



Uit

NORGES
ARKTISKE
UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Læreres begrunnelser av undervisning om ligninger

En kvalitativ studie om hvordan lærere på ungdomstrinnet begrunner sine didaktiske valg i undervisning om ligninger

Mathias Arthur Christensen Grøttum

Masteroppgave i lærerutdanning 5.-10. trinn Mai 2017



Sammendrag

Denne masteroppgaven har tittelen *Læreres begrunnelser for undervisning om ligninger*. Hensikten med denne studien er å undersøke hva lærere mener det er viktig å fokus på når man underviser om ligninger. Problemstillingen til denne oppgaven er: «*Hvordan begrunner lærere på ungdomstrinnet sine didaktiske valg i undervisning om ligninger?*»

Denne studien tar utgangspunkt i et konstruktivistisk kunnskapssyn, og har et generisk kvalitativt forskningsdesign. Datainnsamlingen ble gjort ved hjelp av semistrukturerte intervju av seks matematikklærere på ungdomstrinnet på ulike skoler i Norge. Videre har intervjuene blitt transkribert og kodet, og det er gjort en tematisk analyse av dataen for å se etter ulike funn.

Gjennom analysen har jeg funnet ut at lærerne har stort fokus på at elevene skal oppnå forståelse som resultat av undervisningen. Lærernes begrunnelser er videre satt i sammenheng med teori som sier noe om hvilke kunnskaper man bør ha for å være en kyndig matematikklærer.

Forord

Med denne oppgaven avslutter jeg mitt integrerte mastergradsprogram i lærerutdanning for 5.-10. trinn ved Universitetet i Tromsø – Norges arktiske universitet. Gjennom arbeidet med denne mastergradsoppgaven har jeg fått ny og forsterket innsikt i det å undervise i ligninger for elever på ungdomstrinnet.

Arbeidet med denne masteroppgaven har vært krevende og det er mange som har vært med på å gjøre det mulig for meg å gjennomføre denne oppgaven. Først vil jeg rette en stor takk til min veileder Per Øystein Haavold ved institutt for lærerutdanning og pedagogikk, for å ha kommet med gode idéer og hjelp underveis i prosessen. Videre vil jeg takke mine informanter som har bidratt og gitt innsikt i hvordan det undervises i algebra i skolen.

En stor takk til min kjære samboer Tiril for all støtte, tålmodighet og for at hun har kommet med motiverende innspill og oppmuntring når arbeidet har vært utfordrende. I tillegg vil jeg takke for at hun har tatt en stor del av oppgavene hjemme og med lille Magnus, dette setter jeg stor pris på.

En stor takk til mamma, for at du har hatt troen på meg gjennom arbeidet. Du har bidratt med mange gode råd og oppmuntring, noe jeg setter stor pris på.

Deretter vil jeg takke min familie, venner og medstudenter for gode innspill og oppmuntring gjennom en lang prosess.

Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Bakgrunn for forskningsspørsmål	1
1.2	Forskningsspørsmål	2
2	Algebra	3
2.1	Genererende aktiviteter.....	4
2.2	Transformerende aktiviteter	4
2.3	Resonnerende aktiviteter	4
2.4	Algebra som generalisert aritmetikk.....	5
2.5	Algebra som studie av prosedyrer for å løse visse problemer	5
2.6	Algebra som studie av forhold og mengder.....	6
2.7	Algebra som studie av strukturer	6
2.8	Ligninger	7
3	Rammeverk	8
3.1	Bredde- og dybde kunnskap i skolematematikk.....	9
3.2	Kjenne elevene som tenkende	11
3.3	Kjenne elevene som lærende	13
3.4	Utforming og administrering av læringsmiljøer	15
3.5	Utvikle klasserom normer og støtte klasserom diskurs som en del av «undervisning for forståelse».....	16
3.6	Bygge relasjoner som støtter læring	17
3.7	Refleksjon over egen praksis	18
3.8	Begrunnelse for rammeverket	19
3.9	Tidligere forskning	20
4	Metode.....	20
4.1	Forskningsdesign	21

4.2	Valg av metode	21
4.3	Beskrivelse av forskningsprosessen	24
4.3.1	Utvalg	24
4.3.2	Utarbeidelse av intervju	25
4.3.3	Gjennomføring av intervju	27
4.4	Analysering av datamaterialet	28
4.4.1	Transkribering	28
4.4.2	Analyse	28
4.5	Kvalitet på undersøkelsen	32
4.5.1	Validitet og Reliabilitet	32
4.5.2	Etiske overveielser	34
4.5.3	Kritikk av metode	34
5	Resultater og funn	35
5.1	Analyse av temaer	35
5.1.1	Matematikken tar utgangspunkt i en realistisk situasjon.....	35
5.1.2	Bruk av ulike representasjoner for økt forståelse.....	36
5.1.3	Læring bygger på tidligere kunnskap.....	37
5.1.4	Uformelle samtaler bidrar til forståelse.....	38
5.1.5	Bruk av problemløsningsoppgaver for å skape diskusjon.....	39
5.1.6	Læring gjennom elevdeltakende undervisning.....	40
5.2	Teoretiske funn	41
5.2.1	Matematikken tar utgangspunkt i en realistisk situasjon.....	41
5.2.2	Bruk av ulike representasjoner bidrar til forståelse.....	43
5.2.3	Læring bygger på tidligere kunnskap.....	44
5.2.4	Uformelle samtaler bidrar til økt forståelse.....	45
5.2.5	Bruk av problemløsningsoppgaver for å skape diskusjon.....	47
5.2.6	Læring gjennom elevdeltakende undervisning.....	48

5.2.7	Refleksjon over egen praksis.....	49
5.3	Diskusjon	50
6	Oppsummering	52
6.1	Veien videre.....	52
7	Referanser.....	54
	Vedlegg 1	58

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for forskningsspørsmål

Da jeg skulle velge tema for masteroppgaven, ville jeg jobbe med et prosjekt jeg kunne ta med meg videre inn i læreryrket. I løpet av min utdanning har jeg blitt introdusert for TIMSS og PISA som er internasjonale undersøkelser som måler matematikkferdigheter hos elever. Der kommer det frem at norske elever er svake i matematikk på internasjonal basis, dette gjelder særlig i emnet algebra. Norske elever på 8. trinn gjør det mye dårligere i algebra kontra andre emner i matematikken (Grønmo, 2013).

I TIMSS så blir det presentert i resultatene at norske elever på 8. trinn gjør det mye dårligere i algebra enn andre emner i matematikken. Norske elever er blant de yngste elevene som deltar i TIMSS, men det blir påpekt at dette ikke kan være eneste grunnen til de dårlige resultatene (Grønmo, 2013). Også i PISA undersøkelsen ligger norske elever relativt lavt i forhold til gjennomsnittet (Kjærnsli og Olsen, 2013).

Det at forskjellene var så store mellom resultatene i algebra og andre emner i matematikken gjorde at jeg ble nysgjerrig på hva som kunne være grunnen til at det var slik. Samtidig så begynte jeg å tenke på hvordan undervisningen var lagt opp da jeg gikk på skolen, selv om de erfaringene jeg har med meg fra min tid i skolen er fra elevens syn, så husker jeg at mange i klassen hadde store problemer med ligninger, dette gjaldt da spesielt likhetstegnet. Dette gjorde meg interessert i å se hvordan undervisningen i norsk skole fungerte i praksis, på hvordan undervisningen i ligninger blir praktisert og begrunnet fra lærerens synspunkt. På bakgrunn av dette, og at algebra i seg selv er et så stort emne innenfor matematikken, og at dette er en masteroppgave som skal gjennomføres i løpet av et halvt år, så ville jeg ikke rukket å gå gjennom alt innenfor algebra. Derfor har jeg valgt å avgrense oppgaven til å omhandle ligninger som er en del av algebra og skolematematikken. Dette presenteres i læreplanen etter 10. trinn. I området *tall og algebra* kommer det frem at ligninger er en del av det algebra dreier seg om (Utdanningsdirektoratet, 2013).

I Knuth, Stephens, McNeil & Alibali (2006) kommer det frem at mange av problemene rundt det å arbeide med algebra ligger i det det å ha forståelse for hva likhetstegnet betyr. Mange elever ser på likhetstegnet som et symbol som skal gi et svar på en aritmetisk operasjon i

stedet for et symbol som viser matematiske likheter. Dette anses da som et fundament for å forstå algebra og har derfor fått stor oppmerksomhet i tidligere forskning. Siden det å ha forståelse for algebra har så stor betydning og er en «døråpner» for elevenes fremtidige utdanning og arbeidsmuligheter så har algebra blitt en så viktig del av matematikkundervisningen (Knuth, Stephens, McNeil & Alibali, 2006). På bakgrunn av dette anser jeg det som svært relevant å forske på hvordan undervisning om ligninger blir gjennomført i praksis og hvordan lærere velger å begrunne de valgene de gjør i undervisningen.

1.2 Forskningsspørsmål

Målet med dette prosjektet var å undersøke lærerens undervisning om ligninger i praksis, og deres begrunnelser for det de gjør. For å finne ut av dette ble jeg nødt til å ta utgangspunkt i læreren og da finne ut hvordan læreren underviser om ligninger, hva man må tenke på når man underviser og hva som er grunnen til at man gjør det man gjør. Ut ifra dette kom jeg frem til problemstillingen:

Hvordan begrunner lærere på ungdomstrinnet sine didaktiske valg i undervisning om ligninger?

For å finne svar på min problemstilling vil jeg intervjuer en rekke lærere der jeg er ute etter å få forståelse for prosessen rundt deres begrunnelser i undervisning om ligninger. For å ha et teoretisk grunnlag for å gjennomføre undersøkelsen vil jeg ta utgangspunkt i et rammeverk som er utformet av Schoenfeld & Kilpatrick (2008). Rammeverket omhandler kunnskaper læreren bør besitte for å gjennomføre god undervisning i matematikk. Ligninger er en stor del av skolematematikken og siden rammeverket presenterer teori om kunnskaper som kreves av en lærer for å gjennomføre god undervisning i matematikk, så anså jeg det som et nyttig verktøy for å svare på problemstillingen.

2 Algebra

Algebra er et abstrakt emne innenfor matematikken som er vanskelig å definere og har mange forskjellige innfallsvinkler. I dette kapitlet vil jeg gjøre rede for ulike oppfatninger av algebra som kan bidra til at jeg kan forklare hva jeg legger i begrepet ligninger videre i oppgaven.

Algebra blir av Grønmo (2013) beskrevet som motoren i matematikken, på lik linje med tall. Videre så beskriver hun at algebra er generalisert aritmetikk, som kan brukes som et verktøy for videre læring og det å bruke matematikken. Dette kommer også frem i det Bergsten, Häggström & Lindberg (1997) skriver om at man ved å bruke bokstavuttrykk i stedet for tall, så blir det lettere å regne og dermed mulig å generalisere løsningsmetoder. Dette kommer som et resultat av at man har hatt vanskeligheter med å løse tunge aritmetiske og geometriske problemer. Senere i oppgaven når det henvises til bokstavuttrykk mener jeg ulike uttrykk som har en mengde på hver side av likhetstegnet som inneholder en eller flere variabler.

I Kieran (2007) kommer det frem at vi har to hovedsyn på temaet algebra. Det tradisjonelle og det reformistiske synet på algebra. I det tradisjonelle synet er algebra noe for seg selv. Dette vil si at algebra og funksjoner ikke skal blandes, dette er to helt forskjellige felt. I det reformistiske synet så skal hovedvekten ligge på funksjoner, gjennom det å løse problemer fra den virkelige verden med andre metoder enn symbolsk manipulering. Gjennom å blande algebra og funksjoner så vil det være med på å fremme forståelse og bruk av algebra og funksjoner. Som et resultat av diskusjonene mellom disse synene så sitter man igjen med en blanding av dem i de vestlige skolene. Radford (2004) skriver at meningen i algebra ligger mellom læren om tall og ikke-matematiske systemer. Dette kan forstås som at det som ligger til grunn for algebra er at de ikke- matematiske systemene omhandler et ytre problem som kan løses gjennom å ta i bruk symboler som verktøy. Bergsten et. al. (1997) nevner at algebra i dag handler om det å regne med bokstavsymboler. De presiserer viktigheten av at man gjør rede for ulike sammenhenger der bokstavsymboler blir tatt i bruk, hva symbolene står for, og for hvilke matematiske aktiviteter de kan brukes i.

Kieran (1996, gjengitt av Kieran 2007, s. 713) har en innfallsvinkel på hva algebra handler om, og har utformet GTG modellen som beskriver algebraiske aktiviteter. Denne modellen deler inn skolealgebraen i tre deler: *Generational, Transformational og Globa/meta level*,

disse begrepene blir jeg å henvise til som genererende, transformerende og resonnerende aktiviteter.

2.1 Genererende aktiviteter

Genererende aktiviteter i algebra handler om fortolkninger av situasjoner, mønstre, forhold og verdier som videre blir representert som algebraiske uttrykk og ligninger. Eksempler på genererende aktiviteter i algebra omhandler a) ligninger med ukjente som representerer et problem, b) generaliserte uttrykk som en følge av geometriske mønstre eller tallsekvenser, og c) uttrykk for regler for numeriske relasjoner (Kieran, 2007). Eksempel på en genererende aktivitet kan være: Jack er 3 år eldre en Chloe. Hva kan du skrive for Jacks alder? I dette tilfellet foregår det en fortolkning av en situasjon som videre representeres i et algebraisk uttrykk (Wilson, Ainley & Bills 2003). Radford (2001) nevner at i genererende aktiviteter så er algebraens rolle å bidra som et språk for å uttrykke mening. Det kan tolkes som at algebraiske uttrykk brukes for å beskrive sammenhenger, slik som i eksemplet ovenfor der uttrykket blir $c + 3 = j$, som er ei ligning.

2.2 Transformerende aktiviteter

Kieran (2007) skriver at denne typen aktivitet blir referert til som regelbasert algebra. Dette inkluderer blant annet faktorisering, utvide, erstatte et uttrykk for et annet, løse ligninger og ulikheter, forenkle uttrykk, erstatte tallverdier i uttrykk og ligninger. Ofte går denne typen aktiviteter ut på å endre eller manipulere den symbolske formen av et uttrykk for å oppnå likheter. Eksempel på transformerende oppgave kan være: $14 + n = 43$ (Wilson et. al., 2003). Videre trekkes det frem i Kieran (2007) at innenfor *transformational activities* for elever på barne- og ungdomsskole så ligger fokuset på det å koble det elevene allerede kan i aritmetikken til det algebraiske domenet.

2.3 Resonnerende aktiviteter

Disse aktivitetene går ut på at algebra blir brukt som et verktøy som ikke er eksklusivt til algebra. Fokuset i denne typen aktiviteter er generelle matematiske prosesser og aktiviteter. Denne typen aktiviteter gir ofte grunn og motivasjon til å jobbe med genererende og transformerende aktiviteter da de kan løses uten å bruke noen form for symbolsk algebra. Det vil være flere løsningsmetoder. Eksempler på aktiviteter kan blant annet være problemløsning,

modellering, generaliserende mønstre og å se på strukturer. Dette gir muligheter for å jobbe med aktiviteter uten å ta i bruk formell matematikk (Kieran, 2007). Dette kan forstås som at i denne typen aktiviteter vil det være mulig å løse et problem ved hjelp av resonnementer, det vil være mulig å ta i bruk flere forskjellige metoder for å løse et problem, ikke nødvendigvis bare symbolsk form. Resonnerende aktiviteter som omhandler modellering, er for eksempel satt sammen av en eller flere matematiske enheter og sammenhengen mellom dem, som er med på å representere et reelt problem i den virkelige verden (Kieran, 2007). Dette kan da være et eksempel på bruk av funksjoner i algebra og det vil være mulig å bruke ligninger for å løse problemet.

Usiskin (1999) nevner at algebra er et emne som det er vanskelig å definere, men han presenterer fire ulike oppfatninger om hva algebra er. a) algebra som generalisert matematikk, b) algebra som studie av prosedyrer for å løse visse problemer, c) algebra som studie av sammenhenger mellom mengder, d) algebra som studie av strukturer.

2.4 Algebra som generalisert aritmetikk

I følge Usiskin (1999) går denne oppfatningen i all hovedsak ut på å se på bokstavuttrykk som verktøy for å oversette og generalisere mønstre. Et eksempel her vil være $3 + 5.7 = 5.7 + 3$. Det generaliserte uttrykket for dette stykket vil være $a + b = b + a$. Dette kan forstås som at man i denne oppfatningen tar i bruk de aritmetiske kunnskapene man har og generaliserer ulike mønstre. I denne oppfatningen refereres det ikke til ukjente, men bokstavuttrykk. Da vil a ha samme verdi på hver side av likhetstegnet og det samme gjelder b . Så denne oppfatningen kan forstås som at man erstatter aritmetiske uttrykk med bokstavuttrykk for å lage en formel.

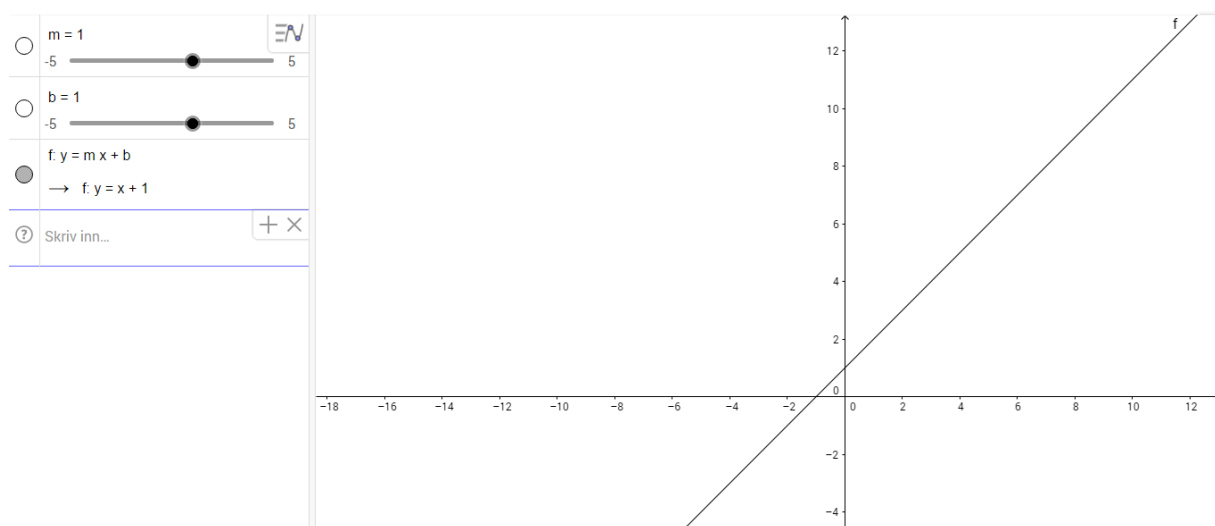
2.5 Algebra som studie av prosedyrer for å løse visse problemer

Usiskin (1999) illustrerer denne oppfatningen ved eksempelet: Når 3 blir lagt til 5 ganger et eller annet tall så blir svaret 40. Finn tallet. Dette kan også skrives som $5x + 3 = 40$. Her ser vi at problemet er oversatt til et algebraisk språk, i dette tilfellet en ligning. Videre så må man legge til -3 til hver side for å få x alene. Her manipulerer man ligningen eller uttrykket for å få x alene på ene siden av likhetstegnet. Videre så må det deles på 5 på begge sider for å finne verdien for x . Variablene i denne ligningen er enten ukjente eller variabler. Her kan det forstås

at man gjør forskjellige prosedyrer for å finne svaret på problemet, oversette problemet til noe algebraisk, manipulere uttrykket for å finne verdi på den ukjente og at uansett hva man gjør med uttrykket så har det lik verdi på begge sidene av likhetstegnet.

2.6 Algebra som studie av forhold og mengder

Ifølge Usiskin (1999) handler denne oppfatningen om forhold mellom forskjellige mengder, og han poengterer at man ikke er ute etter å løse noe, og den store forskjellen på denne og oppfatningen i 2.1.5, er at variablene varierer. Usiskin (1999) illustrerer dette med ligningen $y = mx + b$. Denne ligningen er da en funksjon med variablene x og y og konstanten m . Dette kan forstås med at variablene avhenger av hverandre, fordi y verdien vil avhenge av hvilken verdi x har og motsatt. Denne typen ligninger kan også illustreres ved hjelp av en graf:



Figur 1

2.7 Algebra som studie av strukturer

Denne oppfatningen går i all hovedsak ut på strukturer i algebra (Usiskin, 1999). Videre skriver han at strukturene omhandler grupperinger, ringer, integral domener, felt og vektorrom. Usiskin (1999) skriver også at denne oppfatningen har lite til felles med den algebraen som blir undervist på ungdomsskolen. Den inneholder teoremer og manipulasjoner som krever høy kunnskap innenfor algebra for å gjennomføre. Det som læres på ungdomsskolen vil kunne fungere som grunnlag for det man skal lære innenfor denne oppfatningen.

Ovenfor har jeg presentert hva ulike forskere definerer algebra som, inkludert GTG-modellen av Kieran (2007) og fire forskjellige oppfatninger av Usiskin (1999). I alle tilfellene så gjøres det rede for hva temaet algebra handler om. I de tre aktivitetene i GTG-modellen er man i en eller annen form innom ligninger, enten det er via symboler eller via tekstoppgaver og grafer. Det samme gjelder innfallsvinklene til Usiskin (1999) der ligninger kobles spesielt til de tre første. Det jeg ser ut ifra alle innfallsvinklene nevnt ovenfor er at ligninger spiller en stor rolle innenfor emnet algebra. Dette underbygger viktigheten av at elevene får best mulig grunnlag for å forstå og lære seg ligninger. Ligninger er også en del av kompetansemålene i *tall og algebra*, og *funksjoner* i læreplanen i matematikk etter 10. trinn (Utdanningsdirektoratet 2013).

2.8 Ligninger

Som nevnt ovenfor så er algebra vidt emne som er vanskelig å definere, men ut ifra de forskjellige punktene nevnt ovenfor så kan man si at ligninger er viktig innenfor algebra. Ei ligning kan beskrive ulike problemer, men løses på lik måte uansett hvilket problem det er. Ligninger omhandler det å finne verdier for forskjellige variabler eller ukjente, og det å ha like mengder på begge sider av likhetstegnet. Det kan være flere ukjente i ei ligning. Ei symbolsk ligning kan være for eksempel: $c + 3 = j$, $5x + 3 = 40$, eller $y = mx + b$, for å nevne noen. I tillegg så kommer det også frem i det Kieran (2007) og Usiskin (1999) skriver at ligninger ikke bare er i symbolsk form. Ligninger blir ofte presentert gjennom fortolkninger av situasjoner, mønstre og forhold. Du kan ha en situasjon som i eksempelet til Kieran der Jack er 3 år eldre en Chloe. Hva kan du skrive for Jacks alder? Her har man en realistisk situasjon som ikke nødvendigvis ser ut som en ligning slik det står, men den kan fortolkes og oversettes til symbolsk form, eller en ligning, i dette tilfellet kan Chloe være x og Jack være y og vi ender da opp med en symbolsk ligning i form av $y = x + 3$. En annen måte å representere ligninger kan være i grafisk form. Slik Usiskin (1999) viser gjennom bilde av en graf (figur 1). Denne grafen er mulig å fortolke og oversette til en symbolsk form, i dette tilfellet $y = x + 1$. Det som er sikkert er at en stor utfordring for elevene er å mestre det å oversette til symbolsk form, dette kommer også frem i det Asquith, Stephens, Knuth & Alibali (2007) skriver om at enkle ligninger og ulikheter er vanskelige å oversette til symbolsk form. Det er altså vanskelig for elever å oversette enkle matematiske situasjoner og grafer til symbolsk form. I tillegg så nevner Asquith et. al. (2007) at det kommer frem i forskning gjort

om elevers forståelse for algebra at de har store problemer med misoppfatninger. Det knyttes ofte misoppfatninger til likhetstegnet og variabler. Det kommer frem i mange undersøkelser som omhandler barne- og ungdomsskole, at elever har vanskeligheter med å oppnå relasjonell forståelse for likhetstegnet, altså å forstå at likhetstegnet representerer to like mengder på hver side av likhetstegnet i stedet for at det fungerer som et tegn som gir svaret på et regnestykke. Det blir nevnt at det å ha relasjonell forståelse av likhetstegnet er viktig når man jobber med ligninger og nødvendig når det kommer til det å forstå. Selv om en rekke forandringer blir gjort så bevares fortsatt likheten på begge sider av likhetstegnet. Det kommer også frem i tidligere forskning at elever sliter med å forstå at bokstaver brukt i matematikken kan stå for en ukjent mengde. Elever ser heller på bokstaver som forkortelser i stedet for at de representerer en ukjent mengde (Asquith et. al. 2007).

I min oppgave er det dette jeg tar utgangspunkt i når jeg snakker om ligninger. Ut ifra begrepene ovenfor så har det kommet frem at ligninger er sentralt både i algebra og funksjoner, så vil jeg ikke skille mellom de begrepene senere i oppgaven når jeg skal analysere mine funn.

3 Rammeverk

I dette kapitlet vil jeg gjøre rede for rammeverket *Toward a theory of proficiency in teaching mathematics* som er brukt i utformingen av intervjuguiden, og som verktøy i dataanalysen (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). Rammeverket er ment for å bidra til å utvikle læreres kompetanse i det å undervise matematikk. Dette rammeverket består av syv ulike dimensjoner som blir forklart og undersøkt gjennom å ta utgangspunkt i ulike verktøy, som for eksempel caser, oppgaver og tidligere forskning. De ulike dimensjonene peker på sentrale kunnskaper som er nødvendig for lærere å kunne, slik at de kan gjøre fornuftige og begrunnede valg i egen undervisning, og på denne måten bli en kyndig matematikklærer. For å være en kyndig matematikklærer så bør man som lærer ha kunnskaper om alle dimensjonene presentert av Schoenfeld & Kilpatrick (2008). Dimensjonene blir kalt for: *Knowing school mathematics in depth and breadth, knowing students as thinkers, knowing students as learners, crafting and managing learning environments, developing classroom norms, building relationships that*

support learning, og *reflecting on one's practice*. I kommende redegjørelse av dimensjonene har jeg oversatt til norsk.

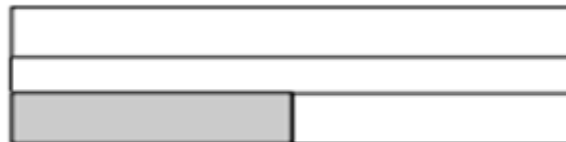
3.1 Bredde- og dybde kunnskap i skolematematikk

I begrepet *bredde- og dybdekunnskap i skolematematikk* beskriver Schoenfeld & Kilpatrick (2008) hvilke matematiske egenskaper som kreves av læreren for å gjennomføre god undervisning. De skriver at dyktige læreres kunnskaper og forståelse om matematikk er både bred og dyp. Schoenfeld & Kilpatrick (2008) skriver:

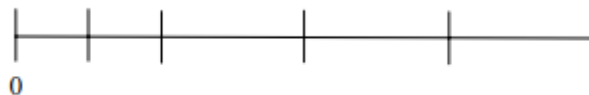
It is broad in that such teachers have multiple ways of conceptualizing the current grade-level content, can represent it in a variety of ways, understand the key aspects of each topic, and see connections to other topics at the same level (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008, s.2)

Bred betyr her at lærere forstår de grunnleggende ideene bak hvert emne på det aktuelle nivået, kan fremstille og presentere begreper og ideer på forskjellige måter, kan knytte forskjellige matematiske ideer sammen på det nivået som undervises, og kan generelt konseptualisere matematikken på forskjellige måter, slik at det gir mange muligheter for elevene til å angripe problemet og forstå ideene. Lærerne skal også ha kunnskaper om forskjellige måter å tolke ulike operasjoner i ulike tema i matematikken. Eksempel på dette innenfor ligninger vil kunne være at læreren er klar over ulike måter å tolke ligninger, eller at ligninger kan presenteres på ulike måter, blant annet igjennom symboler, grafer, eller problemløsningsoppgaver. I tillegg så må læreren være klar over vanlige feil og misoppfatninger når elevene jobber med matematikk. Schoenfeld & Kilpatrick bruker eksempelet med brøk der delene i brøken er i forskjellig størrelse. Dette er noe som elevene ofte sliter med å forstå og det forutsetter derfor at læreren er klar over disse misoppfatningene. Når det kommer til ligninger har jeg nevnt tidligere at det ofte er utfordringer knyttet til misoppfatninger av likhetstegnet og ved bruk av variabler. Et eksempel på dette vil kunne være at elevene tror at etter likhetstegnet skal det komme et svar, ikke at likhetstegnet egentlig betyr at det skal være lik verdi på begge sider. I figurene under illustrerer Schoenfeld & Kilpatrick (2008) dette og ulike måter å fremstille ideer om brøk på. Eksempelet der tallinjen er delt opp i ulik størrelse på delene er et godt eksempel på dette, fordi her får eleven mulighet til å se at det kan være en brøk selv om delene er i ulik størrelse. Eleven får mulighet til å

gjøre seg opp tanker rundt brøken og vil kanskje klare å se at brøken kan deles i mindre deler og fortsatt vil tallinjen være like lang. Altså at det hele blir ikke større selv om man deler opp brøken i mindre deler. Dette kommer også frem i Ball, Lubienski & Mewborn (2001) der de viser til eksempler om det å kunne representere multiplikasjon av heltall og desimaltall på ulike måter. Et eksempel er å konkretisere regneoperasjonen ved hjelp av rutenett som kan gi elevene et bilde på hvordan stykke kan ses på uten å bruke tall.



Figur 2



Figur 3

Schoenfeld & Kilpatrick (2008) forklarer at med å ha en dyp forståelse om matematikk menes det at læreren ikke bare har kunnskaper om det å undervise på det aktuelle nivået. Her flyttes fokus over på det at læreren har kunnskaper om hva elevene har lært tidligere år og hva de skal lære i senere år. Schoenfeld & Kilpatrick (2008) viser dette gjennom eksempelet der John bruker 50 sekunder på å springe 400 meter og Mary bruker 60 sekunder på å springe 500 meter, hvem vil da være raskest?

He pointed out that over the next 2 years their students would be given problems in which Mary gives John a head start of so many meters and asked how long it would take her to catch up, and that the students would be asked to solve such problems analytically and graphically. Some of the teachers were unaware that the mathematics they were teaching would lead in that direction (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008, s. 6).

Dette kan bety at mange lærere ikke var klar over at bruk av denne typen oppgaver i undervisningen senere leder til bruk av ligninger og grafer. En stor del av det å ha dyp forståelse for matematikk går altså ut på det å ha kunnskap om det faglige på et høyere nivå enn det som undervises og forståelse for det å utvikle matematiske ideer. Det å ha forståelse for å utvikle matematiske ideer forutsetter at man har en dypere forståelse for de sentrale

matematiske ideene som utvikler seg etter hvert gjennom arbeid med matematikk og har forståelse for sammenhenger i ulike tema i matematikken. Ball, Thames, & Phelps (2008) presiserer på lik linje med Schoenfeld & Kilpatrick (2008) viktigheten av at læreren innehar en dypere forståelse for matematikk. Videre så nevner de at man som lærer må kunne se når elevene har løst en oppgave feil, og at man må kunne oppdage hva som ligger bak feilen, og for å gjøre dette så må læreren ha en dypere forståelse for de ulike temaene i matematikken. Ball, Thames & Phelps (2008) har brukt eksempelet $307-168 = 261$. Her holder det ikke å se at svaret er feil, man må også finne kilden til feilen. I dette tilfellet har eleven brukt algoritmen men har trukket det største tallet fra det minste og viser derfor at han/hun ikke har forståelse for ideen bak subtraksjonsalgoritmen. Gjennom å se dette, så viser læreren at han/hun har høyere kunnskaper om det faglige enn det nivået det undervises på.

Kortfattet kan man si at denne dimensjonen (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008) handler om at best mulig læring skjer hos elevene dersom læreren har forståelse for ulike måter å introdusere elevene for spesielle matematiske ideer, inneha måter å utvikle forståelse hos elevene og metoder for å unngå misoppfatninger. Denne typen kunnskap hos læreren kan gjøre det mulig for læreren å legge opp undervisningen slik at det blir mulig for eleven å se sammenhenger og få en helhetlig forståelse for matematikken. Dette kan også kobles til det Ball, Thames og Phelps (2008) skriver, der det kommer frem at matematisk kunnskap er den kunnskapen man har om matematikken generelt, ikke bare didaktisk kunnskap. Lærere må kunne det de underviser, slik at det de lærer bort blir lært bort på en korrekt måte. Schoenfeld & Kilpatrick (2008) har brukt brøk som eksempel på dette. Innenfor ligninger vil det for eksempel kunne være at læreren vet at man kan ta i bruk ulike metoder for å illustrere ligninger for elevene, da for eksempel gjennom symbolsk form eller graf og problemløsningsoppgaver. Læreren bør også ha solid fordypning i faget og kunnskaper innenfor matematikk på et høyere og lavere nivå enn det de underviser. Det menes også at læreren bør ha solide kunnskaper om utvikling av sentrale matematiske ideer, utvikle forståelse hos elever og inneha metoder for å unngå misoppfatninger.

3.2 Kjenne elevene som tenkende

Med *kjenne elevene som tenkende* mener Schoenfeld & Kilpatrick (2008) at gjennom økt oppmerksomhet på hvordan elevene tenker, bidrar til å gi informasjon om hvordan elevene forstår matematikken de jobber med og hvordan man kan bygge videre på dette. Uformelle

samtaler kan brukes som verktøy for å innhente denne typen informasjon. Denne typen samtaler kan bidra til å få mer ut av interaksjoner med elever individuelt og til å få læreren til å tenke ulike måter å undervise. I Schoenfeld & Kilpatrick (2008) blir viktigheten av å ha økt oppmerksomhet på elevenes tankegang og det å samtale med elevene illustrert gjennom et eksempel på undersøkelser gjort hos lavt presterende elever. Et eksempel er oppgaven:

A five-pound box of sugar costs \$1.80 and contains 12 cups of sugar. Marella and Mark are making a batch of cookies. The recipe calls for 2 cups of sugar. Determine how much the sugar for the cookies costs (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008, s. 9).

Gjennom å ha en samtale med eleven om hvordan eleven tenkte så fant læreren ut at eleven tenkte at først måtte man finne ut hvor mye det kostet for en kopp med sukker og så doble det. Gjennom å ha samtale med eleven så fikk læreren vite at eleven hadde forståelse for hva hun gjorde men at problemet var algoritmen. Her undervurderte læreren elevens forståelse for problemet. Det kommer også frem at oppgavene som blir brukt i undersøkelsene i all hovedsak er bygd opp slik at det skal være mulig for læreren å innhente informasjon om hvordan elevene tenker. Så hvordan læreren bruker oppgavene er det som er av verdi. I dette tilfellet så brukes oppgavene til å innhente informasjon. Dette kan forstås som at man som lærer bør ha kunnskaper om elevenes tankegang og om hvordan det er mulig å innhente seg den informasjonen. Wiliam (2007) poengterer også viktigheten av å innhente informasjon om hvordan elevene tenker og hvordan dette er med på å øke elevens læring. Han nevner at gjennom å stille de rette spørsmålene til elevene så vil det være mulig å forstå hvordan elevene tenker når de løser oppgaver. Han mener at man ikke bør ha fokus på om svaret til eleven er rett eller galt, men heller hvordan de kom frem til svaret. Det kan altså vise seg at eleven svarer rett men ikke vet hva han/hun har gjort. Derfor vil det være viktig å spørre utforskende spørsmål som gjør det mulig å se om eleven har forstått. Videre så nevner Wiliam (2007) at læreren må ha forståelse for at det ikke er sikkert elevene har lært det som var ment at de skulle lære og må derfor vite hva de har lært før de antar at elevene har forstått. Nøyaktig hvilke spørsmål som bør stilles er vanskelig å avgjøre, men å spørre spørsmål som får eleven til å tenke og reflektere over det som er gjort er et steg i riktig retning. Dette kan være spørsmål som: *Hvordan løste du denne oppgaven? Hvordan tenkte du her?*

Man kan da si at fokuset denne dimensjonen går ut på det å innhente elevens tenkemåter og bruke denne informasjonen og bygge videre på dette i senere planlegging av undervisning. Schoenfeld & Kilpatrick (2008) beskriver dette godt gjennom utsagnet:

What is clear at this point is that increased sensitivity to what students are actually thinking provides additional information about how students are making sense of the mathematics at hand and how one might build on those understandings (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008, s. 11).

Uformelle samtaler som interaksjoner gjerne i klasserommet underveis vil være et verktøy som kan benyttes for å innhente denne informasjonen. Schoenfeld & Kilpatrick viser til eksempelet ovenfor for å konkretisere dette. Innenfor ligninger vil det kunne være at mange elever kan ha automatisert algoritmer for å regne ut en ligning, men ikke har forståelse for hva de egentlig gjør og motsatt. Et eksempel på dette kan være ligningen $2 + x = 8$. I dette tilfellet kan man løse ligningen ved å se hva x skal være, for dersom man har forståelse for likhetstegnet så vil man klare å se at x må være 6 for at det skal være lik verdi på begge sider. Motsatt så vil man gjennom å ha automatisert ligningsløsning kunne finne x ved å vite at man må få x alene på en side, ved å trekke fra 2 på begge sidene. Slik at man ender opp med $x = 8 - 2$. For å finne ut av dette vil det kunne være hensiktsmessig å spørre eleven direkte om hvordan de tenker slik at man kan bruke dette og videre tilpasse slik at elevene kan oppnå forståelse for hva de egentlig gjør.

3.3 Kjenne elevene som lærende

Denne kategorien overlapper i stor grad med *kjenne elevene som tenkende* men i tillegg omhandler det lærerens bevissthet på hvordan elevene lærer og hva det medfører for undervisning (Schoenfeld & Kilpatrick 2008). Noen lærere kan for eksempel tenke at elever lærer gjennom samarbeid og kommunikasjon, derfor har de mange klassesamtaler om matematikk. Andre lærere kan tenke at elever lærer gjennom øving og trening, og elever må derfor jobbe individuelt med mange oppgaver til kunnskap sitter eller er automatisert (Schoenfeld & Kilpatrick 2008). Dette blir beskrevet gjennom utsagnet:

It means being aware of one's theory of learning and how that plays out in terms of classroom activities and interactions with individual students (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008, s. 13).

Schoenfeld & Kilpatrick viser til et eksempel om hva som kan skje dersom en elev går frem foran klassen og gjør feil i arbeid med et problem. Det vil være mange forskjellige måter for læreren å respondere på dette, der a) eleven må sette seg ned og en annen tar over, b) lede eleven til rett løsning eller c) bruke denne situasjonen som en mulighet til å se etter og undersøke de matematiske utfordringene koblet til problemet og det som eleven har gjort. En måte å respondere på punkt a vil kunne være direkte instruksjoner, dette blir kalt IRE sekvensen. Den går ut på å sette i gang samtale med eleven for å få en liten mengde informasjon hos eleven. Så responderer eleven, og videre evaluerer læreren responsen som rett eller galt og bruker ofte en annen elev for å forklare hvordan det skal gjøres dersom det er galt løst og går så videre til neste IRE sekvens. En respons til punkt b kan være at læreren har et samarbeidende og åpent klasseroms miljø. Denne typen lærer mener det er viktig å undervise helt konkret og diskutere metoder som ikke fungerer slik at elevene unngår å løse oppgaver feil. Den neste typen lærere mener elevene forstår best ved å høre forklaringer og løsninger på problemet og at det er viktig at elevene får vite svaret mesteparten av tiden. Den siste går ut på at elevenes forståelse og kunnskaper skal være grunnlaget for hvordan undervisningen blir lagt opp.

Det man kan se ut fra dette, er at den første og siste måten å respondere på er to motsetninger. Schoenfeld & Kilpatrick (2008) nevner at i den første måten å respondere på så blir elevenes kunnskaper ignorert når læreren legger opp videre undervisning, læreren ignorerer også eventuelle misoppfatninger hos elevene. I den siste så nevner Schoenfeld & Kilpatrick (2008) at læreren bruker elevens kunnskaper som utgangspunkt for videre undervisning. Altså den teorien læreren har om hvilke kunnskaper elevene har, legger grunnlaget for hvordan undervisningen legges opp. Dette kan forstås som at dersom noen elever sliter med misoppfatninger så vil det ha noe å si for videre planlegging av undervisningen hvis læreren er klar over det, og ikke bare fortsetter selv om elevene ikke henger med. Denne siste måten å respondere på blir av Schoenfeld & Kilpatrick (2008) ansett som kjernen i det å undervise.

Oppsummert så kan man si at i denne dimensjonen så bør læreren være bevisst på hvordan elevene lærer, og hva samhandling med elevene har å si for undervisningen. Schoenfeld & Kilpatrick (2008) viser til eksempler på måter å respondere på en elev som har gjort feil. Her kommer det frem at elevenes forståelse og kunnskaper er det sentrale i undervisningen. Elevenes kunnskaper er grunnlaget for hvordan læreren legger opp undervisningen videre. Dersom en elev har gjort feil så bør man se på det som en mulighet til å undersøke matematiske utfordringer og legge opp undervisningen ut fra elevenes kunnskaper. Innenfor ligninger vil det kunne være slik at eleven har løst ligningen feil, da vil det kunne være hensiktsmessig å se hva eleven har gjort og videre prøve tilpasse undervisningen ved å konkretisere for eleven slik at eleven har mulighet til å oppnå forståelse. Dersom læreren svarer med å si at det er feil og gir eleven svaret så har man mistet muligheten til å undersøke videre det matematiske problemet slik at eleven kan oppnå forståelse for det. Tidligere har jeg nevnt at denne dimensjonen har likheter med *det å kjenne eleven som tenkende*. Læreren bør ha kunnskaper om elevenes tankegang for å vite hvordan de lærer best. Dette tyder det på at *det å kjenne eleven som lærende* kan relateres til *det å kjenne eleven som tenkende*.

3.4 Utforming og administrering av læringsmiljøer

Schoenfeld & Kilpatrick (2008) hevder at det som er mest vanlig i klasserom i USA og mange steder i Europa er at læreren legger til rette for å ha et klasseroms miljø der elevene har respekt for og lytter til det læreren sier, de har tilegnet seg gode klasseroms normer.

Schoenfeld & Kilpatrick (2008) nevner at et eksempel på dette er at elevene effektivt sender leksebøker fremover i klasserommet slik at læreren kan samle de inn kjapt. Dette er eksempel på noe av det som kreves for å ha et produktivt læringsmiljø i klasserommet, de kaller det for klasseledelse. Schoenfeld & Kilpatrick (2008) beskriver det gjennom sitatet:

..students attend respectfully to the teacher and are “on task” a very large percentage of the time (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008, s. 16)

Videre kommer det frem at et produktivt læringsmiljø handler om mer enn bare god klasseledelse. Det handler også om læreren må skape et intellektuelt miljø der elevene får ta del i relevante intellektuelle aktiviteter, dette kan for eksempel være problemløsningsoppgaver som legger til rette for diskusjon. Schoenfeld & Kilpatrick (2008) henviser til Franke, Kazemi & Battey (2007) som poengterer viktigheten av å ha diskusjoner i

klasserommet, og problemløsningsoppgaver vil kunne være en måte å skape matematiske diskusjoner. I tillegg så mener Franke et. al. (2007) at en annen forutsetning for et positivt læringsmiljø er å ha gode personlige relasjoner i klasserommet, og at man som lærer klarer å skape normer for diskusjoner både matematisk, som nevnt over i eksempelet, sosialt og sosiomatematisk, som vil si at man sammen i klasserommet er enige om felles matematiske spilleregler. Schoenfeld & Kilpatrick (2008) nevner oppgaver som fremmer matematiske ideer som viktig i et produktivt læringsmiljø, men det kommer også frem at samme type oppgaver i to forskjellige klasserom kan utspille seg forskjellig. Derfor er det ikke bare det matematiske innholdet i oppgavene som er sentralt, men også de andre elementene rundt oppgaven, som for eksempel diskusjoner underveis i arbeid med oppgaven.

Kortfattet kan man si at et produktivt læringsmiljø avhenger av at læreren legger til rette for at gode klasseroms normer, der elevene lytter, følger med og gjør det de skal. I tillegg så handler det om at læreren skaper et intellektuelt miljø i klasserommet, gjennom intellektuelle aktiviteter som problemløsningsoppgaver. For at dette skal lykkes må man legge til rette for gode personlige relasjoner og normer innad i klasserommet som fremmer diskusjoner. Når det kommer til for eksempel oppgaver, så er det viktig at læreren ser på refleksjoner hos elevene som utgangspunkt for diskusjon, og samtalen mellom elevene rundt oppgaveløsning som like viktig som det matematiske innholdet.

3.5 Utvikle klasserom normer og støtte klasserom diskurs som en del av «undervisning for forståelse»

Dette punktet handler om lærerens evne til å skape et positivt læringsmiljø, der det er lov å prøve å feile. Læreren er samtidig åpen for å lytte til elevenes matematiske ideer og bygge videre på dem. Det vil også være mulig for elever å fritt komme med positive og konstruktive innspill på problemer som blir forsøkt løst i plenum (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008).

Schoenfeld & Kilpatrick (2008) viser til et eksempel der en lærer har en elev i klassen som mener at tallet 6 både er partall og oddetall fordi tallet er satt sammen av tre toere som er partall, men også to treere som er oddetall, derfor er tallet både oddetall og partall. I dette eksemplet så forklarer en annen elev at hun muligens forstår ideen om hva den andre eleven mente. Så forklarer hun det hun tror. Læreren spør videre resten av klassen om de er enig og

den andre eleven om det var det han mente. Så bruker læreren dette til å skape en dialog i klasserommet der elevene får mulighet til å være enige eller uenige og argumentere for det de mener og videre bygge på de matematiske ideene.

Det som kan forstås ut fra dette eksempelet er at elevene har mulighet til å jobbe med problem og prøve og feile, og uttrykke sine matematiske ideer uten at man blir «latterliggjort» av de andre elevene. Det er også lov å være uenige og prate fritt og komme med konstruktive innspill innenfor det aktuelle temaet. Det er nettopp lærerens jobb å legge til rette for dette ved å skape aksept for å feile og spørre de rette spørsmålene som kan være med på å skape god læring, bidra til å bygge videre på elevenes matematiske ideer og et godt miljø i klassen.

3.6 Bygge relasjoner som støtter læring

Innenfor denne dimensjonen nevner Schoenfeld og Kilpatrick (2008) at mye av læreren handler om å skape gode relasjoner med elevene. Læreren har som oppgave å se hele eleven, dette betyr at læreren blir godt kjent med elevene som enkeltindivider. Læreren skal også hjelpe elevene med å danne gode relasjoner med andre. Dette gjelder hovedsakelig i barneskolen. På ungdomsskolen og videregående blir elevene eldre og mer selvstendig, noe som kan ha innvirkning på relasjonene mellom lærer og elev. På tross av dette poengterer Schoenfeld & Kilpatrick (2008) viktigheten av at læreren klarer å skape gode relasjoner med elevene, og elevene seg imellom, for å oppnå best mulig læring også på ungdomsskolen. Franke et. al. (2007) poengterer også viktigheten av gode relasjoner for økt læring hos elevene, og trekker frem relasjoner mellom lærer, elev og innholdet i undervisningen. Dette kommer frem i utdraget:

Teaching is relational. Teachers, students, and subject matter can only be understood in relation to one another. The teacher works to orchestrate the content, representations of the content, and the people in the classroom in relation to one another. Students' ways of being, their forms of participation, and their learning emerge out of these mutually constitutive relationships. Teaching is also multidimensional. Within research on classroom practice, several images of this multidimensionality emerge, images that overlap with one another but that are often emphasized in one line of work. Teaching is creating an environment for learning mathematics, orchestrating

participation so that students relate to representations of subject matter and to one another in particular ways (Franke et. al., 2007, s. 227)

Dette kan forstås som at det å lære bort er relasjonelt. Altså at læring skjer gjennom å skape et miljø for å lære matematikk. Det at læreren organiserer elevene til å delta i undervisningen slik at elevene føler relasjoner til innholdet i undervisningen, de ulike måtene å representere innholdet i undervisningen og til hverandre i klassen, er med på å skape et godt miljø for å lære matematikk. Her kan det også tenkes at ved at læreren kjenner elevene som enkeltindivid og har opparbeidet seg relasjoner til elevene, så vet også læreren hvilke egenskaper elevene har og hva de trenger for å lære, slik at det på denne måten er mulig å skape et miljø for å lære matematikk i klassen.

Kortfattet så kan denne dimensjonen forstås som at gode relasjoner til eleven utvikles gjennom at læreren «ser hele» eleven og blir godt kjent med eleven som enkeltindivid. På ungdomsskolen er dette også viktig, men ettersom elevene blir eldre og mer selvstendig så vil det være mer utfordrende å skape gode relasjoner til elever på ungdomsskolen. Det som videre blir viktig er at læreren aktivt går inn for å skape et miljø for å lære matematikk i klasserommet. Dette gjøres gjennom at læreren kjenner elevene som enkeltindivider og har kunnskaper om deres identitet og kulturelle bakgrunn, lar elevene være deltakende i undervisning, og bruker dette aktivt i undervisningen videre slik at elevene kan oppnå gode relasjoner både til innholdet i undervisningen, lærer og andre elever.

3.7 Refleksjon over egen praksis

Schoenfeld & Kilpatrick (2008) beskriver refleksjon som nøkkelen til å utvikle seg som lærer. Det å stille seg spørsmål om hvordan dagens og ukens undervisningstimer gikk, og hvordan man kan utvikle det videre. Videre nevnes det at det er viktig at læreren stiller seg spørsmålet, hvorfor de gjør det de gjør. Dette er i følge Schoenfeld & Kilpatrick en livslang prosess.

Schoenfeld & Kilpatrick (2008) nevner videre at dersom læreren støter på et problem i undervisningspraksis så må læreren reflektere over problemet, og finne ut av hvordan det skal løses. Etter at dette har blitt en vane for læreren så vil det være et verktøy for å utvikle egen undervisningspraksis. Det å reflektere over egen undervisningspraksis blir av Imsen (2008) også nevnt som viktig i lærerens hverdag. Imsen skriver at læreren må ha forståelse for

hvorfor noe fungerer i undervisningen og noe ikke. Dette er en kunnskap læreren kan opparbeide seg gjennom å reflektere over ulike sider av egen undervisning. Videre nevnes det at det viktigste i undervisning er at læreren klarer å studere egen undervisning og ha forståelse for hva som egentlig skjer i klasserommet. Læreren må kunne se hvilke muligheter man har, og se når noe må endres. Dette vil læreren kunne gjøre ved å reflektere rundt ulike deler av egen undervisning (Imsen, 2008).

Schoenfeld & Kilpatrick (2008) viser til et eksempel på det å reflektere rundt egen undervisning. Schoenfeld holdt et problemløsningskurs for lærerstudenter på Berkeley. Dette var delt opp i fem deler. Den første gikk ut på at de skulle løse ulike problemløsningsoppgaver. Deretter så skulle de reflektere over det matematiske de hadde gjort i undervisningsopplegg om tenking og problemløsning. Videre så skulle studentene selv lage en rekke undervisningsopplegg som omhandlet et emne innenfor problemløsning. Her måtte studentene ha klart hva som var målet med undervisningsopplegget, de måtte ha klart hvorfor de gjorde det de gjorde, og hva de mente at elevene skulle lære av opplegget. Så skulle studentene bruke opplegget i undervisningen og samle inn data om elevenes arbeid. Til slutt så måtte studentene reflektere over hva de hadde gjort og hva de kunne gjøre annerledes senere. Tidligere har jeg nevnt at refleksjon er nøkkelen til å utvikle seg som lærer, og dette eksempelet viser hvordan man som lærer planlegger, gjennomfører og reflekterer over egen undervisning. Gjennom å reflektere over hva som er gjort, hvorfor det er gjort og hva man kan gjøre annerledes så vil man som lærer ha et godt utgangspunkt for å utvikle seg som lærer.

3.8 Begrunnelse for rammeverket

Rammeverket tar for seg ulike dimensjoner som beskriver hvilke kunnskaper læreren behøver for å utvikle kompetanse i det å undervise matematikk (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). I problemstillingen min er fokuset på hvordan lærere begrunner sine didaktiske valg, jeg er ute etter å se på lærernes begrunnelser for hvorfor de gjør det de gjør i undervisningen. Gjennom å se på lærernes begrunnelser for sin undervisning, så vil det være mulig å se hvilke kunnskaper lærerne gir uttrykk for at de har innenfor det å undervise i ligninger. Disse kunnskapene kommer til uttrykk i rammeverket, og vil derfor kunne fungere som et teoretisk utgangspunkt for datainnsamling og dataanalyse Rammeverket inneholder gode eksempler på ulike faktorer som har med undervisning å gjøre. Dette kan være casestudier, oppgaveløsning.

Tidligere forskning som sier noe om hvilken kompetanse man behøver for å gjennomføre god undervisning brukes for å underbygge innholdet i dimensjonene. Dette gjør at rammeverket er lett å forholde seg til, med tydelige eksempler, i tillegg dekker rammeverket de viktigste dimensjonene av det å være en kyndig matematikklærer. Jeg mener derfor at *Toward a theory of proficiency in teaching mathematics* gir en god beskrivelse av hvilke kompetanser som kreves av læreren for å gjennomføre god matematikkundervisning, og mener derfor dette rammeverket fungerer som et bra teoretisk utgangspunkt for å klare å svare på problemstillingen.

3.9 Tidligere forskning

Under dette punktet vil jeg kort ta for meg tidligere forskning gjort på dette feltet for å få innblikk studier andre har gjort tidligere. En del tidligere forskning tar utgangspunkt i kunnskaper læreren bør ha for å være en kyndig matematikklærer. En som har forsket på dette er Deborah Loewenberg Ball.

Deborah Loewenberg Ball har skrevet en artikkel som omhandler hvilke matematiske kunnskaper læreren bør ha for å undervise matematikk på best mulig måte. Det kommer frem at lærerens forståelse av matematikken som undervises er kritisk for at elevene skal lære. Hun argumenterer med at man ikke kan forklare matematiske ideer for elevene dersom man ikke har forståelse for dem selv. Dersom man ikke har forståelse for emnet selv så vil det kunne føre til at representasjoner man benytter for ulike emner i matematikken er misledende for elevene (Ball, 1988).

4 Metode

I dette kapitlet redegjøres og begrunnes valgene som er gjort for å kunne gi svar på forskningsspørsmålet. Dette blir gjort ved at forskningsdesign presenteres. Deretter blir det argumentert for utvalg og beskrivelse av metode for datainnsamling. Videre presenteres og argumenteres det for metode for analyse av datamaterialet.

4.1 Forskningsdesign

I min undersøkelse er jeg ute etter å finne ut læreres tanker rundt egen undervisning. Jeg vil forsøke å forstå deres tanker rundt hvorfor de gjør de valgene de gjør når de underviser om ligninger. Dette betyr at jeg er ute etter å undersøke andres synspunkter rundt et felt. Når det kommer til ulike paradigmer så presenterer Creswell (2008) fire forskjellige paradigmer; positivisme, konstruktivisme, deltakende og pragmatisme. Ettersom jeg i problemstillingen min er ute etter å forstå og tolke andres tanker og begrunnelser rundt undervisning om ligninger så mener jeg at oppgaven passer under det konstruktivistiske paradigme.

I Creswell (2008) kommer det frem at en konstruktivist søker etter forståelse for verden de lever i. I tillegg kommer det frem at målet med forskning gjennom et konstruktivistisk syn er å stole så mye som mulig på informantens syn på det temaet som undersøkes. Det kommer også frem at det er viktig at spørsmålene er åpne slik at informantene skal ha lettere for å forklare deres kognitive prosesser rundt det aktuelle temaet. Jeg som forsker er ute etter å få forståelse for læreres undervisning. I tillegg vil det være viktig at jeg stiller åpne spørsmål slik at informantene har mulighet til selv å prate om det de mener er viktig innenfor de åpne spørsmålene jeg har spurt. På bakgrunn av dette heller mitt syn i retning konstruktivistisk læringssyn og dermed vil en kvalitativ tilnærming passe.

Jeg er altså ute etter å undersøke lærerens kognitive prosesser og derfor har studien likhetstrekk med den teoretiske tilnærmingen *kognitiv psykologi* der Cobb (2007) beskriver at man er ute etter å finne ut mer om individets fortolkninger og forståelser om et emne gjennom å ta utgangspunkt i deres indre kognitive tanker og prosesser. I denne studien vil læreren være individet. For å klare å få en dypere forståelse for hvorfor lærere underviser slik de gjør vil det være nødvendig å få en beskrivelse av lærernes kognitive prosesser, slik at det skal være mulig å få en detaljert beskrivelse av hvorfor de gjør de valgene de gjør, for å få et godt utgangspunkt for å svare på problemstillingen.

4.2 Valg av metode

Det finnes mange ulike metodologier, Creswell (2008) skiller mellom kvalitativ, kvantitativ og blandet metode. Innenfor kvalitativ metode skiller Creswell (2008) mellom fortellende forskning, fenomenologi, etnografi, «grounded theory» og case studie. I kvantitativ forskning

skiller han mellom undersøkelser og eksperimenter. I blandet metode handler det om sekvensiell og transformasjon.

I min oppgave har jeg nevnt tidligere at jeg har et konstruktivistisk syn på undersøkelsen gjennom at jeg er ute etter å undersøke læreres kognitive prosesser når det kommer til hvordan de begrunner sin undervisning om ligninger. Dette betyr at det er mest hensiktsmessig å spørre lærerne direkte om dette, og det tilsier at det blir naturlig å benytte meg av en kvalitativ metode. Jeg mener jeg da vil få et best mulig utgangspunkt for å svare på problemstillingen dersom jeg benytter intervju som metode. Jeg valgte også å ikke benytte meg av spørreskjema da denne metoden ikke nødvendigvis ville gitt informantene nok spillerom for å forklare sine kognitive prosesser rundt deres undervisning. Gjennom å intervjuer lærerne selv mener jeg at jeg vil få best mulig beskrivelse av deres kognitive prosesser.

Den metodologiske tilnærmingen min vil da være generisk kvalitativ metode fordi dette er en metode som blir ansett som fleksibel og der forskeren selv kan være med på å legge retningslinjene, dette fordi metoden ikke har et bestemt styrende filosofisk perspektiv (Caelli, Ray & Mill 2003).

Caelli et. al. (2003) skriver dette om generisk kvalitativ metode:

From our perspective, generic qualitative studies are those that exhibit some or all of the characteristics of qualitative endeavor but rather than focusing the study through the lens of a known methodology they seek to do one of two things: either they combine several methodologies or approaches, or claim no particular methodological viewpoint at all (Caelli et. al., 2003, s. 2).

Dette kan tyde på at man i generisk kvalitativ metode enten velger å kombinere flere av de ulike metodologiene eller at man velger å ikke benytte seg av en bestemt metodologisk tilnærming i det hele tatt. Videre så kommer det frem i Caelli et. al. (2003) at generisk kvalitativ metode er mest vanlig i kvalitativ forskning. Caelli et al. (2003) mener også at det i generisk kvalitativ tilnærming er viktig å ta hensyn til fire forskjellige parameter; forskerens teoretiske ståsted, samhandling mellom metodologi og metode, strategier for å oppnå nøyaktighet og det analytiske perspektivet dataen skal tolkes gjennom.

I denne oppgaven har jeg valgt å ikke følge noen av de fem ulike metodologiske tilnærmingene jeg har nevnt tidligere som Creswell (2008) har beskrevet. I tillegg så er mitt teoretiske ståsted i forskerfeltet uerfaren, og læring har skjedd underveis i prosessen. Analysen har jeg gjort gjennom å ha et konstruktivistisk syn der målet mitt er å tolke informantens kognitive prosesser gjennom det de sier. Når det kommer til den metodiske tilnærmingen i oppgaven så har jeg valgt å spørre informantene om deres begrunnelser for undervisning. Intervjuene og analyseprosessen baserer seg i stor grad på teori. Ut ifra alle disse faktorene ser jeg at det vil være naturlig at oppgaven min havner under generisk kvalitativ metode.

Christoffersen & Johannesen (2012) nevner at kvalitative intervjuer er den mest vanlige måten å samle inn data i kvalitativ forskning. Dette fordi det kan brukes overalt og bidrar til detaljerte beskrivelser av et tema. Videre nevner de at det ikke er mulig å observere det som har skjedd i fortiden. Det mest optimale ville vært å gjøre observasjon i tillegg, på denne måten ville jeg både kunne sett hva de gjorde og fått høre hvorfor de gjorde det de gjorde. Fordi man ikke kan observere det som har skjedd i fortiden, i tillegg til at denne masteroppgaven ikke er en stor undersøkelse og at jeg kun har 5 måneder på å gjennomføre den, så har jeg valgt å ikke benytte meg av observasjon. I følge Christoffersen & Johannesen (2012) er samtaler er viktig for at mennesker skal forstå hverandre gjennom å gi beskrivelser av hva de tenker. Det er dette som er formålet med et intervju. Det er nettopp det jeg er, jeg er ute etter å få forståelse for lærernes tanker og beskrivelser av hvorfor de gjennomfører undervisningen slik de gjør, noe som gjør intervju til et naturlig valg av metode (Christoffersen & Johannesen, 2012).

Christoffersen & Johannesen (2012) har beskrevet fire ulike typer intervju: Ustrukturert intervju, semistrukturert intervju, strukturert intervju og strukturert intervju med faste svaralternativer. Et ustrukturert intervju blir sett på som en åpen samtale, uten planlagte spørsmål og tema. Selve intervjuet er åpent der spørsmål, temaer og rekkefølge kan variere (Christoffersen & Johannesen (2012) Et strukturert intervju er mindre fleksibelt da spørsmål, tema og rekkefølge er bestemt før intervjuet.

Jeg baserte spørsmålene mine rundt et tema, men hadde ikke noen svaralternativer og informantene hadde mulighet til å prate fritt, slik at jeg fikk deres synspunkter og meninger rundt det aktuelle emnet. Gjennom denne typen intervju så hadde jeg mulighet for å være fleksibel og dermed respondere med engang på det som ble sagt, og igjen forme videre spørsmål basert på det informanten hadde sagt. Ved å bruke denne metoden så får informantene mulighet til å svare relativt fritt og utfyllende rundt det temaet jeg hadde satt. I et strukturert intervju ville de ikke hatt mulighet til det da spørsmål, tema og rekkefølge er bestemt før intervjuet og i et ustrukturert intervju så ville jeg ikke hatt et tema eller planlagte spørsmål på forhånd. Jeg treffer da midt imellom disse på et semistrukturert intervju hvor jeg tar i bruk egenskaper fra både strukturert og ustrukturert intervju. Christoffersen & Johnnesen (2012) skriver at man i semistrukturert intervju tar utgangspunkt i en overordnet intervjuguide, for at det skal være lettere å ha struktur på tema og spørsmål som blir stilt og samtidig ha muligheten til å bevege seg litt frem og tilbake. På grunn av dette har jeg valgt å benytte meg av en intervjuguide i utarbeidelsen av intervjuet. Dette kommer jeg nærmere inn på i kapittel 4.3.2.

4.3 Beskrivelse av forskningsprosessen

Jeg vil nå beskrive prosessen fra hvilke informanter jeg har valgt, utarbeidelse av intervju og til analysering av datamaterialet startet.

4.3.1 Utvalg

Baker & Edwards (2012) skriver at man i kvalitativ metode hovedsakelig tar utgangspunkt i ganske få informanter, der man er ute etter å få en dypere forståelse for deres tanker og resonnementer innenfor et valgt tema. Det å ta utgangspunkt i relativt få informanter kan være svært verdifullt og kan representere tilstrekkelig med data for et forskningsprosjekt. Seks til tolv informanter kan være nok for å danne seg et bilde på et tema (Baker & Edwards, 2012). Christoffersen & Johannesen (2012) presiserer at man i kvalitative intervjuer velger informanter ut fra en strategisk utvelgelse. Jeg som forsker må tenke nøye igjennom hvilken type informanter jeg skal velge med tanke på problemstillingen og hvorvidt det er mulig å samle inn nødvendig data som kan være med å svare på den. I kvalitative undersøkelser velger man altså ut ifra hva som er hensiktsmessig for å få svart på problemstillingen. For å

finne ut hvilke informanter jeg trengte måtte jeg se på hvilke egenskaper jeg var ute etter. Innenfor dette nevner Christoffersen & Johannesen (2012) noen sentrale kjennetegn innenfor et *homogent* utvalg. Dette kan være at man velger deltakere med svært liten variasjon i kjennetegn. I mitt prosjekt vil jeg kategorisere min gruppe informanter som homogene. Dette fordi de alle er matematikklærere på ungdomstrinnet og har erfaringer med å undervise i ligninger og jeg er ute etter å undersøke begrunnelser for deres didaktiske valg i undervisningen.

Jeg hadde i utgangspunktet tenkt å bruke åtte informanter fordelt på forskjellige skoler. Antall informanter ble endret underveis fordi jeg fikk relativt få svar, noe som gjorde at jeg kun fikk tak i seks stykker. For meg var det kun viktig å få tak i lærere på ungdomsskolen som hadde erfaring med det å undervise i ligninger slik at jeg kunne få den informasjonen som var nødvendig for å svare på forskningsspørsmålet. Så i samråd med biveileder så sendte jeg ut en mail til rektorer på ulike skoler både i og utenfor Tromsø kommune. Jeg sendte til flere skoler for å forsikre meg om at jeg fikk nok informanter dersom noen takket nei. Rektorene videresendte så mailen til lærerne på de respektive skolene og de som var interesserte sendte mail til meg. Alle som svarte hadde god erfaring med undervisning i algebra i skolen.

4.3.2 Utarbeidelse av intervju

For å gjennomføre intervju vil man som regel være forberedt, i Kvale og Brinkmann (2010) så kommer det frem at intervjuguide vil være et hjelpemiddel for å strukturere selve intervjuforløpet. I semistrukturert intervju så vil guiden inneholde en oversikt over forslag til spørsmål og eventuelle emner som skal dekkes. Kvale og Brinkmann (2010) nevner at et godt intervju bør inneholde en tematisk dimensjon som tar hensyn til produksjon av kunnskap, og den dynamiske dimensjonen som tar hensyn til den interpersonlige relasjonen i intervjuet. Tematisk dimensjon blir beskrevet som intervjuets «hva». Det vil si at spørsmålene er relatert til teori som beskriver forskningstemaet. I mitt prosjekt valgte jeg å basere spørsmålene i intervjuguiden på rammeverket mitt som inneholder ulike dimensjoner som omhandler hva som kreves av læreren for å gjennomføre god undervisning i matematikk. Ved hjelp av rammeverket hadde jeg et teoretisk utgangspunkt for å lage spørsmål i intervjuguiden. Spørsmålene skulle dekke temaet om hvordan bra undervisning bør gjennomføres. Videre, hvorfor det blir ansett som god undervisning, slik at jeg kunne koble informantenes begrunnelser til teori som sier hva man burde gjøre, og hvorfor. I og med at

forskningsspørsmålet spør etter læreres begrunnelser var det ikke nok å spørre hva de gjorde, jeg måtte også spørre hvorfor de gjorde det på den måten slik at jeg kunne få innblikk i deres begrunnelser som er grunnsteinen i min undersøkelse.

I Kvale og Brinkmann (2010) kommer det frem at dynamisk sett så viser man gjennom spørsmålet, intervjuets «hvordan». Det vil si at spørsmålene skal bidra til at man har et positivt samspill, og bidra til å holde samtalen i gang. I mitt prosjekt var det jeg som styrte samtalen og i og med at jeg og informantene har en del felles kunnskap og forståelse for begreper så ville det kunne gi meg bedre relasjon til informantene, noe som videre bidro til et positivt samspill med informantene og intervjuet hadde en fin flyt. I tillegg så valgte jeg å prate litt fritt før selve intervjuet startet slik at informantene fikk mulighet til å senke skuldrene og lette litt på eventuell nervøsitet.

I utarbeidelsen av intervjuguiden tok jeg for meg forskningsspørsmålet og de ulike dimensjonene i rammeverket mitt. Jeg måtte se på hvilke data jeg var ute etter for å svare på problemstillingen. Dette gjorde jeg ved å bruke dimensjonene i rammeverket som presenterer egenskaper en kyndig matematikklærer bør inneha. Blant annet så kommer det frem i rammeverket hvilke kunnskaper læreren bør ha om elevenes tankegang. Ut ifra dette måtte jeg lage spørsmål som kunne gi meg svar på om informantene hadde disse kunnskapene eller ikke. Et eksempel er spørsmålet; *hvordan finner du ut hva elevene kan om ligninger? Hvorfor gjør du det slik?* Her spør jeg først hva de gjør for å skape kontekst, deretter hvorfor, for å få begrunnelse på hvorfor de gjør det. Dette spørsmålet er relativt åpent i og med at lærere har ulike måter å finne ut av dette, i tillegg så kan de ha ulike begrunnelser for hvorfor de gjør det på denne måten. Så her vil læreren ha et utgangspunkt for å snakke relativt fritt om deres tanker rundt spørsmålet, spørsmålet er åpent slik at de får prate om det de selv mener er viktig innenfor temaet.

Denne prosessen fulgte jeg i utarbeidelsen av alle spørsmålene i intervjuguiden. Den siste dimensjonen «*reflecting on one's practice*» var vanskelig å finne spørsmål som dekket, i og med at jeg tenkte at det ville være vanskelig for informantene å svare på spørsmål om de reflekterte rundt egen undervisning. Derfor har jeg valgt å heller bruke denne dimensjonen i resultat delen, der jeg vil prøve å se på om informantene reflekterer rundt egen undervisning basert på de svarene de har gitt meg.

Intervjuguiden besto som sagt av åpne spørsmål som ikke var ledende, dette gjorde jeg fordi jeg var spesifikt ute etter å undersøke deres tanker og refleksjoner rundt det å undervise i ligninger, og ville ikke påvirke lærerne i noen grad. Så jeg måtte være åpen for at jeg fikk svar ut ifra hvordan informantene valgte å tolke spørsmålet. Ved å spørre informantene åpne spørsmål ville jeg kunne få et best mulig utgangspunkt for å få rik og detaljert informasjon om lærerens begrunnelser og forståelser innenfor de ulike dimensjonene. Dersom informanten sa noe om temaet som jeg anså som viktig så valgte jeg å spørre spørsmål som; «kan du utdype det?» «Kan du si litt mer om det» og lignende. På denne måten ville jeg kunne få en best mulig helhetlig forståelse for alle elementer innenfor det å undervise om ligninger.

4.3.3 Gjennomføring av intervju

4.3.3.1 Pilotintervju

Jeg hadde i utgangspunktet håpet at jeg skulle få intervjuet en matematikklærer på ungdomstrinnet, men ettersom jeg fikk ganske lite respons så måtte jeg høre med en medstudent. Dette var for meg ikke optimalt med tanke på at medstudenten ikke har samme kunnskaper om det å undervise i algebra som en ferdig utdannet lærer ville hatt. Men jeg så på pilotintervjuet som en øvelse på det å intervjuer, og avdekke utfordringer jeg eventuelt hadde som intervjuer. I tillegg fikk jeg avdekt om det var noen av spørsmålene som var vanskelig å forstå. Så i etterkant jobbet jeg med utformingen av spørsmålene og eventuelle spørsmål som kunne komme fra informanten.

Da selve intervjuene skulle gjennomføres stilte jeg godt forberedt med erfaringene fra pilotintervjuet friskt i minnet. Intervjuene ble gjennomført på de respektive skolene til informantene fordi det var der informantene hadde mulighet til å gjennomføre intervjuene, i tillegg hadde vi tilgang på grupperom som gjorde at vi ikke fikk noen forstyrrelser utenfra. Intervjuene ble gjennomført over en treukers periode. Jeg startet alle intervjuene med å repetere allerede gitt informasjon angående oppgaven min. Intervjuene varierte fra 30 til 50 min.

4.4 Analysering av datamaterialet

4.4.1 Transkribering

Transkribering handler om at intervjuene blir gjort om fra muntlig til skriftlig form, slik at de blir bedre egnet for analyse (Kvale og Brinkmann, 2010). For at det skulle være mulig for meg å analysere og kode dataen var jeg nødt til å transkribere intervjuene slik at jeg fikk omgjort fra muntlig til skriftlig form. I transkripsjonen valgte jeg å transkribere alle intervjuene selv. Jeg la over lydfilene fra båndopptakeren til datamaskinen og brukte et program som het *transcriber*. Jeg valgte å transkribere intervjuene selv for at det skulle bli enklere for meg å finne koder i dataen. Selve analyseprosessen startet allerede under transkriberingen, da jeg mentalt fikk satt i gang en prosess som gjorde det lettere å kode dataen senere. Ved å gjøre det slik ble det lettere for meg å se etter lærernes begrunnelser. Jeg valgte å lage notiser på setninger jeg følte var relevant.

4.4.2 Analyse

Analysen av data i min undersøkelse består av to faser; *analyse av tema* og *teoretiske funn*. Jeg vil her gjøre rede for mine valg i begge disse fasene.

Jeg har i min undersøkelse valgt å benytte meg av en tematisk analytisk metode. Dette er metode som tas i bruk for å analysere kvalitativt datamateriale. Braun & Clarke (2006) beskriver dette som en grunnleggende metode for analyse. Videre mener de at denne metoden bør brukes av alle nye forskere. Dette fordi den er med på å gi forskeren grunnleggende egenskaper som kan brukes i annen eller senere forskning. Braun & Clarke (2006) skiller også mellom det de kaller induktiv tilnærming i analyse og teoribasert tematisk analyse som er en deduktiv tilnærming til analyse. I induktiv tilnærming til analyse identifiseres tema direkte ut fra informantenes utsagn, mens i en deduktiv tilnærming er teoribasert analyse som blir basert på forhåndsbestemte temaer. I denne oppgaven vil forhåndsbestemte temaene være de ulike dimensjonene i rammeverket.

Mitt prosjekt benytter seg av begge fordi jeg først i *analyse av temaer* har tatt utgangspunkt i en induktiv tilnærming ved at jeg har identifisert ulike tema direkte ut fra informantenes utsagn. Temaene ble utformet ved hjelp av Braun & Clarke (2006) sin seks stegs modell for tematisk analyse. For å identifisere hvilke data jeg så etter brukte jeg en «linse». Gjennom «linsen» var

jeg ute etter alt som hadde med didaktiske begrunnelser i undervisning om ligninger å gjøre. Dette gjorde jeg for å finne data som gjorde det mulig å finne svar på problemstillingen. I fasen *teoretiske funn* prøvde jeg å se om temaene jeg fant i fasen *analyse av temaer* kunne settes i sammenheng med dimensjonene i rammeverket.

4.4.2.1 Induktiv fase

Ettersom jeg er ny innen forskning har jeg valgt å bruke modellen til Braun & Clarke (2006) som inneholder seks faser i analysering av datamateriale. Jeg vil her gjøre rede for analyseforløpet i den induktive tilnærmingen til analyse. Fasene er oversatt som følger:

Fase 1: Gjøre seg kjent med datamaterialet

Fase 2: Lage koder av datamaterialet.

Fase 3: Søk etter tema/kategorier.

Fase 4: Gjennomgang av tema og kategorier som er funnet.

Fase 5: Navngi temaer

Fase 6: Produsere rapporten

Braun & Clarke (2006) presiserer også at man ikke er avhengige av å gjennomføre hver fase for å gå videre. Men jeg som uerfaren forsker så på det som fordelaktig å kunne støtte seg på en modell slik at det ville være lettere for meg å ha system på analyseforløpet. Videre skal jeg presentere alle seks fasene i detalj.

Fase 1: Gjøre seg kjent med datamaterialet

I første del av analysen måtte jeg sette meg inn i datamaterialet mitt. I og med at jeg hadde til sammen 60 sider transkripsjon fordelt på seks intervjuer så var dette en jobb som tok litt tid.

Selv om jeg hadde transkribert datamaterialet fra før så hadde jeg fortsatt ikke full oversikt over det helhetlige bildet i intervjuet. Jeg leste grundig gjennom intervjuene to ganger for å se om det var noen mønstre eller om det var noen sammenhenger mellom intervjuene.

Fase 2: Lage koder av datamaterialet

I denne fasen hadde jeg en induktiv tilnærming ettersom jeg hadde forskningsspørsmålet som utgangspunkt når jeg lette etter koder i datamaterialet. Jeg så gjennom intervjuene og lette etter alle utsagn som omhandlet informantenes begrunnelser for didaktiske valg. Videre så brukte jeg fargekoder for å få bedre innsikt i hvilken informasjon som gjentok seg på tvers av alle

intervjuene. Alle funn jeg fant markerte jeg med markeringstusj og skrev sentrale ord i margen. Et eksempel var informant 3 som sa at vedkommende at han/hun innhentet informasjon om deres tankemåter, informant 3 begrunnet dette med at ved å vite hvordan elevene tenkte så innhentet man informasjon om hvordan de lærte best og at dette ville ha noe å si for hvordan undervisningen ble lagt opp videre. Så her markerte jeg utsagnet gult og noterte blant annet ordene *samtale*, *tankegang*, *avgjørende* i margen. Videre kom det frem av informant 5 at vedkommende får elevene til å forklare hvordan de gjorde oppgaven, og at dersom de fikk forklare så forsto elevene mer, denne informasjonen er med på å bestemme undervisningen videre. Her markerte jeg også gult og noterte *samtaler*, *tankegang*, *refleksjon*, *forståelse*, *økt læring* i margen. Slik fortsatte kodingen. Dette gjorde at dataen ble mer strukturert og lettere å jobbe med videre.

Fase 3: Søk etter tema/kategorier

I denne fasen plasserte jeg de utsagnene jeg så på som viktige inn i ulike kategorier. Slik Braun & Clarke (2006) beskriver så starter man her sånn smått med analysering, og ser hvordan de ulike kodene kunne kombineres til å danne hovedtemaer. Jeg startet analysearbeidet ved å prøve å gruppere utsagnene som hadde noenlunde likt meningsinnhold sammen. Et eksempel er utsagnene som omhandlet bruk av realistiske situasjoner og arbeid med ligninger i en praktisk sammenheng. Dette var utsagn jeg mente hadde noenlunde likt meningsinnhold fordi en realistisk situasjon kan være en praktisk sammenheng. Disse utsagnene mente jeg kunne relateres til hverandre og kunne derfor danne et felles tema; *matematikken tar utgangspunkt i en realistisk situasjon*. Et annet eksempel var utsagnene som omhandlet uformelle samtaler for å finne ut hva elevene tenkte, og hvordan dette hadde noe å si for videre undervisning for å øke læring hos elevene. Disse kunne relateres til hverandre og derfor danne et felles tema; *uformelle samtaler bidrar til forståelse*. I denne fasen valgte jeg å sette opp et tankekart som inneholdt de ulike kodene fra fase 2. Dette gjorde det lettere å se sammenhengene mellom kodene.

Fase 4: Gjennomgang av tema og kategorier som er funnet.

I denne fasen skal man gå nærmere inn på temaene som er utarbeidet. Her tok jeg utgangspunkt i problemstillingen og så om de ulike temaene jeg hadde laget kunne gjøre det mulig å svare på den. I denne fasen valgte jeg også å se på de ulike temaene om det var mulig å se likheter mellom dem som gjorde det mulig å slå de sammen, eller om jeg måtte dele de

opp. Jeg så også om noen av temaene burde bli delt opp i flere undertemaer. Det som ble viktig for meg var å se om temaene ga mening, om de var forståelig og om de kunne bidra til å svare på problemstillingen. Braun og Clarke (2006) nevner også at denne fasen deles opp i to nivåer. Den første går ut på at man ser på hvert enkelt tema og om de gir en sammenhengende mening. Dersom de gjør det, så går man videre til nivå 2. I nivå 2 så gjennomfører man en liknende prosess, men man ser på hele datasettet. Man ser på gyldigheten av hvert enkelt tema i forhold til hele datasettet, og om temaene reflekterer betydningen i datasettet som helhet.

Fase 5: Definere og gi navn til temaene

Fase 5 går ut på å definere og gi navn til de ulike temaene som skal representere resultatene. Braun & Clarke (2006) nevner at man her er ute etter essensen i hvert tema som skal representeres resultatdelen av undersøkelsen. I min undersøkelse så gjorde jeg dette ved å se på sammenhenger mellom de ulike sitatene innenfor hvert enkelt tema. Når jeg så på svarene jeg fikk på spørsmålet om hvordan informantene finner ut hva elevene kan om ligninger, så jeg tydelig at alle beskriver at de bruker uformelle samtaler for å øke elevenes læring og at gjennom å reflektere så økes også elevenes forståelse. Derfor ble det naturlig for meg å kalle temaet for *uformelle samtaler bidrar til forståelse*. Det samme gjelder der informantene bruker ulike representasjoner for å øke forståelsen hos elevene, her ble det naturlig å kalle temaet for *bruk av ulike representasjoner for økt forståelse*.

Fase 6:

Siste fasen av analysearbeidet handler om å beskrive de ulike temaene. Jeg har beskrevet hvert tema med en kort forklaring om hva det handler om, og knyttet det til teori jeg mener kan relateres til temaet. Et eksempel er i temaet *bruk av ulike representasjoner for økt forståelse*. Her har jeg kort beskrevet hva informantene begrunner med og deretter satt det i sammenheng med teori. Til slutt har jeg presentert tre utsagn som illustrerer det temaet handler om og gitt en kort forklaring om hvordan jeg har tolket ord og utsagn.

4.4.2.2 Deduktiv fase

I *teoretiske funn* har jeg tatt utgangspunkt i egenskapene ved dimensjonene til Schoenfeld & Kilpatrick (2008) og sammenlignet med de temaene jeg fant, for å koble informantenes begrunnelser til teori som sier noe om hvilke kunnskaper man bør inneha for å være en kyndig

matematikk lærer. Et eksempel er *læring bygger på tidligere kunnskap*, der jeg så likheter med dimensjonen *bredde og dybdekunnskap i matematikk*. Dette gjorde jeg for å systematisere funnene slik at jeg lettere kunne se sammenhengen mellom temaene. Dette kunne lettere gi et helhetlig bilde på hva informantenes begrunnelser egentlig betydde, og om det informantene sa kunne tyde på at de hadde de kunnskapene Schoenfeld & Kilpatrick (2008) mener kreves av lærere for å være en kyndig underviser i matematikkfaget. Et tema kunne også kobles til flere tema, som for eksempel *bruk av problemløsningsoppgaver for å skape diskusjon*. Her så jeg likhetstrekk med *utforming og administrering av læringsmiljøer og utvikle klasserom normer og støtte for klasserom diskurs som en del av «undervisning for forståelse»*.

4.5 Kvalitet på undersøkelsen

I denne delen vil jeg se på oppgavens kvalitet. Jeg vil drøfte i hvilken grad oppgaven min er gyldig og pålitelig, samt hvilke etiske hensyn som er knyttet til forskningen. Til slutt vil jeg kritisere egen metode.

4.5.1 Validitet og Reliabilitet

Christoffersen & Johannesen (2012) skriver at et av de grunnleggende spørsmålene i forskning er om dataen man samler inn er pålitelig. Det som knyttes til begrepet pålitelighet er nøyaktigheten til undersøkelsens data, hvilke data som brukes, hvordan den samles inn og hvordan man bearbeider den. Cohen (2007) beskriver at reliabilitet i kvalitativ forskning avhenger av hvor nøyaktig dataen forskeren samler inn, er i forhold til det som skal undersøkes. Det vil da være viktig at man samler inn data som kan svare på det man spør om i forskningsspørsmålet. Jeg har hele tiden både under intervju og tolkning vært opptatt av lærernes begrunnelser for undervisningen, dataen inneholder derfor informasjon som kan gjøre det mulig å svare på forskningsspørsmålet. For å vurdere studiets kvalitet er også graden av validitet i oppgaven viktig. Validitet handler om hvorvidt dataen er gyldig og relevant for det som undersøkes (Christoffersen & Johannesen, 2012). Creswell & Miller (2000) skriver også at studiets validitet avhenger av hvor nøyaktig og troverdig det deltakerne sier om det som skal undersøkes er. Det som bestemmer troverdigheten i undersøkelsen er de ulike metodene forskeren bruker i datainnsamlingen. I kvalitativ forskning henger begrepene reliabilitet og validitet sammen. I den forstand at noe er gyldig gjennom bruk av strategier som øker studiets troverdighet, vil dette også øke studiets pålitelighet.

I min forskning så vil min rolle som forsker være en viktig for studiens kvalitet. Hvordan er jeg som intervjuer? Stiller jeg for ledende spørsmål? Har jeg for mye fokus på problemstillingen når jeg spør spørsmål? Jeg er ny som forsker og det vil kunne være en svakhet for studiens pålitelighet. I gjennomførelsen av intervju tenkte jeg på dette og spurte derfor oppfølgende spørsmål for å forsikre meg om at jeg hadde forstått informantene rett. Dette kan også relateres til Creswell & Miller (2000) som presenterer en validitetsprosedyre som de kaller *member checking*. Denne prosedyren handler om at forskeren tar data og tolkninger til informanten slik at det kan bekreftes at det som er sagt stemmer, noe som kan øke oppgavens troverdighet. I tillegg gjennomførte jeg et pilotintervju for å øve meg på intervjusituasjon, da fikk jeg se om spørsmålene dekket det jeg var ute etter å finne ut i problemstillingen. Ved hjelp av dette kunne jeg gjøre nødvendige endringer i intervjuet som kunne gjøre studien mer pålitelig.

Creswell & Miller (2000) presenterer også validitetsprosedyren *researchers reflexivity*. Denne prosedyren handler om at forskeren klargjør sine forutsetninger og meninger om det som undersøkes som kan være med å påvirke studien. Dette skal være med på å få leseren til å forstå forskerens posisjon til det som undersøkes. I min undersøkelse har jeg vært innstilt på å samle inn data som kan gi meg svar på hvordan lærere begrunner sine didaktiske valg i undervisning av ligninger. Ettersom jeg har brukt *Toward a theory of proficiency in teaching mathematics* som utgangspunkt for spørsmålene i intervjuguiden, så har jeg hatt et teoretisk utgangspunkt i utarbeidelsen av intervjuene og når jeg har gjort tolkningene mine. Dette betyr at jeg var klar over en rekke av svarene jeg kunne få og hadde satt meg inn i teori om temaet som ble undersøkt før jeg gjennomførte tolkningene. Jeg mener derfor at leseren har mulighet til å se bakgrunnen for tolkningene mine og dermed kunne gjøre sin mening om tolkningens validitet.

Noe som kunne svekke validiteten var om informantene svarte det de trodde jeg ville høre, eller at de svarte noe som satt dem i et bedre lys. Ettersom jeg var ute etter begrunnelser så vil det ikke være mulig for meg å observere det, det eneste som ville vært mulig å observere er det de gjør, deres begrunnelser kommer rett fra dem, og derfor må jeg stole på at det de sier faktisk stemmer.

4.5.2 Ethiske overveielser

Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora presentere tre forskningsetiske retningslinjer som man må tenke igjennom før man starter på en forskningsprosess: (1) *Sikre frihet og selvbestemmelse*, (2) *beskytte mot skade og urimelig belastning*, (3) *trygge privatliv og nære relasjoner* (NESH 2006, s. 11). Disse retningslinjene handler om å respektere menneskeverdet og har noe å si for forskningsprosessen NESH (2006).

Jeg har ikke samlet noen form for sensitive personopplysninger i mitt forskningsprosjekt, verken direkte eller indirekte. Men jeg må fortsatt ta hensyn til de etiske retningslinjer satt av NESH. Det vil si at jeg har måttet gjøre informantene klar over muligheten for å bestemme selv gjennom å be om samtykke til deltakelse samt informert om at de kan trekke seg når som helst om ønsket. Dette for at de ikke skulle føle seg presset til å delta i prosjektet. Alle som deltok i prosjektet har full anonymitet, noe som betyr at det er mitt ansvar å sikre at ingen av informantene kan kjennes igjen. Mitt forskningsprosjekt innebar lydopptak, noe som gjør det mulig å kjenne igjen stemmer i lydopptaket. Derfor valgte jeg å rapportere inn mitt prosjekt til norsk senter for forskningsdata.

4.5.3 Kritikk av metode

Underveis og etter datainnsamlingen har jeg oppdaget at jeg kunne gjort noe annerledes. Det fungerte fint å intervju informantene, men jeg så i etterkant og egentlig underveis i enkelte intervju at jeg kunne gjort ting litt annerledes. Blant annet i spørsmål 3, der jeg spurte lærerne hvordan de jobbet med utvikling av matematiske ideer hos elevene. Dette ble for noen oppfattet som et vanskelig spørsmål, da først og fremst fordi begrepet *matematiske ideer* ble litt vanskelig. Jeg måtte da utdype for lærerne hva jeg mente med det, noe som kunne føre til at jeg ledet dem i noen grad. Samtidig så syntes noen av informantene at det var vanskelig å svare på det, noe som gjorde at jeg fikk litt varierte svar som ikke nødvendigvis trengte å ha så mye med *matematiske ideer* å gjøre. Men i og med at jeg hadde et semistrukturert intervju så ble intervjuet mer en samtale, der jeg lot informantene prate relativt fritt så kom de fleste inn på dette emnet ubevisst.

Underveis i intervjusituasjonen kjente jeg på det å være uerfaren intervjuer, i den grad at jeg lett havnet der at jeg kunne gi informantene respons som *ja, fint og nikk* noe som jeg etterpå tenkte på kunne virke bekreftende. Noen av spørsmålene kunne ved enkelte anledninger bli formulert i en noe ledende forstand. Dette var noe jeg ble mer observant på etter hvert, slik at jeg kunne forhindre det ved senere intervju.

5 Resultater og funn

I dette kapitlet vil jeg først i underkapittel 5.1 gjøre rede for tolkninger av utsagn i temaene jeg har utarbeidet, og gi en kort beskrivelse av dem før jeg til slutt viser hvordan jeg har analysert. Videre vil jeg i underkapittel 5.2 se etter mønstre i mine funn og knytte de opp mot egenskapene i dimensjonene til Schoenfeld & Kilpatrick (2008), for å se om informantenes utsagn kan indikere at de viser tegn på kunnskaper som kreves for å være en kyndig matematikklærer.

5.1 Analyse av temaer

5.1.1 Matematikken tar utgangspunkt i en realistisk situasjon

Det kommer tydelig frem at alle informantene tar utgangspunkt i en realistisk situasjon når de underviser om ligninger. Gjennom å gjøre dette mener de at elevene får bedre forståelse for hva ligninger går ut på. Lignende funn finner man hos Heuvel-Panhuizen & Drijvers (2014) som skriver om *realistic mathematics education*. De skriver at det å ta utgangspunkt i en realistisk situasjon setter i gang utvikling og forståelse av matematiske konsepter og prosedyrer, slik at elevene kan bruke sin forståelse i videre arbeid med tyngre oppgaver med mindre fokus på kontekst. Dette kan forstås som at gjennom å ta utgangspunkt i en realistisk situasjon så får elevene bedre forståelse av for eksempel ligninger som de kan bruke i videre læring. Tre av disse informantene har også nevnt at de hele tiden har i bakhodet at de legger opp undervisningen slik for å klargjøre elevene på det de skal lære senere år. Slik at elevene skal ha et best mulig utgangspunkt for å forstå ideene bak ligninger på et høyere nivå enn det de blir undervist i.

Informant 1:

Jeg prøver å gi elevene et bilde på en realistisk situasjon, i form av enten graf eller tekstoppgave da. Jeg gjør det slik fordi dette kan bidra til forståelse hos elevene og for at de blir å møte mye av denne typen oppgaver på videregående, bare at oppgavene er på et litt høyere nivå.

Informant 2: *Jeg introduserer ligninger for elevene gjennom å ta utgangspunkt i en jobb for eksempel. Dette gjorde vi for at det skulle bli forståelig for elevene, at de kan se at en lineær ligning kan uttrykke noe som kan skje i deres hverdag, at det er en sammenheng.*

Informant 3:

Så gjennom å ta utgangspunkt i en realistisk situasjon så kan det bidra til at elevene har lettere for å forstå hva ligninger er, at det er en sammenheng og dermed lære mer.

Utsagnene kan tyde på at informantene tar utgangspunkt i en realistisk situasjon for å øke elevenes forståelse. Ord og utsagn som «en realistisk situasjon», «bidrar til forståelse» indikerer at forståelse er bakgrunnen for at de tar utgangspunkt i en realistisk situasjon. Tre av informantene begrunner med at elevene møter denne typen oppgaver på videregående. Utsagn som «gjør det slik fordi» «møter mye av denne typen oppgaver på videregående» «høyere nivå» forteller meg at dette kan bety at de gjør det for at elevene blir å jobbe med slike oppgaver på et høyere nivå.

5.1.2 Bruk av ulike representasjoner for økt forståelse

Tre av informantene nevner at de har fokus på å representere ligninger på forskjellige måter. Ulike representasjoner kan være symboler, graf, tekstoppgaver, tabell (Usiskin, 1999), (Kieran, 2007). Lærerne begrunner dette med at det er med på å gi elevene forståelse for at man kan representere ligninger på ulike måter, at ligninger ikke bare er tall og bokstaver. På denne måten kan det bli lettere for elevene å få forståelse av hva ligninger går ut på.

Viktigheten av å ta i bruk ulike representasjoner blir også nevnt av Duval (2002), der det kommer frem at det kan være å viktig å introdusere elevene for ulike måter å representere et tema på. I dette tilfellet ligninger. Grunnen til dette er at flere representasjoner av for eksempel ligninger, kan formidle flere typer informasjon om hva ligninger er (Duval, 2002).

Her kan det tenkes at det menes at gjennom å introdusere elevene for ulike representasjoner av for eksempel ligninger så kan man styrke forståelsen.

Informant 1:

Elevene får jo også bedre forståelse for hva en ligning er når man viser at man kan representere de på ulike måter, ikke bare gjennom bokstaver. Det er en sammenheng.

Informant 3:

Jeg bruker flere representasjoner av ligninger, for at alle elevene skal ha mulighet til å se sammenhenger og forstå ligninger lettere.

Informant 4:

Det er jo bare å bruke forskjellige måter å presentere ligninger for å få dem til å se sammenhenger og forstå hva ligninger handler om.

Utsagnene kan indikere at tre av informantene introduserer elevene for ulike måter å representere ligninger. Ord og utsagn som «jeg bruker flere representasjoner», «forstå ligninger», «se sammenhenger» forteller meg at informantene bruker ulike representasjoner av ligninger fordi det bidra til at elevene kan se sammenhenger og øke sin forståelse.

5.1.3 Læring bygger på tidligere kunnskap

Tre av lærerne har sagt at de tenker igjennom hva elevene kan fra før når de legger opp undervisningen. De tar utgangspunkt i det elevene skal kunne fra tidligere år og bygger videre på dette slik at elevene skal kunne bygge videre på de ideene de allerede har om ligninger. Dette kan relateres til Piagets læringsteori, der det kommer frem at eleven lærer gjennom å ta utgangspunkt i egne erfaringer eller det de kan fra før og bygge videre på dette og deretter skape noe nytt (Imsen, 2012).

Informant 1:

Jeg bygger videre på det de allerede kan fra før om ligninger. På denne måten har de et utgangspunkt i det de kan og kan koble det til det de skal lære på et høyere nivå. Dette

gjør det lettere å forstå ligninger og dermed bygge videre på de ideer de har om ligninger.

Informant 4:

Jeg tar alltid utgangspunkt i det elevene kan fra før når vi jobber med ligninger. Det gjør det mulig å bygge videre på de kunnskapen de allerede har, noe som kan gjøre det lettere for elevene å forstå det de skal lære videre.

Informant 5:

Jeg vil alltid introdusere ligninger ganske forsiktig, med ting som er kjent. Da får de en mykere overgang. Dette gjør jeg for at det skal bli lettere for elevene og forstå det de skal lære og dermed kunne koble det til det de skal lære videre.

Utsagnene indikerer at informantene tar utgangspunkt i det elevene kan fra før når de legger opp undervisningen. Dette gjør de for at elevene skal kunne koble det de kan til noe de skal lære videre og bygge videre på sine ideer om ligninger for å øke forståelse. Dette vises gjennom ord og utsagn som «med ting som er kjent» «lettere for elevene å forstå», «koble det til det de skal lære videre» «bygge videre på ideer», «bygge videre på kunnskaper».

5.1.4 Uformelle samtaler bidrar til forståelse

I dette temaet kommer det frem at samtlige av informantene bruker uformelle samtaler i undervisningssituasjon for å avdekke hva elevene kan om ligninger, og hvordan de tenker når de løser oppgaver. Elevenes forklaringer setter i gang refleksjon som er med på å øke elevenes forståelse. De argumenterer videre for at informasjonen brukes til videre planlegging av undervisningen. Carpenter, Fennema, Franke, Levi & Empson. (1999) poengterer også viktigheten av å ha kunnskaper om hvordan elevene tenker og hvordan det kan ha noe å si for hvordan man legger opp undervisningen videre.

Informant 2:

Jeg stiller ofte elevene mine spørsmål i samtaler for å finne ut hva elevene kan og hvordan de tenker, noe som setter i gang refleksjon hos elevene, og det kan øke elevenes forståelse. Dette er med på å differensiere undervisningen min videre.

Informant 3:

Jeg spør ofte elevene hvordan det går og hvordan de tenker her. Gjennom å forklare må elevene reflektere og da økes ofte forståelsen. Man får også avdekt dersom elevene ikke forstår og det vil ha betydning for undervisningen videre.

Informant 5:

Jeg får elevene til å forklare meg hvordan de gjorde oppgaven. Dersom de må forklare for meg så kan det føre til at elevene forstår mer. Grunnen til at jeg spør elevene hva de tenker er for at det de sier vil kunne gjøre det lettere å legge opp undervisningen senere.

Informantenes svar indikerer at uformelle samtaler brukes for å innhente informasjon om elevenes tankegang, fordi det er med på å differensiere videre undervisning. Samtidig økes elevenes forståelse når de må reflektere over og forklare sine tanker om ligninger. Dette kommer frem ord og utsagn som «samtaler», «finne ut hva elevene kan og hvordan de tenker» «setter i gang refleksjon», «dersom de må forklare», «da økes ofte forståelsen».

5.1.5 Bruk av problemløsningsoppgaver for å skape diskusjon

Tre av informantene har nevnt at de bruker problemløsningsoppgaver i undervisningen. Informantene argumenterer for at denne typen oppgaver legger til rette for diskusjoner om problemer relatert til ligninger. Videre så kommer det frem at ved bruk av problemløsningsoppgaver så får elevene bygd videre på sine matematiske ideer fordi de får reflektert over problemet og sammen komme til enighet om hva som er lurt å gjøre for å løse oppgaven, og på denne måten utviklet forståelse. Lignende funn finner man også i Stein, Engle, Smith & Hughes (2008) som skriver at gjennom å skape diskusjoner om matematikk som bygger på elevenes matematiske tenkning så bidrar det til utvikling av viktige matematiske ideer hos elevene.

Informant 1:

Problemløsningsoppgaver jobber vi mye med. Problemløsningsoppgaver gjør det jo mulig for elevene å diskutere sammen. Det er viktig at elevene får diskutert matematiske problemer sammen og bygge videre på sine ideer for å skape forståelse.

Informant 2:

De jobber jo ofte sammen med problemløsningsoppgaver, for å kunne diskutere og gruble litt rundt sine tanker om ligninger, noe som setter i gang refleksjon hos elevene, og øke elevenes forståelse for ligninger.

Informant 3:

De jobber ofte med problemløsningsoppgaver. Det gjør de fordi denne typen oppgaver er lagt opp til at de skal kunne diskutere matematiske problemer med medelevene, gjennom å diskutere så får elevene reflektert rundt sine tanker om ligninger, noe som kan øke forståelsen.

Informantenes svar indikerer at de bruker problemløsningsoppgaver i undervisningen for at de legger til rette for å diskutere. Dette er med på å få elevene til å reflektere og bygge videre på sine ideer, noe som kan øke elevenes forståelse. Dette kommer frem i ord og utsagn som «de jobber ofte med problemløsningsoppgaver», «for å kunne diskutere», «setter i gang refleksjon», «bygge videre på sine ideer», «øke forståelsen».

5.1.6 Læring gjennom elevdeltakende undervisning

Tre av lærerne nevner at elevene får ta del i undervisningen gjennom å lage oppgaver.

Informantene argumenterer for at de gjør dette for at elevene skal oppleve eierskap til det arbeidet de gjør på skolen, at det er viktig for elevenes læring at elevene kan relatere seg til det som blir gjort i undervisningen og dermed lærer mer. Lærerne argumenterer også for at gjennom at elevene føler eierskap til det som blir gjort så blir arbeidet fort mer interessant å jobbe videre med for elevene, som igjen gjør det lettere å lære og forstå ideene bak det de gjør. Noe av dette kommer også frem i Wiliam (2007) der de nevner at gjennom å lage egne matematiske oppgaver som kan øke elevenes læring gjennom en egenvurderingsprosess. Det som kan forstås ut fra dette er at elevene får mulighet til egenvurdering gjennom å lage sine egne matematiske problemer og dette vil kunne ha noe å si for deres læring.

Informant 1:

Når det kommer til ligninger så får de lage tekstoppgaver som kan løses som ligning selv for å få et eget forhold til det. Eierskap til det de jobber med. Det er viktig fordi når elevene føler at de får ta ansvar for egen læring så blir det mer interessant å løse oppgaver. Når de får lage oppgaver selv så kan det øke elevenes forståelse og interesse for å lære videre.

Informant 3:

Elevene lager ofte tekstoppgaver som kan løses med ligning selv, dette kan være med å øke elevenes forståelse for ligninger dersom de får vise frem det de kan. Det kan øke interessen dersom elevene kan relatere seg til det de jobber med og føle et eierskap.

Informant 6:

Så har du jo det med at elevene får lage tekstoppgaver innenfor ligninger selv og presentere for de andre. At elevene får lage oppgavene selv gjør at de får et forhold til det som jobbes med. Det å lage egne oppgaver med ligninger er veldig viktig for å få bedre forståelse i tillegg blir det mer interessant.

Informantenes utsagn indikerer at elevene får lage tekstoppgaver som kan løses som ligninger selv. Dette gjøres fordi elevene blir mer interessert dersom de føler eierskap til det de gjør og når de får lage oppgavene selv så bidrar det til å øke elevenes forståelse. Dette kommer frem i ord og utsagn som «elevene får lage oppgavene selv», «får et eget forhold til det», «viktig for å få bedre forståelse», «det kan øke interessen».

5.2 Teoretiske funn

5.2.1 Matematikken tar utgangspunkt i en realistisk situasjon

Jeg velger å starte med å drøfte det som kom tydeligst frem hos alle informantene. Dette er et av de mest fremtredende funnene og indikerer at lærerne aktivt bruker oppgaver som kan relateres til noe realistisk i undervisningen for å elevene til å forstå hva ligninger går ut på.

Dette temaet mener jeg kan kobles til dimensjonen *bredde- og dybde kunnskap i skolematematikk* av Schoenfeld & Kilpatrick (2008) som hevder at man som lærer bør ha både bred og dyp kunnskap om matematikk for å være en kyndig lærer. Utsagnene viser tegn til at alle informantene innehar bred kunnskap i matematikk. Tre av informantenes utsagn viser tegn til at informantene innehar dyp kunnskap i matematikk. Dette indikerer sammenheng mellom funnene og Schoenfeld & Kilpatricks (2008) *bredde- og dybde kunnskap i skolematematikk*. Jeg skal videre drøfte lærernes begrunnelser opp mot denne dimensjonen.

Alle seks informantene nevner at de tar utgangspunkt i en realistisk situasjon når de underviser om ligninger, dette fordi at elevene da får forståelse for hva ligninger går ut på. Dette samsvarer med det Schoenfeld & Kilpatrick (2008) sier om at læreren må forstå de grunnleggende ideene bak ligninger på dette nivået for å undervise på best mulig måte. I tillegg bør læreren kunne presentere begreper og ideer på forskjellige måter og skape sammenheng mellom ideene. Lærerne kan også konseptualisere ligninger på forskjellige måter slik at elevene har mulighet til å angripe problemet og forstå ideene. Det er nettopp dette informantene viser tegn til at de gjør. Gjennom å forklare at de tar utgangspunkt i en realistisk situasjon fordi det er med på å gi elevene forståelse for ligninger.

Dersom man som lærer ikke har denne typen kunnskaper om matematikk så vil matematikkundervisningen være preget av isolerte aktiviteter i arbeid med ligninger, der elevene for eksempel bare får jobbe med helt enkle ligningsoppgaver som legger til rette for at de skal automatisere algoritmer. Elevene vil i dette tilfellet få muligheten til å se de ulike aspektene av ligninger isolert, og da vil de ikke få forståelse for hva ligninger er og hvordan de ulike ideene om ligninger henger sammen.

Tre av informantene har også nevnt at de tenker på hva elevene skal kunne senere om ligninger og at gjennom å introdusere de for en realistisk situasjon, får de også et innblikk i hva som venter dem senere år. Dette kan føre til at det blir lettere for elevene å bygge videre på de ulike ideene om ligninger. Noe som samsvarer med Schoenfeld & Kilpatrick (2008) som sier at man som lærer må ha dyp kunnskap om skolematematikken. Man må som lærer ha kunnskaper om å undervise på høyere nivå. Slik at elevene på denne måten har mulighet til å koble sine ideer om ligninger til det de skal lære senere. På denne måten vil det være mulig

for elevene å utvikle sine matematiske ideer videre. Jeg mener ut fra dette at tre av informantene mine viser tegn på at de har en dyp kunnskap innenfor skolematematikken.

Dersom lærerne ikke viser at de har denne kunnskapen så vil det kunne resultere i at elevene ikke klarer å se sammenhenger innenfor ligninger og elevene vil med dette kunne få store problemer når de møter ligninger på et høyere nivå enn det de gjør på ungdomsskolen. På denne måten vil det kunne bli vanskelig for elevene å videreutvikle sine matematiske ideer.

Ut ifra det som er diskutert, mener jeg at jeg har funnet god støtte i teorien og funnene. Det at lærerne tar utgangspunkt i en realistisk situasjon er viktig for at elevene skal oppnå forståelse for ligninger og sammenhenger mellom de matematiske ideene som omhandler ligninger. Samt at de skal få mulighet til å utvikle sine matematiske ideer videre på et høyere nivå. Dette kan tyde på at informantene viser både bred og dyp kunnskap om skolematematikken.

5.2.2 Bruk av ulike representasjoner bidrar til forståelse

Tre av informantene har nevnt at de underviser om ligninger gjennom å vise for elevene at man kan representere ligninger på ulike måter. Dette gjøres for at elevene skal få forståelse for at ligninger kan representeres på ulike måter.

Dette temaet har likhetstrekk med dimensjonen *bredde- og dybde kunnskap i skolematematikken* (Schoenfeld & Kilpatrick 2008) der det kommer frem at man som lærer bør inneha bred og dyp kunnskap i skolematematikken for å være en kyndig lærer. Funnene mine indikerer at tre av informantenes utsagn viser tegn til bred kunnskap i skolematematikken. Jeg skal videre drøfte lærernes begrunnelser opp mot denne dimensjonen.

Informantene har fokus på å representere ligninger på ulike måter. De argumenterer med at dette er med på å øke elevenes forståelse for ligninger. Dette samsvarer med det Schoenfeld & Kilpatrick (2008) skriver om bred kunnskap. De skriver at læreren bør ha kunnskaper om ulike måter å tolke operasjoner i matematikken og kunne konseptualisere ligninger på ulike måter slik at elevene blir introdusert for flere måter å angripe problem på og forstå ideene. Funnene mine indikerer at informantene viser tegn til denne kunnskapen fordi de begrunner det de gjør med at det er med få elevene til å se sammenhenger og øke elevenes forståelse for ligninger.

Hvis man som lærer ikke har denne typen kunnskap så vil det kunne føre til at elevene ikke får sett ligninger som noe annet en symboler og tall. Da ville undervisningen kunne preges av mye arbeid med symbolsk ligningsløsning og elevene ville hatt vanskeligere for å se sammenhenger mellom ulike ideer om ligninger og det ville kunne ha negative konsekvenser for elevenes forståelse for ligninger, noe som kan ha noe å si for elevenes læring videre.

Ut ifra det som kommer frem i funn og teori så ser jeg at det er viktig at læreren benytter seg av ulike måter å representere ligninger på i undervisningen. Dette for at elevene skal få sett ligninger som mer en symboler og for at det kan være med på å få elevene til å se sammenhenger og bidra til forståelse for ligninger. Dette kan tyde på at lærerne viser bred kunnskap i skolematematikken.

5.2.3 Læring bygger på tidligere kunnskap

I et funn kom det frem at tre av informantene tar utgangspunkt i det elevene kan fra før når de legger opp undervisningen. Dette gjør de for at elevene skal ha mulighet til å bygge videre på de matematiske ideene de allerede har, noe som kan øke elevenes forståelse.

Dette temaet mener jeg kan kobles til dimensjonen *bredde-og dybde kunnskap om skolematematikken* (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). Funnene indikerer at informantene viser tegn til dyp kunnskap om skolematematikken, og jeg mener dette funnet har sammenheng med denne dimensjonen. Videre vil jeg drøfte informantenes begrunnelser opp mot det som kommer frem i denne dimensjonen.

Tre av informantene har sagt at de fokuserer på det elevene kan fra før når de underviser om ligninger. De begrunner dette med at man bør ta utgangspunkt i det de kan fra før fordi de da får mulighet til å bygge videre på de matematiske ideene de allerede har om ligninger for å utvikle forståelse. Gjennom å begrunne det slik så viser informantene tegn til at de forstår de grunnleggende ideene bak ligninger på dette nivået. Dette samsvarer med det Schoenfeld & Kilpatrick (2008) sier om at viser dyp kunnskap for matematikk dersom man har kunnskaper om å undervise både på det aktuelle nivået, om hva elevene har lært tidligere år og hva de skal lære senere.

Dersom læreren ikke har dette i tankene så ville det kunne føre til at elevene ikke får mulighet til å koble de ideene de har fra før til det de skal lære videre, noe som kan bidra til at elevene ikke oppnår forståelse for det de skal jobbe med videre i emnet.

Jeg mener også at informantene her viser tegn til at de har kunnskaper om hvordan elevene lærer. De sier at de tar utgangspunkt i det de kan fra før fordi det skal bli lettere for elevene å forstå ligninger. Det kan være slik at lærerne gjennom erfaring vet at dette kan gjøre det lettere for elevene, men de viser også at de har kunnskaper om hvordan elevene lærer best mulig. Det samsvarer med dimensjonen *kjenne elevene som lærende* (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). I denne dimensjonen kommer det frem at man bør ha bevissthet på hvordan elevene lærer og hva det har å si for undervisningen. I dette funnet viser informantene tegn til at de er bevisst på hvilken måte elevene lærer best, gjennom å ta utgangspunkt i noe kjent, noe som betyr at dette funnet også samsvarer med denne dimensjonen.

Dersom læreren ikke har fokus på å legge opp undervisningen etter hvordan elevene lærer best så vil det kunne føre til at elevene mister motivasjon for å lære, i tillegg så vil det kunne føre til at noen elever ikke klarer å henge med fordi de blir undervist på en måte som gjør det vanskelig for dem å forstå.

Ut ifra det jeg har diskutert her så mener jeg at jeg har funnet god støtte i teori og funn til å si at man bør ta utgangspunkt i det elevene kan fra før når man legger opp undervisningen. Dette fordi de mener det gjør det lettere å jobbe videre med ligninger. I tillegg så får elevene mulighet til å bygge videre på de matematiske ideene de har fra før og dette kan bidra til økt læring, noe som tyder på at informantene viser dyp kunnskap i skolematematikken.

5.2.4 Uformelle samtaler bidrar til økt forståelse

Et annet funn jeg mener er sentralt er *uformelle samtaler bidrar til økt forståelse*. Det kommer tydelig frem alle utsagnene at alle informantene tar i bruk uformelle samtaler for å innhente informasjon om elevenes tankegang som kan brukes i planlegging av videre undervisning, og gjennom at elevene må reflektere over det de kan så kan de også øke forståelsen.

Dette funnet har likhetstrekk med dimensjonen *kjenne elevene som tenkende* og *kjenne elevene som lærende* (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). Ettersom begge disse dimensjonene overlapper i stor grad, falt det naturlig å koble disse sammen. Innenfor disse dimensjonene kommer det frem at man som lærer bør bruke uformelle samtaler i klasserommet som verktøy for å innhente informasjon om hvordan elevene tenker og at dette vil ha noe å si for hvordan læreren planlegger undervisningen videre. Det å være bevisst på hvordan elevene lærer, forutsetter at læreren har innsikt i elevenes læremønster og vet hvordan de tenker når de arbeider med ligninger. Derfor henger disse dimensjonene sammen.

Alle seks informantene sier i sine utsagn at de bevisst bruker samtaler i undervisning for å innhente informasjon om hvordan elevene tenker. Grunnen til at de gjør dette er for at den informasjonen de innhenter er med på å avgjøre hvordan de legger opp undervisningen videre. De argumenterer også for at hvis elevene må forklare hva de gjør så må de reflektere og det kan øke elevens forståelse. Dette samsvarer med det Schoenfeld & Kilpatrick (2008) sier om at uformelle samtaler i klasserommet vil være et verktøy for å innhente informasjon om eleven har forstått. På denne måten vil læreren ha et grunnlag for hvordan de skal gå videre i undervisningen. Dette underbygges også av Wiliam (2007) som hevder at det bør være fokus på å innhente informasjon som sier noe om hvordan eleven går frem for å løse et problem for at det skal være samsvar mellom det læreren lærer bort og det elevene forstår. Dersom eleven har forstått eller ikke så vil det ha betydning for undervisningen videre gjennom at læreren har informasjon om hvordan elevene lærer best. På denne måten vil denne typen informasjon kunne være med på å øke elevens forståelse fordi undervisningen blir tilpasset elevenes forståelse. Jeg mener derfor at alle seks informantene viser tegn til kunnskaper om det å kjenne elevene som tenkende og lærende.

Dersom læreren ikke har fokus på dette så vil læreren mangle informasjon om elevens læremønster og det vil da ikke være noe samsvar mellom det læreren lærer bort og det elevene faktisk forstår. Elevene vil heller ikke ha mulighet til å reflektere over det de kan for å øke forståelsen. Læreren vil heller ikke ha kunnskaper om hvordan elevene lærer på best mulig måte slik at undervisningen videre kan tilpasses i den grad at alle elevene har mulighet til å øke sin forståelse for ligninger.

Jeg mener derfor at jeg har funnet god støtte i teori og funn for å kunne si at man som lærer bør ha kunnskaper om elevenes tankegang for at man skal ha et utgangspunkt for å planlegge videre undervisning, noe som kan resultere i at elevene får et best mulig utgangspunkt for videre læring. Med andre ord så indikerer dette at læring skjer når læreren har fokus på elevenes tankeprosesser i oppgaveløsning, og ikke bare resultatorientert, informantenes utsagn tyder derfor på at de har kunnskap i det å kjenne elevene som tenkende og lærende.

5.2.5 Bruk av problemløsningsoppgaver for å skape diskusjon

Et annet funn jeg mener er viktig er *bruk av problemløsningsoppgaver for å skape diskusjon*. Tre av informantene nevnte var at de hadde fokus på å bruke problemløsningsoppgaver i undervisningen, fordi det bidrar til diskusjon i klasserommet.

Dette funnet mener jeg har likhetstrekk med dimensjonen *utforming og administrering av læringsmiljøer* og *utvikle klasserom normer* (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). De hevder at læring hos elevene skjer gjennom å skape et intellektuelt miljø i klassen der man bruker intellektuelle aktiviteter i undervisningen for å videreutvikle elevenes matematiske ideer. En intellektuell aktivitet vil kunne være problemløsningsoppgaver. Denne typen aktivitet kan være med på å skape konstruktive diskusjoner rundt matematiske ideer i klasserommet. Dette kan resultere i at man har et intellektuelt miljø i klassen. Franke et. al. (2007) hevder også at læreren bør ha fokus på å skape normer for diskusjoner i klasserommet, gjennom å aktivt bruke for eksempel problemløsningsoppgaver. Dette fordi det kan bidra til økt læring hos elevene. Tre av informantene har nevnt at gjennom å ta i bruk problemløsningsoppgaver i undervisningen så legger man til rette for diskusjoner rundt matematiske problemer. Videre nevner de at elevene får mulighet til å reflektere over ulike ideer innenfor ligninger, og at dette kan resultere i at elevene sammen får forståelse for ligninger. Dette kan gjøre at elevene får videreutviklet sine matematiske ideer. Basert på dette mener jeg at det er sammenheng mellom det informantene sier i temaet *bruk av problemløsningsoppgaver i klasserommet* og dimensjonen *utforming og administrering av læringsmiljøer*.

Dersom læreren ikke har fokus på at elevene skal diskutere ligninger i undervisningen så vil læring stort sett skje gjennom at lærer står og underviser og eleven lytter til. Elevene vil da ikke ha mulighet til å reflektere rundt det de kan om ligninger og diskutere sine ideer med

andre. Dette kan resultere i at eleven vil ha vanskelig for å videreutvikle sine matematiske ideer i temaet ligninger og oppnå forståelse.

Jeg mener også at dette temaet har likhetstrekk med dimensjonen *støtte for klasserom diskurs som en del av «undervisning for forståelse* (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). Denne dimensjonen handler om lærerens evne til å skape et positivt læringsmiljø, der man som elev har aksept for å uttrykke sine matematiske ideer for andre elever og bygge videre på dem. Informantene nevner at problemløsningsoppgaver brukes for å skape diskusjoner i klasserommet som får elevene til å reflektere over matematiske ideer innenfor ligninger slik at elevene sammen kan øke sin forståelse for ligninger. Informantene viser tegn til at de legger opp til diskusjon i klasserommet for at elevene skal få uttrykke sine matematiske ideer sammen og dermed øke forståelse, og dette viser da at informantene benytter seg av klasseroms diskusjoner for å øke elevenes forståelse sammen. Basert på dette mener jeg dette funnet samsvarer med dimensjonen *støtte for klasserom diskurs som en del av «undervisning for forståelse* (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008).

Jeg mener derfor at teori og funn støtter opp om at man som lærer bør fokusere på å skape normer for diskusjon i klasserommet, fordi dette er med på å få elevene til å reflektere over egne matematiske ideer. Diskusjon bidrar samtidig til at elevene sammen kan diskutere problemer innenfor ligninger og «gjøre hverandre gode» slik at elevene får mulighet til å bygge videre på sine matematiske ideer i ligninger. Dette kan tyde på at informantene har kunnskaper i det å skape et produktivt læringsmiljø og bruke diskusjon for å skape forståelse hos elevene.

5.2.6 Læring gjennom elevdeltakende undervisning

Læring gjennom elevdeltakende undervisning er også et funn jeg mener er viktig. Tre av informantene hevder at elevene har lettere for å bli motivert til å jobbe med ligninger dersom de selv får ta del i undervisningen og at når de får lage oppgaver selv så viser de forståelse for det de jobber med.

Dette temaet har noen likhetstrekk med det som kommer frem i dimensjonen *bygge relasjoner som fremmer læring* (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008). Her kommer det frem at læring skjer gjennom at læreren har gode relasjoner til elevene og kjenner dem godt som enkeltindivider.

Det kommer også frem at det ikke er nok gode relasjoner mellom lærer og elev. Elevene bør også ta del i et miljø som fremmer læring av ligninger. Læreren bør organisere undervisningen slik at elevene kan delta i undervisningen fordi det kan medføre at de føler relasjoner til innholdet i undervisningen. Dette kan gjøres gjennom å la elevene bruke sine kunnskaper til å lage egne oppgaver som kan løses av andre elever. Læreren tar da utgangspunkt i eleven og lar eleven skape noe ut fra deres forutsetninger. Noe som tilsier at læreren har kunnskaper om elevene som enkeltindivider. Tre av informantene har sagt at de fokuserer på at elevene skal få visst frem sine kunnskaper gjennom å ta del i egen undervisning. De hevder at det blir mer interessant for elevene når de selv får brukt sine kunnskaper og at man gjennom å lage egne oppgaver får visst forståelse for ligninger. Videre argumenterer de for at elevene kan relatere seg til det som blir gjort i undervisningen, noe som er med på å fremme læring. Tre av informantene viser derfor tegn på at de har kunnskaper om det å bygge relasjoner som fremmer læring.

Dersom læreren ikke gjør det slik så vil det kunne føre til at elevene ikke føler at de får være med på å skape noe. Det kan tenkes at det kan virke negativt på elevene i den forstand at de ikke får laget et produkt ut ifra sine ideer om ligninger og dermed ikke føler noen relasjon eller «eierskap» til det som jobbes med i undervisningen.

Ut ifra noe av det som kommer frem i teorien og mine funn så ser jeg at det er viktig at elevene selv får prøvd ut sine ideer om ligninger gjennom å lage egne oppgaver. Dette er med på å gi elevene mer interesse for å jobbe videre og at de føler relasjon til temaet ligninger og på denne måten få visst sin forståelse. Informantenes utsagn tyder på at de har kunnskaper om å skape relasjoner mellom elevene og læringsstoff slik at elevene har interesse for å utvikle sin forståelse.

5.2.7 Refleksjon over egen praksis

I denne masteroppgaven så har jeg vært ute etter å finne ut hvordan lærere begrunner sine didaktiske valg i undervisning om ligninger. Dette har jeg gjort ved å spørre dem. Gjennom å spørre informantene hvorfor de gjør de valgene de gjør så har informantene vært nødt til å reflektere over egen undervisning, slik at de kunne gi svar på det jeg har spurt om. Dette mener jeg samsvarer med dimensjonen *refleksjon over egen praksis* (Schoenfeld & Kilpatrick,

2008). Schoenfeld & Kilpatrick (2008) skriver at refleksjon er nøkkelen til å utvikle seg som lærer. Det er viktig at læreren spør seg selv hvorfor de gjør det de gjør, noe som vil være en livslang prosess som lærer. Dersom læreren ikke reflekterer over egen undervisning og finner ut hva som fungerer og ikke, så vil det kunne føre til at man som lærer ikke klarer å utvikle seg i en positiv retning som kan gjøre at elevene lærer best mulig. I intervjuene til denne masteroppgaven har informantene vært nødt til å gjøre det. De har måttet reflektere over egen undervisning for å kunne svare på det jeg har spurt om. Etersom de har kunnet gi meg rike svar om sin undervisning så kan det tyde på at de har reflektert over undervisning tidligere.

5.3 Diskusjon

I denne delen tar jeg for meg forskningsspørsmålet: «Hvordan begrunner lærere på ungdomstrinnet sine didaktiske valg i undervisning om ligninger». Jeg vil se på hvordan informantene begrunner sin undervisning i lys av det Schoenfeld & Kilpatrick (2008) beskriver som god undervisning i matematikk.

Undersøkelsen viser at alle informantene tar utgangspunkt i en realistisk situasjon når de underviser om ligninger. Dette gjør de for at elevene skal få forståelse for hva ligninger handler om. I tillegg så nevner tre av dem at de tenker på hva elevene møter senere år, og at gjennom å ta utgangspunkt i en dagligdags situasjon får elevene mulighet til å bygge videre på sine matematiske ideer når de kommer på et høyere nivå. Samme begrunnelser går igjen i temaet *bruk av ulike representasjoner bidrar til forståelse*. Tre av informantene nevner at de bruker ulike representasjoner av ligninger for å øke elevenes forståelse for ideer og sammenhenger innenfor ligninger. I temaet *læring bygger på tidligere kunnskap* tar informantene utgangspunkt i det elevene kan og begrunner det med at dette er med på å gjøre det lettere for elevene å forstå ligninger, og at det bidrar til at elevene kan bygge videre på ideene de har om ligninger fra før.

I temaet *uformelle samtaler bidrar til økt forståelse* har alle seks informantene sagt at de fokuserer på å samle informasjon om elevenes tankegang. Her argumenterer de med at dersom elevene må forklare det de gjør så øker det elevenes forståelse. I tillegg brukes denne informasjonen i videre planlegging av undervisning. Elevenes forståelse er sentralt i informantenes begrunnelser også her. Forståelse går også igjen i temaet *bruk av problemløsningsoppgaver for å skape diskusjon*. Her forklarer informantene at

problemløsningsoppgaver brukes for å skape diskusjon i klasserommet og at gjennom diskusjon så må elevene reflektere og diskutere ulike ideer sammen og det kan bidra til å øke elevenes forståelse. I det siste temaet der informantene sier at de lar elevene lage egne oppgaver så er også forståelse sentralt. De begrunner sine valg med at gjennom å lage egne oppgaver opplever de eierskap til det de gjør noe som kan øke interessen for å lære videre. Samtidig sier de at elevene får mulighet til å vise sin forståelse innenfor ligninger når de må lage oppgavene selv.

Resultatene indikerer at informantene benytter seg av en rekke ulike metoder når de underviser om ligninger. Det som er felles for disse metodene er at lærerne begrunner dem med at de skal være med på å gi elevene forståelse for ligninger. De bruker ulike innfallsvinkler for å oppnå forståelse hos elevene. Dette tyder på at man er avhengige av flere faktorer for at elevene skal oppnå forståelse. Forståelse oppnås gjennom at elevene blir introdusert for flere representasjoner av ligninger. Det oppnås også forståelse ved at de får diskutert problemløsningsoppgaver sammen og delt sine matematiske ideer, som videre kan bidra til utvikling. I tillegg utvikles forståelse gjennom at elevene bygger på de ideene de har om ligninger fra før, på denne måten utvikler de sine kunnskaper videre. Informantene begrunner også sine valg i undervisningen med at de har fokus på videre undervisning, at elevenes tankegang om ligninger er med på å bestemme hva de skal gjøre videre. Gjennom at læreren tar utgangspunkt i kunnskapene de har om hvordan elevene tenker og lærer så bidrar det til utvikling av elevenes matematiske ideer om ligninger. For å klare å gjennomføre undervisning for forståelse så kreves det en rekke kunnskaper hos læreren, disse kunnskapene kommer frem i rammeverket *Toward a theory of proficiency in teaching mathematics*. Mange av disse kunnskapene har informantene visst tegn til at de har gjennom sine begrunnelser. Det jeg har kommet frem til kan indikere at informantene viser tegn til at de er *conceptual oriented* i sine didaktiske valg i undervisningen. En lærer som er konseptuelt orientert vil ha fokus på å gjennomføre aktiviteter i undervisningen som legger til rette for utvikling av elevenes forståelse for hvordan de ulike ideene i for eksempel ligninger henger sammen (Philipp, 2007). I motsetning vil en lærer som er *calculational oriented* ha mest fokus på at elevene får rett svar når de jobber med oppgaver, og legger ikke til rette for at elevene skal få forståelse for ideene bak det de ulike emnene i matematikken.

Det vil være naturlig å tenke at det vil være en rekke utfordringer knyttet til dette og at det vil være vanskelig å gjennomføre undervisning som bidrar til at alle elevene oppnår forståelse. Det er derfor viktig at lærere innehar kunnskapene som presenteres av Schoenfeld & Kilpatrick (2008) for å ha et godt grunnlag for å kunne ha som mål å gjennomføre undervisning som bidrar til utvikling av matematiske ideer og forståelse hos elevene.

6 Oppsummering

I denne kvalitative undersøkelsen har jeg forsøkt å få svar på hvordan lærere på ungdomstrinnet begrunner sine didaktiske valg i undervisning om ligninger. Jeg konkluderer med at forståelse er sentralt i deres begrunnelser og at det er mange ulike faktorer hos læreren som er avgjørende for at elevene skal oppnå forståelse. Som lærer ønsker man hele tiden å oppnå forståelse hos elevene i undervisningen. Dette forutsetter at man har en rekke kunnskaper og er innstilt på å bruke dem i planlegging og gjennomføring av undervisning. For meg som fremtidig lærer vil mine funn være med på å gjøre meg bevisst på å ha fokus på elevenes forståelse når jeg planlegger og gjennomføre undervisning om ligninger, og egentlig generelt i matematikk. For at elevene skal oppnå bedre forståelse så vil det være viktig at jeg har kunnskaper om å introdusere ulike representasjoner av ligninger og at jeg tar utgangspunkt i elevene og bruker informasjon om deres tankemåter og hvordan de lærer når jeg legger opp undervisning videre. Det vil også være viktig at jeg har kunnskaper om å skape relasjoner mellom meg som lærer, elevene og fagstoffet. Et eksempel kan være at elevene får lage egne oppgaver. Til slutt bør jeg som lærer også ha kunnskaper om å skape et intellektuelt miljø i klasserommet, gjennom for eksempel å bruke matematiske oppgaver som legger til rette for at elevene kan reflektere og diskutere matematiske problemer sammen. Alt dette vil kunne bidra til at elevene øker sin forståelse, utvikler seg og bygger videre på sine matematiske ideer. Det er ikke slik at forståelse kan oppnås hos alle elevene, men det blir viktig at jeg hele tiden reflekterer over egen undervisning slik at jeg kan utvikle meg som lærer videre, og at det kan bidra til at mine fremtidige elever utvikler forståelse.

6.1 Veien videre

Jeg har i denne undersøkelsen vært ute etter lærernes begrunnelser for sin undervisning om ligninger. Forståelse er hovedbegrunnelsen til lærerne. Veien videre fra denne undersøkelsen

vil kunne være å prøve å se på dette fra elevens ståsted. Dersom læreren innehar kunnskaper som skal bidra til forståelse hos elevene, er det tilfelle at elevene utvikler forståelse da? Et interessant tema å forske videre på vil kunne være å gjøre en undersøkelse der man observerer undervisning om ligninger av lærere som innehar kunnskaper som gjør at de blir ansett som kyndige lærere i matematikk (Schoenfeld & Kilpatrick, 2008) og intervjuer elevene i etterkant for å finne ut om det er tilfellet at de utvikler forståelse av ligninger.

7 Referanser

Asquith, P., Stephens, A. C., Knuth, E. J., & Alibali, M. W. (2007). Middle school mathematics teachers' knowledge of students' understanding of core algebraic concepts: Equal sign and variable. *Mathematical Thinking and Learning*, 9, 249–272.

Baker, S. E. og Edwards, R (2012) *How many qualitative interviews is enough*. Discussion Paper. NCRM. Hentet 07.03.17 fra:

http://eprints.ncrm.ac.uk/2273/4/how_many_interviews.pdf

Ball, D. L. (1988). Research on Teaching Mathematics: Making Subject Matter Knowledge Part of the Equation.

Ball, D.L., Lubienski, S., & Mewborn, D. (2001). Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers' mathematical knowledge. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed., pp. 433-456). New York: Macmillan.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, 59 (5), 389–407. Sage.

Bergsten, C., Häggström, J., & Lindberg, L. (1997). Nämnaren tema: *Algebra för alla*. Göteborg: Göteborgs universitet.

Braun, V & Clarke, V (2006) Using thematic analysis in psychology, *Qualitative Research in Psychology*, 3:2, 77-101

Caelli, K., Ray, L., & Mill, J. (2003). Clear as mud: Toward greater clarity in generic qualitative research. *International Journal of Qualitative Methods*, 2(2). Article 1. Hentet 10.05.16 fra http://www.ualberta.ca/~iiqm/backissues/2_2/html/caellietal.htm

Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. B. (1999). *Children's mathematics: Cognitively Guided Instruction*. Portsmouth, NH: Heinemann.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.

Cobb, P. (2007). Putting philosophy to work - coping with multiple theoretical perspectives. I F. K. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 3-107). United States of America: Information Age Publishing.

Cohen, L., Morrison, K., & Manion, L. (2007). *Research methods in education* (6th. ed.). London: Routledge.

Creswell, J. W. (2008) *Research Design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches*. Los Angeles: Sage.

Creswell, J. W., & Miller, D. L. (2000). Determening Validity in Qualitative Inquiry. *Theory Into Practice*. 39(3), 124-130. Taylor og Francis, Ltd.

Duval, R. (2002). The cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. *Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education*, 1(2), 1–16.

Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 225–256). Charlotte, NC: Information Age.

Grønmo, L. S. (2013). *Algebra og tall er motoren i matematikken – derfor går matematikkfaget i Norden for halv fart*. I *Bedre skole* nr. 1, 2013. Hentet 04.01.17 fra: https://www.utdanningsforbundet.no/upload/Tidsskrifter/Bedre%20Skole/BS_1_2013/BS_1-13_web_Gronmo.pdf

Imsen, G. (2008). *Elevenes verden: innføring i pedagogisk psykologi* (4. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Kieran, C. (2007). Learning and Teaching Algebra at the Middle School Through College Levels. Building Meaning for Symbols and Their Manipulation. I F. K. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 707-762). Charlotte, NC: Information Age.

Kjærnsli, M. & Olsen, R. V. (Red.) (2013). Fortsatt en vei å gå. Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012. Oslo: Universitetsforlaget.

Knuth, E. J., Stephens, A. C., McNeil, N. M., & Alibali, M. (2006). Does Understanding the Equal Sign Matter? Evidence from Solving Equations. *Journal for Research in Mathematics Education* 37(4), 297–312.

Kvale, S., & Brinkmann, S. (2010). Det kvalitative forskningsintervju. Oslo: Gyldendal akademisk.

NESH; De nasjonale forskningsetiske komiteer. (2006). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. [PDF] Hentet 04.02.2017 fra:

<https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-humaniora-juss-og-teologi-2006.pdf>

Philipp, R. A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. I F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257–315). Charlotte, NC: Information Age.

Radford, L. (2001). The historical origins of algebraic thinking. In R. Sutherland, T. Rojano, A. Bell, & R. Lins (Eds.), *Perspectives on school algebra* (pp. 13–36). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer.

Radford, L. (2004). Syntax and meaning. I M. J. Hoines og A. B. Fuglestad, *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the psychology of Mathematics Education* (Vol. 4, s. 55-62). Honolulu, HI

Schoenfeld, A. H., & Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. In D. Tirosh & T. Wood (Eds.), *International handbook of mathematics teacher education* (Vol. 2, s. 321-354). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.

Stein, M.K., Engle, R.A., Smith, M.S., & Hughes, E.K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Helping teachers learn to better incorporate student thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 10, 313-340.

Usiskin, Z. (1999). Conceptions of school algebra and uses of variables. I B. Moses(red.) Algebraic thinking, Grades K-12: Readings from NCTM's school-based journals and other publications, (s.7-13). Reston, VA.: National Council of Teachers of Mathematics.

Utdanningsdirektoratet (2013). Læreplan i matematikk. Hovedområder. Sist endret: 21.06.13. Hentet 11.01.17 fra: <https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Kompetansemaal/kompetansemal-etter-10.-arssteget>

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. In S. Lerman (Ed.), Encyclopedia of Mathematics Education (pp. 521-525). Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer.

William, D. (2007). Keeping learning on track: Classroom assessment and the regulation of learning. In F. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 1053— 1098). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Wilson, K., Ainley, J., & Bills, L. (2003). Comparing competence in transformational and generational algebraic activities. I P. Pateman, B. Dougherty, & J. Zilliox, Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4) (ss. 427-433). Honolulu.

Vedlegg 1

Intervjuguide

Før vi starter intervjuet tenker jeg det kan være greit å prate litt fritt.

Videre informerer jeg informanten om bakgrunn og formål med intervjuet som i mitt tilfelle er at jeg er interessert i å finne ut hvordan lærere på ungdomsskolen begrunner sine didaktiske valg når de underviser i ligninger i ligninger.

Deretter vil jeg forklare litt rundt anonymitet og taushetsplikt. Her vil informanten få vite at alt som han/hun sier til meg ikke kan spores tilbake til de, og videre hva jeg har tenkt å gjøre dataen jeg samler inn. Samtidig som jeg gjør obs på at jeg har taushetsplikt. Jeg vil også nevne for informanten at han/hun når som helst har mulighet til å trekke seg.

Så spør jeg om det er noen spørsmål knyttet til det eller om det er noe som er uklart og om informanten samtykker til dette.

Selv om informanten er klar over at det blir gjort opptak på forhånd så velger jeg å informere om det enda en gang slik at jeg får et muntlig samtykke av informanten.

Informanten har allerede samtykket, men jeg tenker det vil være greit og gjøre informanten klar over dette før jeg starter intervjuet

Så starter jeg opptaket.

Til slutt oppsummerer jeg. Dersom det er noe jeg synes er uklart så spør jeg om jeg har forstått de riktig slik at jeg er sikker på at jeg får med nøyaktig det de mener. Så spør jeg om det helt til slutt er noe de vil legge til, noe de føler mangler eller har glemt. Så takker jeg for at de kunne stille opp som informant.

Spørsmål intervju

Spørsmål 1:

Hvordan introduserer du lineære ligninger for elevene?

Hvorfor gjør du det på denne måten?

Kan du gi eksempel på hvordan en time ville sett ut?

Spørsmål 2:

Hva mener du er viktig at eleven skal mestre innen lineære ligninger? Hvorfor?

Spørsmål 3:

Hvordan jobber du med utvikling av matematiske ideer hos elevene? Hvorfor?

Hvordan legger du opp undervisningen slik at elevene selv kan gjøre sin egen mening av matematiske ideer? Hvorfor?

Spørsmål 4:

Hvilke type oppgaver gir du elevene dine i arbeid med lineære ligninger?

Hvorfor?

Spørsmål 5:

Hvordan finner du ut hva elevene kan om ligninger? Hvorfor gjør du det slik?

Hvilke spørsmål stiller du elevene dine? Hvorfor akkurat de spørsmålene?

Hva får du vite når du stiller spørsmålene? Kan du gi eksempler?

Hvordan bruker du denne informasjonen? Hvorfor?

Spørsmål 6:

Hva gjør du dersom du har en elev som jobber med en oppgave og har løst den feil?

Hvorfor gjør du det på denne måten?