



UiT

NORGES  
ARKTISKE  
UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

## **Matematikklæreres oppfatninger av og erfaringer med relasjonell forståelse**

*En kvalitativ studie av fem matematikklæreres oppfatninger av og erfaringer med relasjonell forståelse*

—

**Solveig Mathiassen og Carita Maylén Møller**

*Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn, mai 2018*

*LRU-3903 Matematikdidaktikk*







# Sammendrag

Denne masteroppgaven i matematikdidaktikk rapporterer fra en kvalitativ studie av fem matematikklæreres oppfatninger av og erfaringer med relasjonell forståelse. Vi ønsket i denne studien å finne ut hvilke oppfatninger disse matematikklærerne hadde av relasjonell forståelse, og hvilke oppfatninger og erfaringer de hadde med utviklingen av denne forståelsen. I tillegg ønsket vi å finne ut hvilke oppfatninger og erfaringer matematikklærerne hadde med hvilke fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse. For å få innsikt i dette benyttet vi oss av semistrukturerte intervjuer.

Hensikten med denne studien er å belyse hvilke faktorer som kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, samtidig rette oppmerksomhet mot hva som kan hindre denne utviklingen. I tillegg fremheve fordeler med relasjonell forståelse. Studien har vært veldig nyttig og lærerik for oss, og håper at den kan være nyttig for andre lærerstudenter og matematikklærere som ønsker å bidra til utvikling av relasjonell forståelse hos elevene.

Studien har tatt utgangspunkt i Skemp's (1976) beskrivelse av relasjonell forståelse, samt kompetanserammeverkene til National Research Council (2001) og Niss og Jensen (2002), i tillegg til Schoenfeld, Floden og the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project (2014) sitt analytiske rammeverk, «Teaching for Robust Understanding in Mathematics» (TRU Math).

Resultatene viser at ulike oppgaver og undervisningsmetoder, samt matematikklæreren kan bidra til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse. Videre viser resultatene at tid, elevgruppen, retningslinjer i skolen, og matematikklæreren selv kan hindre denne utviklingen. I tillegg viser resultatene hvilke fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse.



# Forord

Denne mastergradsavhandlingen markerer slutten på vår tid som lektorstudenter ved Universitetet i Tromsø - Norges arktiske universitet. Avhandlingen har til tider vært krevende, men har likevel vært en svært givende prosess.

Vi vil rette en stor takk til matematikklærerne som sa seg villig til å delta i vår studie, uten dere hadde ikke denne studien latt seg gjennomføre. Videre ønsker vi å takke de som har tatt seg tid til å lese gjennom oppgaven og gitt oss konstruktive tilbakemeldinger.

Vi ønsker også å rette en stor takk til vår veileder, Arne Jakobsen, som har gitt oss god støtte og veiledning. Til slutt ønsker vi også å takke familie og venner som har hatt troen på oss i denne tunge tiden. Takk for oppmuntrende ord og støtte!

Tromsø, mai 2018

Solveig Mathiassen og Carita Maylén Møller



# Innholdsfortegnelse

<b>1</b>	<b>Innledning .....</b>	<b>1</b>
1.1	Bakgrunn for valg av tema .....	1
1.2	Formål og problemstilling .....	2
1.3	Oppgavens oppbygging .....	3
<b>2</b>	<b>Teori.....</b>	<b>5</b>
2.1	Forståelse og kunnskap i matematikk.....	5
2.1.1	Relasjonell og instrumentell forståelse .....	5
2.1.2	Konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap .....	7
2.2	To syn på matematisk kompetanse .....	9
2.2.1	Matematisk kyndighet .....	9
2.2.2	Matematisk kompetanse .....	11
2.3	Læringsmiljø.....	13
2.3.1	Sosiomatematiske normer .....	14
2.3.2	Lærerroller i matematikklasserommet .....	15
2.4	Teaching for Robust Understanding in Mathematics .....	16
2.5	Problemløsning.....	19
<b>3</b>	<b>Metode .....</b>	<b>21</b>
3.1	Forskningsdesign .....	21
3.2	Datainnsamling.....	22
3.2.1	Semistrukturert intervju.....	22
3.2.2	Utforming av intervjuguide .....	22
3.2.3	Utvalg av informanter .....	23
3.2.4	Gjennomføring av intervju .....	24
3.2.5	Lydopptak, notater og transkribering .....	26
3.3	Analyse av meningsinnhold.....	27

3.4	Metodekritikk .....	28
3.4.1	Intervjuprosessen.....	28
3.4.2	Analyseprosessen .....	29
3.5	Kvalitet i studien.....	29
3.5.1	Reliabilitet .....	29
3.5.2	Validitet.....	30
3.5.3	Overførbarhet .....	31
3.6	Forskningsetikk .....	31
<b>4</b>	<b>Presentasjon av funn.....</b>	<b>33</b>
4.1	Matematikklærernes begrepsoppfattelse .....	33
4.2	Faktorer som kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse .....	35
4.2.1	Oppgaver .....	36
4.2.2	Undervisning .....	37
4.2.3	Matematikklæreren selv .....	40
4.3	Faktorer som kan hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse .....	41
4.3.1	Tid .....	41
4.3.2	Elevgruppen .....	42
4.3.3	Retningslinjer i skolen.....	44
4.3.4	Matematikklæreren selv .....	47
4.4	Fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse og av å utvikle denne forståelsen .....	48
<b>5</b>	<b>Diskusjon.....</b>	<b>53</b>
5.1	Matematikklærernes begrepsoppfattelse .....	53
5.2	Faktorer som kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse .....	55
5.2.1	Oppgaver .....	55
5.2.2	Undervisning .....	56



5.2.3	Matematikklæreren selv .....	59
5.3	Faktorer som kan hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse .....	60
5.3.1	Tid .....	60
5.3.2	Elevgruppen .....	61
5.3.3	Retningslinjer i skolen.....	63
5.3.4	Matematikklæreren selv .....	64
5.4	Fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse og av å utvikle relasjonell forståelse.....	65
<b>6</b>	<b>Avslutning .....</b>	<b>69</b>
6.1	Veien videre.....	70
<b>7</b>	<b>Litteraturliste.....</b>	<b>73</b>
<b>Vedlegg</b>	<b>.....</b>	<b>77</b>
	Vedlegg 1: Godkjenning fra NSD.....	77
	Vedlegg 2: Informasjons- og samtykkeskjema til informantene .....	79
	Vedlegg 3: Skjema for avtale med skoler .....	81
	Vedlegg 4: Intervjuguide.....	83

## Figurliste

Figur 1: De fem komponentene som fem kordeler i et tau (kopi fra NRC, 2001). .....	9
Figur 2: Sammenhengen mellom de to overordnede kategoriene og de åtte delkompetansene (kopi fra Niss & Jensen, 2002). .....	11
Figur 3: En kort beskrivelse av de fem dimensjonene i TRU Math-rammeverket (kopi fra Schoenfeld et al., 2014). .....	17



# 1 Innledning

Denne mastergradsavhandlingen rapporterer fra en kvalitativ studie av fem matematikklæreres oppfatninger av og erfaringer med relasjonell forståelse. Undersøkelsen tok utgangspunkt i fem semistrukturerte intervjuer, som sammen med teorien utgjorde grunnlaget for denne studien. I dette kapitlet redegjør vi for bakgrunnen for valg av tema, undersøkelsens formål og oppgavens oppbygging.

## 1.1 Bakgrunn for valg av tema

Grunnen til at vi valgte dette temaet, var at vi som matematikklærerstudenter gjennom studiet har fått kjennskap til de internasjonale PISA<sup>1</sup>-testene, der ca. 20 prosent av elevene i de tre høytpresterende landene Japan, Sør-Korea og Sveits presterte på høyt nivå i 2015, mens bare 11 prosent av de norske elevene presterte på høyt nivå det samme året (Nortvedt & Pettersen, 2016).

I rammeverket for matematikk i PISA deles elevenes prestasjoner inn i seks ulike nivåer. De elevene som presterer innenfor nivå fem og seks, karakteriseres som høytpresterende elever (Nortvedt & Pettersen, 2016). Kjennetegn ved disse elevene er at de kan anvende strategier fleksibelt, ser sammenhenger mellom overfladisk ulike matematiske oppgaver, samt at de videre kan løse utfordrende oppgaver der konteksten er ukjent. I tillegg kan disse elevene vurdere og argumentere for hvorfor ulike løsningsmetoder fungerer (Nortvedt & Pettersen, 2016; Nortvedt, 2013; Kjærnsli, Lie, Olsen, Roe & Turmo, 2004). Kompetansen til de høytpresterende elevene, slik den er beskrevet her, kan ses i sammenheng med det trendy begrepet dybdelæring. I følge NOU (2015:8) innebærer dybdelæring blant annet at elevene har evne til å utvikle begrepsforståelse, se sammenhenger og reflektere over egen læring. Videre hevder NOU (2015:8) at reflektering over egen læring kan bidra til en varig forståelse. Ut fra deres beskrivelse av dybdelæring, kan det se ut som at de setter dybdelæring i sammenheng med varig forståelse. Dette harmonerer med hvordan Skemp (1976) beskriver sammenhengen mellom læring og relasjonell forståelse i matematikk.

---

<sup>1</sup> PISA – Programme for International Student Assessment. PISA måler 15-åringers kompetanse hovedsakelig innenfor lesing, naturfag og matematikk.

Skemp (1976) beskriver blant annet relasjonell forståelse som det å vite både hvordan en oppgave kan løses og hvorfor den kan løses på denne måten. Vi anser dermed denne forståelsen som en forutsetning for å kunne oppnå den kompetansen som er karakteristisk for de høytpresterende elevene på PISA-testene. For at elevene skal kunne oppnå den kompetansen som tilsvarer nivå fem og seks i PISA-testene, kan det se ut til at det i større grad bør tilrettelegges for elevene slik at de får muligheten til å utvikle relasjonell forståelse. Ifølge NOU (2015:8) og Skemp (1976) er det hovedsakelig skolens og lærernes ansvar å legge til rette for at dette skal skje.

Med alt det ovennevnte tatt i betraktning, ønsker vi derfor innsikt i hvilke ulike oppfatninger og erfaringer matematikklærere har av og med relasjonell forståelse. Ved å få innsikt i flere matematikklæreres oppfatninger og erfaringer med relasjonell forståelse, kan vi få tilgang til eksempelvis deres erfaringer med utvikling av denne forståelsen, som vi som fremtidige matematikklærere kan ta lærdom av.

## 1.2 Formål og problemstilling

Formålet med denne studien er blant annet å fremheve hvilke faktorer som kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, samtidig som vi ønsker å påpeke ulike faktorer som kan hindre denne utviklingen. Vi ønsker å belyse disse faktorene for oss selv som fremtidige matematikklærere, andre lærerstudenter og nåværende matematikklærere. Vi anser matematikklærernes bevissthet rundt dette temaet som viktig, da det som nevnt, blant annet er deres ansvar å tilrettelegge for en undervisning som gjør det mulig for elevene å utvikle den relasjonelle forståelsen.

Med utgangspunkt i undersøkelsens formål, har vi utformet følgende problemstilling:

*Hvilke oppfatninger og erfaringer har matematikklærere med relasjonell forståelse?*

For å kunne besvare denne problemstillingen, valgte vi å formulere tre forskningsspørsmål tilknyttet problemstillingen:

1. Hvilke oppfatninger har de av begrepet?
2. Hvilke oppfatninger og erfaringer har de med utvikling av denne forståelsen hos elevene?
3. Hvilke oppfatninger og erfaringer har de med hvilke fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse?

### 1.3 Oppgavens oppbygging

Det teoretiske rammeverket for denne undersøkelsen, redegjøres for i kapittel to som er teorikapittelet. Først presenteres Skemp (1976), Hiebert og Lefevre (1986) sine syn på forståelse og kunnskap i matematikk. Ettersom problemstillingen vår tar for seg blant annet matematikklærernes oppfatninger av relasjonell forståelse, var det hensiktsmessig å ha med begge disse synene for å kunne karakterisere i hvilken grad matematikklærernes oppfatninger samsvarte med det ene eller det andre synet. Dernest presenteres National Research Council (NRC) (2001) og Niss og Jensen (2002) sine syn på matematisk kompetanse. Vi valgte å ha med begge synene da ulike aspekter ved den matematiske kompetansen vektlegges i disse. Disse synene kan dermed utfylle hverandre og sammen gi en mer helhetlig beskrivelse av matematisk kompetanse. Videre presenteres læringsmiljø, der sosiomatematiske normer og ulike lærerroller i matematikklasse rommet inngår. Til slutt presenteres det analytiske rammeverket «Teaching for Robust Understanding in Mathematics» og problemløsning. I kapittel tre presenteres metodene vi har benyttet oss av for å besvare våre forskningsspørsmål. Her beskrives blant annet forskningsdesignet, utforming av intervjuguiden og undersøkelsens utvalg. I kapittel fire presenteres undersøkelsens funn. I det femte kapittelet diskuteres funnene i lys av teori, som er redegjort for i kapittel to. I kapittel seks, det avsluttende kapittelet, oppsummeres relevante funn som besvarer forskningsspørsmålene våre, samt forslag til videre forskning tilknyttet dette temaet.





## 2 Teori

Hensikten med dette kapittelet er å redegjøre for det teoretiske rammeverket som vi har støttet vår studie på. Vi starter med en redegjørelse av begrepet relasjonell forståelse, på grunn av at studien vår tar utgangspunkt i dette begrepet. Videre redegjør vi for begrepene instrumentell forståelse, konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap. Deretter presenteres to ulike syn på matematisk kompetanse, læringsmiljø, der sosiomatematiske normer og lærerroller i matematikklasserommet inngår, samt det analytiske rammeverket «Teaching for Robust Understanding in Mathematics», heretter kalt TRU Math-rammeverket. Avslutningsvis gir vi en kort presentasjon av aktuell litteratur om problemløsning.

### 2.1 Forståelse og kunnskap i matematikk

Nedenfor presenteres synene Skemp (1976), Hiebert og Lefevre (1986) har på forståelse i matematikk.

#### 2.1.1 Relasjonell og instrumentell forståelse

Skemp (1976) forklarte at han tidligere oppfattet «forståelse» som ett begrep, at det omhandlet forståelse av hva, hvordan og hvorfor, men at han i en samtale med den norske matematikdidaktikeren Stieg Mellin-Olsen ble oppmerksom på at det var to betydninger for samme begrep. Dermed skiller Skemp (1976) mellom begrepene relasjonell forståelse (relational understanding) og instrumentell forståelse (instrumental understanding), for å beskrive den matematiske forståelsen. Han beskriver relasjonell forståelse som å vite hvilke prosedyrer som kan anvendes for å løse et problem, og hvorfor disse prosedyrene fungerer. I tillegg gjør denne forståelsen det lettere å se sammenhenger mellom prosedyrer og matematiske begreper. Videre beskriver Skemp (1976) instrumentell forståelse som «rules without reasons», som innebærer et mangfold av regler og prosedyrer som kan anvendes for å løse et matematisk problem, men manglende forståelse for hvorfor regelen eller prosedyren kan benyttes (Skemp, 1976).

Skemp (1976) fremhever fire fordeler med å vektlegge relasjonell forståelse i undervisningen. Den første fordelen er at det er enklere å tilpasse tidligere kunnskap til ny kunnskap og nye oppgaver. Den andre fordelen er at det er lettere å huske, fordi denne forståelsen gjør det mulig å oppdage sammenhenger og se helheten. Skemp (1976) forklarer at når eleven har lært og forstått hva, hvordan og hvorfor i matematikk, er læringen mer langvarig. Å forstå et

bestemt emne viser seg å være grunnleggende for forståelsen av andre emner også. Den tredje fordelten er at relasjonell forståelse kan være et mål i seg selv, og dermed er behovet for eksterne belønninger fra læreren redusert. Den siste fordelten Skemp (1976) fremhever er relatert til den tredje fordelten, når den relasjonelle forståelsen oppleves som motiverende, kan det bidra til at en aktivt oppsøker nye emner og utforsker nye områder, slik at kunnskapen utvikles.

Den andre forståelsen, instrumentell forståelse, kan ofte oppfattes som negativ, likevel hevder Skemp (1976) at det er noen fordeler med denne forståelsen, og fremhever tre positive sider med den. Det første er at instrumentell tilnærming vanligvis er enklere å forstå, og hvis elevene kun ønsker å produsere riktige svar, er denne tilnærmingen både rask og enkel. Det andre er at den gir mestringsfølelse. Når elevene produserer riktig løsning på et problem, gir det følelse av suksess som påvirker selvtilliten de har i matematikk. Den siste fordelten er at selv om det er mindre kunnskap involvert, er det ofte mulig å få rett svar raskere ved hjelp av instrumentell tenking enn ved relasjonell tenking.

Skemp (1976) hevder videre at to former for uoverensstemmelser kan oppstå i undervisningen. Den ene er at elevenes mål kan være å forstå instrumentelt, men undervises av en lærer som ønsker å utvikle relasjonell forståelse hos dem. Denne uoverensstemmelsen kan føre til få problemer på kort sikt for elevene, men kan av læreren oppleves som frustrerende. I en slik setting er elevene mest opptatte av å lære en regel som kan gi de riktig svar, og når de har lært regelen, ignorerer de resten. Den andre uoverensstemmelsen er i motsetning til den første, denne innebærer at elevene ønsker å oppnå relasjonell forståelse, mens læreren underviser instrumentelt. Skemp (1976) forklarer at denne uoverensstemmelsen kan være mer alvorlig, fordi elevene har et indre ønske om å faktisk forstå hva, hvordan og hvorfor, men dette umuliggjøres ved at læreren velger en instrumentell tilnærming i undervisningen.

I skolen finnes det matematikklærere som underviser mot å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, samtidig som det finnes lærere som velger instrumentell tilnærming. Skemp (1976) nevner at det er flere grunner for at lærere velger å undervise for instrumentell forståelse. Den ene grunnen han nevner, er at relasjonell forståelse tar for lang tid å utvikle. Ofte opplever lærere at det er tidkrevende å utvikle relasjonell forståelse hos elevene, og at det dermed kan gå utover andre temaer eller emner som er viktig at elevene lærer. Den andre grunnen er at relasjonell forståelse av et spesifikt tema kan være vanskeligere å oppnå, og siden elevene

som oftest trenger kunnskap om dette temaet på en eventuell eksamen, kan dermed dette være en av grunnene til at matematikklærere velger instrumentell tilnærming. Den tredje begrunnelsen Skemp (1976) nevner, er at det kan være flere ferdigheter som må tilegnes i andre fag, eksempelvis naturfag, før det kan forstås relasjonelt i matematikk. Den siste grunnen er at kollegaene, de andre matematikklærerne på skolen, underviser mot instrumentell forståelse. Han trekker samtidig frem at det er fire ulike situasjonelle faktorer som kan føre til vanskeligheter med å undervise mot en relasjonell forståelse. Den første han trekker frem er at eksamen kan føre til at elevenes mål er å svare korrekt på flest mulig spørsmål, og dermed bare ønsker en undervisning som kan oppfylle dette ønsket. Den andre faktoren som trekkes frem er pensumet. Skemp (1976) forklarer at matematikkfaget har et stort pensum der matematiske utsagn ofte blir beskrevet kort og konsist, slik at matematikkpensumet inneholder mye mer som skal læres, enn det pensum i andre fag gjør. Et redusert pensum, uansett hvilket fag, kan gi læreren mer tid til å undervise lærestoffet grundigere (Skemp, 1976). En tredje situasjonell faktor Skemp (1976) trekker frem, er at det kan være vanskelig å vurdere om elevene har en relasjonell eller instrumentell forståelse gjennom å betrakte deres skriftlige arbeid. Han påpeker at dette i større grad lettere kan la seg gjøre hvis læreren samtaler med elevene, men at det derimot kan være utfordrende med en stor elevgruppe da tiden ikke alltid strekker til. Den siste situasjonelle faktoren Skemp (1976) fremhever er at det kan være utfordrende for lærere å skulle restrukturere deres eksisterende skjema, selv om de har lyst, vet at det er nødvendig og har tid til det (Skemp, 1976).

### **2.1.2 Konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap**

Skemps (1976) beskrivelse av relasjonell og instrumentell forståelse er nært knyttet til Hiebert og Lefevres (1986) begreper konseptuell kunnskap (conceptual knowledge) og prosedyrekunnskap (procedural knowledge). Hiebert og Lefevre (1986) karakteriserer konseptuell kunnskap som rik på relasjoner. Det kan betraktes som et nettverk av kunnskap hvor sammenhengende relasjoner er like fremtredende som hver enkelt del av informasjon. Relasjonen gjennomsyrrer individuelle fakta og informasjon slik at alle deler er koblet til ett nettverk. En enhet av konseptuell kunnskap kan ikke være isolert fra annen kunnskap. Utvikling av konseptuell kunnskap oppnås ved å koble ulike deler av kunnskap, denne koblingsprosessen kan forekomme mellom to deler av kunnskap som allerede er lagret i minnet, eller mellom eksisterende kunnskap og ny kunnskap (Hiebert & Lefevre, 1986). Hiebert og Lefevre (1986) forklarer at «forståelse» er begrepet som ofte brukes til å beskrive kunnskapstilstanden når ny matematisk kunnskap kobles til eksisterende kunnskap, og at det

er det som utgjør konseptuell kunnskap. Beskrivelsen av konseptuell kunnskap kan sees i likhet med Skemps (1976) beskrivelse av relasjonell forståelse, fordi begge begrepene omfatter dyptgående forståelse av sammenhenger hvor kunnskap knyttes sammen.

Hiebert og Lefevre (1986) forklarer at prosedyrekunnskap omfatter kjennskap til det formelle matematiske språket, som omhandler symboler som brukes til å representere matematiske ideer, matematiske algoritmer og regler, i tillegg til at det inkluderer det steg-for-steg introduksjon som beskriver hvordan en løser et matematisk problem. Videre forklarer de at kunnskapen om symboler og regler bare impliserer en bevissthet om hvordan de kan brukes, ikke kunnskap og forståelse av hvorfor de kan brukes (Hiebert & Lefevre, 1986). Dette kan sees i sammenheng med Skemps (1976) begrep instrumentell forståelse, fordi begge disse begrepene kun omhandler kunnskap om hvilke prosedyrer som kan brukes og hvordan de kan brukes, men ingen kunnskap eller forståelse om hvorfor de kan brukes. Prosedyrekunnskap læres uten mening, i motsetning til konseptuell kunnskap som læres meningsfullt (Hiebert & Lefevre, 1986). Prosedyrer kan læres med mening, men prosedyrene er da koblet til konseptuell kunnskap. Prosedyrer som er lært av memorering og som ikke er knyttet til ett nettverk, blir lagret som isolerte deler av informasjon, og kan dermed ikke bidra til utvikling av konseptuell kunnskap.

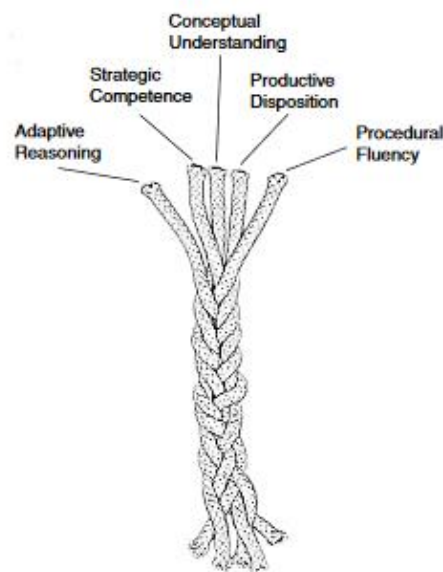
Videre hevder Hiebert og Lefevre (1986) at det er vanskelig å forestille seg at noen besitter enten konseptuell kunnskap eller prosedyrekunnskap, fordi noen koblinger er uunngåelig. Selv om det er mulig å anvende prosedyrer uten forståelse, er det ikke lett å forestille seg konseptuell kunnskap som ikke er koblet til prosedyrer. Dette indikerer at Hiebert og Lefevre (1986) ser disse to kunnskapene i relasjon med hverandre, mens det virker som at Skemp (1976) skiller mellom instrumentell og relasjonell forståelse, han oppfatter de som kontraster til hverandre. Hiebert og Lefevre (1986) forklarer at matematisk kunnskap inkluderer grunnleggende relasjoner mellom konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap. De hevder at elevene ikke er fullstendig kompetente i matematikk dersom den ene eller andre kunnskapen er mangelfull eller hvis begge er ervervet, men forblir separerte enheter. Å være kompetent i matematikk innebærer å kjenne konsepter, symboler og prosedyrer, samt å vite hvordan de er relaterte til hverandre (Hiebert & Lefevre, 1986).

## 2.2 To syn på matematisk kompetanse

Elevenes utvikling av den matematiske kompetansen er ikke ensidig, men skjer i stor grad i samspill med matematikklæreren (NRC, 2001). Matematikklærere må derfor vite hva matematisk kompetanse innebærer, slik at de i større grad kan bidra til å utvikle den hos elevene. Nedenfor presenteres to ulike syn på hva matematisk kompetanse innebærer, det ene er synet National Research Council (NRC) (2001) har på matematisk kompetanse, og det andre er Niss og Jensen (2002) sitt syn. En sammenligning av disse to synene forekommer parallelt i presentasjonen av det sistnevnte synet.

### 2.2.1 Matematisk kyndighet

NRC (2001) utviklet begrepet «mathematical proficiency» (heretter oversatt til matematisk kyndighet) fordi det i deres øyne ikke fantes et begrep som fullstendig beskrev hva det innebar å være dyktig i matematikk. NRC (2001) beskriver matematisk kyndighet som et tau tvunnet sammen av fem ulike komponenter eller kordeler. Dette er illustrert på figur 1 under.



**Intertwined Strands of Proficiency**

*Figur 1: De fem komponentene som fem kordeler i et tau (kopi fra NRC, 2001).*

Av illustrasjonen kan vi se at de har kalt de fem ulike komponentene for conceptual understanding, procedural fluency, strategic competence, adaptive reasoning og productive disposition. Vi har her valgt å bruke den norske oversettelsen Botten (2016) har av disse komponentene. Hans oversettelse er som følger, i samme rekkefølge som ovenfor:

begrepsforståelse, prosedyrekunnskap, strategisk kompetanse, fleksibel tenking og produktiv holdning. Disse fem komponentene utgjør til sammen hva det innebærer å være dyktig i matematikk. Det hevdes av NRC (2001) at det ofte er slik at disse fem komponentene ikke utvikles i samsvar med hverandre, selv om det ville vært det mest ideelle.

Som nevnt over, vil en sammensetning av de fem komponentene bidra til å utvikle matematisk kyndighet, men utvikling av hver enkelt komponent vil også være fordelaktig. For eksempel vil en begrepsforståelse av algebra styrke en begrepsforståelse av tall (NRC, 2001). Utviklingen av disse fem komponentene tar tid, men skal på lang sikt kunne bidra til at elevenes matematiske kyndighet utvikles (NRC, 2001). Nedenfor kommer en nøyere beskrivelse av hver av de fem komponentene.

### **2.2.1.1 De fem komponentene**

Første komponent, begrepsforståelse, innebærer å ha en forståelse for hvordan en matematisk oppgave kan løses, og hvorfor den kan løses på denne måten. I tillegg innebærer denne kompetansen å kunne representere matematikken på ulike måter, samt vite hvilke situasjoner disse ulike representasjonene passer best inn i. Underveis i utviklingen av begrepsforståelsen vil ny kunnskap som tilegnes alltid kobles til eksisterende kunnskap. Dette betyr at sammenhenger mellom ulike matematiske idéer lettere oppdages, i tillegg til at det blir lettere å se hvilke kontekster disse idéene passer inn i. Utvikling av begrepsforståelse vil også gjøre det lettere å huske og rekonstruere det som læres (NRC, 2001). Den andre komponenten, prosedyrekunnskap, handler om å ha kunnskap om prosedyrer, samt kunnskap om når, hvor og hvordan ulike prosedyrer kan brukes. Dette betyr at en som har tilegnet seg prosedyrekunnskap, skal kunne anvende prosedyrer fleksibelt og vite hvilke ulike metoder som finnes for å løse ulike problemer. Eksempelvis kan det være å vite hvilke situasjoner det passer å bruke hoderegning, og hvilke situasjoner det passer å bruke et program på datamaskinen. Komponent tre, som NRC (2001) har valgt å kalle for strategisk kompetanse, innebærer evne til å formulere matematiske problemer, representere dem på forskjellige måter, og løse dem. Dette hevder NRC (2001) har fellestrekk med det som kalles for problemformulering og problemløsning i matematikken. Den fjerde komponenten, fleksibel tenking handler om å utvikle evnen til å tenke logisk om sammenhenger mellom matematiske situasjoner og konsepter. Denne komponenten er den som holder alle de fem komponentene sammen. Femte og siste komponent, produktiv holdning, handler om at matematikken må

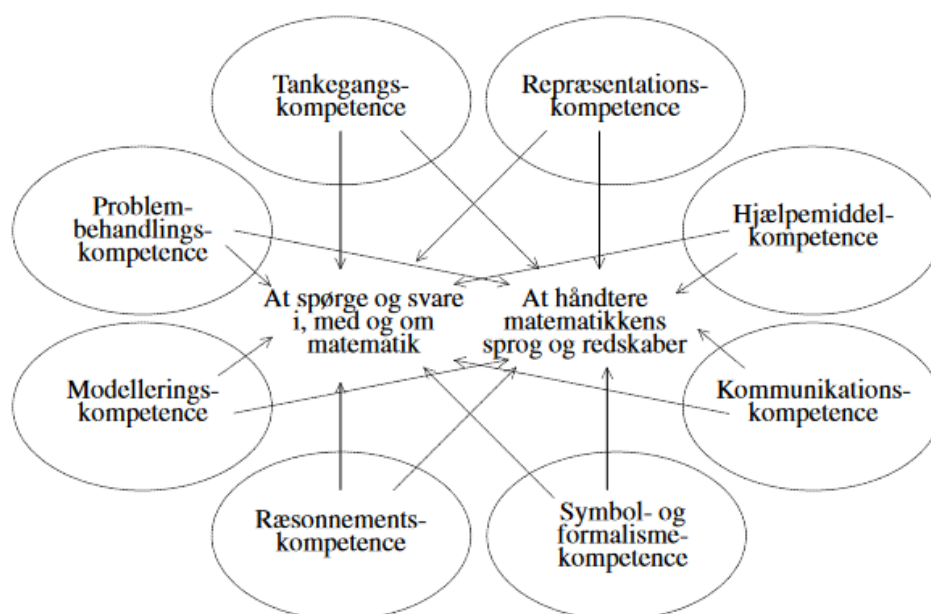


sees på som forståelig, nyttig og verdifull. For å bli dyktig i matematikk, må ifølge NRC (2001) et tilstedeværende engasjement for matematikk ligge til grunn.

## 2.2.2 Matematisk kompetanse

Niss og Jensen (2002) hevder at matematisk kompetanse innebærer å kunne ta del i matematikkholdige situasjoner, ha forståelse for og viten om matematikk, og kunne anvende matematikk i ulike situasjoner. De beskriver matematisk kompetanse som «indsigtsfuld parathed til at handle hensigtsmæssigt i situationer, som rammer en bestemt slags matematiske utfordringer» (Niss & Jensen, 2002, s. 43).

Niss og Jensen (2002) har valgt å dele den matematiske kompetansen inn i to overordnede kategorier, som deretter er delt inn i åtte delkompetanser. Den ene overordnede kategorien kaller de for «å spørre og svare i, med og om matematikk», og den andre «å håndtere matematikkens språk og redskaper». Alle de åtte delkompetansene som inngår i de to nevnte kategoriene, er på mange måter bundet sammen, og skal derfor ikke sees på som isolerte fra hverandre (Niss & Jensen, 2002), dette er illustrert på figur 2 nedenfor.



Figur 2: Sammenhengen mellom de to overordnede kategoriene og de åtte delkompetansene (kopi fra Niss & Jensen, 2002).

Kategorien å spørre og svare i, med og om matematikk, omfatter fire av de åtte delkompetansene. Tankegangskompetansen, handler om å ha forståelse for hvilke spørsmål og hvilke svar som kan forventes i ulike matematiske situasjoner. I tillegg handler denne kompetansen om å kunne gjenkjenne, forstå og håndtere begreper, samt deres rekkevidde og

begrensninger. Til sist omfatter denne kompetansen også evne til å skille mellom matematiske utsagn og påstander. Et eksempel kan være å vite forskjellen på en matematisk definisjon og en antakelse basert på erfaring eller intuisjon (Niss & Jensen, 2002). Denne delkompetansen kan sees i likhet med NRCs (2001) komponent begrepsforståelse, da begge disse omfatter forståelse og håndtering av matematiske begreper.

Problembehandlingskompetansen handler om å kunne formulere og løse matematiske problemer, både de en selv har formulert og andres (Niss & Jensen, 2002). Problemene skal også, som en del av denne kompetansen, kunne formuleres på flere måter.

Modelleringskompetansen beskriver Niss og Jensen (2002) som det å kunne analysere egenskapene ved ulike matematiske modeller, samt å kunne tolke og avkode disse slik at de gir mening i en gitt situasjon. Å inneha denne kompetansen betyr også å være i stand til å lage matematiske modeller til situasjoner som i utgangspunktet ikke er av matematisk karakter.

Dette kan for eksempel være å modellere en graf som viser hvilken måned det er mest nedbør.

De to sistnevnte kompetansene, problembehandlingskompetansen og modelleringskompetansen kan sees parallelt med NRCs (2001) komponent strategisk kompetanse. Likhetene mellom disse tre er at de omhandler evne til å formulere og løse matematiske problemer, samt å kunne anvende og tolke matematiske modeller.

Niss og Jensen (2002) beskriver resonnementskompetansen som det å kunne, basert på en rekke argumenter, gjenkjenne et matematisk bevis, ha kjennskap og forståelse for hva et matematisk bevis er, og hvordan det skiller fra heuristiske resonnementer (eksempelvis intuisjoner). På en annen side, betyr det å inneha denne formen for kompetanse, evne til å resonnerer både formelt og uformelt, samt evne til å omforme heuristiske resonnementer til gyldige beviser. Resonnementskompetansen kan sees i tråd med NRCs (2001) komponent fleksibel tenking. Disse to er like ved at de omfatter det å kunne tenke logisk i matematikk.

Den andre kategorien, å håndtere matematikkens språk og redskaper, omfatter de fire resterende delkompetansene. Representasjonskompetanse innebærer ifølge Niss og Jensen (2002) forståelse for ulike matematiske representasjonsformer, anvendelse av disse, samt å oppdage eventuelle sammenhenger mellom dem. I tillegg kan en med denne kompetansen, velge hvilke representasjoner som passer best til ulike formål, og oversette mellom ulike representasjoner. Denne delkompetansen kan sees i likhet med NRCs (2001) komponent begrepsforståelse, fordi begge disse innebærer å kunne representere matematikken på ulike måter.

Kommunikasjonskompetansen består i å kunne tolke andres matematikkholdige utsagn, i tillegg til å kunne delta i matematikkholdige samtaler. Samtidig omhandler denne kompetansen å kunne uttrykke seg på forskjellige måter foran ulike mottakere. I tillegg har denne delkompetansen en uttrykkside og en mottaksside. Uttrykksiden handler for eksempel om evnen til å gjøre rede for løsningen av en oppgave, mens mottakssiden innebærer avkoding og fortolkning av matematiske fremstillinger (Niss & Jensen, 2002). Slik Niss og Jensen (2002) beskriver kommunikasjonskompetansen kan den sees i tråd med NRCs (2001) komponent fleksibel tenking, da begge disse innebærer en form for logisk tenking, enten den er å tenke logisk mellom sammenhengen mellom konsepter og situasjoner, eller å tenke logisk om hvordan en kan tilpasse måten å uttrykke seg på, foran ulike mottakere.

Niss og Jensen (2002) forklarer at symbol- og formalismekompetansen omfatter avkoding av symbol- og formelspråk, oversettelse mellom hverdagspråk og det matematiske språket, i tillegg til anvendelse av matematiske formler. Hjelpemiddelkompetansen, som er den siste av Niss og Jensens (2002) åtte delkompetanser, handler om kjennskap til ulike former for matematiske hjelpemidler som finnes. I tillegg omfatter denne kompetansen kunnskap om hvilke begrensninger og muligheter de ulike hjelpemidlene har i ulike matematiske situasjoner, samt evne til å anvende disse hjelpemidlene. Symbol- og formalismekompetansen og hjelpemiddelkompetansen samsvarer med NRCs (2001) beskrivelse av komponenten prosedyrekunnskap. Fellestrekk ved disse tre er forståelse av symboler og det matematiske språket.

Niss og Jablonka (2014) hevder at NRCs (2001) femte komponent, produktiv holdning, er styrt av hvert enkelt individs personlige oppfatninger, og vil dermed ikke være knyttet til mestring av matematikk. Derfor er produktiv holdning vanskelig å finne igjen i Niss og Jensens (2002) åtte delkompetanser. Likhetene og ulikhetene som er trukket frem her er ikke de eneste, men eksemplifiserer hvordan disse to synene på matematisk kompetanse kan sammenlignes. Ettersom de fem komponentene skal sees på som et sammentvunnet tau og de åtte delkompetansene skal sees i sammenheng med hverandre, vil det dermed finnes flere likheter og ulikheter blant disse, enn de som er påpekt her.

## **2.3 Læringsmiljø**

Skaalvik og Skaalvik (2013) definerer læringsmiljøet i et klasserom som «totaliteten av fysiske forhold, planer, lærestoff, læremidler, organisering av undervisningen, arbeidsformer,

vurderingsformer, sosiale relasjoner og holdninger til læring» (s. 186). Videre hevder de at det elevene opplever og erfarer i skolen, kan være en mer avgrenset definisjon på hva et læringsmiljø er. Her er det et tydelig skille mellom det organiserte læringsmiljøet og slik det oppleves av elevene. Det som har størst betydning og innvirkning på elevene er ifølge Skaalvik og Skaalvik (2013) hvordan de selv opplever læringsmiljøet, fordi elevenes opplevelser og oppfatninger eksempelvis kan påvirke deres atferd, motivasjon og læring.

I ethvert klasserom finnes det elever med ulike forutsetninger (Skaalvik & Skaalvik, 2013), dette kan eksempelvis være ulike forutsetninger for hvilken måte de lærer best på eller hva som motiverer dem. Elevenes ulike forutsetninger kan i et matematikklasserom komme til syne, da de matematiske oppgavene ifølge Powell, Borge, Fioriti, Kondratieva, Koublanova og Sukthankar (2009), for noen elever kan oppleves utfordrende, mens det for andre kan oppleves som vanlige øvingsoppgaver. For at elevene skal få lik tilgang til matematikken, vil det dermed være et stort behov for å tilpasse undervisningen etter elevenes forutsetninger (Schoenfeld, Floden & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project, 2014). Botten (2016) hevder at elever som får utfordringer de mestrer, opplever mestringsglede, og at skolen derfor i større grad burde tilrettelegge for dette.

### **2.3.1 Sosiomatematiske normer**

De sosiomatematiske normene i et klasserom skiller seg fra de vanlige sosiale normene ved at de er rettet mot elevenes aktivitet i matematikktimene (Yackel & Cobb, 1996). Disse normene bestemmes av nåværende oppfatninger, mål, hypoteser og antagelser blant de som oppholder seg i klasserommet. De sosiomatematiske normene blir ytterligere påvirket av hva som ansees å være en akseptert matematisk aktivitet. Dermed kan det sies at de sosiomatematiske normene og elevenes læring i matematikk, på mange måter henger sammen (Yackel & Cobb, 1996).

De sosiomatematiske normene karakteriseres som «mathematically different, mathematically sophisticated, mathematically efficient, and mathematically elegant» (Yackel & Cobb, 1996, s. 461) samt matematiske forklaringer og rettferdiggjøringer. Forskjellen mellom en sosial norm og en sosiomatematisk norm, er at det i førstnevnte er forventet at elevene for eksempel skal forklare løsningene deres og hvordan de har tenkt, mens en sosiomatematisk norm vil være å ha forståelse for hva en akseptabel forklaring i matematikken er (Yackel & Cobb, 1996). En annen sosial norm kan være at elevene vet at hvis de skal presentere en løsning på

et problem, så må de presentere en løsning som ikke allerede har blitt presentert, mens en sosiomatematisk norm kan være at elevene skal ha en forståelse for hva som utgjør de matematiske forskjellene (Yackel & Cobb, 1996). Yackel og Cobb (1996) hevder at ytterligere læringsmuligheter kan oppstå hvis barn får muligheten til å sammenligne andres løsninger med sine egne, forstå andres forklaringer, samt vurdere likheter og ulikheter mellom ulike løsningsforslag.

### **2.3.2 Lærerroller i matematikklasserommet**

Botten (2016) beskriver ni ulike lærerroller som kan finnes i et matematikklasserom, fire av disse karakteriserer han som viktige lærerroller, mens de resterende fem karakteriseres som tradisjonelle lærerroller.

De fire viktige lærerrollene Botten (2016) fremhever, er veilederrollen, stillasrollen, inspiratorrollen og rollen som den dristige. En lærer som har veilederrollen, gir elevene veiledning i form av råd og tips. En veileder sier ikke for mye, altså løser han ikke problemet for elevene. Veilederen skal finne en balanse der elevene får nok veiledning til å komme frem til en løsning. I stillasrollen beskrives læreren som et stillas for elevene. Når elevene trenger støtte for å utvikle sin kunnskap, vil læreren fungere som en slik støtte, som et stillas for elevene. Botten (2016) hevder at den kunnskapen elevene utvikler fra læreren i form av stillasrollen, ikke kunne blitt utviklet om læreren ikke fungerte som et stillas for dem. En lærer i inspiratorrollen har en undervisning som oppleves eksperimenterende og utforskende, problemløsning vil være en viktig del av en slik type undervisning. For å være en inspirator må læreren ha robust kompetanse i faget og være engasjert. Denne rollen hevder Botten (2016) kanskje er den viktigste rollen en matematikklærer kan ha. I rollen som den dristige handler det om at læreren unnviker fra det «trygge». Det vil si at læreren tør å prøve ut nye arbeidsmetoder, tør å kanskje mislykkes. Denne rollen handler om at læreren noen ganger tør å vike fra det som vanligvis gjøres, for eksempel ved å løsrive seg fra læreboken.

De fem tradisjonelle lærerrollene beskrives av Botten (2016) som allviterrollen, fasitrollen, rollen som korrigerer, sensorrollen, og rollen som overvåker eller politi. En lærer som betegner seg som allvitende, vil ifølge Botten (2016) aldri kunne veilede elevene til å bedre sin problemløsningsevne, dermed vil en lærer i denne rollen ikke passet inn i dagens skole. Den neste rollen, fasitrollen, har mange likheter med allviterrollen. Her handler det i stor grad om at manglende tilgang på fasit, kan bidra til at elevene ofte ser på læreren som

fasit. På grunn av at matematikkundervisningen ofte er basert på å komme frem til et riktig svar, er avhengigheten av å alltid ha tilgang til fasit ganske stor blant både elever og lærere (Botten, 2016). I rollen som korrigerer, handler det om at læreren «retter» elevenes svar som enten rette eller gale. Botten (2016) trekker frem at «rettingen» i stedet burde fungere som en veiledning for elevene og ikke bare fokusere på hva som er rett og galt, slik at de får muligheten til å utvikle seg i faget. En lærer i sensorrollen evaluerer elevenes oppgaver uten å ha noen form for kjennskap til elevene. Den siste tradisjonelle lærerrollen, er rollen som overvåker eller politi. En lærer som har inntatt denne rollen, sørger for at det til enhver tid er arbeidsro, i tillegg til å sørge for at arbeidsforholdene bidrar til konsentrasjon hos elevene (Botten, 2016).

## **2.4 Teaching for Robust Understanding in Mathematics**

TRU Math-rammeverket er et analytisk rammeverk utformet av Schoenfeld et al. (2014). Hensikten med dette rammeverket, er å karakterisere viktige dimensjoner av aktiviteter som skjer i et matematikklasse rom, samtidig som det kan benyttes for å klassifisere klasseromsaktiviteten i tre ulike nivå. Dette betyr at klasseromsaktiviteten kan få en høy, middels eller lav skår. TRU Math-rammeverket består av to deler, der den ene kan brukes som en generell ramme for ethvert matematikklasse rom, mens den andre delen spesifikt tar for seg løsning av kontekstuelle algebraiske problemer (Schoenfeld et al., 2014). På grunn av at vår studie ikke baserer seg på løsning av algebraiske problemer, vil det her være mest hensiktsmessig å ta utgangspunkt i den generelle delen av TRU Math-rammeverket.

Den generelle delen av TRU Math-rammeverket tar for seg fem dimensjoner av aktiviteter som forekommer i et produktivt og kraftfullt matematikklasse rom (Schoenfeld et al., 2014). Disse fem dimensjonene av aktiviteter skal føre til at elevene blir kraftfulle matematiske tenkere. Vi skal i det følgende se på hva hver av de fem dimensjonene handler om og hva som karakteriseres som en høy eller lav skår innenfor hver av dimensjonene. Hva som må til for å få en middels skår, har vi valgt å ikke ha med i beskrivelsen under, men kort forklart vil en middels skår i alle dimensjonene være en blanding mellom den høye og den lave skåren som er beskrevet i den aktuelle dimensjonen. Figur 3 under beskriver hver av de fem dimensjonene i TRU Math-rammeverket.



The Five Dimensions of Mathematically Powerful Classrooms:				
The Mathematics	Cognitive Demand	Access to Mathematical Content	Agency, Authority, and Identity	Uses of Assessment
<i>The extent to which the mathematics discussed is focused and coherent, and to which connections between procedures, concepts and contexts (where appropriate) are addressed and explained. Students should have opportunities to learn important mathematical content and practices, and to develop productive mathematical habits of mind.</i>	<i>The extent to which classroom interactions create and maintain an environment of productive intellectual challenge conducive to students' mathematical development. There is a happy medium between spoon-feeding mathematics in bite-sized pieces and having the challenges so large that students are lost at sea.</i>	<i>The extent to which classroom activity structures invite and support the active engagement of all of the students in the classroom with the core mathematics being addressed by the class. No matter how rich the mathematics being discussed, a classroom in which a small number of students get most of the "air time" is not equitable.</i>	<i>The extent to which students have opportunities to conjecture, explain, make mathematical arguments, and build on one another's ideas, in ways that contribute to their development of agency (the capacity and willingness to engage mathematically) and authority (recognition for being mathematically solid), resulting in positive identities as doers of mathematics.</i>	<i>The extent to which the teacher solicits student thinking and subsequent instruction responds to those ideas, by building on productive beginnings or addressing misunderstandings. Powerful instruction "meets students where they are" and gives them opportunities to move forward.</i>

Figur 3: En kort beskrivelse av de fem dimensjonene i TRU Math-rammeverket (kopi fra Schoenfeld et al., 2014).

Den første dimensjonen, «The Mathematics» omhandler i hvilken grad matematikken som diskuteres i klasserommet, fremhever sammenhenger mellom ulike konsepter, prosedyrer og kontekster, og om disse sammenhengene blir godt forklart av læreren (Schoenfeld et al., 2014). Et klasserom vil skåre høyt i denne dimensjonen hvis de aktivitetene som skjer i klasserommet bidrar til at elevene får mulighet til å oppdage ulike sammenhenger, samt at de får mulighet til å engasjere seg i matematikken (Schoenfeld et al., 2014). Hvis disse aktivitetene ikke fokuserer på å se sammenhenger og samtidig begrenser elevenes mulighet til resonnering, vil dette klasserommet få en lav skår i denne dimensjonen (Schoenfeld et al., 2014).

«Cognitive Demand», den andre dimensjonen i TRU Math-rammeverket, handler om i hvilken grad de interaksjonene som skjer i klasserommet, danner og opprettholder et grunnlag for at elevene skal kunne bli intellektuelt utfordret (Schoenfeld et al., 2014). Schoenfeld et al. (2014) hevder at riktig bruk av stillaser i dette tilfellet kan bidra til at elevene blir intellektuelt utfordret. Læreren har i denne dimensjonen et ansvar med å bruke stillasene riktig, ikke gi

elevene for mye informasjon, men heller ikke for lite. Elevene må i denne dimensjonen i tillegg oppleve mestring som følge av den intellektuelle utfordringen (Schoenfeld et al., 2014). Schoenfeld et al. (2014) hevder at et klasserom i denne dimensjonen, vil skåre høyt hvis lærerens stillaser og hint ikke er for åpenbare, slik at elevenes forståelse utvikles og at engasjementet de har for matematikk ikke brytes ned. En lav skår i denne dimensjonen vil være når fokuset eksempelvis er å memorere prosedyrer, da dette ikke bidrar til at elevene blir intellektuelt utfordret (Schoenfeld et al., 2014).

Dimensjon tre, «Access to Mathematical Content», omhandler i hvilken grad alle elevene får tilgang til matematikken, om klasseromsaktiviteten bidrar til at alle elevene får den samme tilgangen til det matematiske innholdet (Schoenfeld et al., 2014). For eksempel hevder Schoenfeld et al. (2014) at det ikke er holdbart at bare en liten del av elevene får denne tilgangen. Et klasserom vil i denne dimensjonen få en høy skår hvis læreren støtter og i stor grad klarer å engasjere alle elevene til å delta i meningsfulle matematiske diskusjoner (Schoenfeld et al., 2014). En lav skår i denne dimensjonen beskrives av Schoenfeld et al. (2014) som ulik tilgang til matematikken for elevene, for eksempel ved at de samme elevene hele tiden får ordet, og at læreren ikke gjør noe for å endre dette. I tillegg kan en lav skår forekomme ved at matematikken som diskuteres er på et nivå som ikke alle elevene har forståelse for på det tidspunktet (Schoenfeld et al., 2014).

Den fjerde dimensjonen, «Agency, Authority, and Identity» handler om i hvilken grad elevene har mulighet til å si sin mening, forklare, benytte seg av matematiske argumenter og bygge på hverandres idéer som kan bidra til at de utvikler en større vilje til å engasjere seg i matematikken, i tillegg til at de får anerkjennelse på at de er flinke matematiske tenkere (Schoenfeld et al., 2014). Dette vil ifølge Schoenfeld et al. (2014) resultere i at elevene får et positivt forhold til matematikk. Hvis elevene får forklare deres matematiske idéer og resonnementer, i tillegg til å bygge på hverandres matematiske idéer vil de få en høy skår i denne dimensjonen (Schoenfeld et al., 2014). Videre hevder Schoenfeld et al. (2014) at en lav skår i denne dimensjonen karakteriseres ved at læreren leder alle de matematiske samtalerne, og begrenser hvor mye hver elev får bidra.

Siste dimensjon, «Uses of Assessment», handler i stor grad om læreren er i stand til å forstå hvordan elevene tenker for å kunne avdekke eventuelle misoppfatninger de har dannet seg (Schoenfeld et al., 2014). Læreren må i denne dimensjonen også kunne møte elevene på det nivået de er på, slik at elevene får mulighet til å utvikle seg fra dette nivået og videre. Ifølge

Schoenfeld et al. (2014) må læreren få elevene til å forklare hvordan de tenker, og være i stand til å avdekke eventuelle misoppfatninger for å oppnå en høy skår i denne dimensjonen. Videre forklarer de at en lav skår i denne dimensjonen vil være når elevenes resonnementer ikke blir fulgt opp, og at lærerens tilbakemeldinger ofte bare er oppmuntring eller korrigering (Schoenfeld et al., 2014).

Schoenfeld et al. (2014) hevder at disse fem dimensjonene kan være et redskap lærerne kan benytte seg av for å oppnå et kraftfullt matematikklasserom. Elevene i et slikt klasserom vil dermed ha muligheten til å bli kraftfulle matematiske tenkere.

## 2.5 Problemløsning

Schoenfeld (1992) hevder at problem og problemløsning har hatt flere motstridende betydninger gjennom årene, og at dette har bidratt til at tolkningen av litteraturen har vært vanskelig. Pólya (1957) forklarer at et problem er et «rutineproblem» hvis det kan løses ved å enten erstatte spesielle data fra et tidligere løst problem, eller ved å løse problemet steg-for-steg. Et problem blir dermed et rutineproblem om prosedyren for å løse slike problemer allerede er introdusert for elevene, slik at det eneste elevene trenger å gjøre er å sammenligne det nåværende problemet med et tidligere løst problem. Videre hevder Pólya (1957) at det kan være nødvendig med slike rutineproblemer for at elevene skal lære matematikk, men at det i tillegg er nødvendig med andre oppgaver for at elevene skal oppnå læring. Schoenfeld (1992) fremhever at elevene i skolen blir introdusert for rutinemessige oppgaver for å praktisere den matematiske teknikken de er blitt introdusert for, og at disse rutinemessige oppgavene blir karakterisert som problemer. Videre hevder han at elever som drilles på løsningsstrategier ikke utvikler et bredere spekter av ferdigheter. Pólya (1957) forklarer at løsningsstrategier som kan drilles på, kan sees i likhet med algoritmer, og kan dermed ikke utvikle elevenes problemløsningsevne.

Schoenfeld (1992) fremhever at målet med matematikkintroduksjonen burde være at elevene skal bli kompetente problemløsere. Carlson og Bloom (2005) forklarer at et matematisk problem og problemløsning inkluderer problemer på alle nivå, i hvilken som helst matematisk sammenheng. Videre hevder de at problemløsning omfatter problemer hvor individet ikke vet hvordan problemene skal løses, at løsningsprosessen for problemløseren er ukjent. Dermed kan ikke problemløseren løse problemene øyeblikkelig ved hjelp av rutinemessige eller kjente prosedyrer (Carlson & Bloom, 2005). I likhet med Carlson og Blooms (2005) beskrivelse av

problemløsning, forklarer Lesh og Zawojewski (2007) at matematisk problemløsning handler om å tolke, beskrive og forklare matematiske situasjoner, og ikke bare om å utføre regler eller prosedyrer.

Pólya (1957) beskriver problemløsning som en praktisk ferdighet, og sammenligner det med å svømme. Han hevder at slike ferdigheter må praktiseres gjennom å observere og imitere personer som utøver ferdigheten, for å kunne erverve den selv. Dermed må en som ønsker å løse problemer, observere andre problemløsere for å være i stand til å løse problemer på egenhånd. Videre må problemet engasjere og motivere elevene, hevder Schoenfeld (1992). Schoenfeld (1992) forklarer videre at oppgavene elevene gjør i skolen, i større grad er tildelte oppgaver, og at de dermed ikke tar utgangspunkt i elevenes ønsker, noe som kan frarøve motivasjonen til elevene. Lesh og Zawojewski (2007) hevder at problemløsning er viktig for å utvikle en forståelse for et gitt matematisk konsept eller prosess, og at problemløsning dermed må skje i sammenheng med å lære matematikk. Videre fremhever de at matematisk problemløsning kan resultere i forbedring av læring og undervisning.

## 3 Metode

Formålet med dette kapittelet er å presentere metodene vi har benyttet oss av i dette prosjektet. Først i dette kapittelet redegjør vi for prosjektets forskningsdesign, før vi videre presenterer datainnsamlingsmetoden og utvalgsprosessen. Dernest kommer en beskrivelse av analyseprosessen, deretter en vurdering av prosjektets kvalitet, der sentrale begreper er reliabilitet, validitet og overførbarhet. Til slutt presenteres metodekritikk og etiske aspekter ved prosjektet.

### 3.1 Forskningsdesign

Det finnes tre ulike tilnærminger til et forskningsdesign. En kvalitativ tilnærming, en kvantitativ tilnærming, eller blandede metoder (mixed method approaches) (Cresswell, 2014). Thagaard (2013) hevder at den kvalitative tilnærmingen tradisjonelt sett har dreid seg om forskning der nær kontakt mellom de som studeres og forskeren forekommer, eksempelvis ved bruk av metoden intervju eller deltakende observasjon. Videre hevder Thagaard (2013) at målet i kvalitative forskningsdesign, ofte er å forstå sosiale fenomener. Intervju i en kvalitativ tilnærming er derfor et godt verktøy for å oppnå denne forståelsen, og for å få innblikk i intervjudeltakernes opplevelser og refleksjoner (Thagaard, 2013). Siden vår studie omhandler matematikklæreres oppfatninger og erfaringer, var dermed intervju den metoden som var mest hensiktsmessig å benytte og derfor har denne studien en kvalitativ tilnærming.

Innenfor et kvalitativt forskningsdesign finnes det igjen ulike tilnærminger, fenomenologi, kasus-studie, etnografi, for å nevne noen. Fenomenologi som forskningsstrategi, vil si at man ønsker å «utforske og beskrive mennesker og deres erfaringer med og forståelse av et fenomen» (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 99). Vi ønsker i vår studie å forske på matematikklærernes oppfatninger av begrepet relasjonell forståelse og deres erfaringer rundt det å arbeide med å utvikle denne forståelsen hos elevene. Altså plasseres vår studie seg innenfor den fenomenologiske tilnærmingen. Målet med denne tilnærmingen er å få innsikt i andre menneskers livsverden og prøve å få en forståelse av den (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Postholm (2010) hevder at alle kvalitative studier kan plasseres under det konstruktivistiske paradigmet. Dette vil si at vårt ontologiske ståsted, er at alle mennesker konstruerer sin egen virkelighet. Ingen mennesker har den samme oppfatningen av verden (Postholm, 2010), for

eksempel har deltakerne i studien vår, sin egen konstruerte virkelighet. Videre vil vårt epistemologiske ståsted være at kunnskap blir konstruert mellom mennesker i sosial samhandling. Kunnskapen er i stadig endring, ny kunnskap konstrueres i nye sosiale kontekster hele tiden (Postholm, 2010).

## **3.2 Datainnsamling**

### **3.2.1 Semistrukturert intervju**

For å kunne besvare våre forskningsspørsmål best mulig, valgte vi intervju som metode for å innhente relevant empiri. Thagaard (2013) forklarer at formålet med intervju er å få fyldig og omfattende informasjon om andre menneskers opplevelser, synspunkter og perspektiver. Ettersom vi ønsket kunnskap om matematikklærernes oppfatninger og erfaringer med relasjonell forståelse var dermed intervju den best egnede metoden.

Det finnes flere ulike former for intervju, deriblant semistrukturert intervju. Zazkis og Hazzan (1999) forklarer at ved semistrukturerte intervjuer er intervjuene planlagt på forhånd, men betinget av intervjudeltakerens svar som tillater tilfeldige oppfølgingsspørsmål, og variasjon i planlagte og avklarende spørsmål. Dette er i tråd med Christoffersen og Johannessens (2012) forklaring av semistrukturert intervju, de forklarer at semistrukturerte intervjuer har en overordnet intervjuguide, men at spørsmål, tema og rekkefølge kan variere. Vi var avhengige av å kunne stille oppfølgingsspørsmål til informantenes svar, og så det dermed som mest hensiktsmessig å benytte oss av semistrukturert intervju som metode.

### **3.2.2 Utforming av intervjuguide**

Kvale og Brinkmann (2015) forklarer at en intervjuguide er et manuskript som strukturerer intervjuforløpet, og at den enten kan inneholde temaer eller være en detaljert rekkefølge av spørsmål. Da vi skulle utforme intervjuguiden fokuserte vi på spørsmål som var relevante for å finne svar på problemstillingen vår (intervjuguiden kan sees på vedlegg 4). Det var derimot noen utfordringer med utformingen av intervju spørsmålene. Først utformet vi spørsmål som kunne oppleves ledende og lukkede, noe som ble revidert etter samtale med veileder. Etter revideringen var spørsmålene mer åpne og mindre ledende. Thagaard (2013) forklarer at åpne spørsmål gir intervjudeltakerne mulighet til å presentere sine synspunkter og erfaringer, som var det vi ønsket gjennom intervjuene.

En semistrukturert intervjuguide, inneholder oversikt over emner som skal samtales om eller forslag til spørsmål (Kvale & Brinkmann, 2015). Med dette som utgangspunkt utformet vi en semistrukturert intervjuguide med fastsatte spørsmål og forslag til oppfølgingsspørsmål. De første spørsmålene som stilles i intervjuet bør ifølge Dalen (2011) fokusere på å gjøre intervjudeltakerne trygge i intervjusituasjonen. Dermed er de første spørsmålene i vår intervjuguide rettet mot intervjudeltakernes utdanning og yrke, da vi anså spørsmål om dette som lette å besvare. Disse spørsmålene er ikke knyttet til studien vår, men er tatt med for å skape en trygg kontekst for intervjudeltakerne.

### **3.2.3 Utvalg av informanter**

Da problemstillingen var bestemt, ble et av kriteriene for utvalget at det måtte være matematikklærere som underviste på 5.-10. trinn, noe som ble presisert i e-postene som ble sendt ut til skolene. Et annet kriterium var at matematikklærerne måtte ha en forståelse av begrepet relasjonell forståelse, samt mene at de i planleggingsfasen tok utgangspunkt i dette begrepet (se vedlegg 2). Disse kriteriene ble i ettertid endret til matematikklærere med forståelse for begrepet relasjonell forståelse, da veldig få informanter meldte sin interesse ut fra de førstnevnte kriteriene. Ved å endre kriteriene for utvalget, håpet vi på større interesse.

Vi valgte å søke etter deltakere både i by- og distriktsskoler. Dette gjorde vi på grunn av at vi hadde fått vite at det ville være stor etterspørsel etter informanter i byskolene, derfor så vi det som fordelaktig å kontakte skoler også utenfor bykjernen, der det kanskje var litt mindre etterspørsel. Vi ville også helst ha informanter fra ulike skoler, da vi tenkte at ulike skoler ofte har ulike skolemiljø, og at det dermed var større sannsynlighet for å få ulike synspunkter fra informantene, enn hvis vi bare hadde hatt informanter fra én enkelt skole.

Vi prøvde først å sende ut e-poster til de aktuelle skolene, der denne ble sendt til enten fagleder eller rektor. Det viste seg at det var vanskelig å få tilgang på informanter ved å gjøre det på denne måten. Etter at det hadde gått noen uker, og vi nesten ikke hadde fått respons på noen av henvendelsene våre, valgte vi å ringe skolene. Etter ringerunden, fikk vi svar fra to matematikklærere som hadde lyst til å delta i prosjektet. Disse meldte seg selv ut fra de utvalgsriteriene vi først hadde satt, og ble dermed valgt ut ved en kriteriebasert utvelgelse (Christoffersen & Johannessen, 2012).

Ettersom at vi hadde satt oss et mål om å få åtte informanter, var ikke to informanter tilstrekkelig på dette tidspunktet. Vi ventet noen dager på respons fra flere skoler, men det ble

bare de to. Dermed så vi oss nødt til å ta i bruk nettverket vårt, og kontaktet matematikklærere som vi anså som relevante deltakere for vår studie. Dette førte videre til at de vi kontaktet, tok kontakt med noen de mente kanskje kunne være relevante, som igjen tok kontakt med noen flere. Altså ble de siste valgt ut ved utvalgsstrategien som kalles snøballmetoden (Ryen, 2002).

Forskningsprosjektet vårt endte til slutt opp med fem informanter. Vi hadde i utgangspunktet noen informanter til, men disse trakk seg av ulike årsaker. I kvalitative studier er det ikke noen øvre eller nedre grense for hvor mange informanter studien burde omfatte, men for mindre prosjekter er det vanlig med rundt 10-15 informanter, og i studentprosjekter eller prosjekter med begrenset tid og økonomi kan det hende at studien må begrense seg til færre enn 10 (Christoffersen & Johannessen, 2012). På grunn av begrenset tid og ressurser hadde vi ikke mulighet til å få tak i flere informanter, og måtte dermed begrense oss til de fem informantene vi fikk tilgang til.

### **3.2.4 Gjennomføring av intervju**

Før vi intervjuet de utvalgte intervjudeltakerne, gjennomførte vi et testintervju. Christoffersen og Johannessen (2012) anbefaler å gjennomføre noen testintervju, slik at intervjueren får øvd seg på intervjusituasjonen. Vi gjennomførte et testintervju på noen medstudenter for å øve oss på intervjusituasjonen og for å bli tryggere på settingen, siden vi har lite erfaring som intervjuere. Gjennom testintervjuet erfarte vi at de fastsatte og konkrete spørsmålene bidro til at vi følte oss trygge i intervjusituasjonen, som Sollid (2013) også påpeker at fastsatte og konkrete spørsmål kan føre til. Samtidig i denne intervjusituasjonen benyttet vi oss av det Thagaard (2013) beskriver som *prober*. Hun forklarer at prober kan være spørsmål, en kort respons eller et nikk fra intervjueren. Poenget med prober er å signalisere interesse for det intervjudeltakeren forteller, som videre kan oppmuntre intervjudeltakeren til å utdype sine utsagn (Thagaard, 2013). Etter gjennomføring av testintervjuet forklarer Dalen (2011) at det kan være nødvendig å endre på intervjuguiden og omformulere noen spørsmål. Vi evaluerte intervjuguiden etter testintervjuet og oppdaget ikke umiddelbart hvilke endringer som kunne gjøres.

Hvert av intervjuene våre startet med det som Kvale og Brinkmann (2015) kaller brifing. Det betyr at intervjueren informerer om formålet med studien, hva lydopptakeren skal brukes til og om intervjudeltakeren har noen spørsmål før intervjuet starter (Kvale & Brinkmann, 2015).



Vi fortalte intervjudeltakeren om formålet med studien, at intervjuet ble tatt opp på en digital diktafon og at det bare var vi to som hadde tilgang til lydopptaket. Samtidig informerte vi om at alt innsamlet datamateriale anonymiseres og at intervjudeltakerne kunne trekke seg fra intervjuet og studien når som helst. Før vi startet selve intervjuet, spurte vi informantene om de hadde noen spørsmål angående deltakelse i studien. Vi avklarte spørsmålene de hadde, og startet deretter intervjuet. Før intervjuet ble avsluttet avrundet vi med debrifing, som Kvale og Brinkmann (2015) anbefaler at den innledende brifingen burde følges opp med. Det vil si at vi avrundet intervjuet med å spørre intervjudeltakerne om det var noe de ønsket å tilføye, kanskje noe vi ikke hadde spurt om som følte viktig å fortelle. Etter debrifingen slo vi av den digitale diktafonen, og anså da intervjuet som avsluttet og takket intervjudeltakerne for deres bidrag.

Fire av de fem intervjuene foregikk via telefon, på grunn av begrenset tid og ressurser. Gjennom telefonintervjuene var det delvis utfordrende å signalisere at vi var aktive lyttere og interesserte i hva intervjudeltakerne fortalte. Ved ansikt-til-ansikt-intervju er det lettere å synliggjøre dette gjennom kroppsspråk. Vi prøvde å opptre som aktive lyttere i telefonintervjuet ved bruk av prober, for å bekrefte at vi lyttet og var interesserte i det som ble fortalt. Vi begge deltok på alle intervjuene, der den ene hadde ansvaret for å lede intervjuet, mens den andre tok notater.

Det intervjuet som ikke foregikk via telefon, fant sted på et møterom på intervjudeltakerens arbeidsplass. Vi hadde ikke hilst på informanten tidligere, dermed var dette første gang vi møttes. Dette var vårt første ansikt-til-ansikt-intervju, noe som gjorde oss litt nervøse for hvordan denne intervjusituasjonen kunne utarte seg. Vi startet intervjuet på samme måte som alle de andre intervjuene men det som var ulikt mellom dette intervjuet og telefonintervjuene, var at vårt kroppsspråk her ble mer synlig. Ved å nikke kunne vi her for eksempel vise vår interesse for det intervjudeltakeren fortalte, noe som var vanskelig gjennom telefonintervjuene. En utfordring ved et synlig kroppsspråk er at det kan påvirke intervjudeltakeren. Et nikk kan for eksempel for intervjudeltakeren oppleves som en bekreftelse på at det han/hun sier er riktig, mens motsatt kan det å ikke nikke føre til at intervjudeltakeren tror at det han/hun sier er galt (Christoffersen & Johannessen, 2012). Vi ble bevisste på dette gjennom testintervjuet, og prøvde dermed i intervjusituasjonene å tenke over kroppsspråket vårt.

### 3.2.5 Lydopptak, notater og transkribering

I intervjusituasjonen benyttet vi oss av en digital diktafon og notater. Vi brukte den digitale diktafonen for å få med alt som ble sagt i intervjuene og for å slippe å notere så mye underveis. Ryen (2002) hevder at bruk av et slikt verktøy kan påvirke uttalelsene til den som intervjues. Ofte er informanten redd for å si noe feil eller noe som intervjueren ikke er enig med. De som deltok på intervjuet vårt godtok at vi brukte den digitale diktafonen til å ta opp intervjuet, og virket for oss ikke preget av at denne ble brukt.

Som tidligere nevnt benyttet vi oss av en digital diktafon i intervjusituasjonen, i tillegg til å ta notater underveis. Dette gjorde vi i tilfelle lydopptakene på en eller annen måte skulle gå tapt før vi hadde fått transkribert intervjuene, og fordi dette er starten på analysearbeidet der en kan begynne å reflektere og koble utsagn i intervjuet, til både teorier og begreper (Ryen, 2002). Vi fordelte oppgavene mellom oss slik at da den ene var intervjuer, tok den andre notater. Oppgavene ble fordelt slik at vi annenhver gang var intervjuer eller hadde ansvaret for å ta notater. På denne måten fikk vi begge to erfare både det å være intervjuer, og det å skulle ta notater og begynne å reflektere rundt det som ble sagt. Vi synes det var fordelaktig å være to stykker i denne prosessen, slik at den ene kunne konsentrere seg helt og holdent om å stille spørsmål og å være intervjuer, mens den andre kunne konsentrere seg om å koble empirien til teorier og begreper.

Ved å bruke en digital diktafon som hjelp til å få med seg alt som blir sagt i intervjuet, øker muligheten til å finne ut om noe burde endres på. I vårt tilfelle, hørte vi at to av spørsmålene i intervjuet var ganske like (spørsmål 3 og 4 i intervjuguiden). Det ene spørsmålet kunne betraktes som et overordnet spørsmål, mens det andre kunne betraktes som et underspørsmål av dette. Vi gjorde ingen endringer på selve intervjuguiden på grunn av dette, men gjorde heller informantene oppmerksomme på at det neste spørsmålet hadde sammenheng med det første, at de heller skulle utdype det de hadde svart på det første spørsmålet av disse to.

Etter hvert gjennomførte intervju, satte vi oss umiddelbart ned og gjorde en transkripsjon av intervjuet. Vi tenkte at intervjuet lettere ville la seg transkribere hvis vi gjorde det rett etter det var gjennomført, noe som også påpekes av Dalen (2011) og Nilssen (2012). Hvis for eksempel lyden på et punkt i intervjuet ble uklar, ville det være lettere for oss å huske hva informanten hadde sagt, rett etter intervjuet. Kvale og Brinkmann (2015) forklarer at de intervjusekvensene som skal publiseres, må være leselig og forståelig for alle aktuelle lesere.

Vi bestemte oss dermed for å transkribere intervjuene til bokmålsform, da dialekten til flere av informantene inneholder ord og uttrykk som kan oppleves uforståelig for de som ikke har disse ordene og uttrykkene i sitt vokabular.

Vi spurte informantene i etterkant av intervjuet om de kunne tenke seg å få tilsendt transkripsjonen for å se hva de hadde svart og om vi hadde tolket utsagnene deres riktig. Alle svarte nei til dette, som førte til at vi bestemte oss for at da den ene av oss hadde transkribert et intervju, skulle den andre høre gjennom intervjuet og samtidig lese transkripsjonen for å se om vi oppfattet informantenes uttalelser likt. Da vi begge hadde hørt gjennom intervjuene, samtidig som vi leste hverandres transkripsjoner, så vi at transkripsjonene i høy grad samsvarte.

### **3.3 Analyse av meningsinnhold**

Analysen vår tok utgangspunkt i det som kalles for analyse av meningsinnhold. I en analyse av meningsinnhold, søkes det etter å få en dypere forståelse av innholdet som kommer frem i datamaterialet (Malterud, 2011). Malterud (2011) deler analyse av meningsinnhold inn i fire trinn, disse fire har vi hatt som utgangspunkt for vår egen analyseprosess.

Det første trinnet kaller hun for *helhetsinntrykk – fra villnis til temaer*. I dette steget av analyseprosessen skal forskeren bli kjent med datamaterialet og få et helhetsinntrykk av det. Forskeren skal videre i dette steget lete etter mulige tema. (Malterud, 2011). Vårt første steg i analyseprosessen var dermed å få et helhetsinntrykk av datamaterialet. Dette gjorde vi ved å lese gjennom alle transkripsjonene for å se etter tekstelementer som skilte seg ut fra resten av teksten. På denne måten ble vi bedre kjent med datamaterialet vårt.

I trinn to, *meningsbærende enheter – fra temaer til koder*, begynner forskeren å skille ut det som er relevant for hans/hennes forskning (Malterud, 2011). Forskeren gjennomgår materialet og leter etter deler av tekst som er knyttet til det som han/hun ønsker å undersøke, og markerer disse tekstelementene som har sammenheng med de temaene som utpekte seg gjennom første trinn av analysen. Koding hjelper forskeren med å organisere de meningsbærende enhetene (Malterud, 2011). I dette steget begynte vi å kode datamaterialet. Dette gjorde vi ved å skrive ut transkripsjonene og ta i bruk fargetusjer. Fargetusjene hjalp oss til å se sammenhenger slik at vi lettere kunne plassere de tekstelementene med samme farge innenfor samme kategori.

Det tredje trinnet *kondensering – fra kode til mening*, handler ifølge Malterud (2011) om at forskeren skal abstrahere meningsinnholdet fra de etablerte kodene. Altså skal forskeren trekke ut de tekstelementene som han/hun mener er meningsbærende. Datamaterialet blir i dette steget redusert og organisert i små kodegrupper. I dette steget organiserte vi de kodede tekstelementene vi anså som mest meningsbærende. Vi kom frem til fire ulike kategorier som vi plasserte disse tekstelementene innenfor, disse fire kategoriene ble som følger: matematikklærernes begrepsoppfattelse, faktorer som kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, faktorer som kan hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse, og til sist fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse, og av å utvikle denne forståelsen. Innholdet til disse kategoriene presenteres i funnkapittelet.

I det fjerde og siste trinnet, *sammenfatning – fra kondensering til beskrivelser og begreper* forklarer Malterud (2011) at forskeren bruker datamaterialet til å danne nye begreper og beskrivelser. Forskeren skal her sammenfatte materialet, og se om sammenhengen materialet opprinnelig ble hentet ut fra, fortsatt gir en gyldig beskrivelse i forhold til det sammenfattede materialet en sitter igjen med (Malterud, 2011). Etter å ha kodet, kategorisert og sammenfattet datamaterialet, så vi at inntrykket vi hadde av datamaterialet da, samsvarte med det inntrykket vi hadde av de opprinnelige utskriftene.

## **3.4 Metodekritikk**

### **3.4.1 Intervjuprosessen**

Vi benyttet oss som nevnt av metoden semistrukturert intervju, og på grunn av vår manglende erfaring som intervjuere, kan det hende at intervjuet noen ganger opplevdes mer strukturert enn det vi ønsket. Dette fordi vi ikke alltid evnet å stille oppfølgingsspørsmål, eller på grunn av at vi rett og slett ikke tenkte på det. Intervjuguiden ble utformet med den første problemstillingen som utgangspunkt og inneholder dermed i hovedsak spørsmål rettet mot denne. Vi føler likevel at disse spørsmålene har gitt oss empiri som bidrar til å besvare vår nye problemstilling. I ettertid ble vi oppmerksomme på våre formuleringer på enkelte spørsmål i intervjuguiden, noen spørsmål burde kanskje blitt formulert annerledes. Vi tenker spesielt på spørsmålet som omhandlet fordeler og ulemper med å undervise mot relasjonell forståelse. Det var ikke ulemper vi her egentlig mente, men heller hva som kunne hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse. Vi ble i ettertid oppmerksomme på at intervjudeltakerne kunne oppfatte dette spørsmålet som både hva som var ulempene med å

undervise mot en relasjonell forståelse, og hva som kunne hindre dem i å undervise mot en relasjonell forståelse. Som nevnt var det det sistnevnte vi ønsket å finne ut av.

Vi var litt nervøse i intervjusituasjonen, noe som kanskje kan ha påvirket hvordan vi stilte spørsmål som da igjen kan ha påvirket responsen vi fikk. Gjennom telefonintervjuene følte vi oss mer avslappet, i motsetning til intervjuet hvor vi fysisk var til stede med intervjudeltakeren. Vi prøvde gjennom bruk av prober, å vise at vi var interesserte og aktive lyttere, og som nevnt kan dette ha påvirket intervjudeltakerens respons. Postholm (2010) forklarer at en informant kan prøve å tilfredsstille intervjueren ved å svare det en tror intervjueren ønsker. Dette kan føre til at intervjudeltakernes respons ikke er pålitelig.

### **3.4.2 Analyseprosessen**

En kritikk mot kvalitative analyser med temasentrerte tilnærminger er at de ikke bidrar til at det helhetlige perspektivet ivaretas på grunn av at biter av tekst løsrives fra sin opprinnelige kontekst (Thagaard, 2013). Dette kan bety at vi i vår analyse ikke alltid har evnet å ta hensyn til hvilken sammenheng en tekstbit opprinnelig befant seg i, og kan dermed ha mistolket denne biten av tekst og i tillegg ikke ivaretatt det helhetlige perspektivet godt nok. Dette var vi imidlertid oppmerksomme på gjennom analyseprosessen og har derfor prøvd å bevare det helhetlige perspektivet på best mulig måte.

## **3.5 Kvalitet i studien**

### **3.5.1 Reliabilitet**

Reliabilitet omhandler forskningens pålitelighet (Thagaard, 2013). Christoffersen og Johannessen (2012) forklarer at reliabilitet er knyttet til undersøkelsens data, hvordan den er samlet inn, hva som brukes og hvordan den bearbeides. I likhet med Christoffersen og Johannessen (2012) hevder Thagaard (2013) at forskeren må begrunne hvordan dataen har blitt utviklet i løpet av forskningsprosessen, og videre at forskeren må reflektere over konteksten for datainnsamlingen. I vårt forskningsprosjekt intervjuet vi fem matematikklærere med forståelse for begrepet relasjonell forståelse. Siden problemstillingen vår tar utgangspunkt i matematikklæreres oppfatninger og erfaringer med relasjonell forståelse, var det dermed viktig for oss å få tak i matematikklærere med forståelse for dette begrepet.

Spørsmålene i intervjuguiden vår var nokså åpne, og ved bruk av slike spørsmål påvirket vi i liten grad informantenes svar. Vår intensjon var ikke å lede informantene i noen som helst retning, vi ønsket at informantenes svar skulle være basert på deres egne oppfatninger og erfaringer. Alle intervjudeltakerne ble stilt de samme fastsatte spørsmålene, som i større grad danner et grunnlag for sammenligning av intervjudeltakernes svar.

For å forhindre åpenbare feil i transkripsjonen forklarer Gibbs (2007) at forskeren skal sjekke og sjekke igjen (Gibbs, 2007). Forskeren skal sikre transkripsjonen ved å dobbeltsjekke den, slik at eventuelle feil eller mangler blir avdekket. Som nevnt i kapittel 3.2.5 dobbeltsjekket vi transkripsjonene ved å lese gjennom dem samtidig som vi lyttet til lydopptakene. Dette gjorde vi begge to med alle transkripsjonene og lydopptakene. Siden vi gjorde dette med alle fem intervjuene, bidro vi til å sikre kvaliteten i transkripsjonene.

Nilssen (2012) påpeker at forskerens egne synspunkter kan påvirke forskningen. På grunn av at vi var to forskere i dette forskningsprosjektet, hadde vi dermed et mer kritisk blikk til hverandres synspunkter, som kan ha ført til at forskningen i mindre grad ble påvirket av synspunktene våre. Ved at flere enn én forsker deltar i forskningsprosjektet, hevder Thagaard (2013) at reliabiliteten kan styrkes.

### **3.5.2 Validitet**

Validitet knyttes til forskningens gyldighet (Thagaard, 2013). Postholm (2010) forklarer at validitet dreier seg om den metoden som velges, undersøker det den skal undersøke. For å kunne besvare problemstillingen vår anså vi det mest hensiktsmessig å intervju informantene ved bruk av metoden semistrukturert intervju. Dette bidro til at vi fikk god innsikt i matematikklærernes oppfatninger og erfaringer, som var det vi ønsket kunnskap om.

Som nevnt, ble intervjuguiden vår ble utformet med utgangspunkt i den første problemstillingen vår, som omhandlet matematikklæreres planlegging med fokus på utvikling av relasjonell forståelse. Selv om intervjuguiden i hovedsak var rettet mot denne problemstillingen, bidrar intervju spørsmålene likevel til å besvare den nåværende problemstillingen vår, siden spørsmålene i utgangspunktet omfattet mye mer enn matematikklæreres planlegging. Ettersom vi i tillegg hadde semistrukturert intervju som metode, ga det oss mulighet til å stille spontane oppfølgingsspørsmål som i større grad kunne føre til et enda rikere datamateriale.

Thagaard (2013) hevder at validiteten ytterligere styrkes hvis forskeren kritisk gjennomgår analyseprosessen, og for eksempel får en noen andre til å vurdere hans/hennes analyse. På grunn av at vi var to som forsket sammen i dette prosjektet, har dermed datamaterialet blitt analysert av oss begge, der vi etter analyseprosessen sammenlignet analysene våre for å finne likheter og ulikheter. Det var store likheter i hvordan vi hadde analysert datamaterialet, noe som kan bidra til å øke validiteten av studien.

### **3.5.3 Overførbarhet**

På grunn av at studien vår baserer seg på bare fem matematikklæreres oppfatninger og erfaringer, er det vanskelig å hevde at resultatene er overførbare. Andre matematikklærere som blir spurt de samme spørsmålene har ikke de eksakte samme oppfatningene og erfaringene som våre informanter, da hvert menneske ifølge Postholm (2010), som nevnt, konstruerer sin egen virkelighet i sosial samhandling med andre mennesker. Samtidig er det i kvalitativ forskning utfordrende å utføre eksakt samme undersøkelse på nytt, fordi funnene i forskningen avhenger av den konteksten de oppsto i (Nilssen, 2012).

## **3.6 Forskningsetikk**

I ethvert forskningsprosjekt har forskeren et etisk ansvar for de som deltar i prosjektet. Vi vil i det følgende beskrive hva vi som forskere gjorde for å ivareta vårt etiske ansvar overfor deltakerne i studien.

I forbindelse med undersøkelsen vår, søkte vi til NSD – Norsk senter for forskningsdata og fikk godkjenning til å starte innsamling av data (se vedlegg 1). I studien vår samlet vi, som nevnt, inn data ved å anvende metoden semistrukturert intervju, som ble tatt opp med en digital diktafon, og tatt notater til i tillegg. Lydopptakene ble umiddelbart slettet fra den digitale diktafonen etter at de hadde blitt overført til en passordbeskyttet minnepinne som etter dette ble oppbevart i et låst skap den tiden den ikke ble brukt. Notatene ble også låst inne sammen med denne.

For å bevare informantenes anonymitet, fikk de tildelt hver sin bokstav som pseudonym, dermed ble lærerne kalt for lærer A, lærer B, lærer C, lærer D og lærer E. Informantene ble aldri navngitt og det ble aldri skrevet ned hvor intervjuene fant sted, i tillegg refereres alle informantene til som hankjønn for å ytterligere ivareta deres anonymitet. Informantene var dermed til enhver tid anonyme.

Ved prosjektets slutt, vil all data som er samlet inn, både lydopptakene og notatene, destrueres, altså er det ingen som skal ha mulighet til å få tak i disse etter prosjektets slutt. Transkripsjonene av intervjuene er også navngitt på samme måte som informantene, altså kan ikke disse heller spores tilbake til den som ble intervjuet, og disse vil også destrueres. Det eneste som kanskje kan betraktes som sensitive personopplysninger, er spørsmålene om hvor lenge matematikklærerne har undervist i skolen, og hvilken form for utdanning disse har. Disse spørsmålene er som nevnt ikke en del av studien.

Deltakerne i dette prosjektet skrev under på et samtykkeskjema, der det sto at de hadde rett til å trekke seg når som helst. Dette bidrar til at deltakerne i prosjektet kan føle en form for trygghet ved at det er de selv som bestemmer om det de har sagt i intervjuet, kan anvendes eller ikke. Som nevnt, kan deltakerne gjøre dette valget når som helst frem til den dagen oppgaven er levert. I tillegg fikk informantene muligheten til å se over transkripsjonene, for at de skulle føle seg trygge på at fremstillingen av deres utsagn ble korrekt, dette takket de som nevnt, nei til.

Et annet viktig etisk prinsipp, er at deltakelse i forskningsprosjektet ikke på noen som helst måte skal «skade» de som deltar. Det burde etableres en tillitt mellom informanten og forskeren for å unngå at uheldige situasjoner oppstår (Ryen, 2002). Intervjuet må legges opp på en slik måte at informantene føler seg trygge i intervjusituasjonen, dette kan for eksempel gjøres ved at forskeren tar hensyn til informantens motiver og vurderinger (Thagaard, 2013). Siden informantens utsagn, er hans eller hennes forståelse av en gitt situasjon, er det veldig viktig at forskeren ikke sier noe som kan påvirke informanten på en negativ måte (Thagaard, 2013). Intervjuet inneholdt heller ingen sensitive spørsmål som kunne gjøre informantene utilpasse i intervjusituasjonen, eller som kunne føre til at de angret på hva de hadde sagt, i ettertid. Vi anser ikke deltakerne i prosjektet som en veldig sårbar gruppe, da de er voksne mennesker som er godt innforståtte med hva deltakelse i prosjektet innebærer, og vet at de kan trekke seg når som helst uten påfølgende konsekvenser.

Etterhvert som vi fikk tilgang til matematikklærere, ba vi om godkjenning fra rektorene på de skolene som matematikklærerne jobbet på, for å forsikre oss om at vi ivaretok vårt etiske ansvar overfor disse skolene (se vedlegg 3). Etter at vi hadde fått klarsignal fra rektor om at dette var i orden, gjorde vi avtaler med lærerne, der vi avtalte sted og tidspunkt for intervjuene.



## 4 Presentasjon av funn

I dette kapitlet presenteres sentrale funn av matematikklærernes oppfatninger og erfaringer med relasjonell forståelse. Funnene blir ikke sett i lys av vårt teoretiske rammeverk i dette kapitlet, dette er fokus for neste kapittel.

Analysen vår tok som nevnt i metodekapitlet utgangspunkt i det Malterud (2011) kaller for analyse av meningsinnhold. Kort oppsummert betyr dette at datamaterialet fra intervjuene har blitt kodet og deretter kategorisert i ulike kategorier. Analyseprosessen gjorde at vi kom frem til fire ulike hovedkategorier. De fire hovedkategoriene ble:

- Matematikklærernes begrepsoppfattelse
- Faktorer som kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse
- Faktorer som kan hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse
- Fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse, og av å utvikle denne forståelsen

Noen av disse hovedkategoriene har i tillegg fått underkategorier. Disse presenteres der de forekommer.

### 4.1 Matematikklærernes begrepsoppfattelse

Denne kategorien omhandler hvilke oppfatninger de fem matematikklærerne i denne studien hadde av begrepet relasjonell forståelse.

Intervjuer: Hvilken oppfatning har du av begrepet relasjonell forståelse?

Lærer A: Det er jo det man har prøvd å strebe etter i alle år. [...] Det absolutt viktigste er jo at elevene skjønner hvorfor de må lære det der, ikke den instrumentelle der de vet hvordan det fungerer, men aner ikke hvorfor.

Lærer A forklarer at relasjonell forståelse er noe han har «prøvd å strebe etter i alle år», og forklarer videre at det «absolutt viktigste» er at elevene får en forståelse for hvorfor de må lære «det der». Det kan virke som at hans oppfatning av relasjonell forståelse, er at den kan føre til at elevene får en forståelse for hvorfor noe må læres. Senere i utsagnet trekker han frem at den instrumentelle (forståelsen) går ut på at elevene vet «hvordan det fungerer, men

aner ikke hvorfor». Det virker her som at han mener at den instrumentelle forståelsen handler om forståelse for hvordan noe fungerer, men ikke hvorfor det fungerer.

Intervjuer: Hvilken oppfatning har du av begrepet relasjonell forståelse?

Lærer B: Det er ikke noe som vi bruker i det daglige sånn sett, men det har noe med at du skal sette matematikken i en sammenheng, sånn tenker jeg. At du skal ha en forståelse mer rundt det som skjer, ikke bare lære sånn mekanisk eller instrumentelt, men at det er en sammenheng og at elevene skal se hvorfor de gjør de forskjellige tingene.

Lærer B forklarer at hans oppfatning av relasjonell forståelse omhandler å sette matematikken i en sammenheng. Utsagnet «At du skal ha en forståelse mer rundt det som skjer, ikke bare lære sånn mekanisk eller instrumentelt» kan tyde på at lærer B mener at relasjonell forståelse ikke bare er mekanisk eller instrumentell læring, men en grundigere forståelse for hva som egentlig skjer i matematikken. Det kan dermed virke som at lærer B mener at relasjonell forståelse handler om både en grundigere forståelse og instrumentell læring.

Intervjuer: Hvilken oppfatning har du av begrepet relasjonell forståelse?

Lærer C: Det jeg tenker på i min hverdag som matematikklærer i forhold til relasjonell forståelse det er jo det motsatte av instrumentell forståelse, [...] at man skjønner bakgrunnen og ser situasjoner, praktiske situasjoner hvor man kan bruke matematikken. Altså at man klarer å omskape det som står i boken til å bli en praktisk nær situasjon.

Slik lærer C formulerer seg, kan det se ut til at han anser relasjonell forståelse og instrumentell forståelse som to motparter. Videre bruker lærer C uttrykk som «skjønner bakgrunnen» noe som kan samsvare med lærer Bs utsagn om «forståelse mer rundt det som skjer». Samtidig virker det som lærer C vektlegger praktisk matematikk i sin oppfatning av relasjonell forståelse, det kan se ut til at han mener at relasjonell forståelse kan føre til at en oppdager sammenhenger mellom matematikken i læreboken og praktiske situasjoner.

Intervjuer: Hvilken oppfatning har du av begrepet relasjonell forståelse?

Lærer D: Jeg forstår det slik at det dreier seg om at man er mer praktisk i tilnærmingen sin til både innlæring og forståelse av matematikk. Og i forhold til formelregning så kan man lære seg masse regler og formler,

men man skjønner ikke hva man holder på med. [...] Man må ha den instrumentelle også, især på barneskolen, når man skal lære å automatisere.

Lærer Ds oppfatning av relasjonell forståelse er at den kan sees i sammenheng med praktisk matematikk, som samsvarer med lærer Cs oppfatning. Utsagnet «at man er mer praktisk i tilnærmingen sin til både innlæring og forståelse av matematikk» kan tyde på at lærer D mener at relasjonell forståelse innebærer en mer praktisk tilnærming til matematikken. Videre hevder lærer D at den instrumentelle forståelsen er spesielt viktig å utvikle hos elevene på barneskolen når de skal lære seg å automatisere. Siden lærer D sier at «man må ha den instrumentelle også» kan dette tyde på at han mener at det er viktig med både en relasjonell og instrumentell forståelse ved innlæring av matematikk.

Intervjuer: Hvilken oppfatning har du av begrepet relasjonell forståelse?

Lærer E: Min oppfatning av det må være at elevene skal forstå det de gjør, ikke bare lære det mekaniske.

Intervjuer: Hva mener du med mekanisk?

Lærer E: Mekanisk læring er instrumentell læring, mener jeg.

Lærer E sin uttalelse «elevene skal forstå det de gjør», kan tyde på at han mener at elevene skal ha en grundigere forståelse for det de gjør i matematikk. Han nevner også instrumentell læring, og det kan virke som han anser instrumentell læring som å ikke forstå det som gjøres. Videre nevner lærer E «ikke bare lære det mekaniske», noe som kan tyde på at han, i likhet med lærer B og D, anser det nødvendig med både relasjonell forståelse og instrumentell forståelse.

## **4.2 Faktorer som kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse**

Denne kategorien fremhever to faktorer de fem matematikklærerne mente kunne bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse og én faktor som matematikklærerne ikke direkte trakk frem som en faktor, men som også gjennom intervjuene utpekte seg. I denne kategorien har vi utformet tre underkategorier; oppgaver, undervisning og matematikklæreren selv. De to førstnevnte kategoriene er de faktorene matematikklærerne mente kunne bidra til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse.

### 4.2.1 Oppgaver

Innenfor denne kategorien handler det om hvilke oppgaver lærer D og E mente kunne bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse.

Intervjuer: Om du skulle fokusere på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, hva mener du kan utvikle dette?

Lærer D: Ja, jeg er fan av problemløsning og diskusjoner. [...] Et eksempel på en problemløsningsoppgave er at du får et bilde av ei eske av et basseng, et sånn oppblåsbart, og et bilde av ei vannbøtte. Du får vite at du ikke har noen hageslange, men det står mål på eska hvor stort bassenget er. Og så står det at det er ei bøtte som rommer 10 liter og at det er 25 meter inn til vannkranen. Spørsmålet er hvor lang tid blir du å bruke på å fylle bassenget. [...] Det måler matematikkompentansen på en helt annen måte enn hvis man setter seg ned og sier «hva er volumet av en sylinder, hvordan regner du ut volumet av en sylinder». [...] Og da er det eneste du driver og måler da, er regneegenskapen din.

Lærer D fremhever at han er fan av problemløsning og diskusjoner, og eksemplifiserer hva han mener en problemløsningsoppgave kan være. Videre kan det virke som at han ser problemløsningsoppgaver i kontrast til oppgaver der elevene må svare på hva for eksempel volumet av en sylinder er og finne ut hvordan de skal regne det ut. I lærer Ds beskrivelse av problemløsningsoppgaven kommer ikke løsningsmetoden tydelig frem, det er en oppgave med mye informasjon og tydeliggjør derfor ikke hvilken løsningsmetode som kan benyttes for å løse dette problemet. Siden det kan virke som at han ser «volumoppgaven» i kontrast til problemløsning, kan det tyde på at han mener at elevene i en slik oppgave bare trenger å finne frem til formelen for hvordan de regner ut volumet av en sylinder. Han hevder videre at den sistnevnte oppgaven bare måler elevenes regneegenskaper, mens problemløsningsoppgaver «måler matematikkompentansen på en helt annen måte».

Intervjuer: Om du skulle fokusere på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, hva mener du kan utvikle dette?

Lærer E: Jeg tenker at, det jeg kan sette i forhold til deres, det jeg kan vise til i forhold til deres dagligliv.

Intervjuer: Ja, har du et konkret eksempel?

Lærer E: For eksempel prosentregning, at du skal til Oslo og kjøpe deg en bukse, den koster 1000kr. Det har du ikke råd til. Og så hører du det at nå er det 25% salg på de buksene. Hvordan kan vi da finne ut hva du da må betale for de buksene, om du får de pengene hjemme.

Lærer E forklarer at han kobler matematikken opp mot elevenes hverdagsliv, og at denne koblingen kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse. Videre eksemplifiserer lærer E hvordan han utformer oppgaver knyttet til prosentregning i elevenes hverdagsliv.

#### 4.2.2 Undervisning

I denne kategorien presenteres matematikklærernes undervisningsmetoder som de mente kunne bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse.

Intervjuer: Om du skulle fokusere på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, hva mener du kan utvikle dette?

Lærer A: Ja, oppgaver. Innenfor geometrien og innenfor algebra er det jo veldig viktig at de lærer seg den forståelsen, at de forstår hva de holder på med. [...] Jeg lager dermed oppgaver der jeg prøvde å vise at det er forskjellige måter å komme frem til ei løsning på. [...] Hvis jeg setter en ligning med to ukjente, prøver å få en samtale med elevene om hvorfor blir det slik når jeg gjør dette [...] i forhold til det der å skjønne hvorfor det kan gjøres på denne måten.

Lærer A hevder at det innenfor geometri og algebra er spesielt viktig at elevene utvikler relasjonell forståelse. Han forklarer videre at han innenfor disse områdene laget oppgaver som var mulige å løse på flere måter og at han prøvde å vise alle disse måtene for elevene. Ved at lærer A nevner at han «prøvde å vise forskjellige måter å komme frem til ei løsning på», kan det tyde på at han laget oppgaver der det var tydelig at de kunne løses på ulike måter, eller at han laget oppgaver der han faktisk i undervisningen viste elevene de ulike måtene å komme frem til løsningen på. Lærer A forklarer videre at han «prøver å få en samtale med elevene om hvorfor det blir slik når jeg gjør dette», som kan tyde på at han i undervisningen ønsker en dialog med elevene om hvorfor ligningen kan løses på denne måten.

Intervjuer: Har du et konkret eksempel på hva annet du gjør i undervisningen?

Lærer A: Jeg har forskjellige knep for hva jeg kan gjøre, la oss si gangetabellen,

så kan jeg jo la de pugge, men også det at de lærer seg at  $3+3+3+3$  er 12, og hvis jeg legger på en treer til, så kommer jeg til 15, og kan fortsette oppover. Men problemet er jo det at du lærer det bare slavisk, og dermed bruker jeg fyrstikker og annet forskjellig, men det forutsetter jo at elevene selvfølgelig har forståelse for tall.

Lærer A forklarer at han bruker «fyrstikker og annet forskjellig» når han eksempelvis skal introdusere multiplikasjonstabellen for elevene. Det kan dermed tyde på at han mener at konkrete kan bidra til en relasjonell forståelse av eksempelvis multiplikasjonstabellen, men hevder videre at bruk av slike konkrete forutsetter at elevene har forståelse for tall, som kan tyde på at han er bevisst hvilke situasjoner disse konkretene kan benyttes i.

Intervjuer: Om du skulle fokusere på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, hva mener du kan utvikle dette?

Lærer B: Det blir jo å ta utgangspunkt i, som jeg sier i det dem kan og i de tingene som, altså i praktiske ting, tror jeg vil være fornuftig. [...] I de fleste områdene er det ganske lett å knytte opp til praktiske eksempler når du jobber. Det tenker jeg vil være fornuftig, også i forhold til å få en mer grunnleggende forståelse for ting. [...] Også at man kanskje må samtale mer med elevene, ta seg tid til å diskutere matematikk. Og at de kanskje får diskutert med hverandre.

Slik lærer B formulerer seg kan det virke som at han mener at utvikling av relasjonell forståelse kan skje gjennom å ta utgangspunkt i elevenes eksisterende kunnskapsbase og i «praktiske ting». Videre kan det tyde på at han mener at det kan være fornuftig å knytte matematikken til praktiske eksempler, for at elevene skal kunne oppnå en «mer grunnleggende forståelse for ting». Lærer B nevner også at «man kanskje må samtale mer med elevene, ta seg tid til å diskutere matematikk», som kan tyde at han anser samtaler eller diskusjoner mellom lærer og elever som fordelaktig for elevenes utvikling av relasjonell forståelse. Videre kan det virke som at lærer B også mener at diskusjoner mellom elevene kan bidra til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse.

Intervjuer: Om du skulle fokusere på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, hva mener du kan utvikle dette?

Lærer C: En ting er at jeg benytter meg av praktiske undervisningsmetoder. Det

andre, som jeg synes er veldig viktig, det er jo samtalen eller praten. Faglige samtaler både i klassen og med enkeltelever.

Intervjuer: Ok, så du varierer dine undervisningsmetoder og det at du har sånn diskusjon da felles med elevene?

Lærer C: Ja, [...] For eksempel divisjon av brøk, da har du det der å snu den bakerste, og gange rett frem. Det er jo ikke en fullverdig forklaring, så jeg har fokus på å vise hvorfor det er slik. Hvis man da får elevene med på den tanken eller den forståelsen av det, så tror jeg at man kommer et steg nærmere relasjonell forståelse.

Lærer C nevner at han benytter seg av praktiske undervisningsmetoder for å utvikle elevenes relasjonelle forståelse. Videre mener lærer C at faglige samtaler, både i helklasse og mellom lærer og enkeltelever, er viktig for utvikling av relasjonell forståelse. Faglige samtaler trekkes også frem av lærer A og B som viktig for utvikling av denne forståelsen. Videre i intervjusekvensen forklarer lærer C at han har fokus på å vise hvorfor det fungerer å multiplisere med den omvendte brøken. Det kan dermed virke som at han fokuserer på å vise elevene hvorfor regler i matematikken fungerer, og mener at hvis elevene får forståelse for hvorfor reglene fungerer, tror han dette bidra til at elevene «kommer et steg nærmere relasjonell forståelse».

Intervjuer: Om du skulle fokusere på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, hva mener du kan utvikle dette?

Lærer D: Jeg prøver alltid å ha en matematikkdiskusjon i klasserommet, en «krangel» gjerne. [...] Da lærer du mye bedre, da sitter det fast. «Jo jeg forandret mening fordi hans argument, matematiske argument, var bedre enn mitt, altså er dette løsningsforslaget bedre enn mitt». [...] Det er veldig viktig at alle elevene får se på alle de andre sine løsningsstrategier, sånn at hvis du skal gå for en sånn ting, må det være at diskusjonen må skje, for ellers så får du aldri sett løsningsforslaget, og kanskje du aldri tar det til etterretning. [...] For å bli skikkelig god må du se alle de andre løsningsforslagene.

Lærer D benytter seg av diskusjoner i matematikktimene, gjerne en «krangel» som han sier. Diskusjoner i matematikken trekkes også frem av lærer B og C som viktig for å utvikle elevenes relasjonelle forståelse. Lærer D mener dette kan bidra til at elevene både lærer bedre

og at læringen «sitter fast». Dette utsagnet kan tyde på at han mener at læringen er mer langvarig om diskusjoner eller «krangler» finner sted i klasserommet. Videre kan det virke som at han mener at diskusjoner kan føre til at elevene argumenterer for sine egne løsningsforslag og på denne måten innser hvilket løsningsforslag som passer bedre for en gitt oppgave. Ved at elevene får tilgang til hverandres løsningsforslag, hevder lærer D at de kan bli skikkelige gode (i matematikk).

Intervjuer: Er relasjonell forståelse noe arbeidsplassen din har fokus på?

Lærer E: Ja, egentlig. For om det ikke er sagt med slike rene ord, så er det nok det. Vi jobber jo veldig mye med at elevene skal gjøre, hva skal jeg si, bruke konkreter og slike ting for å forstå det de holder på med, og at de skal lære gjennom å gjøre ting.

Lærer E forklarer at det på arbeidsplassen hans er fokus på relasjonell forståelse, selv om «det ikke er sagt med slike rene ord». Dette utsagnet kan tyde på at det kanskje ikke direkte er noe de har diskutert, men at det likevel er noe arbeidsplassen har fokus på. Han forklarer videre at de (han og kollegaene) får elevene til å bruke konkreter for å forstå «det de holder på med», og mener at de gjennom konkreter lærer «gjennom å gjøre ting».

#### **4.2.3 Matematikklæreren selv**

Denne kategorien omhandler hvordan matematikklærerne kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse. Dette var ikke en faktor matematikklærerne eksplisitt trakk frem, men som gjennom intervjuene til lærer C og D også utpekte seg som en faktor som kunne bidra til utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse.

Intervjuer: Det med relasjonell forståelse, er det noe arbeidsplassen din har fokus på?

Lærer C: Jo, det er det. Det tror jeg lærerne har, det er jo individuelle forskjeller da. Jeg mener at jeg har et ganske bevisst forhold til det. Men jeg ser jo at det kommer av at jeg har tatt videreutdanning i matematikk, som gjør at jeg føler meg tryggere faglig. Ikke sant, at man kan prate litt utenfor læreboken.

Lærer C forklarer at utvikling av elevenes relasjonelle forståelse er noe arbeidsplassen har fokus på, men at det er individuelle forskjeller blant lærerne. Det kan virke som at lærer C



mener at han selv har et bevisst forhold til relasjonell forståelse på grunn av at han har videreutdannet seg i matematikk og at dette videre fører til at han føler seg tryggere i faget. Videre hevder han at hans faglige trygghet bidrar til at han kan «prate litt utenfor læreboken», noe som kan tyde på at videreutdanningen har ført til at han er mindre avhengig av læreboken i undervisningssituasjonen.

Lærer D: [...] for å drive den her relasjonelle forståelsen i matematikkundervisning, må du være veldig god i matematikk. Du må forstå, du må ikke kunne regne masse og være flink sånn, du må være god i didaktikken.

Utsagnet til lærer D over var det han svarte sist i spørsmålet om hvordan en kan få innblikk i om undervisningen har bidratt til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse. Dette utsagnet kan tyde på at han mener at det ikke er godt nok å bare ha gode regneegenskaper, men at god kompetanse i matematikkdiraktikk i tillegg må til for å kunne utvikle relasjonell forståelse hos elevene.

### **4.3 Faktorer som kan hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse**

Selv om matematikklærerne ikke ble spurt direkte om hva de mente kunne hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse, fremkom det likevel gjennom intervjuene noen faktorer som kan oppfattes som hinder for utvikling av relasjonell forståelse. Disse faktorene har vi kategorisert i tid, elevgruppen, retningslinjer i skolen, og matematikklærerne selv.

#### **4.3.1 Tid**

I denne kategorien presenteres utsagn fra lærer A og C som viser at tid kan være et hinder for utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse.

Intervjuer: Hvilke fordeler eller ulemper mener du det er å undervise mot en relasjonell forståelse?

Lærer A: Ulempen er jo at det tar mye lengre tid. Og tid er ikke noe man har så veldig mye av. Timen går jo veldig fort. [...] hvis du har, la oss si, femten elever, så har du bare tre minutter per elev. [...] det tar jo litt tid å få ro i klassen, også tar det tid å avslutte.

Lærer A trekker her fram at han mener at en ulempe med å undervise mot en relasjonell forståelse er at det tar mye lengre tid. Og hevder videre at tid ikke er noe han har veldig mye av, og at timen går veldig fort. Han eksemplifiserer videre at han i en klasse på femten elever, bare har tre minutter til rådighet per elev, samtidig som det tar tid å få ro i klassen og avslutte undervisningen. Dette kan tyde på at han ikke har god nok tid i undervisningssituasjonen til å undervise mot en relasjonell forståelse.

Intervjuer: Ja, ok. Nå har du nevnt noen fordeler, kan du tenke deg noen ulemper med å undervise mot en relasjonell forståelse?

Lærer C: Jaa.. Ulempen er jo selvfølgelig at det kan ta litt mer tid. Du må frigjøre deg litt i fra årsplaner og slike ting.

Lærer C påpeker her at en ulempe med å undervise mot en relasjonell forståelse er at det «selvfølgelig» kan ta litt mer tid. Det kan videre virke som at lærer C hevder at siden det kan ta tid å undervise mot denne forståelsen, må lærere i større grad frigjøre seg fra årsplaner og «slike ting». Dette kan tyde på at det ikke er tilstrekkelig med tid til å både undervise mot relasjonell forståelse og samtidig følge årsplanen.

### **4.3.2 Elevgruppen**

Her presenteres utsagn fra lærer A, B, C og D som viser at elevgruppen kan være til hinder for utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse.

Slik det fremgår av utsagnet til lærer A i kapittel 4.3.1, kommer det indirekte frem at elevantallet, i tillegg til tid, kan være et hinder for utviklingen av relasjonell forståelse. Lærer A påpeker at han i en klasse med femten elever, bare har tre minutter per elev. Dette kan dermed bety at lærere vil ha enda mindre tid per elev i en større elevgruppe.

Intervjuer: Det hevdes av noen at det at lærere arbeider med å utvikle relasjonell forståelse er viktig. Mener du det bør vektlegges eller ikke i undervisningen?

Lærer A: Ja, jeg synes det. Men, nå er det jo delte meninger om det, det må vi være enige om. Noen mener at det der at elevene får vite det de skal bruke for å løse det problemet, men de får ikke vite hvorfor. Og det er jo elevgrunnlaget man har i klassen som avgjør det. Hvis du har bare,

nå bruker jeg ordet «svake» elever, så er det klart at det ikke er så enkelt.

Lærer A synes det er viktig å vektlegge utvikling av relasjonell forståelse i undervisningen. Videre hevder han at det er delte meninger om dette, at «noen mener at det der at elevene får vite det de skal bruke for å løse det problemet, men de får ikke vite hvorfor». Dette kan tyde på at lærer A mener at noen lærere mener at det er tilstrekkelig at elevene får vite hvordan de kan løse problemer, og at de samme lærerne videre mener at det enten ikke er nødvendig at elevene får vite hvorfor problemene kan løses på denne måten, eller at elevene, av læreren, faktisk ikke får vite hvorfor. Lærer A hevder til sist i uttalelsen sin at det er elevgrunnet som avgjør om lærere mener dette, og trekker videre frem at en klasse bestående av «svake» elever kan gjøre det utfordrende å vektlegge utvikling av relasjonell forståelse i undervisningen. Det kan her virke som at lærer A mener at denne utfordringen fører til at noen lærere mener at det er nok at elevene vet hvordan problemer kan løses.

Intervjuer: Mener du at det er viktig at elevene utvikler relasjonell forståelse?

Lærer B: Ja, det er jo det, men det er litt sånn.. ja, i forhold til.. hva slags ting og litt sånn man kanskje må vurdere litt fra emne til emne. Altså, ideelt sett så burde det kanskje vært litt mer sånn at man alltid forklarte hvorfor man gjorde sånn. Også har jeg jo erfart i en del sammenhenger så er det en del elever som kanskje ikke evner det bestandig, og da må man se på hvordan man skal gripe det an. Det er ikke bestandig like lett å få alle til å se hvorfor du gjør sånn og sånn og hvorfor det blir sånn og sånn. [...] Det som slår meg, etter så mange år som jeg har jobbet med det her, er den enorme forskjellen, fra de som tar ting.. de som rett og slett har lett for det [...] mens det for noen elever er veldig vanskelig. Med enkelte elever så kan man jo tenke seg at.. at det er så langt man kommer. Det er ikke sikkert alle forstår de tingene og ikke klarer å komme dit at de får en forståelse for hvorfor.

Det kan her virke som at lærer B har en formening om at viktigheten av at elevene utvikler relasjonell forståelse er noe som læreren kanskje må vurdere fra emne til emne. Videre hevder han at lærerne ideelt sett alltid burde forklare for elevene hvorfor de (lærerne) gjør som de gjør, men at det ikke alltid er like lett for læreren å få alle elevene til å forstå hvorfor de gjør det slik og at han her må vurdere hvordan han skal få de til å forstå. Han påpeker videre at det

er enorme forskjeller i elevenes forutsetninger, og at noen elever kanskje ikke kan få en forståelse for hvorfor.

Intervjuer: Ja, ok, nå har du nevnt noen fordeler, har du noen ulemper med å undervise mot en relasjonell forståelse?

Lærer C: [...] altså det er jo veldig lett å si at det er en veldig bra måte å jobbe på, men det forutsetter jo at man har en elevgruppe som er med på det. [...] det er jo litt i sammenheng med hvordan det har blitt undervist på barneskolen.

Det kan virke som at lærer C mener at det ikke bare er læreren som må ville utvikle elevenes relasjonelle forståelse, elevene må selv ha et ønske om det. Han ser dette i sammenheng med hvilken undervisning de har hatt på tidligere trinn, og det kan her virke som at han mener at dette kan påvirke i hvor stor grad elevene vil kunne utvikle deres relasjonelle forståelse.

Lærer D: [...] da ser du forskjeller på hvilken barneskole de kommer fra. De elevene som har hatt lærere som er utdannet og/eller har tatt videreutdanning i matematikk, de er mer tilpasset den type oppgaver, og trives med det, mens de andre som har hatt den instrumentelle, de vil ha regnestykker.

Slik det fremgår av utsagnet til lærer D, ser det ut til at han og lærer C har like erfaringer, når det gjelder elever som har hatt andre lærere tidligere. Det kan virke som at lærer D mener at elever som har hatt en lærer med utdanning, eller en lærer med utdanning og videreutdanning i matematikk er «mer tilpasset den type oppgaver», mens elever som «har hatt den instrumentelle» ikke er tilpasset slike oppgaver, de foretrekker heller regnestykker. Det kan videre virke som at lærer D mener at lærere som har utdanning, eller utdanning og videreutdanning, i større grad tilrettelegger for andre oppgaver enn bare regneoppgaver, og at de elevene som «har hatt den instrumentelle» har hatt «lærere» uten noen form for utdanning.

### **4.3.3 Retningslinjer i skolen**

I denne kategorien presenteres utsagn fra lærer B, C, D og E som viser at ulike retningslinjer i skolen kan hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse.

Intervjuer: Hvordan planlegger du undervisningen med fokus på utvikling av relasjonell forståelse?

Lærer B: Jeg prøver jo alltid å ta utgangspunkt i, eller i hvert fall forsøke å ta utgangspunkt i hva elevene kan, og hva som liksom er deres, eh, også må man jo bygge videre på det. [...] Ja, grunnleggende forståelse hvis du ikke har det.. Og der er nok en utfordring i skolen fordi vi er litt sånn.. på et slags vis presset til å følge et slags mål i læreplanen eller pensum.

Lærer B hevder her at han alltid prøver å ta utgangspunkt i hva elevene kan og bygger videre på dette for å utvikle deres relasjonelle forståelse. Videre kan det virke som at han mener at på grunn av at lærere har et overordnet læreplanmål og pensum som skal følges, fører dette til at det kan bli utfordrende å bidra til en grunnleggende forståelse hos elevene.

Som nevnt i kapittel 4.3.1 sier lærer C i sammenheng med spørsmålet vi stilte om fordeler og ulemper at han må frigjøre seg litt fra årsplaner hvis han skal kunne drive en undervisning med fokus på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse. Det kan virke som at lærer C opplever årsplanen som et hinder for utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse.

Intervjuer: Vet du om noen ulemper med å undervise mot å utvikle relasjonell forståelse?

Lærer D: Ja, ulemper. Fordelen var du husker og du kan. Ulempen er at det går tregere, sant. Og i vårt strebersamfunn der vi har PISA-testene og alt det der, så måler vi.. hele tiden hvor mye de har klart å lære seg på den korte tiden. «4.klassingene, kan de algebra? Nei, de kan ikke algebra. Åh, da er det stress, vi må jo lære dem algebra!».

Lærer D påpeker her at en ulempe med å undervise mot en relasjonell forståelse, er at det går tregere. Dette kan tyde på at han mener at det tar lengre tid å undervise mot å utvikle en relasjonell forståelse, enn å ikke undervise mot å utvikle denne forståelsen. Lærer D hevder her at elevene måles etter hvor mye de har lært seg på kort tid, at det er et stort press på å lære elevene mye på kort tid, at de eksempelvis skal ha gjennomgått de fleste temaene i matematikk for å kunne løse oppgavene som er satt opp på en eventuell PISA-test. Det kan virke som at lærer D her mener at «PISA-testene og alt det der» bare måler hvor mye elevene har klart å lære seg, og ikke om de har en forståelse for det de har lært. Dette mener han

dermed kan føre til at lærerne stresser med å lære elevene alt de må kunne for å løse flest mulig oppgaver på PISA-tester og «alt det der».

Intervjuer: Hvordan planlegger du undervisningen med utgangspunkt om å utvikle elevenes relasjonelle forståelse?

Lærer D: Jeg planlegger undervisningen på følgende måte: jeg vet hva som er målet, det store LK06-målet, så bryter jeg det ned i mindre mål, i delmål. Og der stopper egentlig undervisningsplanleggingen min. Så går jeg opp, med målet i hodet. Jeg samler på meg enormt mange oppgaver, bruker også boken som oppgaver, men det er ikke boken som styrer gangen i undervisningen min, det er målet. Det som er dumt for dem, er at.. når du holder på med sånn undervisning, så blir du ikke målt på det på eksamen. Ingen tentamener som er lagt opp til det, så målingen av matematikkompetansen er laget for instrumentell innlæring, mens vi driver på med en relasjonell innlæring.

Lærer D nevner i utsagnet over at han i planleggingsfasen tar utgangspunkt læreplanmålene fra Kunnskapsløftet, og videre bryter disse ned i delmål som er utgangspunkt for hans undervisning. Videre i utsagnet sier han at han samler mange oppgaver, oppgaver både i og utenfor læreboken. Han påpeker at det ikke er læreboken som styrer undervisningen, men læreplanmålet. Videre i utsagnet over, mener lærer D at eksamener og tentamener, i likhet med PISA-testene, heller ikke måler elevenes forståelse i matematikk. Han mener at målingen av matematikkompetansen er lagt opp til å måle kompetansen elevene får gjennom en instrumentell innlæring. Det kan her virke som at lærer D mener at tentamener og eksamener er lagt opp til å måle matematikkompetansen elevene får gjennom en instrumentell forståelse. Lærer D hevder at det kan være dumt for elevene hvis læreren underviser med fokus på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, siden han mener at eksamenene ikke måler denne kompetansen.

Intervjuer: Ja. Noen sier jo for eksempel at ei ulempe med det å undervise mot en relasjonell forståelse er at det tar litt lengre tid for elevene å forstå det, enn hvis de bare lærer seg en regel på en måte, å huske regelen. [...] at det kan være en ulempe at det tar litt lengre tid. Har du noe erfaring med det?

Lærer E: Ikke annen erfaring enn at jeg svetter litt fordi jeg synes jeg har kommet

så kort med 9. og 10. i forhold til fordi at vi har måttet bruke litt tid på noen ting. Jeg ser ikke på det som ei ulempe, fordi at noen ganger er du bare nødt å bruke tiden.

Hvis vi ser på utsagnet fra lærer E over, kan det se ut til at han i likhet med lærer B føler et press på at elevene skal komme seg gjennom alt pensum som er satt opp. I utsagnet sier han at han «svetter litt» fordi han synes han er kommet litt kort med 9. og 10. trinn. Det at han sier at han er «kommet litt kort med 9. og 10. i forhold til fordi vi har måttet bruke litt tid på noen ting» kan tyde på at han mener at han ikke er kommet langt nok i forhold til pensumet eller en eventuell årsplan, på grunn av at de (han og elevene) har «måttet bruke litt tid på noen ting». Avslutningsvis påpeker han at han ikke anser tiden som en ulempe med å undervise mot en relasjonell forståelse, da hans mening er at utvikling av relasjonell forståelse er nødvendig å bruke tid på.

#### **4.3.4 Matematikklæreren selv**

I denne kategorien presenteres utsagn fra lærer A og B som viser at matematikklæreren selv kan være et hinder for utvikling av elevenes relasjonelle forståelse.

Hvis vi ser tilbake på utsagnet til lærer A i kapittel 4.3.2, kan vi se at han her sier at det er delte meninger om viktigheten av å vektlegge utvikling av relasjonell forståelse. Han trekker frem at noen lærere mener at det er godt nok at elevene bare vet hvordan de kan løse ulike problemer. Dette kan dermed tyde på at læreren selv kan være et hinder for utvikling av relasjonell forståelse hos elevene fordi de ikke får tilgang til å utvikle en forståelse for hvorfor disse problemene kan løses slik.

Slik det fremgår av lærer Bs utsagn i kapittel 4.3.2, kan det virke som at han vurderer hvor viktig det er å utvikle relasjonell forståelse fra emne til emne i matematikken. Dette kan tyde på at han mener at det ikke er like viktig med relasjonell forståelse innenfor alle emner i matematikkfaget. På denne måten kan matematikklæreren begrense elevenes utvikling av relasjonell forståelse innenfor ulike emner i matematikkfaget. Videre hevder lærer B at det ideelt sett burde vært slik at det alltid ble begrunnet for elevene hvorfor «man gjorde slik», som kan tyde på at matematikklæreren ikke alltid begrunner dette for elevene.

Lærer B: [...] så jeg tenker at det kan jo være tilfeller der det er mulig at man bare må si at sånt og sånt gjør man det. Sånn er det bare, tenker jeg.

Utsagnet over er det lærer B sier videre på det samme spørsmålet, han mener at matematikklæreren i enkelte tilfeller kanskje bare må si «sånt og sånt gjør man det». Dette kan tyde på at matematikklæreren noen ganger bare forklarer for elevene hvordan noe kan gjøres, og ikke hvorfor det kan gjøres på denne måten.

#### **4.4 Fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse, og av å utvikle denne forståelsen**

Her presenteres utsagn fra alle matematikklærerne som fremhever hvilke fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse, og av å utvikle denne forståelsen.

Intervjuer: Hvilke fordeler eller ulemper mener du det er med å undervise mot en relasjonell forståelse?

Lærer A: En fordel er at elevene får mer forståelse for hva matematikk er. [...] og de skjønner hvorfor matematikk er artig, for å si det slik.

Det første lærer A her trekker frem som en fordel med å undervise mot relasjonell forståelse, er at elevene får en større forståelse for hva matematikk er. Han mener videre at en fordel med å undervise mot en relasjonell forståelse er at elevene kan synes at matematikk er «artig».

Intervjuer: Hvilke fordeler eller ulemper mener du at det er med å undervise mot en relasjonell forståelse?

Lærer B: Ja, fordeler altså.. Fordelene er at man får en mer sånn, tenker jeg, grunnleggende forståelse for det man gjør. [...] hvis du tenker ligninger da, med å løse med hensyn på X og slike ting, så er det mange som sier «ja, så flytter vi bare over.. det tallet til andre siden av likhetstegnet og da skifter vi fortegn» og så kan jeg spørre hvorfor det skifter fortegn «nei, det vet jeg ikke, men det blir rett når jeg gjør det» ikke sant. [...] Det tenker i hvert fall jeg som sånn rent.. hvis du ikke har forstått hvorfor det skifter fortegn, så har du på en måte ikke helt den grunnleggende forståelsen.

Noe lærer B trekker frem som en fordel, er at å undervise mot den relasjonelle forståelsen bidrar til at elevene får en mer grunnleggende forståelse av hva de egentlig gjør når de løser ulike oppgaver. Han påpeker at elever som eksempelvis sier at de bare bytter fortegn på et tall som de flytter fra den ene siden av likhetstegnet til den andre siden, ikke egentlig vet hva de



gjør, og at disse ikke har fått en helt grunnleggende forståelse av hva som egentlig skjer i en slik regneoperasjon. Det kan virke som at han mener at det å undervise mot relasjonell forståelse kan bidra til at disse elevene får en mer grunnleggende forståelse av konseptet bak hvorfor et tall får et annet fortegn når det «flyttes» over til den andre siden.

Intervjuer: Ser du noen fordeler eller ulemper med å undervise mot en relasjonell forståelse?

Lærer C: Ja, fordelene er jo, [...] at elevene får et bedre forhold til faget og kanskje er bedre rustet til å jobbe med.. ja, det de eventuelt møter på i videregående skole. Så en dypere forståelse tenker jeg må være. [...] En elev som forstår matematikken, vil i mange tilfeller også være mer delaktig i faglige diskusjoner i klasserommet.

Lærer C hevder her at en fordel med å undervise mot en relasjonell forståelse er at elevene får et bedre forhold til matematikkfaget og mener i tillegg at elevene kan ha bedre forutsetninger for å mestre matematikk på et høyere nivå, som for eksempel i videregående skole. Det lærer C sier om at det å undervise mot relasjonell forståelse fører til at elevene får et bedre forhold til matematikkfaget, kan tyde på at elevene utvikler et større engasjement for faget. Videre virker det som at elevene kan få en «dypere forståelse» av at læreren underviser mot relasjonell forståelse og uttrykker videre at de elevene som forstår matematikken, i mange tilfeller vil være mer muntlig aktive i faglige diskusjoner i klasserommet. Dette kan tyde på at lærer C mener at å undervise mot en relasjonell forståelse kan bidra til en «dypere forståelse» hos elevene, som videre kan føre til at de i større grad tør å uttrykke seg muntlig, som å delta i faglige diskusjoner i klasserommet.

Hvis vi ser tilbake på utsagnet til lærer C i kapittel 4.1 kan det virke som at hans oppfatning av relasjonell forståelse er at de som utvikler denne forståelsen er i stand til å se hvilke praktiske situasjoner matematikk kan benyttes i. Han trekker for eksempel frem at en slik forståelse kan føre til evne til å «omskape det som står i læreboken til å bli en praktisk nær situasjon». Dette utsagnet kan tyde på at lærer C mener at relasjonell forståelse kan føre til at sammenhenger mellom matematikken i læreboken og det virkelige liv, oppdages.

Intervjuer: Det hevdes av noen at det at lærere arbeider med å utvikle relasjonell forståelse er viktig. Mener du at det bør vektlegges eller ikke i undervisningen?

Lærer D: Ja, det viser seg jo gang på gang, Udir sier også det, at det å ha en sånn relasjonell tilnærming gjør at du beholder kunnskapen din om temaet mye lengre. [...] det går saktere å drive på med relasjonell forståelse, men.. jeg tror den.. den type kunnskap sitter mye dypere og er mye mer anvendelig.

Som det fremgår av utsagnet over hevdet lærer D at det å utvikle relasjonell forståelse bør vektlegges i undervisningen. Videre påpeker han at det gang på gang viser seg at en relasjonell tilnærming i undervisningen bidrar til at kunnskap som tilegnes gjennom denne tilnærmingen bevares mye lengre, noe han også hevder at Utdanningsdirektoratet mener. Utsagnet «det går saktere å drive på med relasjonell forståelse» kan tyde på at lærer D mener at relasjonell forståelse tar tid å utvikle. Videre kan det virke som at lærer D igjen trekker frem at kunnskapen som tilegnes gjennom relasjonell forståelse bevares mye lengre ved at han sier «den type kunnskap sitter mye dypere». Til slutt fremhever han at han tror at den kunnskapen som læres gjennom relasjonell forståelse er mye mer anvendelig.

Intervjuer: Mener du at det er viktig at elevene utvikler relasjonell forståelse?

Lærer E: Ja, for å lære dem å, at dem, eh, forstår det, så mener jeg at de da kan anvende det og bruke det.

I utsagnet over sier lærer E at han mener det er viktig at elevene utvikler relasjonell forståelse. Videre i utsagnet kan det virke som at lærer E mener at hvis elevene forstår «det» (matematikken), så kan de anvende og bruke «det» (matematikken). Dette kan dermed tyde på at hvis elevene utvikler relasjonell forståelse, så kan matematikken bli mer anvendelig. Som nevnt, er dette en oppfatning lærer D også hadde.

Intervjuer: Det hevdes av noen at det at lærere arbeider med å utvikle relasjonell forståelse er viktig. Mener du at det bør vektlegges eller ikke i undervisningen?

Lærer E: Helt klart at det er nødt til å vektlegges. Hvis elevene skal kunne videreutvikle seg i faget og gjøre bruk av det de har lært, så må de jo ha en forståelse av det.

Intervjuer: At de kommer seg lettere videre hvis de forstår matematikken?

Lærer E: Ja, ja, hvis de forstår matematikken, så er det lettere å bygge på den kunnskapen og gjøre seg bruk av den.

Av intervjusekvensen over kan vi se at lærer E mener at det «helt klart» er nødvendig å vektlegge utvikling av relasjonell forståelse i undervisningen og mener videre at hvis elevene skal ha mulighet til å videreutvikle seg i faget, må de ha en forståelse for «det» (faget, eventuelt det som undervises i faget). Videre påpeker lærer E at de elevene som forstår matematikken, lettere kan bygge på den kunnskapen de har tilegnet seg. Dette utsagnet kan tyde på at lærer E mener at elevene som har forståelse for matematikken lettere kan se sammenhenger mellom deres eksisterende kunnskap og den nye kunnskapen som tilegnes. Til sist hevder han at elevene som forstår matematikken kan benytte seg av den, noe som han også påpekte tidligere.



## 5 Diskusjon

I funnkapittelet presenterte vi ulike oppfatninger og erfaringer de fem matematikklærerne hadde med relasjonell forståelse. Som vi nevnte i det kapittelet, kom vi frem til fire ulike kategorier: matematikklærernes begrepsoppfattelse, faktorer som kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, faktorer som kan hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse, samt fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse, og av å utvikle denne forståelsen. Disse fire kategoriene skal i dette kapittelet diskuteres i lys av teorien som ble presentert i teorikapittelet.

### 5.1 Matematikklærernes begrepsoppfattelse

Slik det fremkom i funnkapittelet, mente lærer A at det var «absolutt viktigst» at elevene skulle få en forståelse for hvorfor de må lære matematikk. Videre beskrev lærer A den instrumentelle forståelsen som å vite hvordan «det fungerer» og ikke hvorfor det fungerer. Denne beskrivelsen kan sees i likhet med Skemps (1976) beskrivelse av instrumentell forståelse. På grunn av hvordan lærer A beskriver instrumentell forståelse, virker det som at den relasjonelle forståelsen fører til forståelse for hvordan noe fungerer, i tillegg til forståelse for hvorfor noe fungerer. Dette samsvarer med Skemps (1976) beskrivelse av relasjonell forståelse.

Lærer Bs oppfatning er at matematikken gjennom relasjonell forståelse settes i en sammenheng og at denne forståelsen skal gi elevene innsikt i hvorfor noe gjøres i matematikken. Denne oppfatningen samsvarer med hvordan Skemp (1976) beskriver relasjonell forståelse. Videre virket det som at lærer B mente at det var nødvendig med både en relasjonell og instrumentell forståelse.

Lærer C oppfattet relasjonell forståelse som det motsatte av instrumentell forståelse, og samsvarer dermed ikke med oppfatningen lærer B hadde av relasjonen mellom disse to forståelsene. Videre forklarer lærer C at en relasjonell forståelse bidrar til en større forståelse omkring det som skjer i matematikken. Dette kan sees i tråd med Skemps (1976) beskrivelse av begrepet. Selv om lærer B og C oppfattet relasjonen mellom disse to forståelsene ulikt, samsvarte i større grad oppfatningene de hadde av relasjonell forståelse. Videre trakk lærer C frem praktiske situasjoner i sin oppfatning av relasjonell forståelse, og mente videre at den

relasjonelle forståelsen kunne føre til at sammenhenger mellom matematikk i læreboken og elevenes hverdag ble oppdaget.

Lærer D trakk, i likhet med lærer C, også frem praktisk matematikk i sin oppfatning av relasjonell forståelse. Lærer Ds oppfatning er likevel ikke helt lik lærer Cs oppfatning, da begrepet praktisk blir vektlagt på ulike måter (se kapittel 4.1). Videre kan det virke som at lærer D knytter formelregning til å lære seg mange formler og regler uten å ha forståelse for hva en holder på med. Dette kan tyde på at han ser formelregning i sammenheng med Skemps (1976) beskrivelse av instrumentell forståelse. I tillegg virket det som at lærer D mente at det var nødvendig med både en relasjonell og instrumentell forståelse, som kan tyde på at han ser disse to forståelsene i sammenheng med hverandre. Noe som samsvarer med lærer Bs oppfatning av relasjonen mellom disse forståelsene.

I funnkapittelet kom det videre frem at lærer E oppfattet relasjonell forståelse som å forstå det som gjøres, som jo kan bety å ha en forståelse for hva som gjøres, hvordan det gjøres og/eller hvorfor det kan gjøres slik, som kan sees i likhet med hvordan Skemp (1976) definerer relasjonell forståelse. Siden lærer E ikke presiserte hva han mente elevene skulle forstå, var det dermed utfordrende å forstå om han oppfattet begrepet slik Skemp (1976) beskriver det. Videre virket det som at han mente det var nødvendig med både en relasjonell og instrumentell forståelse. Dette kan sees i likhet med slik lærer B og D oppfattet relasjonen mellom disse to forståelsene.

Matematikklærernes oppfatninger av relasjonell forståelse fremstår ikke som helt like, noe som ikke er så unaturlig siden virkeligheten konstrueres i sosial samhandling mellom mennesker, ingen mennesker har den samme oppfatningen av verden (Postholm, 2010).

Utsagnene til lærer A, B, C og D, kan sees i tråd med Skemps (1976) beskrivelse av relasjonell forståelse. Som nevnt var det utfordrende vite om lærer E oppfattet begrepet slik Skemp (1976) beskriver det. Videre kunne det virke som at det bare var lærer C som oppfattet relasjonen mellom disse som to motparter, som samsvarer med hvordan Skemp (1976) oppfatter relasjonen mellom disse. På grunn av at lærer B, D, E oppfattet det som nødvendig med både relasjonell og instrumentell forståelse, skiller de seg fra både lærer C og Skemps (1976) oppfatning av relasjonen mellom disse. Dermed kan det virke som at lærer B, D og Es oppfatning av relasjonen mellom disse to forståelsene, samsvarer med hvordan Hiebert og

Lefevre (1986) beskriver relasjonen mellom konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap (som vi tidligere sammenlignet med relasjonell og instrumentell forståelse, se kapittel 2.1.2).

Det fremkommer ikke tydelig nok om lærer A oppfatter disse forståelsene i relasjon med hverandre, og det er derfor utfordrende å trekke linjer til verken hvordan Skemp (1976) eller Hiebert og Lefevre (1986) beskriver relasjonen mellom disse to forståelsene.

## **5.2 Faktorer som kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse**

### **5.2.1 Oppgaver**

Slik det fremkom i funnkapittelet, fremhevet matematikklærerne to ulike måter å utforme oppgaver på, som de mente kunne bidra til utvikling av relasjonell forståelse. Den første måten var å utforme problemløsningsoppgaver og den andre var å utforme oppgaver knyttet til elevenes hverdagsliv.

Lærer D trakk frem problemløsningsoppgaver da han ble spurt om hva han mente kunne utvikle elevenes relasjonelle forståelse. Det at lærer D bruker slike oppgaver i undervisningen, gjør at han trer i inspiratorrollen (Botten, 2016), siden han tilrettelegger for en utforskende undervisningssituasjon gjennom problemløsning. Hiebert og Grouws (2007) påpeker at elever som blir utfordret gjennom å løse matematiske problemer kan utvikle «conceptual understanding» (som kan sees i likhet med relasjonell forståelse). Som nevnt, er problemløsning ifølge Lesh og Zawojewski (2007) viktig for å utvikle en forståelse for matematiske konsepter eller prosesser. Å utvikle en forståelse for matematiske konsepter og prosesser, kan sees i likhet med å utvikle en relasjonell forståelse i matematikk, ettersom denne forståelsen ifølge Skemp (1976), også kan bidra til at elevene i større grad får forståelse for matematiske konsepter og prosesser. Dette kan i tillegg bety at elevene samtidig kan utvikle begrepsforståelse og tankegangskompetanse. Videre kan elevene gjennom å løse problemløsningsoppgaver utvikle strategisk kompetanse, da denne kompetansen ifølge NRC (2001) har fellestrekk med problemløsning i matematikken, og utvikles ved å løse matematiske problemer. I tillegg kan problembehandlingskompetansen utvikles gjennom å løse problemløsningsoppgaver, da denne kompetansen blant annet utvikles ved å løse matematiske problemer (Niss & Jensen, 2002). Dermed kan bruk av problemløsningsoppgaver i matematikkundervisningen i større grad utvikle elevenes relasjonelle forståelse, samtidig som det kan utvikle deres matematiske kompetanse.

Noen ganger kan kanskje problemløsningsoppgaver derimot bli for avanserte for noen av elevene, og kan dermed fungere som et hinder for elevenes utvikling av den relasjonelle forståelsen. Bruk av problemløsningsoppgaver forutsetter dermed at matematikklæreren har kunnskap om hvordan han kan tilpasse problemløsningsoppgavene etter elevenes forutsetninger, på en slik måte at de ikke hindrer elevene i å utvikle relasjonell forståelse.

Lærer E forklarte at han knytter oppgaver opp mot elevenes hverdagsliv, og at denne koblingen kan bidra til utvikling av relasjonell forståelse hos elevene. Når elevene får introdusert matematikkoppgaver som de kan relatere til, kan de kanskje i større grad se nytten av faget, i motsetning til oppgaver som ikke er koblet til en kjent kontekst. Hvis matematikkfaget oppleves som forståelig og nyttig for elevene, kan de ifølge NRC (2001) i større grad utvikle en produktiv holdning til matematikk. Denne holdningen kan kanskje videre føre til bedre forutsetninger for elevene til å utvikle den relasjonelle forståelsen, da de allerede gjennom oppgaver knyttet til deres hverdagsliv, kan oppleve matematikken som forståelig.

Det kan videre tenkes at elever som får introdusert oppgaver knyttet til deres hverdag, i tillegg kan utvikle symbol- og formalismekompetanse, fordi en slik oppgave innebærer å veksle mellom hverdagsspråket og det matematiske språket (Niss & Jensen, 2002). Videre kan disse oppgavene bidra til at elevene utvikler evnen til fleksibel tenking, siden disse oppgavene krever at sammenhenger mellom ulike matematiske situasjoner og konsepter oppdages. Gjennom å få innsikt i ulike sammenhenger, kan elevene ha større muligheter for å utvikle relasjonell forståelse (Skemp, 1976).

### **5.2.2 Undervisning**

Matematikklærerne trakk frem ulike grep i undervisningen som de mente kunne bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse. Til sammen var det fem grep som ble nevnt, synliggjøring av ulike måter å komme frem til løsningen på, faglige samtaler og diskusjoner, bruk av konkretiseringsmateriell, praktisk tilnærming, og fullverdige forklaringer.

Lærer A forklarte at han utformet oppgaver der han prøvde å synliggjøre for elevene at det var ulike måter å komme frem til løsningen på. Det at lærer A laget slike oppgaver, kan gi flere elever mulighet til å løse oppgavene, fordi det ikke bare er én måte å løse de på. Dermed kan undervisningen lærer A har utformet i større grad bidra til at flere av elevene får tilgang til matematikken, som kan føre til høy skår i dimensjonen «Access to Mathematical Content»



(Schoenfeld et al., 2014). Motsatt kan en oppgave der kun én løsningsmetode er i fokus, kanskje begrense tilgangen elevene får til matematikken. En undervisning der elevene får innsikt i ulike måter å løse en og samme oppgave på, kan i større grad bidra til å utvide elevene sine nettverk av løsningsmetoder. Yackel og Cobb (1996) hevder, som nevnt, at ytterligere læringsmuligheter oppstår hvis barn får sammenligne sine egne løsningsforslag med andres. Videre kan en slik undervisning føre til at elevene oppdager sammenhenger mellom disse ulike løsningsmetodene, og det å oppdage slike sammenhenger kan føre til utvikling av relasjonell forståelse (Skemp, 1976). Et klasserom der det er fokus på å fremheve ulike sammenhenger i matematikken, kan få en høy skår i dimensjonen «The Mathematics» (Schoenfeld et al., 2014).

Lærer A, B, C og D fremhevet faglige samtaler og diskusjoner som en viktig del av undervisningen for utvikling av elevenes relasjonelle forståelse. Lærer D sa blant annet at for å bli «skikkelig god» måtte elevene få tilgang til hverandres løsningsforslag gjennom faglige diskusjoner. Videre kan faglige samtaler og diskusjoner i klasserommet i større grad bidra til muntlig aktivitet blant elevene, i motsetning til undervisninger der det ikke er tilrettelagt for slike samtaler og diskusjoner. Hvis elevene i større grad er muntlig aktive i undervisningen, kan de allerede ha begynt å utvikle kommunikasjonskompetanse (Niss & Jensen, 2002). Videre kan faglige samtaler og diskusjoner føre til at elevene har bedre forutsetninger for å tolke andres matematikkholdige utsagn, og dermed utvikle kommunikasjonskompetansen ytterligere.

Undervisninger der faglige samtaler og diskusjoner er i fokus, kan bidra til at elevene argumenterer for sine egne meninger, i tillegg til å resonnerer omkring hva som utgjør de matematiske forskjellene mellom sine egne og andres løsninger. I en undervisning der dette forekommer, kan en høy skår i Schoenfeld et al. (2014) sin dimensjon «Agency, Authority, and Identity» oppnås. Motsatt vil en undervisning der læreren leder de faglige samtalene og diskusjonene, føre til en lav skår i den samme dimensjonen (Schoenfeld et al., 2014). Yackel og Cobb (1996) trekker frem at et klasserom der disse handlingene er en del av klasseromsaktiviteten, kan i større grad ha etablert en sosiomatematisk norm der det for eksempel er forventet at elevene skal ha forståelse for hva som utgjør de matematiske forskjellene. Det kan tenkes at elever som innehar en forståelse for hva som utgjør de matematiske forskjellene, samtidig utvikler relasjonell forståelse.

Lærer A og E trakk frem at de benyttet seg av konkretiseringsmateriell i undervisningen for å utvikle elevenes relasjonelle forståelse. Elever som får tilgang til matematikken gjennom konkretiseringsmateriell, kan kanskje forstå matematikken bedre enn elever som ikke får denne muligheten. Lærer A trakk eksempelvis frem at han benyttet seg av fyrstikker i forbindelse med innlæring av multiplikasjonstabellen. Fyrstikkene kan visualisere for elevene hva som egentlig skjer når to tall multipliseres sammen, eksempelvis kan to multiplisert med tre uttrykkes gjennom to bunker med tre fyrstikker i hver bunke. NRC (2001) hevder at bruk av konkrete (manipulatives) kan bidra til at elevene får en bedre forståelse i matematikk, samtidig forklarer Suydam (1985) at det også kan føre til høyere oppnåelse i matematikk.

Feil bruk av konkretiseringsmateriell kan derimot hindre elevenes utvikling av relasjonell forståelse. Hvis læreren ikke har god nok kompetanse i hvordan konkretiseringsmateriell kan benyttes, og eksempelvis gir elevene dette som et avbrekk i undervisningen, bidrar det ikke til læring. Dette er noe Moyer (2001) påpeker at noen matematikklærere bruker konkretiseringsmateriell til. Hvis matematikklærere har den kompetansen som trengs for å kunne ta slikt materiell i bruk, og i tillegg har konkrete mål for hvordan dette skal brukes i undervisningen, kan konkretiseringsmateriell bidra til at elevene får bedre forståelse. Samtidig forklarer Moyer (2001) at for at elevene skal lære gjennom bruk av konkretiseringsmateriell, må de reflektere over de handlingene som gjøre med materialet. Dersom elevene i tillegg får kjennskap til målene for undervisningen, hevder Wiliam (2007) at elevene lettere kan forstå hva som skal til for å lykkes.

Ved bruk av konkretiseringsmateriell i undervisningen, øker muligheten for at elevene utvikler strategisk kompetanse, evne til fleksibel tenking og en produktiv holdning til matematikk (NRC, 2001). Dette fordi elevene gjennom bruk av konkretiseringsmateriell lærer seg å representere matematikken på forskjellige måter, samt at de lærer seg å tenke logisk om sammenhenger mellom ulike matematiske representasjoner. Videre kan konkretiseringsmateriell også bidra til at elevene utvikler representasjonskompetansen og hjelpemiddelskompetansen, på grunn av at elevene gjennom konkretiseringsmateriell kan få forståelse for hvordan de kan representere matematikken på forskjellige måter, samt at de får kjennskap til ulike matematiske hjelpemidler. Dette kan bety at riktig bruk av konkretiseringsmateriell i undervisningen i større grad kan bidra til at elevene i tillegg til å utvikle relasjonell forståelse også utvikler sin matematiske kompetanse.

Lærer B og C trakk frem praktiske eksempler og praktisk undervisning i sammenheng med utvikling av relasjonell forståelse. Praktiske aktiviteter kan eksempelvis være bruk av konkreter, matematiske spill eller matematikk som foregår utendørs. Kunnskapsdepartementet (2010-2011) forklarer at:

Bruk av praktiske innfallsvinkler kan gjøre opplæringen på ungdomstrinnet mer interessant og skape nysgjerrighet som gir lyst til læring. Økt bruk av praktiske grep kan også gjøre relevansen for lærestoffet tydeligere, slik at elevene bedre forstår hvorfor de skal lære det aktuelle temaet (s. 37).

Praktiske innfallsvinkler kan ifølge Kunnskapsdepartementet (2010-2011) bidra til en mer interessant opplæring for elevene på ungdomstrinnet. En mer interessant opplæring, kan kanskje føre til et større engasjement for faget blant elevene. Elevene kan dermed gjennom undervisning med praktiske innfallsvinkler i større grad utvikle en produktiv holdning i matematikk. Kunnskapsdepartementet (2010-2011) fremhever videre at praktiske grep kan føre til at elevene får en forståelse for hvorfor lærestoffet skal læres. Praktiske grep kan derfor føre til at elevene ser nytten av faget, som videre kan føre til at de utvikler den produktive holdningen ytterligere. NCR (2001) forklarer at det må eksistere et engasjement for faget for at elevene skal kunne bli dyktige i matematikk. Matematikklærere som tilrettelegger for praktiske aktiviteter, kan dermed i større grad bidra til at elevene blir dyktige i matematikk, i motsetning til lærere som ikke legger til rette for det. Gjennom å oppleve matematikkfaget som forståelig, kan kanskje elevene ha bedre forutsetninger for å utvikle relasjonell forståelse.

Lærer C forklarer at han synes det er viktig at elevene vet hvorfor en regel fungerer, derfor forklarer han dette for elevene i undervisningen. Det at lærer C gir elevene en fullverdig forklaring på hvordan en regel kan anvendes, og i tillegg forklarer hvorfor den kan anvendes, kan bidra til å øke elevenes muligheter til å utvikle relasjonell forståelse. I tillegg kan en felles gjennomgang av hvordan og hvorfor en regel eller prosedyre fungerer, bidra til at en større andel av elevene får tilgang til matematikken. Et klasserom der læreren har fullverdige forklaringer som fokus, kan få høy skår i dimensjonen «The Mathematics».

### **5.2.3 Matematikklæreren selv**

Som nevnt i funnkapittelet, var ikke matematikklæreren selv en faktor som matematikklærerne mente kunne bidra til utvikling av relasjonell forståelse, men som utpekte seg gjennom intervjuene.

Både NOU (2015:8) og Skemp (1976) mener, som nevnt, blant annet at det er lærerens ansvar å legge til rette for at elevenes forståelse skal kunne utvikles. For at lærere skal kunne legge til rette for dette, kan det tenkes at de må ha fokus på å utvikle elevenes forståelse, samt ha kunnskap og kompetanse om hvordan dette kan gjøres. Lærer C nevnte at han hadde et bevisst forhold til relasjonell forståelse, og mente at det var på grunn av at han hadde videreutdannet seg i matematikk. Videreutdanningen førte videre til at han følte seg tryggere i faget, og at han dermed i større grad kunne løsrive seg fra læreboken, noe som også Kunnskapsdepartementet (2014) beskriver at faglig trygghet kan føre til. Lærere som løsriver seg fra læreboken, inntar ifølge Botten (2016) en viktig lærerrolle, nemlig rollen som den dristige. Den dristige læreren tør som nevnt å unngå fra det trygge og prøve nye arbeidsmetoder, noe som i større grad kan bidra til å utvikle både læreren selv og undervisningen. En lærer i en slik rolle legger til rette for varierte arbeidsmetoder, noe som ifølge Kunnskapsdepartementet (2012-2015) skal kunne føre til motivasjon, samt kunnskap og forståelse hos elevene. Det er derimot ikke tilstrekkelig med varierte arbeidsmetoder alene for at dette skal kunne skje, i tillegg må læreren ha god formidlingsevne og god kompetanse i faget, hevder Kunnskapsdepartementet (2012-2015). Ut fra lærer Ds utsagn i kapittel 4.2.3, kan det virke som at han også mener at læreren må ha god kompetanse i faget for å utvikle elevenes forståelse, spesielt den relasjonelle forståelsen.

### **5.3 Faktorer som kan hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse**

Gjennom intervjuene kom det frem ulike faktorer som kunne hindre utviklingen av relasjonell forståelse. Det var spesielt fire faktorer som utpekte seg gjennomgående i intervjuene. Disse fire var, som nevnt i funnkapittelet, tid, elevgruppen, retningslinjer i skolen og matematikklæreren selv.

#### **5.3.1 Tid**

Lærer A og C mente at relasjonell forståelse kan være tidkrevende å undervise mot. Lærer A fremhevet at det kunne være problematisk å skulle gjennomføre en undervisningsøkt på 45 minutter (femten elever, tre minutter per elev) der fokuset var å utvikle alle elevenes relasjonelle forståelse. Lærer C trakk frem at det kunne ta litt mer tid å undervise mot en slik forståelse, og at en måtte frigjøre seg fra eksempelvis årsplaner for å kunne gjøre dette. Dette

kan tyde på at det er for lite tid til rådighet gjennom skoleåret til å undervise mot en slik forståelse. Ifølge Skemp (1976) er relasjonell forståelse tidkrevende å utvikle, som kan være en av grunnene til at lærer A og C nevner at det tar tid. Skemp (1976) trekker videre frem at innholdet i matematikkfagets pensum består av mye fakta og informasjon som eksempelvis er komprimert til én enkelt linje, men som i andre fag ofte er beskrevet over flere linjer. Matematikkfagets pensum består dermed av mye mer som skal læres, enn pensumet i andre fag. Skemp (1976) hevder at et redusert pensum, uansett hvilket fag, fører til at lærerne får mer tid til å gi elevene en grundigere undervisning av fagets pensum. Dette kan være en av grunnene til at lærer C mente at det var tidkrevende å undervise mot å utvikle relasjonell forståelse, siden han samtidig nevnte at en måtte frigjøre seg fra blant annet årsplanen.

Det kan her virke som at tiden matematikklærerne har til rådighet gjennom et skoleår, begrenser mulighetene de har til å undervise mot å utvikle elevenes relasjonelle forståelse. På grunn av at relasjonell forståelse er tidkrevende å utvikle, kan dette være en av grunnene til at mange lærere velger en mer instrumentell tilnærming i undervisningen (Skemp, 1976). Begrenset tid kan dermed fungere som et hinder for utvikling av relasjonell forståelse.

### **5.3.2 Elevgruppen**

I kapittel 4.3.2, kom det frem at lærer A hadde erfart at antall elever i klassen hadde noe å si for utvikling av relasjonell forståelse. Hvis elevgruppen besto av mange elever, kunne det være mer utfordrende å skulle utvikle relasjonell hos alle disse, enn hvis elevgruppen besto av færre elever. Dette henger også sammen med tid som hinder, fordi tiden en lærer har til rådighet per elev er mindre, jo større elevgruppen er. Siden det i tillegg tar lang tid å utvikle relasjonell forståelse (Skemp, 1976), kan det dermed ta enda lengre tid med en stor elevgruppe kontra en elevgruppe med færre elever.

William (2007) fremhever at elever gjennom gruppearbeid og diskusjoner kan bidra til å forbedre hverandres læring, og at de på denne måten fungerer som ressurser for hverandre. Dermed kan det å oppfordre til elevsamarbeid føre til at læreren i mindre grad trenger å veilede alle elevene, fordi elevene kan fungere som ressurser for hverandres læring. På denne måten trenger ikke læreren å gjennomgå det samme til hver enkelt elev, men kan i stedet forklare for den ene eleven slik at denne eleven kan forklare det videre, eller forklare det for begge om begge trenger veiledning på det samme, samtidig. På denne måten blir elevantallet

på en måte halvert, og læreren har dermed mer kapasitet og tid til å veilede og støtte flere av elevene.

Forutsetningene til elevene var også noe som utpekte seg som hinder for utvikling av elevenes relasjonelle forståelse. Som nevnt i kapittel 2.3, finnes det i ethvert klasserom elever med ulike forutsetninger (Skaalvik & Skaalvik, 2013). Lærer A uttrykte eksempelvis at det var elevgruppen som avgjorde om læreren valgte en instrumentell eller en relasjonell tilnærming. Det kan dermed virke som at han mener at en «svak» elevgruppe gjør det utfordrende for læreren å skulle undervise mot å utvikle relasjonell forståelse, og at læreren derfor velger å ha en undervisning med instrumentell tilnærming. Lærer B påpekte også, i likhet med lærer A at det i mange tilfeller kunne være utfordrende for matematikklæreren å ha fokus på å utvikle relasjonell forståelse hos elevene, og mente at noen elever kanskje ikke var i stand til å utvikle relasjonell forståelse. Dette er noe Boaler (2015) trekker frem at en faglig svak elevgruppe kan føre til. Hun forklarer videre at en slik elevgruppe kan føre til at læreren gir dem for lette utfordringer slik at de ikke blir intellektuelt utfordret. Klasseromsaktivitet som ikke bidrar til at elevene blir intellektuelt utfordret, vil ifølge Schoenfeld et al. (2014) skåre lavt i dimensjonen «Cognitive Demand». På denne måten kan elevgruppens forutsetninger fungere som et hinder for utvikling av den relasjonelle forståelsen.

Videre hevdet lærer C og D at en forutsetning for å utvikle relasjonell forståelse hos elevene, var at de selv måtte ha et ønske om dette. Dette ønsket om relasjonell forståelse, mente de hadde sammenheng med hvilken undervisning elevene hadde hatt på tidligere trinn. Om elevene var vant med å ha en undervisning med instrumentell tilnærming, mente matematikklærerne at det ville være vanskeligere for læreren å utvikle relasjonell forståelse hos disse elevene. Skaalvik og Skaalvik (2013) forklarer at læringsmiljøet blant annet blir påvirket av hvordan det oppleves og erfares av elevene. Hvis elevene på tidligere trinn i større grad har opplevelser og erfaringer med instrumentell tilnærming i undervisningen, kan dette derfor føre til at de forventer en slik tilnærming i undervisningen i det nye læringsmiljøet. Dette kan videre føre til det Skemp (1976) kaller for en uoverensstemmelse. Skemp (1976) forklarer at dette kan oppleves som frustrerende for læreren, men på kort sikt ikke er like «ødeleggende» som hvis uoverensstemmelsen er motsatt. Så lenge læreren retter fokuset mot relasjonell forståelse, vil elevene i alle fall ha muligheten til å utvikle denne forståelsen. Om fokuset i stedet rettes mot instrumentell forståelse, vil elevene i liten grad ha mulighet til å

utvikle relasjonell forståelse, som ifølge Skemp (1976) kan føre til stor frustrasjon blant elevene, og vil som følge av dette være mer «ødeleggende» for dem.

### 5.3.3 Retningslinjer i skolen

Ulike retningslinjer i skolen som lærere til en viss grad er pålagt å følge, utpekte seg som nevnt, som en faktor som kunne hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse. Læreplanen, pensum, årsplaner, PISA-tester, tentamener og eksamener utpekte seg som hinder.

Lærer B hevdet at alle læreplanmålene og pensumet elevene skal ha vært gjennom frem til endt skolegang, kunne føre til at matematikklæreren følte seg presset til å få undervist i alle emner for at elevene skulle få mulighet til å tilegne seg kunnskap innenfor alle emnene. Videre trakk lærer C frem at det trengs tid for å utvikle relasjonell forståelse hos elevene og at en i større grad må frigjøre seg fra årsplanen. Dette kan tyde på at årsplanen ikke er lagt opp til å utvikle relasjonell forståelse. Som nevnt trekker Skemp (1976) frem at matematikkfaget har et veldig stort pensum, det er veldig mye som skal læres på kort tid. Et redusert pensum kan, som tidligere nevnt, gi større rom for utvikling av elevenes relasjonelle forståelse, da lærerne i større grad kan fokusere på at elevene får lære i dybden.

PISA-testene utpekte seg også som et hinder for utvikling av elevenes relasjonelle forståelse. Lærer D hevdet at PISA-testene førte til et press om å lære elevene mest mulig i forkant av disse prøvene, for at de skulle være i stand til å avgi flest mulig korrekte svar. Som nevnt i innledningen (se kapittel 1.1), kan mye av det som karakteriseres som prestasjoner på høyt nivå på PISA-testene, sees i sammenheng med relasjonell forståelse. Siden det kan virke som at PISA-testene krever en form for relasjonell forståelse for å kunne få høy skår på disse testene, bør de i mindre grad oppleves som hinder for elevenes utvikling av relasjonell forståelse.

Lærer D trakk videre frem at eksamener og tentamener bare måler elevenes regneegenskaper og ikke hvorvidt de forstår matematikken. Eksamener og tentamener kan dermed føre til at lærere velger en instrumentell tilnærming i undervisningen fordi de da får gjennomgått mest mulig av pensumet som elevene trenger kunnskap om for å besvare en eksamen. Dette påpekes også av Skemp (1976), han trekker først frem at lærerne enten kan velge å undervise mot en instrumentell forståelse fordi det er for vanskelig å oppnå relasjonell forståelse i et emne som de trenger kunnskap om til eksamen. Videre forklarer han at elevenes mål kan være

å svare korrekt på flest mulig oppgaver på en eksamen, og at det er dette som kan gjøre det utfordrende for læreren å fokusere på utvikling av deres relasjonelle forståelse. Elevene ønsker kanskje først og fremst å lære seg de prosedyrene og huskereglene som fører til at de kommer frem til riktig løsning og ikke hvorfor disse reglene fungerer. Det som kan bli utfordrende for disse elevene, er når oppgavene blir mer komplekse og de da trenger en dypere forståelse for hvordan en oppgave skal løses. Dette kan skje i situasjoner hvor elevene eksempelvis blir presenterte for problemløsningsoppgaver, fordi disse oppgavene, som nevnt i teorikapittelet, ikke skal kunne løses ved hjelp av én enkelt innlært prosedyre (Carlson & Bloom, 2005; Lesh & Zawojewski, 2007).

Dette presset som matematikklærerne opplever henger også sammen med hvor mye tid de har til rådighet. Etersom de skal gjennomgå ganske mange emner i undervisningen, må tiden disponeres slik at det er oppnåelig å komme seg gjennom alle disse. Derfor kan det være vanskelig å tilrettelegge for utvikling av relasjonell forståelse, på grunn av at elevene skal ha vært gjennom mange emner i matematikk, som dermed begrenser hvor lang tid læreren har på å gjennomgå hvert emne i undervisningen.

#### **5.3.4 Matematikklæreren selv**

Skemp (1976) forklarer at hvis matematikklærere har en instrumentell tilnærming i undervisningen hindrer de elevene i å utvikle relasjonell forståelse. Matematikklærere som ikke legger til rette for undervisninger og oppgaver som muliggjør utvikling av relasjonell forståelse, bidrar til at denne forståelsen blir utfordrende for elevene å utvikle. Lærer A hevdet at det var delte meninger blant lærere om viktigheten av utvikling av relasjonell forståelse, det virket som at noen lærere mente at det var «bra nok» at elevene utviklet instrumentell forståelse i matematikkfaget. Dette kan dermed føre til at elevene ikke får mulighet til å utvikle den relasjonelle forståelsen, på grunn av at de har en matematikklærer som mener at det er tilstrekkelig med en instrumentell forståelse. Dette henger samtidig litt sammen med det lærer B i kapittel 4.3.4 sier om at læreren noen ganger bare må si «sånt og sånt gjør man det», som kan tyde på at læreren trer inn i det Botten (2016) beskriver som fasitrollen eller rollen som korrigerer. Det kan se ut til at lærer B vurderer situasjonen, og mener at noen elever kanskje ikke er i stand til å utvikle relasjonell forståelse, og føler derfor at det er nødvendig å bare lære elevene prosedyren for å kunne komme seg gjennom til neste emne som skal gjennomgås. Dette kan sees litt i tråd med det Boaler (2015) omtaler som et av de største problemene de har i den britiske skolen. Hun påpeker at lærerne i England veldig ofte



setter merkelapper på elevene, de finner ut hvilke elever som har potensiale til å bli gode i matematikk, og hvilke som ikke har det (Boaler, 2015). Selv om hun fremhever at dette er et problem i de britiske skolene, kan det ut fra lærer Bs utsagn virke som at dette i noen tilfeller kan skje i de norske skolene også.

Lærer B nevnte i tillegg at læreren kanskje må vurdere hvor viktig det er å utvikle relasjonell forståelse innenfor hvert av emnene i matematikkfaget. På denne måten kan matematikklæreren begrense mulighetene elevene har til å utvikle relasjonell forståelse, ettersom det er opp til matematikklæreren å velge hvilke emner han mener er viktigst å utvikle relasjonell forståelse i. På en annen side trenger ikke dette nødvendigvis begrense elevenes muligheter til å utvikle relasjonell forståelse da en begrepsforståelse (som kan sees i sammenheng med relasjonell forståelse) i et emne, kan styrke en begrepsforståelse i et annet emne (NRC, 2001). Skemp (1976) trekker også frem at forståelse innenfor et emne, kan være grunnleggende for å utvikle forståelse i andre emner også. Dermed kan det være fordelaktig å utvikle relasjonell forståelse uansett om den først og fremst utvikles i få emner.

Det ble også trukket frem av lærer B noe som kunne tyde på at matematikklærere ikke alltid ga elevene en begrunnelse for det som gjøres i matematikkfaget. Som tidligere diskutert, (se kapittel 5.2.2) kan matematikklærere som gir fullverdige forklaringer for elevene i større grad bidra til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse. Motsatt kan dermed matematikklærere som ikke gir elevene fullstendige forklaringer for det som gjøres i faget, i større grad hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse. Et klasserom der elevene ikke får forklart matematikken, kan ifølge Schoenfeld et al. (2014) skåre lavt i dimensjonen «The Mathematics».

## **5.4 Fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse, og av å utvikle relasjonell forståelse**

Gjennom intervjuene kom det frem seks ulike fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse, og av å utvikle relasjonell forståelse. De tre første fordelene var at elevene kan få en mer grunnleggende eller dypere forståelse for matematikk, et bedre forhold til faget og være bedre rustet for matematikk på et høyere nivå. De tre siste fordelene var at elevene ble mer muntlig aktive, matematikken ble mye mer anvendbar og at kunnskapen de tilegnet seg gjennom en relasjonell forståelse i tillegg bevartes mye lengre.

Lærer A, B og C trakk frem at elevene kan få en bedre, mer grunnleggende og dypere forståelse av matematikk. Elever med en bedre forståelse av hva meningen med matematikk er, vil ifølge NRC (2001), kunne utvikle en mer produktiv holdning til matematikkfaget. Motsatt kan elever med instrumentell forståelse ha vanskeligheter med å oppleve matematikkfaget som nyttig og forståelig, som videre gjør det utfordrende å utvikle en produktiv holdning til faget. Dette fordi deres forståelse i stor grad omfatter et mangfold av regler og formler, og i liten grad forståelse for hvorfor disse reglene kan anvendes.

Det kom videre frem at lærer A mente at en fordel med å undervise mot å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, var at de gjennom en slik undervisning kunne oppleve matematikkfaget som artig. Dette kan sees i sammenheng med Lærer Cs utsagn om at gjennom å undervise mot å utvikle en relasjonell forståelse kunne elevene få et bedre forhold til faget. Gjennom å oppleve matematikkfaget som artig, og ved å utvikle et bedre forhold til faget, kan det tenkes at elevene kanskje kan få et større engasjement for faget. NRC (2001) hevder at elever som opplever matematikkfaget som engasjerende har bedre forutsetninger for å bli dyktige i matematikk.

Videre fremkom det av lærer C og Es intervju, at en fordel elevene kunne ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse og av å utvikle denne forståelsen, var at de hadde bedre forutsetninger for å takle matematikk på et høyere nivå. En grunn til dette kan være at elevene gjennom utvikling av relasjonell forståelse i større grad klarer å tilpasse ny kunnskap til eksisterende kunnskap, som samsvarer med en av fordelene Skemp (1976) trekker frem at utvikling av relasjonell forståelse kan føre til. Skemp (1976) hevder at elevene gjennom utvikling av relasjonell forståelse, lettere får forståelse for ulike matematiske sammenhenger. Dette kan dermed føre til at elevene lettere oppdager sammenhenger mellom ny kunnskap og eksisterende kunnskap. NRC (2001) har i sitt kompetanserammeverk beskrevet komponenten begrepsforståelse som blant annet det å se sammenhenger mellom eksisterende kunnskap og ny kunnskap. Dette kan dermed bety at utvikling av relasjonell forståelse fører til utvikling av begrepsforståelse. Elever som ikke har utviklet relasjonell forståelse, kan møte på utfordringer i matematikk som er på et høyere nivå, da oppgavene her ofte er mer komplekse og krever mer av elevene, enn bare å ha kjennskap til hvilke prosedyrer som kan anvendes.

Lærer C trakk frem at elevene kan bli mer muntlig aktive i undervisningsøkten hvis læreren underviser mot å utvikle relasjonell forståelse. Dette kan bety at elevene gjennom en

undervisning som har til hensikt å utvikle relasjonell forståelse, i tillegg kan utvikle delkompetansen Niss og Jensen (2002) kaller for kommunikasjonskompetanse. Kommunikasjonskompetansen innebærer blant annet, som nevnt (se kapittel 2.2.2), evne til å delta i matematikkholdige diskusjoner. Et klasserom der det blir lagt til rette for at elevene skal være mer muntlig aktive og delta i matematikkholdige samtaler, vil skåre høyt i dimensjonene «Access to Mathematical Content» og «Agency, Authority, and Identity».

Matematikken som læres gjennom relasjonell forståelse kan ifølge lærer D og E være mer anvendbar. Dette kan eksempelvis være fordi elevene i større grad gjennom relasjonell forståelse kan oppdage sammenhenger mellom den matematikken de får tilgang til gjennom læreboka og matematikk i hverdagen, slik lærer C påpeker at en relasjonell forståelse kan bidra til. Dette kan sees i sammenheng med komponenten NRC (2001) kaller for fleksibel tenking. For at elevene skal utvikle seg som fleksible tenkere må de være i stand til å tenke logisk mellom matematiske situasjoner og konsepter. Det kan tenkes at det er dette matematikklærerne mener med å se sammenhenger mellom matematikken i læreboken og virkeligheten. Samtidig kan det virke som at elever som utvikler relasjonell forståelse, i tillegg utvikler det Niss og Jensen (2002) kaller for symbol- og formalismekompetanse, da denne kompetansen innebærer blant annet å være i stand til å oversette mellom det matematiske språket og hverdagsspråket. Lærer D mente at utvikling av elevenes relasjonelle forståelse kunne føre til at den kunnskapen de tilegnet seg gjennom denne forståelsen bevartes mye lengre. Denne fordelene fremheves også av Skemp (1976), han forklarer at læringen er mer langvarig når elevene utvikler relasjonell forståelse.



## 6 Avslutning

Vi har gjennom dette prosjektet fått innsikt i ulike oppfatninger og erfaringer fem matematikklærere har av og med relasjonell forståelse. For å få innsikt i deres oppfatninger og erfaringer benyttet vi oss av metoden semistrukturert intervju og tok utgangspunkt i følgende problemstilling og de tre underliggende forskningsspørsmålene:

*Hvilke oppfatninger og erfaringer har matematikklærere med relasjonell forståelse?*

1. Hvilken oppfatning har de av begrepet?
2. Hvilke oppfatninger og erfaringer har de med utvikling av denne forståelsen hos elevene?
3. Hvilke oppfatninger og erfaringer har de med hvilke fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse?

Et av funnene våre viser at de fem matematikklærerne til en viss grad hadde ulike oppfatninger av relasjonell forståelse, da det var ulikheter mellom hva de vektla i sin beskrivelse av begrepet. Vi fant videre ut at en av matematikklærerne delte den samme oppfatningen som Skemp (1976) har av relasjonen mellom relasjonell og instrumentell forståelse. Dette betyr at han oppfattet relasjonell forståelse som en motsetning til instrumentell forståelse. Tre av matematikklærerne hadde en oppfatning av at disse to forståelsene var relaterte til hverandre. Disse tre hadde dermed samme oppfatning som Hiebert & Lefevre (1986) har av relasjonen mellom disse to forståelsene. Det kom ikke tydelig nok frem om den siste læreren mente at disse to forståelsene kunne sees i relasjon med hverandre, og ble dermed ikke plassert innenfor den ene eller andre oppfatningen.

Neste funn viser tre ulike faktorer som kan bidra til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse. Den første faktoren var oppgaver, her trakk matematikklærerne frem problemløsning og oppgaver relaterte til elevenes hverdag. Den andre faktoren var undervisning, her trakk de frem synliggjøring av ulike måter å komme frem til løsningen på, faglige samtaler og diskusjoner, bruk av konkretiseringsmateriell, praktisk tilnærming og fullverdige forklaringer. Den siste faktoren var matematikklæreren selv som henger tett sammen med de to ovennevnte faktorene.

Samtidig fremkom det fire ulike faktorer som kunne hindre denne utviklingen. Tid var en av disse faktorene, da relasjonell forståelse fremsto som tidkrevende å undervise mot. En annen faktor som utpekte seg, var elevgruppen. Antall elever og elevenes forutsetninger fremsto som avgjørende for hvilke muligheter læreren hadde til å utvikle relasjonell forståelse hos samtlige elever. En tredje faktor som utpekte seg som et hinder, var retningslinjer i skolen, som eksempelvis læreplaner, årsplaner, PISA-tester, eksamener og tentamener. Den siste faktoren som kunne hindre utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse, var matematikklæreren selv.

Det siste funnet viser seks ulike fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse, og gjennom utvikling av denne forståelsen. Fordelene er som følger: en mer grunnleggende forståelse for matematikk, et bedre forhold til faget, samt være bedre rustet for matematikk på et høyere nivå. I tillegg kan elevene bli mer muntlig aktive i timene, samtidig som de i større grad kan anvende matematikken, og huske det som læres mye bedre.

Som vi kan se viser funnene våre matematikklærernes ulike oppfatninger og erfaringer med relasjonell forståelse. Vi fikk innsikt i hvilke oppfatninger og erfaringer de hadde med utviklingen av denne forståelsen, både hva som kan bidra til og hva som kan hindre denne utviklingen. I tillegg viser funnene hvilke oppfatninger og erfaringer matematikklærerne hadde med hvilke fordeler elevene kan ha av en undervisning rettet mot relasjonell forståelse, og av å utvikle denne forståelsen. Funnene har dermed gitt oss den innsikten vi ønsket, og som vi videre kan ta lærdom av.

Gjennom diskusjonskapittelet kom det i tillegg frem at mye av det som kunne bidra til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse også kunne bidra til å utvikle deler av deres matematiske kompetanse. Dette kunne samtidig føre til høy skår i flere av dimensjonene i TRU Math-rammeverket. Dermed kan mye av det som bidrar til utvikling av relasjonell forståelse, samtidig bidra til et kraftfullt matematisk klasserom.

## **6.1 Veien videre**

Vårt prosjekt har blant annet vist at det finnes ulike faktorer som kan bidra til utviklingen av elevenes relasjonelle forståelse. Videre kunne det vært interessant å se på om disse faktorene faktisk bidrar til utviklingen av denne forståelsen. Prosjektet vårt viste i tillegg ulike faktorer som kan hindre denne utviklingen, dermed kunne det i tillegg vært interessant å se på om

hvordan det som utpekte seg som hinder kan unngås, slik at elevenes relasjonelle forståelse lettere lar seg utvikle.





## 7 Litteraturliste

- Boaler, J. (2015). *The elephant in the classroom: Helping children learn and love maths*. (Rev. utg.) London, UK: Souvenir Press.
- Botten, G. (2016). *Matematikk med mening: mening for alle*. Bergen: Caspar Forlag.
- Carlson, M. P. & Bloom, I. (2005). The cyclic nature of problem solving: An emergent multidimensional problem-solving framework. *Educational Studies in Mathematics*, 58(1), (s. 45-75).
- Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forlag.
- Cresswell, J. W. (2014). *Research design: Qualitative, quantitative, & mixed methods approaches*. (4.utg.). Los Angeles, CA: Sage Publications.
- Dalen, M. (2011). *Intervju som forskningsmetode: En kvalitativ tilnærming*. (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Gibbs, G. (2007). *Analyzing Qualitative data*. California: Sage Publications.
- Hiebert, J. & Grouws, D. A. (2007) The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. I F. K. Lester, Jr. (Red.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (Vol.1, s. 371-404) Charlotte, NC: Information age publishing.
- Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: an introductory analysis. I J. Hiebert, *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (s. 1-27). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.
- Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R. V., Roe, A. & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2013*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Kunnskapsdepartementet. (2010-2011). *Motivasjon – mestring – muligheter: Ungdomstrinnet*. (Meld. St. 22 2010-2011). Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/0b74cdf7fb4243a39e249bce0742cb95/no/pdfs/stm201020110022000dddpdfs.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2012-2015). *Kompetanse for kvalitet: Strategi for etter- og videreutdanning*. Hentet fra [https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/f\\_4269b\\_kompetanse\\_for\\_kvalitet.pdf](https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/f_4269b_kompetanse_for_kvalitet.pdf)
- Kunnskapsdepartementet. (2014). *Lærerløftet: På lag for kunnskapsskolen*. Hentet fra: [https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/planer/kd\\_strategiskole\\_w eb.pdf](https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/planer/kd_strategiskole_w eb.pdf)

- Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju*. (3. utg). Oslo: Gyldendal Akademisk.
- Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. K. Lester, Jr. (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 2, s. 763-804). Charlotte, NC: Information age publishing.
- Malterud, K. (2011). *Kvalitative metoder i medisinsk forskning: En innføring*. (3.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Moyer, P. S. (2001). Are We Having Fun Yet? How Teachers Use Manipulatives to Teach Mathematics. *Educational studies in mathematics* 47(2), 175-197.
- National Research Council. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. J. Kilpatrick, J. Swafford & B. Findell (Red.). Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education. Washington, DC: National Academy Press.
- Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier: Den skrivende forskeren*. Oslo: Universitetsforlaget.
- Niss M. & Jablonka E. (2014). Mathematical literacy. I S. Lerman, B. Sriraman, E. Jablonka, Y. Shimizu, M. Artigue, R. Even, R. Jorgensen, ... M. Graven (Red.) *Encyclopedia of mathematics education* (s. 391-395). Dordrecht: Springer. Hentet fra [https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-94-007-4978-8\\_100.pdf](https://link.springer.com/content/pdf/10.1007%2F978-94-007-4978-8_100.pdf)
- Niss, M. & Jensen, T. H. (Red.) (2002). *Kompetencer og matematikl ring: Ideer og inspirasjon til utvikling af matematikundervisning i Danmark* (18). K benhavn: Undervisningsministeriet.
- Nortvedt, G.A. (2013). Matematikk i PISA – matematikdidaktiske perspektiver. I M. Kj rnsl  & R. V. Olsen (Red.), *Fortsatt en vei   g : Norske elevers kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012* (s. 43-62). Oslo: Universitetsforlaget.
- Nortvedt, G. A. & Pettersen, A. (2016). Matematikk. I M. Kj rnsl  & F. Jensen (Red.), *St  kurs: Norske elevers kompetanse i naturfag, matematikk og lesing i PISA 2015* (s. 107-133). Oslo: Universitetsforlaget.
- NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole: Fornyelse av fag og kompetanser*. Hentet fra <https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf>
- P lya, G. (1957). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Garden City, NY: Doubleday.
- Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode: En innføring med fokus p  fenomenologi, etnografi og kasusstudier*. (2.utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Powell, A. B., Borge, I. C., Fioriti, G. I., Kondratieva, M., Koublanova, E., & Sukthankar, N. (2009). Challenging tasks and mathematics learning. I E. J. Barbeau & P. J. Taylor

- (Red.), *Challenging mathematics in and beyond the classroom*. (Vol. 12, s. 133-170). doi: 10.1007/978-0-387-09603-2
- Ryen, A. (2002). *Det kvalitative intervjuet: Fra vitenskapsteori til feltarbeid*. Bergen: Fagbokforlaget.
- Skaalvik, E. M. & Skaalvik, S. (2013). *Skolen som læringsarena: Selvoppfatning, motivasjon og læring*. (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. I D. Grouws (Red.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, (s. 334-370).
- Schoenfeld, A. H., Floden, R. E., & the Algebra Teaching Study and Mathematics Assessment Project. (2014). An introduction to the TRU Math Dimensions. Berkeley, CA & E. Lansing, MI: Graduate School of Education, University of California, Berkeley & College of Education, Michigan State University. Hentet fra <http://studylib.net/doc/18208384/tru-math-dimensions---the-mathematics-assessment-project>
- Skemp, R. R. (1976). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching*, 77, (s. 20-26).
- Sollid, H. (2013). Intervju som forskningsmetode i klasseromsforskning. I M. Brekke & T. Tiller (Red.), *Læreren som forsker: Innføring i forskningsarbeid i skolen* (s. 124-137). Oslo: Universitetsforlaget.
- Suydam, M. N. (1985). *Research on instructional materials for mathematics*, ERIC, Clearinghouse for science, mathematics and environmental education, Columbus, OH. (ERIC Document Reproduction Service No. 276 569).
- Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse: En innføring i kvalitativ metode*. (3.utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
- William, D. (2007). Keeping learning on track: formative assessment and the regulation of learning. I F. K. Lester, Jr. (Red.), *Second handbook of mathematics teaching and learning* (Vol.2, s. 1051-1098) Charlotte, NC: Information age publishing.
- Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education* 27(4), (s. 458-477).
- Zazkis, R. & Hazzan, O. (1999). Interviewing in mathematics education research: Choosing the questions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 17(4), (s. 429-439).



# Vedlegg

## Vedlegg 1: Godkjenning fra NSD



Ove Gunnar Drageset

9006 TROMSØ

Vår dato: 21.11.2017

Vår ref: 56855 / 3 / STM

Deres dato:

Deres ref:

### Forenklet vurdering fra NSD Personvernombudet for forskning

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 01.11.2017.

Meldingen gjelder prosjektet:

56855

*Matematikklæreres planlegging av undervisning for utvikling av elevers relasjonelle forståelse*

Behandlingsansvarlig

*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*

Daglig ansvarlig

*Ove Gunnar Drageset*

Student

*Solveig Mathiassen*

### Vurdering

Etter gjennomgang av opplysningene i meldeskjemaet med vedlegg, vurderer vi at prosjektet er omfattet av personopplysningsloven § 31. Personopplysningene som blir samlet inn er ikke sensitive, prosjektet er samtykkebasert og har lav personvernulempe. Prosjektet har derfor fått en forenklet vurdering. Du kan gå i gang med prosjektet. Du har selvstendig ansvar for å følge vilkårene under og sette deg inn i veiledningen i dette brevet.

### Vilkår for vår vurdering

Vår anbefaling forutsetter at du gjennomfører prosjektet i tråd med:

- opplysningene gitt i meldeskjemaet
- krav til informert samtykke
- at du ikke innhenter [sensitive opplysninger](#)
- veiledning i dette brevet
- UiT Norges arktiske universitet sine retningslinjer for datasikkerhet

### Veiledning

Krav til informert samtykke

Utvalget skal få skriftlig og/eller muntlig informasjon om prosjektet og samtykke til deltakelse.

Informasjon må minst omfatte:

- at UiT Norges arktiske universitet er behandlingsansvarlig institusjon for prosjektet
- daglig ansvarlig (eventuelt student og veileders) sine kontaktopplysninger

*Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.*



## Vedlegg 2: Informasjons- og samtykkeskjema til informantene

### Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet "Matematikklæreres planlegging av undervisning som kan bidra til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse"

#### Bakgrunn og formål

I forbindelse med vår mastergradsoppgave ved Universitetet i Tromsø, Institutt for Lærerutdanning og Pedagogikk, ønsker vi å få innsikt i hvordan matematikklærere planlegger undervisning som de mener kan bidra til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse. Vi ønsker innsikt i dette slik at både vi, og andre, kan lære hvordan man planlegger en undervisning som bevisst skal tilrettelegge for at elevene skal utvikle en relasjonell forståelse. En eventuell problemstilling som skal analyseres: *Hva kjennetegner matematikklæreres planlegging av undervisning, som kan bidra til utvikling av elevenes relasjonelle forståelse?*

Utvalget er basert på to kriterier: de må være matematikklærere, og de må ha en forståelse av begrepet *relasjonell forståelse* og mene at de bevisst planlegger undervisningen sin med dette som utgangspunkt.

#### Hva innebærer deltakelse i studien?

Deltakelse i studien innebærer å delta på et (kanskje to) intervju(er). Spørsmålene i intervjuene vil handle om planlegging av matematikkundervisning og begrepet relasjonell forståelse. Dataene blir registrert i form av notater, samt ved bruk av lydopptak.

Hensikten med intervjuet(ene) er å få innsikt i hvordan matematikklærere planlegger undervisning med relasjonell forståelse som utgangspunkt.

#### Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Informasjonen som kommer frem i intervjuene, er det kun vi to (prosjektgruppen), som kommer å ha tilgang til. Lydopptakene og notatene vil bli lagret på en passordbeskyttet minnepinne, som bare vi to har tilgang til.

Deltakerne i studien vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen, da det ikke vil komme frem noen form for personopplysninger om deltakerne.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 15. mai 2018. Personopplysninger og lydopptak vil etter dette tidspunktet bli slettet og makulert. Informasjonen som er innhentet fra intervjuene, vil bli analysert og videre brukt som en del av mastergradsoppgaven vår, som etter hvert vil bli tilgjengelig i Universitetet i Tromsøs arkiv for faglig og forskningsbasert materiale, [munin.uit.no](http://munin.uit.no).

## **Frivillig deltakelse**

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli slettet og ikke lengre være en del av studien.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med Solveig Mathiassen på tlf: xxx xx xxx, eller mail: xxx eller Carita M. Møller på tlf: xxx xx xxx, eller mail: xxx. Dersom du ønsker å ta kontakt med veilederen vår angående prosjektet, ta kontakt med Arne Jakobsen på tlf: xxx xx xxx, eller mail: xxx

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

## **Samtykke til deltakelse i studien**

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

-----

(Signert av prosjektdeltaker, dato)



## Vedlegg 3: Skjema for avtale med skoler



Institutt for  
lærerutdanning og  
pedagogikk

### Integrert master i lærerutdanning 1.-7. og 5.-10.

#### MASTERGRADSSAMARBEID MELLOM STUDENT OG SKOLE

<b>Student</b> (navn, e-post adresse, telefonnummer)	
<b>Veileder</b> (navn, e-post adresse, telefonnummer)	
<b>Skole /sentralbord/e-post:</b>	
Rektor (navn, e-post adresse, telefonnummer)	
Lærer/kontaktperson (navn, e-post adresse, telefonnummer)	
<b>I forbindelse med sin MA- oppgave skal studenten gjøre følgende:</b>	
<b>Taushetsklæring</b> Studenten skal undertegne taushetsklæring som leveres til skolen. Se neste side.	
<b>Personvern</b> Hvis prosjektet er meldepliktig hos NSD (Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste), skal studenten gi skolen kopi av godkjenning fra Personvernombudet for forskning.	

#### Dato og underskrift

\_\_\_\_\_  
Rektor

\_\_\_\_\_  
Student

\_\_\_\_\_  
Lærer/kontaktperson



## TAUSHETSPLIKT

Studenter med oppgaver i skolen er i samme situasjon som ansatte i grunnskolen. De samme regler om taushetsplikt som gjelder for skolens ansatte, gjelder også studenter når de gjør intervjuer og observasjoner m.m. som grunnlag for mastergradsoppgaver.

Taushetsplikten pålegges gjennom Opplæringsloven § 15.1, med henvisning til Forvaltningsloven § 13.

- Taushetsplikten omfatter opplysninger studentene får om personlige forhold som gjelder elever, ansatte, foresatte eller andre.
- Taushetsplikten medfører både plikt til å tie med opplysninger og til å verne om dokumenter og notater med opplysninger.
- Taushetsplikten gjelder i arbeid så vel som i fritid, også etter at en har sluttet som student ved UiT Norges arktiske universitet, Institutt for lærerutdanning og pedagogikk.

## TAUSHETSERKLÆRING

Jeg er kjent med overstående tekst, og plikter å holde meg etter den. Jeg vil være varsom dersom jeg skulle være i tvil om noe er underlagt taushetsplikt eller ikke.

Dato og underskrift

---

## Vedlegg 4: Intervjuguide

# Intervjuguide

### 1. Informasjon

- Informere hva datamaterialet skal brukes til
- Informere om lydopptak
- Alt er anonymisert, taushetsplikt, ingen konsekvenser i ettertid
- Informanten kan trekke seg fra intervjuet når som helst
- Beregnet tid: 20-40 minutter

### 2. Intervjuspørsmål

- 1) Hvor lenge har du undervist i matematikk?
  - a) Hvordan trinn underviser du på nå, og hvordan trinn har du undervist på tidligere?
  - b) Hvordan utdanning har du?
    - i) Hvor mye matematikk har du hatt i utdannelsen din?
- 2) Hvilken oppfatning har du av begrepet relasjonell forståelse?
  - a) Er det noe du kjenner igjen fra din egen utdanning?
- 3) Mener du at det er viktig at elevene utvikler relasjonell forståelse?
  - a) Hvis ja/nei: Hvorfor mener du det?
- 4) Det hevdes av noen at det at lærere arbeider med å utvikle relasjonell forståelse er viktig. Mener du at det bør vektlegges eller ikke i undervisningen?
  - a) Kan du begrunne litt hvorfor/hvorfor ikke det bør vektlegges.
  - b) Er det noe arbeidsplassen din har fokus på?
- 5) Om du skulle fokusere på å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, hva mener du kan utvikle dette? (oppgaver, kommunikasjon etc.)
  - a) Har du et konkret eksempel?
- 6) Hvilke fordeler eller ulemper mener du det er med å undervise mot en relasjonell forståelse?
  - a) Fordel/ulempe: Du nevnte bare fordel/ulempe, kan det være noen fordel/ulemper også?
- 7) Hvordan planlegger du undervisningen med utgangspunkt om å utvikle elevenes relasjonelle forståelse?

(Om du skulle planlegge undervisning med utgangspunkt mot å utvikle elevenes relasjonelle forståelse, hvordan ville du gjort det?)

  - a) (Har du et konkret eksempel?)
  - b) (Hva vektlegger/fokuserer du på i planleggingen?)
  - c) Begrunnelse: hvorfor mener du at dette kan bidra til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse?
- 8) Hvordan kan man få innblikk i om undervisningen har bidratt til å utvikle elevenes relasjonelle forståelse?
  - a) Kan du utdype? Har du noen eksempler?
- 9) Er det noe du ønsker å tilføye



