe å si for effektiviteten til absorberingen. Bølger som gikk inn normalt på, ble absorbert best. Bølger som kom inn ved lave vinkler ble dempet mindre.

Ved en to-dimensjonal modell basert på en væske (vann) ble det undersøkt hvilke størrelse på maksimal viskositeten vil absorbere mest av innkommende bølger. Et absorberende lag med lengde på 1 mm ga at en maksimal viskositeten på 100 Pa·s ga best demping av bølgeamplituden. Mengden av absorbering var langt fra tilfredsstillende, for å øke demping av bølgeamplituden vil et lengre dempingsområde være løsningen.

Innhold

Forord	i
Sammendrag	ii
1 Introduksjon	2
2 Teori	4
2.1 Navier-Stokes ligninger	4
2.1.1 Navier-Stokes Transient Pressure Acoustic Module	5
2.1.2 Navier-Stokes med viskositet	5
2.2 Bulk viskositet	6
2.3 Demping	7
2.3.1 Perfectly Matched Layers	8
2.3.2 Absorbing Layers using Increased Damping	8
3 Metode	10
3.1 1-D Lineær elastisk demping	10
3.2 2-D PMMA Numerisk stabilitet	14
3.2.1 Beskrivelse av modell geometri	14
3.2.2 Bølgekilde	14
3.2.3 Hvordan målingene ble utført.	15
3.3 2-D Lineær elastisk demping	16
3.3.1 Økning av demping	16
3.3.2 Implementering av innhenting av data.	20
3.4 2-D Demping i vann	21

<i>INNHOLD</i>	1
4 Resultater	24
4.1 1-D Lineær elastisk demping	24
4.2 2-D PMMA Numerisk stabilitet	25
4.3 2-D Lineær elastisk demping	28
4.4 2-D Demping i vann	29
5 Diskusjon	31
5.1 1-D Lineær elastisk demping	31
5.2 2-D PMMA Numerisk stabilitet	31
5.3 2-D Lineær elastisk demping	32
5.4 2-D Demping i vann	32
6 Konklusjon	34
A Forkortelser	36
B Liste over figurer	37
C Liste over tabeller	37
D MATLAB koder	39
D.1 energiComparisonScript02.m	39
D.2 centerReflectedDampVsUndamped.m	41
D.3 reflection03.m	42
D.4 loadData02	42
D.5 maxPeaks03	43
D.6 energiComparisonScript02.m	44
Bibliografi	46

Kapittel 1

Introduksjon

Polyvinylidene-difluoride (PVDF) er et piezoelektrisk polymer som har blitt studert mye på i de siste årene. Transdusere basert på PVDF kan bli et lovende verktøy i medisinsk diagnostikk; de er billige å produsere, fleksible, kjemisk stabile og de har utmerkede bredbåndsegenskaper.

Utvikling av transdusere basert på PVDF til spesifikke formål krever å finne riktig kombinasjon av driver frekvens, tykkelse på PVDF filmen, størrelse på backing med mer. Noe som kan være tid- og kostnadskrevende. Analytiske modeller svarer på mange av disse spørsmålene, men når geometriene er store og komplekse er det behov for simuleringsverktøy. Simuleringer kan lette på dette arbeidet ved å lage en rekke modeller med ulike karakteristikk, teste de ut og sammenligne resultatene. Lærdommen fra simuleringene brukes videre når den fysiske transduseren skal lages.

Et problem med simuleringer er at modellene må ha begrenset størrelse. Dette fører til at vi får en tilbakespredning av ultralydbølger fra randen av modellen. Disse bølgene kan overskygge signaler en ønsker å studere. Foreslåtte metoder for å løse dette er legge til ekstra lag med materiale rundt modellen en studerer. Dette laget absorberer ultralydbølgene.

Foreslåtte metoder til å absorbere ultralydbølger som treffer randen er *Perfectly Matched Layers* (PML) og *Absorbing Layers Using Increased Damping* (ALID). PML er en metode som er veldig utbredt på grunn av resultatene det produserer. Denne metoden har ulempene at den ikke takler innkommende bølger som kommer i lave vinkler og metoden kan bare implementeres i frekvensdomenet. For å få resultater i tidsdomenet må samme simulering kjøres over en rekke frekvenser og deretter Fourier transformeres. ALID metoden kan derimot kjøres direkte i

tidsdomenet og det takler bølger som kommer i lave vinkler. Utifra disse fordelene er det verdt å se på ALID metoden.

Organisering av oppgaven Kapittel 2 tar for seg grunnleggende teori som Navier-Stokes ligningene Kapittel 3 viser beskriver modellene som undersøkes og beskriver hvordan resultatene ble beregnet. Kapittel 4 viser resultatene av simulasjonene og analysene gjort i forbindelse med simuleringene, kapittel 5 gir en kort diskusjon basert på resultatene og oppgaven konkludere med en kort konklusjon i kapittel seks. I tillegg finnes MATLAB kodene som ble brukt for å beregne fram resultatene.

Kapittel 2

Teori

I dette kapittelet skrives det om Navier-Stokes og kontinuitetsligningene, og kommer til å skrive om viskositet og hvordan det kan brukes til å introdusere kunstig demping i COMSOL.

2.1 Navier-Stokes ligninger

Det er to grunnleggende ligninger som ligger til grunn for beskrivelse av bølge bevegelser ; det er Navier-Stokes ligningene og kontinuitetsligningen [1] og [2, nederst på s.45] , originalt fra [3] og [4] . I denne seksjonen gis det en kort beskrivelse av disse ligningene.

Navier-Stokes ligningene beskrives som følgende ligning

$$\rho \left(\frac{\delta \mathbf{u}}{\delta t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot \left(\mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right) + \mathbf{F}, \quad (2.1)$$

der \mathbf{u} er væske hastighet, p væsketrykk, ρ er væske tetthet, μ er [1] . Tabell 2.1 gir en beskrivelse av Navier-Stokes ligningen bit for bit

$\rho \left(\frac{\delta \mathbf{u}}{\delta t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right)$	↔ Denne ligningen beskriver treghets kreftene i systemet.
$-\nabla p$	↔ Trykk kreftene
$\nabla \cdot \left(\mu (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} \mu (\nabla \cdot \mathbf{u}) \mathbf{I} \right)$	↔ uttrykker viskøse krefter
\mathbf{F}	↔ gir eksterne krefter påtrykt systemet.

Tabell 2.1: Navier-Stokes ligningen oppstykket

Konservering av moment Navier-Stokes ligningene representerer konservering av momentum. Med Navier-Stokes ligningene følger kontinuitetsligningen ([1] og [5])

$$\frac{\delta \rho}{\delta t} + \nabla \cdot (\rho \boldsymbol{\mu}) = 0. \quad (2.2)$$

I [6] kalles ligning 2.2 den *eksakte kontinuitetsligningen*. Den representerer konservering av masse. Det er begrenset med analytiske løsninger for Navier-Stokes og kontinuitetsligningene. For komplekse geometrier må numeriske metoder brukes for å lage modeller.

2.1.1 Navier-Stokes Transient Pressure Acoustic Module

Fra Acoustics User Module, ved bruk av *Transient Pressure Acoustics Model* brukes ligninger som er tidsavhengige. Følgende er skalar bølgeligning

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p_t}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left[-\frac{1}{\rho} (\nabla p_t - \mathbf{q}_d) \right] = \mathbf{Q}_m, \quad (2.3)$$

der p_t er total akustisk trykk, \mathbf{q}_d er *Dipole Source* og \mathbf{Q}_m er *Monopole Source*. $p_t = p + p_b$.

Enkelt kilde / Monopol Kilde \mathbf{Q}_m . Ved [7, s.74] og [8] er monopolkilde en kilde som gir uniform styrke i alle retninger, SI enhet er $1/s^2$.

Dipol kilde \mathbf{q}_d er en kilde som er sterkere i to diametrale retninger, enhet som brukes i COMSOL er N/m^3 [7, s.74].

2.1.2 Navier-Stokes med viskositet

I COMSOL brukes følgende ligning ved beskrivelse av Navier-Stokes ligning med viskositet

$$\frac{1}{\rho c^2} \frac{\partial^2 p_t}{\partial t^2} + \nabla \cdot \left(-\frac{1}{\rho} \right) \left(\nabla p_t - \mathbf{q}_d + \frac{1}{\rho c^2} \left(\frac{4}{3} \boldsymbol{\mu} + \mu_B \right) \frac{\partial \nabla p_t}{\partial t} \right) = \mathbf{Q}_m. \quad (2.4)$$

Ligning 2.4 modellerer viskøse tap i *bulk* væsken. Tap på grunn av viskøsitet defineres ved:

$$\rho_c = \rho \left(1 + \frac{i\omega b}{\rho c^2}\right)^{-1} \quad (2.5)$$

$$c_c = c \left(1 + \frac{i\omega b}{\rho c^2}\right)^{1/2} \quad (2.6)$$

$$b = \left(\frac{4}{3}\mu + \mu_B\right), \quad (2.7)$$

der μ er *dynamic viscosity* og μ_B er *bulk viscosity*; begge med SI enhet Pa·s.

2.2 Bulk viskositet

Dynamisk viskositet μ kalles også for absolutt viskositet eller bare viskositet. Dynamisk viskositet beskrives ved Store Norske Leksikon [9]

Kvantitativt defineres viskositet (dynamisk viskositet) som forholdet mellom skjærspenning og hastighetsforandring per lengdeenhet (hastighetsgradient) på tvers av strømningsretningen.

Enhet for viskositet gis ved Pa·s. Kinematisk viskositet gis ved ν med enhet m^2/s . Det gir forholdet mellom dynamisk viskositet og tettheten til væsken [9], $\nu = \frac{\mu}{\rho}$.

Gjennom bulk viskositet kan vi innføre tap av energi for bølger i væsker [2]. Bulk viskositet vil være avhengig av egenskaper til materialet og frekvens. Vi definerer tapet ved bruk av komplekse tall for hastigheten c . Tapet *forsvinner* ut ved imaginær delen. Ved tidsavhengig, lineær elastisk trykk-beskrivende modell er Navier-Stokes ligningene, i COMSOL, gitt ved 2.3. Når det skal tas hensyn til viskositet blir Navier-Stokes ligningene gitt ved ligning 2.4.

Fra ligning 2.4 får vi

$$\nabla \cdot \frac{\partial \nabla p_t}{\partial t}. \quad (2.8)$$

Ligning 2.8 gir en demping som er kvadratisk med frekvensen. $\nabla \cdot \frac{1}{\rho}$ fører til $\frac{1}{\partial t} \Rightarrow \frac{1}{\partial t^2}$.

2.3 Damping

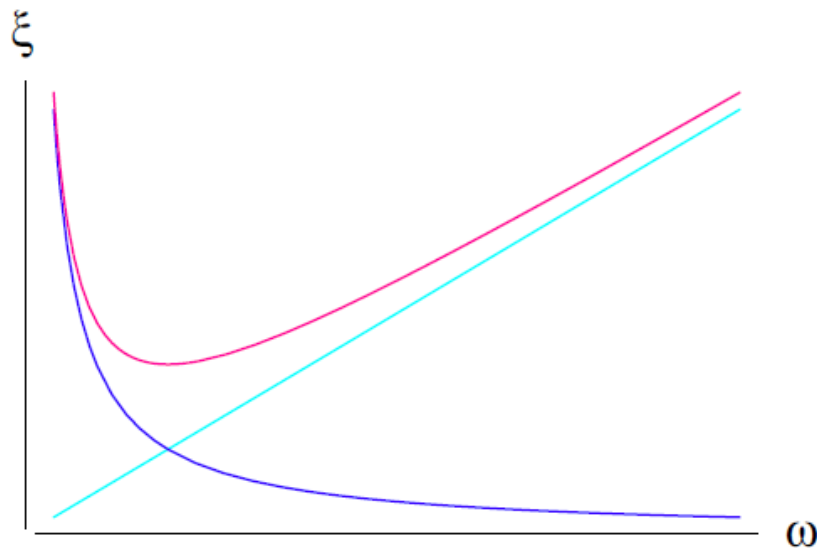
Det er en kontinuerlig avveining mellom tilgang på maskinressurser og økende kompleksitet/-størrelse på simulerings modell.

I fysiske eksperimenter vil ultralydbølger bre ut i rommet der eksperimentet utføres i, og dermed ikke forstyrre målingene. Ved bruk av endelig elementmetode ([10], [11, s.378]) har en ikke mulighet å simulere et slikt rom, det vil kreve for mye maskinressurser. I stedetfor må en lage en mindre modell på en slik måte at reflekterte bølger fra ytterkanten av modellen ikke forstyrrer målingene som gjøres i det området en er interessert i å måle (interesseområde, løsningsområde) En praktisk løsning kan være å dempe bølgene som går utenfor et definert interesse område. For lineært elastiske modeller kan COMSOL modellene benytte seg av Rayleigh damping.

Rayleigh damping Rayleigh damping er en lineær kombinasjon av masse- og stivhetsmatrisen

$$\mathbf{C} = C_M \mathbf{M} + C_K \mathbf{K}. \quad (2.9)$$

Videre utdypning finnes blant annet i [12], [13, s.238] og [14]. Rayleigh damping fra formel 2.13



Figur 2.1: Rosa linje er kritisk damping ξ ; som er sum av $\frac{C_K}{\omega}$ (blått) og $C_M \omega$ (cyan). $\xi = \frac{1}{2} \left(\frac{C_K}{\omega} + C_M \omega \right)$. C_K demper lave frekvenser og C_M demper høye frekvenser.

og 2.14 ser vi at enhet for C_M er Hz og C_K er [s]. Lineær damping i forhold til frekvens (høyere

damping dess høyere frekvens) er et fysisk fenomen. Har så langt fulgt denne tankegangen, ved implementering av maksimum Rayleigh dempingskoeffisienter $C_{M,max}$ og $C_{K,max}$. Trenger ikke å gjøre dette lenger siden dempingen er bare en numerisk beleilighet .

2.3.1 Perfectly Matched Layers

En mye brukt metode til å simulere et ubegrenset rom i endelig elementmetoden er Perfectly Matched Layers fra [15, s.50] og [16] . Denne metoden implementeres i frekvensdomenet. For å få resultater i tids-domenet må modellen løses for en rekke frekvenser og bruke invers Fourier transform. Hovedfokus i denne oppgaven er tidsdomenet, og vil bruke ALID metoden. PML går ut på å at forskjellige absorberende lag demper stadig mer av energien, til forskjell fra ALID metoden er at i PML er impedansen til ulike dybdelag tilpasset perfekt med hverandre.

2.3.2 Absorbing Layers using Increased Damping

Vi tar i bruk ALID metoden for å dempe signaler. Absorberende lag med økende demping på norsk. ALID metoden ligner mye på PML der hele poenget å gradvis øke dempingen. ALID baserer seg på *Rayleigh damping* der masse og stivhets proporsjonal dempingskoeffisienter, C_M og C_K , øker i størrelse som funksjon av avstand x inn i et dempingsområde. Rayleigh koeffisientene c_M og c_K gis ved [17, ved ligning 14]

$$C_M(x) = C_{M,maks} * (X(x))^P \quad \text{og} \quad (2.10)$$

$$C_K(x) = C_{K,maks} * (X(x))^P . \quad (2.11)$$

Her er $C_{M,maks}$ og $C_{K,maks}$ maksimal demping som oppnås ved enden av dempingsområdet, $X(x)$ er en gradvis økende funksjon som er skalert fra 0 til 1, x angir posisjon. Funksjonen $X(x)$ gis ved

$$X(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|}{L}, \quad (2.12)$$

der lengden på dempingsområdet gis ved $L = \|\mathbf{x}_{maks} - \mathbf{x}_0\|$. Sluttposisjonen til dempingsområdet gis ved \mathbf{x}_{maks} .

Ved inngangen av dempingsområdet er det ingen demping, altså ved $x = 0$ er $C_M = C_K(x) =$

0. Ved enden av dempingsområdet x_{maks} er $C_M(x)$ og $C_K(x)$ henholdsvis lik $C_{M,\text{maks}}$ og $C_{K,\text{maks}}$. P angir stigningen av dempingen .

Anbefalte parametere Å finne rikige parametere på maksimal dempingskoeffisient $C_{M,\text{maks}}$ og $C_{K,\text{maks}}$, stigning på demping p og lengde på dempingsområde L , kan være tidkrevende [15, s.44]. Anbefaling fra [15, s.65] er å sette $p = 3$, $C_K(x) = 0$, variere $C_{M,\text{maks}}$ og L slik at L blir minst mulig.

Samme demping ved 2 forskjellige frekvenser, vha Rayleigh demping. I prosjektoppgaven [12] gis en utledning til å hva de maksimale dempingskoeffisientene $C_{M,\text{maks}}$ og $C_{K,\text{maks}}$ bør være når det skal tilpasses til å ha samme demping ved to forskjellige frekvenser ω_1 og ω_2 , for lineære elastiske materialer. Formlene gitt i prosjektoppgaven var feil, korrigerte formler gis her

$$C_{M,\text{maks}} = 2\zeta \frac{\omega_1 \omega_2}{\omega_2 + \omega_1} \quad (2.13)$$

$$C_{K,\text{maks}} = \frac{2\zeta}{\omega_2 + \omega_1}. \quad (2.14)$$

Kapittel 3

Metode

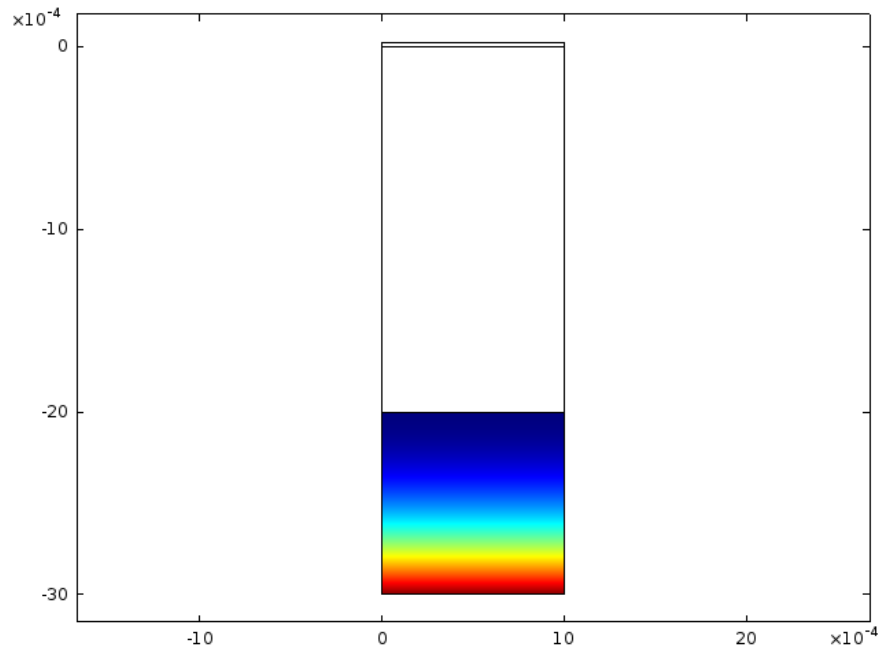
Målet var å lage en modell med transduser bestående av piezo-materiale, linse, backing og med mer, der bølgene sendes inn i et vannbad og strålen konsentreres inn på et punkt hvor det befinner seg en partikkel. Bølge strålen skal utøve en såpass stor kraft at denne partikkelen blir påvirket av strålen. Vi begynte med en enkel modell først, og etterfølgende modeller ble gradvis mer omfattende. På denne måten fikk jeg erfaring og ble gradvis flinkere i å lage modeller i COMSOL. Målet var å bli såpass dreven til å klare å simulere en ufokusert transduser. Startet med å lage en 1-D modell med polymethyl-methacrylate (PMMA) som basis, hvor ALID metoden testes ut. Neste steg var en 2-D modell bestående bare av PMMA og en bølgekilde. Videre lages en tilsvarende 2-D modell der PMMA erstattes av vann. Her brukes viskositet som demper. Etter det lages en ufokusert transduser som tar i bruk ALID som dempingsmetode. Resultatene fra denne modellen sammenlignes med PML.

3.1 1-D Lineær elastisk demping

Vi beskriver i denne seksjonen om hvorfor en 1-D modell ble lagd, viser også om hvordan den så ut. Målet med å lage en 1-D modell var å finne ut hvilke formler gir maksimal demping og minimal refleksjon. En en-dimensjonal modell er enklere å lage, simuleringen går kjappere og resultatene er enklere å analysere, sammenlignet med en modell på to-dimensjoner.

Modellen består av et piezoelektrisk materiale (PVDF) og et lineært elastisk materiale (PMMA), se figur 3.1. Øverste delen er en tynn film av PVDF, midten og nederst del består av PMMA.

Den nederste delen dempes signalet ved ALID metoden (som beskrevet i seksjon 2.3.2). Referer til PVDF filmen og området i midten (de hvite områdene) som løsningsområdet. Det er i løsningsområdet interessante undersøkelser ville bli gjort. Dempingsområdet er et hjelpområde hvor signalene skal absorberes. Dette området simulerer et ubegrenset rom hvor bølgene brer seg ut uten å forstyrre undersøkelsene.



Figur 3.1: 1-D geomtri modell med PVDF film øverst, PMMA i midten og PMMA med ALID nederst. Regnbuefargene indikerer at dempingen begynner på null (blått) og øker til en maksimal demping (rødt). Enhet langs aksene er i meter. Total lengde på modellen er cirka 3.0 mm (6 bølgelenger); lengde på PMMA er 2mm(ca 4 bølgelengder) og lengde på dempingsområdet er 1mm (ca 2 bølgelengder). Bredden er oppgitt til 1 mm, men egentlig er bredden 0 mm, siden vi jobber med en 1-D modell, men for å kunne jobbe med modellen angis en bredde på 1 mm. På øver siden av PVDF filmen ligger elektroden hvor spenningen blir påført. På undersiden av PVDF filmen ligger jordingen.

Bølgeutbredelse En spenning på $10 \cdot pot(t)$ Volt blir påført på elektroden som ligger på øversiden av PVDF filmen. Funksjonen $pot(t)$ består av en gauss kurve og en sinus funksjon, og tallet 10 er en skaleringsfaktor.

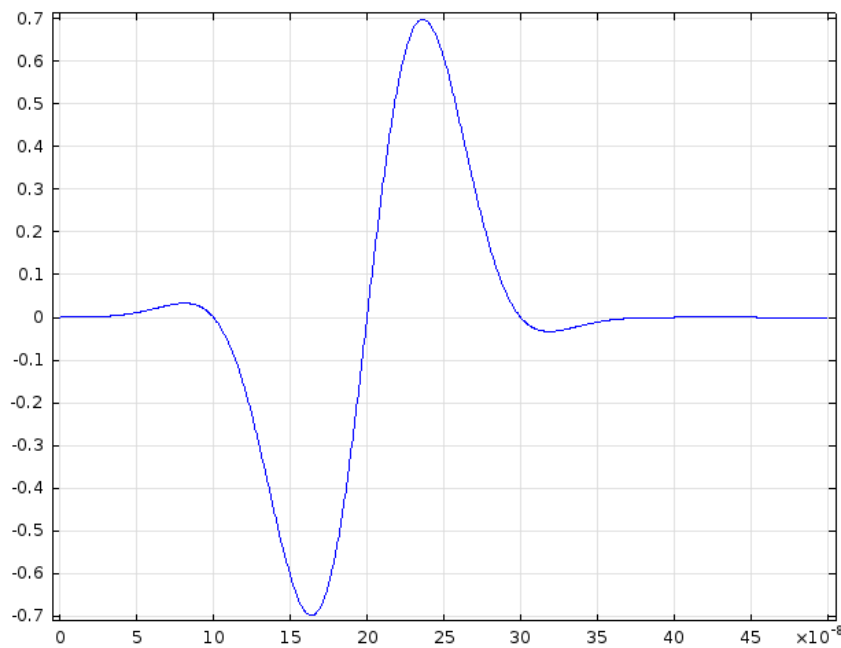
Funksjonen $pot(t)$ gis ved

$$pot(t) = e^{-\frac{(t-t_0)^2}{2\sigma_0^2}} \cdot \sin(2\pi f_0(t-t_0)), \quad (3.1)$$

der $\sigma_0 = 50$ ns, $t_0 = 4 \cdot \sigma_0 = 0.2 \mu\text{s}$ og t er tid. Grafisk fremstilling gis ved figur 3.2.

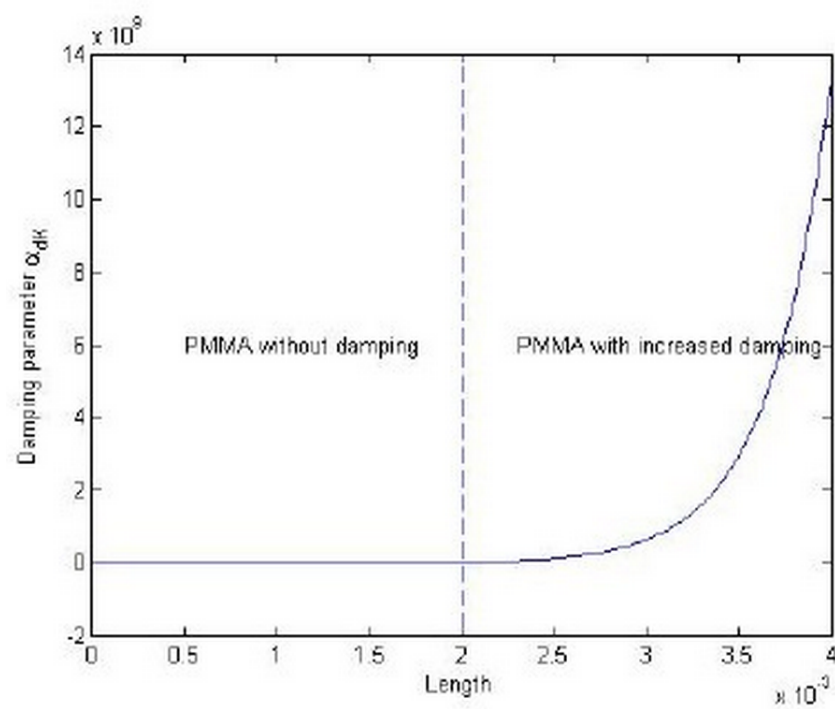
Spenningen fører til at en trykkbølge blir lagd (med tilnærmet samme form som $pot(t)$) og bølgen traverserer nedover. Inne i PMMA fortsetter bølgen udempet, i dempingsområdet dempes bølgen ved ALID metoden. Enden av dempingsområdet er totalreflekterende, det som er igjen av bølgen blir reflektert tilbake til løsningsområdet.

Ideelt sett går hele bølgen inn i dempingsområdet uten noen refleksjon og deretter bli fullstendig absorbert. I praksis setter enn et krav om at bare 1% (eller mindre) av bølgen reflekteres tilbake til løsningsområdet.



Figur 3.2: Skisse av $pot(t)$ brukt gjennomgående i COMSOL som input funksjon til bølge kilde. Enhet langs y-aksen er dimensjonløs, x-aksen gir tid i sekunder.

Forskjellige varianter av ligningene 2.10 og 2.11 ble testet ut med hensyn på formen på formelen $X(x)$ og grad av økende demping p . Lengden L på dempingsområdet holdes konstant. Resultat av testing av demping med ulike heltall p og form på $X(x)$ gis ved tabell 4.1. Dempingen gis ved $20 \log(\frac{A_2}{A_1})$, der A_1 er maks amplitude på bølge rett før den treffer dempingsområdet og A_2 er maks amplitude på reflektert bølge, målt i samme posisjon som A_1 . Figur 3.3 viser størrelsen på dempingen $C_M(x)$, sett fra siden i forhold til figur 3.1.



Figur 3.3: Figuren viser dempingsfunksjonen $C_M(x)$, der x-aksen er avstand fra PVDF filmen.

3.2 2-D PMMA Numerisk stabilitet

I denne seksjonen sjekkes hvilke størrelser på romlig- og temporal-oppløsning ($\Delta x, \Delta t$) gir en stabil modell. Vil finne ut hva som kreves at en modell er stabil og hvilke verdier på parametere fungerer. Før en kan sjekke effekten av demping, må stabiliteten til modellene sjekkes. Hvis modellen er ustabil, ved at energinivået fluktuierer mye, er sammenligning av modellene upraktisk.

3.2.1 Beskrivelse av modell geometri

Modellen er et kvadrat med side lengde 2 mm, i midten står det en bølgekilde, se figur 3.5. Sidene på kvadratet er totalt reflekterende. Modellen består av akryl og det er *Acoustic-Piezoelectric Interaction* grensesnittet som er brukt. Dette grensesnittet er brukt i alle de senere modellene også. Legg merke til fortsatt bruk av akryl som materiale, den brukes for å gjøre det enkelt å implementer Rayleigh demping i senere modeller.

Parametere $f_0 = 5 \text{ MHz}$, $c_{\text{PMMA}} = 2360 \text{ m/s}$, $\lambda_{\text{PMMA}} = \frac{2360 \text{ m/s}}{5 \text{ MHz}} = 0.472 \text{ mm}$.

3.2.2 Bølgekilde

Her beskrives kort implementering av bølgekilde. Ideelt skulle dette vært en punktbølgekilde men komplikasjoner ved implementering av dette i COMSOL førte til følgende løsning ble brukt som bølgekilde.

La til en sirkel med radius på $5 \mu\text{m}$, noe som er veldig liten i forhold til størrelsen på løsningsområdet¹. Langs randen av sirkelen påtrykkes en kraft ved hjelp av *Boundary Load* modulen. Ved hjelp av denne modulen defineres en kraft i x og y retning. Kraften gis ved

$$1.0 \cdot 10^8 \cdot \text{acpztd.nX} \cdot \text{pot}(t) \text{ [N/m]} \quad \text{og} \quad (3.2)$$

$$1.0 \cdot 10^8 \cdot \text{acpztd.nY} \cdot \text{pot}(t) \text{ [N/m]}. \quad (3.3)$$

Her er acpztd.nX og acpztd.nY enhets vektorer henholdsvis i x og y retning, funksjonen $\text{pot}(t)$ er fra formel 3.1.

¹beskrevet ved parameteren *bølgekilde radius = $5 \mu\text{m}$, lengde på kvadrat sidene 2 mm*

3.2.3 Hvordan målingene ble utført.

Ser på om animasjonen ser ut til å være riktig. Stabiliteten måles ved å se på om total mengde energi i system er konserverv. Siden systemet er et lukket system, skal total mengde energi være på samme nivå etter at bølgen er sendt inn i systemet.

I COMSOL integrerer vi den kinetisk energi tetthet og potensiell energi tetthet (lagret ved material tøyningen) over hele modellen. Får et datasett med totalt energinivå i modellen per tid seende ut som figur 4.1. Beregner energiforskjellen ved tidspunktene $t_1 = 4.0 \text{ E-7s}$ og $t_2 = 1.5 \text{ E-6}$ s,

$$\% \text{ forskjell} = \frac{E(t_1) - E(t_2)}{E(t_1)} \cdot 100 \quad (3.4)$$

Courant-tallet (CFL-tallet) ([12], [11], [15, s.36] og [7]) ble også beregnet,

$$\text{CFL} = \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot c. \quad (3.5)$$

Vi utførte flere simuleringer med forskjellige verdier av temporal- og romlig oppløsning (Δt og Δx). Temporal-oppløsning fra 3 ns til 8 ns og rom-oppløsning fra $\lambda/15$ (31.5 μm) til $\lambda/4$ (0.12 mm). Datasettet fra COMSOL ble tatt inn i MATLAB, ved hjelp av skriptet energiComparisonScript02.m (tillegg D.6) , dette ble gjort for å få øvelse i å ta inn data fra COMSOL og overføre det til MATLAB.

3.3 2-D Lineær elastisk demping

Denne seksjonen er stort sett en videreføring av demping i 1-dimensjon til demping i 2-dimensjoner. Vi undersøkte hvordan dempingen påvirkes av hvordan bølgen kommer inn i dempingsområdet. Effektiviteten ble testet ved å måle hvor mye av bølgen blir reflektert tilbake til løsningsområdet, ved inngangen til dempingsområdet og fra ytterkanten av dempingsområdet.

Har bølgens innfallsvinkel inn på dempingsområdet noe betydning? Effekten innfallsvinkelen har på absorberingen undersøkes ved å plassere bølgekilden i forskjellige posisjoner i modellen. Kommer til å ha tre varianter av figur 3.4, der bølgekilden er;

- sentrert i modellen (figur 3.5)
- tett på en av sidene (figur 3.6) eller
- plassert tett på hjørnet av løsningsområdet (figur 3.7).

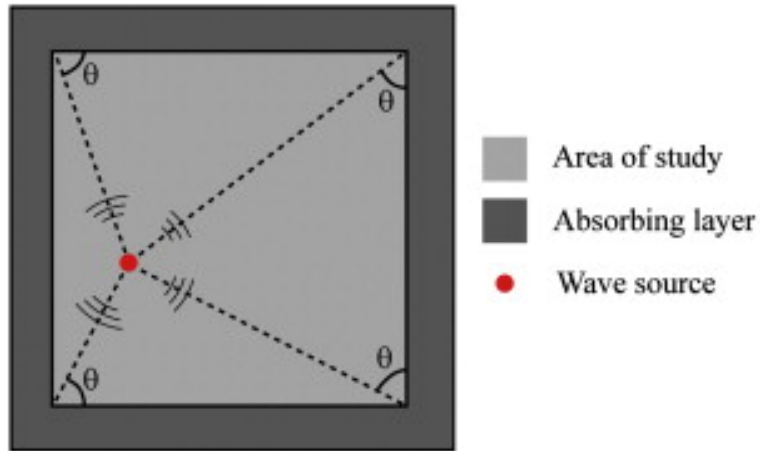
For hver av disse plasseringene kjøres simuleringene der dempingen i dempingsområdet er 'slått på' og en der det ikke er noe demping. Dempingsområdet vil da oppføre seg på samme måte som om i løsningsområdet.

3.3.1 Økning av demping

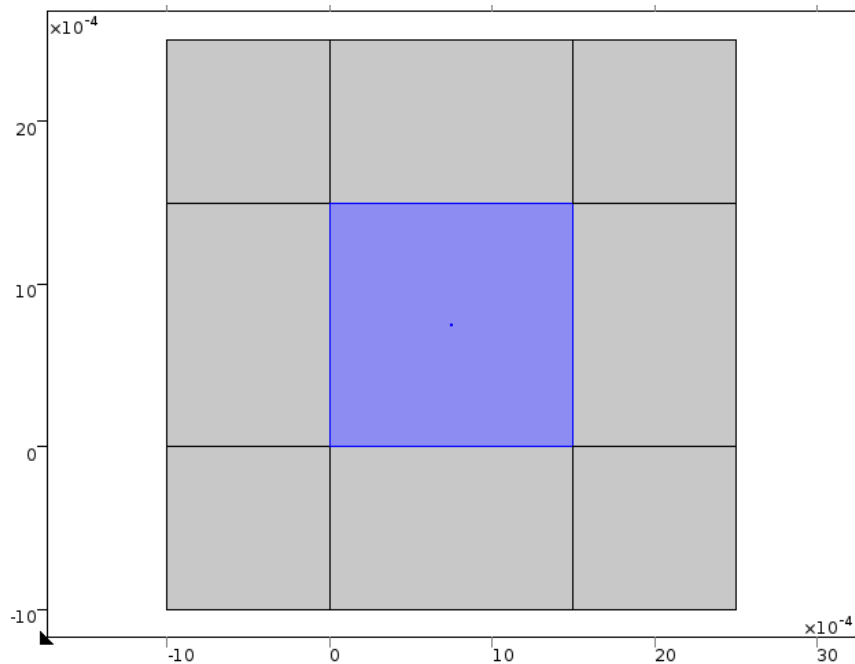
Vi Beskriver i følgende seksjon om hvordan ALID demping implementeres i 2D COMSOL modellen. Dempingsområdet ligger rundt løsningsområdet. I figur 3.5 er de grå områdene dempingsområdene og løsningsområdet er markert i blått. Ser at dempingsområdet består av åtte områder.

Framskaffelsen av dempingsformelen Som beskrevet i 1D dempingseksjonen , vil vi at dempingen øker kvadratisk som funksjon av avstand fra en spesifikk posisjon \mathbf{x}_0 . Vil også at dempingen skal skaleres til mellom null $D(\mathbf{x}) = 0$ til en maks verdi D_{\max} ved avstand L fra \mathbf{x}_0 . $L = \|\mathbf{x}_{\max} - \mathbf{x}_0\|$. Får at dempingen skal beskrives ved formelen

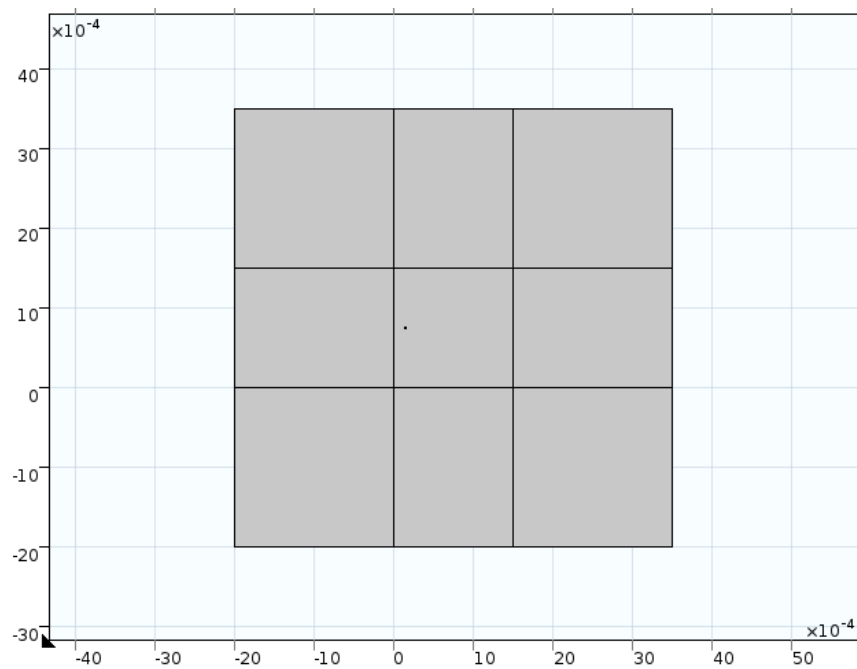
$$D(\mathbf{x}) = D_{\max} \cdot \left(\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{x}_0\|}{L} \right)^2, \quad (3.6)$$



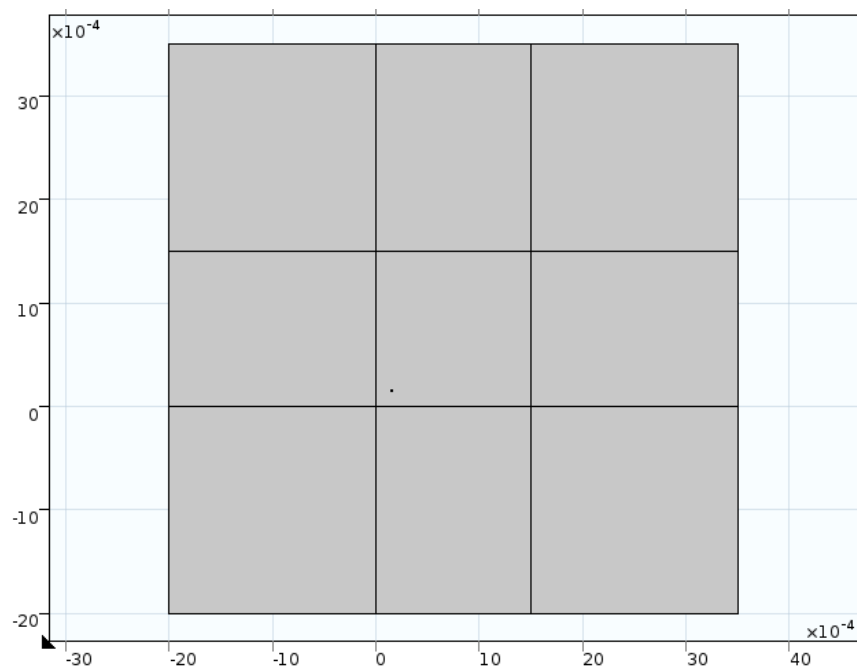
Figur 3.4: ROI, dempingsområde og bølgekilde, figur hentet fra [17]. Ved figur 3.4 er bølgekilden merket rødt, rundt bølgekilden ligger interesseområdet (på engelsk *Area of study*) og ytterst ligger dempingsområde eller *Absorbing layer*.



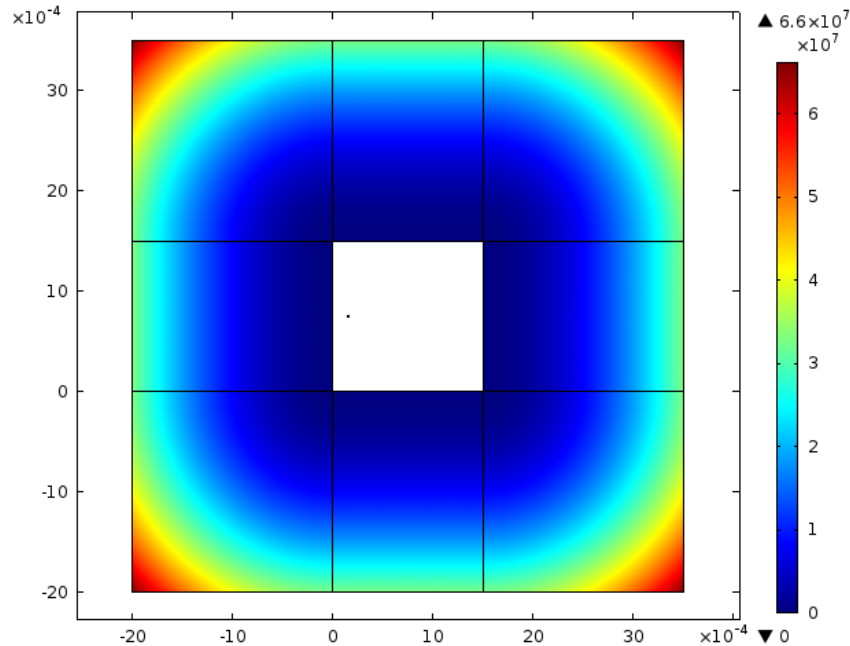
Figur 3.5: Geometrien til 2D dempet akryl modellen, med bølgekilde i midten, løsningsområdet utenfor det, og med dempingsområdet ytterst. Løsn



Figur 3.6: Geometri der kilden er satt langs siden.



Figur 3.7: Geometri der kilden er satt i et hjørne.



Figur 3.8: Figur fra COMSOL. Viser alpha damping $C_M(x)$. Damping begynner med $C_M = 0$ (blå farge) og øker til $C_M = C_{M,\text{maks}}$ (rødt). I det hvite kvadratet (løsningsområde) er det ingen damping.

der \mathbf{x} angir posisjon til dempingen. Hjørnene trenger x -og y -koordinatene for å beskrive dempingen, toppen, bunnen og sidene trenger enten bare x - eller y -koordinaten. Damping i hjørnene i figur 3.5 beskrives ved hjelp av

$$damping(x, y) = \left(\frac{\sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}}{x_2} \right)^2, \quad (3.7)$$

der x og y er posisjon, x_0, y_0 er hjørnet ved løsningsområdet og x_2 er lengden på siden av dempingsområdet. For sidene beskrives dempingen ved

$$increasedDamp(x, x_1, x_2) = \left(\frac{x - x_1}{x_2} \right)^2, \quad (3.8)$$

der x er avstand fra x -aksen, x_1 gir begynnelsen av dempingsområde og x_2 er lengden på dempingsområdet.

3.3.2 Implementering av innhenting av data.

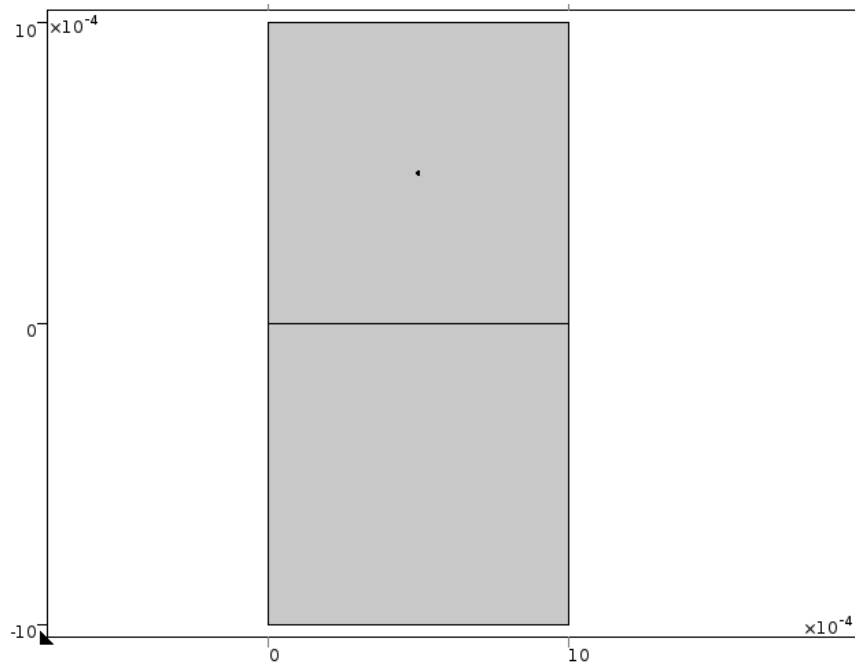
Beskriver om hvordan beregningene av andelen av bølgen ble reflektert fra skillet mellom *region of interest* (ROI) og dempingsområdet, og hvor mye av bølgen som blir reflektert tilbake fra ytterveggen kommer tilbake til løsningsområdet.

Lager to modeller for å beregne refleksjon som kommer fra ytterveggen av absorpsjonsområdet. En modell der absorpsjonsområdet ikke har noe demping påslått, og en annen modell hvor dempingen er slått på. *Udempet* er en modell med større geometri enn *dempet* modell. I udempet modell propagere bølgene fritt ut uten å rekke å støte på noe vegger. Energienivået integreres, i COMSOL, over tilsvarende samme region i udempet og dempet modell. Resultatene av dette ble overført til MATLAB og integrasjon over tid ble gjort for tilslutt å kommer frem til resultatene vist i denne tabellen.

3.4 2-D Demping i vann

Implementering av ALID ved hjelp av viskositet. Vann kan ikke beskrives ved Rayleigh demping siden den ikke er et lineært elastisk materiale. For å få til et lignende dempingsmodell i vann må det brukes faktumet at demping i vann beskrives ved hjelp av viskositet.

Vann 2D modellene vises i figur 3.9. Vannet dempes ved en modifisert ALID metode der



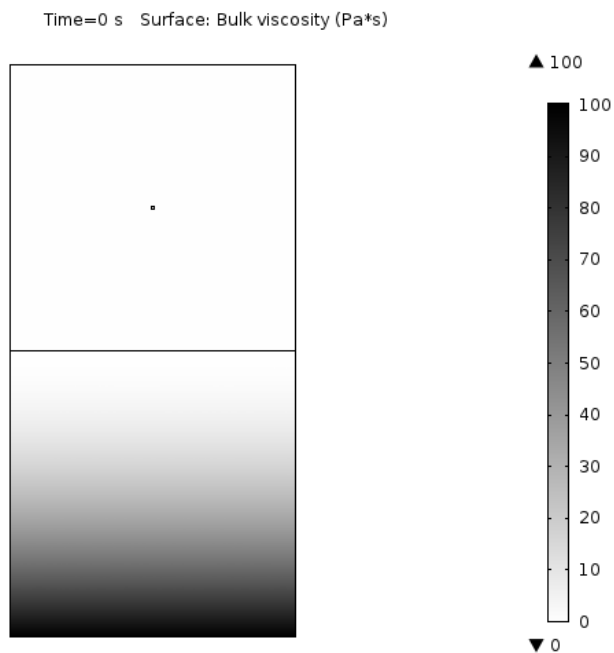
Figur 3.9: Øverste kvadrat er løsningsområdet, nederst er dempingsområde. I midten på i løsningsområdet ligger bølgekilden. Lengde på sidene av kvadratene er 1.0 mm. Radius på bølgekilden er $5\mu\text{m}$.

en bruker viskositet som dempingskoeffisient, istedenfor Rayleigh demping. Viskositeten øker gradvis, definert ved ligningen

$$100 \cdot \text{increasedDamp}(y, 0, \text{dampLength}). \quad (3.9)$$

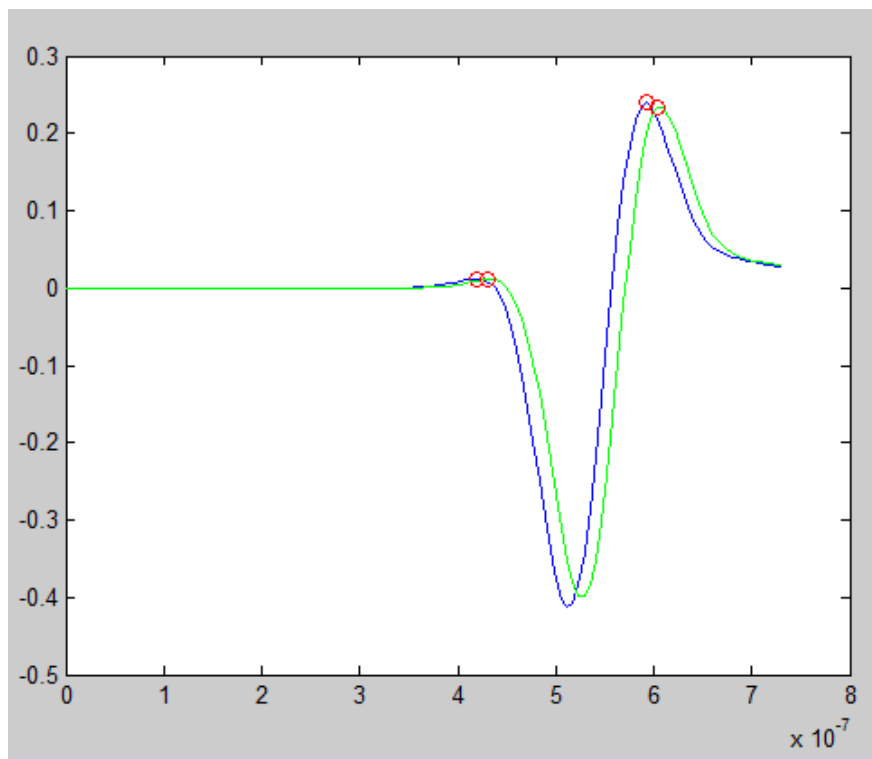
Funksjonen *increasedDamp* beskrives ved formel 3.8 på side 19. , visualisering av viskositet vises i figur 3.10.

Prober Setter inn to prober. En i løsningsområdet og en i dempingsområde. Begge probene er tett på skillet mellom løsningsområdet og dempingsområdet. Probene måler trykket.



Figur 3.10: Damping ved økende viskositet. bulk viskositeten øker gradvis fra 0 til 100 [Pa·s]. Økningen defineres ved formel 3.9.

Ved tabell 4.5, når det refereres til *probe 1 mot probe 2* betyr det at amplitude til probe 2 deles på amplituden til probe 1.



Figur 3.11: Blå linje er trykkdata fra prøve 1, grønn fra prøve 2. Vertikal aksen viser trykk i Pascal, horisontal aksen viser tid. De røde ringene viser lokale maksimal amplitude. Disse lokale maksimal amplitudene brukes for å sammenligne bølgene med hverandre.

Kapittel 4

Resultater

4.1 1-D Lineær elastisk demping

Målet med implementering av demping i PMMA i en dimensjon var å finne gode parametere for maksimal demping $C_{M,maks}$ og $C_{K,maks}$ og riktig grad av demping p , fra formlene 2.10 og 2.11 gjengitt her

$$C_M(x) = C_{M,maks} * (X(x))^P \quad \text{og}$$

$$C_K(x) = C_{K,maks} * (X(x))^P .$$

Krav at det skulle være samme demping ved to forskjellige frekvenser (fra teori delen) ga at $C_{M,maks}$ og $C_{K,maks}$ beregnes ved formelen 2.13 og 2.14 og gis som $al2$ og $be2$ i tabell 4.1.

C_M	C_K	demping i dB
$X(x)^2$	$X(x)^2$	-39
$X(x)^2$	0	-43
$X(x)^3$	$X(x)^3$	-28
$al2e^{\frac{x+(h_1+h2)}{-h_3}}$	$be2e^{\frac{x+(h_1+h2)}{-h_3}}$	-14

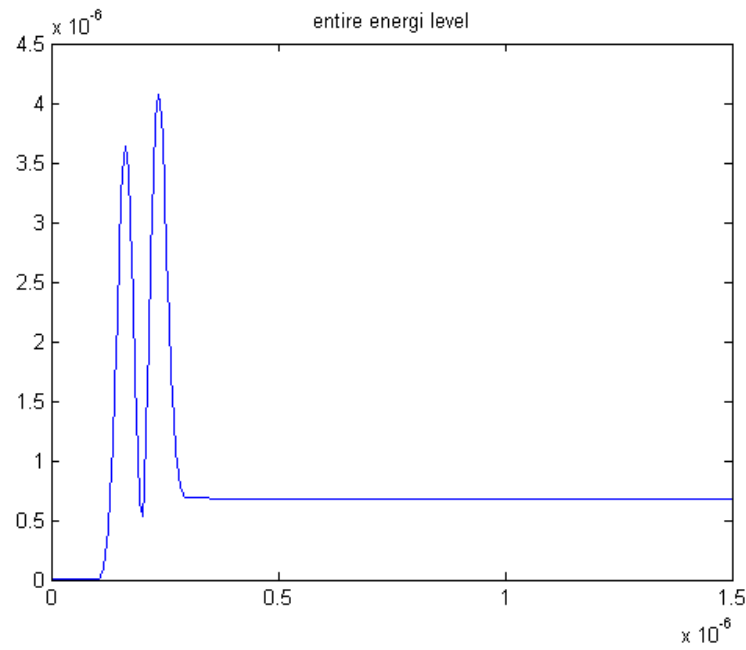
Tabell 4.1: Eksperimentering av parametere til 1-D demping. Demping målt ved $20 \log(\frac{A_2}{A_1})$ ([11, s.399], [18]) , der A_1 er maks amplitude på bølge før den treffer dempingsområdet og A_2 er maks amplitude på bølge av reflektert bølge. Formelene i tabellen referer til $(X(x))^P$ i ligningene 2.10 og 2.11.

4.2 2-D PMMA Numerisk stabilitet

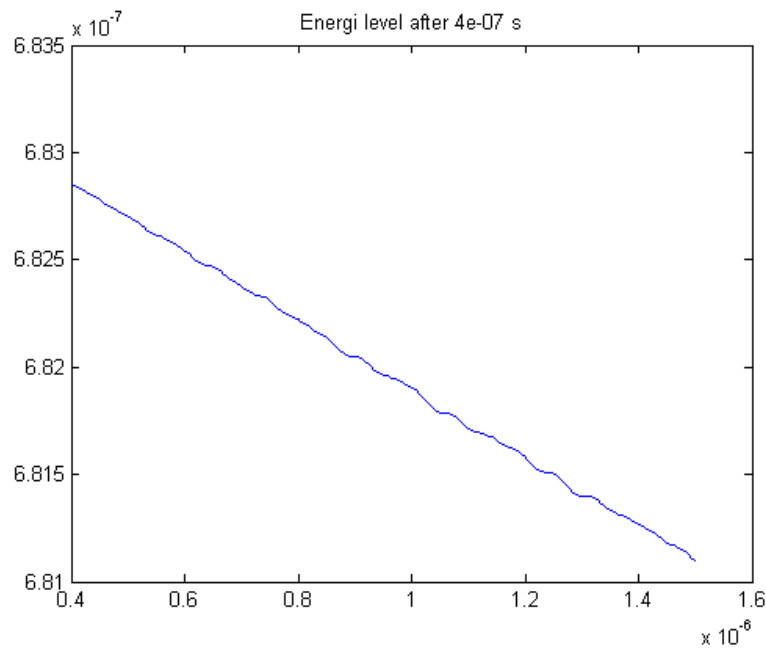
I denne seksjonen presenteres resultatene fra undersøkelsen om ved hvilke tids-og romoppløsninger en modell konserverer energi. Tabell over resultater fra undersøkelse om valg av størrelser på oppløsningene Δx og Δt gis i tabell 4.2. I tillegg vises figurer som beskriver om hva som menes med at når energinivået er stabil eller ustabil.

Δt [ns]	Δx [m]	Forskjell i prosent %	CFL	tid brukt på simulering [s]	kommentarer
0.5	$\lambda/15$	0.00041501 %		242	
3	$\lambda/15$	0.39428 %	0.225		ustabil
3	$\lambda/13$	0.39428 %		42	ustabil
3	$\lambda/10$	0.39428 %	0.15	25	ustabil
3	$\lambda/7$	0.39413 %	0.11	16	ustabil
5	$\lambda/15$	0.25733 %	0.38	34	stabil
5	$\lambda/10$	0.25737 %		17	stabil
5	$\lambda/7$	0.2576 %	0.18	11	stabil
5	$\lambda/4$	0.25807 %	0.1	8	
8	$\lambda/7$	4.5618 %	0.28	8	ustabil

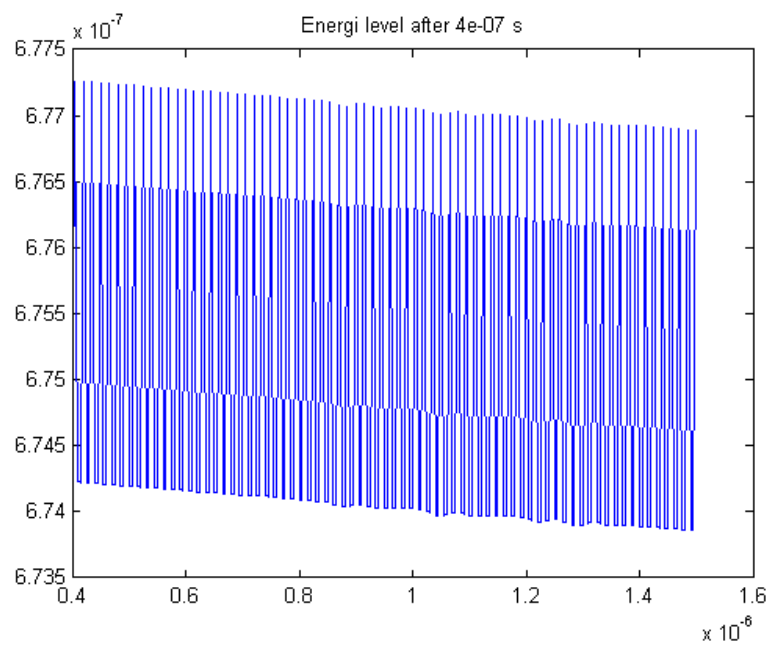
Tabell 4.2: Temporal oppløsning Δt varierer fra 0.5 ns til 3 ns. Romlig oppløsning Δx varierer fra $\frac{\lambda}{15}$ ($31.5\mu\text{m}$) til $\frac{\lambda}{4}$ (0.12 mm). Kommentarene stabil og ustabil referer til figurene 4.2 og 4.3. CFL er Courant-tallet. λ er bølgelengden, den er for akryl for en frekvens på $f_0 = 5\text{MHz}$, 0.472 mm , $c_{\text{PMMA}} = 2360\text{m/s}$.



Figur 4.1: Stabilt energi nivå. Ser hele tidsområdet.



Figur 4.2: Stabilt energi nivå. Samme som i figur 4.1 bare at vinduet er fokusert i tidsområdet $t \in [0.4, 1.6] \mu\text{s}$, (etter at $pot(t)$ er skutt inn i systemet). Ser at total energi i systemet synker (noe det egentlig ikke skal) men den synker lite, $1.5 \mu\text{J}/\text{s}$.



Figur 4.3: Fluktuerende energi nivå, men likevel en nedadgående trend. Δt og Δx som med et slikt fluktuerende energinivå ble ansett som ustabil.

4.3 2-D Lineær elastisk demping

I denne seksjonen gis resultatene for undersøkelsene av refleksjon fra dempingsområdet. Det er i hovedsak to undersøkelser, en er refleksjoner som oppstår i mellom løsningsområdet og dempingsområdet og refleksjoner fra ytterveggen av dempingsområdet som kommer tilbake til løsningsområdet.

Plassering	Dempet [J/m]	Udempet [J/m]	Differanse [J/m]	udempet : dempet
Senter			5.3423e-10	
Hjørne	9.6325e-05	9.6279e-05	4,6e-08	1 : 1.005
Side	1.024e.04	1.0238e-04	-2e-08	1 : 0.9998

Tabell 4.3: Refleksjon mellom ROI og dempingsområdet.

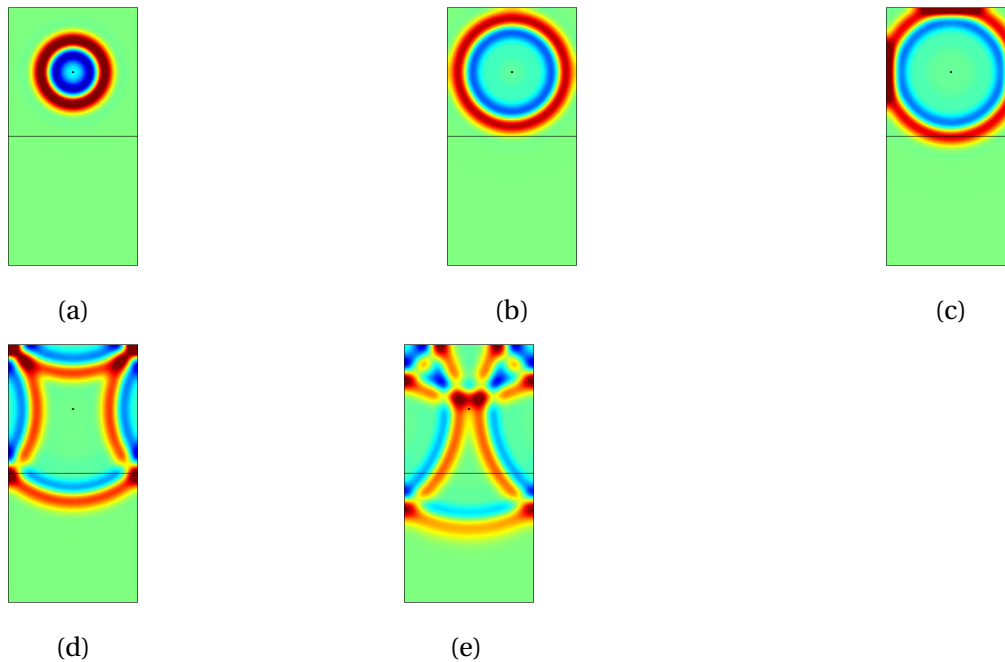
Plassering	Dempet [J/m]	Udempet [J/m]	Differanse [J/m]	udempet : dempet
Senter	7.2742e-09	7.7976e-09	0.5234e-09	1 : 0.9329
Hjørne	3.4343e-09	9.1732e-09	5.7389e-09	1 : 0.3744
Side	3.8876e-09	8.2927e-09	4.4050e-09	1 : 0.4688

Tabell 4.4: Refleksjon fra ytterveggen. Refleksjon fra udempet modell er en estimert størrelse. *Udempet* er en modell med større geometri enn *dempet* modell. I udempet modell propagere bølgene fritt ut uten å rekke å støte på noe vegger. Energinivået integrert, i COMSOL, over tilsvarende samme region i udempet og dempet modell. Resultatene av dette ble overført til MATLAB og integrering over tid ble gjort for tilslutt å kommer frem til resultatene vist i denne tabellen.

I tabellen 4.4 ser vi at reflektert energi i dempet modell er høyere enn i udempet modell. Hadde forventet høyere energi innhold i udempet modell, siden det er der vi har den faktiske refleksjonen. I udempet modell skal jo bølgene bare propagere fritt ut. Feilen ligger i at, energi i udempet modell er en estimert størrelse utifra linear fitting fra graf i figur 4.2.

Sammenligning av tabell 4.3 og 4.4 viser at største parten av refleksjonen fra dempingsområdet kommer fra ytterveggen av dempingsområdet (når bølgekilden er i satt i hjørnet eller ved siden) og veldig lite refleksjon oppstår ved skillet mellom løsnings- og dempingsområdet.

4.4 2-D Demping i vann



Figur 4.4: Øyeblikksbilder av bølgeutbredelsen. Legg merke til den svakere fronten av bølgen i figur 4.4e som følge av demping.

Verdier til tabell 4.5 produsert ved hjelp av reflection03.m (tillegg D.3 for kode). Fikk demonstrert en metode ved å teste en rekke ulike parameter verdier for maksimal viskositetsdemping. Simulering ble utført på COMSOL, tar i bruk *Livelink for MATLAB*, overfører relevant data til MATLAB og analyserer de videre der.

Tabell 4.5 viser at høyere maksimal viskositet gir større refleksjon ved inngangen til absorpsjonsområdet. Tabellen viser også at at det ikke er en lineær sammenheng maksimal viskositet og refleksjon fra ytterveggen.

maksimal viskositet [Pa · s]	probe1 mot probe2	E(maks amplitude). [Pa]	probe1 : E(maks amplitude)
5000	1 : 0.93976	0.10926	1 : 0.4558
2000	1 : 0.94846	0.12049	1 : 0.5168
1000	1 : 0.95142	0.12005	1 : 0.52039
500	1 : 0.95288	0.12327	1 : 0.53732
250	1 : 0.9536	0.11031	1 : 0.48222
100	1 : 0.95404	0.10958	1 : 0.47985
50	1 : 0.95418	0.10953	1 : 0.47989
25	1 : 0.95425	0.11452	1 : 0.50191
1	1 : 0.95432	0.13274	1 : 0.58194
vil ha så lav som mulig	vil ha så høyt som mulig		vil ha så lavt som mulig

Tabell 4.5: Maks viskositet ved 100 [Pa·s] gir best kombinasjon ved å la bølgen propagere fra interesse område til dempingsområde (øk forholdstall ved probe1:probe2), og har lav verdi i probe1:E(amp maks) (som blir tolket som lav refleksjon fra ytterveggen.) Amplitudene er blitt normalisert mot amplituden til den innkommende bølgen (probe 1).

Kapittel 5

Diskusjon

5.1 1-D Lineær elastisk demping

Fra tabell 4.1 ser vi at best demping og/eller minst refleksjon av fra dempingsområdet tilbake til løsningsområdet oppnås ved å sette $C_M(x) = (X(x))^2$, $C_K(x) = 0$. Videre brukes erfaringene med å måle dempingen i de senere modellene, og $C_K(x)$ beholder samme form som $C_M(x)$, for å sørge at det er samme demping i to forskjellige frekvenser.

I motsetning til anbefaling fra Drozd [15] om å ha $p = 3$, ga $p = 2$ en bedre demping.

5.2 2-D PMMA Numerisk stabilitet

Ser fra tabellen (4.2) at høy-temporal og -romlig oppløsning har liten numerisk feil i seg, men at tiden brukt på simuleringen er uholdbar lang. Vi ser at høy temporal oppløsning, på 3 ns og høy romlig oppløsning gir ustabil konservering av energi, noe som var litt merkelig, Courant-tallet er heller ikke høyt. Courant-tallet er derimot høy ved $\Delta t = 5$ ns $\Delta x = \lambda/7$, så veiledning ved hjelp av Courant-tallet er ikke veldig tillitvekkende med disse to resultatene.

Tidsoppløsning på 5 ns gir en stabil energikonservering og liten drift av energi nivå. Fra [12], [19] og flere anbefales at Courant-tallet holdes under 0.2, flere anbefaler også en bølgelengde oppløses ved et minimum med 4 punkter. Valgte tilslutt å ha en temporaloppløsning på 5 ns og romligoppløsning på $\lambda/7$. Dette så ut til å gi en god kompromiss mellom nøyaktighet til løsning og rask nok simuleringstid. Opplevde at det var tidkrevende å finne ut hvordan importere data

fra COMSOL til MATLAB, etter mye om og men fant ut av det ved hjelp [20].

5.3 2-D Lineær elastisk demping

Tabell 4.3 indikerer at innfallsvinkelen av bølgen inn på absorpsjonsområdet har lite å si på refleksjoner som oppstår mellom løsningsområdet og absorpsjonsområdet, siden det er lite forskjell om bølgekilden var plassert i midten, på siden eller i hjørnet. Hadde innfallsvinkel hatt en stor betydning hadde vi sett en større forskjell på udempet og dempet forholdet for når bølgekilden var satt tett inntil absorpsjonsområdet eller i hjørnet av løsningsområdet.

Derimot hadde innfallsvinkelen mye å si for hvor mye av refleksjonen fra ytterveggen kom tilbake til løsningsområdet. Ser fra tabell 4.4 at mye av den dempede bølgen kom tilbake fra ytterveggen når bølgekilden var satt ved siden og i hjørnet.

Noe som er et litt merkelig resultat. Ville ha tenkt at når bølgen først har kommet inn på absorpsjonsområdet ville amplituden av bølgen bli dempet mer siden bølgen må traversere mer av absorpsjonsområdet.

Resultatene fra tabell 4.4 gir mistanke om at metoden for å beregne forskjell fra en dempet modell mot en udempet modell er feil.

5.4 2-D Demping i vann

Ved valg av maks viskositet er det en trade-off av inngang av bølgen inn i dempingsområdet og bølge som reflektere tilbake i løsningsområde. Eller lengden på dempingsområdet kan forlenges i dette tilfellet. I alle fall ser vi at for å få en myk overgang fra løsningsområdet, med null demping, til dempingsområde, er det hjelpsomt å ha en lav maksimal viskositet. Lav maksimal viskositet vil derimot føre til lavere demping og fører til at refleksjonbølgen fra ytterveggen er stor nok til å forstyrre undersøkelser enn vil gjøre i løsningsområdet. Maksimal viskositet må oppfylle kravet om minimal refleksjon, og den må gjøres ved begge refleksjoner.

Det er overraskende at det ikke er en lineær sammenheng mellom maksimal viskositet og hvor mye av refleksjonsbølgen kommer tilbake til løsningsområdet. Ville ha trodd at dess høyere viskositet, dess mer av amplituden av bølgen blir absorbert bort. Forklaringen på dette kan være

at stigningen av viskositeten kan være såpass stor at det gir en såpass høy akustisk impedans ([21, s.60] og [22, s.363]) forskjell midt i absorpsjonsområdet at deler av bølgen blir reflektert, før det når enden av absorpsjonsområdet. Ytterlig testing for finne ut av dette hadde vært veldig interessant.

Kapittel 6

Konklusjon

Resultatene fra en-dimensjonal modell av lineært elastisk materiale ga at absorbering av amplituden av en bølge burde økes kvadratisk, istedenfor kubisk som har blitt anbefalt av andre [15]. Test for konservering av energi, i to-dimensjonal lineært elastisk modell, viste at tiden mellom simulerings stegene burde være på 5 ns, når frekvens til bølgen var på 5 MHz.

Romlig oppløsning for endeligelement metoden kunne varieres fritt til å være mellom 31.5 μm og 0.12 mm. Disse avstandene tilsvarte til å være henholdsvis $\frac{1}{15}$ del og $\frac{1}{4}$ del av en bølgelengde. Høy romlig oppløsning på $\frac{1}{15}$ dels bølgelengde ga en mindre drift av total energi i simuleringen, men denne forskjellen var marginalt mindre enn med romlig oppløsning tilsvarende $\frac{1}{7}$ -del bølgelengde.

Erfaringen fra to-dimensjonal akryl basert modell for å utføre refleksjonberegning med forskjellige plasseringer av bølgekilder var at; Ved tilpassing av dempingsområdet til en modell bør det konsentreres på å finne mengden av refleksjonen fra ytterveggen som kommer tilbake til løsningsområdet. Refleksjon fra overgangen fra løsningsområdet til dempingsområdet er minimal. Etter det burde dempingsparameterne (maksimal demping, lengde på dempingsområde) varieres til refleksjonen fra ytterveggen er ved et minimum. Refleksjon mellom løsningsområde og dempingsområde er veldig lite.

Den to dimensjonale modellen med vann som medium, ble brukt til å prøve å finne en bra maksimal viskositet for å absorbere bølger. Med en lengde på 1 mm på absorpsjonsområde ga en maksimal viskositet på 100 Pa·s mest absorbering av bølgeamplituden.

Ved bruk av ALID metoden er anbefalingene fra Drodz [15] fornuftige. Videre anbefales det å

først definere en demplingslengde, deretter eksperimenter med forskjellige verdier for maksimal dempingen, og etter dette justere demplingslengden ved behov.

Tillegg A

Forkortelser

CFL Courant, Friedrichs Lewy. Courant tallet.

ALID Absorbing Layers using Increased Damping

FEM Finite Element Method. Endelig element metode

PMMA Polymethyl-methacrylate

PML Perfectly Matched Layers

PVDF Polyvinylidene-difluoride

ROI Region of interest

Figurer

2.1 Rayleigh demping	7
3.1 1D modell med demping	11
3.2 Potensial funksjon $\text{pot}(t)$	12
3.3 Økning av demping	13
3.4 Bølgekilde,løsnings- og dempingsområde	17
3.5 Geometri 2D akryl, Bølgekilde i midten	17
3.6 side	18
3.7 hjørne	18
3.8 2D akryl med demping	19
3.9 Væske modell	21
3.10 Demping ved viskositet	22
3.11 Probe 1 og probe 2	23
4.1 Energi nivå	26
4.2 Stabilt energi nivå, forstørret.	26
4.3 Ustabilt energinivå,forstørret	27
4.4 Bølgeutbredelse for væske modell	29

Tabeller

2.1 Navier-Stokes ligningen oppstykket	4
4.1 Resultat fra en-dimensjonal modell	24
4.2 Numerisk stabilitet	25
4.3 Refleksjon mellom ROI og dempingsområde	28
4.4 Refleksjon fra yttervegg	28
4.5 Refleksjon ved viskositetsmodell	30

Tillegg D

MATLAB koder

D.1 energiComparisonScript02.m

Dette skriptet ble brukt sammen med MATLAB livelink. Skriptet laster inn data fra et av plottene i COMSOL og bruker dataen til å lage egne figurer (figur 4.1,4.2 og 4.3.) og å regne frem til noen av resultatene gitt i tabell 4.2.

```
clear all
```

```
close all
```

```
% Calculate total energy at each timestep in the simulation.
```

```
% Se if the total energy level is stable.
```

```
% If it is stable then it is an indication that the simulation in COMSOL
```

```
% is running well.
```

```
format long
```

```
% Textstring.txt, time1,
```

```
cell01 = importdata('energiEntireDomain.txt');
```

```
time1 = 40E-8; % Measurement starts at this timepoint.
```

```
rowAtTime1 = find(cell01(:,1)>=time1,1); % row number where time is above 40E-8
```

```
[nRows, nColumns] = size(cell01);
```

```
%% figures
```

```
cell01(15,1); % row, column
```

```

figure(1)
plot(cell01(:,1),cell01(:,2)) % column 1 is x-data, column 2 is y-data.
title('entire_energi_level')
figure(2)
plot(cell01(rowAtTime1:nRows,1),cell01(rowAtTime1:nRows,2))
title(['Energi_level_after_',num2str(time1),'_s'])
%%% Import deltaTime and deltaX.
cell02 = importdata('deltaTimeDeltaX.txt');
deltaTime = cell02(1,3)
deltaX     = cell02(1,4)
CFL        = cell02(1,5)
%%% prosent difference
% Energy level at t = 40 E-8 s -> cell01(rowAtTime1,2)
% Energy level at t = 1.5 E-6 s -> cell01(nRows,2)
diffEnergi = (cell01(rowAtTime1,2)...
    - cell01(nRows,2))...
    / cell01(rowAtTime1,2)*100;
disp([num2str(diffEnergi),'_%difference_of_energi_level_at_',...
    num2str(time1),'_s_and_',num2str(cell01(nRows,1)),'_s.'...
    ,'_With_deltaTime_and_deltaX=',num2str(deltaTime),'_s_',num2str(deltaX),'_m.'])
%%% save results to table
%% tableResults = zeros(1,3)
% load('results.mat')
% tableResults = [tableResults;[deltaTime,deltaX,diffEnergi,CFL]];
% save('results.mat','tableResults')
%%% save cropped energi level figure
% savefig(2,['deltaT_',num2str(deltaTime),'_deltaX_',num2str(deltaX),'.fig'])
%%%
% results02 = table(tableResults);
% writetable(results02);

```

D.2 centerReflectedDampVsUndamped.m

```

% Amount of energi returned from walls, in damped model.
load ('centerReturnWave', 'myUnDamped', 'myDamped', 'myTime')
% See available model tags
close all % DO NOT USE CLEAR ALL!
ModelUtil.tags
% Load model
% model = ModelUtil.model('Model2')
% mphnavigator
%% ROI, damped and undamped
% figure(1)
% modelData = mphplot(model, 'pg10')
%% Obtain useful data.
% myTime      = modelData{1,1}{1,1}.p;
% myUnDamped  = modelData{1,1}{1,1}.d;
% myDamped    = modelData{1,1}{1,2}.d;
% save('centerReturnWave', 'myUnDamped', 'myDamped', 'myTime')
%%
timeFrom = 1.2e-6;
indTimeFrom = find(myTime>timeFrom,1,'first');
%%
figure(20)
myDampedAfterT0 = myDamped.*(myTime>timeFrom)';
plot(myTime,myDampedAfterT0)
hold on
plot([timeFrom,timeFrom],[min(myDampedAfterT0),max( myDampedAfterT0)], 'red')
hold off
title('Energi_i_ROI_in_damped_model,_center_wave-source')
%%

```

```

disp([ 'Sum of damped energi (J/m) in ROI, center wave-source, after t=', num2str(t)
disp(num2str(sum(...
    myDampedAfterT0)...
    ))
disp(' J/m')
%% Estimated eneri in ROI in same timeregion for un-damped model
slopeY = @(x) -3.4e-05.*x + 9.3e-11
myUnDampedAfterT0 = slopeY(myTime).*(myTime>timeFrom);
disp([ 'Estimated sum of un-damped energi (J/m) in ROI, center wave-source, after t=
disp(num2str(sum(...
    myUnDampedAfterT0)...
    ))
disp(' J/m')

```

D.3 reflection03.m

```

% load data
loadData02
%%
% find and plot peaks
maxPeaks03
close all

```

D.4 loadData02

```

% Load data
% clear variables
close all
model = ModelUtil.model('Model2'); clc
% mphnavigator
%% Get time array

```

```

data01 = mphplot(model, 'pg10');
%%
timeArray      = data01{1,1}{1,1}.p;
probe1.data    = data01{1,1}{1,1}.d;
probe2.data    = data01{1,1}{1,2}.d;
%%
figure (3)
plot(timeArray, probe1.data, timeArray, probe2.data)
legend('probe1', 'probe2')
%%
clear data01

```

D.5 maxPeaks03

```

% find max peaks and plot max peaks.
probe1.data, probe2.data, timeArray
%% find max points in probe 1 and 2,
[probe1.pks, probe1.locs] = findpeaks(double(probe1.data));
[probe2.pks, probe2.locs] = findpeaks(double(probe2.data));
%% and mark them in plot
figure (3)
plot(timeArray, probe1.data, 'b', timeArray(probe1.locs), probe1.pks, 'or', ...
      timeArray, probe2.data, 'g', timeArray(probe2.locs), probe2.pks, 'or')
ylabel('Pressure_[Pa]')
xlabel('Time_[s]')
legend('probe1', 'max_points', 'probe2')
%% Todo: Pick only the two first peaks
% The incoming wave.
disp('probe1_: _probe2')
disp(['1_: _', num2str(mean(probe2.pks(2:3)./probe1.pks(2:3)))]])

```



```

%%
disp('Probe1_incoming:_mean_height_of_max_amplitudes')
disp(['1_:', num2str((mean(sqrt(probe1.pks.^2))./probe1.pks(3)))]])
% Get the peak of the returning wave.
disp('Mean_height_of_max_amplitudes')
disp(num2str(mean(sqrt(probe1.pks.^2))))

```

D.6 energiComparisonScript02.m

```

clear all
close all
% Calculate total energy at each timestep in the simulation.
% Se if the total energy level is stable.
% If it is stable then it is an indication that the simulation in COMSOL
% is running well.
format long
% Textstring.txt, time1,
cell01 = importdata('energiEntireDomain.txt');
time1 = 40E-8; % Measurement starts at this timepoint.
rowAtTime1 = find(cell01(:,1)>=time1,1); % row number where time is above 40E-8
[nRows, nColumns] = size(cell01);
%% figures
cell01(15,1); % row, column
figure(1)
plot(cell01(:,1), cell01(:,2)) % column 1 is x-data, column 2 is y-data.
title('entire_energi_level')
figure(2)
plot(cell01(rowAtTime1:nRows,1), cell01(rowAtTime1:nRows,2))
title(['Energi_level_after_', num2str(time1), '_s'])
%% Import deltaTime and deltaX.

```

```

cell02 = importdata('deltaTimeDeltaX.txt');
deltaTime = cell02(1,3)
deltaX     = cell02(1,4)
CFL        = cell02(1,5)
%% prosent difference
% Energy level at t = 40 E-8 s -> cell01(rowAtTime1,2)
% Energy level at t = 1.5 E-6 s -> cell01(nRows,2)
diffEnergi = (cell01(rowAtTime1,2)...
    - cell01(nRows,2))...
    / cell01(rowAtTime1,2)*100;
disp([num2str(diffEnergi), '_difference_of_energi_level_at_', ...
    num2str(time1), '_s_and_', num2str(cell01(nRows,1)), '_s.' ...
    , 'With_deltaTime_and_deltaX=', num2str(deltaTime), '_s_', num2str(deltaX), '_m.'])
%% save results to table
%% tableResults = zeros(1,3)
% load('results.mat')
% tableResults = [tableResults;[deltaTime, deltaX, diffEnergi, CFL]];
% save('results.mat', 'tableResults')
%% save cropped energi level figure
% savefig(2,['deltaT_', num2str(deltaTime), '_deltaX_', num2str(deltaX), '.fig'])
%%
% results02 = table(tableResults);
% writetable(results02);

```

Bibliografi

- [1] COMSOL Multiphysics. Multiphysics Cyclopedia navier-stokes equations, 2015. <http://www.comsol.com/multiphysics/navier-stokes-equations>.
- [2] L. Landau and E.M. Lifšic. *Fluid mechanics*, volume 6. Pergamon Press, 1959.
- [3] C.L.M.H. Navier. Memoire sur les lois du mouvement des fluides. *Mem. Acad. Sci. Inst. de France*, 6:389–440, 1822.
- [4] G. H. Stokes. On the theories of the internal friction of fluids in motion trans. *Cambridge Phil. Soc.*, 8(287).
- [5] J. Happel and H. Brenner. *Low Reynolds Number Hydrodynamics: With Special Applications to Particulate Media*. Mechanics of Fluids and Transport Processes. Springer Netherlands, 1983.
- [6] L.E. Kinsler. *Fundamentals of acoustics*. Wiley, 2000.
- [7] Comsol acoustics module user's guide, November 2013. Version 4.4.
- [8] Henrik Bruus. Acoustofluidics 7: The acoustic radiation force on small particles. *Lab Chip*, 12:1014–1021, 2012.
- [9] Trygve Holtebekk. Viskositet. i store norske leksikon, 2009, 15. Februar. Hentet 01.Mai 2015 fra <https://snl.no/viskositet>.
- [10] Gouri Dhatt, Gilbert Touzot, and Emmanuel Lefrançois. *Approximations with Finite Elements*, pages 21–95. John Wiley and Sons, Inc., 2012.
- [11] T. Sauer. *Numerical Analysis*. Pearson Addison Wesley, 2006.

- [12] Tor Arne Grønmo. Tilbake spredning av ultralydbølger fra elastiske materialer, Desember 2014. Prosjektoppgave.
- [13] Comsol multiphysics user's guide, May 2012. Version 4.3.
- [14] Geir Skeie. Elementmetoden i faststoffmekanikk ii, 2007.
- [15] Mickael Brice Drozd. *Efficient Finite Element modelling of ultrasound waves in elastic media*. PhD thesis, Imperial College London, 2008.
- [16] Jean-Pierre Berenger. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *Journal of Computational Physics*, 114(2):185 – 200, 1994.
- [17] Prabhu Rajagopal, Mickael Drozd, Elizabeth A. Skelton, Michael J.S. Lowe, and Richard V. Craster. On the use of absorbing layers to simulate the propagation of elastic waves in unbounded isotropic media using commercially available finite element packages. *NDT and E International*, 51(0):30 – 40, 2012.
- [18] Sverre K. & Ulseth Trond Holtebekk, Trygve & Myren. Desibel. i store norske leksikon, 2012, 2. august. Hentet 28.oktober 2014 fra <https://snl.no/desibel>.
- [19] Klaus-Jürge Bathe. 2.092 finite element analysis of solids and fluids i, fall 2009. (mit opencourseware: Massachusetts institute of technology), Fall 2009. Hentet 5. desember 2014 fra <http://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-092-finite-element-analysis-of-solids-and-fluids-i-fall-2009>. License: Creative Commons BY-NC-SA.
- [20] Livelink for matlab user's guide, May 2012. Version 4.3.
- [21] J.D.N. Cheeke. *Fundamentals and Applications of Ultrasonic Waves*. CRC series in pure and applied physics. Taylor & Francis, 2002.
- [22] P. Sprawls. *Physical Principles of Medical Imaging*. An Aspen Publication. Aspen Publishers, 1987.