UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Rike, matematiske helklassekommunikasjoner

En kvalitativ forskningsstudie av lærerens og normers betydning for matematiske helklassekommunikasjoner, hvor læring, samhandling og deltakelse vektlegges.

—

Marie Hanssen og Kathrine Iselin Søderholm

Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn. Mai 2018
LRU-3903 Matematikkdidaktikk

Sammendrag

Kommunikasjon og samhandling mellom lærer-elev og elev-elev i helklassesituasjoner, blir innenfor litteraturen sett som sentral for elevenes læring. Ulike forskere i det matematikkdidaktiske forskningsfeltet har beskrevet hva matematiske helklassekommunikasjoner bør inneholde, for å utvikle matematisk kompetanse hos elevene. Hensikten med denne forskningsstudien er å undersøke hva som påvirker matematiske kommunikasjoner i klasserommet mellom læreren og elevene. Dette grunnet viktigheten kommunikasjon har for læring, samt manglende forskningslitteratur på området. Studien tar utgangspunkt i følgende forskningsspørsmål:

- *Hvilken betydning har sosiale og sosiomatematiske normer for matematiske helklassekommunikasjoner?*
- *Hvordan påvirker læreren matematiske samtaler i helklassesituasjoner, i henhold til valg og anvendelse av oppgaver, forklaringer, samtalegrep, spørsmål og elevbidrag?*

Forskningen har en kvalitativ tilnærming, der en eksplorativ spørreundersøkelse ble gjennomført etterfulgt av en teoretisk fortolkende casestudie. Forskningsspørsmålene og forskningsfokuset i casestudien ble innsnevret gjennom en spørreundersøkelse, gitt til lærere i forskjellige grunnskoler. Datamaterialet fra casestudien, som baserte seg på observasjon, videoopptak og intervju av en ungdomsskolelærers praktisering av matematiske helklassekommunikasjoner, var utgangspunktet for å besvare forskningsspørsmålene.

Med bakgrunn av våre analyser i forhold til casestudiens datamateriale, fant vi sammenhenger mellom klassens normer og lærerens handlinger tilknyttet helklassekommunikasjoner, både i seg selv og på tvers av hverandre. Normene og lærerens handlinger påvirker hva som kommuniseres mellom læreren og elevene i matematiske helklassekommunikasjoner. Videre har det, etter våre tolkninger, innvirkninger på innholdet, elevaktiviteten og hvilken matematiske kompetanse elevene *kan* utvikle i kommunikasjonene.

Forord

Masteroppgaven markerer slutten av vår femårige lærerutdanning ved Universitet i Tromsø. Arbeidet med masteren har vært ekstremt lærerik, der månedene har gått til faglige diskusjoner, innholdsrike samtaler og godt samarbeid. I tillegg har masterprosessen gitt verdifull kunnskap tilknyttet kommunikasjon i klasserommet, som vi kommer til å dra stor nytte av i vår lærerpraksis.

I den anledning er det flere vi ønsker takke. Først vil vi takke vår veileder Mette Susanne Andresen for god veiledning. En spesiell takk til Ove Gunnar Dragset, for rådgiving og kunnskapsdeling når frustrasjonen tok overhånd. Takk til alle lærerne som besvarte spørreundersøkelsen og til læreren vi undersøkte undervisningspraksisen nærmere til. Uten dere hadde ikke masteroppgaven vært mulig å skrive, derfor er vi dypt takknemlige.

Takk til våre kjære medstudenter for fem meget innholdsrike og lærerike år. Det har vært år vi aldri ville vært foruten. Takk til nære og kjære for all støtte og tålmodighet, spesielt under mastertiden. Sist, men ikke minst, en spesiell takk til våre kjære foreldre. Dere har stått på målstreken og heiet oss frem under hele studieforløpet, og vi er meget takknemlige over deres støtte.

Tromsø, Mai 2018

Marie Hanssen og Kathrine Iselin Søderholm

Innholdsfortegnelse

Tabelloversikt

Figuroversikt

1 Innledning

Masteroppgaven har til intensjon å belyse hva som påvirker matematiske kommunikasjoner mellom læreren og elevene i helklassesituasjoner. Det ble gjennomført en teoretisk fortolkende casestudie, som bygde på en eksplorativ spørreundersøkelse. Casestudien tok utgangspunkt i en ungdomsskolelærers praktisering av matematiske helklassekommunikasjoner, hvor videoopptak, semistrukturert observasjon og intervju ble benyttet.

1.1 Bakgrunn for masteren

> ”Developing mathematical understanding requires that students have the opportunity to present problem solutions, make conjectures, talk about a variety of mathematical representations, explain their solution processes, prove why solutions work, and make explicit generaliztions” (Franke, Kazemi, & Battey, 2007:230).

I beskrivelsen av matematisk forståelse ovenfor er uttrykkene ”å presentere”, ”snakke om”, ”forklare” og ”bevise”, verb som er synonyme med å samtale. Resultater fra både kvantitativ og kvalitativ forskning indikerer at elevene utvikler bedre matematisk forståelse i klasserom der de har mulighet til å utforske, undersøke, resonnere og kommunisere rundt deres ideer (Franke et al., 2007; Wood, 1998). Når den matematiske kommunikasjonen i klasserommet inneholder diskusjon av oppgaver, løsningsstrategier, prosedyrer, matematiske konsepter og liknende, har elevene mulighet å utvikle matematisk forståelse og kompetanse (Chapin, O`Connor & Anderson, 2013; Kazemi & Hintz, 2014; Smith & Stein, 2011). I slike situasjoner kan de presentere og utdype deres matematiske løsningsstrategier, tenkning og ideer, samt bygge videre på hverandres innspill. Franke et al. (2007) poengterer verdien av å høre og bygge videre på hverandres tenkning, der detaljer i elevtenkning og matematikk (spesielt matematiske oppgaver) vektlegges. Det støtter læring, og skaper muligheter for å inkludere matematisk tenkning under helklassekommunikasjoner.

Viktigheten av samtale og kommunikasjon fremkommer i Kunnskapsløftet (2006), hvor betydningen av muntlige ferdigheter, en av de grunnleggende ferdighetene, utdypes og vektlegges generelt og innfor alle fagområder. Utdanningsdirektoratet (2016) beskriver muntlige ferdigheter som en forutsetning for utforskende samtaler, der deltakerne skaper og deler kunnskap med hverandre. Innenfor matematikkfaget innebærer muntlige ferdigheter

> ”Munnlege ferdigheiter i matematikk inneber å skape meining gjennom å lytte, tale og samtale om matematikk. Det inneber å gjere seg opp ei meining, stille spørsmål og argumentere ved hjelp av både eit uformelt språk, presis fagterminologi og omgrepsbruk. Det vil seie å vere med i samtalar, kommunisere idear og drøfte matematiske problem, løysingar og strategiar med andre. Utvikling i munnlege ferdigheiter i matematikk går frå å delta i samtalar om matematikk til å presentere og drøfte komplekse faglege emne. Vidare går utviklinga frå å bruke eit enkelt matematisk språk til å bruke presis fagterminologi og uttrykksmåte og presise omgrep.” (Utdanningsdirektoratet, 2013:4).

Beskrivelsen av muntlige ferdigheter innenfor matematikk kan relateres til Chapin et al. (2013), Franke et al. (2007), Kazemi og Hintz (2014) og Smith og Stein (2011) sine uttalelser, i forhold til hva kommunikasjoner bør inneholde for å utvikle god matematisk kompetanse hos elevene. Kommunikasjonen mellom læreren og elevene i helklassesituasjoner er i stor grad styrt av lærerens handlinger, som igjen påvirker elevenes læringsmuligheter (Brendefur & Frykholm 2000; Smith & Stein, 2011; Wood, William & McNeal, 2006). Franke et al. (2007) og Yackel og Cobb (1996) mener både sosiale og sosiomatematiske normer har betydning for hvordan matematiske kommunikasjoner utarter seg. Videre mener Yackel og Cobb (1996) at sosiomatematiske normer kan fremme læring hos elevene, på bakgrunn av forventningene mellom læreren og elevene.

Basert på egen skolegang og praksiserfaringer, sitter vi igjen med et inntrykk av matematikkundervisningen preget av frontalundervisning og individuelt elevarbeid. Helklassekommunikasjoner er lite vektlagt, og matematikkfaget er preget av lite variasjon av læringsaktiviteter. Vi som nyutdannede matematikklærere vil ha fokus på høy elevaktivitet i felleskapet, der læring skapes i interaksjon mellom deltakerne.

1.2 Formål og forskningsspørsmål

Forskning viser at elevene under helklassekommunikasjoner utvikler en bedre matematisk kompetanse, når de blant annet får delt deres tenkning og gått i dybden på egen/ medelevenes tenkning, samt matematiske prosedyrer og konsepter (Brendefur & Frykholm, 2000; Chapin et al., 2013; Franke et al., 2007; Kazemi & Hintz, 2014; Smith & Stein, 2011; Wood et al., 2006). Med andre ord er kommunikasjon sentralt for elevenes læring i matematikk. Normer påvirker også elevenes læringsmuligheter. De er også sentral for undervisningens forløp og lærerens planlegging og gjennomføring av undervisningen (Franke et al., 2007). Læreren har dermed stor betydning for de matematiske helklassekommunikasjonene. Franke et al. (2007) hevder forskere er klar over lærernes sentrale rolle i forhold til å gjennomføre klasseromsamtaler. Derimot vet man lite hvilke handlinger lærerne bør gjøre for å skape samtaler, som støtter elevdeltakelse og bidrar til utvikling av matematiske kompetanse. På bakgrunn av lite forskning på området, egen nysgjerrighet og viktigheten kommunikasjon har for læring, er følgende forskningsspørsmål utarbeidet:

- *Hvilken betydning har sosiale og sosiomatematiske normer for matematiske helklassekommunikasjoner?*
- *Hvordan påvirker læreren matematiske samtaler i helklassesituasjoner, i henhold til valg og anvendelse av oppgaver, forklaringer, samtalegrep, spørsmål og elevbidrag?*

Med begrepet *helklassekommunikasjoner* menes diskusjoner, samtaler, debatter og liknende i plenum eller helklassesituasjoner. I masteravhandlingen brukes begrepet *lærerens handlinger* gjennomgående, som en samlebetegnelse for lærerens valg og anvendelse av oppgaver, forklaringer, samtalegrep, spørsmål og elevbidrag. Forskningen ser på utvalgte sosiale og sosiomatematiske normer, og vektlegger ikke hvilken matematisk kompetanse elevene sitter igjen med etter matematiske helklassekommunikasjoner. Derimot vektlegges det hvilken matematisk kompetanse elevene *kan* utvikle i helklassekommunikasjonen på bakgrunn av normene og lærerens handlinger.

1.3 Oppgavens oppbygning

I det førstkommende kapitlet beskrives det teoretiske grunnlaget for studien, før det påfølgende kapitlet redegjør for metodiske valg i henhold til både spørreundersøkelsen og casestudien. Etter metodekapittelet beskrives spørreundersøkelsens innvirkning for casestudien. Deretter presenteres et analysekapittel tilknyttet casestudien, før studiens drøftingskapittel diskuterer interessante trekk fra analysen. Avslutningsvis gir et konklusjonskapittel svar på studiens forskningsspørsmål, samt påpeker forslag til videre forskning. Under flere av hovedkapitlene redegjøres dets struktur og innhold.

2 Teori

Teorikapittelet vil først redegjøre for studiens læringssyn, og videre hva matematisk kommunikasjon er og hvordan den kan styrkes. Deretter presenteres matematikkdidaktisk teori og forskning som er benyttet for å besvare forskningsspørsmålene.

2.1 Læring som tilegnelse og læring som deltakelse

Sfard (1998) skiller mellom to metaforer angående læring; *the acquisition metaphor* og *the participation metaphor*. Læring skjer i form av tilegnelse eller mottak av kunnskap innenfor *the acquisition metaphor*. Det er en klar ende på læringsprosessen, og når kunnskapen er ervervet kan den brukes, overføres og deles med andre. I skolesammenheng skal læreren hjelpe elevene til å oppnå deres mål, ved blant annet å levere, formidle og legge til rette for kunnskap. Læring er individuelt, da det individuelle sinn og hva som går ”inn i det” vektlegges (Sfard, 1998). I *the participation metaphor* skjer læring gjennom deltakelse i et fellesskap, og det er ingen ende på hva som kan læres. For å ha mulighet til å lære, må individet være en deltaker eller medlem av en gruppe, samt kunne kommunisere med gruppens språk og handle etter normene som forhandles i gruppen. Diskurs og kommunikasjon står i fokus, der individet er interessert å delta i læringsaktiviteter for å oppnå læring (Sfard, 1998). Relatert til skolen, er læreren en integrert del av gruppen som tilrettelegger læringsaktiviteter for elevene.

I følge Sfard (1998) gjør fordelene med hver av de to metaforene det vanskelig å forkaste en av dem. Hver av dem sentrale perspektiver den andre ikke har. Forskning innenfor didaktikk er fanget mellom metaforene. Mens *the acquisition metaphor* er mer fremtredende i eldre forskning, er nyere studier ofte dominert av *the participation metaphor*. Ulike forskninger har dermed perspektiver fra begge metaforene, og kan ikke plasseres under kun en metafor. Med andre ord kan den ene metaforen vektlegges i større grad i en studie. Vår forskning vektlegger læring som deltakelse, *the participation metaphor*. En elev er medlem av en gruppe eller klasse. Gjennom deltakelse i helklassekommunikasjoner kommuniserer elevene med et matematisk språk og følger normene klassen har etablert. Det medfører at elevene og læreren i fellesskapet har mulighet å skape matematisk læring, forståelse og kompetanse.

2.1.1 Sosiokulturelt læringssyn

Det eksisterer ulike syn på læring og måter mennesket tilegner seg kunnskap på. Vår studie vektlegger kommunikasjon mellom lærer og elever, der læring gjennom samhandling er sentral. Et sosiokulturelt syn på læring er derfor naturlig for studien.

Læring eller tilegnelse av kunnskap skjer i følge den sosiokulturelle læringsteorien gjennom samhandling i kulturelle aktiviteter (Säljö, 2001). Videre betraktes læring i sammenheng med utvikling og bruk av intellektuelle/språklige og fysiske redskaper. Mennesket benytter redskapene de har tilgjengelig for å forstå og handle i hverdagen. Redskapene medierer virkeligheten for mennesket. Det antyder at mennesket ikke står i direkte, umiddelbar og ufortolket kontakt med omverden. Menneskets tenkning og forestillinger er dermed et resultat av kultur, og dens intellektuelle og fysiske redskaper (Säljö, 2001).

Innenfor den sosiokulturelle læringsteorien er kommunikasjon og språket sentralt for læring. Säljö (2001) skriver at mennesket gjennom språket kan skape mening, utveksle erfaringer, informasjon og ferdigheter. I tillegg skape og kommunisere kunnskap med hverandre. Säljö (2001) mener språket er det viktigste medierende redskapet mennesket har. Mennesket har i en hver situasjon mulighet å appropriere, overta og ta til seg kunnskap fra medmennesker i samspillet med dem.

Et individ kan tilegne seg mer kunnskap ved å kontinuerlig strekke seg til sin proksimale utviklingssone gjennom samhandling med mer kompetente mennesker. Vygotsky, Cole, John-Steiner, Scribner og Souberman (1978) beskriver den proksimale utviklingssone som: ”It is the distance between the actual developmental level as determined by independent problem solving and the level of potential development as determined through problem solving under adult guidance or in collaboration with more capable peers.” (Vygotsky et al., 1978:86). Elevens læring kan skje i samhandling med medelever og læreren. I forhold til vår studie er det sentralt at læreren tilrettelegger for helklassekommunikasjoner som støtter og videreutvikler elevens læring.

Hiebert og Grouws (2007) skriver om konseptet *opportunity to learn*, elevenes mulighet til å lære, som videre kan relateres til sosiokulturell læringsteori og helklassekommunikasjoner. Lærerens spørsmålsformulering, valg av oppgaver, respons, vektlegging av matematiske mål og emner i matematikken, forventinger til elevene, tidsfordelinger og diskusjoner læreren fører, påvirker elevenes læringsmuligheter (Hiebert & Grouws, 2007). *Opportunity to learn* er et konsept som linker undervisning og læring sammen, men *opportunity to learn* er ikke det samme som å bli undervist. Mulighet til å lære inkluderer betraktninger av elevenes forkunnskap, hensikten med oppgavene og aktivitetene, sannsynligheten for engasjement med mer. I vår forskning er handlingene læreren gjør tilknyttet *opportunity to learn*, basert på filosofien bak sosiokulturell læringsteori, og har betydning for helklassekommunikasjonene. For eksempel vil spørsmålene læreren stiller, oppgavene læreren velger og forventingene læreren har til elevene i forbindelse med helklassekommunikasjoner, ha betydning for *opportunity to learn* og hvilken matematisk forståelse elevene kan utvikle.

2.2 Matematisk kommunikasjon

Kommunikasjon i helklassesituasjoner kan betegnes som en dialog mellom lærer og elevene, så fremst flere deltar. Burbules og Bruce (2001) mener dialog enkelt kan karakteriseres som et bestemt mønster av spørsmål og svar blant to eller flere personer. Videre mener de dialog er en pedagogisk relasjon, kjennetegnet av kontinuerlig diskursiv involvering av deltakerne. Dialog er dermed mønster i verbale samspill som skiller seg fra ”monologiske” modeller, kan være rettet mot forskjellige mål og ha flere forskjellige former; diskusjon, samtale, debatt og liknende (Burbules & Bruce, 2001).

I følge Wood (1998) kan kommunikasjon i klasserommet ha to funksjoner; overføre matematisk kunnskap til elevene eller fungere som et middel hvor elevene selv kan generere mening. Det foregår ofte frontalundervisning eller forelesning i klasserommet preget av monolog, der læreren overfører kunnskap til elevene (Burbles & Bruce, 2001). Mens den første funksjonen kan relateres til monolog styrt av læreren, kan den andre knyttes til dialog, der elevene er aktive i kommunikasjonen og hjelper hverandre til å genere mening i matematikken. Dialog mellom elevene og læreren i helklassesituasjoner kan relateres til sosiokulturell læringssyn, der partene gjennom kommunikasjon muliggjør generering av mening og matematisk læring.

Hensikten med samtaler i helklassesituasjoner er å fremme matematisk læring hos elevene (Chapin et al., 2013; Franke et al., 2007), men Franke et al. (2007) poengterer at det ikke er nok å kun samtale om matematikk. Chapin et al. (2013) mener samtale uten en bestemt intensjon kan medføre en irrelevant samtale med minimal læring og mening. Formulering av tydelige matematiske mål er avgjørende for å holde rike diskusjoner, og målene påvirker planleggingen, gjennomføringen og retningen til den aktuelle undervisningen og samtalen (Chapin et al., 2013; Kazemi & Hintz, 2014; Smith & Stein, 2011).

Smith og Stein (2011) påpeker at diskusjon av karakteren vise-og-fortelle løsningsstrategier fører til lav grad av matematisk fremskritt hos elevene. I slike diskusjoner behandles løsningsstrategier likt, sammenligninger av strategier vektlegges ikke og elevene trenger i liten grad begrunne deres strategier. Smith og Stein (2011) er enig med Franke et al. (2007) at læreren og elevene må knytte løsningsstrategier sammen og videre opp mot diskusjonenes mål og matematiske ideer, for at læring skal oppstå. Dersom det skal forekomme må læreren ha kunnskap om elevenes matematiske tenkning, slik at han/hun kan stille spørsmål i forbindelse med elevenes tenkning, fremkalle flere strategier, gjøre koblinger mellom løsningsstrategier og liknende (Franke et al., 2007).

Chapin et al. (2013), Franke et al. (2007), Kazemi og Hintz (2014) og Smith og Stein (2011) mener samtaler i matematikk skal fremme matematisk kompetanse, som ifølge Kilpatrick, Swafford og Findell (2001) består av fem ulike komponenter eller tråder. Hver av komponentene representerer forskjellige aspekter av en kompleks helhetlig matematisk kompetanse. Siden studien omtaler hvilken matematisk kompetanse elevene *kan* utvikle under helklassekommunikasjoner, er det naturlig å vektlegge Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter. De fem komponentene kan ikke ses uavhengig av hverandre, da de i stor grad påvirker og går inn i hverandre. Nedenfor utdypes de fem komponentene kort, *conceptual understanding*, *procedural understanding*, *strategic competence*, *adaptiv reasoning* og *productive disposition*:

- *Conceptual understanding* Forståelse av matematiske konsepter, operasjoner og relasjoner. Det er sentralt at elevene ser sammenhengene og relasjonene innenfor matematikken, har organisert sin matematiske kunnskap i et stort og komplekst nettverk, utvikler en fleksibel forståelse, kan anvende matematikken i flere sammenhenger og kobler ny kunnskap på tidligere kunnskaper (Kilpatrick et al., 2001).
- *Procedural understanding*: Handler om å utføre prosedyrer fleksibelt, nøyaktig, effektiv og hensiktsmessig, samt kunnskap om hvordan og når en prosedyre skal anvendes (Kilpatrick et al., 2001).

- *Strategic competence:* Innebærer å kunne formulere, representere og utvikle strategier for å løse matematiske problemer (Kilpatrick et al., 2001). Elevene bør vite at en rekke løsningsstrategier kan benyttes for å løse et problem, samt hvilke strategier som kan være nyttige for å løse et bestemt problem.
- *Adaptive reasoning:* Evnen til logisk tenkning, refleksjon, forklaring og begrunnelse av en løsning eller løsningsstrategi til et problem. Om elever er uenige om et matematisk svar, kan de i prinsippet kontrollere om resonnementet er gyldig, og dermed om svaret er gyldig/rett (Kilpatrick et al., 2001).
- *Productive disposition:* Handler blant annet om å være motivert for å lære matematikk, se matematikk som nyttig og verdifullt, tro at innsats bidrar til økt læring i matematikk, ha gode holdninger og positiv innstilling til matematikk, og se meningen med å lære matematikk (Kilpatrick et al., 2001).

Wood et al. (2006) mener kommunikasjon mellom læreren og elevene i helklassesituasjoner skaper muligheter eller setter begrensninger i forhold til elevdeltakelse og elevens uttrykte matematisk tenkning. Det avgjør hvilken matematisk kompetanse elevene og læreren skaper sammen. Helklassekommunikasjon som involverer stor grad av elevdeltakelse og krever høy matematisk kompetanse av elevene, vil være relatert til høyere nivåer av uttrykt matematisk tenkning hos elevene (Wood et al., 2006). Dermed påvirker kommunikasjonen mellom elevene og læreren hvilken matematisk tenkning eller kompetanse det kreves av elevene, samt hvilken kompetanse elevene utvikler.

2.2.1 Samtaler og diskusjoner i matematikk med høy kvalitet

Lærerne som tilrettelegger matematiske samtaler og diskusjoner med høy kvalitet, gir elevene mulighet til å utvikle matematisk forståelse (Chapin et al., 2013; Franke et al., 2007). Chapin et al. (2013) beskriver hvordan kvaliteten til matematiske samtaler kan øke og bli mer produktive gjennom fire trinn. Det første trinnet, *hjelpe enkeltelever å tydeliggjøre og dele egne tanker,* er sentralt for at både læreren og elevene skal forstå en elevs tankegang. Trinnet kan relateres til konseptene *way of thinking* og *way of understanding* (Harel, 2008):

- *Way of understanding*: Resultatet av en kognitiv aktivitet. For eksempel når en elev løser en oppgave eller et problem, lager eleven en bestemt løsning (Harel, 2008).

- *Way of thinking*: Er en bestemt kognitiv aktivitet som kjennetegner individets *way of understanding*. Det er ikke mulig å observere *way of thinking*, så læreren og eventuelt medelevene må tolke elevenes tenkning i matematikk, og på bakgrunn av det trekke slutninger (Harel, 2008).

Enkelt forklart er menneskets uttalelser og handlinger, *way of understanding*, et kognitiv produkt av mental handlinger. *Way of understanding* kan avsløre den kognitive karakteristikken, *way of thinking*, i den mentale handlingen (Harel, 2008). Under matematiske samtaler og diskusjoner i helklassesituasjoner presenterer elevene deres matematiske tenkning, og uttrykker dermed løsninger av en oppgave/et problem på bakgrunn av en kognitiv aktivitet. Elevens *way of understanding* gir læreren og de andre elevene et innblikk i elevens matematiske tenkning, *way of thinking*. Det er dermed viktig at læreren hjelper elevene med å tydeliggjøre deres forklaringer og *way of understanding.* Sett i forhold til det første trinnet, er det også sentralt at normer er etablert slik at elevene føler seg trygge å dele tanker og ideer i fellesskapet (Chapin et al., 2013).

Det neste trinnet, *hjelpe elever til å orientere seg mot medelevenes tankegang*, innebærer at elevene lytter til og forstår hverandres ideer, for senere ha mulighet å komme med relevante innspill til hverandre (Chapin et al., 2013). Dermed må læreren hjelpe elevene til å uttrykke deres *way of understanding* på tydeligst mulig måte, så læreren og medelevene får et godt innblikk i elevenes *way of thinking* (Harel, 2008). Trinn tre, *hjelpe elever til å utvikle egen evne til resonnering*, vektlegger at elevene begrunner, forklarer og argumenterer for og resonnerer rundt egne tanker, ideer eller løsninger (Chapin et al., 2013). Det siste trinnet, *hjelpe elever til å engasjere seg i medelevenes tanker, forklaringer og resonnementer*, er trinnet der den produktive samtalen blir komplett. Elevene vil lære av hverandre ved å engasjere seg i medelevenes ideer, tanker, argumentasjoner og resonneringer, gjennom å lytte, forstå, gjenta og respondere med relevante innspill (Chapin et al., 2013). Når alle trinnene er "dekt" øker mulighetene for produktive matematikksamtaler der læring forekommer.

2.3 Sosiale og sosiomatematiske normer

Et av forskningsspørsmålene vektlegger sosiale og sosiomatematiske normer, og de utdypes dermed i avsnittene nedenfor. Det er vesentlig for å forstå hvordan normer påvirker matematiske helklassekommunikasjoner og elevenes matematiske læring. I tillegg for å gi dypere beskrivelser i masteroppgavens analysedel.

Franke et al. (2007) understreker at sosiale normer styrer klasseromsinteraksjoner og det matematiske arbeidet. Normer påvirker dermed hvordan kommunikasjonen foregår i klasserommet. Det har lenge vært anerkjent at samhandlingen eller interaksjonen mellom lærer og elever, som er påvirket av de sosiale normene, setter føringer for læringsmulighetene til elevene (Wood, 1998). Ifølge Wood (1998) er sosiale normer underliggende mønster og rutiner i klasserommet som muliggjør en harmonert interaksjon mellom deltakerne i klasserommet. Mønstrene er ofte skjulte og guider handlingene. Wood (1998) var opptatt av hvordan samspillet mellom sosiale normer og kommunikasjonsmønster skaper forskjellige kulturer for læring av matematikk. I klasserommet vil regulariteter i adferden mellom lærer og elever bli dannet over tid, på bakgrunn av forventinger og forpliktelser mellom partene gjennom interaksjon og kommunikasjon. Rom for feiltakning, lite akseptabelt å snakke i munnen på hverandre og forventninger rundt deling av tanker, kan være eksempler på sosiale normer.

Det er ikke bare sosiale normer som påvirker hvordan kommunikasjonen foregår, men også sosiomatematiske normer. Yackel og Cobb (1996) skilte sosiale normer fra sosiomatematiske normer, der sosiomatematiske normer er en spesifisering av generelle, sosiale normer. Sosiale normer gjelder for ethvert fagområde, mens sosiomatematiske normer er spesifikke innenfor matematikk (Yackel & Cobb, 1996). Enkelt forklart er sosiomatematiske normene de felles ”spillereglene”, forventingene, holdningene og oppfatningene elevene og læreren har til hverandre, matematikk og matematikkundervisningen, i forhold til normative aspekter av matematiske diskusjoner og aktiviteter (Yackel & Cobb, 1996). Sosiomatematiske normer kan være hva som er matematisk forskjellig, et akseptabel matematisk svar/forklaring/begrunnelse, en sofistikert/effektiv løsning eller eleganse i matematiske forklaringer.

Sosiomatematiske normer kan i følge Yackel og Cobb (1996) fremme læring hos elevene på ulike måter. For eksempel kan de sosiomatematiske normene forvente at elevene skal prøve å forstå medelevenes forklaringer og sammenligne egne løsninger med andre, for å se ulikheter og likheter mellom løsninger og svar. Om flere løsninger blir vektlagt og sett på som gyldige, så fremst de er matematisk forskjellig, vil elevene presentere ulike forklaringer i forhold til en løsning eller idé. På den måten kan læreren få et innblikk i den matematiske forståelsen elevene sitter inne med (Yackel & Cobb, 1996).

Sosiale og sosiomatematiske normer eksisterer i alle matematikk-klasserom, men er ikke forutbestemt da de utarbeides og fastsettes i interaksjonen mellom læreren og elevene (Yackel & Cobb, 1996). Regelmessig interaksjon medfører kontinuerlig gjenforhandling og utvikling av normer (Franke et al., 2007). Hvilke normer som etableres påvirker læringsmiljøet i matematikk, og er avgjørende for både elevenes og lærerens læringsutbytte (Chapin et al., 2013; Wood, 1998; Wood et al., 2006; Yackel & Cobb, 1996). Fraivilling, Murphy og Fuson (1999) forklarer at det krever lærerkunnskap om både matematikkundervisning og elevenes matematiske tenkning for å etablere normer som støtter elevenes utvikling av matematisk forståelse og kompetanse.

Chapin et al. (2013) mener to spesifikke normer må være til stede i klasserommet, så gode klasseromdiskusjoner skal forekomme; *respectful discourse* og *equitable participation*. Førstnevnte omhandler at alle elevbidragene skal behandles med respekt og behandles seriøst, samt ikke bli ignorert eller latterliggjort. Kazemi og Hintz (2014) mener alle elever er meningsdannere, og alle bidrag har verdi. Uansett hvilken matematisk kompetanse elevene har, skal de føle at deres meninger, forklaringer, tanker og liknende er verdifulle. I tillegg utdyper Kazemi og Hintz (2014) at det må være rom for feiltakning, og at det alltid er noe logisk bak elevenes tenkning. *Respectful discourse* innebærer dermed at elevene føler seg respektert av læreren og medelevene, og er trygg på å dele sine tanker i helklassekommunikasjoner. *Equitable participation* omhandler at alle elevene skal ha lik mulighet til å delta i samtaler og diskusjoner i fellesskapet, der alle snakker regelmessig om deres ideer og responderer på hverandres bidrag. Med andre ord er det ikke bare faglig sterke elever eller elever med høy sosial status som skal komme til ordet (Chapin et al., 2013). Om elevene føler at bidragene deres ikke blir respektert, eller ikke kommer til ordet i diskusjoner, blir de ukomfortabel med å presentere deres tanker og ideer. Det kan påvirke helklassekommunikasjoner negativt. Normene *respectful discourse* og *equitable participation* bør dermed vektlegges i etableringen av normer, da elevene vil føle viktigheten av å bidra i klasseromdiskusjoner uavhengig av deres faglige nivå (Chapin et al., 2013).

2.3.1 Klasseledelse

Etablering av normer er en sentral del av lærerens klasseledelse (Nordahl, 2013), da læreren ofte har stor makt og setter standarden for hvilke normer som etableres (Yackel & Cobb, 1996). Det er derfor naturlig å trekke inn klasseledelse i vår masteroppgave. God klasseledelse er en integrert kompetanse, og kommer best til uttrykk gjennom den autoritative lærerstilen (Nordahl, 2013). Nordahl (2013) mener lærerne som lykkes med klasseledelse opplever kontroll og trygghet i arbeidssituasjonen. I tillegg til normer, er det tre andre hovedområder innenfor klasseledelse som bør håndteres samtidig (Nordahl, 2013):

- *Positiv og støttende relasjon til hver enkelt elev:* Drugli og Nordahl (2013) beskriver kvaliteten på lærer-elev-relasjonen, interaksjonen mellom læreren og eleven, er sentralt for elevenes faglige og sosiale læring. En positiv og støttende lærer-elev-relasjon inneholder blant annet nærhet, åpenhet, støtte, omsorg, anerkjennelse og respekt mellom partene, som medfører at elevene ofte føler trygghet og tilhørighet hos læreren, har høy skoletrivsel, gode arbeidsvaner og gode forutsetninger for mestring og læring i skolen (Drugli & Nordahl, 2013).
- *Tydelige forventinger og motivering av elevene.* Nordahl (2013) utdyper at lærerne må gi elevene tydelige forventinger og motivere til god faglig og sosial arbeidsinnsats, så de kan realisere sitt læringspotensial. Hver enkel elev skal oppleve mestring gjennom realistiske forventinger og utfordringer tilpasset sine forutsetninger og behov (Manger, 2013).
- *Etablering av en god læringskultur:* Læringskulturen bestemmes av normer, holdninger, verdier og sosiale strukturer som er utviklet i forhold til læringsprosessen. Det avgjør elevenes konsentrasjon, deltakelse og motivasjon i læringssammenhenger. God læringskultur i klassen fremmer en positiv holdning til læring (Utdanningsdirektoratet, 2015).

2.4 The Knowledge quartet

Lærerens matematiske og didaktiske kompetanse ble vektlagt av lærerne som besvarte spørreundersøkelsen. Dermed tok casestudien utgangspunkt i rammeverket *the Knowledge quartet,* utarbeidet av Rowland, Turner, Thwaites og Huckstep (2009). Deler av rammeverket ble brukt for å analysere lærerens handlinger i helklassekommunikasjonen. Rowland et al. (2009) undersøkte hvor synlig lærernes fagkompetanse er i planleggingen og gjennomføringen av matematikkundervisning. Med utgangspunkt ble rammeverket *the Knowledge quartet* utviklet for observasjon, analyse og utviklingen av undervisning. Rammeverket har fire hovedkategorier; *foundation, transformation, connection* og *contingency* med underkategorier. Basert på vår studie så vi det hensiktsmessig å ta utgangspunkt i hovedkategoriene. Flesteparten av underkategoriene var lite aktuelle, da forskingens hensikt var å fokusere på lærerens anvendelse av oppgaver, forklaringer, samtalegrep, spørsmål og elevbidrag i matematiske helklassekommunikasjoner, og ikke lærerens fagkompetanse i seg selv.

2.4.1 Foundation

Foundation er den første av fire kategorier i *the Knowledge quartet*, og skiller seg ut fra de andre tre. Mens de vektlegger lærerens praksis, struktur og valg i undervisningen, fokuserer denne kategorien på lærerens matematiske fagkunnskap og didaktisk kunnskap (Rowland et al., 2009). Dermed avhenger de tre andre kategoriene i *the Knowledge quartet* av *foundation*. Ball, Thames og Phelps (2008) sitt kompetanserammeverk kan benyttes for å beskrive lærerens kunnskap. På bakgrunn av deres rammeverk ble noen av spørsmålene til den eksplorative spørreundersøkelsen utarbeidet. Videre er forståelse av hva som kreves av lærerens fagdidaktiske kunnskap i matematikk, hensiktsmessig for å analysere lærerens handlinger under de matematiske helklassekommunikasjonene.

Sherin (2002) mener ledelse av et diskurssamfunn krever at læreren utvikler nye, eller har tilstrekkelig forståelse av det matematiske innholdet og pedagogikk. Smith og Stein (2011) mener kunnskap om det matematiske innholdet, hvordan elevene tenker omkring det matematiske innholdet og hvilke pedagogiske grep som kan bidra til rike diskusjoner, er kunnskaper læreren bør ha for å holde diskusjoner. Disse kunnskapene kan relateres til Ball, et al. (2008) sitt ”egg” om lærerens undervisningskunnskap. ”Egget” beskriver hva lærerens kunnskap bør bestå av. Det er inndelt i to hovedkategorier av kunnskap: *subject matter* *knowledge* og *pedagogical content knowledge*. Pedagogisk fagkunnskap kan tilknyttes didaktikk, og stammer fra Shuleman (1986) som relaterte pedagogisk kunnskap med fagkunnskap. ”Egget” til Ball et al. (2008) består i utgangspunktet av seks kunnskapstyper. På bakgrunn av vår studie, er det mest relevant å vektlegge tre av dem. De er beskrevet under med vekt på kunnskap læreren bør ha i forbindelse med matematiske helklassekommunikasjoner:

Specialized content knowledge er matematisk fagkunnskap som er unik for matematikkundervisning (Ball et al., 2008). Læreren bør ha en dypere forståelse av matematisk kunnskap enn elevene, da undervisning krever kunnskap utover det som læres til elevene. For eksempel er det hensiktsmessig at læreren forstår de ulike matematiske konseptene og sammenhengene mellom dem, kan belyse det matematiske innholdet, ideer, prosedyrer eller konsepter på forskjellige måter, forstår hvorfor ulike løsningsstrategier fungerer i forhold til en oppgaveløsning, kan forklare det matematiske bak en misoppfatning, vite om og bruke ulike matematiske representasjoner, vurdere matematiske forklaringer, spørre sentrale matematiske spørsmål og endre oppgaver så de er tilpasset elevene (Ball et al., 2008).

Kunnskap som kombinerer lærerens kunnskap om sine elever og fagkunnskap i matematikk, kalles for *knowledge of content and students*. For å kunne forutse og forstå elevenes matematiske ideer, tenkning og misoppfatninger, samt hvilke løsningsstrategier, resonnementer og argumenter de kommer med under helklassekommunikasjonene, må læreren ha fagkunnskap i matematikk. I tillegg bør læreren være i stand til å forutse hva elevene finner lett eller vanskelig å lære, og hva elevene finner interessant og motiverende (Ball et al., 2008).

Knowlegdge of content and teaching kombinerer lærerens kunnskap om undervisning og fagkunnskap i matematikk (Ball et al., 2008). Her vil de to tidligere nevnte kunnskapstypene være sentral, slik at læreren kan tilrettelegge undervisningen i forhold til valg av innhold, undervisningsformer, oppgaver, eksempler, analogier med mer, så elevene oppnår et tilstrekkelig læringsutbytte, får en progresjon i undervisningen og unngår misoppfatninger (Ball et al., 2008).

Lærerens oppgave er å planlegge matematikksamtaler med kvalitet (Chapin et al., 2013; Franke et al., 2007; Ulleberg & Solem, 2018). Brendefur og Frykholm (2000) gjorde en casestudie av to lærere, der det viste seg at lærerens matematiske fagkunnskap påvirket kommunikasjoner i helklassesituasjoner. En lærer med hull i sin matematiske fagkunnskap opplevde vanskeligheter med å forstå elevenes tanker, ideer, løsningsstrategier, misoppfatninger med mer, og følte usikkerhet under gjennomføringen av matematiske helklassekommunikasjoner (Brendefur & Frykholm, 2000). Lærere kan dermed oppleve at egen fagkompetanse setter begrensinger for å holde gode samtaler i matematikkundervisningen.

2.4.2 Transformation

Transformation handler om planleggingsfasen, og fokuserer på hvordan læreren viderformidler og presentere et nytt emne (Rowland et al., 2009). Læreren skal blant annet forvandle sin fagkunnskap til å bli hensiktsmessig pedagogisk og didaktisk. For å kunne implementere egen kunnskap inn i undervisningen, for deretter videreformidle egen kunnskap, må læreren ta i bruk ulike hjelpemidler. Valg av oppgaver, eksempler, analogier, forklaringer og demonstrasjoner er viktige elementer som kreves for å formidle og videreføre kunnskap til andre. Hvilke valg og hvordan lærer velger å ta i bruk disse ulike elementene er sentralt innenfor *transformation*, og legger grunnlaget for hvordan læreren hjelper elevene til å oppnå matematisk kompetanse. Sett i forhold til vår studie vektlegges lærerens valg av oppgaver, samt hvilke forklaringer læreren gir tilknyttet matematiske ideer, konsepter, prosedyrer og oppgaver.

Oppgaver

Læreren bør velge oppgaver på et nivå der elevene oppnår undervisningens matematiske mål, og rike matematiske diskusjoner forekommer (Chapin et al., 2013; Kazemi & Hintz, 2014; Smith & Stein, 2011). Smith og Stein (2011) skriver lærerne må velge passende oppgaver der elevene får intellektuell utfordringer. Oppgavens matematiske nivå og hva den krever av elevenes matematiske kompetanse, medfører at forskjellige oppgaver gir ulike læringsmuligheter. For studien er det relevant å vite hvilke oppgaver som kan gi god matematisk læring for elevene under helklassekommunikasjoner.

For å få en rik matematisk diskusjon er det i følge Smith og Stein (2011) hensiktsmessig at læreren velger *oppgaver på et høyt nivå.* De skiller mellom oppgaver på lavt og høyt nivå. *Oppgaver på et lavt nivå* krever at elevene bruker memorerte/innlærte regler, prosedyrer og definisjoner for å løse dem. Det er "enkelt" å løse slike oppgavene, siden de ikke er tvetydige, krever lite eller ingen tenkning og løsningsmetoden er innlysende. Videre har oppgavene ingen koblinger til konseptene som ligger til grunne for reglene, prosedyrene og definisjonene som læres og reproduseres. Fokuset ligger på å få rett svar, i stedet for å utvikle matematisk forståelse (Smith & Stein, 2011). Hensikten med *oppgavene på et høyt nivå* er å gi elevene en dypere forståelse av matematiske konsepter og ideer, på bakgrunn av prosedyrene som kan benyttes for å løse en oppgave. Oppgavene krever kompleks tenkning, utforskning, forståelse av matematiske konsepter, prosedyrer og sammenhenger, styring av egne tanke prosesser og et overblikk over egen arbeidsprosess (Smith & Stein, 2011). Det er dermed ikke innlysende for eleven hvilken eller hvilke prosedyrer som kan brukes for å løse oppgaven.

Oppgaver på et høyt nivå har likhetstrekk med *problemløsningsbasert matematikk* og *undersøkende matematikk*. *Problemløsningsbasert matematikk* skal føre til nysgjerrighet, engasjement, kreativitet og utvikling av matematisk forståelse og kompetanse hos elevene (Artique & Blomhøj, 2013; Koicho 2014). Ifølge Artigue & Blomhøj (2013) er problemløsningsbasert matematikk non-routine problems der elevene må utforske, resonnere, argumentere, bevise, forklare og evaluere i løsningsprosessen. Powell, Borge, Fioriti, Kondratieva, Koublanova og Sukthankar (2009) beskriver problemløsning som en kognitiv prosess rettet mot et mål, der verken løsningen eller løsningsprosessen for problemet er åpenbar for problemløseren. Kilpatrick et al. (2001) skiller mellom rutinemessige og ikke-rutinemessige problemer, der førstnevnte er problemer som krever reproduktiv tenkning; eleven trenger bare å reprodusere og anvende en kjent løsningsprosedyre ved å bruke tidligere erfaringer. Ved ikke-rutinemessige problemer kjenner ikke eleven umiddelbart til en løsningsmetode, og må tenke produktivt for å forstå og løse problemet (Kilpatrick et al., 2001). *Problemløsningsbasert matematikk* kan relateres til *inquiry based learning* (Artique & Blomhøj, 2013), også kalt *undersøkende matematikk*. Innenfor *inquiry based learning* arbeider elevene på samme måte som matematikere eller forskere, med den vitenskapelige arbeidsformen som utgangspunkt. Gjennom utforskning kommer man frem til løsninger på matematiske problemer (Artique & Blomhøj, 2013).

Læringsformen *inquiry based learning* aviser tradisjonell pedagogisk praksis, tradisjonell undervisning, der fokuset ligger på instruksjon og drilling av regler og prosedyrer. Det Smith og Stein (2011) betegner som oppgaver på lavt nivå, kan relateres til tradisjonell undervisning og prosedyreoppgaver, der hensikten med elevenes oppgavearbeid er å drille på innlærte regler og prosedyrer. Ifølge Smith og Stein (2011) må ikke alle oppgaver som velges ut og anvendes i klasserommet ligge på et høyere nivå for å få til rike diskusjoner og belyse viktige matematiske ideer, men oppgaver på et lavt nivå krever begrenset tenkning og resonnering av elevene. Det kan medføre vanskeligheter med å holde rike diskusjoner og gå i dybden på matematikken.

Forklaring

Sfard (1998) skriver forskning innenfor undervisning har perspektiver fra begge metaforene; *the acquisition metaphor* og *the participation metaphor*. Forskningen vår vektlegger læring som deltakelse, men det er likevel relevant å trekke inn læring som tilegnelse, der kunnskap overføres gjennom formidling. Både helklassekommunikasjonene og elevdeltakelsen kan påvirkes dersom læreren overfører kunnskap gjennom monolog, frontalundervisning og lange forklaringer. Det er derfor sentralt å vektlegge om læreren formidler kunnskap til elevene gjennom forklaringer eller ikke. Ved innføring av nytt matematiske stoff gir læreren på bakgrunn av faglige og didaktiske kunnskap ofte forklaringer tilknyttet matematiske ideer, konsepter, prosedyrer og liknende (Ball et al., 2008). Læreren bør kunne gi forskjellige forklaringer eller belyse det matematiske stoffet på ulike måter. Forklaringene læreren kommer med burde være tilpasset elevenes faglige nivå. For eksempel er det ingen poeng å bruke et matematisk språk som elevene ikke forstår, eller legge nivået på forklaringene for høyt/lavt.

2.4.3 Connection

Den tredje kategorien, kalt *connection*, omhandler hvordan læreren gjennomfører undervisningen for å skape matematisk forståelse hos elevene (Rowland et al., 2009). Rowland et al. (2009) beskriver viktigheten med progresjon i undervisningen, gjennom blant annet å dele undervisningen inn i ulike ”sekvenser”, stille spørsmål eller bygge videre på elevresponsene. Studien vår vektlegger i hovedsak læring som deltakelse, og læreren bør derfor inkludere og aktivisere elevene i helklassekommunikasjoner der samhandling og læring forekommer. For å se hvordan læreren får elevene aktive i kommunikasjoner, tar forskningen utgangspunkt i Chapin et al. (2013) sine samtalegrep. Spørsmålene læreren stiller har også innvirkninger på elevaktiviteten og læringsutbyttet. Det medfører at Ulleberg og Solems (2018) spørsmålsmodell også utdypes.

Samtalegrep

Chapin et al. (2013) mener samtalegrep, *talk moves,* er hensiktsmessige grep læreren kan benytte for å inkludere og øke elevdeltakelsen under matematiske samtaler. Begrepet *talk moves* refererer til strategiske måter å stille spørsmål på, og inviterer til deltakelse i klasseromsamtaler. Hvert samtalegrep er basert på observasjoner fra dyktige lærere og deres måte på å støtte de fire trinnene mot produktive matematikksamtaler (se 2.2.1) (Chapin et al., 2013). Både Kazemi og Hintz (2014) og Smith og Stein (2011) referer til ulike samtalegrep. Det tyder på nytteverdi blant grepene. Chapin et al. (2013) tar for seg ulike samtalegrep, men her utdypes; *wait time, turn and talk, say more, press for reasonning* og *so are you saying (revoicing).*

Wait time handler om å gi elevene betenkningstid etter spørsmål som krever komplekse mentale tenkninger. Elevene vil for eksempel ha behov for å tenke over spørsmål der de skal knytte sammenhenger, begrunne strategier eller bevise noe, før de presenterer deres tenkning til klassen. Chapin et al. (2013) viser til forskning som påpeker at lærerne ikke gir elevene tilstrekkelig betenkningstid, og det å vente i ti sekunder i stedet for to sekunder kan være utfordrende. Et samtalegrep, som er til stor nytte når ingen elever responderer på et spørsmål, er *turn and talk*. Ved å snakke med en partner får elevene mulighet til å strukturere og klargjøre egne tanker tilknyttet matematiske løsningsstrategier, sammenhenger, resonnementer og liknende. Det medfører at de ofte blir mer åpen for å dele deres tenkning i fellesskapet etter partnersamtalen (Chapin et al., 2013). Videre får elevene også orientert seg til hverandres tenkning (Kazemi & Hintz, 2014). Lærerne kan skape situasjoner hvor elevene får mulighet til å uttrykke, klargjøre og begrunne deres matematiske tenkning til hverandre, og de har i følge Wood (1998) mulighet til å reflektere rundt egen matematisk forståelse og begrunnelse. Samtalegrepet *turn and talk* kan i lys av hans teori gi elevene mulighet til matematisk refleksjon. I tillegg vil de som lytter ha mulighet til å reflektere rundt de matematiske ideene og begrunnelsene partneren kommer med.

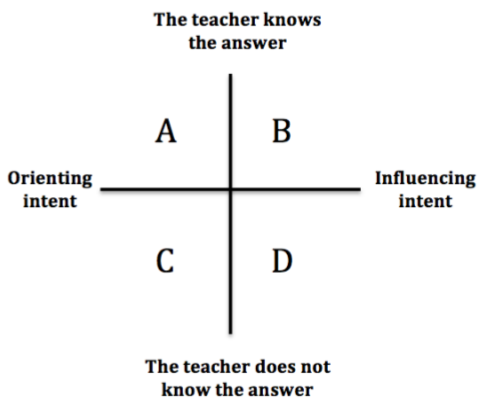
Når elever svarer med korte svar bestående av noen få ord, kan læreren bruke samtalegrepet *say more*; be elevene om å utvide deres forklaring. Elevene vil da gi mer informasjon om deres matematiske tenkning (Chapin et al., 2013). Læreren kan hjelpe elevene til å utvikle evnen til å resonnere gjennom grepet *press for reasonning*, der eleven blir presset til å forklare sin tankemåte og gå dypere inn i forklaringene. Over tid med slike resonneringer, vil elevene bli dyktigere til å grave dypere i matematikken selv om læreren ikke etterspør det (Chapin et al., 2013). Elever gir ofte uklare eller lange, komplekse uttalelser som kan være vanskelig å forstå, og læreren kan i slike situasjoner gjenta hva eleven har sagt, ved bruk grepet *so are you saying (revoicing)*. Det gir eleven mulighet til å klargjøre resonnementet, og de andre elevene får hørt det igjen, dog i en klarere versjon. Samtalegrepet er også hensiktsmessig dersom en elev har sagt noe viktig for diskusjonen som de andre elevene bør få høre en gang til (Chapin et al., 2013).

Fraivilling et al. (1999) gjorde et studie der de undersøkte hva lærerne gjorde under matematikkundervisningen. I en nærmere casestudie, av en spesielt dyktig lærer, fant de tre konkrete grep læreren anvendte for å hjelpe elevene til å utvikle en solid matematisk forståelse; *lokke frem* elevenes løsningsstrategier, *støtte* elevenes begrepsforståelse og *utvide* elevenes matematiske forståelse. *Lokke frem* handler om å få elevene til å fortelle deres tenkning, løsningsstrategier, arbeidsmåter med mer. På den måten får læreren et innblikk i elevenes matematiske forståelse og kompetanse, og kan tilrettelegge undervisning der elevene oppnår undervisningens matematiske mål med utgangspunkt i elevforklaringer. *Støtte* baserer seg på å hjelpe elevene til å utvikle mer presis forståelse av ulike matematiske konsepter. Det siste grepet, *utvide* elevenes matematisk forståelse, omfatter å hjelpe elevene med å lære nye ting med utgangspunkt i det de allerede forstår og arbeider med (Fraivilling et al., 1999). Samtalegrepene til Chapin et al. (2013) kan hjelpe læreren til å *lokke frem*, *støtte* og *utvide* elevenes matematiske tenkning. *Wait time*, *turn and talk* og *say more* kan benyttes for å lokke frem elevens tenkning, mens *so are you saying* kan støtte elevenes utvikling av matematisk forståelse. *Press for reasonning* kan hjelpe elevene til en dypere matematisk forståelse.

Spørsmålsformulering

Rowland et al. (2009) skriver under kategorien *connection* at spørsmål og spørsmålsformulering er et viktig aspekt i undervisningen. Klasseromkommunikasjon kan bli analysert fra forskjellige perspektiver, og spørsmålene læreren stiller er en dimensjon (Ulleberg & Solem, 2018). Lærerens spørsmålsformulering har blitt identifisert som en kritisk og utfordrende del av lærerens arbeid (Boaler & Brodie, 2004). Det å stille gode spørsmål er kognitivt krevende, og krever både faglig og didaktisk kunnskap i matematikk av læreren (Ball et al., 2008). Ifølge Ulleberg og Solem (2018) er spørsmålene læreren stiller avgjørende for utviklingen av matematiske samtaler og tenkning. Når lærerne stiller elevene spørsmål og ber om mer enn tilbakekalling, får elevene blant annet mulighet til å uttrykke sine ideer, tanker, løsninger med mer muntlig. I tillegg kan de sammenligne strategier og koble de opp mot matematiske ideer, noe som fremmer matematisk forståelse og kompetanse (Franke et al., 2007). Lærerens spørsmål former læringsmiljøet og det matematiske terrenget som krysses, og spørsmålene kan lære elevene å stille viktige spørsmål i eget arbeid (Boaler & Brodie, 2004).

Ulleberg og Solem (2018) utviklet en spørsmålsmodell bestående av fire ulike spørsmålsområder. Modellen er hensiktsmessig for å analysere og utvikle matematisk kommunikasjon i klasserommet. Videre kan lærerne ha modellen i tankene når de planlegger, gjennomfører og evaluerer undervisning. Den består av vertikal og horisontal akse med hvert sine ytterpunkt. På den vertikale aksen ligger fokuset på lærerens forhold til svaret, om han/hun vet svaret på det stilte spørsmålet, samt om læreren er nysgjerrig på elevsvarene. Horisontal akse har fokus på spørsmålets intensjon eller hensikt. På venstre side av aksen er lærerens intensjon bak spørsmålet å orientere seg mot hva elevene husker, hvordan de tenker eller gir mening om emnet eller utfordringen, hvilke strategier de bruker med mer. Læreren spør elevene hva de har tenkt eller funnet ut. På høyre siden er lærerens hensikt å påvirke eller presse elevenes tenkning videre. Spørsmålene utfordrer elevene til å tenke videre, der de må forklare, utforske og oppdage nye matematiske forbindelser (Ulleberg & Solem, 2018). Nedenfor utdypes de fire spørsmålsområdene som er dynamisk knyttet sammen:



Figur 1: Ulleberg og Solems (2018) spørsmålsmodell

Område A: The teacher knows the answer – orienting intent

Spørsmålene kan relateres til kommunikasjonsmønstret IRE der læreren vet spørsmålenes svar, og stiller spørsmål for å kontrollere om elevene har forstått eller husker det riktige svaret. Spørsmålene er lite kognitiv utfordrende, da eleven skal komme med, huske eller tilbakekalle de riktige svarene (Ulleberg & Solem, 2018).

Område B: The teacher knows the answer – influencing intent

På dette området finner vi spørsmål som har til hensikt å påvirke og utfordre elevenes tenkning i spesifikke retninger. Læreren vil at elevene skal matematisere, oppdage sammenhenger og mønstre, lære å forklare, argumentere og gi bevis. Elevene blir veiledet av læreren i planlagte retninger, slik at elevene kan utforske og finne viktige matematiske aspekter og ideer (Ulleberg & Solem 2018). Mange av spørsmålene i matematiske samtaler vil være på dette området, og læreren må ha både spesialisert matematisk fagkunnskap og kunnskap om elevenes matematiske tenkning for å skape utfordrende og rike samtaler (Ball et al., 2008).

Område C: The teacher does not know the answer – orienting intent

Læreren kjenner ikke svaret, og er interessert å vite hvordan elevene tenker og argumenterer, hvordan de forbinder eller knytter sammen kunnskap, hvilke strategier de bruker for å løse oppgaver, hvordan de forklarer deres matematiske svar med mer. Denne utforskningen er avgjørende for å kunne spørre elevene oppfølgingsspørsmål fra B-området. Læreren får en innsikt i elevenes matematiske forståelse på ulike nivåer, og spørsmålene inviterer og oppfordrer elevene til å sette ord på deres matematiske tenkning, og dele sine matematiske forklaringer og strategier med hverandre. Erfarne lærere har hørt mye elevtenkning tidligere og vil ha forventninger om hva de kan svare, men de vet ikke nødvendigvis hva en bestemt elev vil tenke, og nye løsninger kan alltid dukke opp (Ulleberg & Solem, 2018).

Område D: The teacher does not know the answer – influencing intent

Læreren utfordrer elevene til å tenke videre, og får dem for å utforske en oppgave eller et spørsmål uten å dirigere dem. Læreren har ikke svaret, og vet ikke hva elevene kan komme med. Noen ganger beveger læreren seg inn på områder der han/hun har hull eller mangler i egen matematisk fagkunnskap. Spørsmålene er ofte preget av ”hva-om-spørsmål”, og læreren kan presse elevene til å bygge videre på hverandres tenkning gjennom slike spørsmål (Ulleberg & Solem, 2018).

I følge Ulleberg og Solem (2018) er det ikke nok å kun stille spørsmål i området C for å utvikle elevenes matematiske tenkning. I en samtale der spørsmålene hovedsakelig kommer fra område C, kan den betraktes som *førstegenerasjonspraksis* hvor det legges liten vekt på å veilede elevene (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008). Læreren må utfordre elevene med spørsmål fra B- og D-området for å støtte matematisk læring på bakgrunn av utforskning (Smith & Stein, 2011). Egnede og interessante spørsmål fra B- og D-området bygger på svarene elevene møter i C-området. Hvilke spørsmål som tilhører de ulike områdene i modellen, vil variere med konteksten, klassen og elevens matematiske kunnskap, forholdet mellom læreren og de enkelte elevene, forskjellene mellom elevene i klassen og liknende (Ulleberg & Solem 2018).

2.4.4 Contingency

Den siste kategorien i *the Knowledge quartet* er *contingency*. Kategorien omhandler hvordan læreren er tilbøyelig for å gå utenfor den planlagte undervisningen, responderer til uforventede elevbidrag, og utnytter muligheter som blir tilgjengelige og bygger videre på dem (Rowland et al., 2009). Uavhengig av lærerens undervisningsplanlegging, vil uforventede eller uforutsette elevbidrag oppstå. Hvis læreren har god faglig forståelse, god undervisningskunnskap og lengere undervisningserfaring, vil færre uforventede overraskelser forekomme (Ball et al., 2008; Ulleberg & Solem, 2018). Det er viktig å ikke avvise elevenes bidrag, men inkludere dem i undervisningen. Gjennom de fem praksisene til Smith og Stein (2011), er det enklere for læreren å implementere elevbidrag i helklassekommunikasjonen, og utnytte deres læringspotensial. Forskningen vår benytter de fem praksisene, da elevene må komme med bidrag for å skape dialog. Når bidragene får oppmerksomhet kan læreren skape interesse, engasjement og læring hos elevene.

Bruk av elevbidrag

Smith og Stein (2011) hevder mange lærere trenger opplæring og øvelse i å skape læringsmuligheter hos elevene under matematiske diskusjoner. Stein et al. (2008) mener en utfordring læreren står ovenfor i forhold til gjennomføring av helklassediskusjoner, er bruk elevenes bredere spekter av bidrag på oppgaver/problemer på måter som fremmer matematisk læring for hele klassen. De foreslår en modell bestående av fem praksiser, som skal fremme elevsentrert undervisning og gjøre det enklere for læreren å orientere seg i elevenes ulike bidrag på matematiske oppgaver under diskusjoner. I tillegg skal modellen hjelpe læreren å utvikle en dypere forståelse av matematiske konsepter og ideer hos elevene, basert på elevbidrag og undervisningens/diskusjonens matematiske mål (Stein et al. 2008). De fem praksisene bygger på hverandre, og god gjennomførelse av en praksis er avhengig av at de foregående praksisene er gjennomført på en god måte (Smith & Stein, 2011). Nedenfor nevnes essensen av *de fem praksisene*:

- *1. Praksis: Forutse elevenes matematiske bidrag:* I motsetning til Rowland et al. (2009) nevner Smith og Stein (2011) hvordan læreren på forhånd, før undervisningsøkten, kan anta hvordan elevene tilnærmer seg oppgaver. Læreren kan blant annet utvikle forventinger og antakelser om hvordan elevene tolker og løser oppgaven(e), hvordan løsningsstrategier kan relateres til matematiske ideer eller hvilke misoppfatninger elevene kan utvikle. (Stein et al., 2008).
- *2. Praksis: Overvåke elevenes bidrag:* Når elevene arbeider med oppgaven sirkulerer læreren rundt for å observere elevenes matematiske tenkning og resonnering. Målet med overvåkningen er å identifisere det matematiske læringspotensialet til løsningsstrategiene eller bidragene elevene utvikler (Stein et al., 2008).
- *3. Praksis: Utvelging av elever/elevgrupper som skal presentere deres matematiske bidrag i plenumet:* Læreren velger ut bestemte elever/elevgrupper til å presentere deres løsningsstrategier eller matematisk tenkning, basert på undervisningsøktens/diskusjonens matematiske mål eller vektlegging av matematiske ideer (Stein et al., 2008).
- *4. Praksis: Hensiktsmessig rekkefølge av elevbidragene:* Læreren bestemmer rekkefølgen på de utvalgte elevbidragene for å få kontroll over diskusjonens matematiske innhold, samt for å maksimere sjansene for at diskusjonens matematiske mål blir oppnådd (Stein et al., 2008), og at en god utvikling av elevenes matematiske forståelse forekommer (Smith & Stein, 2011).
- *5. Praksis: Koble elevbidragene med hverandre og videre til matematiske ideer:* Læreren hjelper elevene til å se sammenhenger mellom ulike presenterte løsninger, og knytter løsningene videre til større matematiske ideer (Stein et al. 2008). Målet er å la elevbidragene bygge på hverandre, slik at de sammen utvikler sentrale matematiske ideer (Smith & Stein, 2011).

Sherin (2002) påpeker, som Smith og Stein (2011), vanskeligheten lærerne står ovenfor tilknyttet diskusjoner; bruke elevbidrag utgangspunkt eller som grunnlag, og samtidig sikre at diskusjonen er matematisk produktiv. Altså kan lærerne ha problemer med å støtte både prosessen og innholdet i diskusjoner på samme tid. Begrepet prosessen referer til hvordan læreren og elevene samhandler i diskusjoner; hvem snakker til hvem, når og på hvilke måter. En sentral del av diskusjonsprosessen er normer og forventinger angående deltakelse (Sherin, 2002). Gjennom en metode kalt *filtering approach* uthever Sherin (2002) hvordan læreren kan rette elevenes oppmerksomhet mot spesifikke matematiske ideer. I likhet med Smith og Stein (2011) *hensiktsmessig rekkefølge av elevbidragene,* beskriver hun hvordan læreren kan filtrere elevbidragene ved å fokusere på noen av de reiste bidragene og eventuelt legge til nye bidrag og tilnærminger, for deretter å velge hvilke bidrag klassen skal bygge videre på i helklassekommunikasjonen for å nå undervisningens matematiske mål. Filtreringsmetoden kan tjene både prosess- og innholdsmål. Når det gjelder prosess, har elevene stor mulighet til å dele sin tankegang, og lærerens filtrering av bidrag er basert på elevbidragene. Videre gir metoden læreren mulighet å utøve kontroll over diskusjonens matematiske retning, ved å velge blant elevbidragene og eventuelt tilføre bidrag. Da kan læreren gjennomføre produktive og verdifulle matematiske helklassekommunikasjoner basert på elevbidrag, noe som sammenfatter tanken bak *de fem praksisene*. *De fem praksisene* og *filtering approach* kan dermed gjøre læreren mer forberedt til å håndtere uventende elevbidrag.

3 Metode

Kapittelet vil først redegjøre for metodisk overblikk og metodiske valg. Videre beskrives hvordan innhentingen og analyseringen av datamaterialet foregikk. Deretter presenteres metodekritikk og studiens kvalitet, samt ulike forskningsetiske betraktninger studien tok hensyn til.

3.1 Vitenskapsteoretiske paradigme

I det konstruktivistiske vitenskapsteoretiske paradigmet blir kunnskap betraktet som et menneskelig produkt, skapt mellom mennesker i sosial samhandling, og er konstruert for å forstå og forklare verden rundt oss (Postholm, 2010). Kunnskapen er dermed i stadig endring og fornyelse. Vårt vitenskapsteoretiske ståsted er konstruktivistisk, da vi mener læreren og elevene gjennom samhandling og kommunikasjon lærer og skaper matematisk kunnskap. På bakgrunn av det, tok forskningen utgangspunkt i sosiokulturell læringsteori, som Prawat (1996) plasserer under konstruktivismen. Vi ønsket å forske på matematiske helklassekommunikasjoner, og videre hvilken matematisk kompetanse elevene kan utvikle i slike kommunikasjoner. Studien fikk dermed følgende forskningsspørsmål:

- *Hvilken betydning har sosiale og sosiomatematiske normer for matematiske helklassekommunikasjoner?*
- *Hvordan påvirker læreren matematiske samtaler i helklassesituasjoner, i henhold til valg og anvendelse av oppgaver, forklaringer, samtalegrep, spørsmål og elevbidrag?*

Ut fra forskningsspørsmålene var vi avhengig å innsamle gyldige data som ga innsikt i matematisk helklassekommunikasjon. For å besvare spørsmålene gjennomførte vi to undersøkelser; en spørreundersøkelse og en casestudie.

3.2 Kvalitativ tilnærming

Data ble innsamlet og analysert kvalitativt i vår studie. Merriam (2009) skiller grovt mellom kvalitativ og kvantitativ data, hvor kvalitativ data kan ses som ord og kvantitativ som tall. Kvalitative tilnærminger søker etter innsikt i menneskets forståelse og mening av egne erfaringer og handlinger (Merriam, 2009). Forskningen vår hadde klare kvalitative preg. Kvalitativ data var nødvendig for å få et rikt innblikk i læreres meninger angående helklassekommunikasjoner, samt hvordan normer og lærerens handlinger påvirket matematiske helklassekommunikasjoner.

Studien kan videre relateres til beskrivende forskning og kvalitativ sosiokulturell studie (Battista, Smith, Boerst, Sutton, Confrey, White & Quander, 2009). Beskrivende forskning brukes for å forstå bakgrunnen og konteksten, gi ny forståelse av årsaker til sosiale problemer, gi ideer til fremtidige forskninger med mer (Battista et al., 2009). Hensikten med studien var å forstå bakgrunnen til, eller hva som påvirket matematiske helklassekommunikasjoner, gjennom å undersøke normer og lærerens handlinger. Kvalitative sosiokulturelle studier ser i følge Battista et al. (2009) på gruppers fysiske, sosiale og symbolske miljø i klasserommet, og kan benyttes for å forstå hvordan læring skjer. Vi ønsket å se hvordan kommunikasjonen mellom læreren og elevene i helklassesituasjoner satt føringer for hvilken matematisk kompetanse elevene kunne utvikle.

3.2.1 Eksplorativ undersøkelse

I forskningen ble en spørreundersøkelse utarbeidet og brukt eksplorativt, som en innledende undersøkelse, for å snevre forskningsfokuset og innhente relevant informasjon til casestudien. Eksplorative undersøkelser gir verdifull kvalitativ data om et fenomen, og innsikt i meninger mennesker har i forhold til et sosial eller menneskelig problem (Creswell, 2014). Slike undersøkelser er blant annet hensiktsmessig for å avgjøre hvilke variabler eller faktorer som skal vektlegges i hovedundersøkelsen. Creswell (2014) omtaler designet *exploratory sequential mixed metods*, der datainnsamlingen foregår i to faser; først en kvalitativ datainnsamling etterfulgt av en kvantitativ datainnsamling. Spørreundersøkelsen utgjorde et kvalitativ datamateriale og ble brukt eksplorativt, selv om den påfølgende fasen var kvalitativ, og ikke kvantitativ. Hensikten med spørreundersøkelsen var å undersøke i læreres oppfatninger tilknyttet helklassekommunikasjon, samt om de hadde interessante innvendinger vi ikke hadde tenk på.

3.2.2 Casestudie

Det er ulike forskningsdesign innenfor kvalitativ forskning, der casestudier ofte anvendes i forskning innenfor utdanning (Yin, 2014). Yin (2014) mener casestudier er best egnet når forskningsspørsmålet er et ”hvordan”- eller ”hvorfor”-spørsmål, forskeren(e) har liten kontroll over hendelser og fokuset er på samtidsfenomener i en virkelighetsnær kontekst. Selv om bare det ene forskningsspørsmålet var et ”hvordan”-spørsmål, skjedde forskningen i klasserom, en virkelighetsnær kontekst, og vi som forskere hadde ingen kontroll over gjennomførelsen av helklassekommunikasjonen.

Merriam definerer casestudie slik; ”A case study is an in-depth description and analyse of a bounded system. (Merriam, 2009:40). Yin (2014) poengterer også viktigheten av å gå i dybden, men i forhold til sosiale fenomener og ikke avgrensende systemer. Ved å benytte en lærer, fikk vi mulighet til å gå i dybden og få detaljerte beskrivelser av innvirkningene lærerens handlinger hadde for det sosiale fenomenet kommunikasjon, i det avgrensende systemet klasserommet. I tillegg ga det innsikt i betydningen sosiale og sosiomatematiske normer har for matematiske helklassekommunikasjoner. Siden vi tok hensyn til etablerte begreper og teorier fra matematikkdidaktikk, kan casestudien betegnes det Andersen (2013) kategoriserer som *teoretisk fortolkende casestudie*.

3.3 Datainnsamling

Det ble foretatt to datainnsamlinger i forskningen; en datainnsamling i forhold til spørreundersøkelsen og en i forbindelse med casestudien. Et spørreskjema ble benyttet i spørreundersøkelsen, mens observasjon, videoopptak og intervju i casestudien. Datamaterialet fra observasjon og videoopptak utgjorde det primære datamaterialet i casestudien. Intervju er i følge Yin (2014) en av de mest sentrale datainnsamlingsstrategiene innenfor casestudier, men datamaterialet fra intervjuet utgjorde i vår forskning et sekundært datamateriale. Hensikten med intervjuet var å gi utfyllende beskrivelser i analysen i forhold til videomaterialet og våre observasjoner av undervisningen.

3.3.1 Spørreskjemaet

Intensjonen bak spørreskjemaet var å få et innblikk over ulike forhold tilknyttet helklassekommunikasjon, samt få bekreftet om læreres oppfatninger stemte overens med våre antakelser relatert til matematikkdidaktisk teori og forskning. Yin (2014) mener litteraturgjennomgang før forskningsprosjekt gir innsikt i hvilke spørsmål som bør stilles angående det undersøkende området. Basert på lest teori og tidligere forskning innenfor matematikkdidaktikk, ble spørsmålene utarbeidet. Lærerne fikk blant annet spørsmål om hva som er god helklassekommunikasjonen, hva som påvirker og kan ødelegge for kommunikasjonen, og hvilken rolle kommunikasjon kan ha.

Vi utarbeidet et *semistrukturert spørreskjema* (Johannessen, 2009), med fem åpne spørsmål og to spørsmål med oppgitte svaralternativer (Vedlegg 1). Bedømmelsesskalaer i forhold til *bipolare skalaer* (Aarø, 2007) ble brukt på spørsmålene med svaralternativer. De inneholdt henholdsvis tre og fire svaralternativer, og var benyttet for å se om lærerne var enige med våre synspunkter angående hvilken rolle og hva som påvirket helklassekommunikasjoner. Aarø (2007) mener åpne spørsmål kan anvendes for å få supplerende informasjon og øke forståelsen av resultatene. Åpne spørsmål som *Hva anser du som god kommunikasjon i plenumssituasjoner?* og *Hva mener du kan ødelegge kommunikasjon i plenumssammenhenger?* ble stilt i spørrespørreskjemaet. Det var enten for å få en dypere forståelse av lærerens oppfatning i forhold til kommunikasjon, eller for at lærerne skulle få supplere med deres erfaringer/synspunkter om spørsmålene med svaralternativer utelukket noe.

Spørreskjemaet var bevisst relativ kort, og tok i underkant av ti minutter å besvare. Vi ønsket at lærerne skulle ta seg tid, og være motivert til å besvare undersøkelsen i deres hektiske hverdag. I tillegg ville de forhåpentligvis ta seg tid til å besvare på de åpne spørsmålene, og vurdere svaralternativene i forhold til spørsmålene med svaralternativer, som følge av spørreskjemaets korte lengde.

3.3.2 Semistrukturert observasjon

Presentert i forskningsspørsmålene, ønsket vi å se hvilken påvirkningskraft lærerens handlinger har på matematiske samtaler i helklassesituasjoner, samt betydningen til sosiale og sosiomatematiske normer. ”Observation is more than just looking. It is looking (often systematically) and nothing systematically (always) people, events, behaviours, settings, artefacts, routines and so on.” (Marshall and Rossman, 1995; Simpson og Tuson, 2003:2, referert i Cohen et al., 2011:456). På bakgrunn av forskningsspørsmålene og beskrivelsen av datainnsamlingsmetoden observasjon, var det hensiktsmessig å observere læreren og elevene under matematiske helklassekommunikasjoner. Observasjon egner seg spesielt godt når forskeren ønsker å innsamle datamateriale direkte fra naturlige sosiale situasjoner (Christoffersen & Johannessen, 2012; Cohen et al., 2011). Vi som forskere ble derfor primærkilden til datamaterialet. Det øker potensiale for mer valid data, som ifølge Cohen et al. (2011) er observasjonens unike styrke.

Man skiller mellom *strukturert* og *ustrukturert observasjon*, hvor *semistrukturert observasjon* (Cohen et al., 2011) befinner seg i midtsjiktet. Christoffersen og Johannessen (2012) skriver at forskeren under *ustrukturert observasjon* ikke har planlagte retninger for observasjonen, og går åpen inn i situasjonen for å gi detaljerte beskrivelser. Observasjonen vår hadde en viss grad av struktur da vi allerede, ut i fra våre forskningsspørsmål, hadde bestemt retningslinjer. Både konteksten og forskningsområdet var valgt, så en *ustrukturert observasjon* kunne ikke gjennomføres. Ved *strukturert observasjon* har forskeren på forhånd bestemt observasjonskategorier (Cohen et al., 2011). Hendelser og uttalelser som faller utenfor kategoriene går dermed tapt. I vårt tilfelle var verken *strukturert* eller *ustrukturert observasjon* passelig, men noe mellom disse ytterpunktene. Ved *semistrukturert observasjon* har forskeren et utgangspunkt for observasjonen, men er i tillegg åpen for innvendinger. Det medfører at forskeren kan la innsamlet observasjonsdata påvirke analyseprosessen, da alle kodene ikke er bestemt på forhånd (Cohen et al., 2011). Observasjoner kan derfor medføre kontinuerlig redigering av forhåndsbestemte eller nyetablerte koder eller kategorier. Vi utarbeidet et observasjonsskjema med overordnende kategorier, men det var rom for observasjoner utenfor de utarbeidende kategoriene (Vedlegg 2). *Semistrukturert observasjon* var dermed en god plattform for vår datainnsamling.

Vi, som observatører i klasserommet, observerte etter *første orden* (Bjørndal, 2012), da observasjon var primæroppgaven. Det kan videre knyttes til rollen *fullstendig observatør*, som ifølge Gold er en av fire roller observatøren kan ha (Gold, 1958, referert i Cohen et al., 2011). En *fullstendig observatør* er tilstede i konteksten, men ubemerket. *Observasjon av første orden* og vår rolle som *fullstendig observatør* var viktig for å få et helhetlig bilde av helklassekommunikasjonen, for videre kunne vurdere påvirkningskraften til normer og lærerens handlinger. Vi som observatører ønsket med andre ord ikke å være en del av aktivitetene i klasserommet. Meningen var å sitte anonyme bakerst i klasserommet, og ikke delta i undervisningen eller gå rundt i klasserommet for å observere og veilede elevene.

3.3.3 Semistrukturert intervju

Læreren som deltok i casestudien ble intervjuet for å kommentere funn fra spørreundersøkelsen. I tillegg fikk h*n spørsmål om elevgruppen, undervisningen og sitt arbeid med helklassekommunikasjoner. Det var for å forstå lærerens handlinger og opplevelser tilknyttet matematiske helklassekommunikasjoner. Intervjuet kan relateres til det

Yin (2014) omtaler som *shorther case study interview,* korte intervju med enn viss struktur der eventuelle funn kan bekreftes. På bakgrunn av intervjuets hensikt, ble et *semistruktuert intervju* (Merriam, 2009), med *strukturerte spørsmål* og *oppfølgingsspørsmål* gjennomført (Vedlegg 3). *Strukturerte spørsmål* som bekrefter funn, må være nøye formulert, så forskeren blir mest mulig objektiv og informanten får komme med egne kommentarer (Yin, 2014). De strukturerte spørsmålene var basert på funn og spørsmål fra spørreundersøkelsen. Videre kunne ikke våre meninger angående helklassekommunikasjoner gjenspeiles i spørsmålene. *Oppfølgingsspørsmål*, som Merriam (2009) betegner som *probes,* har til hensikt å grave dypere i informantens besvarelser. Det var nødvendig for å unngå misforståelser, avklare eventuelle uklarheter og få god forståelse av lærerens besvarelser.

Det å stille gode spørsmål er nøkkelen til meningsfull data, og pilotintervju er avgjørende for å teste spørsmålene (Merriam, 2009). Da intervjuet ikke utgjorde et primært datamateriale, men et sekundært, gjennomførte vi ikke et pilotintervju. Gode intervjuspørsmål er åpne, samt gir detaljerte og beskrivende data (Merriam, 2009). Vi prøvde å utarbeide spørsmål som ga rike beskrivelser, og ikke ledende eller ja-eller-nei-spørsmål. Læreren fikk for eksempel spørsmålene: *Hvordan får du alle elevene til å delta aktivt i helklassekommunikasjoner?* og *Hvilke normer er det i klasserommet?*

3.4 Teknologiske hjelpemidler

Observatører kan ha vanskeligheter med å observere og notere alt som skjer, og vi valgte dermed å bruke videokamera som verktøy og redskap for et høyere detaljnivå. Video brukes i forbindelse med datainnsamling, også innenfor forskning tilknyttet utdanning (Roschelle, 2000). Cohen et al. (2011) skriver videoopptak er et ypperlig medium til å registrere interaksjoner og få detaljer observatører kan overse, og lydopptak ikke kan registrere. Ved hjelp av videokamera ønsket vi å innhente både visuell og muntlig observasjonsdata fra klasserommet. På bakgrunn av studiens hensikt, hvordan normer og lærerens anvendelse av oppgaver, forklaringer, samtalegrep, spørsmål og elevbidrag påvirker matematisk helklassekommunikasjoner, var både det læreren og elevene formidlet gjennom tale og kroppsspråk relevant. Visuell data var derfor like sentral som muntlig, noe videokameraet fanget. Videokameraet ville gi studien et mer detaljert datamateriale på bakgrunn av data om læreren, elevene, oppgavene med mer. Videoopptak tillater observasjon av samme hendelse (Roschelle, 2000). Avspillingsmuligheten ga oss mulighet til å se situasjoner fra flere perspektiver, samt flere ganger. I tillegg kunne vi oppdage situasjoner i videomaterialet som ikke ble observert i undervisningsøktene.

På bakgrunn av ønsket om å analysere alle uttalelsene fra læreren i intervjuet, ble lydopptak benyttet. Yin (2014) hevder lydopptak gir mer nøyaktige gjengivelser av et intervju enn egne notater. Hvis vi bare tok egne notater under intervjuet, kunne vesentlig informasjon gått tapt. Lydopptaket senket behovet for å ta notater underveis, og ga oss mulighet til å konsentrere oss om lærerens uttalelser og komme med eventuelle oppfølgingsspørsmål.

3.5 Utvalg

Under blir det beskrevet hvordan utvalget av informanter tilknyttet spørreundersøkelsen og casestudien var gjennomført.

3.5.1 Valg av forskningsdeltakere til spørreundersøkelsen

Et *strategisk utvalg* ble gjennomført i utvelgelsen av spørreundersøkelsens forskningsdeltakere. Thaagard (2013) skriver kvalitative studier baserer seg på strategiske utvalg. Det betyr at forskeren velger deltakere med egenskaper eller kvalifikasjoner som er strategiske i forhold til forskningsspørsmålet og undersøkelsens teoretiske perspektiver. Utvelgingsstrategien var styrt av rollen deltakerne hadde i skolen. Selv om forskningen var innenfor matematikkdidaktikk, valgte vi også å sende spørreskjemaet til lærere som ikke underviste i matematikk. Sosiale normer, oppgaver og lærerens fagdidaktiske kunnskap og evne til å føre helklassekommunikasjoner, påvirker også kommunikasjoner i andre fag enn matematikk. Sosiomatematiske normer var ikke vektlagt i spørreskjemaet, da de er spesifikke for matematikkfaget. Spørreundersøkelsen ga dermed et generelt innblikk i læreres meninger angående helklassekommunikasjon, da deres fagområde og undervisningstrinn ikke var vektlagt. Ved å sende spørreskjemaet til lærere, uavhengig deres fagområde, ville det forhåpentligvis føre til flere besvarte skjemaer.

3.5.2 Valg av forskningsdeltakere til casestudien

Det ble også foretatt et *strategisk utvalg* (Thaagard, 2013) i forbindelse med læreren til casestudien. Noen av premissene var at læreren hadde erfaring fra skolen, minst 60 studiepoeng i matematikk og fokus på helklassekommunikasjoner i matematikkundervisningen. I tillegg ønsket vi en lærer som underviste på ungdomstrinnet.

Valg av trinn skjedde på bakgrunn av vår interesse og intensjon om å arbeide på ungdomstrinnet etter endt utdanning.

I uformell samtale med en universitetslærer ble vi anbefalt en ungdomsskolelærer. Vi hadde kjennskap til læreren, og oppsøkte h*n. Læreren var positiv til vårt forskningsprosjekt, og ønsket å stille opp. Opprinnelig ønsket vi to lærere til casestudien, og kontaktet dermed noen av våre tidligere praksislærere som oppfylte premissene. På grunn av tidspress og vanskeligheter med å få kontakt og respons fra disse praksislærerne, endte vi opp med en lærer. Cohen et al. (2011) skriver at studier av kvalitativ art ikke er bundet av krav om store mengder informanter. Dermed var bruk av en lærer i casestudien tilstrekkelig.

Den utvalgte læreren oppfylte premissene, da h*n underviste på ungdomstrinnet, var adjunkt med tilleggsutdannelse innenfor matematikk og hadde undervist siden 2000. Læreren tok videre en master innenfor matematikkdidaktikk. Det kunne indikere at h*n var oppdatert på nyere forskning innen området. H*n underviste i fagene matematikk, IKT og kroppsøving. IKT-bakgrunnen kunne ha innvirkning på lærerens bruk av teknologiske verktøy i undervisningen. Matematikkundervisningen skjedde i tre forskjellige klasser, derav to klasser på samme trinn. Datainnsamlingen foregikk i disse to klassene. Det medførte at læreren gjennomførte samme undervisning to ganger, samt ga oss forskere større rom for innsamling av data. Begge klassene bestod i underkant av tjue elever, der det var jevnt fordelt mellom kjønnene. Læreren hadde hatt begge klassene over en periode, og kjente dermed elevene og deres forutsetninger.

3.6 Praktisk gjennomføring

3.6.1 Gjennomføring av spørreundersøkelse

Omtrent firehundre lærere på forskjellige grunnskoler i Nordland og Troms fylke fikk spørreundersøkelsen via mail. I mailen var det bevisst poengtert at de ikke trengte å undervise i matematikk for å delta i spørreundersøkelsen, samt at spørreundersøkelsen var anonym. Johannessen (2009) skriver forskeren kan sende purring etter 3-4 uker for å påminne deltakerne om undersøkelsen, og ved påminnelsen sendes i tillegg samme informasjon som første gang. På grunn av relativ kort forskningsperiode fikk lærerne en påminnelse etter en uke. Påminnelsen ble sendt til alle lærerne på bakgrunn av anonym deltakelse, da vi ikke visste hvem som hadde besvart eller ikke besvart.

3.6.2 Gjennomføring av observasjonen

Fire undervisningsøkter ble observert, to i hver av klassene. Undervisningsøktene varte i en klokketime, der aktiviteten helklassekommunikasjon utgjorde førti til femtifem minutter. Forskningsspørsmålene våre fokuserte på elev-lærer-kommunikasjon i helklassesituasjoner, og dermed dannet helklassekommunikasjoner et naturlig grunnlag for studien. Observasjonsdata fra blant annet individuelt elevarbeid, gruppearbeid og uformelle samtaler mellom lærer og enkeltelever ble ikke innsamlet. For en sammenhengende helhet i datamaterialet var de observerende undervisningsøktene påfølgende. Første økt i hver klasse inneholdt oppstart av nytt tema, sannsynlighet, mens andre økt inneholdt en fortsettelse av temaet. I forhold til matematisk tema hadde vi ingen preferanser, men ønsket et tema der *problemløsningsbasert matematikk* naturlig kunne anvendes for å utfordre elevenes matematiske tankegang.

Vi valgte åpen observasjon, der deltakerne var informert om observasjonen (Christoffersen & Johannessen, 2012). Verken læreren eller elevene fikk en fullstendig beskrivelse av studien. Det begrunnes under delkapittelet 3.9.2. Vi var *fullstendige observatører* (Cohen et al., 2011), da vi satt passiv bakerst i klasserommet og tok observasjonsnotatene. For å vise respekt ovenfor lærerens praksis og ivareta lærerens undervisning på best mulig måte, samt respekt ovenfor elevene, forstyrret vi ikke undervisningen. Observasjonene var dermed gjennomført i en naturlig setting (Cohen et al., 2011), slik at datamaterialet ble så realistisk som mulig.

Bruk av videokamera

Roschelle (2000) skriver det ideelle bildet for forskningsbruk er bredt, stasjonær og vinklet ned på deltakerne. Videre bør kameraet fange alle deltakerne i den aktuelle aktiviteten, og bruk av to eller flere kamera gir et bredere syn enn et kamera (Roschelle, 2000).Ved å plassere et kamera bakerst i klasserommet og et fremst, ble alle deltakerne filmet. Kameraet bak innhentet for eksempel lærerens ansiktsuttrykk og kroppsspråk, samt hva h*n skrev på Smartboard. Det fremste kameraet filmet elevenes ansiktsuttrykk, kroppsspråk og handlinger. Begge kameraene stod i ro, og vinklet litt ned mot forskningsdeltakerne.

3.6.3 Gjennomføring av intervju

Merriam (2009) og Yin (2014) påpeker at lydopptak ikke bør anvendes når informanten ikke gir tillatelse eller opplever ubehag i situasjonen. I forkant av intervjuet spurte vi læreren angående lydopptak, noe h*n ga tillatelse til. Intervjuet foregikk på et møterom ved den aktuelle skolen med begge oss forskere til stede. Lydopptak kan påvirke informantens uttalelser (Merriam, 2009), men det virket som læreren ikke enset opptaket. Etter våre synspunkter snakket h*n uhemmet med klar stemme og lite nøling.

3.7 Bearbeiding av datamaterialet til casestudien

Videomaterialet til de fire undervisningsøktene og intervjuets lydopptak ble transkribert.
I følge Braun og Clark (2013) tar kvalitative analyser hovedsakelig utgangspunkt i transkripsjoner i stedet for originale lyd-eller videoopptak. Transkripsjoner er en representasjon av auditiv eller visuell data. Det er derfor viktig at transkripsjonene er grundige og av høy kvalitet, så minst mulig informasjon går tapt i transkripsjonen (Braun & Clarke, 2013). Selv om Braun og Clarke (2013) skriver at transkriberingen skal gi en så fullstendig gjengivelse av uttalelser som mulig, og at ingenting bør korrigeres eller endres, valgte vi å skrive transkriberingen på bokmål (derimot ikke setningsoppbyggelsen). Det gjorde at noen av ordene elevene og læreren uttalte ikke ble skrevet på dialekt. Vi mente det hadde minimal betydning for essensen og innholdet til datamaterialet, da uttalelser, situasjoner, handlinger og kontekster hadde samme mening uavhengig av transkripsjonens språk.

Olsen (2002) påpeker at transformasjon fra "levende tale til død tekst" medfører tap av informasjon. Sett i forhold til studiens bruk av videokamera, kan uttalelser og beskrivelser av elevenes og lærerens handlinger gå tapt. Ved å nedskrive alt elevene og læreren uttalte under helklassekommunikasjonene og relevante handlinger som påvirket kommunikasjonene, prøvde vi å redusere informasjonstapet.

Merriam (2009) mener transkriberingsprosessen er en god måte å bli kjent med datamaterialet. Transkriberingen av videomaterialet skjedde ved å gjennomgå opptaktene fra det bakerste kameraet først. Etter å ha skrevet uttalelser og handlinger som forekom i undervisningsøktenes helklassekommunikasjoner, ble det fremste kameraet brukt for å bekrefte transkripsjonene, samt om det oppstod handlinger det bakerste kameraet ikke registrerte. Transkriberingen tok tid, men til gjengjeld fikk vi et godt bekjentskap til datamaterialet. Det gjorde senere analyseprosessen enklere. I transkripsjonene ble hendelser, situasjoner og eventuelle ventepauser i uttalelser beskrevet i parenteser. Tre punktumer på rad illustrerte endelser på ufullstendige uttalelser. Vi benyttet elevtall i stedet for fiktive navn, siden elevenes kjønn ikke var av betydning. Spørsmålstegn ble satt bak elevnummeret, dersom det var uklart hvilken elev som hadde den aktuelle uttalelsen. I masteroppgaven brukte vi ellipse som utelatelsestegn, for å vise at deler av en uttalelse eller hendelse var fjernet, da den ikke var relevant for essensen i en aktuell beskrevet situasjon.

3.8 Tematisk analyse

"Qualitative data analysis involves organizing, accounting for and explaining the data: in short, making sense of data in terms of the participants definitions of the situation, nothing patterns, themes, categories and regularities." (Cohen et al., 2011:537). I analyseprosessen var vi, slik Cohen skriver, opptatt av å organisere, gjøre rede for og forklare datamaterialet vårt. Vi tok utgangspunkt i kvalitativ innholdsanalyse (Mayring, 2015), for å redusere datamaterialets innhold til kategorier eller koder. Videre benyttet vi tematisk analyse. I følge Braun og Clarke (2006) er tematisk analyse en metode for å identifisere temaer og mønster på tvers av et datasett i forhold til forskningsspørsmål(ene). Datamaterialet ble kategorisert i koder, utviklet på bakgrunn av ulike matematikkdidaktiske temaer. I analyseprosessen forekom det to ulike analysestrategier, en induktiv tilnærming for analysen av spørreundersøkelsen, og en deduktiv tilnærming for casestudien. Kvalitativ innholdsanalyse krever utarbeidelse av en konkret og detaljert analysestrategi (Mayring, 2015). Nedenfor blir analysestrategien, hva som analyseres og hvordan analyseringen foregikk, for spørreundersøkelsen og casestudien utdypet.

3.8.1 *Analyse av spørreundersøkelsen*

Mayring (2015) hevder dataprogramvarer kan være nyttig ved kvalitativ innholdsanalyse. For å analysere spørreundersøkelsens åpne spørsmål benyttet vi NVivo. Dataene ble analysert ved å utarbeide koder på bakgrunn av datamaterialet. Braun og Clark (2013) og Yin (2014) betrakter det som en induktiv analysestrategi, der forskeren basert på datamaterialet lager koder. Vi antok at lærerne kom til å svare variert på de åpne spørsmålene, og dermed ble en induktiv tematisk analysetilnærming valgt. Dersom kodene var utarbeidet på forhånd, kunne relevant informasjon fra lærernes besvarelser og oppfatninger bli utelukket. NVivo var brukt som et verktøy for å kode, kategorisere og se mønster i datamaterialet, og gjorde det lettere å finne ordene eller setningene som samsvarte med utarbeidende koder.

”The overall process of data analysis begins by identifying segments in your data set that are responsive to your research questions.” (Merriam, 2009:176). Begge leste alle besvarelsene til de åpne spørsmålene, for å få et overblikk av relevante segmenter til studiens forskningsspørsmål. Hvert åpent spørsmål ble deretter kodet individuelt eller uavhengig av hverandre. Kodingsprosessen gjorde vi sammen, og kodene ble fastsatt på bakgrunn av lærernes besvarelser. På det første spørsmålet, *Hva anser du som god kommunikasjon i plenumssituasjon i klasserommet?,* dannet vi koder etterhvert som vi leste besvarelsene. Dersom besvarelser ikke kunne plasseres i allerede utarbeidende koder, ble nye koder etablert. Da vi hadde gjennomgått alle besvarelsene til spørsmålet, ble de kodet på nytt med utgangspunkt i de utarbeidede kodene. På den måten kunne vi se om koder måtte endres, slås sammen, fjernes eller legges til. Videre ble flesteparten av kodene kategorisert i hoved- og underkoder. Vi gjennomførte samme kodingsprosess for de gjenværende fire åpne spørsmålene. I forhold til vår forskning var spørsmålene *Hva anser du som god kommunikasjon i plenumssituasjon i klasserommet?* og *Hva mener du kan ødelegge for kommunikasjonen i plenumssammenhenger?* mest sentral for å snevre inn forskningsfokuset til casestudien. Nedenfor presenteres en oversikt over flesteparten av kodene som ble utarbeidet til de to spørsmålene:

Normer	**Dialog**
Trygghet	Deltakelse fra flest mulige elever
Respekt	Læreren får flest mulig med
Stillhet/ro	Deling av elevtanker
Forståelse av hverandres bidrag	Aktiv og engasjert lærer
Lytting	Lærer engasjerer elevene
Deling av elevtanker	Aktive og engasjerte elever
Rammer for kommunikasjon	

Tabell 1: Koder tilknyttet spørsmålet: *Hva anser du som god kommunikasjon i plenumssitasjon i klasserommet?*

Normer	**Lærerens kompetanse**	**Ikke tydelig klasseledelse**
Støy/uro	Ikke forberedt lærer	Lærer-elev-relasjonen
Negative kommentarer fra medelevene eller læreren.	Ikke god spørsmålsformulering	Lite engasjerte og aktive elever.
Dårlige holdninger		Læringsmiljø
Elever som ikke følge klassens normer		
Utrygghet		

Tabell 2: Utarbeidende koder tilknyttet spørsmålet: *Hva mener du kan ødelegge for kommunikasjon i plenumssammenhenger?*

Tabellene viser ikke alle de utarbeidende kodene. Noen av kodene ble utelukket, da kun en eller to besvarelser gikk innenfor koden. Slike koder anså vi som irrelevant, siden de ikke var gjennomgående i lærernes besvarelser. I analysen av spørreundersøkelsen blir matematikkdidaktisk teori og forskning benyttet for å beskrive og analysere de ulike aspektene.

3.8.2 *Analyse av casestudien*

Yin (2014) beskriver en analysestrategi som tar utgangspunkt i de teoretiske proposisjonene som førte til studien, og videre kan gjenspeiles i blant annet forskningsspørsmål, litteraturvurderinger og datainnsamlingsplanen. Matematikkdidaktisk teori og funn fra spørreundersøkelsen ble anvendt for å utvikle analysestrategien, så kodene var definert og avgrenset før transkriberingen/teksten ble analysert. Med andre ord hadde analysen en deduktiv (Mayring, 2015) eller en teoretisk tematisk analysetilnærming (Braun & Clarke, 2006), da den teoretiske orienteringen bidro til å organisere analysen og peke ut relevante kontekstuelle forhold som skulle beskrives og forklares. På bakgrunn av våre to forskningsspørsmål, valgte vi å dele analysen av casestudien i to deler. Under presenteres analysens representasjonssystem (Schoenfeld, 2008) ”Normer”, med hoved- og underkoder:

Sosiale normer	Sosiomatematiske normer
Stillhet vs. støy/uro	Akseptabelt matematisk svar
Negative respons	Ulike løsningsstrategier
Trygghet og respekt	Minimal handsopprekning og lærerens utvelging av elever

Tabell 3: Oversikt over representasjonssystemet ”Normer”.

Hovedkodene, sosiale og sosiomatematiske normer, var basert på matematikkdidaktisk teori, mens underkodene var hentet fra relevante funn fra spørreundersøkelsen (se 4.1). Underkoden, *minimal handsopprekning og lærerens utvelging av elever*, var et unntak. I intervjuet kom det frem at læreren ønsket minimal handsopprekning spesifikt i matematikkundervisningen. Dermed anså vi det hensiktsmessig å definere *minimal handsopprekning og lærerens utvelging av elever* som en sosiomatematisk norm, selv om den kunne betraktes som en generell sosial norm.

Andre del av analyseprosessen tok utgangspunkt i de tre siste kategoriene til rammeverket *the Knowledge quartet*. De utgjorde hovedkodene, mens underkodene var utviklet basert på matematikkdidaktisk teori og forskning, samt funn fra spørreundersøkelsen. Den første kategorien *foundation* i rammeverket ble ikke vektlagt i analysen, da det er vanskelig å uttale seg spesifikt om lærerens faglige og didaktiske kunnskap. Under presenteres analysens representasjonssystem ”Lærerens handlinger”, med hoved- og underkoder:

Hovedkategori	Underkategorier	
Transformation	Valg av oppgaver	Oppgaver på høyt nivå
		Oppgaver på lavt nivå
	Forklaringer	
Connection	Talk moves	Wait time
		Turn and talk
		Say more
		Press for reasoning
		So are you saying
	Spørsmålsformulering	The teacher knows the answer – orienting intent
		The teacher knows the answer – influencing intent
		The teacher does not know the answer – orienting intent
		The teacher does not know the answer – influencing intent
Contingency	Bruk av elevbidrag	2.-4. praksis
		5. praksis

Tabell 4: Oversikt over representasjonssystemet ”Lærerens handlinger”.

For å vite om en kvalitativ innholdsanalyse fungerer, bør den testes på deler av datamaterialet. Er analyseprosedyren ufullstendig, må det gjøres nødvendige endringer; legge til koder, endre koder med mer, og analysen må begynne forfra (Mayring, 2015). Vi kodet først en undervisningsøkt sammen, så begge hadde en felles forståelse av hva som skulle plasseres under de ulike kodene. Ved hjelp av et fargesystem ble kodende adskilt. Hver kode hadde sin farge, noe som ga en god oversikt i datamaterialet. I kodingsprosessen oppdaget vi en manglende kode. Koden *minimal handsopprekning og lærerens utvelging av elever* ble dermed lagt til. De tre gjenværende transkripsjonene fra videoopptakene kodet vi hver for oss, før vi foretok en felles gjennomgang av arbeidet. Under sammenligningen av vårt kodingsarbeid var det gjennomgående likheter, og det var ikke behov for ytterligere endringer i forhold til koder.

3.9 Metodekritikk

For å styrke masteroppgavenes kredibilitet, vil delkapittelet utdype kritiske innvendinger til studiens metode. Nedenfor beskrives metodekritikk i forhold til spørreundersøkelsen, casestudien og analysen.

3.9.1 Spørreundersøkelsen

Spørsmålene i spørreundersøkelser kan i mange tilfeller forbedres (Johannessen, 2009), noe våre spørsmål kunne vært. I ettertid, etter et dypere dykk i matematikkdidaktisk forskning, kunne spørsmål vært endret, kuttet ut eller lagt til. Aarø (2007) og Johannessen (2009) poengter at forskeren må ta stilling til antall svaralternativer eller verdier spørsmål med svaralternativer skal ha. Vi valgte tre og fire svaralternativer, noe Johannessen (2009) mener kan skape lite variasjon, og begrenser muligheten til å svare på en nøytral verdi. Hans erfaring tilsier at det minst bør være fem verdier. En ser ofte forskere som opererer med en serie av spørsmål, hvor svaralternativene er ”enig –uenig”, ”sant – usant” eller ”ja – nei”. I følge Aarø (2007) viser undersøkelser at mennesker har lett for å svare ”sant”, ”enig” eller ”ja”, uavhengig av hva spørsmålets innhold. Det gjelder hovedsakelig spørsmål tilknyttet psykologiske forhold, som holdninger, oppfatninger og liknende. I spørreundersøkelsen besvarte flesteparten ”enig” på ulike hensikter kommunikasjon i helklassesituasjoner kunne ha. Vi skulle dermed brukt flere svaralternativer på begge spørsmålene med svaralternativer, for å få et mer nyansert bilde av lærernes oppfatninger.

3.9.2 Casestudien

Forankret i virkelige situasjoner resulterer casestudier til en rik og helhetlig redegjørelse av et fenomen. Ved å rette oppmerksomheten mot et enkeltfenomen eller en case, er forskerens mål å avdekke samspillet mellom faktorer som er karakteristiske for fenomenet (Merriam, 2009). Studien vår kunne ha vanskelighet med å gi en helhetlig beskrivelse, da vi benyttet en og ikke flere lærere. Den ga kun informasjon og beskrivelser av matematiske helklassekommunikasjoner fra aktuelle læreren, og ingen andre. Dermed ga ikke studien et innblikk i hvordan normer og lærerens handlinger påvirket kommunikasjoner i andre klasserom, der en annen lærer og elevgruppe var tilstede.

Generaliseringsmulighetene innenfor casestudier kan være utfordrende, men det er mye å lære av spesifikk case (Merriam, 2009). Yin (2014) hevder analytisk generalisering, som går utover det spesifikke studerte casetilfellet, er mulig for casestudier. Derimot bør en holde seg unne statistisk generalisering til populasjoner. Forskningen vår baserte seg på en matematikklærer, noe som begrenset studiens overførbarhet. Hadde vi hatt tilgang til flere lærere, ville generaliseringsmulighetene vært høyere. Studiens eventuelle funn ble derfor ikke generalisert til en større sammenheng, men kunne bidra som et eksempel innenfor forskningsområdet. Vår case kunne være et eksempel på hvordan lærerens handlinger og normer påvirket matematiske helklassekommunikasjoner.

Observasjon og bruk av videokamera

I forkant av observasjonen informerte vi læreren og elevene kort om studien, men fortalte ikke hensikten bak forskningen, basert på følger som kunne oppstått. Dersom læreren var fullt informert, kunne det lagt føringer og påvirket valg tilknyttet undervisningen. Det samme gjaldt elevene i forhold til deres handlinger og oppførsel. Cohen et al. (2011) skriver om *reactivity*, hvordan mennesker kan endre atferd på grunn av situasjonen de befinner seg i. Gjennomføring av observasjon og tilstedeværelse av videokamera kunne i lys av *reactivity* ha negativ effekt. Vi (som observatører) og kameraet kunne blitt opplevd ubehagelig for noen elever og læreren, og medføre en atferd de ikke ville hatt dersom vi og kameraet ikke var til stede. Basert på studiens forskningsspørsmål så vi det hensiktsmessig å fange flere sider ved settingen, og valg av videokamera som teknologisk hjelpemiddel var naturlig, selv med utfordringer som *reactivity*.

På bakgrunn av studiens omfang observerte vi fire undervisningsøkter. Hadde forskningen foregått over lengere tid, ville flere observerte undervisningsøkter vært foretrukket for å fange flere sider tilknyttet helklassekommunikasjoner. Som en følge av våre observasjoner, kunne vi kun uttale om de fire øktene innenfor temaet sannsynlighet. Det ville derfor være vanskelig å beskrive lærerens handlinger og normer i forbindelse med andre matematiske temaer og undervisningsøkter. Mest sannsynlig kunne noen av trekkene, som ikke er relatert til et spesifikt matematisk tema, ses i andre matematikkøkter hos læreren, men det blir ikke redegjort i denne studien.

3.9.3 Analysen av spørreundersøkelsen

I følge Yin (2014) har induktive analysestrategier sine fordeler, men erfarne forskere vil ha relevante konsepter de ser etter i datamaterialet. Det skjer på bakgrunn av deres rike innblikk og forståelse innenfor det aktuelle fag- og forskningsområdet. Nybegynnere kan derimot ha utfordringer med å utarbeide koder og lage nyttige forbindelser i dataene (Yin, 2014). Analysestrategien var basert på en induktiv tilnærming, men vi opplevde at vi så etter besvarelser fra lærerne som kunne relateres til lest matematikkdidaktisk teori og forskning. Analysen var dermed ikke fullstendig induktiv, men vi forsøkte å ha et åpent sinn. En annen utfordring vi opplevde i analyseprosessen, en vanlig utfordring i følge Yin (2014), var å forstå meningen bak ordene/setningene lærerne skrev, og videre hvordan utarbeidet koder gjenspeilte meningen bak ordene/setningene som ble plassert innenfor en kode.

3.9.4 Analysen av casestudien

Kvalitative casestudier er i følge Merriam (2009) begrenset av sensitiviteten og integriteten til forskeren. Forskeren er det primære instrumentet for datainnsamling og analysen, og må stole på egne instinkter og evner gjennom forskningsprosessen. Transkripsjonene, analysen av datamaterialet og eksempler/situasjoner som blir fremhevet i oppgavens analyse- og drøftingsdel, var dermed være preget av oss forskere. Det kunne ført til at interessante trekk og situasjoner fra casestudiens datamateriale ble oversett eller ikke vektlagt. Valg av deduktiv tilnærming kunne medføre at vi ble låst til forutbestemte koder, og tap av relevant data til studien kunne forekomme.

3.10 Studiens kvalitet

I forskning er det viktig å drøfte hvor pålitelig datamaterialet er, samt hvor godt det representerer undersøkende fenomen (Christoffersen & Johannessen, 2012). Cohen et al. (2011) fremhever også dette, derimot gjennom begrepene relabilitet og validitet, noe vi benytter for å drøfte studiens kvalitet. Nedenfor diskuteres kun casestudiens kvalitet, da den besvarer våre forskningsspørsmål.

3.10.1 Reliabilitet

"I kvalitative studier innebærer både reliabilitet og troverdighet at de empiriske funn som presenteres, er basert på data om faktisk forhold. Datamaterialet er ikke troverdig dersom det bygger på forskerens rent subjektive skjønn eller skyldes tilfeldige omstendigheter under forskningsprosessen (...)" (Grønmo, 2015:229). Det er vanskelig å garantere studiens reliabilitet, men det er likevel relevant å diskutere forskjellige aspekter tilknyttet forskningsprosessen (Christoffersen & Johannesen, 2012). Observasjoner blir i følge Bjørndal (2012) aldri helt objektiv. Våre tidligere erfaringer, meninger og kunnskaper kunne dermed påvirke observasjonene ubevisst. Under observasjonene forsøkte vi å være mest mulig objektiv, noe som er med på å styrke studiens reliabilitet. Kvale og Brinkmann (2015) beskriver hvordan feilaktig transkribering kan svekke studiens reliabilitet, samt hvilke subtile forskjeller som kan oppstå når to forskere transkriberer samme tekst. Begge hørte/så i gjennom lydopptaket/videoopptakene etter endt transkripsjon, som hindret at uttalelser og hendelser ble oversett eller falt gjennom.

Forskningens reliabilitet kan også ses i sammenheng med hvorvidt det er mulig å gjennomføre en lik studie med tilsvarende funn og konklusjoner (Yin, 2014). I masteroppgaven har vi forsøkt å gi en detaljrik redegjørelse av forskningsprosessen, for eksempel i forhold til begrepsteoretisk rammeverk, metode og representasjonssystemer, så andre forskere har gode muligheter til å gjennomføre en tilsvarende studie. De får dermed en grundig oversikt av hvilke elementer de skal se etter i datainnsamlingen, datamaterialet, analysen og drøftingen tilknyttet både spørreundersøkelsen og casestudien.

3.10.2 Validitet

Validitet er hvilken grad slutninger og fortolkninger er gyldige, og innenfor forskning finnes det flere typer validitet (Cohen et al., 2011). I vår forskning er det mest relevant å omtale begrepsvaliditet og indre validitet, da generalisering ikke var hensiktsmessig. Dermed vektlegges ikke ytre validitet. Yin (2014) beskriver begrepsvaliditet som å identifisere korrekt operasjonell måling for konseptet som blir studert. Vi har avgrenset og definert begreper som samsvarer med studiens hensikt. Det medfører at det er tydelig hva vi mener med ulike begreper, for eksempel helklassekommunikasjon (se 1.2) og dialog (se 2.2). Den indre validiteten omhandler hovedsakelig hvorvidt forskningsresultatene samsvarer med datamaterialet (Cohen et al., 2011), og hvordan forskeren forklarer en virkning av en årsak eller handling (Yin, 2014). I masteroppgavens analyse- og drøftingskapittel blir det påpekt og begrunnet hvordan situasjoner og eksempler fra datamaterialet er relevant for å besvare forskningsspørsmålet. Gjennom metodekapittelet har vi redegjort for metodiske valg og bakgrunnen for valgene. De metodiske valgene medførte et datamateriale som representerte det fenomenet vi hadde til hensikt å forske på, og teorien var relatert til forskningsspørsmålene og relevant for å analysere datamaterialet. Det økte validiteten i vårt studie, da det var konsistens mellom masteroppgavens deler. Postholm (2010) vektlegger triangulering. Dersom ulike datainnsamlingsstrategier kan bekrefte og understøtte hverandre, er det med på å styrke forskningens validitet. Ved å benytte observasjon, videopptak og intervju, hadde vi mulighet å sikre kvaliteten på dataene. Det økte også studiens validitet.

3.11 Forskningsetikk/etiske betraktninger

Forskere i kvalitative studier har en nærhet til forskningsdeltakerne, og må derfor ta hensyn til flere etiske betraktninger. Forskningsetikk omhandler verdier og normer innenfor vitenskapelig virksomhet (De nasjonale forskningsetiske komiteene, 2016). I loven om forskningsetikk står det blant annet: ”Loven skal bidra til at forskning i offentlig og privat regi skjer i henhold til anerkjente forskningsetiske normer.” (Forskningsetikkloven, 2017, §1). Det innebærer vi som forskere må ta hensyn til de ulike partene som inngår i forskningsprosessen. Alle lærerne og lederne i skolen er ansvarlig for å handle i samsvar med verdier og prinsipper tilknyttet lærerprofesjonens etiske plattform (Utdanningsforbundet, 2012). Det var noe vi også tok stilling til i vårt forskende partnerskap. Vi som forskere var innforstått med personvern, likeverd og respekt for elevene. I tillegg vernet vi om elevenes menneskeverd og rettigheter.

3.11.1 Loven om samtykke

I forkant av forskningens datainnsamlingsprosess hadde vi meldt inn og fått godkjent søknad av NSD, Norsk Senter for Forskningsdata (Vedlegg 4). Ett av kravene for å få prosjektet godkjent var å utforme et samtykkeskjema informantene skulle signere. NESH (2016) poengterer at forskningsprosjekter som inkluderer personer kun kan settes i gang etter deltakernes informerte og frie samtykke (De nasjonale forskningsetiske komiteene: *forskningsetiske retningslinjer (…)*, 2016). I vårt tilfelle var det både lærer og elever som ble observert og filmet, og i likhet med andre former for datainnsamling, krevdes det fritt og informert samtykke fra alle deltakerne.

NESH (2016) påpeker at deltakerne skal være tilstrekkelig informert om hva som innebærer deltakelse i studien, samt at det er fritt til å delta og muligheten til å trekke seg er tilgjengelig under hele datainnsamlingen/forskningsprosjektet. Skolen og læreren fikk muntlig informasjon. I tillegg det ble skrevet en samarbeidskontrakt med skolen (Vedlegg 5). Elevene vi observerte var under atten år, og vi måtte dermed innhente samtykke fra foreldre/foresatte til studien. Elevene og deres foresatte ble gjennom et informasjons- og samtykkeskjema (Vedlegg 6), utlevert av læreren, informert om forskningsprosjektet, frivillig deltakelse og datainnsamlingsprosessen, samt hvordan dataen ble behandlet i henhold til NSDs retningslinjer. Ved innlevering av skrivet, ga elever og foresatte samtykke til observasjon og videoopptak. Elevene som ikke leverte signert samtykkeskjema var også tilstede i undervisningen, men var plassert utenfor rekkevidden til videokameraet og ble ikke observert. Det ble ikke utlevert samtykkeskjema til læreren i casestudien eller lærerne spørreundersøkelsen ble sendt til. I henhold til Forskningsetikkloven (2006, §1), som sier at man skal informere de deltakende partene om pågående forskning, betrakter vi på vår forskning som etisk forsvarlig.

3.11.2 Taushetsplikt og anonymisering

Lærerne er pliktet til å opprettholde taushetsplikt ovenfor elevene (De nasjonale forskningsetiske komiteene: *Taushetsplikt*, 2015). Det gjelder også forskere ved innhenting av datamateriale i skolen. På skolen der observasjonene og videoopptakene ble gjennomført, signerte vi en samarbeidskontrakt før selve datainnsamlingen, hvor taushetserklæring inngikk. For å bevare taushetsplikten ovenfor elevene, ble alle informantene anonymisert under transkriberingen av datamaterialet og i situasjonsbeskrivelser gitt i vår masteravhandling med elevnummer. Siden videoopptakene kunne spores tilbake til informantene oppbevarte vi dem på en ekstern harddisk, som bare vi hadde tilgang til. I henhold til NSD vil alt av datamateriell bli slettet ved studiens slutt, for å sikre at det ikke kommer på avveie.

4 Spørreundersøkelsens innvirkning for casestudien

Til sammen svarte førtiseks lærere på spørreundersøkelsen, der trettien hadde matematikk som et fagområde. Undervisningserfaringen til deltakerne varierte. På bakgrunn av anonym deltakelse, var det ikke mulig å skille matematikklærernes bevarelser fra de andre lærerne. Nedenfor presenteres funn fra spørreundersøkelsen, som hadde innvirkning og satt føringer for casestudien. Hovedsakelig kommer funnene fra de to åpne spørsmålene: *Hva anser du som god kommunikasjon i plenumssituasjoner?* og *Hva mener du kan ødelegge kommunikasjon i plenumssammenhenger?*

Dialog

På det åpne spørsmålet der lærerne skulle beskrive hva de anser som god kommunikasjon, brukte ni lærere ordet dialog:

> ”At det er dialog begge/flere veier; lærer-elev, elev-lærer, elev-elev.*”*
> ”Dialog, ikke monolog.”

Dialog er definert som samtale mellom to eller flere (Burbles & Bruce, 2001). Åtte lærere mente god kommunikasjon innebar *deltakelse fra flest mulige elever*, og ti lærere poengterte viktigheten med *aktive og engasjerte elever*. Fem lærere nevnte *læreren får flest mulig elever med i samtalen*, og videre var fem av de deltakende lærere opptatt av *deling av elevtanker*. I følge Chapin et al. (2013) lærer elevene av hverandre gjennom å dele tanker og engasjere seg i medelevenes ideer, tanker, argumentasjoner og resonneringer, ved å lytte, forstå, gjenta og respondere med relevante innspill. Lærernes beskrivelser kan indikere at de betrakter dialog som samtale mellom flere og ikke bare to personer, der flest mulig elever deltar og deler sine tanker med fellesskapet. Elevene samhandler dermed i læringsaktiviteten helklassekommunikasjonen. Sett i forhold til Sfards (1998) *the participation metaphor* vil elevene lære i kommunikasjoner ved å være en aktiv deltaker.

Normer

Basert på lærernes avkrysninger på det ene spørsmålet med svaralternativer, hadde normer stor betydning for kommunikasjonen i klasserommet. I forhold til det åpne spørsmålet angående god kommunikasjon, var åtte lærere opptatt av *trygghet*, seks *respekt*, seks *lytting*, fem *forståelse av hverandres bidrag*, fem *deling av elevtanker*, tre *stillhet/ro og* to *rammer for kommunikasjon*. Flere av lærerne som brukte ordet trygg eller trygghet, understrekte at elevene skal tørre å delta i helklassekommunikasjonener og ikke være redde for å svare feil.

Trygghet og respekt kan ses i sammenheng med Chapin et al. (2013) sin norm *respectful discourse,* der elevbidrag behandles med respekt, elevene opplever trygghet under kommunikasjoner og det er aksept for feiltaking. *Lytting, forståelse av hverandres bidrag* og *deling av elevtanker* er sentrale sosiale normer som fremmer læring i alle fagområder, og er i følge Chapin et al. (2013) sentral for produktive matematikksamtaler. *Stillhet/ro* kan relateres til sosiale normer eller underliggende mønster og rutiner i klasserommet (Wood, 1998), der elevene for eksempel ikke skal prate i munnen på hverandre, samt være stille mens andre har ordet. Selv om det er et lite antall besvarelser innenfor hver enkeltkode tilknyttet normer, utgjør de totalt sett en stor andel av lærerens besvarelser. Det kan indikere at visse normer må være til stede for god helklassekommunikasjoner.

Tolv lærere mente *støy/uro* påvirket helklassekommunikasjonener i negativ retning. I følge Chapin et al. (2013) kan det medføre at elevene ikke får med seg andres uttalelser, og dermed ikke komme med relevante innspill. Videre skrev tretten lærere at *negativ respons fra medelever eller lærer* kan ha ødeleggende effekt. Noen av besvarelsene som falt innenfor den nevnte koden var:

> ”(…) Fnising om noen svarer feil.”
> ”Negative kommentarer, blikk fra medelever (…)”
> ”(…) Fryktkultur mellom elevene slik at de ikke vil svare”
> ”Læreren mottar kommentarer og innspill fra elevene på en dårlig måte (…)”
> ”(…) Mangel på ros.”
> ” (…)Vurderende tilbakemeldinger i stedet for oppmuntrende.”

Dersom elever kontinuerlig får negative kommentarer fra læreren og/eller medelever, kan det i følge Nordahl (2013) påvirke elevens arbeidsinnsats på bakgrunn av manglende motivasjon. I tillegg nevnte noen lærere *dårlige holdninger, elever som ikke følger klassens normer* og *utrygghet*. Disse kodene/besvarelsene kan også relateres til sosiale normer. Wood (1998) mener regulariteter i adferden mellom læreren og elevene dannes over tid, som følge av forventninger og forpliktelser mellom partene. Sosiale normer kan basert på lærernes besvarelser også ha ødeleggende effekt på kommunikasjonen. Dermed bør sosiale normer være godt lagt til grunne i klasserommet, for å hindre forstyrrende elementer under kommunikasjoner.

Lærerens kunnskap

Det kom frem at de deltakende lærerne, gjennom deres avkrysninger på et spørsmål med svaralternativer, mente lærerens faglige og didaktiske kunnskap hadde stor innvirkning for helklassekommunikasjonen. Åtte lærere nevnte *lærerens kunnskap* i forbindelse med negative innvirkninger for kommunikasjoner. Nedenfor presenteres fem beskrivelser:

> ”Når læreren har vanskelighet med å bryte ned fagstoff og situasjoner til begrep som er enkelt å forstå for elevene (…).”
> ”(…) Lærer som er for dårlig forberedt (…)”
> ”Mangel på forståelse for at elevene er forskjellige og har ulike utgangspunkt. (…)”
> ”Dårlig forberedelse, som dermed fører til at det blir vanskelig å tilføre undervisningen noe utover det som står i læreboka (…)”
> ” (…) Lærer er usikker på hvor samtalen "skal" i en løs forstand (…)”

Det er vanskelig å si konkret hva lærerne legger i deres beskrivelser, men de kan tilknyttes Ball et al. (2008) sitt egg. Den første beskrivelsen kan relateres til lærerens faglige matematiske kunnskap, mens en dårlig forberedt lærer kan indikere manglende kunnskap i forhold til matematikk, elevene og undervisningen. Sherin (2001) skriver ledelse av kommunikasjon krever tilstrekkelig forståelse av faginnholdet og pedagogikk hos læreren. Det er læreren som skal velge undervisningens matematiske innhold og gjennomføre helklassekommunikasjonen, og det krever en viss didaktisk og faglig kunnskap av læreren. Mangler i lærerens matematiske fagkunnskaper kan ifølge Brendefur og Frykholm (2000) sette begrensinger for å holde gode og lærerike samtaler i matematikk.

Spørsmålsformulering

Fem lærere mente *spørsmålsformulering* kan svekke helklassekommunikasjonen. Det er litt uklart hva lærerne mente med besvarelsene vi kategoriserte under koden, da noen skrev:

> ”(…) Lukkende spørsmål (…)”
> ”(…) Dårlige spørsmål (…)”
> ” En måte å stille spørsmål på som gjør elevene usikre på rett/galt.”
> ”Lærerens manglende evne til å stille gode spørsmål (…)”

Det kan tenkes at ikke god *spørsmålsformulering* kan relateres til spørsmål fra området A, *The teacher knows the answer – orienting intent*, i Ulleberg og Solems (2018) spørsmålsmodell. Slike spørsmål er lite kognitiv utfordrende, og krever at elevene skal memorere løsningsmetoden og svaret. Det å stille gode spørsmål er i følge Ball et al. (2008) en sentral del av lærerens faglige kunnskap. Hvilke spørsmål læreren stiller under samtalen kan også ha innvirkninger på elevenes læring under helklassekommunikasjon, samt hvordan samtalen utvikler seg (Ulleberg & Solem, 2018).

4.1 Spørreundersøkelsens relevans for casestudien

Lærerne i spørreundersøkelsen vektla *dialog* i deres beskrivelse av god helklassekommunikasjon. I casestudien ønsket vi derfor å undersøke om det var en dialog mellom læreren og elevene, eller en monolog styrt av læreren. På bakgrunn av betydningen hver lærer ga normer for helklassekommunikasjonen, ble det et av forskningsfokusene i casestudien. Spørreundersøkelsen satt føringer for hvilke sosiale normer vi så etter i datamaterialet; *stillhet vs. støy/ro*, *negativ respons* og *trygghet og respekt*. Disse normene ble utvalgt, da de hadde høyest forekomst av besvarelser innenfor spørreundersøkelsens koder.

De deltakende lærerne mente lærerens faglige og didaktiske kompetanse hadde stor betydning for helklassekommunikasjoner. I tillegg skrev noen at *lærerens kompetanse* kunne ha ødeleggende effekt. Det medførte at vi tok utgangspunkt i rammeverket til Rowland et al. (2009) *the Knowledge quartet*, som er utarbeidet for å uttale seg om lærerens kompetanse i undervisningssammenheng. I spørreundersøkelsen kom det også frem at lærerens *spørsmålsformulering* kunne ha ødeleggende effekt. Det var noe vi ikke hadde tenkt på i forkant av undersøkelsen, og dermed leste vi oss opp på spørsmålsformuleringer tilknyttet matematikkdidaktikk. På bakgrunn av lest teori og forskning, fant vi det relevant å trekke det inn som et forskningsfokus i casestudien.

5 Analyse og funn fra casestudien

I kapittelet ønsker vi å danne et grunnlag som kan besvare studiens forskningsspørsmål. Gjennom ulike situasjonsbeskrivelser fra datamaterialet vil det beskrives hvordan normer og lærerens handlinger påvirker matematiske helklassekommunikasjoner, og videre elevenes muligheter for utvikling av matematisk kompetanse. Analysen er inndelt i to deler, på bakgrunn av to ulike representasjonssystemer, ”Normer” og ”Lærerens handlinger”, som er presentert i metodekapittelet (se 3.8.2). Videre er analysen strukturert etter hoved- og underkodene til representasjonssystemene. Før redegjørelsen av analysen, blir undervisningsøktenes struktur beskrevet kort.

5.1 Undervisningsøktenes struktur

Undervisningsøkene begynner med gjennomgang av nytt matematisk stoff i fellesskapet, gjennom samtaler med matematiske oppgaver. Læreren bruker Smartboard for å presentere matematiske mål, oppgaver og eksempler. Videre blir Smartboard benyttet som verktøy for å illustrere og demonstrere matematiske ideer og oppgaveløsninger. Underveis i innføringen av nytt matematisk stoff får elevene oppgaver, eksempler, spørsmål og problemstillinger av læreren, som de diskuterer og arbeider med i par. Etter de parvise diskusjonene blir elevenes tanker og ideer tatt opp i helklassekommunikasjoner. Når samtalen i fellesskapet med oppgaver, spørsmål med mer er ferdig, arbeider elevene individuelt eller i par med oppgaver, fra læreboken, tilknyttet det matematiske stoffet de nettopp gjennomgikk. I undervisningsøktene går læreren og elevene gjennom temaet sannsynlighet; uniform/ikke-uniform sannsynlighet og kombinatorikk.

I følge Hiebert og Grouws (2007) vil undervisningens struktur og lærerens plassering av elevene i klasserommet påvirke elevenes matematiske læringsmuligheter. Undervisningens struktur tilrettelegger for matematiske helklassekommunikasjoner, der elevene lærer matematiske konsepter gjennom oppgaver og samtaler. Elevene sitter to og to, noe som medfører mulighet for diskusjon og arbeid, med oppgaver og spørsmål fra læreren, i par.

5.2 Normer

I avsnittene nedenfor presenteres ulike situasjoner der sosiale og sosiomatematiske normer illustreres, for videre kunne si hvordan normene kan påvirke matematiske helklassekommunikasjoner.

5.2.1 Sosiale normer

Stillhet vs. støy/ro

Under presenteres to situasjoner hvor læreren korrigerer elevenes atferd på bakgrunn av høyt støynivå eller uro i undervisningen. I den første situasjonen forklarer læreren en oppgave, der elevene skal finne antall mulige koder til en kodelås med fire hjul:

> Lærer: Ja, men okei. Hvis vi tar… (Litt støy i klasserommet, elevene småprater) Hvis vi tar mitt eksempel. Hysj, hysj. Helt stille. (Elevene blir stille og setter blikket mot tavlen) Mitt eksempel på fire hjul da… På fire hjul… (Skriver ”4. hjul?” på Smartboard) Eee… Rask diskusjon i paret. Hvor mange blir det da med fire hjul?

Ved en annen situasjon presenterer et elevpar deres tenkning tilknyttet en oppgave, mens en medelev stadig prater høylytt til sin sidemann:

> Lærer: Ja, vent litt. ”Elev 18”, nå begynner jeg å bli kjempe lei av at du prater hele tiden.
> Elev 18: Ja, sorry!
> Lærer: Ja, men når jeg har gitt noen andre ordet, hva skal du gjøre da?
> Elev 18: Være stille.
> Lærer: Helt stille! For at du får ikke med deg hva de sier (Peker på elev 30 og 31), og du forstyrrer slik at andre heller ikke hører hva de sier. Vær helt stille! En gang til, ”Elev 31”. Hva har dere gjort?

I førstnevnte situasjon blir elevene fort innhentet av læreren gjennom en liten korrigering. Elevene er snare med å etterfølge lærerens ordre, og stillhet oppstår. Læreren sier klart at h*n har fått nok av elevens atferd og forstyrrelser i sistnevnte situasjon. Videre ber læreren eleven selv forklare hvilken sosial norm som forventes når andre har ordet. Læreren bekrefter det eleven sier, ved å poengtere at det forventes stillhet så eleven selv og medelevene får med seg hverandres innspill klasserommet. I situasjonen fremkommer det en forventning om stillhet og lytting, når læreren eller medelevene har ordet i klasserommet. Gjennom vår tilstedeværelse i undervisningen og observasjoner av videomaterialet, er det i følge våre synspunkter få tilfeller eller minimal grad av støy og uro under helklassekommunikasjon. Ved flere sammenhenger hvisker elevene til hverandre. Etter våre inntrykk er det hovedsakelig faglig relatert, siden elevene peker i læreboken og mot tavlen, samt kommer med relevante innspill. Wood (1998) mener sosiale normer er underliggende og skjulte mønster i klasserommet, og i følge Nordahl (2013) er det viktig at læreren gir elevene tydelige forventinger til god sosial arbeidsinnsats. Basert på de to overnevnte situasjonene og våre observasjoner, er det tydelig tilstedeværelse av en sosial norm i læringskulturen som forventer lav forekomst av støy/uro. Lærerens uttalelse ovenfor indikerer at h*n stiller forventinger til elevene i forhold til lytting.

Negativ respons

I ett tilfelle oppstår en uheldig situasjon, når læreren tar opp et matematisk svar en elev har vanskeligheter med å forklare. Elevene arbeider med produktsetningen innenfor kombinatorikken, og læreren spør klassen om de kan hjelpe eleven:

> Lærer: Okei, ehmm... H*n ”Elev 24” sier til meg at h*n trur det er 24 fordi at vi har fire hårfarger og vi har seks frisyrer. Så da mener h*n da at vi får 24 fordi at vi kan gange dem sammen. Har h*n rett i det?
> Flere elever: JA.
> Lærer: Ja. Det h*n ”Elev 24” slit litt med er å forstå hvorfor det fungerer. (Klassen flirer) Nei, det er... det er helt i orden! Det er helt fint at h*n ”Elev 24” er enig... er ærlig om akkurat det. H*n skjønner hvordan vi finner svaret, men ikke helt hvorfor det blir rett. Hvorfor kan vi bare gjøre det hver gang? Er det noen som kan forklare h*n ”Elev 24”, og de eventuelt andre av dere som er usikker på hvorfor blir det rett? Hvordan forklarer vi det her? (Venter i fem sekunder. Ingen rekker opp handen) Åjj, da var det ikke så artig at... ja. (Elev 26 rekker opp hånden) Ja, ta den utfordringen! ”Elev 26”?

Læreren har god bekjentskap til elevene, og i en uformell samtale kommer det frem at h*n er forsiktig med å referere til spesifikke elever i undervisningssammenheng. Elev 24 håndterer, i følge læreren, å bli trukket frem foran klassen. I situasjonen ovenfor blir elev 24 trukket frem på en god og respektfull måte, basert på sine problemer med å forstå løsningsprosessen til oppgaven. Responsen til klassen er å bryte ut i latter. Læreren påpeker at det er greit å ikke forstå hvordan man kommer frem til svaret. I tillegg kommer h*n med en kommentar som poengterer unødvendigheten med fliringen, når de andre elevene ikke kan svare på det elev 24 ikke forstod. Wood (1998) skriver interaksjonen mellom lærer og elevene, som er påvirket av de sosiale normene, setter føringen for læringsmulighetene til elevene. Situasjonen indikerer en god interaksjonen mellom læreren og elevene, da læreren fort slår ned på uønsket atferd. Hvis en slik situasjon kontinuerlig skjer i undervisningssammenheng, kan det påvirke elevenes læringsmulighetene i negativ retning. Det kan medføre at elevene ikke bidrar i helklassekommunikasjoner i frykt for å bli latterliggjort eller hengt ut.

Trygghet og respekt

Det er vanskelig å finne konkrete situasjoner som illustrerer trygghet og respekt, da det er vanskelig å uttale seg om elevenes egne opplevelser. Dersom vi hadde vi intervjuet elevene, kunne vi fått et dypere innblikk i elevenes følelser rundt trygghet og respekt. Situasjonen under kan relateres til disse normene. Elevene skal til å arbeide med en oppgave tilknyttet kombinatorikk i parene, når situasjonen oppstår:

> Elev 24: ”Lærer”, vet du hva U-en i UGGs står for? Uglies.
> Lærer: Trur ikke du har helt feil heller. (Klassen ler, og noen begynner å spøke med at de skal alle komme med uggs på skolen i morgen)
> Lærer: Det skal dere bare gjøre, jeg er ikke her i morgen.
> Elev 26: Da kommer vi med det i gymmen på mandag.
> Lærer: Heheh, nei men okei. Nok om UGGs. Prøv å få utvidet det der skjemaet. (Elevene starter å arbeide i par med oppgaven)

Drugli og Nordahl (2013) mener en positiv lærer-elevrelasjon blant annet inkluderer respekt mellom partene, noe som videre medfører en trygghet hos læreren. Situasjonen kan illustrere en god lærer-elev-relasjon, samt en trygghet i klasserommet og hos læreren. Elevene kan komme med slike humoristiske innslag, og forvente at læreren responderer med en tilsvarende kommentar. I tillegg viser elevene respekt ovenfor læreren ved å etterfølge beskjeden om å starte oppgavearbeidet. En annen situasjon viser trygghet og respekt ovenfor feiltakning. Elevene har fått i oppgave å finne utfallsrommet for to terninger, der et elevpar mener det er tretti mulige utfall:

> Lærer: (…) Først ”Elev 6” og ”Elev 5”, hvorfor tenkte dere 30?
> Elev 5: Når du… Først må du jo ta seks gange seks for å finne ut hvor mange utfall du kan få, som er 36. Men, du kan… Når du tar for eksempel 5,4, og etterpå tar du den andre veien 4,5, så er det jo akkurat det samme.
> Lærer: Men, nu har vi… Hvorfor mener du at det er det samme?
> Elev 5: Og, nei glem det. Det er 36.
> Elev 17: 36
> Lærer: Men, du er inne på noen ting. Fordi at… Det der er… Jeg oppdaget at en eksamensoppgave der de hadde gjort feil. Det var en eksamensoppgave der det var to terninger, og du skulle ha antall mulige utfall. Du skulle finne sannsynligheten for å få den og den kombinasjonen. De hadde sagt 36, men der var det ikke 36 muligheter. Litt på grunn av det du sier, for der var det to helt like terninger. Og, når vi da får 4 og 5, og 5 og 4, hvordan skal vi vite at det er en ny hendelse?
> Elev 5: Fordi om du har 30… 30 er utfall av svar, men 36 er utfall… Hva var det det heter… Husker ikke hva det heter.
> Lærer: Jeg er redd for at 30 ikke hadde stemt heller da. Hadde vi satt opp et system og krysset ut, så hadde vi nesten endt opp med halvparten. For i nesten hver kombinasjon i 1 og 2 og 2 og 1 vil være dem samme, og 3 og 1, og 1 og 3. Men, her har vi to forskjellige farger. Det betyr at vi kan skille om vi fikk tre på blå og en på rød, eller tre på rød og en på blå. Så de er to forskjellige farger, så er vi nok her (Setter ring rundt tallet 36 på Smarbord). Så hvorfor?

Læreren viser en forståelse ovenfor elevenes tenkning med å komme med et eksempel der den hadde vært relevant. Ved å ta elevens tenkning seriøst og med respekt, skaper læreren en trygghet for feiltakning, noe som kan relateres til normen *respectful discourse* (Chapin et al., 2013). Kazemi og Hintz (2014) skriver det alltid er noe logisk bak elevens tenkning, noe læreren i situasjonen ovenfor også finner. Det er en trygghet i klasserommet i forbindelse med feiltakning, da verken elevene eller læreren kommer med negative kommentarer eller blikk. I tillegg deltar opp mot alle elevene minst en gang under helklassekommunikasjonene i hver undervisningsøkt. Det kan indikere at elevene er trygg på å ta ordet i klasserommet.

5.2.2 Sosiomatematiske normer

Akseptabelt matematisk svar

Klassen har nettopp gjennomgått forskjellen på uniform og ikke-uniform sannsynlighetsmodell, når læreren gir elevene en oppgave:

> Lærer: (…) Så hvis jeg har en pose (Tegner opp på Smartboard mens h*n snakker), som ikke er gjennomsiktig riktig nok. Og, inni posen så har jeg en del kuler (Tegner tre røde, to grønne og to blå) Er det her… Hvilken type sannsynlighetsmodell er det her? Og, husk på også å begrunne hvorfor dere velger en av de to. Er den uniform eller er den ikke-uniform? (3 sek pause) Diskuter det litt, kort i paret. Bare noen få sekund. For det burde være… Husk å kunne begrunne svaret deres.

En av de sosiomatematiske normene omhandler hva som er et akseptabelt matematisk svar eller forklaring (Yackel & Cobb, 1996). Situasjonen illustrer at læreren forventer begrunnelse av elevenes svar, og ikke bare det konkrete matematiske svaret. Elevene må dermed forklare hvordan de kom frem til svaret, altså deres løsningsstrategi, resonnementet eller tankemåte. Læreren kan på den måten få elevene til å utvikle komponentene *adaptiv reasoning* og *conceptual understanding* i Kilpatrick et al. (2001) sine kompetansemodell, gjennom å kreve begrunnelse av svarene deres. Elevene må i situasjonen vise at de har en forståelse av de matematiske konseptene uniform og ikke-uniform sannsynlighetsmodell, ved å forklare eller begrunne deres valg av sannsynlighetsmodell.

I en annen situasjon ber læreren en elev om å begrunne sitt innspill, siden h*n ikke gjorde det. Elevene har parvis arbeidet med en oppgave, og går gjennom oppgaven i en helklassekommunikasjon. De skulle finne antall koder til en kodelås med tre hjul, der hvert hjul hadde ti valgmuligheter:

Elev 8: Så det er ti i tredje? (Sier det uten å ha rukket opp handen)
Lærer: Der er vi enig (Elev 8 rekker opp handen) Så er spørsmålet… Hva var spørsmålet, "Elev 8"?
Elev 8: Jeg sa ti i tredje.
Lærer: Du sa ti i tredje (Skriver "10^3" etter de tre 10-tallene). Nu begynner dere å snakke avansert matematikk. Bra, "Elev 8". Hvordan begrunner du ti i tredje da?
Elev 8: Ti ganger ti ganger ti.
Lærer: Ti ganger ti ganger ti. Hvorfor blir det... Hvorfor blir det rett igjen?
Elev 8: Fordi det er 10… 10 kombinasjoner… 10 tall i den…
Elev 7: Det er 10 kombinasjoner på den første, 10 kombinasjoner på den andre, så kan du velge en der og mellom ti nye… (Vanskelig å høre hva eleven sier)

I situasjonen har elev 8 sett en matematisk sammenheng, men har vanskeligheter med å forklare hvorfor det blir ti i tredje når læreren ber h*n begrunne svaret. Læreren er ikke fornøyd med elev 8 sin ufullstendige forklaring, og får h*n til å utdype svaret ytterligere. Elev 8 og elev 7 har arbeidet i par, og det er tydelig at elev 7 også har forstått den matematiske sammenhengen når h*n gir en forklaring. Situasjonen kan indikere at læreren vil implementere og videreføre en sosiomatematiske norm, der elevene må begrunne for å avgi et akseptabelt matematiske svar.

I ett annet tilfelle får læreren elevene til å forklare hva som forventes av et matematisk svar. En elev har nettopp avgitt et svar tilknyttet en oppgave, men forklarte ikke hvordan h*n kom frem til svaret:

Lærer: Hvordan pleier jeg å ville at dere skal svare?
Elev 22: Forklaring
Elev 27: Si hvordan du kom fram til svaret.
Lærer: Forklare hvordan du kom frem til det. For det er det viktigste... Forklar.

Regelmessig interaksjon medfører i følge Franke et al. (2007) gjenforhandling av normene. Den sosiomatematiske normen blir repetert og gjenforhandlet i situasjonen, når læreren fremhever sin forventing til elevenes svar på stilte spørsmål og gitte oppgaver. Videre illustrerer situasjonen at elevene vet hva som kreves for å avgi et akseptabelt matematisk svar. Elev 27 uttrykker at det ikke holder å si det konkrete matematiske svaret. Normen er sannsynligvis utarbeidet i interaksjonen mellom læreren og elevene. Elevenes matematiske svar og forklaringer gir læreren og medelevene en forståelse av en elevs tankegang, eller det Harel (2008) beskriver som *way of thinking*.

Ulike løsningsstrategier

Elevene skal gjøre fem kort (ruter konge, kløver konge, spar ess, ruter ess og kløver ess), som de tidligere har plassert under en ikke-uniform sannsynlighetsmodell, om til en uniform sannsynlighetsmodell:

> Lærer: Ja, okei. Ehm… Okei, forslag til... Hvordan… Hvordan kan de der kortene... fordi var ikke vi enig om at hvis spørsmålet er om å få ess eller få konge så er det ikke-uniform. Men kan det være nå.. kan vi gjøre den til en.... (Elev 22 rekker opp hånden) Først kan vi tenke… Kan vi gjøre den til en uniform sannsynlighetsmodell? Det kan vi starte med. De som har forslag der vi gjør noe med den for å få den til å bli en uniform sannsynlighetsmodell. ”Elev 22”?
> Elev 22: Vi fjerner den fremste essen.
> Lærer: Vi tar bort en ess? (Elev 9 rekker opp hånden)
> Elev 22: Ja, fordi da blir det to ruter og to kløver.
> Lærer: To ruter og to kløver.
> Elev 27 (Avbryter): Eller to konger og to esser
> Lærer: Eller to konger og to esser.
> Elev 26: Men, du har også to røde og to svarte.
> Lærer: Ja, to røde og to svarte. Er det alle de her blitt en uniform sannsynlighetsmodell da?
> Flere elever i kor: Ja

Elevene reflekterer over og kommer med flere løsningsstrategier som gjør kortene til uniforme sannsynlighetsmodeller. I datamaterialet er læreren i flere tilfeller opptatt å få frem ulike løsningsstrategier. Læreren ber ofte alle elevpar, etter oppgavearbeid i par, å avgi det konkrete matematiske svaret, noe h*n skriver på Smartboard. Deretter må utvalgte elevpar forklare deres løsningsstrategier, hvordan de kom frem til svaret. I følge Yackel og Cobb (1996) presenterer elevene flere forklaringer, dersom ulike løsninger vektlegges om de er matematisk forskjellig. Datamaterialet indikerer at elevene er klar over eksistensen av ulike måter å komme frem til samme svar på. I noen tilfeller er det nødvendigvis ikke et riktig svar, noe som illustreres i situasjonen ovenfor. Dermed kommer elevene med ulike løsningsstrategier og svar. Det er etablert en sosiomatematisk norm som tilsier at elevene kan komme med ulike løsningsstrategier. Når elevene kommer med ulike løsningsstrategier og må reflektere om de er matematisk gyldige, utvikler elevene matematisk kompetanse. Elevene oppnår i slike sammenhenger stor grad av *strategic competence* og *adaptive reasoning*, da de må utvikle løsningsstrategier for å løse en matematisk oppgave. I tillegg må de reflektere og eventuelt begrunne hvorfor en annen løsningsstrategi er matematisk gyldig.

Minimal handsopprekning og lærerens utvelging av elever

Under intervjuet forteller læreren at h*n prøver å holde helklassekommunikasjoner med minimal handsopprekning, men det forekommer likevel i noen undervisningssekvenser. I videoopptakene tar elevene ordet i helklassesituasjoner uten å ha rukket opp handen. Det kan være i sammenhenger der de bygger på andres innspill, svarer på spørsmål stilt av læreren eller kommer med relevante faglige innspill. Læreren ønsker ikke handsopprekning i helklassekommunikasjoner der matematiske oppgaver, resonnementer og liknende diskuteres. I situasjonen beskrevet nedenfor har elevene arbeidet med en oppgave tilknyttet ikke-uniform sannsynlighetsmodell, og under diskusjonen av oppgaven ber læreren elevene om å ta ned hendene:

> Lærer: Ja, enn de her kortene da? (Noen begynner å hviske om kortene seg i mellom, og flere elever tar opp hånden) La bare alle få tenke seg om, så ta bare ned hendene. Ehm… "Elev 30". Hva kom dere frem til i forhold til de kortene?

Situasjonen bekrefter det læreren sa i intervjuet, nemlig minst mulig handsopprekning i diskusjoner av matematiske oppgaver. Læreren velger elev 30 til å besvare det gitte spørsmålet. I intervjuet kommer det også frem at læreren kan peke ut elever til å ta ordet i helklassekommunikasjoner etter pararbeid. Det er noe elevene er vant og innforstått med. I en annen situasjonen velger også læreren ut hvilke elever som skal svare på en oppgave. Elevene skal finne sannsynligheten for hver hendelse i en spinner/lykkehjul:

> Lærer: (…) Kan dere anslå sannsynligheten for hver hendelse i den (Peker på spinner 1), og sannsynligheten for hver hendelse i den her (Peker på spinner 2) Dette vil jeg at dere skal gjøre i par. Og husk på litt hvordan vi har jobbet med hvordan vi skriver sannsynligheten for en hendelse. (…) (Elevene arbeider i par i underkant av 2 minutter, mens læreren går rundt å observerer og veileder)
> Lærer: Okei. Hva er "Elev 28" og "Elev 29", hva dere sier sannsynligheten i… (Har merket dem i spinner 1 og spinner 2 med tall på tavlen) Hva er sannsynligheten for hver hendelse i spinner 1?
> Elev 29: At det... Det er 20. En femtendedels sjanse for at den… (Illustrer en peker med å bevege den ene fingeren) lander på en av dem.

I situasjonen ber læreren elev 28 og 29 om å fortelle deres matematiske svar, da elevene skal være kjent med å kunne bli utvalgt etter pararbeid. På den måten legger læreren press på elevene, med at de må ha formulert noe til helklassekommunikasjonen. I følge Franke et al. (2007) blir det matematiske arbeidet styrt av sosiale normer. Helklassekommunikasjoner etter pararbeid er tydelig preget av de sosiomatematiske normene *minimal håndsopprekning og lærerens utvelging av elever*.

5.3 Lærerens handlinger

Nedenfor går vi nærmere inn på de tre siste kategoriene i *the Knowledge quartet; transformation*, *connection* og *contingency.*

5.3.1 Transformation

Rowland et al. (2009) omtaler kategorien *transformation* som en planleggingsfase, der læreren gjør valg i forhold til undervisningens forløp. I det følgende presenteres oppgaver og forklaringer læreren tar i bruk under matematiske helklassekommunikasjoner.

Oppgaver

Basert på datamaterialet bruker læreren oppgaver for å belyse matematiske konsepter, prosedyrer og ideer. Læreren innfører de matematiske konseptene uniform og ikke-uniform sannsynlighet i situasjonen under, ved å ta utgangspunkt i en oppgave:

> Lærer: (…) Kan dere anslå sannsynligheten for hver hendelse i den (Peker på spinner 1), og sannsynligheten for hver hendelse i den her? (Peker på spinner 2) Dette vil jeg at dere skal gjøre i par. Og, husk på litt hvordan vi har jobbet med hvordan vi skriver sannsynligheten for en hendelse. (Elevene jobber i par i underkant av to minutter)

Etter elevene i parene og i fellesskapet har funnet at det er lik sannsynlighet for hver hendelse i spinner en og ulik sannsynlighet for hendelsene i spinner to, innfører læreren konseptene nevnt ovenfor:

> Lærer: (...) Den ene har vi blitt enige om at der er det lik sannsynlighet (Peker på spinner 1), og i den andre var det ulik sannsynlighet (Peker på spinner 2) for hver hendelse. Det vi er inne på nu, er noe som kalles for sannsynlighetsmodeller. Vi har to forskjellige sannsynlighetsmodeller. Og, den her sannsynlighetsmodellen (Peker på spinner 1) kalles for en uniform sannsynlighetsmodell. Hvorfor trur dere at den kalles uniform sannsynlighetsmodell? Er det noen som kan tenke seg hva uniform kan komme av? Eller hvordan kan vi huske at det kalles for det? For det er jo begreper som kommer opp... Hvis vi hadde hatt skoleuniform, hvordan hadde vi sett ut da?

Ved å bruke oppgaver som inngangsport i innføring av nytt matematisk stoff, unngår læreren å innføre prosedyrer eller konsepter gjennom forklaringer og deretter vise til et eksempel. Franke et al. (2007) og Kazemi og Hintz (2004) mener matematiske samtaler skal fremme matematisk kompetanse. Læreren inkluderer elevene i innføring av matematiske konsepter, ideer og sammenhenger gjennom samtaler der oppgaver diskuteres. Elevene har dermed mulighet til å utvikle en god matematisk kompetanse.

Videre får elevene oppgaver tilknyttet uniform og ikke-uniform sannsynlighetsmodell, der konseptene praktiseres. Etter innføringen av sannsynlighetsmodellene skal elevene avgjøre om en terning og fem spillekort, bestående av tre esser og to konger, er uniform eller ikke-uniform. Klassen blir enige om å plassere terningen under uniform sannsynlighetsmodell, og de fem spillekortene under ikke-uniform. Læreren gir deretter elevene den påfølgende oppgaven:

> Lærer: (…) Finnes det noen tilfeller i forhold til de kortene at de kan være uniform? Må dere tenke på hva det betydde at noe var uniform. Diskuter litt på paret, hvordan kan vi gjøre det til en uniform sannsynlighetsmodell?

Elevene får gjennom begge oppgavene praktisert konseptene de nettopp gjennomgikk. Oppgavene kan relateres til Kilpatrick et al. (2001) sin inndeling av rutinemessige og ikke-rutinemessige problemer. Mens den første oppgaven er mer rutinemessig, er den andre ikke-rutinemessig. For å bestemme hvilken sannsynlighetsmodell terningen og de fem spillekortene tilhører, må elevene forstå konseptet bak uniform og ikke-uniform sannsynlighet. Den andre oppgaven krever mer resonnering hos elevene, siden det ikke er en bestemt strategi frem til løsningen. Elevene kommer også med ulike løsninger, da forskjellige situasjoner gjør spillekortene uniform. Selv om det ikke er lik sannsynlighet å trekke en ess som en konge, blant de fem kortene, er det situasjoner der sannsynligheten er lik. Som læreren poengterer i undervisningstimen er det situasjonen som avgjør om, i dette tilfellet kortene, er uniform eller ikke-uniform.

Læreren bruker også en oppgave for å innføre valgtreet og produktregelen innenfor kombinatorikk. Elevene skal finne antall antrekk det er mulig å lage, når en person kan velge mellom to gensere, to bukser og tre par sko. De arbeider parvis i noen minutter, før læreren avbryter arbeidet og innfører valgtreet. Læreren starter på valgtreet, og elevene må deretter arbeide videre med det påbegynte valgtreet i parene. Etter elevarbeidet blir valgtreet fullført i en helklassekommunikasjon. Deretter innfører læreren produktregelen, ved å spørre elevene om det er en sammenheng mellom antall valg for hvert klesplagg og det totale antall antrekk. Videre får elevene blant annet praktisert produktregelen gjennom å finne utfallsrommet for to terninger, mulige koder for ulike kodelåser og antall hårfrisyrer en frisørsalong kan lage. I forhold til oppgavene nevnt ovenfor, tilknyttet uniform og ikke-uniform sannsynlighetsmodell og kombinatorikk, er de virkelighetsnære, bygger på hverandre og har faglig progresjon. Læreren gir elevene et mangfold av oppgaver tilknyttet det samme matematiske konseptet, for gi ulike vinklinger eller belyse konseptet på forskjellige måter. I intervjuet kommer det frem at læreren har matematiske mål for timen og helklassekommunikasjonen. Basert på datamaterialet, er det tydelig at læreren velger oppgaver så elevene oppnår de matematiske målene for timen og helklassekommunikasjonene, noe blant annet Kazemi og Hintz (2014) vektlegger. Med andre ord, det ikke tilfeldig hvilke oppgaver læreren har valgt til undervisningen.

Oppgavene læreren anvender under helklassekommunikasjonene krever tenkning, utforskning, argumentering og forståelse av matematiske konsepter, prosedyrer og sammenhenger. De kan dermed relateres til det Smith og Stein (2011) betegner som *oppgaver på et høyt nivå,* samt *problemløsningsbasert matematikk* (Artique & Blomhøj, 2013; Kilpatrick et al., 2001; Koicho, 2014; Powell et al., 2009) og *undersøkende matematikk* (Artique & Blomhøj, 2013). Læreren gir elevene forskjellige ikke-rutinemessige problemer/oppgaver, der løsningen og løsningsprosessen ikke er innlysende for elevene. De må derfor resonnere for å forstå og løse oppgaven. I tillegg gir læreren elevene rutinemessige problemer/oppgaver hvor de reproduserer eller andvende en kjent prosedyre. Det gjennom å bruke tidligere erfaringer, eller det nye matematiske stoffet de lærte i undervisningsøkten.

Forklaringer

I datamaterialet finner vi ingen lange forklaringer fra læreren, siden h*n gjennomgående bruker elevene og oppgaver som et verktøy ved forklaringer. I situasjonen nedenfor benytter læreren en analogi for å skape et skille mellom uniform og ikke-uniform sannsynlighetsmodell. Elevene har tidligere i undervisningen funnet sannsynligheten for hendelser i to spinnere/lykkehjul:

> Lærer: (…) Det vi er inne på nå, er noe som kalles for sannsynlighetsmodeller. Vi har to forskjellige sannsynlighetsmodeller. Og, den her sannsynlighetsmodellen (Peker på spinner 1) kalles for en uniform sannsynlighetsmodell. Hvorfor trur dere at den kalles uniform sannsynlighetsmodell? Er det noen som kan tenke seg hva uniform kan komme av? (3 sek pause) Eller hvordan kan vi huske at det kalles for det? For det er jo begreper som kommer opp… (3 sek pause). Hvis vi hadde hatt skoleuniform, hvordan hadde vi sett ut da?
> Elev 6: Lik. (Svarer uten å ha rukket opp handen)
> Lærer: Vi hadde vært?
> Elev 6: Lik. (Svarer uten å ha rukket opp handen)
> Lærer: Lik, ja. Kan vi tenke at uniform har noe ting med likhet å gjøre. At det er likt utfall for hver hendelse. Hva trur dere den her kalles? (Peker på spinner 2) om den her kalles for uniform (Peker på spinner 1). Hva tenker dere den her kalles for da (Peker på spinner 2)?
> Elev 6: U-uniform
> Lærer: U-uniform? Ja, det kunne den ha hetet. Men, hvis vi ikke har en uniform, så kan vi kalle den for.? (2 sek pause) Den kalles rett og slett for ikke-uniform sannsynlighetsmodell. Verre er det egentlig ikke. (…)

Forklaringen av konseptene er tilpasset elevenes nivå, da læreren benytter både en oppgave og analogi ved innføring av konseptene. Skoleuniform er noe elevene har hørt om, og gjennom analogien kan elevene relatere sannsynlighetsmodellene til noe kjent og virkelighetsnært. Læreren skaper dermed en bedre forståelse av konseptene. Det kan være med på å hindre misoppfattelser tilknyttet uniform og ikke-uniform sannsynlighet. Under presenteres ytterligere en situasjon der læreren tar i bruk elevene ved forklaring av et matematisk konsept:

> Lærer: Nu skal vi i gjennom det vanskelige ordet ”kombinatorikk”. Hva trur dere at ”kombinatorikk” betyr?
> Elev 17: Kombinasjon.
> Lærer: Kombinasjoner, ja. ”Elev 17”, trur det har noe med kombinasjoner å gjøre. Høres det logisk ut?
> Elever: Ja
> Lærer: Ja, det har noe med kombinasjoner å gjøre. Hva er det vi kan kombinere?
> Elev 8?: En pluss en (Har ikke rukket opp handen)
> Lærer: Ja, vi kan kombinere tallet 1 og tallet 1. Er det andre ting vi kan kombinere? Husk, at vi er innenfor sannsynlighet, og kanskje litt av de tingene med sannsynlighet vi har jobbet med til nå. Hva er det som kan være kombinasjoner der? (…)

Læreren bruker elevene til å forklare hva kombinatorikk er. Ved å stille elevene spørsmål, må de reflektere over hva de legger i begrepet kombinatorikk, og hva som kan kombineres innenfor kombinatorikk. Det gir elevene mulighet til å generere mening til det matematiske konseptet, noe Wood (1998) mener kommunikasjon kan ha til hensikt. I følge Burbles og Bruce (2001) foregår det ofte frontalundervisning preget av monolog fra læreren. Den observerte læreren bruker elevene gjennomgående aktivt ved forklaring av nye matematiske ideer, og skaper dermed dialoger der elevene kan generere meninger rundt matematiske konsepter. Med andre ord er det minimal forekomst av monolog i lærerens undervisning.

Læreren gir sjeldent lange forklaringer i forbindelse med løsninger/svar på oppgaver og spørsmål. Elevene må selv forklare deres tenkning relatert til oppgaver og spørsmål fra læreren, men av og til gir læreren utfyllende forklaringer. Nedenfor presenteres en situasjon der læreren gir en slik utfyllende forklaring til en oppgave. Elevene har arbeidet med kombinatorikk og produktsetningen, og har vanskeligheter med å forklare hvorfor produktsetningen gir riktig svar på en oppgave. De har fått i oppgave å finne antall koder det er mulig å lage på en kode med tre hjul, der hvert hjul har ti valgmuligheter av tall:

> Lærer: Ja, så hver av de 10 kan kombineres med 10 nye muligheter? Det skulle bli 100 muligheter. Ikke sant? Hvis vi tar... Hvis jeg valgte tallet 1 på den første, så har jeg 1 0, 1 1, 1 2, 1 3, 1 4, 1 5, 1 6, 1 7, 1 8 og 1 9. Det skulle gi hvor mange muligheter?
> Elever: 10
> Lærer: 10, ja. Hvis jeg tar neste tall, så blir det 20 muligheter til sammen. Tar jeg tredje tallet så blir det 30 muligheter. Når jeg har 10 slike, da ender jeg jo opp til slutt på 100. (…) Så der

> har vi jo hundre (Skriver 100 under 10-tallene under ”1. hj” og ”2. hj”). Så kan de 100 kombineres igjen med 10 mulige der (Peker på 10-tallet under ”3. hj”). Da ende vi opp med ti i tredje, eller?

To elever har i forkant prøvd å forklare hvorfor svaret på oppgaven ble tusen, men læreren er ikke fornøyd med forklaringen. Læreren prøver derfor å forklare hvorfor det blir rett å multiplisere ti med ti, og deretter med ti. I sammenhenger der elevene ikke klarer å begrunne deres matematiske svar godt nok, kommer læreren med utfyllende forklaringer, slik situasjonen illustrerer. Det er tydelig at læreren kan vurdere elevenes matematiske forklaringer og kan belyse det matematiske innholdet på forskjellige måter, noe Ball et al. (2008) vektlegger innenfor lærerens spesialiserte fagkunnskap.

5.3.2 Connection

Connection omhandler hvilke grep læreren anvender i undervisningen for å skape matematisk forståelse hos elevene (Rowland et al., 2009). Videre presenteres det hvordan læreren tar i bruk samtalegrep og formulerer spørsmål, for å skape rike matematiske samtaler.

Samtalegrepet: Wait time

Nedenfor presenteres to situasjoner hvor læreren benytter samtalegrepet *wait time*:

> Lærer: (…) Okei, så er spørsmålet: Hvordan finner vi nå hvor mange kombinasjoner har vi fått? Klarer dere å telle antall kombinasjoner? (Elev 27 tar opp handen) La bare alle få tenke seg om, så ta bare ned hendene. Hvor mange forskjellige kombinasjoner av antrekk har vi laget nu? (Lar hver og en elev få tenke seg om i ca. 10 sekunder)
>
> Lærer: Okei. Ja, for når vi fant sannsynligheten... Hva var det vi var ute etter da? (6 sek pause) Hva vi var ute etter når vi skulle definere hvor stor sannsynligheten er? Antall? Er det noen? (Elev 12 rekker opp handen) ”Elev 12”?

Læreren anvender *wait time* for å gi elevene betenkningstid etter stilte spørsmål. Eleven som rekker opp handen i den første situasjonen blir avvist, og læreren forklarer at alle skal få betenkningstid. Lærere har ofte vanskeligheter med å gi elevene tilstrekkelig tid til å formulere et svar (Chapin et al., 2013). I førstnevnte situasjon venter læreren cirka ti sekunder, og i den sistnevnte seks sekunder. Gjennomsnittlig gir læreren elevene seks-sju sekunder betenkningstid, og basert på datamaterialet bruker h*n *wait time* gjennomgående. På bakgrunn av samtalegrepet har elevene lengere tid til å formulere et svar. Det kan medføre høyere elevdeltakelse i helklassekommunikasjonene. Læreren får i tillegg mulighet til å velge blant flere elever, og kan i større grad forvente et svar. Chapin et al. (2013) mener samtalegrepet kan bidra til produktive matematikksamtaler. Det er lettere å komme med relevante innspill og bygge på hverandres ideer, når alle har fått tenkt selv og kommet fram til et svar.

Samtalegrepet: Turn and talk

Læreren bruker samtalegrepet *turn and talk* trettito ganger på fire undervisningsøkter i forbindelse med gitte spørsmål og oppgaver. Nedenfor beskrives tre utvalgte situasjoner der samtalegrepet benyttes:

> Lærer: Den er ikke seks. Utfallsrommet, da skal dere si noen ting om alle mulige utfall med å kaste en terning? Gikk vi litt fort igjennom den? Vi skulle beskrive utfallsrommet. Hvilke mulige utfall kan vi ha ved å kaste en terning. Diskuter det litt i paret, for nu ble det litt stille her. (Elevene arbeider i par i 40 sekunder).
>
> Lærer: (…) Spørsmålet er, kan vi finne ut hvor mange mulige utfall har vi når vi kaster to terninger? Dere skal ikke finne utfallsrommet, men finne antall mulige utfall av å kaste to terninger. Tenk på... Basert på det vi nettopp har gjort i forhold til klær, de tre valgene som var der, de tre hendelsene som var der. (Elevene arbeider i par i 1,5 min. Læreren går rundt å lytter/observerer/veileder).
>
> Lærer: Prøv i parene. Utvide nedover til neste valg, hvor mange alternativer har hun på hver av de der nå på neste. Så begynn med å tegne den her (peker på det h*n allerede har tegnet av valgtreet på tavlen). Dere burde kanskje ha litt bedre avstand enn det jeg har nu.
> (Elevene jobber i par. Lærer går til flere par; elev 32 og 33, elev 20 og 31, elev 26, 27 og 21. Elevene får jobbe i underkant av to minutter)

Læreren forteller i intervjuet at parsamtale anvendes for å gi elevene tid til å tenke og formulere noe matematisk. I følge Wood (1998) har elevene mulighet til refleksjon rundt egen matematiske forståelse i samtale med andre. Elevene har videre mulighet til å formulere, resonnere, sortere, klargjøre og begrunne sin tenkning i forhold til matematiske løsningsstrategier, sammenhenger, resonnementer med mer. I tillegg kan de orientere seg til og bygge på hverandres ideer, gjennom å lytte og forstå hverandres tankegang. På bakgrunn av betenkningstid har elevene mulighet til å styrke resultatet av den kognitive aktiviteten, *way of understanding* (Harel, 2008). Ved bruk av samtalegrepet blir alle elevene aktivisert i en parsamtale. Chapin et al. (2013) skriver det er lettere å dele ideer med klassen etter grepet *turn and talk*. Elevene kan oppleve trygghet, når de presenterer utspill de har formulert med en partner. Det kan bidra til høyere elevdeltakelse i helklassekommunikasjonene.

Samtalegrepet: Say more

Under beskrives en situasjon der lærer anvender *say more:*

> Lærer: Stemmer det at det er 50% sjanse? Men, hva mente du at det var 50% sjanse? (Henvender seg til elev 24)
> Elev 24: Ah, trenger ikke å forklare
> Lærer: Jo, men hva tenkte du egentlig da?
> Elev 24: At de er like stor begge to. (Det oransje og grønne området).

Læreren spør hva elev 24 mener med svaret sitt angående 50%. Eleven responderer raskt med at h*n ikke trenger å forklare. Situasjonen kan relateres til Fraivilling et al. (1999) sitt grep *lokke frem* tenkning. Læreren ønsker å få mer informasjon om elevens matematiske tenkning, og ber h*n forklare sin tankegang. Chapin et al. (2013) mener *say more* kan benyttes når elevene gir korte svar. Elev 24 må gi mer informasjon om sin tenkning. Det medfører at læreren har noe å bygge samtalen videre på. Samtalegrepet kan relateres til det Harel (2008) omtaler som *way of understanding* og *way of thinking.* Ved å be eleven om å tydeliggjøre egne tanker, *way of understanding*, får både læreren og medelevene et innblikk i elevens *way of thinking.* Chapin et al. (2013) mener det er nødvendig for å skape produktive matematikksamtaler, så elevene kan orientere seg mot, forstå og bygge videre på hverandres tankegang.

Samtalegrepet: Press for reasonning

Nedenfor presenteres en situasjon der læreren får en elev til å utdype sitt resonnement:

> Lærer: Hvordan kan dere si det? Hva er det som gjør at sannsynligheten er lik? (Ser rundt i klasserommet når spørsmålet stilles – lar blikket vandre. Tre elever, elev 19, 24 og 25, rekker opp hånden umiddelbart. Læreren peker ut den ene eleven. I det læreren peker ut elev 25, rekker også elev 31 beskjedent opp handen).
> Elev 25: Fordi alle fargene har like store områder.
> Lærer: Så områdene har betydning for hvor stor sannsynlighet det er?
> Elev 25: Ja
> Lærer: På hvilken måte har områdene noe å si?
> Elev 25: For jo større område du har, jo pekeren kan stoppe på.

Læreren ønsker mer informasjon fra klassen, og stiller et spørsmål elev 25 svarer på. Deretter kommer læreren med et oppfølgingsspørsmål, hvor eleven svarer ja. For å få eleven til å utdype sin tankegang, tar læreren i bruk samtalegrepet *press for reasonning*. Elev 25 blir presset til å forklare og begrunne hvorfor områdene har betydning for sannsynligheten. Det hjelper eleven til å utvikle egen evne til matematisk resonnering. Resonnering styrker elevens matematiske forståelse, i forhold til Kilpatrick et al. (2001) sine komponenter *adaptiv reasoning* og *conceptual understanding*. Logisk tenkning og refleksjon kan skape en forståelse av matematiske konsepter og sammenhenger. Basert på datamaterialet anvender læreren ofte samtalegrepet, da han ber elevene om å utdype og begrunne sine svar. Det kan medføre at elevene på sikt blir vant med å grave dypere i matematikken og gir mer utfyllende svar under helklassekommunikasjonene, selv om læreren ikke etterspør det.

Samtalegrepet: So are you saying

Chapin et al. (2013) mener samtalegrepet *so are you saying* er hensiktsmessig i sammenhenger der elever har sagt noe sentralt for diskusjonen. Situasjonen nedenfor illustrerer et utdrag av innføringen til produktsetningen, hvor grepet benyttes:

> Lærer: (Venter i 3 sekunder) Er det noen som ser en sammenheng mellom de her tallene, og antall mulige?
> Elev 13: Vi ganger to med to, får fire, gange med tre, får tolv. (Sier det uten å ha rukket opp handen. Elev 14 klapper etter at h*n har sagt det)
> Lærer: Dere sier at to ganger to er fire ganger tre er tolv. Stemmer det?

Elev 13 har sagt noe vesentlig for diskusjonen. Læreren gjentar elevens uttalelse med egne ord så klassen får høre uttalelsen i en klarere versjon, og forsikrer seg samtidig at h*n har oppfattet den korrekt. I transkriberingen fra videomaterialet ser vi læreren ofte gjentar elevenes matematiske svar, dersom det er korte besvarelser. For eksempel kan læreren gjenta korte svar elevene gir tilknyttet oppgaver, men gjentar sjeldent løsningsstrategiene og begrunnelsene elevene kommer med.

Spørsmål fra område A: The teacher knows the answer – orienting intent

Hvilket spørsmål som kommer innenfor de ulike områdene i Ulleberg og Solems (2018) spørsmålsmodell, vil blant annet avgjøres i forhold til elevenes matematiske kompetanse og konteksten spørsmålet stilles i. For en elev kan et spørsmål kreve tilbakekalling av tidligere kunnskaper, mens for en annen kan spørsmålet være utfordrende. Nedenfor presenteres tre ulike situasjoner vi mener kan plasseres under område A:

> Lærer: Det er 50%, ja (Skriver det Smartboard) Eller?
> Elev 17: Eller en todel.
> Lærer: Eller en halv, ja. (…)
>
> Lærer: Det er 12 totale antrekk, men den ene blå genser, treningsbukse og joggesko. Den utgjør hvor mange av alle?
> Elev 12: En av tolv.
> Lærer: Ja.
>
> Lærer: Så områdene har betydning for hvor stor sannsynlighet det er?
> Elev 8: Ja.
> Lærer: Ja.

I første situasjon stiller læreren et spørsmål for å finne ut om eleven husker sammenhengen mellom prosent og brøk. Eleven må tilbakekalle tidligere matematisk kunnskap for å besvare spørsmålet. Læreren stiller et ledende og lite kognitivt krevende spørsmål i den andre situasjonen, og det er innlysende hva eleven kommer til å svare. I sistnevnte situasjon stiller læreren et ja-nei-spørsmål. Det kan være for å kontrollere om elevene har forstått svaret, noe Ulleberg og Solem (2018) skriver spørsmål fra området A kan benyttes til. Ved å stille ja-nei-spørsmål får læreren et innblikk i elevenes forståelse omkring det aktuelle matematiske temaet. Læreren stiller i flere tilfeller lite kognitive utfordrende spørsmål, der det kreves tilbakekalling av informasjon. De kan plasseres under kategorien, da spørsmålene er ledende og det er åpenlyst hvilket svar læreren forventer.

Spørsmål fra område B: The teacher knows the answer – influencing intent

Spørsmål fra område B har til hensikt å påvirke og utfordre elevenes tenkning i visse retninger (Ulleberg & Solem, 2018):

> Lærer: (…) Eee… Spørsmålet er, i den her spinneren (Snakker om spinneren oppdelt i fem like deler), er sannsynligheten lik for alle hendelsene?
> Mange elever: Ja
> Lærer: Hvordan kan dere si det? Hva er det som gjør at sannsynligheten er lik?
> Elev 8: Fordi alle fargene har like store områder.
>
> Lærer: Ja, vi kan også skrive det slik også. (Skriver på tavla: "p(hver hendelse)= 1/5") Den er lik 1/5. Hvorfor det?
> Elev 22: Fordi at alle fargene er like store, og derfor er det like stor sjanse for å få hver farge.
>
> Lærer: Ja, okei. Dere som har fått 24, hvordan tenke dere å argumentere for det?
> Elev 17: Ta fire ganger seks.
> Lærer: Det er ikke argumentasjon i seg selv. (Elev 8 rekker opp handen) Nå forteller dere bare hvordan dere kom frem til svaret. "Elev 9", først, har du lyst til å forklare det?
> Elev 9: Okei. Den første fargen kan du bare få til alle seks. Den andre også.

I datamaterialet finner vi flere situasjoner hvor elevene må begrunne og argumentere for deres matematiske svar og innspill. Ovenfor presenteres tre av disse, der læreren utfordrer elevenes tenkning (tilknyttet oppgaveløsninger) i spesifikke retninger, for senere å knytte tenkningen til matematiske konsepter og prosedyrer. Etter våre inntrykk er det tydelig hva læreren vil elevene skal svare, basert på spørsmålet og konteksten spørsmålet stilles i. Med andre ord veileder læreren elevene, så de kan utforske og finne viktige matematiske aspekter og ideer. Det er noe som vektlegges innenfor område B (Ulleberg & Solem, 2018). Ved å utfordre elevene må de resonnere og utdype deres svar. Når læreren ber om mer enn tilbakekalling av kunnskap, vil de i følge Franke et al. (2007) ha gode forutsetninger til å utvikle matematisk forståelse. På bakgrunn av datamaterialet, kan vi si at læreren er gjennomgående interessert i hvordan elevene tenker og argumenterer for deres matematiske svar og løsninger.

Videre viser datamaterialet at læreren ofte stiller spørsmål fra område B, basert på svarene elevene kommer med på spørsmål fra område C. Ulleberg og Solem (2008) skriver spørsmål fra område B bygger på spørsmål fra område C, noe som er eksemplifisert i siste situasjon ovenfor. Læreren ber elevene å argumentere hvorfor det blir fire ganger seks, og de må dermed vise matematisk forståelse ved å begrunne deres løsningsstrategi. Selv om elevene har kommet frem til riktig svar, betyr det nødvendigvis ikke at de har forstått løsningen. Gjennom å be elevene argumentere, blir de støttet i deres matematiske læring, noe Smith og Stein (2011) vektlegger. Når en elev begrunner sin tenkning, får både læreren og medelevene et innblikk i elevens tankemåte, eller det Harel (2008) omtaler som *way of thinking.*

Spørsmål fra område C: The teacher does not know the answer – orienting intent

Videre presenteres to ulike situasjoner hvor læreren stiller spørsmål innenfor område C:

> Lærer: Okei. (…) Hvordan kan vi gjøre den (pose med tre røde, to blå og to hvite kuler) fra en ikke-uniform sannsynlighetsmodell til uniform? Ta ei mulig løsning først.
> Elev 9: Hvis du tar ut den røde så blir den ikke-uniform
> (…)
> Elev 1: Vi kan ta ut… Vi kan ta inn en blå og en grønn.
>
> Lærer: (…) Hvordan sammenheng kan en terning, som i utgangspunktet har 1/6 for hver side… Hvordan finner vi en situasjon der det ikke er lik sannsynlighet for hvert utfall? ”Elev 13” og ”Elev 14”?
> Elev 13: Hvis oppgaven for eksempel er at du skal få over fem, da er det mer sannsynlighet for at du får under fem enn over fem.
> Elev 14: Og, hvis man for eksempel må få seks, da er det mye større sjanse for at du ikke får seks enn at du får seks. For hvis du må… For at… Hvis du spiller et spill eller noe, og må få en sekser for å komme videre… Det er større sjanse for at de får alle andre enn sekser.

Når læreren stiller spørsmål fra område C, har elevene i følge Ulleberg og Solem (2018) mulighet til å dele og uttrykke ideer, tanker og løsninger for klassen. I begge situasjonene får læreren utvalgte elever til å presentere løsningsstrategier. Oppgavene har flere mulige løsninger, noe som tydeliggjøres gjennom presentasjon av ulike strategier. Smith og Stein (2011) mener deling av løsningsstrategier fremmer læring. Spørsmålene fremmer strategisk kompetanse, da elevene må presentere og forklare deres løsningsstrategier for klassen.

Spørsmål fra område D: The teacher does not know the answer – influencing intent

Spørsmål fra område D er ofte ”hva-om-spørsmål” (Ulleberg & Solem, 2018). I datamaterialet finner vi seks tilfeller der læreren stiller ”hva-om-spørsmål”, og nedenfor presenteres en. I situasjonen arbeider elevene med kombinatorikk og har utarbeidet en formel, som kan benyttes dersom det er like mange valg for hver hendelse:

> Lærer: (…) Så hvis vi hadde hatt en lås med bare seks hjul. Unnskyld. Vi hadde en med fire hjul og seks, null til fem. Hva det hadde vært da? (Venter noen sekunder)
> Elev 14: What? (Sier det uten å ha rukket opp handen)
> Elev 13: Det hadde vært… (Fullfører ikke setningen, og sier det uten å ha rukket opp handen)
> Lærer: Om vi hadde hatt null til fem (Skriver ”0-5” på Smartboard) og fire hjul (Skriver ”4 hjul” på Smarboard)
> Elev 14: Åja.
> Lærer: Hva hadde det da blitt?
> Elev 13: Seks ganger fire.
> Elev 14: 6000
> Elev 8: Seks i fjerde.

Det er først utydelig hva læreren mener med det stilte spørsmålet, men forklarer etter hvert at låsen inneholder fire hjul (der hvert hjul har seks tall å velge mellom, null til fem). Læreren stiller elevene spørsmålet på sparket, og kan dermed relateres til ”hva-om-spørsmål”, da elevene tidligere i undervisningen har funnet antall mulige koder på andre kodelåser. Oppgaven eller spørsmålet elevene får tildelt, inneholder andre tall enn tidligere oppgaver. Hensikten med spørsmålet er å få elevene til å forstå og anvende den utarbeidende formelen. Mest sannsynlig vet ikke læreren det konkrete matematiske svaret på spørsmålet, men vet antageligvis fremgangsmåten. Ulleberg og Solem (2018) skriver lærere ofte ikke vet svaret på spørsmål fra område D. Erfarne lærere eller lærere med god fagkunnskap, klarer kanskje å forutse hva elevene vil svare. Spørsmål fra området er med på å styrke elevens konseptuelle forståelse, da de ofte må forstå konsepter og prosedyrer for å besvare spørsmålet.

5.3.3 Contingency

Kategorien *contingency* omhandler hvordan læreren mottar og bygger videre på uforventede elevbidrag, samt hvor tilbøyelig og åpen h*n er for nye ideer og bidrag (Rowland et al., 2009). De fem praksisene benyttes i forhold til lærerens planlegging, strukturering og gjennomførelse av helklassekommunikasjoner, der elevbidrag anvendes for å fremme læring (Smith & Stein, 2011). Det er vanskelig å uttale seg konkret om den første praksisen, *forutse elevens matematiske bidrag*. Læreren har valgt oppgaver, og eventuelt forutsett hvilke matematiske bidrag elevene kan komme med før undervisningen. 2.-4. praksis er sammenslått under analysen, siden de relatert til hverandre. I tillegg er utfordrende å beskrive hva læreren tenker når h*n observerer elevparene, samt hvordan h*n velger ut og bestemmer rekkefølgen av elevbidragene til helklassekommunikasjonen.

2.-4. Praksis

Læreren lar ofte elevene diskutere og arbeide med oppgaver i par, som nevnt tidligere trettito ganger på fire undervisningsøkter. Elevene har i en situasjon fått tildelt en oppgave de skal løse gjennom pararbeid:

> Lærer: Så hvis vi ser på de der to eksemplene (To terninger – en rød og en blå terning, og et utvalg av kort fra en kortstokk) Det ene er ... her har vi noen terninger og her har vi nå kort. Da vil jeg at dere i parene skal plassere… Hvor ville dere plassere terningene og hvor ville dere plassere de fem spillkortene? Er det uniform eller er de ikke-uniform? Diskuter ett minutt i parene. (Elevene begynner å diskutere to og to. Lærer går rundt og observerer og hører tankene til de ulike parene. (Går til elev 28 og 29 + elev 18 og 19) Elevene arbeider i par i underkant av 2 minutter)
> Lærer: Okei, eeehm… ”Elev 18” og ”Elev 19” først.

Ved å la elevene diskutere i par, har læreren mulighet til å sirkulere rundt og lytte på diskusjonene. I følge Stein et al. (2008) får læreren et inntrykk av det matematiske læringspotensialet til bidragene elevene utvikler. Læreren får også et innblikk i elevenes tankegang, matematiske forståelse og eventuelle misoppfatninger. Det kan legge føringer for hvilke elevbidrag som trekkes frem i den påfølgende helklassekommunikasjonen. I intervjuet kommer det frem at læreren ofte går til parene som har vanskeligheter med å forstå det matematiske temaet, og videre gir dem mulighet til å starte den påfølgende klasseromsamtalen. Deretter presiserer h*n at klassen som regel bygger på deres delte tenkning. Læreren mener det er viktig å inkludere mindre faglige sterke elever, så de opplever mestringsfølelse og selvsikkerhet. Det kan videre øke elevens motivasjon i faget. I situasjonen ovenfor går læreren til to ulike elevpar, hvor h*n betrakter det ene som mindre faglig sterk. På starten av den påfølgende helklassekommunikasjonen får elev 18 og 19 presentere deres tankegang først, og læreren får deretter klassen til å bygge videre på deres presenterte tanker.

Datamaterialet viser samtidig at læreren trekker frem ulike løsninger eller elevbidrag tilknyttet oppgaver. I tillegg velger læreren ut faglig sterke elever, samt elevideer som ikke er matematisk korrekt i forhold til den gitte oppgaven. I en situasjon blir et elevpar bedt å forklare deres løsningsstrategi til et ukorrekt matematisk svar. Elevene har fått utdelt en oppgave der de i par skal finne antall hårfrisyrer en frisør kan lage. Etter elevarbeidet velger læreren å ta frem elevparenes svaralternativer, for deretter å gå inn på de ulike løsningsstrategiene til svarene. Et av parene gir et galt svar, så læreren ber dem forklare deres løsningsstrategi nærmere. Læreren vektlegger dermed ikke bare løsningsstrategiene til det korrekte svaralternativet, men tar også frem ukorrekte svaralternativer. Elevparet forklarer deres løsningsstrategi, så læreren og medelevene får et innblikk i deres matematiske tenkning. På den måten blir eventuelle misoppfatninger avdekket og "rettet opp" , noe som kan føre til konseptuell forståelse og strategisk kompetanse hos elevene.

5. Praksis

Læreren anvender i et par tilfeller den femte praksisen, men det er vanskelig å finne spesifikke situasjoner i datamaterialet som illustrer det kort og konkret. Nedenfor presenteres utdrag av en situasjon der elevene arbeider med kombinatorikk. Elevene skal finne antall koder de kan lage av en kodelås av tre hjul, med ti valgmuligheter på hvert hjul. De har kommet frem til tusen mulige kombinasjoner eller koder, når en elev ser en matematisk sammenheng:

> Elev 8: Så det er ti i tredje? (Sier det uten å ha rukket opp handen)
> Lærer: Det er vi enig i. (Elev 8 rekker opp handen – trur ikke læreren hørte elevens kommentar) Så er spørsmålet? Hva var spørsmålet, "sier navnet til elev 8"?
> Elev 8: Jeg sa ti i tredje
> Lærer: Du sa ti i tredje (Skriver "10^3" etter de tre 10-tallene) Nå begynne dere å snakke avansert matematikk. Bra, "Elev 8". Hvordan begrunner du ti i tredje da?
> Elev 8: Ti ganger ti ganger ti.
> Lærer: Ti ganger ti ganger ti. Hvorfor blir det… Hvorfor blir det rett igjen?
> Elev 8: Fordi det er 10, 10 kombinasjoner, 10 tall i den
> Elev 7: Det er 10 kombinasjoner på den første, 10 kombinasjoner på den andre, så kan du velge en der og mellom ti nye (…) (Vanskelig å høre hva eleven sier)

Elev 8 ser også sammenhengen ved fire hjul, der svaret blir titusen eller ti i fjerde. Læreren går videre på den matematiske sammenhengen, og spør elevene om de finner en forbindelse mellom antall hjul/hendelser, eksponenten og svaret/antall mulige kombinasjoner. Klassen utarbeider "formelen": Antall valg$^{\text{Antall hendelser}}$, eller n^k. Situasjonen illustrerer at læreren bygger videre på elevens idé, og relaterer ideen til en matematiske sammenheng. Det vil i følge Franke et al. (2007) og Smith og Stein (2011) fremme matematisk læring hos elevene. Den demte praksisen kan relateres til et av tre grep Fraivilling et al. (1999) fant hos en flink matematikklærer; *utvide* elevenes matematisk forståelse. Læreren tar utgangspunkt i produktregelen som elevene forstår og arbeider med, for å innføre "formelen".

6 Drøfting

Kapittelet er inndelt i fem underkapitler, og vil først redegjøre for sammenhengen mellom sosiale og sosiomatematiske normer, samt hvordan normene påvirker helklassekommunikasjonene. Lærerens handlinger blir diskutert på tilsvarende måte. Det samme gjøres angående lærerens handlinger tilknyttet kommunikasjonene. Deretter blir de tre sosiomatematiske normene relatert til lærerens handlinger i matematiske helklassekommunikasjoner. Videre beskrives det hvordan lærerens handlinger styrker Chapin et al. (2013) sine produktive matematikksamtaler av høy kvalitet. Til slutt presenteres det hvilken matematisk kompetanse elevene *kan* utvikle i helklassekommunikasjonene.

6.1 Sammenheng mellom sosiale og sosiomatematiske normer

Franke et al. (2007) beskriver hvordan normer styrer det matematiske arbeidet i klasserommet. Normer setter dermed føringer for samhandlingen og kommunikasjonen mellom læreren og elevene. Dersom elevene skal lære matematikk under helklassekommunikasjonene, må de kommunisere med klassens matematiske språk og handle etter etablerte normer. Det er noe Sfard (1998) vektlegger innenfor læring som deltakelse. På bakgrunn av analysen er det mulig å trekke linjer og se sammenhenger mellom de utvalgte sosiale og sosiomatematiske normene, og videre hvordan de påvirker elevdeltakelsen og hva elevene formidler i matematiske samtaler.

I de matematiske helklassekommunikasjonene er det få situasjoner med unødvendig støy/uro eller negativ respons mellom elevene. Ved slike sammenhenger blir elevene raskt korrigert av læreren eller må gjenta klassens normer. Interaksjonen mellom elevene og læreren medfører kontinuerlig gjenforhandling av normene (Franke et al., 2007), noe som skjer i slike sammenhenger. Gjenforhandlingen indikerer at klassen ikke ønsker tilstedeværelse av de sosiale normene *støy/uro* og *negativ respons*. Det er, som tidligere nevnt, vanskelig å uttale seg om elevenes opplevelser og følelser tilknyttet trygghet og respekt i klasserommet. Elevene er stille når andre har ordet, lytter til og bygger videre på hverandres tenkning. Videre kommer ikke elevene med negative kommentarer eller blikk til medelevene, med unntak av en situasjon (5.2.1 under: *Negativ respons*). Med det som forbehold, er det etter vår tolkning trygghet og respekt mellom elev-elev og lærer-elev.

De sosiale normene *trygghet og respekt* kan relateres til Chapin et al. (2013) sine normer *respectful discourse* og *equitable participation*. I klasserommet blir elevbidragene respektert av både læreren og elevene, og alle elevene har mulighet å delta i matematiske samtaler. I tillegg er det rom for å gjøre feil, og elevene blir ikke rakket ned på ved feiltakning, verken av læreren eller medelevene. Kazemi og Hintz (2014) mener det alltid er noe logisk bak elevenes tenkning. Den observerte læreren finner noe logisk bak elevenes matematiske tenkninger, selv om de ikke samsvarer med den gitte oppgaven eller spørsmålet (se 5.2.1 under: *Trygghet og respekt*). Det indikerer at alle innspill i helklassekommunikasjonen har verdi, da læreren viser forståelse ovenfor elevenes tenkning og vektlegger alle innspill likt.

Normene har innvirkninger på læringskulturen, som igjen påvirker elevdeltakelsen (Utdanningsdirektoratet, 2015). I helklassekommunikasjonene er det etter våre synspunkter høy elevdeltakelse. Det kan være en følge av de sosiale normene *trygghet og respekt*. Dersom det hadde vært høy forekomst av normene *støy/uro* og *negative respons*, fra både elevene og læren, ved for eksempel feiltakning, kunne det medført vanskeligheter tilknyttet lytting av hverandres innspill, samt redsel ovenfor feiltakning. Det kan videre påvirke elevdeltakelsen i negativ retning. Elevene kunne hatt vanskeligheter med å bygge på hverandres innspill. I tillegg kunne elevene holdt sin matematiske tenkning for seg selv, i frykt for å svar feil.

Nærmest alle elevene tar ordet minst en gang hver undervisningsøkt, enten ved å presentere egen tenkning eller bygge videre på andres tenkning. Med andre ord samhandler og kommuniserer elevene med hverandre i helklassesituasjoner, og lærer gjennom samhandlingen (Säljö, 2001; Sfard, 1998). Når flere elever formidler deres tenkning, blir flere løsningsstrategier presentert. I henhold til Yackel og Cobb (1996) presenterer elevene ulike løsningsstrategier, når de opplever at flere løsninger vektlegges og ses som matematisk gyldige. Den observerte læreren lar flere elevene komme med løsningsstrategier i forbindelse med diskusjon av oppgaver, så fremst de er matematiske forskjellige.

Det kan være vanskelig å finne sammenhenger mellom *akseptabelt matematisk svar* og sosiale normer. Etter våre synspunkter kan den sosiomatematiske normen relateres til de sosiale normene *trygghet og respekt*, da normene må være implementert for at elevene skal avgi et svar. Over tid, gjennom interaksjon vil elevene og læreren, i følge Yackel og Cobb (1996), skape en felles forståelse av hva som forventes av et matematisk svar. Læreren har hatt klassen over en periode, og dermed er antageligvis den sosiomatematiske normen utarbeidet. Elevene vet at akseptable matematiske svar krever begrunnelse. Videre kommer elevene med dypere forklaringer på eget initiativ (se 5.2.2 under: *Akseptabelt matematisk svar*).

Læreren ønsker minst mulig handsopprekning, og ber ofte elevene ta ned handen. Den sosiomatematiske normen *minst mulig handsopprekning* kan også ses i sammenheng med *trygghet og respekt*, da det er rom for feiltakning og ingen snakker i munnen på hverandre. På bakgrunn av minimal handsopprekning tar elevene stadig ordet i samtalene, eller blir utvalgt av læreren. I intervjuet forteller læreren at elevene er komfortabel med utvelgelse i helklassekommunikasjonene etter elevarbeid. Som en følge av lærerens utvelgelse har h*n mulighet å velge hvilke elever som skal komme med innspill. Læreren forventer at alle elevparene skal formulere noe til helklassekommunikasjonen i elevarbeidet, uavhengig om bidragene er matematisk korrekt eller ikke. Når læreren velger elever, blir det variasjon i hvilke elever som kommer med innspill. Normene *minimal handsopprekning og lærerens utvelging av elever* medfører at flere elever deltar i klasserommet, noe som gir høy elevdeltakelse.

6.2 Sammenheng mellom lærerens handlinger

Etter våre tolkninger er det en sammenheng mellom lærerens valg og anvendelse av oppgaver, forklaringer, samtalegrep, spørsmål og elevbidrag i matematiske helklassekommunikasjoner. Smith og Stein (2011) mener lærerne bør velge *oppgaver på et høyt nivå*, så rike matematiske diskusjoner kan forekomme. Oppgaver er dermed med på å sette føringer for innholdet i samtaler og diskusjoner, samt hvordan kommunikasjonen utarter seg.

I analysen kommer det frem at læreren velger *oppgaver på et høyt nivå* for å belyse nye matematiske konsepter og prosedyrer, der ulike løsningsstrategier kan anvendes for å løse oppgavene (se 5.3.1 under*: Oppgaver*). Læreren bruker samtalegrepene *wait time* og *turn and talk*, grep Chapin et al. (2013) mener gir betenkningstid, for å gi elevene tid til refleksjon rundt oppgavene (se 5.3.2). Når elevene arbeider i par, kan de diskutere matematiske oppgaver, løsningsstrategier, sammenhenger, konsepter og liknende. Alle elevene har mulighet å komme med bidrag på bakgrunn av betenkningstid eller samtale med partner, og ikke bare elevene som har formulert et svar på få sekunder. Grepene styrker helklassekommunikasjonen i forhold til elevdeltakelse, samt elevenes resultater av en kognitiv aktivitet, eller det Harel (2008) omtaler *way of understanding*. Videre kan samtalegrepet *turn and talk* relateres til Stein et al. (2008) sine *fem praksiser*. I følge Stein et al. (2008) har lærerne mulighet til å få oversikt og velge elevbidrag til helklassekommunikasjoner av oppgaver, når de observerer og lytter til elevenes matematiske tenkning under pararbeidet. I analysen kommer det frem at læreren observerer elevene under oppgavearbeid i parene, og videre velger elevpar til å presentere deres bidrag. I tillegg benytter læreren *say more* og *press for reasonning* for et dypere innblikk i elevenes matematiske tenkning, eller *way of thinking* (Harel, 2008), i forbindelse med oppgaver og spørsmål (se 5.3.2).

Spørsmålene læreren stiller bestemmer blant annet hvor dypt klassen går i oppgaver, elevbidrag, matematiske ideer med mer. Siden oppgavene har flere mulige løsningsstrategier, stiller læreren spørsmål innenfor både område B og C i Ulleberg og Solems (2018) spørsmålsmodell. Spørsmålene læreren stiller fra område C kan ses i sammenheng med samtalegrepene *say more* og *press for reasonning*. I følge Ulleberg og Solem (2018) kan slike spørsmål gi forståelse av elevenes løsningsstrategier, samt hvordan de tenker og forklarer deres matematiske svar. Samtalegrepene gir også et innblikk i elevenes tenkning, da elevene må forklare deres tankegang (Chapin et al., 2013). Videre kan *press for reasonning* relateres til spørsmål fra område B, da læreren utfordrer og får elevene til å resonnere i bestemte retninger. Læreren stiller ofte spørsmål fra område B, siden oppgaver benyttes for å innføre nytt matematisk stoff. På den måten hjelper læreren elevene å knytte løsningsstrategier og svar opp mot matematiske konsepter og sammenhenger gjennom spørsmål. Det kan relateres til Smith og Stein (2011) sin *femte praksis*, der læreren hjelper elevene å knytte løsningsstrategier til matematiske ideer.

Læreren trenger ikke gi lange forklaringer ved innføring av nytt matematisk stoff, da h*n bruker oppgaver som inngangsport. I tillegg får læreren frem elevbidrag og løsningsstrategier tilknyttet oppgaver, gjennom samtalegrep og spørsmål. Videre hjelper h*n elevene å koble dem mot nye matematiske konsepter. Det kan relateres til det Sherin (2002) omtaler som *filtering approach*, da læreren retter elevenes oppmerksomhet mot spesifikke matematiske ideer. Det medfører dialog rundt oppgaver, løsningsstrategier, elevideer, matematiske konsepter og sammenhenger med mer, der elevene deltar aktivt. Læreren gir korte forklaringer til elevenes bidrag dersom de er ufullstendige, eller når elevene har vanskeligheter med å tydeliggjøre deres tenkningen. Forklaringene ved innføring av nytt matematisk stoff, eller oppgaver og spørsmål, er tilpasset elevenes nivå. Læreren relaterer forklaringer til oppgaver og analogier, samt ikke bruker et avansert matematisk språk.

Lærerens handlinger fører til matematiske helklassekommunikasjoner med samhandling og kommunikasjon mellom lærer-elev og elev-elev. Sett i forhold til Sfards (1998) to metaforer; *the acquisition metaphor* og *the participation metaphor*, blir læring som deltakelse vektlagt i undervisningsøktene. Det er sjeldent sekvenser med læring som tilegnelse. I undervisningsøktene forekommer det verken monologer eller frontalundervisning ved innføring av nytt matematisk stoff. Derimot bruker læreren *problemløsningsbaserte oppgaver*, elevbidrag og elevene som verktøy for å belyse nytt stoff. Elevene må selv være aktive og samhandle for å utvikle matematisk kompetanse. Det vil i følge Säljö (2001) og Sfard (1998) medføre at elevene lærer gjennom deltakelse. Med andre ord overfører læreren kunnskap til elevene i minimal grad.

Dersom læreren hadde valgt *oppgaver på et lavt nivå*, ville elevene i følge Smith og Stein (2011) reprodusere innlærte prosedyrer og kunnskaper for å løse dem. Oppgavene er lite kognitivt utfordrende, og har ingen koblinger til konseptene bak prosedyrene og definisjonene som anvendes i oppgaveløsningene. Det kan indikere at læreren gjennomfører frontalundervisning for å lære elevene de nødvendige prosedyrene, samt stiller spørsmål fra område A i Ulleberg og Solems (2018) spørsmålsmodell. Slike spørsmål har til hensikt å kontrollere om elevene har fått riktig svar, og vektlegger ikke hvordan de har kommet frem til det matematiske svaret. En lærer som hovedsakelig stiller spørsmål fra område A, kan ha vanskeligheter med å skape dialoger der elevene i følge Wood (1998) kan generere mening til det matematiske innholdet. Med andre ord er en slik undervisningen *mer* preget av det Sfard (1998) omtaler læring som tilegnelse, enn læring som deltakelse.

6.3 Sammenhengen mellom sosiomatematiske normer og lærerens handlinger

Franke et al. (2007) skriver etablerte normer preger lærerens planlegging og gjennomførelse av undervisning. Normene påvirker dermed lærerens handlinger, men lærerens handlinger har også innvirkning på normene i klasserommet. Sosiomatematiske normer omhandler de normative aspektene av matematiske diskusjoner og aktiviteter (Yackel & Cobb, 1996). Nedenfor diskuteres det derfor hvordan de sosiomatematiske normene gjenspeiler seg i handlingene til den observerte læreren.

Akseptabelt matematisk svar

I analysen fremkommer det at normen *akseptabelt matematisk svar* krever forklaring, begrunning og argumentering. Det holder dermed ikke å si det konkrete matematiske svaret eller løsningsstrategien. Gjennom samtalegrepene *say more* og *press for reasonning*, må elevene utdype deres innspill og tenkning. I tillegg bruker læreren *wait time* og *turn and talk*, så alle har mulighet å komme til ordet og argumentere for deres svar. Spørsmål fra område B har til hensikt å utfordre elevenes tenkning i bestemte retninger (Ulleberg & Solem, 2018). Læreren stiller spørsmål fra området, og elevene må dermed begrunne deres matematiske svar og knytte de til matematiske ideer. I følge Harel (2008) forteller resultatet av en kognitiv aktivitet, *way of understanding*, noe om individets tankegang, *way of thinking*. Når elevene må begrunne deres tenkning, får læreren og medelevene et innblikk i elevens *way of thinking*.

Ulike løsningsstrategier

I klassen blir flere matematiske oppgaveløsninger sett som gyldige, dersom de er matematisk forskjellig. Læreren velger problemløsningsbaserte oppgaver der ulike løsningsstrategier kan anvendes. Gjennomsnittlig benyttes *turn and talk* åtte ganger i hver undervisningsøkt. Læreren lar dermed elevene få tid til å utforske og finne oppgaveløsninger. Videre stiller læreren spørsmål fra område C, som i følge Ulleberg og Solem (2018), blant annet får frem elevenes løsningsstrategier. Læreren gir flere elever mulighet til å fortelle løsningsstrategier og komme med bidrag i helklassekommunikasjonene der oppgaver, konsepter med mer diskuteres. I noen tilfeller må alle elevparene avgi deres konkrete matematiske svar til en oppgave. Svarene blir skrevet opp på Smartboard, før læreren ber noen elevpar utdype løsningsstrategiene. Det er ikke bare elevpar med riktig matematisk svar som får dele strategier. Stein et al. (2008) skriver lærerne opplever utfordringer med å bruke elevbidrag fra oppgaver på måter som fremmer matematisk læring. Den observerte læreren får frem, bruker og bygger videre på elevenes bidrag og løsningsstrategier (se 5.3.3). Ved å velge elever etter *turn and talk* kommer flere løsningsstrategier frem, som videre diskuteres og knyttes opp til matematiske ideer.

Minimal handsopprekning og lærerens utvelging av elever

Minimal handsopprekning medfører helklassekommunikasjoner hvor elevene kommer med innspill uten å ha rukket opp handen. Det skjer i sammenhenger der elevene bygger videre på hverandres bidrag, svarer på spørsmål fra læreren eller kommer med relevante innspill. På bakgrunn av lærerens utvelgelse av elevbidrag etter samtalegrepet *turn and talk* eller det Stein et al. (2008) omtaler som *2.-4. praksis*, blir flere bidrag delt og diskutert i klassen. Elevene kan nærmest snakke fritt i klasserommet, og etter pararbeid velger læreren hvilke elever som skal dele deres bidrag. Det fører til kommunikasjon mellom flere deltakere, noe Burbules og Bruce (2001) karakteriserer som dialog. På bakgrunn av dialog og høy elevdeltakelse rundt oppgavene, trenger ikke læreren gi lange forklaringer i forbindelser med løsninger og svar. Med andre ord får elevene generere mening (Wood, 1998).

6.4 Produktiv matematikksamtaler – samtaler av høy kvalitet

Chapin et al. (2013) påpeker viktigheten av matematiske samtaler med bestemte intensjoner, slik at læring oppstår. Dersom samtalen ikke har en bestemt intensjon kan det medføre irrelevante samtaler med minimal læring og mening. Det redegjøres i teorikapittelet hvordan produktive matematikksamtaler betraktes som samtaler av høy kvalitet. Våre forskningsspørsmål etterspør hvilken betydning normer og lærerens handlinger har for matematiske helklassekommunikasjoner. Det vil derfor være vesentlig å drøfte hvordan normer og lærerens handlinger oppfyller de fire trinnene, som i følge Chapin et al. (2013) må være tilstede for å oppnå produktive matematikksamtaler med læring.

I de to første trinnene skal læreren hjelpe elevene å tydeliggjøre egne tanker og orientere seg mot hverandres tenkning (Chapin et al., 2013). De sosiale og sosiomatematiske normene i klasserommet medfører at elevene er komfortabel med å dele tenkning, der de forklarer og begrunner deres matematiske svar, løsningsstrategier og liknende. Gjennom samtalegrepene *wait time, turn and talk, say more* og *press for reasonning* får elevene tid til å klargjøre og forklare egen tenkning, med hjelp av læreren. I tillegg stiller læreren spørsmål fra område B og C (Ulleberg & Solem, 2018), for å hjelpe elevene til mer utfyllende forklaringer. Elevene utdyper dermed deres tenkning, noe som ivaretar Chapin et al. (2013) sitt første trinn, samt hjelper elevene å forstå hverandres tenkning. Når en elev utdyper sin tenkning, får læreren og medelevene et innblikk i elevenes *way of thinking*, basert på elevens forklaring, eller *way of understanding* (Harel, 2008). Læreren bruker grepet *so are you saying* for å repetere korte matematiske svar fra elevene. Det gjør det lettere for elevene å følge med og delta i samtalen. I tillegg forsikrer læreren at elevene får tilgang til hverandres arbeid ved å gi utfyllende forklaringer, når elevenes forklaringer er vag, utydelig eller uforståelig for medelever.

Det tredje trinnet til produktive matematikksamtaler omhandler å hjelpe elevene til å utvikle egen evne til resonnering (Chapin et al., 2013). Analysen viser hvordan læreren tar i bruk samtalegrepet *press for reasonning* for å få elevene til å begrunne, forklare, argumentere og resonnere rundt egne tanker, ideer og løsninger. Læreren bruker også spørsmål fra område B og D i Ulleberg og Solems (2018) spørsmålsmodell, noe som støtter Fraivilling et al. (1999) sitt grep *utvide* elevenes matematiske forståelse. Spørsmål fra område D utfordrer elevene til å tenke videre uten dirigering fra læreren (Ulleberg & Solem, 2018). I undervisningen gjør læreren det mulig for elevene å resonnere matematisk, da h*n vektlegger begrunnelser av deres tenkninger og svar. I følge Hiebert og Grouws (2007) vil det gi elevene læringsmuligheter.

Produktive matematikksamtaler blir komplett, når elevene blir veiledet til å engasjere seg i hverandres tanker, forklaringer og resonnementer (Chapin et al., 2013). Etter våre meninger oppstår det siste trinnet som en følge av de tre foregående trinnene. Læreren engasjerer elevene ved å la alle bidra i samtalene, uavhengig av deres matematiske nivå. I tillegg blir alle elevbidragene verdsatt likt, og læreren finner mening ved elevenes feiltakning. Oppgavene læreren velger er virkelighetsnære, som skaper engasjement og interesse. Når alle trinnene er oppfylt lærer elevene av hverandre ved å engasjere seg i hverandres ideer, tanker, argumentasjoner og resonneringer, ved å lytte, forstå, gjenta og respondere med relevante innspill (Chapin et al., 2013).

6.5 Utvikler elevene matematisk kompetanse i helklassekommunikasjonene?

The participation metaphor mener mennesket lærer gjennom deltakelse i læringsaktiviteter, så fremst de foregår i et fellesskap (Sfard, 1998). Elevene lærer dermed ved deltakelse i matematiske helklassekommunikasjoner, gjennom å dele tenkning, lytte, sammenligne og bygge videre på hverandres tenkning med mer. De får altså ikke overført kunnskap fra læreren, men må ifølge Wood (1998) generere mening til det matematiske innholdet i helklassekommunikasjonene. Kommunikasjonen og språket er innenfor sosiokulturell læringsteori sentral for læring, og for å kommunisere kunnskap med hverandre (Säljö, 2001).

Innholdet i helklassekommunikasjonene har dermed betydning for hvilken matematisk kunnskap som kommuniseres og læres. Elevenes læringsmuligheter er i følge Hierbert og Grouws (2007) blant annet påvirket av lærerens valg relatert til undervisningens innhold og struktur. I vår forskning er lærerens anvendelse av oppgaver, forklaringer, samtalegrep, spørsmål og elevbidrag, avgjørende for elevenes muligheter til å lære matematikk. Det kan være vanskelig å si hvilken matematisk kompetanse, i forhold til Kilpatrick et al. (2001) sine fem komponenter, elevene utvikler i helklassekommunikasjonene. Elevene har ulike forkunnskaper og faglig nivå, noe som medfører variert læringsutbytte. Nedenfor utdypes hvilken matematisk kompetanse elevene *kan* utvikle, etter våre tolkninger av data.

Oppgavene elevene får av læreren blir av Smith og Stein (2011) karakterisert som *oppgaver på et høyt nivå*, og faller i følge Artique og Blomhøj (2013) og Koicho (2014) under *problemløsningsbasert matematikk*. Det medfører helklassekommunikasjoner med diskusjon av blant annet løsningsstrategier, prosedyrer og konsepter. Chapin et al. (2013), Kazemi og Hintz, (2014) og Smith og Stein (2011) mener matematiske samtaler, med et slikt innhold, fører til utvikling av matematisk kompetanse og forståelse. Det på bakgrunn av utforsking, resonnering, argumentering, forklaring, evaluering med mer. I følge Powell et al. (2009) er verken løsningen eller løsningsprosessen for problemet/oppgaven åpenbar for elevene i problemløsningsbasert matematikk. Oppgavene fremmer dermed *strategic competence*, da elevene må utvikle strategier for å løse oppgavene. Siden elevene må tenke logisk, reflektere og evaluere i løsningsprosessen, kan de også utvikle *adaptive reasonning*.

Videre har elevene mulighet å utvikle *conceptual understanding*, siden *oppgaver på et høyt nivå* gir en dypere forståelse av matematiske konsepter (Smith & Stein, 2011). Læreren benytter oppgaver ved innføring av matematiske konsepter og ideer, for eksempel uniform/ikke-uniform sannsynlighet og avhengige/uavhengige hendelser, noe som forhåpentligvis gir en bedre forståelse av de matematiske konseptene. I tillegg får elevene oppgaver, eller ikke-rutinemessige problemer (Kilpatrick et al., 2001), der forståelse av konseptene kreves for å løse dem. Elevene arbeider med nylærte konsepter gjennom oppgaver med ulike vinklinger i helklassekommunikasjonene (se 5.3.1 under: *Oppgaver*), og blir på den måten kjent med konseptene. Ved et tilfelle bruker læreren en oppgave for å innføre en prosedyre; produktregelen innenfor kombinatorikken. I tillegg får elevene oppgaver, eller rutinemessige problemer (Kilpatrick et al., 2001), for å anvende prosedyren. Ved å utarbeide og anvende prosedyren gjennom oppgaver, utvikler elevene det Kilpatrick et al. (2001) kaller *procedural understanding*. Elevene kan dermed tilegne seg kunnskap om hvordan og når prosedyren kan brukes, samt får mulighet til å utføre prosedyren flere ganger.

Hvordan kommunikasjonen er mellom læreren og elevene i helklassesituasjoner påvirker i følge Wood et al. (2006) elevdeltakelsen og elevenes uttrykte matematiske tenkning. Det har innvirkninger for elevenes utvikling av matematisk kompetanse og læring. Sosiomatematiske normer kan i følge Yackel og Cobb (1996) fremme læring hos elevene. På bakgrunn av normene *akseptabelt matematisk svar* og *ulike løsningsstrategier*, presenterer elevene løsningsstrategier og begrunner deres matematiske svar under helklassekommunikasjonene. Det kan i følge Chapin et al. (2013), Kazemi og Hintz (2014) og Smith og Stein (2011) øke elevenes matematisk kompetanse.

Helklassekommunikasjonene i casestudien er preget av samtaler med utgangspunkt oppgaver, spørsmål og elevbidrag. Elevene, med hjelp av læreren, forklarer eller begrunner løsningsstrategier og bidrag, bygger videre på hverandres tenkning og knytter løsningsstrategier til matematiske ideer. Chapin et al. (2013), Smith og Stein (2011) og Franke et al. (2007) mener det fører til matematisk læring. Når elevene må forklare og begrunne deres matematiske utspill, fremmes både *strategic competence* og *adaptive reasonning*. Videre kan elevene også utvikle *conceptual understanding* og *procedural understanding*, da de med hjelp av læreren knytter løsningsstrategiene opp mot matematiske ideer. I tillegg må elevene vise en forståelse av konseptene og prosedyrene gjennom forklaringene. Det er vanskelig å si noe om Kilpatrick et al. (2001) sin siste komponent *productive disposotion*, siden vi ikke har intervjuet elevene i forhold til deres motivasjon og holdninger i matematikk, samt om de ser faget nyttig og meningen av å lære matematikk.

7 Konklusjon

I forskningsprosjektet har vi forsøkt å besvare følgende forskningsspørsmål:

- *Hvilken betydning har sosiale og sosiomatematiske normer for matematiske helklassekommunikasjoner?*
- *Hvordan påvirker læreren matematiske samtaler i helklassesituasjoner, i henhold til valg og anvendelse av oppgaver, forklaringer, samtalegrep, spørsmål og elevbidrag?*

Formålet med forskningen var å undersøke hvordan normer og lærerens handlinger påvirker matematiske helklassekommunikasjoner. Flere forskere (Brendefur & Frykholm, 2000; Chapin et al., 2013; Franke et al., 2007; Kazemi & Hintz, 2014; Smith & Stein, 2011; Wood et al., 2006) mener matematiske samtaler skal fremme læring hos elevene, og har beskrevet hva kommunikasjonen bør inneholde for å utvikle matematisk kompetanse hos elevene. På bakgrunn av det, ønsket vi også undersøke hvilken matematiske kompetanse elevene *kan* utvikle under helklassekommunikasjonene.

Basert på analysen er det mulig å trekke linjer mellom de utvalgte sosiale og sosiomatematiske normene (se 3.9.4 og 6.1), og videre mellom lærerens ulike handlinger (se 3.9.4 og 6.2). Franke et al. (2007) skriver etablerte normer blant annet er sentral for undervisningens forløp og lærerens gjennomførelse av undervisningen. De sosiomatematiske normene i klasserommet gjenspeiles i lærerens handlinger (se 6.3). Etter våre tolkninger, basert på innsamlet data av en ungdomsskolelæreres praktisering av helklassekommunikasjoner, har normer og lærerens handlinger betydning for elevdeltakelsen, det matematiske innholdet og hvilken matematisk kompetanse elevene kan utvikle i helklassekommunikasjoner.

Sosiale og sosiomatematiske normer har innvirkning for læringskulturen (Franke et al., 2007; Utdanningsdirektoratet, 2015). I analysen kommer det frem at de sosiale normene *trygghet og respekt* fører til helklassekommunikasjoner med høy elevaktivitet (se 6.1), der elevene er komfortabel og trygg på å dele deres matematiske tenkning. De sosiomatematiske normene *minimal handsoppreking og lærerens utvelging av elever* medfører delaktige elever som stadig kommer med innspill og bidrag i samtaler, eller blir utvalgt av læreren til å ta ordet (se 5.2.2 og 6.1). Som følge av lærerens utvelgelse, blir det også variasjon i hvilke elever som får dele deres bidrag med klassen. Den observerte læreren benytter ulike samtalegrep, som

Chapin et al. (2013) mener er hensiktsmessig for å inkludere elevene og øke elevdeltakelsen under matematiske samtaler. Læreren gir elevene betekningstid og hjelper de å klargjøre og forklare deres tenkning. Det gir alle elevene mulighet å komme med bidrag og innspill i forhold til oppgaver, spørsmål og liknende (se 6.2).

I helklassekommunikasjonene benytter læreren oppgaver som i følge Smith og Stein (2011) kan betraktes som *oppgaver på et høyt nivå,* eller det Artique og Blomhøj (2013) kaller *problemløsningsbasert matematikk* (se 5.3.1 under: *Oppgaver*). Det fører til matematiske samtaler som inneholder diskusjon av oppgaver, løsningsstrategier og matematiske ideer. Videre stiller læreren spørsmål som krever at elevene forklarer deres løsningsstrategier, begrunner deres matematiske svar og knytter løsningsstrategier opp til matematiske ideer (se 5.3.2 under: *Spørsmål fra område B* og *Spørsmål fra område C*). De sosiomatematiske normene *akseptabelt matematisk svar* og *ulike løsningsstrategier* setter i tillegg forventinger for bidragene og svarene elevene kommer med under matematiske helklassekommunikasjoner (se 6.1). Læreren benytter Stein et al. (2008) sine *fem praksiser* for å bestemme hvilke elevbidrag, tilknyttet oppgaver, som skal presenteres og diskuteres i fellesskapet, og videre relateres til matematiske ideer (se 5.3.3). Bidrag er med på å bestemmer innholdet til samtalene, da læreren gjennom spørsmål hjelper elevene, med utgangspunkt i deres bidrag, å forstå matematiske ideer (se 5.3.2 under: *Spørsmål fra område B*).

Læreren bruker *problemløsningsbaserte oppgaver* som inngangsport til nytt matematisk stoff. Det medfører dialoger der elevene og deres bidrag, i forhold til oppgaver, blir benyttet som verktøy for å innføre nye matematiske konsepter og prosedyrer. Dermed gjennomfører ikke læreren frontalundervisning eller monologer for å belyse nye matematiske ideer, men er en samtalefører i dialogene. Elevene må selv være aktive og samhandle i helklassekommunikasjonene for å genere mening til det matematiske innholdet. Säljö (2001) og Sfard (1998) mener elevene lærer gjennom deltakelse og samhandling i et fellesskap. Videre medfører normene og lærerens handlinger at produktive matematikksamtaler oppstår (se 6.4). Det mener Chapin et al. (2013) fremmer læring. Med andre ord har elevene gode muligheter til å utvikle matematisk kompetanse i de observerte helklassekommunikasjonene (se 6.5). Kilpatrick et al. (2001) sin oppdeling av matematisk kompetanse ble benyttet for å si hvilken type kompetanse elevene *kan* utvikle under helklassekommunikasjonene, på bakgrunn av oppgavene og innholdet (se 6.5). Etter våre tolkninger av datamaterialet har elevene mulighet til å utvikle en konseptuell forståelse av konsepter og prosedyrer læreren innfører i undervisningen, da de gjennom oppgaver, diskusjoner og resonneringer lærer disse.

Slik det poengteres innledningsvis, er det lite forskning på hvilke handlinger lærerne bør gjennomføre for å støtte læring i matematiske samtaler. Vi håper studien kan fungere som et bidrag, og belyse hvilke handlinger læreren kan gjøre for å styrke og fremme læring under matematiske helklassekommunikasjoner.

7.1 Veien videre

Hensikten med vår casestudie er ikke å generalisere, men være et bidrag innenfor forskningsområdet. Vi håper studien illustrer viktigheten av helklassekommunikasjon, og videre gir inspirasjon til hvordan lærerne kan forbedre deres praktisering av kommunikasjon i helklassesituasjoner.

Innenfor det matematikkdidaktiske forskningsfeltet oppstår det flere spørsmål etter en studie. Casestudien tar utgangspunkt i en lærers praktisering av helklassekommunikasjoner innenfor et konkret matematisk tema, over en relativt kort periode. Resultatene fra studien kan kun si noe om den spesifikke lærerens praksis i forbindelse med helklassekommunikasjon, og ikke om eventuelle forskjeller tilknyttet andre matematiske temaer. Det ville derfor vært interessant å studere et mangfold av lærere for å avdekke hvordan andre normer og handlinger påvirker helklassekommunikasjonen, også med andre matematiske temaer. Ved å se på andre lærere, kunne man fått mulighet til å observere helklassekommunikasjoner med høyere grad av monolog, oppgaver på et lavt nivå, bruk av andre samtalegrep, større grad av spørsmål fra område A med mer. I tillegg hadde det vært interessant å observere flere elevgrupper, da de kan påvirke normene og handlingene læreren gjør.

Med hensyn til masteroppgavens rammefaktorer og tidsbegrensing, ble det ikke gjennomført intervju av elevene i studien. Vi ser likevel behovet med intervju, for i større grad kunne gi dypere beskrivelser av hvordan elevene oppfatter helklassekommunikasjonen, normene som er tilstede i klasserommet og hvilket læringsutbytte de får.

8 Referanseliste

Aarø, L. E. (2007). *Fra spørreskjemakonstruksjon til multivariat analyse av data: En innføring i survey-metoden* (2. utg.). Bergen: HEMIL-sentret, Universitetet i Bergen.

Andersen, S. S. (2013). *Casestudier: Forskning, strategi, generalisering og forklaring* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Artigue, M. & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-b in mathematics. *ZDM Mathematics Education, 45*(6), 797-810.

Ball, D. L., Thames, M. H. & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407. doi:10.1177/0022487108324554

Battista, M., Smith, M. S., Boerst, T., Sutton, J., Confrey, J., White, D. & Quander, J. (2009). Research in mathematics education: Multiple methods for multiple uses. *Journal for Research in Mathematics Education*, *40*(3), 216-240.

Bjørndal, C. R. P. (2012). *Det vurderende øyet – observasjon, vurdering og utvikling i undervisning og veiledning* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag.

Boaler, J. & Brodie, K. (2004) The importance, nature and impact of teacher questions. I D. E. McDougall & J. A. Ross (Red.), *Proceedings of the twenty-sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (2. utg., s. 773-783). Toronto: OISE/UT.

Brendefur, J. & Frykholm, J. (2000). Promoting mathematical communication in the classroom: two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education, 3*(2), 125-153. doi:10.1023/a:1009947032694.

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psychology*, *3*(2), 77-101. doi: 10.1191/1478088706qp063oa

Braun, V. & Clarke, V. (2013). *Successful qualitative research: A practical guide for beginners*. Los Angeles, Calif: Sage Publications.

Burbles, N. C. & Bruce, B. C. (2001). Theory and research on teaching as dialogue. I V. Richardson (Red.), *Handbook of research on teaching, 4th Edition* (s. 1102-1121). Washington, DC: American Educational Research Association.

Chapin, S., O´Connor, C. & Anderson, N. C. (2013). *Talk moves: A teacher´s guide for using classroom discussions in math* (3. utg). California: Sausalito.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. & Bell, R. C. (2011). *Research methods in education* (7. utg.). London: Routledge.

Creswell, J. W. (2014). *Research Design. Qualitative, Quantitative, & Mixed methods approaches* (4. utg.). London: Sage Publications.

De nasjonale forskningsetiske komiteene (2015, 07.09). *Taushetsplikt*. Hentet fra: https://www.etikkom.no/FBIB/Temaer/Personvern-og-ansvar-for-den-enkelte/Taushetsplikt/

Drugli, M. B. & Nordahl, T. (2013). Læreren og eleven. I T. Manger, S. Lillejord, T. Nordahl & T. Helland (2013). *Livet i skolen 1* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Forskningsetikkloven (2017, 01.05). *Lov om organisering av forskningsetisk arbeid (forskningsetikkloven).* Hentet fra: https://lovdata.no/dokument/NL/lov/2017-04-28-23

Fraivilling, J. L., Murphy, L. A. & Fuson, K. C. (1999). Advancing children´s mathematical thinking in everyday mathematics classrooms. *Journal for Research in Mathematics Education, 30*(2), 148-170, doi: 10.2307/749608

Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. I F. K. Lester, Jr. (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (1. utg., s. 225-256). Charlotte, N.C: Information Age Publishing.

Grønmo, S. (2015). *Samfunnsvitenskapelige metoder* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget

Harel, G. (2008). DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part 1: Focus on proving. *The International Journal on Mathematics Education*, *40*(3), 487-500, doi:10.1007/s11858-008-0104-1

Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students´learning. I F. K. Lester, Jr. (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (1. utg., s. 371-404). Charlotte, N.C: Information Age Publishing.

Johannessen, A. (2009). *Introduksjon til SPSS* (4. utg.). Oslo: Abstrakt forlag.

Kazemi, E. & Hintz, A. (2014). *Intentional talk: How to structure and lead productive mathematical discussions*. Portland, Maine: Stenhouse Publishers.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: The National Academy Press.

Koicho, B. (2014). Reflections on Problem-Solving. I M. N. Freid & T. Dreyfus (Red.), *Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground* (s. 113-135). Dordrecht: Springer.

Kunnskapsløftet (2006, 19.04). *Kunnskapsløftet – reformen i grunnskole og videregående opplæring*. Hentet fra: https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kilde/ufd/prm/2005/0081/ddd/pdfv/256458-kunnskap_bokmaal_low.pdf

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju* (3. utg). Oslo: Gyldendal Norsk Forlag AS.

Manger, T. (2013). Motivasjon og læring. I S. Lillejord, T. Manger & T. Nordahl (Red.), *Livet i skolen 2* (2. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Mayring, P. (2015). Qualitative content analysis: Theoretical background and procedures. I A. Bikner-Ahsbahs, A. Bikner-Ahsbahs, C. Knipping & N. Presmeg (Red.), *Approaches to Qualitative Research in Mathematics Education: Examples of Methodology and Methods* (s. 365-380). Dordrecht: Springer.

Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (3. utg.) San Francisco: Jossey-Bass.

NESH. (2016, 27.04) *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi*. Hentet fra: https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Samfunnsvitenskap-jus-og-humaniora/

Nordahl, T (2013). Klasseledelse. I T. Manger, S. Lillejord, T. Nordahl & T. Helland (Red.), *Livet i skolen 1* (2. utg.) Bergen: Fagbokforlaget.

Olsen, H. (2002). *Kvalitative kvaler: Kvalitative metoder og danske kvalitative interviewundersøgelsers kvalitet*. København: Akademisk Forlag A/S .

Prawat, R. S. (1996). Constructivisms, modern and postmodern. *Educational Psychologist, 31*,(3/4), 191-206 http://dx.doi.org/10.1080/00461520.1996.9653268

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utg.). Oslo: Universitetsforlaget.

Powell, A. B., Borge, I. C., Fioriti, G. I., Kondratieva, M., Koublanova, E. & Sukthankar, N. (2009) Challenging tasks and mathematics learning. I E. J. Barbeau & P. J. Taylor (Red.), *Challenging Mathematics In and Beyond the Classroom* (12. utg., s. 133-170). Boston: Springer US.

Schoenfeld, A. H. (2008). Research methods in (mathematics) education. I A.E. Kelly, R. A. Lesh & J.Y. Baeak (Red.), *Handbook of design research methods in education: Innovations in science, technology, engineering and mathematics learning and teaching* (s. 467-519). New York: Routledge.
Roschelle, J. (2000). Choosing and Using Video Equipment for Data Collection. I A. E Kelly & R. A. Lesh (Red.), *Handbook of design in mathematics and science education* (s. 709-732). Mahwah, N.J: Lawrence Erlbaum.
Rowland, T., Turner, F., Thwaites, A. & Huckstep, P. (2009). *Developing Primary Mathematics Teaching*. London: Sage Publications.
Säljö, R (2001). *Læring i praksis: Et sosiokulturelt perspektiv*. Oslo: Cappelen akademisk forlag.
Sherin, M. G. (2002). A balancing act: Developing a discourse community in a mathematics classroom. *Journal of Mathematics Teacher Education, 5*(3), 205-233.
Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher, 15*(2), 4-14.
Smith, M. S. & Stein, M. K. (2011). *5 practices for orchestrating productive mathematics discussions*. Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S. & Hughes, E. K. (2008) Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, *10*(4), 313-340. http://dx.doi.org/10.1080/10986060802229675
Sfard, A. (1998). On two metaphors for learning and the dangers of choosing just one. *Educational Researcher*, *27*(2), 4-14.
Thagaard , T. (2013). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode* (4. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.
Ulleberg, I., & Solem, I. H. (2018). Which questions should be asked in classroom talk in mathematics? Presentation and discussion of a questioning model. *Acta Didactica Norge, 12*(1),1-21 http://dx.doi.org/10.5617/adno.5607
Utdanningsdirektoratet (2013, 21.06). *Læreplan i matematikk fellesfag – Grunnleggende ferdigheter*. Hentet fra: https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Grunnleggende_ferdigheter
Utdanningsdirektoratet (2015, 10.09). *Skape en god læringskultur*. Hentet fra: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/klasseledelse/laringskultur/
Utdanningsdirektoratet (2016, 09.03). *Muntlige ferdigheter*. Hentet fra: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/muntlige-ferdigheter/
Utdanningsforbundet (2012). *Lærerprofesjonens etiske plattform*. Hentet fra: https://www.utdanningsforbundet.no/globalassets/var-politikk/publikasjoner/brosjyrer/larerprofesjonens-etiske-plattform-pa-1-2-3.pdf
Vygotskij, L. S., Cole, M., John-Steiner, V., Scribner, S. & Souberman, E. (1978). *Mind in society: The development of higher psychological processes*. Cambridge: Harvard University Press.
Wood, T. (1998). Alternative Patterns of communications in mathematics classes: Funneling or focusing? I H. Steinbring, M. G. B. Bussi & A. Sierpinska (Red.), *Language and Communication in the Mathematics Classroom* (s.167-179). Reston, Virginia
Wood, T., Williams, G. & McNeal, B. (2006) Children´s mathematical thinking in different classroom cultures. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*(3), 222-255

Yackel, E. & Cobb, P. (1996). Sociomathematical norms, argumentation, and autonomy in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 27*(4), 458-477. doi:10.2307/749877

Yin, R. K. (2014). *Case study research: Design and methods* (5. utg.). Los Angeles, Calif: Sage Publications.

9 Vedlegg

Vedlegg 1 Spørreskjema

Kommunikasjon i klasserommet

Side 1

Vi, Kathrine Søderholm og Marie Hanssen, går sisteåret på Grunnskolelærerutdanningen for 5.-10. trinn i Tromsø, og i den forbindelse skal vi skrive en master i matematikkdidaktikk. Temaet for masteren er kommunikasjon mellom lærer og elever i fellesskapet/plenumet, også kalt helklassediskusjoner, noe spørreundersøkelsen vektlegger.

Hva anser du som god kommunikasjon i plenumssituasjonen i klasserommet? *

Hvilken rolle/ hensikt har kommunikasjon?

	Enig	Uenig	Vet ikke
Fremme/øke elevenes læring, kompetanse og forståelse *	☐	☐	☐
Gir læreren et innblikk i elevenes tanker/forståelse/kompetanse *	☐	☐	☐
Fremme muntlige ferdigheter; for eksempel evnen til å formidle egne tanker og komme relevante innspill *	☐	☐	☐
Formativ vurdering; underveisvurdering som skjer i undervisningen mellom læreren og elevene, der hensikten er å fremme elevens læring *	☐	☐	☐
Gjennom kommunikasjon går læreren og elevene sammen mot et planlagt mål *	☐	☐	☐

Har kommunikasjon andre roller/ hensikter enn det som er nevnt ovenfor? Hvis ja, hvilke og hvorfor?

Vi mener ulike faktorer påvirker hvordan kommunikasjonen utarter seg i plenumssituasjonen i klasserommet. Under blir det nevnt sentrale faktorer som vi mener påvirker kommunikasjonen. Ranger disse etter hva du mener har størst betydning.

	Stor betydning	Relativ betydning	Minimal betydning	Ingen betydning
Lærerens faglige og didaktiske kompetanse *	☐	☐	☐	☐
Lærerens evne til å føre samtaler/diskusjoner i plenum *	☐	☐	☐	☐
Elevenes fagkompetanse *	☐	☐	☐	☐
Normer/oppførsel i klasserommet *	☐	☐	☐	☐
Hvilke oppgaver/emner som diskuteres *	☐	☐	☐	☐
Rammefaktorer (I forhold til klasseromsstørrelse, tilgjengelig rom, elevantall, elevsammensetningen, materialer osv) *	☐	☐	☐	☐

Er det andre faktorer som du mener er sentrale i forhold til kommunikasjon? Hvis ja, hvilke og hvorfor?

Hva mener du kan ødelegge for kommunikasjonen i plenumssammenhenger? *

Kjønn? *

- ☐ Kvinne
- ☐ Mann

Hvor lang tid har du undervist? *

- ☐ 0-5 år
- ☐ 6-10 år
- ☐ 11-15 år
- ☐ 16-20 år
- ☐ 21-25 år
- ☐ Lengre tid i skolen

Hvordan trinn underviser du på i dag? *

- Barnetrinnet
- Mellomtrinnet
- Ungdomstrinnet
- Videregående

Hvilke fag er dine hovedområder? *

- Norsk
- Matematikk
- Engelsk
- Naturfag
- Samfunnsfag
- KRLE
- Kunst og håndverk
- Mat og Helse
- Gym
- Valgfag
- Fremmedspråk
- Annet

Har du noen relevante kommentarer eller innspill i forhold til kommunikasjon som vi ikke har nevnt ovenfor? I såfall, hva og hvorfor?

Vedlegg 2 Observasjonsskjema

Læringsmål og oppgaver **Lyser det gjennom at læreren er godt forberedt/ikke godt forberedt?**	**Sosiomatematiske normer/ normer** (*Trygghet/utrygghet, tillit, respekt, oppmuntring, lytting, bygge videre på hverandres ideer, forståelse, holdninger, støy og uro, arbeidsro, usaklige/negative kommentarer, positive kommentarer*)
Hvordan kommunikasjonsmønster dominerer? (*Monolog, dialog, aktive elever, frivillig deltakelse, hvilke elever deltar, åpne/lukket spørsmål, produktiv samtale*)	**Lærerens kompetanse** (*fagkompetanse, didaktiske kompetanse, evnene til å holde diskusjoner gående, talk moves, hvordan læreren fremmer læring hos elevene)*

Klasseledelse og klassemiljø **(***Relasjoner mellom lærer og elev*)	**Rammefaktorer** (*Bruk av digitale verktøy, frontal undervisning, Smartboard, tilgang*)
Elevenes kompetanse (*Prosedyre, konseptuell, resonnering, hvordan bygger læreren på elevenes forkunnskaper?)*	**Andre kommentarer**

Vedlegg 3 Intervjuguide

1. Hvor lang tid har du undervist?
2. Hvordan trinn underviser du på?
3. Hvilke fag er dine hovedområder?
4. Hva anser du som god kommunikasjon i plenumssituasjonen i klasserommet?

5. Hvilken rolle/hensikt har kommunikasjon? Enig/uenig – hvorfor?

	Enig	Uenig	Vet ikke
Fremme/øke elevenes læring, kompetanse og forståelse			
Gir læreren et innblikk i elevenes tanker/forståelse/kompetanse			
Fremme muntlige ferdigheter; for eksempel evnen til å formidle egne tanker og komme med relevante innspill			
Formativ vurdering: Underveisvurdering som skjer i undervisningen mellom læreren og elevene, der hensikten er å fremme elevens læring			
Gjennom kommunikasjon går læreren og elevene sammen mot et planlagt mål			

6. Har kommunikasjon andre roller/hensikter enn det som er nevnt ovenfor? Hvis ja, hvilke og hvorfor?

7. Vi mener ulike faktorer påvirker hvordan kommunikasjonen utarter seg i plenumssituasjonen i klasserommet. Vi har nevnt noen sentrale faktorer som vi mener påvirker kommunikasjonen. Ranger disse etter hva du mener har størst betydning til minst betydning.

	Rangering
Lærerens faglige og didaktiske kompetanse	
Lærerens evne til å føre samtaler/diskusjoner i plenum	
Elevenes fagkompetanse	
Normer/oppførsel i klasserommet/sosiomatematiske normer	
Hvilke oppgaver/emner som diskuteres	
Rammefaktorer (i forhold til klasseromstørrelse, tilgjengelig rom, elevantall, elevsammensetningen, materialer osv)	

8. Hvilke normer er det i klasserommet?

9. Merker du noen forskjeller mellom dine to klasserom?

10. Er det andre faktorer som du mener er sentrale i forhold til kommunikasjon? Hvis ja, hvilke og hvorfor?

11. I spørreundersøkelsen vi gjennomførte kom det fram at klasseromsledelse og relasjon har betydning for kommunikasjon. Hvilken betydning og rolle mener du det har?

12. Hva mener du kan ødelegge for kommunikasjonen i plenumssammenhenger?

13. Hvordan forbereder du en time og hva vektlegger du under planleggingen? (Valg av oppgaver, læringsmål, metoder elevene kan løse dem på osv?)

14. Hvordan får du alle elevene til å delta aktivt i helklassekommuniksjoner?

15. Annet

Vedlegg 4 Godkjenning fra NSD

NSD

Ove Gunnar Drageset

9006 TROMSØ

Vår dato: 11.12.2017	Vår ref: 56783 / 3 / STM	Deres dato:	Deres ref:

Vurdering fra NSD Personvernombudet for forskning § 31

Personvernombudet for forskning viser til meldeskjema mottatt 24.10.2017 for prosjektet:

56783	*Samspillet mellom lærer og elever i et klasserom, med vekt på kommunikasjon*
Behandlingsansvarlig	*UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Ove Gunnar Drageset*
Student	*Kathrine Søderholm*

All nødvendig informasjon om prosjektet forelå i sin helhet 07.12.2017.

Vurdering

Etter gjennomgang av opplysningene i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon finner vi at prosjektet er meldepliktig og at personopplysningene som blir samlet inn i dette prosjektet er regulert av personopplysningsloven § 31. På den neste siden er vår vurdering av prosjektopplegget slik det er meldt til oss. Du kan nå gå i gang med å behandle personopplysninger.

Vilkår for vår anbefaling

Vår anbefaling forutsetter at du gjennomfører prosjektet i tråd med:

• opplysningene gitt i meldeskjemaet og øvrig dokumentasjon
• vår prosjektvurdering, se side 2
• eventuell korrespondanse med oss

Vi forutsetter at du ikke innhenter sensitive personopplysninger.

Meld fra hvis du gjør vesentlige endringer i prosjektet

Dersom prosjektet endrer seg, kan det være nødvendig å sende inn endringsmelding. På våre nettsider finner du svar på hvilke endringer du må melde, samt endringsskjema.

Opplysninger om prosjektet blir lagt ut på våre nettsider og i Meldingsarkivet

Vi har lagt ut opplysninger om prosjektet på nettsidene våre. Alle våre institusjoner har også tilgang til egne prosjekter i Meldingsarkivet.

Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.

NSD – Norsk senter for forskningsdata AS Harald Hårfagres gate 29 Tel: +47-55 58 21 17 nsd@nsd.no Org.nr. 985 321 884
NSD – Norwegian Centre for Research Data NO-5007 Bergen, NORWAY Faks: +47-55 58 96 50 www.nsd.no

Vi tar kontakt om status for behandling av personopplysninger ved prosjektslutt
Ved prosjektslutt 15.05.2018 vil vi ta kontakt for å avklare status for behandlingen av personopplysninger.

Se våre nettsider eller ta kontakt dersom du har spørsmål. Vi ønsker lykke til med prosjektet!

Marianne Høgetveit Myhren

Siri Tenden Myklebust

Kontaktperson: Siri Tenden Myklebust tlf: 55 58 22 68 / Siri.Myklebust@nsd.no

Vedlegg: Prosjektvurdering
Kopi: Kathrine Søderholm, katsholm@hotmail.com

Vedlegg 5 Avtale med skole

UiT
NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Integrert master i lærerutdanning 1.-7. og 5.-10.

MASTERGRADSSAMARBEID MELLOM STUDENT OG SKOLE

Student (navn, e-post adresse, telefonnummer)	
Veileder (navn, e-post adresse, telefonnummer)	
Skole /sentralbord/e-post:	
Rektor (navn, e-post adresse, telefonnummer)	
Lærer/kontaktperson (navn, e-post adresse, telefonnummer)	
I forbindelse med sin MA-oppgave skal studenten gjøre følgende:	
Taushetserklæring Studenten skal undertegne taushetserklæring som leveres til skolen. Se neste side.	
Personvern Hvis prosjektet er meldepliktig hos NSD (Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste), skal studenten gi skolen kopi av godkjenning fra Personvernombudet for forskning.	

Dato og underskrift

____________________ Rektor

____________________ Student

____________________ Lærer/kontaktperson

UiT Norges arktiske universitet
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk
Mellomvegen 110
9037 Tromsø

TAUSHETSPLIKT

Studenter med oppgaver i skolen er i samme situasjon som ansatte i grunnskolen. De samme regler om taushetsplikt som gjelder for skolens ansatte, gjelder også studenter når de gjør intervjuer og observasjoner m.m. som grunnlag for mastergradsoppgaver.

Taushetsplikten pålegges gjennom Opplæringsloven § 15.1, med henvisning til Forvaltningsloven § 13.

- Taushetsplikten omfatter opplysninger studentene får om personlige forhold som gjelder elever, ansatte, foresatte eller andre.
- Taushetsplikten medfører både plikt til å tie med opplysninger og til å verne om dokumenter og notater med opplysninger.
- Taushetsplikten gjelder i arbeid så vel som i fritid, også etter at en har sluttet som student ved UiT Norges arktiske universitet, Institutt for lærerutdanning og pedagogikk.

TAUSHETSERKLÆRING

Jeg er kjent med overstående tekst, og plikter å holde meg etter den. Jeg vil være varsom dersom jeg skulle være i tvil om noe er underlagt taushetsplikt eller ikke.

Dato og underskrift

____

UiT Norges arktiske universitet N-9037 Tromsø
Sentralbord: 77 64 40 00
Faks: 77 64 49 00
postmottak@uit.no
www.uit.no

Vedlegg 6 Samtykkeskjema

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"Samspillet mellom lærer og elever i et klasserom, med vekt på kommunikasjon"

Bakgrunn og formål

Vi, Kathrine Søderholm og Marie Hanssen, er to masterstudenter ved UiT på studiet Grunnskoleutdanning for 5.-10.trinn. Etter jul skal vi skrive en master i matematikkdidaktikk, der vi ønsker å fokusere på hvordan kommunikasjonen i et klasserom foregår, og hvordan samspillet mellom lærer og elevene er. I tillegg ønsker vi å se hvordan undervisningsaktivitetene muliggjør samspillet og kommunikasjonen.

Vårt utvalg av er tilfeldig. Vi som studenter sender ut mail til ulike potensielle skoler, og deretter ser hvem vi får positiv respons fra. Ut i fra dette velger vi hvilken klasser og lærere vi skal fokusere på.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Vårt formål med masterprosjektet er å se hvordan læreren inviterer til dialog i klasserommet, samt samspillet mellom lærer og elevene i forhold til kommunikasjon. Datamaterialet vil bestå av videoopptak av matematikkundervisning over 1-2 uker for. Kameraet vil stå vendt mot elevene. Hensikten med bruk av videoopptak av elevene er for å kunne se elevenes reaksjon til lærerens språkbruk/spørsmål/formidling, og hvordan læreren responderer på elevenes utsagn/kommentarer/spørsmål/svar i ulike undervisningssekvenser. Det vil ikke bli foretatt noen form for intervju med elevene i forkant eller etterkant.

Hva skjer med informasjonen om deg?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Det er kun vi som studenter og evt veileder som har tilgang til datamaterialet, og det oppbevares på en minnepenn som kun vi har tilgang på. Vi blir ikke å bruke verken navn, personopplysninger eller sensitive personopplysninger i vår masteroppgave, og dermed vil du som elev ikke kunne gjenkjennes i publikasjonen. Prosjektet skal etter planen avsluttes i løpet av Mai 2018. Eventuelle personopplysninger og datamaterial vil da bli slettet.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du ønsker å delta eller har spørsmål til studien, ta kontakt med:

Kathrine [redacted] /katsholm@hotmail.com)

Marie [redacted] / marie_hanssen_94@hotmail.com)

Veileder/daglig ansvarlig:

Ove Gunnar Dragset [redacted] / ove.gunnar.drageset@uit.no)

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Samtykke til deltakelse i studien

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å delta

----

(Signert av elev, dato)

Vedlegg 7 Forespørsel om deltakelse på spørreundersøkelse

Hei!

Vi, Kathrine Søderholm og Marie Hanssen, går sisteåret på Grunnskolelærerutdanningen 5.-10. trinn i Tromsø, og i den forbindelse skriver vi en master i matematikkdidaktikk. Temaet for masteren er kommunikasjon mellom lærer og elever i fellesskapet, og ut i fra det har vi laget en spørreundersøkelse der kommunikasjon står i fokus. Selv om masteren skal skrives i matematikkdidaktikk, har masteren et generelt fokus innenfor kommunikasjon. Dermed har det ingen innvirkning eller betydning om du ikke underviser innenfor matematikkfaget.

Undersøkelsen er selvfølgelig frivillig, men vi hadde satt pris på om du hadde satt av 5-10 minutter for å gjennomføre den. Undersøkelsen er også anonym, og verken du som lærer eller din skole blir nevnt i vår masteravhandlingen.

Vi hadde satt uendelig stor pris på hvis du hadde tatt deg tiden til å svare på denne spørreundersøkelsen, og vi håper du vil være med å gi et bidrag til vår masteravhandling! Har du spørsmål, kontakt oss gjerne på mail: kso066@post.uit.no / mha275@post.uit.no

Link til spørreundersøkelsen: https://nettskjema.uio.no/answer/92614.html

Mvh Kathrine Søderholm og Marie Hanssen

Vedlegg 8 Forespørsel om deltakelse i studien

Hei, ...!

Vi, Kathrine Søderholm og Marie Hanssen, er to masterstudenter ved UiT på studiet Grunnskoleutdanning for 5.-10.trinn. Etter jul skal vi skrive en master i matematikkdidaktikk, der vi ønsker å fokusere på hvordan kommunikasjonen i et klasserom foregår, og hvordan samspillet mellom lærer og elevene er. I tillegg ønsker vi å se hvordan undervisningsaktivitetene muliggjør samspillet og kommunikasjonen. På bakgrunn av egen skolegang og praksis i lærerutdanningen, har vi sett at språkbruk og kommunikasjonen mellom lærer og elev er svært viktig, da spesielt i matematikkfaget. Vår intensjon med masteren er at vi selv skal bli mer bevisst og oppmerksomme på hvordan vi ordlegger oss i egen undervisning, og håper dermed at vi kan ta lærdom av egen master.

I den anledningen ønsker vi å komme i kontakt med to-tre lærere som underviser i matematikkfaget på ungdomsskolen, gjerne også flere klasser. Tanken er at læreren skal gjennomføre sitt planlagte undervisningsopplegg, mens vi observerer. Baktanken er naturligvis hverken å angripe læreren eller være kritiske, men utelukkende observere realiteten med vekt på å skaffe oss innsikt i hvordan kommunikasjon og samspill i matematikkundervisningen fremmer elevenes interesse og faglige utbytte. Innsamlingen av data bør helst foregå over to uker for å få et helhetlig inntrykk, og for å få tak i interessant data. Vi ønsker å snakke med læreren/lærerne som deltar før vi starter, og etter endt to uker. Vi har også tenkt å bruke filmopptak som datainnsamlingsmetode, der vi helst foretrekker å filme ut i klasserommet slik at elevenes reaksjoner, respons og handlinger basert på lærerens språkbruk og handlinger fanges opp. Denne dataen vil bli slettet etter endt masterskriving. I tillegg vil vi anonymisere hvilken skole vi har innhentet data fra, alt av uttalelser og sensitive personopplysninger. Vi har sendt inn søknad til NSD, og venter på godkjennelse fra dem.

Hvis dette høres interessant ut for dere, og noe dere kunne tenkt å hjelpe oss med/ta en del i, så hadde vi satt stor pris på det. Vi er virkelig interessert i å komme i kontakt med erfarne og dyktige matematikklærere som fungerer godt i praksis på skolen for alminnelige, norske elever.

For ytterlige spørsmål kontakt oss gjerne på telefon eller mail:

Kathrine: [redacted] / katsholm@hotmail.com

Marie: [redacted] / marie_hanssen_94@hotmail.com

Vi ser frem til å høre fra dere!

Mvh Kathrine Søderholm & Marie Hanssen