



Uit

NORGES
ARKTISKE
UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

«Men det e nu bærre mi meining..»

En kvalitativ studie av læreres oppfatning av undervisningskunnskap og god undervisning i matematikk.

—

Monica Nymoen Hansen

Fagdidaktisk master for lærere

November 2018



Sammendrag

Matematikk som skolefag er i stadig utvikling. Med den nye lærerplanen som er under utvikling er det større fokus på en utforskende undervisning hvor elevene skal være aktive i egen læringsprosess. Dette stiller noen krav til den kunnskapen en lærer må ha i tilretteleggingsprosessen.

I denne kvalitative studien har jeg intervjuet fem lærere med videreutdanning for å få et bilde av deres oppfatninger omkring kjennetegn på god matematikkundervisning og nødvendig undervisningskunnskap. Jeg har også sett på hvorvidt videreutdanningen har hatt en betydning for lærernes utvikling av undervisningspraksis – og kunnskap. Funnene er bearbeidet innholdsanalytisk gjennom både konvensjonell og teoretisk tilnærming.

Analysen av funnene viste at lærerne hadde oppfatninger omkring flere relevante aspekt knyttet til matematikkundervisning. Begreper som problemløsning, praktiske oppgaver, diskusjoner, samarbeid, variasjon og forståelse benyttes for å beskrive kjennetegn på en god matematikkøkt. Det ble likevel i mindre grad reflektert over hvorfor det er sentralt å arbeide med matematikken på denne måten.

Lærerne hadde oppfatning om at det var nødvendig med både faglig og fagdidaktisk kunnskap. Hva innholdet i denne kunnskapen skal være ble derimot vagt fremstilt, og det ble i overraskende liten grad knyttet opp mot kategoriene til Ball et al.(2008), til tross for at modellen har vært sentral i undervisningen på videreutdanningen. Det kom likevel klart frem en bevissthet om at ansvaret for å skape god matematikkundervisning ligger hos den enkelte lærer.

Alle lærerne i studien mente at videreutdanningen hadde hatt betydning for utviklingen av egen undervisningskunnskap og undervisningspraksis. Gjennom samlinger og praksisoppdrag hadde de fått innsikt og verktøy for å starte en endringsprosess i egen undervisningspraksis.

Forord

Denne oppgaven markerer en foreløpig slutt på en lang læringsprosess som startet da jeg tok mitt første videreutdanningskurs i matematikk høsten 2010. Det å kombinere full jobb med studier har vært en utfordrende prosess. All den kunnskapen og forståelsen jeg opplever å ha tilegnet meg har likevel vært verdt alle sene kvelder og helger med lesing av pensumlitteratur og oppgaveskriving.

Det hadde ikke vært mulig å gjennomføre denne studien hadde det ikke vært for de 5 fantastiske lærerne som sa ja til å delta. Tusen takk til hver enkelt av dere både for at dere var villige til å stille opp, men også for det flotte året jeg fikk ha sammen med dere på videreutdanningen. Gjennom samtaler og diskusjoner har jeg lært mye av dere som jeg tar med meg videre i arbeidet. Lykke til med den videre lærergjeringen, dåkk e super!

En stor takk til Ove Gunnar Drageset for at du har åpnet øynene mine for hva det vil si å forske. Du har gitt meg gode råd både i forskningssituasjon og i skriveprosess. Takk for de konstruktive tilbakemeldingene som fikk meg til å utvikle oppgaven enda mer. Du hjelper meg til å se bredden og dybden i det å drive på med forskning, noe som gir meg mulighet til å være i en spennende utviklingsprosess.

Til slutt vil jeg rette en takk til de som står meg nærmest og som gjennom alle år har støttet meg fullt og helt. Kristoffer, Benjamin, Markus og David – takk for at dere alltid har «backet» mamma opp, selv om det har betydd at det ikke har vært alle treninger jeg kunne vært på, eller lekser jeg kunne ha hjulpet dere med. Jeg håper at dere har lært at det er mulig å følge drømmene sine – uansett.

Til slutt, min kjære Kai, uten deg hadde ikke dette vært mulig. Du har støttet og motivert meg gjennom hele denne prosessen. Din urokkelige tro på at jeg kunne klare alt dette har vært en avgjørende faktor i de stundene hvor jeg selv ville gi opp. Du er min klippe!

Tromsø 28.10.18

Monica Nymoene Hansen

Innholdsfortegnelse

1	Innledning	1
1.1	Studiens forskningsspørsmål og formål	2
1.2	Bakgrunn for valg av tema	3
1.3	Oppgavens struktur og oppbygning.....	3
2	Teoretisk rammeverk.....	5
2.1	Oppfatninger.....	5
2.1.1	Oppfatning og kunnskap	5
2.1.2	Oppfatning om matematikk.....	6
2.2	Læringsmiljø.....	8
2.2.1	Oppgavene.....	8
2.2.2	Klasseromsaktivitetenes struktur.....	10
2.2.3	Verktøy.....	11
2.2.4	Klasseromsdiskursen.....	12
2.3	Lærerens undervisningskunnskap.....	13
2.3.1	The Knowledge Quartet	14
2.3.2	Content knowledge for teaching	15
3	Metode	19
3.1	Forskningsdesign.....	19
3.2	Kvalitativ forskning	20
3.2.1	Bakgrunn for valg av informanter.....	20
3.2.2	Om videreutdanningen	22
3.3	Metode for datainnsamling.....	23
3.3.1	Intervju	23
3.3.2	Gjennomføring og transkripsjon	25
3.4	Analyse.....	26

3.4.1	Analyseprosessen	27
3.5	Reliabilitet og validitet	28
3.5.1	Reliabilitet	28
3.5.2	Validitet	29
3.5.3	Betraktninger omkring eget studie	30
4	Presentasjon av empiri.....	31
4.1	God matematikkundervisning.....	31
4.1.1	Klasseromsdiskursen	31
4.1.2	Oppgavene.....	34
4.1.3	Klasserommets struktur.....	38
4.1.4	Verktøy	40
4.1.5	Oppsummering god matematikkøkt	41
4.2	Undervisningskunnskap.....	43
4.2.1	Fagkunnskap.....	43
4.2.2	Fagdidaktisk kunnskap	45
4.2.3	Oppsummering undervisningskunnskap	49
4.3	Videreutdanningens betydning	51
4.3.1	Undervisningspraksis	51
4.3.2	Undervisningskunnskap	53
4.3.3	Oppsummering videreutdanningens betydning.....	54
5	Diskusjon	57
5.1	Hvilken oppfatning har lærere av god matematikkundervisning?.....	57
5.2	Hvilken oppfatning har lærere av nødvendig undervisningskunnskap?.....	59
5.3	I hvilken grad har videreutdanningen hatt betydning for utvikling av egen undervisningskunnskap og undervisningspraksis?.....	62

6	Avsluttende betraktninger	65
6.1	Min egen refleksjonsprosess i arbeidet, og tanker om videre forskning	65
7	Litteraturliste	67
8	Vedlegg	73
	Vedlegg 1: Intervjuguide	
	Vedlegg 2: Mitt forskningsdesign etter Maxwell (2013)	
	Vedlegg 3: Kategori – Koder: God undervisning	
	Vedlegg 4: Kategori – Koder: Nødvendig undervisningskunnskap	
	Vedlegg 5: Kategori – Koder: Videreutdanningens betydning for utvikling	

1 Innledning

Den hverdagen elevene møter i dag er annerledes enn for bare noen år siden, og det stilles stadig nye krav til etablert kunnskap etter endt skolegang. Matematikk som skolefag er i kontinuerlig utvikling. Gjennom både Kunnskapsløftet, overordnet del og kjerneelementene i den nye læreplanen kommer elevaktiviteten til uttrykk i både matematiske samtaler, undersøkelser og problemløsning. De skal utvikle ulike strategier, kunne argumentere og resonnerer omkring løsningsprosessene (Utdanningsdirektoratet, 2013; Kunnskapsdepartementet 2017; 2018). Selv om dette har vært et mål gjennom flere læreplaner har det ifølge Breiteig & Goodchild (2010) vært utfordringer knyttet til implementering av og tilrettelegging for dette i undervisningen. Både nasjonale og internasjonale undersøkelser har vist at de norske elevene presterer under det nivået som er forventet i matematikk (Kjærnsli & Olsen, 2013; Kunnskapsdepartementet, 2008; Nordtvedt, 2013).

Det har vært en bred politisk enighet både i den nasjonale og internasjonale skoledebatten de siste årene at lærerens kompetanse er en sentral faktor for kvaliteten i skolen (Kunnskapsdepartementet, 2015; Hattie, 2009). Innenfor matematikkfaglig forskning er det påvist en sammenheng mellom de oppfatningene som lærere har av matematikk og deres undervisningspraksis (Fives & Gill, 2015). Shulman (1986) mente at god undervisning handler om mer enn at læreren har den nødvendige faglige kompetansen. Like viktig er kunnskapen å kunne omdanne det matematiske fagstoffet til undervisning. Denne undervisningskunnskapen kan ikke betraktes som en kunnskapsbase som ligger fast, men er i kontinuerlig utvikling. Økt kunnskap om elevers tenking og undervisningsmetoder som fremmer læring, vil skape et behov for en dypere og bedre undervisningskunnskap og matematikkompetanse hos læreren (Fauskanger, 2015).

At læreren har både høy faglig og pedagogisk kompetanse legges som forutsetninger for elevens læring i *Kompetanse for kvalitet* (Kunnskapsdepartementet, 2015). Dette er en videreutdanningsstrategi som er rettet mot prioriterte fag, hvor målet er å bedre elevenes resultater og skape motivasjon for læring. Gjennom videreutdanningen skal det legges et grunnlag for tilegnelse av nødvendige faglig og fagdidaktisk kompetansen for å kunne undervise.

1.1 Studiens forskningsspørsmål og formål

Å tilrettelegge for gode undervisningssituasjoner er avhengig av lærerens kunnskap. I denne studien ønsker jeg å se nærmere på hvilke oppfatninger fem lærere uttrykker omkring god matematikkundervisning og nødvendig undervisningskunnskap.

Det er gjennomført en del forskning på læreres undervisningskunnskap i regi av Universitetet i Stavanger. Her har både lærerstudenter og videreutdanningsstudenter vært informanter. I denne studien skal jeg ikke observere eller måle lærernes kunnskap og/eller undervisningspraksis. Jeg ønsker å få tak i lærernes egne oppfatninger for å få et dypere bilde av oppfatningens betydning for undervisningspraksisen. Det er i tillegg kunnskapen knyttet til matematikkundervisningen i et mer generelt perspektiv jeg forsker på.

Å bruke lærere med videreutdanning som informanter vil kunne gi meg et innblikk i hvordan utdanningen har påvirket oppfatningene, samtidig som det er et verktøy i mitt videre planleggingsarbeid.

Mitt forskningsspørsmål er:

Hvilken oppfatning har lærere med videreutdanning av god matematikkundervisning og nødvendig undervisningskunnskap?

For å kunne se nærmere på hvorvidt videreutdanningen har vært en faktor for utviklingen av egne oppfatninger har jeg valgt følgende tilleggsspørsmål:

I hvilken grad har videreutdanningen hatt betydning for utvikling av egen undervisningskunnskap og undervisningspraksis?

Formålet med studien er ikke å fremme noen generaliserende funn. Intensjonen er å belyse sentrale deler av det å være matematikklærer, og hvorvidt tilegning av ny kunnskap kan endre egne oppfatninger og praksis. Den teorien som ligger til grunn for studien, forskningsprosessen, funnene og analysen, kan være med å komplementere eksisterende forskning. Selv om forskningsfeltet er avgrenset, er ønsket at det kan ha en viss overføringsverdi for lærere som vil utvikle egen matematikkompetanse, og for de som planlegger og gjennomfører grunn- og videreutdanning av lærere.

1.2 Bakgrunn for valg av tema

Da jeg begynte som matematikklærer på midten av 90-tallet var det helt uten fagkompetanse i matematikk. Min universitetsbakgrunn var innenfor jus og samfunnsfag, og det eneste kravet for å undervise var PPU. Matematikk fikk jeg undervise i fordi jeg var god i matematikk, og alltid hadde likt faget.

Etter hvert opplevde jeg utilstrekkelighet i min egen undervisningskunnskap. Jeg var opptatt av undersøkende undervisning, og prøvde å tilrettelegge for relevansen av fagstoffet.

Samarbeid og kommunikasjon var sentralt. Jeg så at dette fungerte i klasserommet, og elevene gjorde det godt på tester og eksamen. Det ble likevel ikke en konsekvent undervisningsmetodikk, og jeg valgte alt for ofte å gå tilbake til de trygge rammene i læreboka. Jeg hadde hverken kunnskap eller forståelse nok til å endre det tradisjonelle tankemønsteret mitt.

I løpet av de siste åtte årene har jeg valgt å ta fem ulike årsheter med videreutdanning i matematikk. Selv om videreutdanningene har hatt ulik form og innhold opplever jeg nå at «brikkene» begynner å falle på plass. Jeg har fått en større forståelse for viktigheten av både den faglige- og didaktiske kunnskapen, og hvordan undervisningen kan tilrettelegges slik at alle elevene kan opparbeide seg nødvendig matematiske kompetanse.

Da jeg begynte å arbeide på UiT, fikk jeg ansvar for videreutdanningen i Matematikk 2, 5.-10. Det er i skrivende stund 3 året jeg er emneansvarlig for dette kurset. Jeg opplever å møte lærere som er lik det jeg selv var, men som i løpet av året får nye tanker omkring matematikkundervisning, og hva det krever av dem som lærere. Det kan være krevende å være «lærer for lærere», det er mange tradisjonelle tankeganger som må utfordres, samtidig er det utrolig givende når den nyervervede kunnskapen skaper resultater i klasserommet.

1.3 Oppgavens struktur og oppbygning

Etter dette innledende kapittelet vil jeg i kapittel to presentere det teoretiske rammeverket og trekke frem de tre hovedmomentene som er sentralt for forskningsspørsmålet og analysen – *oppfatning, undervisningspraksis og undervisningskunnskap*.

Kapittel tre er metodekapittelet. Her vil jeg gjøre rede for og begrunne metoden som er brukt i datainnsamlingen. Videre vil jeg redegjøre for arbeidet som er knyttet til empirien i studiet og

si noe omkring bearbeidelse og analysering av datamaterialet. Betragtninger omkring studiens validitet og reliabilitet avslutter kapittelet.

Presentasjon av funn og analysen av det innsamlede datamaterialet kommer i kapittel fire. Forskningsspørsmålene vil i kapittel fem drøftes i lys av studiens funn og det teoretiske rammeverket. Til slutt vil jeg i kapittel seks trekke noen avsluttende betraktninger.

2 Teoretisk rammeverk

I dette kapitlet vil jeg presentere det teoretiske rammeverket som er grunnlaget for analysen og diskusjonen. Fremstillingen er strukturert etter forskningsspørsmålene. Lærernes oppfatninger er det overordnede i studiet og teorien knyttet til dette behandles først. Deretter behandles relevant teori omkring undervisningspraksis. Ulike modeller knyttet til undervisningskunnskap behandles i siste del av dette kapitlet.

2.1 Oppfatninger

2.1.1 Oppfatning og kunnskap

De affektive sidene ved undervisningspraksis sees ifølge Phillip (2007) i sammenheng med de disposisjonene eller følelsene som blir knyttet til en ide eller et objekt. Han deler disse inn i *emotions* (følelser), *attitudes* (holdninger) og *beliefs* (oppfatninger). En følelse er en skiftende bevissthetstilstand og involverer vanligvis ikke kognitive vurderinger. Holdninger er sterkere enn følelser, og innebærer mer stabile tanker som er knyttet til egen disposisjon eller mening. En oppfatning er av kognitiv art og inkluderer en psykologisk tolkning, mening eller påstand av omverdenen som oppfattes sann. Oppfatninger er mer stabile en følelser og holdninger men er vanskeligere å endre (ibid). Phillip (2007) hevder at oppfatningene kan være både bevisste og ubevisste. De bevisste oppfatningene kan knyttes til forestillinger og dermed betegnes som en underkategori av oppfatninger. På denne måten vil begrepet oppfatning knyttes til både den enkeltes forestillinger og ubevisste oppfatninger.

I et system av oppfatninger vil noen oppfatninger stå sterkere enn andre (Green, 1998). Sentrale oppfatninger er ikke utledet av andre oppfatninger og dermed vanskeligere å endre. Perifere oppfatninger har gjerne grunnlag i andre oppfatninger og vil derfor være mer åpne for diskusjon, undersøkelse og endring. Oppfatningenes inndeling og relasjon kan være både ubevisst og individuelt (ibid). I følge Leatham (2006) fungerer en lærers oppfatning som et filter for hvordan informasjon og erfaringer forstås, og er en veiviser for valg og handlinger.

Hvorvidt en oppfatning kan endres beror på opplevd grad av sannhetsverdi. En oppfatning kan oppleves som sann uten hensyn til bevis, eller de kan være basert på et grunnlag eller bevis (Green, 1998). Om en oppfatning fremmes uten bevis «it cannot be modified by introducing evidence or reason» (s.48). Når en oppfatning har sitt grunnlag i bevis vil

individet respektere andre synspunkter som rimelige og intelligente. Oppfatninger kan fungere som barrierer mot påvirkning fra eksterne faktorer som for eksempel endringer i læreplaner (ibid).

Skillet mellom oppfatning og kunnskap kan være uklart. For noen vil dette være to isolerte emner, mens andre argumenterer for at det er en sterk sammenheng (Furinghetti & Pehkonen, 2002). Furinghetti & Pehkonen hevder at kunnskap kan deles inn i objektiv kunnskap som er akseptert av samfunnet og subjektiv kunnskap som er knyttet til den enkeltes personlige kunnskap. De argumentere for at oppfatninger har sitt grunnlag i den subjektive kunnskapen til den enkelte. Epistemologisk sett mener Op't Eynde et al. (2003) at oppfatninger først og fremst er en personlig konstruksjon, og er knyttet til den subjektive kunnskapen. Her vil også de følelsesmessige faktorene inkluderes. Leatham (2006) skiller mellom kunnskap og oppfatninger ved å se på sannhetsverdien til et utsagn. Han knytter kunnskap til utsagn som du «*more than believe*», og oppfatninger til utsagn som du «*just believe*». Kunnskap og oppfatninger kan dermed sees på som komplementære undergrupper i et fornuftsrammeverk som bygger på det den enkelte tror (ibid).

2.1.2 Oppfatning om matematikk

Ifølge Ernest (1989) er det en sammenheng mellom lærernes undervisningspraksis og deres oppfatninger om matematikkens natur. Om en lærer har et produktfokus og oppfatter matematikken som et sett med regler og fremgangsmåter vil dette kunne medføre tradisjonell undervisning. En lærer som er problemløsnings – og prosessorientert vil sannsynligvis legge opp undervisningen slik at elevene kan tilnærme seg faget på en mer utforskede måte (ibid).

Beswick (2012) har tatt utgangspunkt i Ernest (1989) og hans inndeling av matematikkens natur. Han ser dette opp mot forskning som er gjennomført av Van Zoest et al. (1994) knyttet til oppfatninger omkring matematikkundervisning og Ernests (1989) oppfatninger omkring læring i matematikk. Sammenhengen illustreres i følgende tabell:

Table 1 Categories of teacher beliefs

Beliefs about the nature of mathematics (Ernest, 1989)	Beliefs about mathematics teaching (Van Zoest et al. 1994)	Beliefs about mathematics learning (Ernest, 1989)
Instrumentalist	Content focussed with an emphasis on performance	Skill mastery, passive reception of knowledge
Platonist	Content focussed with an emphasis on understanding	Active construction of understanding
Problem solving	Learner focussed	Autonomous exploration of own interests

Figur 1: Kategorier av læreres oppfatning (Beswick 2012:130)

I tabellens første kolonne presenteres tre kategorier som relateres til ulike oppfatninger omkring matematikkens natur. Det *instrumentalistiske* ståstedet er preget av fakta – og prosedyrebasert tenking, der matematikken er styrt av fakta, ferdigheter og regler som må læres. Undervisningen har fokus på at elevene skal beherske det faglige innholdet og læringen preges av passiv mottakelse av kunnskap (Beswick, 2012). Den andre kategorien – det *platonske* ståstedet, ser på matematikken som allerede eksisterende kunnskap. Målet med undervisningen er å forstå det faglige innholdet, og læring skjer gjennom aktiv konstruksjon av kunnskap. Den siste kategorien (*problem solving*) bygger på et konstruktivistisk syn. Matematikken ses på som en dynamisk menneskelig oppfinnelse og prosessen er fremhevet i større grad enn produktet. Undervisningen er elevfokuseret hvor problemløsende tilnærming er sentral, og læring er knyttet til selvstendig utforskning (ibid).

Fives & Buehl (2014) hevder at oppfatning og kunnskap kan knyttes til lærernes valg i planlegging av undervisning. Oppfatningen blir en veiviser for det som faktisk skjer i klasserommet, og påvirkes av de tankene den enkelte har omkring matematikkundervisning og nødvendig kunnskap (ibid). I følge Pehkonen (2007) vil lærerens oppfatninger omkring matematikkundervisning påvirke elevenes syn på faget og deres matematiske prestasjoner.

Denne studien bygger på et eksplisitt syn på oppfatning, at lærerne er bevisste egne oppfatninger og kan uttrykke dem (Fives & Buehl, 2014). Dette avviser ikke at lærerne kan ha ubevisste oppfatninger, men disse ligger utenfor lærerens kontroll og kan ikke påvirkes gjennom egenrefleksjon (ibid).

2.2 Læringsmiljø

Formålet for matematikkfaget vektlegger fagets sentrale rolle i samfunnet som et grunnlag i den demokratiske utviklingen (Utdanningsdirektoratet, 2013). Elevene skal med selvinnsikt og selvstendighet utvikle evnen til å tenke, resonnere, argumentere og løse ulike problemer. De skal få mulighet til å arbeide både teoretisk og praktisk, og undervisningen skal veksle mellom ferdighetstrening og utforskede, lekende, kreative og problemløsende aktiviteter (ibid).

For å støtte elevenes matematiske utvikling er læringsmiljøet en viktig faktor. Cobb (2000) presenterer fire ulike aspekter som er sentrale i denne utviklingen: *Oppgavene, klasseromsaktivitetenes struktur, verktøy, klasseromsdiskursen*. Selv om aspektene presenteres adskilt blir det fremhevet at de er avhengige av hverandre, og samlet utgjør de klassens aktivitetssystem (ibid). På bakgrunn av det som kom frem i intervjuene har jeg valgt å strukturere teorien knyttet til undervisningspraksis/god undervisning etter dette rammeverket.

2.2.1 Oppgavene

Cobb (2000) knytter dette aspektet til hvilke aktiviteter/oppgaver/problemer læreren inkluderer i undervisningen.

Skovsmose (1998) introduserer begrepene oppgaveparadigme og undersøkelseslandskap. Oppgaveparadigme kjennetegnes ved matematikkoppgavens sentrale rolle i undervisningen. Det er gjerne et fokus på mengdetrening og det ligger implisitt at læreren har den korrekte løsningsmetoden og sitter med fasiten. Elevenes oppgave blir å benytte løsningsmetoden for å finne det riktige svaret (ibid). Matematikken kan her bli en mengde regler og fremgangsmåter som elevene må huske, og den forståelsen de tilegner seg er ifølge Skemp (1976) instrumentell. Elevene følger steg – for steg prosedyrer, og blir passive mottakere av kunnskap. De kan lære seg hva en oppgave omhandler, og hvordan den skal løses, men de vet ikke hvorfor den løses slik.

I et undersøkelseslandskap tilrettelegger læreren for at elevene skal være aktive deltakere i løsningsprosessen (Skovsmose, 1998). Gjennom oppgaver som åpner for arbeid med flere representasjonsformer og ulike abstraksjonsnivåer, gis det rom for en interaksjon mellom elevene og faget. De oppfordres til selv å være aktive, stille matematiske spørsmål, undre seg

og «vandre» i felleskap med andre gjennom det matematiske landskapet (ibid). Denne typen undervisning gir elevene mulighet til å se sammenhenger mellom matematiske emner, og en forståelse av matematikken som noe mer enn bare regler og prosedyrer. De opparbeider seg det som Skemp (1976) kaller for en relasjonell forståelse av faget, og blir produsenter av egen kunnskap med læreren som veileder.

«Utforsking og problemløsning» og «modellering og anvendelse» er to av kjerneelementene i den nye læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2018). Gjennom problemløsning skal elevene utvikle løsningsmetoder på problemer/oppgaver de ikke umiddelbart ser hvordan de skal løse (Schoenfeld,1992). Ved å bruke algoritmisk tenking utvikles strategier og fremgangsmåter for å lage delproblemer som igjen kan løses gjennom systematisk arbeid. Løsningsprosessen er minst like viktig som produktet, og gjennom prosessene skal elevene utvikle kreativitet, lete etter mønster og oppdage sammenhenger (Boaler, 2016). Ifølge Schoenfeld (1992) kan ikke problemløsning læres bort på samme måte som regler og algoritmer. For å kunne jobbe med slike oppgaver må elevene bygge på før-kunnskapen, og gjennom kreativitet og oppfinnsomhet må problemløseren selv administrere prosessen frem mot løsningen (Mason og Davis, 1991). Det er ikke oppgaven i seg selv som legger kriteria for om den kan karakteriseres som problemløsning eller ikke, men hvem oppgaven presenteres for (ibid). Elevene kan oppleve det utfordrende å arbeide med slike oppgaver, men det vil ifølge Schoenfeld (1992) utvikles metakognitive ferdigheter slik at elevene gjennom veiledning kan opparbeide en større bevissthet i løsningsprosessen.

Matematisk modellering har nær sammenheng med problemløsning. Innenfor matematisk modellering er utgangspunktet en situasjon/kontekst som har sitt utspring i den ekstramatematiske verden, og elevene skal benytte matematikken for å beskrive og løse denne situasjonen (Blum et al.,2007). Ved å identifisere objekter, relasjoner og fenomener knyttet til den matematiske verden skal det gjøres matematiske overveielser, manipulasjoner og slutninger. Til slutt må man oversette resultatet og vurdere løsningen opp mot det opprinnelige problemet. Dette skjer gjennom en modelleringsprosess/syklus som består av ulike faser hvor elevene må bevege seg mellom den virkelige verden og den matematiske verden gjennom matematisering (Lesh & Zawojewski, 2007).

Ifølge Freudenthal (1981) bør matematikken gjenspeile en tilnærming til den virkelige verden, og matematikkundervisningen skal legge til rette for en matematiseringsprosess. Ved å la oppgavene ta utgangspunkt i en verden som elevene kan forestille seg, kan matematikken

genereres gjennom å stille spørsmål, utvikle definisjoner, videreutvikle metoder, finne og forstå mønster eller se sammenhenger. Dette er grunnlaget for det som Freudenthal (1981) kalte *Realistic Mathematics Education* (RME). Det sterke prosesselementet i RME gir rom for å bygge på elevenes tidligere erfaringer, faglig forståelse og ferdigheter. Ved å ta del i andres løsningsmetoder kan ny læring og kunnskap utvikles (Heuvel-Panhuizen, 2003). Med læreren som guide gjennom prosessen gjenoppdager elevene matematikken og får en større forståelse for sammenhengene, både innenfor faget men også for anvendelsen av faget i andre kontekster og situasjoner (ibid).

Når en lærer velger matematikkoppgaver er det viktig å være bevisst på hvilke kognitive krav som stilles i løsningsprosessen. Stein et al.(2000) definerer kognitive krav som den typen nivå av tenkning som er nødvendig for å kunne løse oppgaven. Ulike oppgaver gir ulike muligheter for læring hos elevene. For å gi elevene mulighet til å se sammenhenger mellom ulike prosedyrer må det tilrettelegges for en kognitiv tenking og utvikling. Oppgavene må gjenspeile et høyt presterende nivå. Det å fokusere på problemløsning og forståelse gjør at elevene utvikler det kognitive nivået og lærer å tenke matematisk. Elevene har ulike forutsetninger og forkunnskaper, det blir derfor viktig at oppgavene som velges er tilpasset elevene og stimulerer til ulik kognitiv tenking (ibid).

2.2.2 Klasseromsaktivitetenes struktur

Ifølge Cobb (2000) omhandler dette aspektet hvordan læreren legger opp en matematikkøkt, og hvilke aktiviteter som skjer når.

Tradisjonelt sett har matematikkundervisningen vært preget av lærerens formidlerrolle. I en tradisjonell undervisningssituasjon er det gjerne tavleundervisning og læreboka som danner grunnlaget, og nytt stoff gjennomgås på tavla (Alrø & Skovsmose, 2006). Med utgangspunkt i algoritmer og gitte løsningsmetoder har elevene reprodusert det læreren har forklart og eksemplifisert (Mellin–Olsen,1991). I en slik undervisning er gjerne arbeidsformen individuell, og elevene sitter på hver sin pult og arbeider med oppgavene fra læreboka. Det foregår lite eller ingen form for samtale og felles refleksjon i løsningsprosessen. Den kunnskapen som tilegnes blir individuell og det er lite rom for tilpasning av lærestoffet (Boaler,2016). Dette gir igjen lite rom for variasjon av undervisning- og arbeidsformer.

I motsetning til den tradisjonelle undervisningen er «undersøkelseslandskapet» som kjennetegnes ved at både elevene og lærerne har en spørrende og utforskede holdning til en problemstilling (Skovsmose, 1998). I undersøkende matematikkundervisning starter introduksjonen gjerne opp med en dialog mellom lærer og elever. Deretter kan elevene enten jobbe alene eller i små grupper for å finne egne løsningsstrategier og metoder. Felles refleksjon omkring strategier og løsninger fremmer læringsprosessen hos elevene (Alrø & Skovsmose, 2006).

Forskning viser at det å variere undervisningen er positivt for alle elevene. Ved å ta i bruk et større spekter av løsningsstrategier vil opplæringen bli mer variert og flere elever opplever større læringsutbytte (Kunnskapsdepartementet, 2011). Elevene er ulike og de lærer på ulike måter, det blir derfor viktig å tilrettelegge for variasjon i tilnærmingen til lærestoffet (ibid).

2.2.3 Verktøy

Dette aspektet omfatter ifølge Cobb (2000) de verktøyene som elevene har tilgang til og som benyttes i undervisningssituasjonen. Elevers bruk av verktøy og den læringen disse kan være med på å gi inkluderes også. Cobb (2000) påpeker viktigheten av kjennskap til verktøyets begrensninger og innvirkning på undervisningen.

Burton (1992) definerer konkretiseringsmateriell som alle de fysiske gjenstandene som gir mulighet for å konkretisere det en oppgave spør etter. Konkretene vil bidra til å styrke elevenes forståelse ved å bygge opp assosiasjoner og omgjøre problemet til en annen form. Gjennom å benytte manipulerende hjelpemidler i problemløsningsprosessen vil dette ifølge Burton (1992) både øke forståelsen hos elevene og skape mestring. Det er nødvendig å gi elevene tid til å utforske problemene ved hjelp av ulike konkrete og bruk av varierte teknikker.

I kunnskapsløftet er den digitale ferdigheten en av de fem grunnleggende ferdighetene. Den digitale ferdigheten i matematikk knyttes blant annet til å ha kjennskap til, bruke og vurdere digitale hjelpemidler i arbeidet med problemløsning, simulering og modellering (Utdanningsdirektoratet, 2013). Hattie & Yates (2014) hevder at alle elever bør opparbeide seg kunnskaper om digitale verktøy for å kunne delta fullt og helt i det moderne samfunnet, og datamaskinene vil skape nye læringsmuligheter. Den digitale ferdigheten fremmes som en

nødvendighet for en aktiv deltakelse i et stadig endrende samfunns – og arbeidsliv, og en viktig forutsetning for videre læring (Utdanningsdirektoratet, 2013).

2.2.4 Klasseromsdiskursen

For å støtte opp under den matematiske tenkningen og læringen hos elevene er kommunikasjon og samtale viktige verktøy (Cobb, 2000). Dette fremheves også i Kunnskapsløftet ved at det å uttrykke seg muntlig i matematikk er en av de fem grunnleggende ferdighetene (Utdanningsdirektoratet, 2013). Elevene skal kunne lytte og samtale om matematikk gjennom å stille spørsmål og argumentere. Utviklingen av den muntlige ferdigheten går fra å bruke et enkelt matematisk språk for å delta i samtaler, til å bruke presis fagterminologi for å kunne drøfte matematiske problemer, løsninger og komplekse faglige aspekter og sammenhenger (ibid). I den nye læreplanen kommer den muntlige aktiviteten særlig til syne i de to kjernelementene «Resonnering og argumentasjon» og «Representasjon og kommunikasjon». Elevene skal gjennom det matematiske språket kunne bruke og uttrykke matematiske begreper og argumentere for egne fremgangsmåter og løsninger. I tillegg til å kunne følge og vurdere andres matematiske resonnementer (Kunnskapsdepartementet, 2018).

Disse tankene skiller seg fra den tradisjonelle samtaleformen i klasserommet som ifølge Mehan (1976) kalles IRE (initiate – respons – evaluate). I en slik samtaleform stiller læreren et spørsmål, en elev gir et svar, og læreren evaluerer svaret. Læreren driver samtalen fremover, spørsmålene er gjerne lukkede. Målet med samtalen er å fortelle læreren om elevene er i stand til å besvare spørsmålet (ibid). Alrø og Skovsmose (2006) utfordrer det tradisjonelle kommunikasjonsmønsteret og fremmer en samtaleform som bygger på undersøkende samtaler, IC (inquiry-cooperation) modellen. Her er det ingen definerte regler for samtalen, og det tilrettelegges for en åpen struktur hvor hverken løsningsprosessen eller svaret er gitt på forhånd. Elevene involveres i en undersøkende læringsprosess der de i fellesskap får mulighet til å innta en spørrende holdning (ibid). Ved å åpne opp og tilrettelegge for en mer dynamisk kommunikasjonsprosess vil elevene kunne oppleve et større engasjement til faget. I en elevfokuset undervisning er den muntlige deltakelsen viktig for å skape forståelse (Beswick,2012).

Når elevene benytter det matematiske språket vil læreren få mulighet til å utforske deres evner og forståelse av matematiske konsepter. I følge William (2007) kan de bevisene læreren får

gjennom kommunikasjonsprosessene bli brukt til å justere undervisningen etter elevenes behov. Gjennom spørsmål kan effektive klasseromsdiskusjoner skapes, og læring fremprovoseres. Klargjøring og deling av læringsintensjonene tilrettelegger for at elevene skal kunne være med på å vurdere seg selv og på denne måten få eierskap til sin egen læring (ibid).

I et klasserom utvikles det ulike normer, både sosiale og det McClain & Cobb (2001) omtaler som sosiomatematiske normer. De sosiale normene er ikke spesielle for matematikkdiskursen, men kan være fremmet i flere fagdiskurser ved at elevene for eksempel må forklare egen tenkemåte (ibid). De sosiomatematiske normene omhandler den matematiske praksisen i klasserommet og hvilke faglige metoder og resultater som er aksepterte. Hva kreves for eksempel av en gyldig matematisk forklaring? Ifølge Yackel & Cobb (1996) handler både de sosiale og de sosiomatematiske normene om det som blir tatt for gitt, og som er etablert felles forståelse for i matematikklasserommet. Disse normene er med på å påvirke hvorvidt læreren klarer å tilrettelegge for god matematikkundervisning.

2.3 Lærerens undervisningskunnskap

Det finnes flere tilgjengelige rammeverk som bidrar til etablering av en eller flere konstruksjoner av matematikklærers nødvendige kunnskap. Niss og Jensen (2002) er et eksempel. De benytter begrepet kompetanse og deler en matematikklærers nødvendige kompetanse inn i 6 områder. Et annet eksempel er Kilpatrick et al. (2001) kompetansemodell som består av fem komponenter/kompetanser. Denne vektlegger noen viktige elementer knyttet til matematisk kyndighet og den kompleksiteten som inngår i alle aspektene vedrørende en persons kompetanse.

Shulman (1986) hevdet at god undervisning handler om mer enn at læreren kan faget sitt, og etterlyste forskning omkring hvordan den kunnskapen en lærer har i et fag kan omformes til undervisning. Shulman delte den nødvendige fagrelaterte kunnskapen inn i tre kategorier: *Subject Matter Knowledge (SMK)*, *Pedagogical content knowledge (PCK)* og *Curriculum knowledge (CK)*. SMK inkluderer kunnskap om faget og dets organiserende struktur. Dette innebærer mer enn bare å kjenne fakta og begreper. Læreren må også forstå hvordan fagets organiserende prinsipper, strukturer og regler er avgjørende for hva som er legitimt mulig å gjøre og si innenfor et felt. (ibid).

PCK er kunnskap knyttet til undervisning og tilrettelegging av tilpasset opplæring. Denne kategorien omhandler kunnskap om hvordan emner innenfor faget er organisert, hvordan de kan fremstilles helhetlig og kunnskap om vanlige misoppfatninger og hva som kan være enkelt eller utfordrende for elevene i arbeidet med emnet (Shulman, 1986).

Den siste kategorien CK deler Shulman(1986) inn i vertikal og lateral læreplankunnskap. Den vertikale læreplankunnskapen innebærer både kunnskap om undervisningsmaterieell, og kunnskap om hvilke temaer og emner som det har vært – og kommer til å bli undervist i innenfor faget. Det å ha kunnskap om og se sammenhenger mellom det som skal undervises i et fag og fagplanen til de andre fagene, kaller Shulman for lateral læreplankunnskap (ibid).

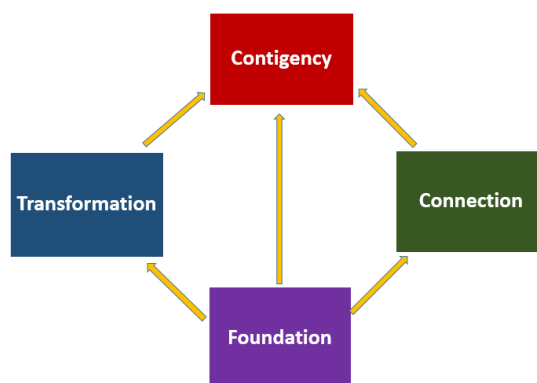
Tabellen under viser hvordan Shulman (1986) representerer fagkunnskapen, og hvordan det kan knyttes til en kognitiv tradisjon ved at lærerens kunnskaper kommer til uttrykk i tre ulike former for kunnskap (Fauskanger, 2015).

Former for kunnskap	Kategorier relatert til fagkunnskap (Shulman, 1986, 1987)	Underkategorier av fagkunnskap
1) Teoretisk og praktisk kunnskap læreren har om undervisning «stored in the form of propositions» (Shulman, 1986, s.10)	Subject matter knowledge	Viktige momenter: Faktakunnskap, begrepskunnskap og kunnskap om fagets struktur
2) Kunnskap (representert i lærerens minne) om spesifikke, veldokumenterte undervisningsrelaterte case utviklet gjennom undervisningserfaring	Pedagogical content knowledge	Viktige momenter: Å representere, forklare og undervise fagkunnskap
3) Strategisk kunnskap (den praktiske anvendelsen av de to forrige formene for kunnskap i selve undervisningen)	Curriculum knowledge	Vertikal læreplankunnskap Lateral læreplankunnskap

Figur 2: Shulmans rammeverk for lærerens kunnskap (Fauskanger,2015)

2.3.1 The Knowledge Quartet

«The knowledge Quartet» som på norsk blir omtalt som «Kunnskapskvartetten», ble utviklet av Rowland m.fl. Modellen bygger på Shulmans (1986) kategorier for undervisningskunnskap. Ifølge Rowland & Ruthven (2010) kan denne modellen være et hjelpemiddel for identifisering av lærerens matematikkunnskaper i undervisningssituasjoner, men også som et refleksjonsverktøy for et utviklingsarbeid. Modellen består av fire dimensjoner som er presentert i figuren under:



Figur 3: Sammenhengen mellom de fire dimensjonene (Rowland & Ruthven, 2010)

Foundation er selve kjernen i hva det vil si å undervise og omhandler den grunnleggende matematikkunnskapen en lærer har tilegnet seg (Rowland & Ruthven, 2010). Denne kunnskapen er forankret i lærerens teoretiske bakgrunn og de forestillingene som han/hun har, uavhengig om man velger å ta den i bruk eller ikke. **Transformation** representerer de metodene som læreren tar i bruk for å kunne omdanne den faglige kunnskapen til undervisning (ibid).

Dimensjonen **Connection** fremmer de sammenhengene som er synlige innenfor en matematikktime, på tvers av ulike timer og fag, og på tvers av klassetrinn (Rowland & Ruthven, 2010). Denne binder sammen de mer eller mindre adskilte delene av matematikkinnholdet. Den siste dimensjonen – **Contingency**, omhandler lærerens evne til å ta imot uplanlagte innspill og hvordan han/hun responderer på disse. Denne dimensjonen er avhengig av de tre andre, noe som figuren over også illustrerer (ibid).

2.3.2 Content knowledge for teaching

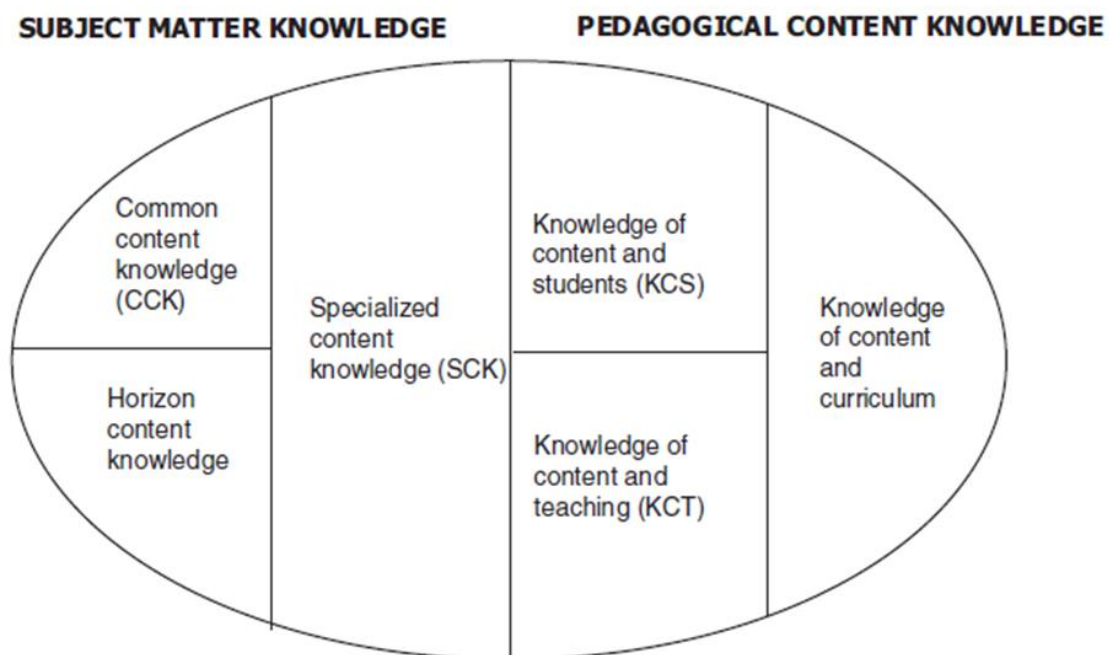
Som en del av videreutviklingen av Shulmans (1986) modell identifiserte Ball et al.(2008) ulike undervisningsoppgaver («task of teaching») knyttet til undervisningsarbeidet i matematikk og hvilke kunnskaper og ferdigheter disse oppgavene krever av lærerne. Ut fra denne identifiseringen ble det utviklet en praksisbasert teori (rammeverk).

Selv om både «Kunnskapskvartetten» og ovennevnte modell bygger på Shulman (1986) har de blitt utviklet på ulike måter og kan brukes til ulike formål. Mens Ball et al. (2008) går inn i drøftelsen og beskrivelse av de ulike aspektene ved undervisningskunnskap i matematikk, er

Rowland og Ruthvens (2010) beskrivelse av mer implisitt art ved at den identifiserer situasjoner hvor kunnskapen synliggjøres i klasserommet. Begge rammeverkene har hatt stor betydning for hvordan vi ser på undervisningskunnskap i matematikk, og er grunnlaget for både internasjonal og nasjonal forskning.

Jeg har i denne studien valgt å benytte rammeverket som ble utviklet av Ball et al. (2008) og som presenteres under. Dette har sin bakgrunn i flere forhold. For det første bygger rammeverket på konkrete utfordringer som lærere står i, og som jeg selv opplever som svært relevante i forhold til egen rolle som lærer. Modellen er også videreutviklet og benyttet i nasjonal forskning, noe som gir meg muligheten til å i ettertid reflektere over egne funn og resultater opp mot denne forskningen. Rammeverket er også sentral i undervisningssammenheng på videreutdanningen. Ut fra studiens forsknings spørsmål er denne modellen mest relevant.

Rammeverket til Ball et al. (2008) tar utgangspunkt i Shulmans (1986) kategorier om *subject matter knowledge* og *pedagogical content knowledge*. Disse kategoriene er i denne modellen delt inn i tre underkategorier, og den opprinnelige kategorien CK er i Ball et als. modell plassert til lengst til høyre under *Knowledge of content and curriculum*.



Figur 4: Undervisningskunnskap i matematikk (Ball et al., 2008:403)

Common content knowledge (CCK)

CCK er en kunnskap som blir brukt i matematikkundervisningen på samme måte som den blir bruk i andre yrker for å løse matematiske problemer, og er ikke unik for undervisning.

Kategorien omhandler blant annet det å kunne gjøre korrekte beregninger, og løse ulike problemer med matematisk innhold. Ifølge Ball et al.(2008) omfatter denne kategorien også matematikk som er mer avansert enn grunnskolematematikken.

Specialized content knowledge (SCK)

Denne kategorien er de kunnskaper og ferdigheter som er unike for undervisning, og er bare relevante i denne sammenhengen. Ball et al.(2008) hevder at selv om denne kunnskapen er avhengig av CCK skiller SCK seg fra denne ved at det er snakk om en «pure subjects matter knowledge» (s.396). En lærer må ha kunnskaper som strekker seg lengre og går ut over det som skal undervises, og i en undervisningssituasjon må en lærer kunne arbeide med matematikken på en annen måte enn andre vil gjøre (ibid).

Horizon content knowledge (HCK)

Denne kategorien er et kunnskapsområde som ble presentert noe vagt i Ball et al.(2008). Ball og Bass (2009) videreutviklet og utvidet denne definisjonen til å inkludere kunnskap ut over læreplanen. Det handler om å være bevisst på hvordan matematiske temaer henger sammen, og se matematikken i en større sammenheng og i et lengre perspektiv enn det lærerplanen tilrettelegger for (Ball og Bass, 2009).

Knowledge of content and students (KCS)

Kategorien kombinerer kunnskap om matematikk og kunnskap om elevene. En lærer må kunne forutse elevenes tenkning, hva de kan komme til å oppleve som utfordrende, hvilke feil de kan komme til å gjøre, hvilke løsningsstrategier de vil bruke og hvilke eksempler som kan fremme motivasjon og interesse (Ball et al.,2008). KCS vektlegger den kunnskapen som en lærer må ha for å kunne foreta de nødvendige vurderingene i de ovennevnte situasjonene (ibid).

Knowledge of content and teaching (KCT)

Denne kategorien kombinerer kunnskap om matematikk og kunnskap om undervisning. Pedagogiske vurderinger sees i sammenheng med det faglige innholdet, og hvordan undervisningen kan legges opp for å klargjøre uklarheter og vanskeligheter (Ball et al.,2008). I planleggingsprosessen må læreren ha kunnskaper som blant annet er knyttet til å vurdere fordeler og ulemper ved de ulike tilnæringsmåtene og eksemplene innenfor et gitt emne. De må kunne ta vurderinger omkring hvilke representasjonsformer som kan være aktuelle og se dette opp mot det faglige fokuset (Fauskanger et al.,2010).

Knowledge of content and curriculum (KCC)

Dette var en av Shulmans (1986) opprinnelige kategorier. Innenfor denne kategorien må læreren ha kunnskap om de emnene som faller innenfor matematikken på det enkelte trinn, og hvordan disse kunnskapene kan måles (Ball et al.,2008). I følge Shulman (1986) omfattet denne kunnskapen både en kjennskap til det som har vært og vil bli undervist i gjennom skoleløpet (vertikal), i tillegg til kunnskap om hvordan det matematikkfaglige pensumet kan sees i sammenheng med, og kobles opp mot andre fag (lateral).

3 Metode

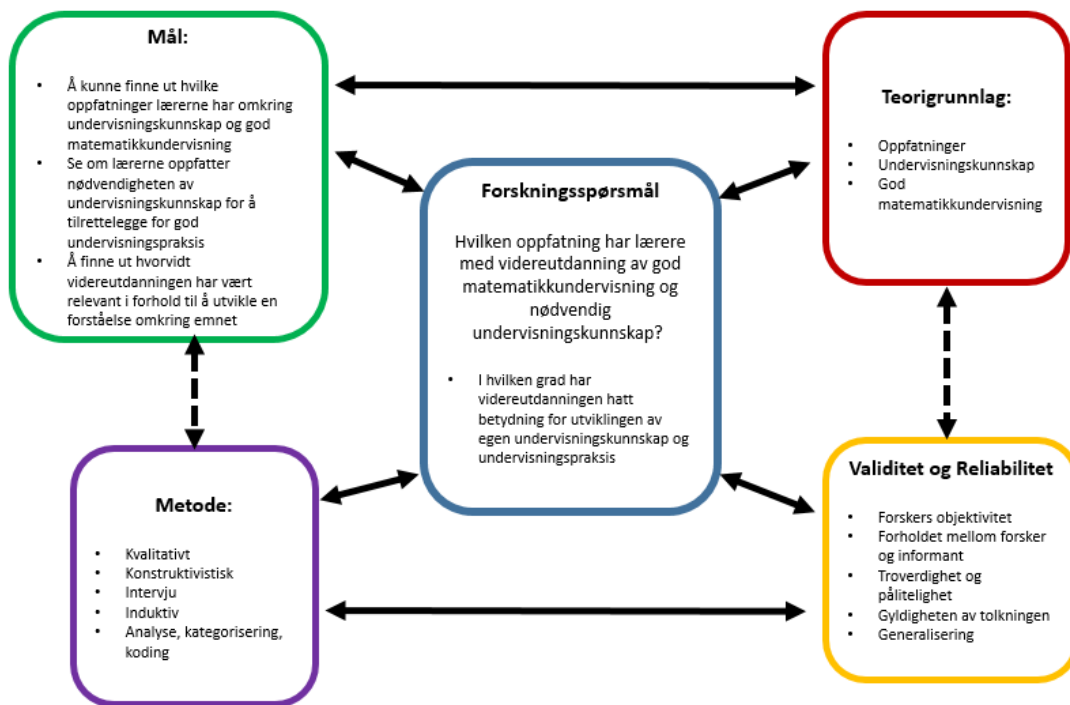
I dette kapitlet vil jeg først klargjøre den vitenskapelige forankringen og posisjonen studien har. Deretter vil jeg si noe om hvilken metode som er benyttet i datainnsamlingen, og de valgene jeg har tatt for å kunne besvare studiens forskningsspørsmål. Studiens analyseverktøy vil deretter beskrives og begrunnes. Til slutt vil studiens validitet og reliabilitet behandles.

3.1 *Forskningsdesign*

En plan for hvordan en skal legge opp forskningen kalles et forskningsdesign. Dette beskriver hvordan en har tenkt å nå målene som er satt, eller hvordan forskningsspørsmålene skal belyses og besvares (Thaagard, 2009). Mitt forskningsdesign har sitt utgangspunkt i studiens epimostologi, forskningsspørsmål og metodologi. Sammenhengen mellom disse faktorene vil legge naturlige føringer for datainnsamling og analyseprosess.

Studien faller inn under et konstruktivistisk læringssyn hvor kunnskap blir konstruert av menneskers egen tolkning av virkeligheten (Postholm, 2010). Denne kunnskapen bygges aktivt opp av det tenkende subjektet, og blir et resultat av mennesket mentale aktivitet (Cresswell, 2009). Min tanke er at lærerne, gjennom aktiviteter og individuelle subjektive prosesser, konstruerer egen kunnskap. Gjennom denne konstruksjonen vil læring utvikles og kunne uttrykkes gjennom deres egne oppfatninger.

Som utgangspunkt for studiens forskningsdesign har jeg valgt å bruke Maxwells (2013) modell. Modellens interaktivitet og dynamiske faktor kjennetegner min egen prosess hvor jeg beveget meg frem og tilbake mellom de ulike komponentene. De ulike faktorene påvirket hverandre, og utgjør samlet den nødvendige helheten.



Figur 5: Eget forskningsdesign etter Maxwell (2013)

3.2 Kvalitativ forskning

Hensikten med denne studien er å få en forståelse av lærernes oppfatninger knyttet til matematikkundervisning og undervisningskunnskap som fenomen. Ved å benytte kvalitativ metode kunne jeg gå mer i dybden på lærernes oppfatninger, og få en større grad av spontanitet mellom meg som forsker og lærerne. Flexibiliteten knyttet til spørsmålsstilling og rekkefølge var også sentralt (Cohen, 2007).

Den induktive tilnærmingen gav meg en større grad av åpenhet i empirien og mulighet til å inkludere dyptgående detaljer av variasjon og nyanser for på denne måten få et større innblikk i den enkelte lærers perspektiv (Halvorsen, 2008)

3.2.1 Bakgrunn for valg av informanter

En masteroppgave på 30 studiepoeng har naturlig nok sine begrensninger. Selv om det hadde vært interessant å undersøke et større omfang av lærere, eller gjøre et komparativt studie ved å sammenligne lærere som har tatt videreutdanning ved ulike institusjoner, så har jeg valgt å

konsentrere meg om lærere som har gjennomført den videreutdanningen jeg selv har emneansvar for.

I valg av lærere tok jeg utgangspunkt i min subjektive opplevelse av den enkelte gjennom studieåret, og så dette opp mot kriterier som holdning, engasjement, utvikling og opparbeidet kunnskap. For å få et best mulig datamateriell var jeg avhengig av informanter som hadde evne til å kunne reflektere over egen undervisning og undervisningskunnskap. Hadde hensikten vært å undersøke målbare forhold ved undervisningskunnskapen eller undervisningen, ville kriteriene vært annerledes.

Ved å bruke kriterier i utvelgelsen, foretok jeg det Cohen et.al.(2007) omtaler som formålstjenlig utvalg, hvor informantene ble valgt med formål å få svar på de behovene som er knyttet til studien. Jeg ønsket også å ha en spredning i forhold til hvilket trinn informantene arbeidet på i skolen, for å kunne se om dette er en faktor som kan påvirke resultatet. Ifølge Thagaard (2009) dreier det seg da om et tilgjengelighetsutvalg, hvor informantenes aktuelle bakgrunn påvirker valget i forhold til studiens fokus.

Informantene presenteres kort i tabellen under:

	Utdanning	Matematikkfaglig bakgrunn	Undervisningspraksis
Hege	Lærerutdanning (3 år) + tilleggsutdanning	Videreutdanning matematikk 1 og 2, 5.-10	Over 30 år Ungdomstrinnet
Sondre	Lærerutdanning (4 år) + tilleggsutdanning	Matematikk på lærerutdanning + videreutdanning i matematikk 2, 5.-10	Over 5 år Mellomtrinnet
Line	Lektorutdanning + PPU	Videreutdanning matematikk 1 og 2, 5.-10	Over 5 år Videregående
Jakob	Lærerutdanning (4 år)	Matematikk på lærerutdanning + videreutdanning i matematikk 2, 5.-10	Over 10 år Mellomtrinnet
Anne	Lærerutdanning (4 år)	Matematikk på lærerutdanning + videreutdanning i matematikk 2, 5.-10	Over 5 år Småtrinnet

Figur 6: Oversikt over informantene

3.2.2 Om videreutdanningen

Videreutdanningen er en del av Kompetanse for Kvalitet, og er rettet mot matematikklærere som allerede har 30 stp. matematikk. Utdanningen er lagt opp til lærere som underviser på 5.-10.trinn. Oversikten viser temaene utdanningen består av, og de kunnskaper, ferdigheter og kompetanser som lærerne skal ha opparbeidet seg etter endt utdanning.

Videreutdanning Matematikk 2, 5.-10	
Tema	Hva lærer du?
En undervisnings som skaper forståelse	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om kommunikasjon i matematikk • Studenten skal lage detaljerte planer for undervisning som tar hensyn til hvordan elevene tenker, bruk av nyttige eksempler om materiell, og oppbygging av en bred og solid matematisk kompetanse • Studentene skal kunne lede en matematisk samtale i klasserommet
Matematisk kompetanse	<ul style="list-style-type: none"> • Kjennskap til ulike modeller for matematisk kompetanse • Studentene skal tolke elevenes matematiske kompetanse både ved hjelp av kartlegging og observasjon
Undervisningskunnskap	<ul style="list-style-type: none"> • Kjennskap til ulike modeller for undervisningskunnskap i matematikk
Brøk, desimaltall og prosent	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om undervisning i brøk, desimaltall og prosent
Kartlegging og tilpasset opplæring	<ul style="list-style-type: none"> • Kjennskap til ulike kartleggingsverktøy, og hva de kartlegger, både lokale, nasjonale og internasjonale • Kunnskap om ulike måter en kan tilpasse undervisningen i matematikk • Studenten skal gjennomføre kartlegging av elevene i matematikk • Studenten skal ha evne til å velge relevant kartlegging for ulike elever og kunne lage en plan for oppfølging av resultatene i egen klasse • Studenten skal ha evne til å tilpasse og prioritere ulikt til ulike elever basert på kunnskap om matematiske kompetanse • Studenten skal klare å observere og tolke elevenes utsagn
Algebra	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om undervisning i algebra
Funksjoner	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om undervisning i funksjoner
Geometri	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om undervisning i geometri
Realistisk matematikkundervisning	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om «realistisk matematikkundervisning» og hvordan en kan bruke kontekst for å øke motivasjon og læring
Utviklingsarbeid	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om ulike former for utviklingsarbeid • Kjennskap til hvordan en kan forske i eget klasserom • Studenten skal kunne lede en gruppe som driver utviklingsarbeid • Studenten skal kunne fungere som ressurslærer i matematikk på 5.-10-trinn basert på evne til å kartlegge behovet for, og gjennomføre utviklingsarbeid basert på kjennskapen til modeller for matematisk kunnskap for undervisning • Studenten skal kunne gjennomføre grunnleggende forskning i eget klasserom
Vurdering for læring	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om vurdering • Studenten skal kunne bruke formativ vurdering på en aktiv måte i egen undervisning
Problemløsning og kreativitet	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om kreativitet og problemløsning • Studenten skal kunne undervise gjennom problemløsning
Statistikk	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om undervisning i statistikk
Sannsynlighet	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om undervisning i sannsynlighet
Geogebra	<ul style="list-style-type: none"> • Kunnskap om hvordan bruk av Geogebra kan legge til rette for økt forståelse for geometri og funksjoner

Figur 7: Oversikt over tema på videreutdanningen og hva studentene skal tilegne seg av kunnskaper, ferdigheter og kompetanse

3.3 Metode for datainnsamling

For å kunne svare på forskningsspørsmålene er jeg avhengig av å ha et datamateriale som gir belegg for det spørsmålene omhandler. Målet med studiet er å få et godt innblikk i noen lærernes oppfatninger. Det er ikke et fokus å kartlegge hva som er vanlig oppfatning hos en større gruppe lærere. I denne studien har jeg valgt å bruke intervju som metode for å få innblikk i disse oppfatningene. Innenfor kvalitativ forskning fremhever Thagaard (2009) intervjusamtalen som et godt utgangspunkt for å få kunnskap om enkeltpersoners oppfatning av egen situasjon. Mitt valg bygger på en eksplisitt forståelse av oppfatninger ved at lærerne er bevisste på og kan uttrykke disse (Fives & Buehl, 2014).

Det er både fordeler og ulemper med bare å velge intervju som metode. For å kunne tilnærme meg lærernes oppfatninger var det naturlig å benytte denne metoden. Fleksibiliteten i metoden gav meg muligheten for spontanitet og tilpasning i interaksjonen. Dette var nødvendig for å kunne få frem det datamaterialet jeg var i behov av (Christoffersen & Johannessen, 2012). På den andre siden ville en metodetriangulering ved å bruke observasjon i tillegg vært med på å måle om lærernes oppfatning var i overenstemmelse med det som faktisk skjedde i praksis. Jeg kunne også brukt noen av oppgavene som er utarbeidet av Ball et.al.(2008) for å mer konkret kunne si om den målbare undervisningskunnskapen til informantene. Når jeg i denne studien har begrenset metodevalget til intervju så bygger det både på at hovedmålet er lærernes oppfatninger og innblikk i deres subjektive tankeverden, men også på studiets begrensede omfang.

3.3.1 Intervju

Ifølge Cohen et.al.(2007) er intervju en utveksling av synspunkter som skjer mellom to eller flere parter, med utgangspunkt i et tema som er av felles interesse. Selve intervjuprosessen har en viss struktur og hensikt, og gjennom samtalen gjennomgår forsker og informant en felles refleksjonsprosess (Kvale & Brinkmann, 2009). Strukturen i et intervju omhandler blant annet rollefordelingen mellom de forskjellige deltakerne. Forsker og informant er ikke likestilt ettersom det er intervjuerens oppgave å stille spørsmål og kontrollere intervjusituasjonen (ibid).

Ved at intervjuet hverken er et lukket spørreskjema eller en åpen samtale kan det ifølge Kvale og Brinkmann (2009) karakteriseres som semi-strukturert. At lærerne fikk mulighet til å

snakke fritt omkring egne tanker knyttet til undervisning og undervisningskunnskap viser at samtalene ikke er lukket eller styrt. Gjennom å bruke åpne spørsmål kom informasjon frem som var med på å påvirke rekkefølgen av spørsmålene. Noen ganger overlappet svarene med andre spørsmål og gjorde det unødvendig å stille spørsmålet på nytt. Samtidig kan noen av spørsmålene beskrives som mer lukket, for eksempel de faste spørsmålene i starten. Strukturen er også synlig gjennom utarbeidelse av intervjuguiden i forkant. Ved å ta utgangspunkt i forskningsspørsmålene fikk jeg en inndeling av intervjuet i ulike kategorier/hovedtema. Ut fra det teoretiske rammeverket fikk jeg noen stikkord som kunne hjelpe meg i prosessen.

Oppfatning omkring god matematikkundervisning	Oppfatning omkring undervisningskunnskap	Videreutdanningen
<ul style="list-style-type: none"> • Oppfatning av matematikk • Den «gode» matematikkøkta • Kjennetegn på god matematikkundervisning <ul style="list-style-type: none"> - Forståelse - Matematisk kompetanse - Samtale - Type oppgaver • Lærers rolle • Utfordringer <ul style="list-style-type: none"> - Planlegging - Gjennomføring 	<ul style="list-style-type: none"> • Hva er undervisningskunnskap? • Fagkunnskap <ul style="list-style-type: none"> - Allmenn/Spesialisert - Horisont • Fagdidaktisk kunnskap <ul style="list-style-type: none"> - Elever - Undervisning - Læreplan • Hvorfor sentralt med undervisningskunnskap • Utdyping og eksempler sentralt 	<ul style="list-style-type: none"> • Endringsprosess <ul style="list-style-type: none"> - Undervisning - Undervisningskunnskap • På hvilken måte? • Utdyping • Eksempler

Figur 8: Hovedtemaer i utarbeidelse av intervjuguide

Ved å ta utgangspunkt i disse tre hovedtemaene utarbeidet jeg konkrete spørsmål som i sin helhet skulle gi det ønskede datamaterialet. Det var viktig at spørsmålene var så åpne at det gav rom for å få frem de mer utdypende tankene og refleksjonene, samtidig som de måtte være så førende at jeg fikk den nødvendige strukturen og sammenligningsgrunnlaget i datamaterialet.

I forkant av intervjurunden foretok jeg en pilotundersøkelse med en lærer for å sjekke egnetheten til intervjuguiden, og om de utarbeidede spørsmålene bidro til å gi meg svar på forskningsspørsmålene. Prøveintervjuet gav meg også mulighet til å teste det tekniske utstyret. Resultatet av prøveintervjuet viste at intervjuguiden hovedsakelig fungerte

tilfredsstillende. Undersøkelsen tilførte noen aspekt jeg ikke tidligere hadde tenkt på og jeg tilføyde noen stikkord før jeg utarbeidet den endelige intervjuguiden (vedlegg 1).

3.3.2 Gjennomføring og transkripsjon

I oppstarten av hvert intervju gjennomgikk jeg studiens tema, forskningsspørsmål og anonymiteten. Jeg var bevisst på å få frem at jeg ikke var på jakt etter fasitsvar, men de tankene lærerne hadde omkring spørsmålene. Hvert intervju varte i sin helhet mellom 35 – 45 minutter.

For å kunne få et best mulig innblikk i lærernes oppfatninger valgte jeg å gjennomføre intervjuene i tråd med Brymans (2012) tilrådninger. Jeg benyttet åpne spørsmål, inntok en naiv posisjon, ventet tålmodig i lærernes tankeprosess slik at de opplevde de fikk sagt det de ønsket, vendte tilbake til spørsmål som ikke var utfyllende nok besvart og fulgte opp de utsagnene som lærerne kom med. Intervjuene ble tatt opp på lydopptak. En svakhet med dette er at lydopptaket blir en dekontekstualisert versjon og jeg kan gå glipp av viktige observasjoner rundt det visuelle aspektet. Styrken er at jeg da kan konsentrere meg bare om intervjuet, og dynamikken og flyten i dette (Cohen et.al.,2007).

Kort tid etter gjennomføringen av intervjuene ble de transkribert ved å skrive ned ord for ord det som ble sagt under intervjuene. Jeg valgte å transkribere til bokmål for å kunne foreta en sammenligning og for å sikre anonymiteten til informantene.

Det finnes ifølge Kvale og Brinkmann (2009) ingen fasit for hvordan transkriberingen skal skje. Hvor detaljert man skal være avhenger av formålet. I dette studiet er det snakk om å få tak i meningsinnholdet, ikke en detaljert språklig analyse. Jeg valgte å ta med gjentakelser, følelsmessige uttrykk og pauser for å kunne oppfatte meningsinnholdet på en korrekt måte. Ved at jeg som forsker selv transkriberte intervjuene hadde jeg kunnskap om hvordan intervjusituasjonen opplevdes, noe som innebærer at meningsanalysen begynte allerede før transkriberingen startet (ibid).

3.4 Analyse

Analyseenheten i denne studien er den enkelte læreres oppfatninger som de fremkommer i intervjusituasjonen. Transkripsjonene fra disse intervjuene er analysert innholdsanalytisk. Dette er en fleksibel og systematisk tilnærming som kan benyttes for å identifisere mønster i tekstdata (Hsieh & Shannon, 2005), og kan ifølge Fauskanger og Mosvold (2014) «*gi et rikere innblikk i transkripsjonsdata fra utdanningsforskning*» (s.138)

Innenfor kvalitativ innholdsanalyse finner vi tre ulike tilnærminger:

- *Summativ*: Starter ofte med en ordtelling, men fokuserer også på ordenes latente mening. Gir en innsikt i hvordan og hvilken sammenheng ordene faktisk benyttes.
- *Konvensjonell*: Benyttes når hensikten er å kunne beskrive og forstå et fenomen. Ved at forskeren leser ord for ord i tekstmaterialet vil han/hun få en dypere innsikt. Kategorier vil dannes og utvikles induktiv i arbeidet med analysen.
- *Teoridreven*: Baseres på en deduktiv kategorisering ved å ta utgangspunkt i eksisterende teori på feltet. Gjennom analyseprosessen valideres eller videreutvikles det eksisterende teoretiske rammeverket. (Hsieh & Shannon, 2005),

I denne studien har jeg valgt en kombinasjon av to tilnærminger. Den fleksible tilnærmingen innenfor konvensjonell innholdsanalyse er tilrettelagt for å utvikle egne kategorier på bakgrunn av datamaterialet (Hsieh & Shannon, 2005). Denne tilnærmingen ble spesielt synlig i den delen av intervjuet som omhandlet lærernes oppfatninger av en god matematikkøkt/matematikktime. Det finnes i utgangspunktet ikke et konkret rammeverk som kan benyttes, og jeg måtte derfor utvikle mine egne kategorier ut fra det som kom frem av datamaterialet.

En av utfordringene med den konvensjonelle innholdsanalysen er at en kan overse viktige kategorier fordi det ikke utvikles en fullverdig forståelse av den aktuelle konteksten (Hsieh & Shannon, 2005). På bakgrunn av min begrensede forskererfaring ble det viktig å sjekke kategoriene mine opp mot ulike teorier som kunne danne grunnlaget for et rammeverk. Dette både for å kunne sikre at jeg fikk med alle områdene, men også fordi det kunne hjelpe meg å skape en struktur. I den forbindelse valgte jeg å ta utgangspunkt i Cobbs (2000) fire aspekter knyttet til læringsmiljø. Bakgrunnen for dette valget var at de utviklede kategoriene sammenfalt med disse aspektene.

I utarbeidelse av kategorier knyttet til lærernes oppfatning av nødvendig undervisningskunnskap valgte jeg å bruke samme metode som over, hvor jeg først analyserte datamaterialet gjennom konvensjonell innholdsanalyse for deretter å se kategoriene opp mot det teoretiske rammeverket. I dette tilfellet var det en enklere prosess i og med at jeg allerede hadde et rammeverk. Den siste delen omkring videreutdanningens betydning ble analysert som de to foregående.

3.4.1 Analyseprosessen

En innholdsanalyse starter med at man leser gjennom alle data, på samme måte som en vil lese en roman (Hsieh & Shannon, 2005). Dette gav meg et helhetsbilde av transkriberingen og jeg dannet meg noen tanker omkring ulike kategorier og kodingsprosessen. Deretter leste jeg grundigere gjennom datamaterialet, ved å ta ord for ord, for på denne måten å kunne utvikle koder (ibid). I denne prosessen markerte jeg ord fra tekstene som jeg opplevde gjenspeilet konsepter og hovedtanker. Dette var en omfattende og utfordrende prosess fordi det kan være ødeleggende for helheten og resultatene om det skjer en feil i utarbeidelsen av nøkkelord (ibid). Jeg benyttet fargekoding for å merke av sammenhengene hvor nøkkelordene/kodene var i datamaterialet.

Basert på gjentatte gjennomlesninger ble koder utviklet, revidert og definert flere ganger for å kunne sikre konsistensen. Et eksempel på utviklede koder i denne prosessen er «*åpne oppgaver*», «*rike oppgaver*», «*utforskede oppgaver*» og «*problemløsningsoppgaver*». Ved å lese sammenhengen rundt disse kodene kom det tydelig frem at det var problemløsning lærerne uttrykte og kodene ble derfor slått sammen. Denne prosessen kommer til uttrykk i den delen av fremstillingen på vedlegg 3, 4 og 5 som kalles koder.

Deretter valgte jeg å dele datamaterialet etter de tre hovedkategoriene knyttet til forskningsspørsmålene og intervjuguiden – «God undervisning», «Undervisningskunnskap» og «Videreutdanningens betydning». Selv om alle delene henger sammen og overlapper hverandre i datamaterialet, opplevde jeg at ved å arbeide med delene hver for seg kunne jeg få et dypere innblikk i lærernes oppfatninger knyttet til de enkelte delene, før jeg så dem i sammenheng med hverandre.

Ifølge Hsieh og Shannon (2005) er neste steg i innholdsanalysen å starte en kategorisering av kodene. Denne kategoriseringen startet ved at jeg noterte meg inntrykk og tanker som jeg kunne benytte som en tidlig analyse. Jeg sorterte de ulike fargede utsagnene fra

kodingsprosessen i meningsfulle kategorier som skulle være utgangspunktet for å kunne svare på forskningsspørsmålene mine. De tre hovedkategoriene som er nevnt ovenfor var utgangspunktet, under disse ble det samlet ulike underkategorier som i vedleggene oppgis som kategorier. Disse er laget med utgangspunkt i informantenes utsagn.

Den konvensjonelle og induktive delen av innholdsanalysen som er beskrevet ble kombinert med en teoridreven tilnærming. Dette skjedde ved at jeg deduktivt anvendte allerede utviklet teori og forskning i den overnevnte kategoriseringsprosessen.

Det er ulikt hvordan en velger å se på et datamateriale. I følge Roth og Hsu (2010) kan en velge å se på «breif – talk», altså selve samtalen eller kommunikasjonen, eller en kan lete etter skjulte oppfatninger. Jeg velger i denne studien å se på lærernes oppfatninger som en del av et fornuftig system, og dermed ikke lete etter ulike bakenforliggende oppfatninger.

Hele datamaterialet ble analysert. Den analytiske enheten er hele utsagn fra informantene, men i presentasjonen av resultatet, benytter jeg representative utdrag fra disse utsagnene som illustrative eksempler på det som kom frem.

3.5 Reliabilitet og validitet

Innenfor kvalitativ forskning er det i hovedsak begrepene troverdighet, pålitelighet og overførbarhet som betegner reliabilitet og validitet (Cohen, et.al., 2007). Jeg har i denne delen valgt å benytte begrepene reliabilitet og validitet, men ser dette opp mot kvalitative kriterier.

3.5.1 Reliabilitet

Reliabilitet omhandler hvorvidt det datamaterialet som presenteres kan betegnes som pålitelig. Ifølge Thaagard (2009) må forskningen være utført på en tillitsvekkende måte og forskningsprosessen må være transparent. Benyttede data, nøyaktighet i datamaterialet, innsamlingsmetoder og bearbeidelse er sentrale forhold som påvirker reliabiliteten.

Repliserbarhet er her en essensiell faktor, og omhandler hvorvidt andre forskere ville fått de samme resultatene og trukket de samme konklusjonene, ved bruk av de samme metodene (ibid).

I kvalitative studier er det sjeldent mulig å gjenskape akkurat den samme opplevelsen av virkeligheten som det informantene formidlet på datainnsamlingstidspunktet, og de

formidlede oppfatningene er avhengig av både tid og situasjon (Postholm, 2010). Resultatene som fremkommer av intervjuene vil påvirkes av at jeg har liten forskererfaring, og dermed stiller spørsmålene på en annen måte, eller vektlegger andre faktorer under samtalen, enn andre forskere ville gjort. For å oppnå et bedre sammenligningsgrunnlag i analysen har jeg, ved å benytte intervjuguide, prøvd å forholde meg til lik struktur på intervjuene. Min egen bakgrunn og dobbeltrollen som forsker/foreleser, kan også være med på å påvirke situasjonen og resultatene. Det vil derfor være vanskelig for en annen forsker, med kanskje en annen bakgrunn og forhold til informantene, å gjenskape de samme forholdene.

For å styrke reliabiliteten i studiet har jeg lagt vekt på å være klar og arbeide systematisk gjennom både datainnsamlings – og analyseprosessen. Denne prosessen har jeg forsøkt å presentere ved tette beskrivelser, og jeg har vektlagt en åpenhet rundt både prosessen og progresjonen i arbeidet. Ved å ha et prøveintervju fikk jeg en mulighet til å kvalitetssikre både spørsmålene og mulige momenter jeg ikke hadde tenkt på i forkant. I analyseprosessen har jeg testet ut både kodingsprosessen og kategoriene som oppstod i transkriberingen, ved å gå frem og tilbake flere ganger.

3.5.2 Validitet

Ifølge Kvale & Brinkmann (2009) handler validiteten i forskningen om den tolkningen som forskeren gjør av datamaterialet, og tolkningenes gyldighet opp mot den virkeligheten som er studert. For å definere validitetsbegrepet i kvalitative undersøkelser benytter Schoenfeld (2002) begrepene viktighet, troverdighet og relevans. Troverdigheten av forskningen bygger på at den fremstilte dataen er representativ for det som faktisk forskes på. Ifølge Maxwell (2013) må forskeren både være bevisst på at Bias og reaktivitet er uunngåelig, og bruke dette på en produktiv måte i forskningen.

For å styrke resultatvaliditeten har jeg gjennomført studiet systematisk (Cohen et al.,2007). Den overordnede strukturen og forløpet avvek jeg i liten grad, og intervjuguiden ble godt gjennomarbeidet både før og etter prøveintervjuet. Jeg valgte å ha med fem informanter på bakgrunn av Dukes (1984) tanker om at for å frem en felles kjerne i erfaringer og opplevelser, så bør man ha minst tre informanter (Postholm, 2010).

Gjennom måleinstrumentene har jeg tatt utgangspunkt i begreper som er forankret i teori og forskning (Cohen et.al,2007). I prosessen var jeg opptatt av at spørsmålene i intervjuguiden

skulle være gyldige operasjonaliseringer av de begrepene som skulle kartlegges. Dette for å sikre kvaliteten på måleinstrumentet og høyne begrepsvaliditeten.

I analyseprosessen brukte jeg mye tid på transkriberingen for å sikre at overføringen fra muntlig til skriftlig språk ble gjort på en pålitelig måte. Både jeg og informantene har god kjennskap til hverandres formidlingsaspekt noe som kan sikre at det ikke oppstår misforståelser eller uklarheter i forhold til spørsmål/svar situasjonen.

På grunn av det begrensede utvalget er ikke resultatene av studien generaliserbare (Thaagard, 2009). Ved å få så tette beskrivelser som mulig av studiens kontekst og prosesser, er det likevel mulig for leseren å trekke paralleller ved å overføre resultatene til egen situasjon, og på den måten kunne foreta en egen lesergeneralisering.

3.5.3 Betraktninger omkring eget studie

Det er viktig for meg som forsker å være bevisst på min egen rolle, og min egen påvirkning på kvaliteten av studiet (Halvorsen, 2008). Det å ha lærerne som studenter gjør nok at de er tryggere på meg som forsker enn de ville vært overfor andre. Dette gav meg en mulighet til å få den førstehåndskunnskapen som jeg ønsket. På den andre siden kan de være påvirket av tanken på det «rette» svaret, og at det da naturlig nok skal finnes et galt svar. Denne antagelsen kan være en følge av at min dobbeltrolle (foreleser/forsker) medførte et ønske om vise hva de har lært igjennom studietiden.

Gjennom hele prosessen har jeg tilstrebet mest mulig objektivitet. Selv om jeg er farget av mine egne subjektive teorier forsøkte jeg å møte både lærerne, intervjusituasjonen og datamaterialet med et åpent sinn (Kvale & Brinkmann, 2009). Jeg har forsøkt å være så åpen som mulig omkring egen bakgrunn, ståsted og referanser for å kunne gi leseren en forståelse av hvordan mitt perspektiv kan påvirke analysen av empirien.

Det etiske aspektet er sentralt når forskningen direkte berører mennesker (Christoffersen & Johannessen, 2012). I arbeidet med studiet har jeg vært svært bevisst på konfidensialiteten, og å sikre informantenes anonymitet. Alt transkribert materiale er uten navn, og det er ikke mulig å identifisere noen av dem i det skrevne materialet. Jeg har gjennomført en «lojal skriftlig transkribering» (Kvale & Brinkmann, 2009) av informantenes muntlige uttalelser, og alle opptakene ble slettet etter transkribering.

4 Presentasjon av empiri

Forskningsspørsmålet i denne studien er: *Hvilken oppfatning har lærere med videreutdanning av god matematikkundervisning og nødvendig undervisningskunnskap?*

Jeg har også valgt følgende tilleggsspørsmål: *I hvilken grad har videreutdanningen hatt betydning for utvikling av egen undervisningskunnskap og undervisningspraksis?*

Presentasjonen og analysen av datamaterialet har jeg valgt å dele inn i de tre hovedkategoriene som teorien og forskningsspørsmålene mine danner grunnlaget for. Dette for å få en systematisk struktur, og for å kunne legge det grunnlaget som er nødvendig for å besvare forskningsspørsmålene gjennom diskusjonsdelen.

4.1 God matematikkundervisning

Jeg vil i denne delen strukturere analysen og presentasjonen etter Cobbs (2000) fire aspekter ved et læringsmiljø i klasserommet, og disse blir naturlige delkapitler. Dette gir en hensiktsmessig organisering av kategoriene med grunnlag i analyseringen av lærernes utsagn knyttet til god undervisning. I intervjuene var det også spørsmål tilknyttet lærerens rolle og mulige utfordringer. På grunn av begrensninger i studiens omfang, har jeg valgt å ikke vektlegge disse delene i den videre fremstillingen.

4.1.1 Klasseromsdiskursen

«Den muntlige aktiviteten er jo kjempeviktig (..)». (Sondre)

Lærerne vekta tre ulike aspekt ved klasseromsdiskursen. Det første aspektet fremkommer i følgende sitater:

«Jeg tenker at en god matematikkøkt kjennetegnes ved at det er høyt under taket og at det foregår en del matematikkdiskusjoner». (Hege)

«Det er viktig å skape et miljø hvor elevene vet at det ikke er nok å bare si et svar, de må også kunne forklare hvordan de har tenkt, og si noe om hvorfor et svar er riktig eller feil. (...) det er jo ikke nok at de sier at sånn er det bare, det må jo være en forklaring som er matematisk.» (Jakob)

Dette aspektet omhandler normene i klasserommet og hvordan disse legger grunnlaget for den muntlige aktiviteten. Gjennom utdypelsen av Heges svar kom det frem at hun ønsket å skape et klasserom hvor elevene kunne være delaktige i utarbeidelse av et felles implisitt referansegrunnlag knyttet til kommunikasjon i klasserommet. Ifølge McClain & Cobb (2001) vil denne generelle deltakelsesstrukturen, som er preget av gjensidige forhandlinger mellom lærer og elever, opprette og utvikle normene i klasserommet. Jakobs utdypelse var i større grad knyttet til de sosiomatematiske normene gjennom etablering av felles retningslinjer knyttet til en matematisk forklaring. Det ble derimot litt mer uklart når han ble bedt om å gi en nærmere utdyping av, eller et eksempel på en matematisk forklaring, noe som kan tilsi at det ikke er forsøkt etablert bevisste sosiomatematiske normer på akkurat dette området (ibid). Ifølge Cobb (2000) er klasseromsdiskursen det viktigste av de fire aspektene, hvor de sosiale og de sosiomatematiske normene legger grunnlaget for hvordan både lærere og elever kommuniserer matematikk.

Det andre aspektet kommer frem i følgende sitat.

«I en god matematikktime er det ikke læreren som styrer all samtale. Det blir helt feil å bare få et svar og si om dette er rett eller galt, du må som lærer finne ut hvorfor elevene svarer som de gjør». (Jakob)

«Sjekke at en elev har forstått. Det å snakke med dem, ha en dialog med dem (...).»
(Hege)

Dette aspektet omhandler samtalen som skjer mellom lærer og elever. Begge utsagnene over indikerer en vektlegging av elevenes begrunnelse for svar. Dialogen benyttes som et virkemiddel for å få tak i forståelsen hos den enkelte elev. Dette gir informasjon som kan være nyttig for medelevers læringsprosess, og for læreren som kan bruke dette formativt.

«(...) når en lærer prater med elevene sine er det jo også lettere å finne ut av det faglige ståstedet, og dermed kan en hjelpe eleven fremover, uten at det må bare skje på prøver» (Hege).

Heges utdypelse av utsagnet over viser noe av essensen i vurdering for læring. Flere av lærerne trakk frem det grunnlaget den muntlige aktiviteten kan være i det formative vurderingsarbeidet. Gjennom tilrettelegging for kommunikasjon i klasserommet fikk de et utgangspunkt for å ta tak i eventuelle uklarheter eller problemer som elevene hadde, og med veiledning føre elevene inn på «rett spor» og videre i læringsprosessen. Dette indikerer at de

har en forståelse av tankene omkring tilbakemelding som fremovermelding som William (2007) fremmer.

Følgende sitat er representative uttalelser for det tredje aspektet.

«Den muntlige aktiviteten skjer (...) ved at elevene kan kommunisere med hverandre og forklare til hverandre» (Line)

«Elevene må få krangle matte, at de kan diskutere og være uenige, og sammen finne frem til en løsning. (...) det er jo ikke alltid de er like enige om hvordan de skal løse en oppgave, men det er jo med på å lære dem noe»». (Hege)

Det tredje aspektet omhandler samarbeidslæring i løsningsprosessen gjennom samtalen elevene imellom. At elevene i fellesskap kunne diskutere seg frem til en løsning ble av flere lærere oppfattet som viktig for å skape god matematikkøkt. Når Hege benytter begrepet «krangle» matte knyttet hun det opp mot en trygghet til å kunne uttrykke uenighet. Det å dele strategier og synspunkter vil kunne gi rom for at elevene kan lære av hverandre og opparbeide seg en større forståelse i læringsprosessen. Å tilrettelegge for utvikling av strategier er en viktig del av prosessen i arbeidet med problemløsningsoppgaver. Ifølge Mason og Davis (1991) vil en opparbeidelse av et større repertoar av strategier utvikle elevenes matematiske tenkning. Denne overnevnte samarbeidslæringen og elevdeltakelsen i kommunikasjonsprosessen skiller seg fra det som Mehan (1979) kaller IRE – samtalen, hvor læreren er den som driver samtalen fremover.

Flere av lærerne fremmet også viktigheten av at elevene i fellesskap kunne finne ut av matematiske problemer, og at samtalen da ble et sentralt verktøy i arbeidet. En slik undersøkende læringsprosess hvor elevene i fellesskap samtaler omkring løsningsprosessene vil ifølge Alrø og Skovmose (2006) kunne tilrettelegge for en spørrende holdning.

Lærerne vektla tre aspekt ved klasseromsdiskursen. Den første er en tilrettelegging for normer i klasserommet som gir trygghet og rom for å kunne snakke matematikk sammen. Det andre aspektet er knyttet til vektlegging på forklaring og begrunnelse som et grunnlag for det formative vurderingsarbeidet. Dette skjer gjennom samtalen mellom lærer og elever. Det tredje aspektet er knyttet til samtalen elevene mellom. Til sammen gir dette et inntrykk av lærere som ser på samtalen som et viktig verktøy både i forhold til elevenes læringsprosess, men også i forhold til egen rolle i klasserommet.

4.1.2 Oppgavene

Jeg har valgt å dele denne presentasjonen i to hovedkategorier som bygger på lærernes uttalelser.

Problemløsning

Ut fra samtalen med lærerne kom det frem fem aspekt knyttet til problemløsning. Sitatene under er representative for det første aspektet.

«At de får lov til å leke seg litt selv. Da får du innblikk i hvordan kan du da legge opp undervisningen videre. Og det er jo dette med åpne oppgaver, rike oppgaver, realistiske kontekster». (Sondre)

«Jeg tenker at kjennetegnet er mye praktiske oppgaver, både praktisk i teorien, og praktisk i rent praktisk, og at det er lov til å prøve og feile». (Line)

Selve begrepet problemløsning er det første aspektet. Da jeg ba lærerne utdype hva de legger i praktiske, rike eller åpne oppgaver, satte de i stor grad likhetstegn mellom disse begrepene og problemløsning. Som uttalelsen til Sondre viser blir problemløsning en «paraply» som inkluderer flere oppgavetyper. I utdypingen av svarene brukte lærerne begreper som undersøkende, utforskende og ulike fremgangsmåter for å definere problemløsning. Dette er kjennetegn på en undervisning som Skovmose (1998) kaller undersøkelseslandskap.

«Det er sånne åpne oppgaver, ja, som du ikke finner i læreboka» (Jakob).

«Det må jo være en utfordring for elevene, at de må prøve seg frem for å finne ut hvordan den skal løses» (Sondre).

Jakobs utsagn indikerer en slutning om at læreboka ikke er en aktuell ressurs å benytte i arbeidet med åpne oppgaver. Når han tidligere i intervjuet satte likhetstegn mellom åpne oppgaver og problemløsning, kan dette tyde på at problemløsning knyttes til selve oppgavetyper. Sondre er tydeligere på at en problemløsningsoppgave skal være utfordrende for elevene, noe som kan sees i sammenheng med Schoenfelds (1992) definisjon av problemløsning som en oppgave elevene ikke umiddelbart ser hvordan de skal løse. I motsetning til Jakob fremmet Sondre i utdypelsen av svaret en oppfatning om at læreboka også kunne inneholde problemløsningsoppgaver, så lenge elevene opplever dette som

utfordrende. At det er hvem oppgaven presenteres som legger kriteria for om en oppgave kan betegnes som problemløsning fremmes av Mason & Davis (1991) som en avgjørende faktor.

Det andre aspektet kommer frem i følgende sitat

«(...)greit å starte med de her problemløsningsoppgavene, at de får en praktisk oppgave som de skal jobbe med for å introdusere et tema, og så kan man ta det videre og gjøre det mer og mer avansert». (Line)

«Hvis man starter med problemløsning, åpen oppgaver..eller hva man kan kalle det.. vil elevene kunne finne ulike strategier og måter å løse oppgaven på, noe som gjør at det ikke bare blir regelmåten som er i fokus, og ved at de får dele strategiene sine så er det alltid en strategi som alle kan finne ut at de kan bruke.» (Jakob).

Dette aspektet sier noe om tilrettelegging av problemløsning i klasserommet. Lines uttalelse indikerer en progresjon i vanskelighetsgraden på oppgavene ut fra den kunnskapen og forståelsen som elevene tilegner seg gjennom arbeidet med temaet. Jakob vektlegger at arbeid med problemløsning tilrettelegger for utvikling og bruk av ulike strategier i løsningsprosessen, og at deling av strategiene blir en sentral faktor i læringsprosessen. Ifølge Lesh og Zawojewski (2007) vil arbeid med problemløsning kreve trening og er en modningsprosess. På spørsmål omkring hvordan de konkret kunne tilrettelegge for problemløsning trakk lærerne frem egen undervisningspraksis for å eksemplifisere hva de hadde gjort, men de klarte ikke å se dette i et mer generelt perspektiv.

Lines uttalelse er representativ for det tredje aspektet.

«(...) det jeg har sett i klasserommet er at når man bruker sånne typer oppgaver og ikke bare disse instrumentelle og mer tradisjonelle fremgangsmåter, at dem kan på en måte, at dem forstår mer hva dem holder på med, at det innlæres på en bedre måte». (Line)

Problemløsning som grunnlag for forståelse er det aspektet som Line fremmer her. I utdypelsen av svaret knytter hun tradisjonelle oppgaver opp mot ferdighetstrening, og at elevene ikke nødvendigvis forstår hva de gjør når de bare har lært en regel og regner mange oppgaver som er like hverandre. Flere av lærerne uttrykte at problemløsning tilrettelegger for en bredere forståelse av matematikken og for at elevene kan huske fagstoffet og løsningsprosessene lengre. Her kan vi trekke paralleller til Skemps (1976) tanker omkring relasjonell forståelse. Denne relasjonelle forståelsen ble av flere benyttet som et grunnlag for

problemløsning. Lærernes fokus på dette kan indikere at de ser viktigheten av å unngå et oppgaveparadigme (Skovsmose, 1998), og at de ser at for å skape en god matematikkundervisning må elevene være aktive i læringsprosessen.

Et fjerde aspektet kommer frem i disse uttalelsene:

«(...) i alle fall at du klarer å møte elevene på deres hjemmebane i konteksten, bygge på interessene deres, bygge på deres virkelighetsoppfatning rettere sagt. Du kan jo si RME selyfølgelig» (Sondre)

«Det er viktig at elevene ser at den matematikken de lærer er relevant, at den kan brukes til noe som er «virkelig», og som interesserer dem.» (Hege)

«Det er viktig å bruke hendelser fra hverdagen til elevene i de ulike temaene de holder på med, at man kan dra inn relevans for hver enkelt elev. De skjønner hvorfor de holder på med det, og kan se ting i praksis.» (Line)

Dette aspektet sier noe om konteksten i problemløsningsoppgaver som grunnlag for anvendelse av matematikken. Sondre fremmer her begrepene interesse og virkelighetsoppfatning, Hege bruker begrepene relevans, virkelig og interesse, og Line snakker om hverdag og relevans. Dette kan indikere at lærerne vektlegger konteksten som oppgavene knyttes til, og ved å bygge på elevenes interesse kan de tilrettelegge for en kontekst som viser anvendelsesperspektivet, og dermed gir mening til faget. Ifølge Freudenthal (1981) er det å ta utgangspunkt i elevenes virkelighet noe som er sentralt innenfor RME. Det å gå fra den virkelige/ekstramatematiske verden og over i matematikkens verden er en sentral del av matematisk modellering, og er et av kjerneelementene i den nye læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2018).

«Ved at oppgavene tar utgangspunkt i kjente kontekster for elevene, og at de er åpne, må elevene bruke matematikken for å finne svar på mer virkelige problem. De må gjennom en sånn matematiseringsprosess» (Anne)

Det var et fåtall lærere som eksplisitt nevnte matematisering, og da uten å gå nærmere inn på dette selv etter at de ble bedt om å utdype begrepet. Ut fra samtalen omkring hvordan de arbeidet med disse realistiske kontekstene lå det likevel implisitt i noen av uttalelsene i form av at elevene måtte bruke matematikken for å kunne løse realistiske problemstillinger. Tankene omkring selve matematiseringsprosessen ble allikevel for uklart fremstilt til at det er mulig å si noe konkret om hvorvidt lærerne har full forståelse av dette i forhold til arbeidet

med RME/modellering. Et par av lærerne fremmet begrepene horisontal og vertikal matematisering uten å eksemplifisere eller gå nærmere inn på hvordan dette kan tilrettelegges for i en undervisningssituasjon. I forhold til RME, er det altså den realistiske konteksten som lærerne vektlegger i forhold til god matematikkundervisning.

Problemløsning oppfattes av lærerne som sentralt for å skape en god matematikkundervisning. For å forklare hva problemløsning er benytter lærerne ulike begreper som åpne og praktiske oppgaver, utforskning og flere løsningsstrategier. Lærerne er i uttalelsene sine ikke så klare på hvordan de skal gjennomføre problemløsning, men tydelige på at det hjelper på elevenes forståelse og anvendelsesperspektivet av matematikken.

Ferdighetstrening

I intervjuene kom det frem to vinklinger knyttet til ferdighetstrening

«Det er også viktig at elevene får sånn trening, ja med flere oppgaver av samme sort (..) ferdighetstrening heter det jo. Det er i alle fall med på å automatisere ting og tang som er viktig, for eksempel når vi jobber med divisjon», (Jakob)

«(...) det er jo også sånn at elevene må trene på ferdigheter. Det er ikke slik at vi bare kan jobbe med problemløsning, de må jo få mulighet til å få flere strategier å velge mellom». (Anne)

Å knytte ferdighetstrening opp mot automatisering og trening er den første vinklingen og kommer til syne i Jakobs uttalelse. I utdypelsen mente han at multiplikasjonstabellen var viktig for elevene å ha automatisert fordi det ville lette arbeidet. Han begrunnet dette opp mot at det ville ta veldig lang tid å regne ut mer kompliserte oppgaver om elevene ikke hadde tabellen på plass i minnet.

Annes uttalelse trekker frem den andre vinklingen som omhandler ferdighetstrening som grunnlag for å utvikle ulike strategier. Hun var i utdypelsen klar på at det er vanskelig for elevene å arbeide med litt mer omfattende problemer om de ikke har flere strategier eller løsningsmetoder i hodet.

I intervjuene var det bare to av lærerne som spesifikt nevnte ferdighetstrening som en oppgavetype. En av de andre lærerne var innom at det ikke er galt å jobbe med tradisjonelle oppgaver også, uten å komme nærmere inn på hva dette innebærer. Dette viser at lærerne i

mindre grad er bevisste på at formålet for matematikkfaget nevner ferdighetstrening som en av arbeidsmetodene på lik linje med problemløsning (Utdanningsdirektoratet,2013).

Flere av lærerne trakk i intervjuene paralleller mellom tradisjonell matematikkundervisning og ferdighetstrening på den ene siden, og undersøkende undervisning og problemløsningsoppgaver på den andre. En slik inndeling vil ikke kunne gi det riktige bildet av hvordan matematikkundervisningen bør være, og kan skape problemer for elevenes evne til å drive med problemløsning og matematisk modellering.. Ifølge Blum et al, (2007) er det matematiske sentralt i en modelleringssyklus, og uten å ha noen strategier i minnet vil det kreve uforholdsmessig lang tid å løse en oppgave.

De lærerne som fremmet ferdighetstrening begrunnet dette opp mot behov for automatisering og trening, samt for utvikling av ulike strategier. At så få lærere valgte å vektlegge ferdighetstrening i større grad kan være en indikasjon på en oppfatning knyttet en «enten – eller» tanke, enten ferdighetstrening eller problemløsning

4.1.3 Klasserommets struktur

Lærerne vektla to aspekter knyttet til klasserommets struktur. Det første aspektet representeres i følgende uttalelser:

«Å ordne det sånn at elevene kan samarbeide er sentralt og de må få lov til å være delaktige gjennom egne prosesser i fellesskap med de andre elevene. men da må det jo være sånne oppgaver som gir rom for samarbeid og diskusjon, ikke bare gruppearbeid uten noen mål og mening». (Anne)

«(...) Men at man har fokus på at man jobber i enten små grupper eller i læringspar slik at de kan diskutere med hverandre og så tar man det i fellesskap etterpå. Eventuelt dette med IGP» (Line)

Dette aspektet omhandler tilretteleggelse for samarbeidssituasjoner i klasserommet. I Annes uttalelse trekker hun et skille mellom samarbeidssituasjoner i den gode matematikkøkt, og tradisjonelt gruppearbeid. Hun uttalte at det i gruppearbeid er lett at elevene bare gjør hver sin oppgave og resultatet er et ferdig produkt for eksempel veggavis. Dette gav ikke nødvendigvis rom for samarbeid eller diskusjon i løsningsprosessen. Line fremmet IGP som en metode.

Ved at elevene kan strukturere tankene på egen hånd før de lufter dem med en samtalepartner/gruppe vil kunne gi en større trygghet knyttet til egne strategier, og hjelper

elevene i en resonnerings- og argumentasjonsprosess. Selv om elevene her arbeider individuelt en periode fordrer metoden som helhet til samarbeid.

Fire av lærerne oppfattet samarbeid som sentralt, både ved at elevene kunne samarbeide om løsningsprosessen, men også fordi det var en arena hvor strategier kunne deles. Dette mente de gav rom for en større læring enn om læreren bare formidlet egen kunnskap. Å legge til rette for samarbeid vil gi mulighet for at elevene kan diskutere og reflektere over løsningsprosessene. Viktigheten av å kunne dele strategiene i hel klasse er et element flere forskere trekker frem (Boaler, 2016), og vil ifølge Heuvel-Panhuizen(2003) være med på å utvikle elevenes egne løsningsstrategier og læreprosess.

Sondre og Hege trekker frem det andre aspektet:

«Når jeg har undervisning liker jeg varierte timer, noen ganger er det faktisk bra og sitte å jobbe med tradisjonell klasseromsundervisning (...)». (Sondre)

«Jeg tenker at variasjon er viktig, det skaper engasjement (...) det å bruke læreboka for å øve, og ha mer egne opplegg som ikke er avhengig av bok, og jobbe praktisk»
(Hege)

Variasjon er et begrep som beskriver dette aspektet. Hege begrunnet variasjonen opp mot et større engasjement for de faglige aspektene. Sondre trakk i utdypelsen paralleller mellom tradisjonell klasseromsundervisning og bruk av læreboka. Dette stemmer overens med Heges uttalelse og indikerer det tidligere nevnte synet om at læreboka knyttes til ferdighetstrening og en lærerstyrt undervisningsform, som igjen kan sees i sammenheng med Boalers (2016) tradisjonelle matematikkundervisning.

Selv om tre av lærerne oppfattet variasjon som et kjennetegn på en god matematikkøkt knyttet de dette til oppgavetype. Dette blir en begrenset forståelse av hva det vil si å variere undervisningen. Forskning viser at det å variere undervisningen er både læringsfremmende og positivt for elevene (Kunnskapsdepartementet, 2008), da er det både knyttet til typer oppgave, men også i forhold til matematikksamtalen, ulike typer representasjoner, bruk av konkrete osv.

Det å tilrettelegge for samarbeid i undervisningssituasjon ble av de fleste lærerne oppfattet som en struktureringsfaktor. Variasjon ble også nevnt knyttet til struktur, men ble i stor grad knyttet til oppgavetyper, noe som kan indikere manglede erfaring med andre måter å variere

undervisningen på. Gjennom samtalen med lærerne kom det frem at de forsøkte å variere undervisningen, men at det ikke i like stor grad ble en konsekvent tilrettelegging.

4.1.4 Verktøy

Det var to ulike typer verktøy som ble fremmet i samtalen. Følgende sitat er representative for første:

«Det kan være bra å bruke konkrete i forhold til matematiseringsprosessen. Når de skal bevege seg inn i den vertikale, med den matematiseringen som pågår i matematikkens verden, at før du kommer dit bruker elevene konkrete så de har noe å relatere til». (Sondre)

Konkreter er det første verktøyet og oppfattes av Sondre som nyttig. Han nevner det spesielt opp mot matematiseringsprosessen til elevene. I utdypelsen trakk han også frem konkretenes betydning for elevenes bevegelse i den horisontale matematiseringsprosessen. To av lærerne tok opp bruk av konkrete knyttet til en god matematikkøkt. Noen lærerne opplevde ikke at konkrete er relevant når man jobber litt lengre opp i trinnene. Det handler både om en egen trygghet på å benytte disse verktøyene, men også på en forståelse av hvorfor det er viktig å la elevene jobbe på ulike måter med fagstoffet.

«Å bruke konkrete fungerer ikke hos meg, elevene bare leker med dem uten at det blir noe faglig ut av det. Mer bråk enn nytte». (Jakob).

Dette utsagnet kan indikere at bruk av konkrete ikke sees i sammenheng med en læringsprosess, og at elevene ikke har fått en klar forståelse av hvordan de skal kunne bruke dette verktøyet. Konkreter er ikke avhengig av hvilken aldersgruppe eller trinn elevene tilhører, men er knyttet til modningsprosess og forståelse hos elevene, noe som innebærer at dette kan være like aktuelt på slutten av mellomtrinnet og på ungdomsskolen, som det er på småtrinnet. Ifølge Burton (1992) kan bruk av konkrete være en praktisk tilnærming hvor elevene kan bygge opp assosiasjoner for å gå fra det konkrete, via det halvabstrakte og til de er i stand til å operere på det abstrakte planet uten å måtte benytte konkrete hjelpemidler.

Det andre verktøyet som ble nevnt kommer frem i følgende sitat:

«En god matematikkundervisning legger også til rette for at elevene kan bruke sånne digitale verktøy. Det er jo mange apper og programmer som kan brukes for at elevene

skal forstå, i tillegg er det jo både geogebra og excel som kommer på eksamen».

(Anne)

Digitale hjelpemidler er det andre verktøyet. At Anne trekker frem eksamen som grunnlag for å drive på med digitale verktøy indikerer at hun ikke har full forståelse av verktøyet som en integrert del av matematikkundervisningen. Det blir en nødvendig og pålagt del for å kunne klare eksamen. Det var bare Anne som oppfattet digitale verktøy som et kjennetegn, noe som er et overraskende funn. Dette på bakgrunn av den digitaliseringen som pågår i samfunnet og som kommer til uttrykk i både formålet for matematikkfaget og i kompetansemålene (Utdanningsdirektoratet, 2013).

Det var i overraskende liten grad oppfatninger omkring bruk av verktøy som kjennetegn på god matematikkundervisning. Et fåtall av lærerne nevnte bruk av konkreter og bare en lærer fremmet digitale verktøy. Dette kan indikere en manglende forståelse for verktøyenes betydning i elevenes læringsprosess.

4.1.5 Oppsummering god matematikkøkt

I intervjuene kom det frem flere aktuelle kjennetegn på en god matematikkøkt. Den mest gjennomgående oppfatningen var den elevaktive kommunikasjonsformen. Lærerne opplevde viktigheten av både lærer/elev – og elev/elev samtalen.

Et annet kjennetegn var problemløsningsaktiviteter og realistiske kontekster hvor utforskning var sentral. Flere av lærerne kunne gi gode og relevante eksempler på problemløsningsoppgaver, men det kom i mindre grad frem hvordan de kan arbeide med dette i klasserommet. Samarbeid og variert undervisning ble nevnt som kjennetegn knyttet til strukturen i en matematikkøkt. Variasjon ble i hovedsak knyttet kun til oppgavetyper. Bruk av konkreter og digitale hjelpemidler ble i overraskende liten grad nevnt som kjennetegn på en god matematikkøkt.

Kjennetegn på god undervisning		
Kategorier (Cobb,2000)	Koder	Eksempler fra intervjuene
Klasseroms-diskursen	Lærer/elev	“Sjekke at elevene har forstått, snakke med dem, ha en dialog med dem (..)” (Hege)
	Elev/elev	«Den muntlige aktiviteten skjer (..), ved at elevene kan kommunisere med hverandre og forklare til hverandre». (Line)
Oppgavene	Problemløsning	«(..) greit å starte med de her problemløsningsoppgavene, at de får en praktisk oppgave som de skal jobbe med for å introdusere et tema, og så kan man ta det videre og gjøre det mer avansert» (Line)
	RME	«(..) i alle fall at du klarer å møte elevene på deres hjemmebane i konteksten, bygge på interessene deres, bygge på deres virkelighetsoppfatning rettene sagt (..)» (Sondre)
	Ferdighetstrening	«Det er også viktig at elevene får sånn trening, ja med flere oppgaver av samme sort, (..) ferdighetstrening heter det jo. Det er i alle fall med på å automatisere ting og tang som er viktig, for eksempel når vi jobber med divisjon» (Jakob)
Klasseroms-aktivitetenes struktur	Samarbeid	«Å ordne det sånn at elevene kan samarbeide er sentralt. Det er ikke sånn at læreren bare skal stå for hele styringen, men elevene må få lov til å være delaktige gjennom egen prosesser i fellesskap med de andre elevene (..)» (Anne)
	Variasjon	«Når jeg har undervisning liker jeg varierte timer, noen ganger det faktisk bra og sitte å jobbe med tradisjonell klasseromsundervisning (..)» (Sondre)
Verktøy	Konkreter	«Det kan være bra å bruke konkreter i forhold til matematiseringsprosessen, når de skal bevege seg inn i den vertikale, med den matematiseringen som pågår i matematikkens verden, at for du kommer dit bruker elevene konkreter så de har noe å relatere til». (Sondre)
	IKT	«En god matematikkundervisning legger også til rette for at elevene kan bruke sånn IKT som det heter, men jeg sier i alle fall digitale verktøy. Det er jo mange apper og programmer som kan brukes for at elevene skal forstå, i tillegg er det jo både geogebra og excel som kommer på eksamen». (Anne)
Lærerens rolle (god undervisning)	Planlegging	“For det første må jeg vite hva jeg skal gjøre og være forberedt mest mulig og så være åpen for elevene og de tankene de har” (Hege)
	Gjennomføring	“Læreren må være mer en veileder, og gi elevene tilbakemeldinger som fører dem videre i prosessen, og ikke gi dem rett løsningsmetode med en gang (..) for da mister alt det jeg har snakket om sin hensikt». (Jakob)
Utfordringer	Læreren	«(..) den største utfordringen som jeg opplever er ikke hos elevene men hos meg som lærer, det er så lett å havne tilbake til det samme gamle som man har gjort i alle år(..).(Jakob)
	Elevene	«Vi har jobbet noe sånn, og det er jo mange elever som synes det er litt uvanlig på en måte, ikke at dem er negative til det, men dem som er veldig opptatt av at dem skal gjøre det veldig bra, dem er litt usikker på om det er riktig metode og sånn (..).(Line)

Figur 9: Kategorier og koder – God undervisning

4.2 Undervisningskunnskap

I fremstillingen av resultatene på spørsmålet omkring hvilken kunnskap som er viktig for å kunne gjennomføre en god matematikkundervisning, har jeg valgt å ta utgangspunkt i Ball et al.(2008) inndeling. Dette gir en naturlig inndeling i kategorier, samtidig som jeg kan se de uttalelsene som lærerne kom med opp mot rammeverket.

4.2.1 Fagkunnskap

Det var i intervjuene fire aspekt av fagkunnskapen som ble fremmet. Det første aspektet kommer frem i følgende uttalelser:

«Det er ingen tvil om at læreren må kunne matematikken sin. Det nytter jo ikke hvis jeg må lære meg den sammen med elevene mine» (Anne).

«(..) og så er det jo utrolig viktig å ha kunnskap om... kanskje kunne all matematikken, for det å regne ut oppgaver, de vanskeligste oppgavene, kan være en utfordring noen ganger (..)» (Hege)

Dette aspektet omhandler å kunne matematikken du skal undervise i. Denne oppfatningen fremmet alle lærerne umiddelbart etter spørsmålsstillingen. I Heges utsagn begrunnes dette opp mot «frykten» for å bli stående fast når elevene spurte om noe. Å selv regne ut oppgavene kunne til tider være en utfordring, noe som Heges uttalelse viser. En av lærerne uttalte at hun hadde måttet søke hjelp hos andre lærere i forhold til noen av de vanskeligste oppgavene. Den største utfordringen ble knyttet til det å overta en klasse på et høyere trinn enn det man var vant med, fordi tankegangen og oppgavene var mer krevende. Her ble sannsynlighetsregning nevnt som et eksempel på et faglig utfordrende tema.

At den matematikken som er knyttet til læreplanen innebærer utfordringer kan påvirke læringssituasjonene i klasserommet. I tillegg kan utrygghet knyttet til egen fagkunnskap skape utfordringer i forhold til tilrettelegging av mer problemløsende og utforskende undervisning, og kan igjen medføre et lærebokfokus hvor oppgavene representerer kjent stoff. Å kunne regne ut matematikkoppgaver er ifølge Ball et.al.(2008) ikke noe som er unikt for undervisning, og er knyttet til kategorien *Common Content Knowledge* (CCK). Ifølge Ball et al. så er CCK en grunnleggende kunnskap for matematikklæreren. At noen av lærerne opplever utfordringer knyttet til dette kan indikere at denne kunnskapen ikke er tilstrekkelig utviklet.

Det andre aspektet er fremmet i Sondres uttalelse:

*«(..) du er vel også avhengig av å ha den spesialiserte fagkunnskapen..det går jo ikke på den fagdidaktiske, men det er jo den som er unik for lærergjerningen. Det er jo det at du klarer å engasjere deg i elevenes problem og utfordringer(..)jeg må jo ha kunnskap om de ulike regnmåtene og metodene elevene kan finne på å bruke»
(Sondre)*

I denne uttalelsen nevner Sondre aspektet spesialisert fagkunnskap som han betegner som unik for lærergjerningen. Han knytter denne til en kompetanse læreren må inneha som et grunnlag for å engasjere seg i elevenes problemer og utfordringer. Utsagnet viser at han skiller denne kunnskapen fra den fagdidaktiske kunnskapen. I utdypelsen uttalte han at dette var en kunnskap om de mulige regnemetodene som man kan bruke for å regne ut en oppgave, eller de ulike måtene den kunne representeres på. Her brukte han divisjon som et eksempel, og viste til hvordan det var mulig å dividere to flersifrede tall med hverandre på flere ulike måter, og ved bruk av flere måter å representere dette på. Selv om Sondre bare kom med dette eksemplet kan det indikere at han til en viss grad er bevisst på at en lærer må ha kunnskap som går ut over det matematiske stoffet som skal undervises, og som er knyttet spesifikt til undervisning. Denne kunnskapen kan knyttes til Ball et al.(2008) *Specialized Content Knowledge* (SCK).

Aspekt tre kommer frem i følgende sitat:

«En lærer må jo vite hvordan ting henger sammen i matematikken..ja, sånn for eksempel når det gjelder likhetstegnet..det de lærer på barneskolen om dette er jo grunnlaget for blant annet algebra og likninger på ungdomstrinnet» (Jakob)

Dette aspektet omhandler matematiske sammenhenger. Her ser Jakob matematikken i en litt større sammenheng enn bare knyttet til det enkelte temaet, og fremmer hvordan den matematikken elevene møter på ungdomstrinnet bygger på det de har lært tidligere. I utdypelsen av dette svaret kom det bare frem andre eksempler uten at han kunne se det i et mer generelt perspektiv. Han trakk riktignok en sammenheng mellom Pytagoras læresetning og snekkeryrket, men gikk ikke nærmere inn på dette. Det å være bevisst på hvordan matematikken henger sammen, og se det i en større sammenheng utenfor skolens pensum knytter Ball et al.(2008) til *Horizon Content Knowledge* (HCK). Andre lærerne kom med lignende uttalelser, men ut fra en helhetsvurdering knyttet til uttalelsene så fremkom det ingen konkrete eksempler på at oppfatningene var knyttet til HCK. Selv om flere av lærerne

tydeliggjør et fokus på både det som ligger bak og det som ligger foran elevene, vil dette kunne knyttes til den fagdidaktiske delen av modellen (KCC), og ikke til HCK. Uttalelsene vil derfor bli presentert og analysert senere.

Det siste aspektet innenfor fagkunnskapen kommer frem i Lines uttalelse:

«Jeg synes kartlegging er veldig viktig, for det gir oss lærere et veldig godt bilde på.. eller det kommer selvfølgelig an på hva du gjør og hvordan du gjør det, men uansett så bør dem kartlegges for å få et videre bilde av hva de kan, hvilken kompetanse de har, og tanker dem har rundt faget, og hva det måtte være, eller rundt et tema, hvert tema» (Line)

Kartlegging trekkes her frem som et aspekt, og Line uttaler viktigheten av kartlegging for å kunne få innblikk i elevenes kunnskap. To av de andre lærerne oppfattet også dette som en sentral kunnskapskategori innenfor fagkunnskapen. En del av HCK er knyttet til kunnskapen om å forstå og kunne tolke elevenes tenkning (Ball & Bass, 2009). Det er usikkert om det er grunnlag nok til å indikerer at lærerne definerte HCK siden disse uttalelsene i stor grad ble knyttet til undervisning, noe som faller inn under den fagdidaktiske delen av undervisningskunnskapen.

Innenfor kategorien fagkunnskap uttrykket lærerne oppfatninger som kan knyttes til både CCK, SCK og HCK. Det som ble vektlagt i størst grad gjennom samtalen var CCK gjennom viktigheten av å kunne den matematikken som en skal undervise i. De to andre områdene ble i mindre grad uttrykt eksplisitt, selv om flere av lærere uttrykte dem implisitt gjennom samtalen, da i større grad knyttet til undervisningssituasjoner.

4.2.2 Fagdidaktisk kunnskap

Lærerne kom frem med fem kategorier innenfor den fagdidaktiske kunnskapen. Line og Sondres uttalelser er representative for de to første kategoriene:

«Det er jo viktig at man har pedagogisk kompetanse, men det er også kjempeviktig at man er trygg på matematikken, og at man kan være åpen for og kartlegge de ulike strategiene og elevene sine tankeganger, for det er jo mange misoppfatninger som elevene kan ha, og da må jeg jo vite om at dette kan være et problem» (Line)

«Først og fremst den fagdidaktiske kunnskapen, for at du er avhengig av å ha kunnskap om elevene, og klassen din..gjennom kartlegginger og ja..(..)men den faglige er grunnlaget». (Sondre)

Sammenhengen mellom den faglige og den fagdidaktiske kunnskapen er den første kategorien. Her kommer Line også inn på SCK i forhold til ulike strategier og metoder. Disse går derimot mer på at du som lærer må kunne tilpasse for ulike løsningsmetoder og ikke nødvendigvis knyttet til egen fagkunnskap, noe som gjør at utsagnet kan relateres mer til det metodiske ved undervisning enn med faktisk matematisk kunnskap. I likhet med Line kommer også Sondre og to andre lærere inn på den faglige kunnskapen som et grunnlag. Denne flytende overgangen mellom de ulike kategoriene i modellen er også noe Ball et al.(2008) fremmer. For å kunne ha en god fagdidaktisk kunnskap er det sentralt at det faglige ligger som et grunnlag.

Viktigheten av kartlegging er den andre kategorien som kom frem i begge utsagn. Dette var noe alle lærerne oppfattet som en viktig fagdidaktisk kunnskap. Gjennom kartlegging kunne de som lærere få et mer konkret bilde av hva eleven sliter med, for på den måten kunne tilrettelegge for den videre prosessen i undervisningen.

«Jeg vet jo at det er vanlig å slite med for eksempel sannsynlighet, mange elever bruker jo ting de selv har opplevd eller tror når de svarer, og da blir det ikke helt rett i forhold til svaret på oppgaven» (Anne).

Her fremmer Anne en generell forestilling om at elever ofte bygger på egen intuisjon og erfaring i arbeid med sannsynlighet. Flere av de andre lærerne trakk også frem ulike eksempler i utdypingen. De var derimot ikke helt klare på hvordan de skulle respondere på denne ufullstendige tenkningen hos elevene, noe som kan indikere en litt begrenset kunnskap på dette området. Det å ha kunnskap om hvilke oppgaver som kan være utfordringer, og hvilke feil elevene kan komme til å gjøre, er noe av det som Ball et al. (2008) mener ligger inn under kategorien *Knowledge of content and students (KCS)*. Lærerne gikk fort over til å snakke konkret omkring sine egne opplevelser i klassen med utgangspunkt i eksempler. Selv om det er mulig å trekke parallellene til Ball et als. (2008) definisjon klarte lærerne ikke å se KCS i et mer generelt perspektiv.

Den tredje kategorien kunnskap kommer til uttrykk i Lines uttalelse

«Man klarer sikkert å ha en god matematikkundervisning uten at man kjenner elevene sine inn og ut, men jeg tror at det er absolutt en fordel om man har kompetanse om dem (..) slik at man på en måte kan spille på dem og deres interesser og sånt for på en måte få frem arbeidslysten da» (Line)

Denne kategorien omhandler kunnskap om elevene, og Line oppfatter kunnskap omkring elevenes interesse som en fordel i tilrettelegging av undervisning. Hennes uttalelse var representativ for det som kom frem i intervjuene med alle lærerne. Å la konteksten bygge på elevenes interesser vil kunne fremme arbeidslyst og engasjement for å løse oppgaver, og de oppfatter dette som en relevant fagdidaktisk kunnskap. Selv om det kan skape en motivasjon hos elevene for utforskning og oppgaveløsning er dette ikke noe som gjelder spesielt matematikklæreren eller matematikkfaget, noe som medfører at det blir en snever definisjon av KCS (Ball et al. 2008). Det kan her være aktuelt å trekke paralleller mellom disse utsagnene og det som Freudenthal (1981) fremmer som relevante utgangspunkt for elevenes læring av matematikk, og den realistiske konteksten, noe som vil trekke disse uttalelsene mer mot KCT enn KCS.

Annes uttalelse illustrerer den fjerde kategorien.

«(..) så må jeg jo vite om det metodiske – både i forhold til hvordan jeg kan legge opp undervisningen..det handler jo om de forskjellige typer av oppgaver som finnes og som kan passe å bruke til temaet..hvilke konkreter jeg kan bruke.. og ikke minst dette med representasjoner og at det kan finne flere måter å komme frem til et svar på» (Anne)

Denne kategorien er knyttet til det metodiske ved undervisningen. Anne fokuserer på viktige momenter gjennom ulike oppgaver, representasjoner og konkreter. Dette indikerer at hun oppfatter nødvendigheten av en kunnskap som er videre enn bare bruk av læreboka. Gjennom intervjuene var det kun Anne som spesifikt fokuserte på det metodiske knyttet til undervisningen, og den kunnskapen som en lærer må ha. Dette kan indikere at selv om lærerne har tanker som er relevante i forhold til undervisningssituasjonen, så er de ikke like bevisste på at dette krever utvikling av egen kunnskap som grunnlag for gjennomføring. I overnevnte utsagn kan vi trekke paralleller mot det som Ball et al.(2008) fremmer i kategorien *Knowledge of content and teaching (KCT)*.

Den siste kategorien innenfor fagdidaktisk kunnskap fremmes i følgende uttalelser:

«Det er viktig med kunnskap om læreplanen og hvordan du forholder deg til denne (..) kompetansemålene er jo der for at du skal bruke dem i et vidt spekter, ikke bare bruke undervisningsbok, men at du går ut av bøkene, det er for eksempel ikke alle kompetansemål du trenger å sitte å regne deg frem til i en bok» (Sondre)

«Jeg synes det er veldig viktig med kunnskap om læreplanen for det er jo den som er bakgrunnen for alt man gjør, at man vet hva elevene skal kunne til slutt og at man jobber..alltid har det i bakhodet når man holder på med det, men at man kan bryte de ulike målene ned og forklare det for elevene så dem skjønner..at på en måte de har en mål og mening og vet hva de skal gjøre, hva man skal igjennom og hva man skal lære» (Line)

Læreplankunnskap er den siste kategorien. I Sondres uttalelse er kompetansemålene grunnlaget for det elevene skal lære, ikke nødvendigvis læreboka. Dette indikerer at han ser på læreplanen som det overordnede styringsdokumentet som skal ligge til grunn for undervisning. Line vektlegger viktigheten av å bryte ned kompetansemålene i forståelige delmål slik at elevene forstår hva de skal arbeide med, og hva de blir målt etter. Dette er sentrale tanker innenfor vurdering for læring og faller inn under Ball et al.(2008) *Knowledge of Content and Curriculum* (KCC) ved at læreren må ha kunnskap om kompetansemålene på trinnet, og hvordan elevenes kunnskap skal kunne måles.

«En lærer må jo vite hvor elevene har vært, hvor de er og hvor de skal, ja sånn i forhold til kompetansemål og tema» (Hege)

«Når jeg jobber på mellomtrinnet så må jeg jo ha en kunnskap om hva som er gjennomgått på barneskolen, og så må jeg jo også vite hva elevene skal igjennom på ungdomsskolen, slik at jeg kan se kompetansemålene gjennom hele skoleløpet (..)» (Sondre).

Både Hege og Sondre viser at de ser på læreplanen og kompetansemålene som en helhet hvor tema og kunnskap er en byggeprosess gjennom hele skoleløpet. Fire av lærerne var inne på disse tankene i løpet av intervjuet selv om det kun var Hege og Sindre som knyttet dette til den fagdidaktiske kunnskapen. Det var derimot ingen av lærerne som uttrykte en sammenheng mellom det som skjer mellom matematikkfaget og de andre fagene på trinnet

noe som kan indikere at de ikke er like bevisste på den laterale læreplankunnskapen som på den vertikale kunnskapen (Shulman, 1986).

Lærerne uttrykte oppfatning om en klar sammenheng mellom den faglige og fagdidaktiske kunnskapen, hvor den faglige ligger til grunn for den fagdidaktiske. I samtalene var det fire andre kategorier som uttrykte lærernes oppfatninger knyttet til den fagdidaktiske kunnskapen – Kunnskap om kartlegging, undervisning, elevene og læreplanen. At det kom frem så mange ulike faktorer er en indikasjon på at lærerne til dels er bevisst kompleksiteten i undervisningskunnskapen.

4.2.3 Oppsummering undervisningskunnskap

Alle lærerne uttrykte oppfatning omkring viktigheten av å inneha den matematiske kunnskapen som er nødvendig for å undervise på et trinn, selv om noen opplevde utfordringer knyttet til dette. Kun en av lærerne kom inn på SCK noe som indikerer at dette ikke er vektlagt nok i lærernes tankeprosesser og kanskje i undervisningen på videreutdanningen.

Alle lærerne var klare på at en god fagkunnskap er grunnlaget for fagdidaktikken. Det var også enighet om at det fagdidaktiske var et sentralt element for å formidle det matematiske innholdet, men det kom i ulik grad frem innholdet i den fagdidaktiske kunnskapen. Elementer innenfor KCS og KCT ble nevnt uten at lærerne gikk i dybden på dette eller hadde full forståelse hva som kjennetegner de ulike kategoriene.

Flere av lærerne fremmet viktigheten av den vertikale læreplanforståelsen, men ingen nevnte den laterale.

Nødvendig undervisningskunnskap		
Kategorier	Koder	Eksempler fra intervjuene
Fagkunnskap	Kunne matematikken (CCK)	«(.) og så er det jo utrolig viktig å ha kunnskap om .kanskje kunne all matematikken, for det å regne ut oppgaver, de vanskeligste oppgavene, kan være en utfordring noen ganger (.).».(Hege)
	Ulike løsningsmetoder (SCK)	«(.)jeg må jo ha kunnskap om de ulike regnemåtene og metodene som elevene kan finne på å bruke». (Sondre)
	Matematiske sammenhenger (HCK/KCC)	«En lærer må jo vite hvordan ting henger sammen i matematikken, ja, sånn for eksempel når det gjelder likhetstegnet .det de lærer på barneskolen om dette er jo grunnlaget for blant annet algebra og likninger på ungdomstrinnet». (Jakob)
	Kartlegging (HCK/KCT/KCS)	«Jeg synes kartlegging er veldig viktig, for det gir oss lærere et veldig godt bilde på . eller det kommer selvfølgelig an på hva du gjør og hvordan du gjør det, men uansett så bør dem kartlegges for å få et videre bilde av hva de kan, hvilken kompetanse de har, og tanker dem har rundt faget , og hva det måtte være, eller rundt et tema, hvert tema»-(Line)
Fagdidaktisk kunnskap	Kan faget sitt (CCK)	«Det er jo viktig at man har pedagogisk kompetanse, men det er også kjempeviktig at man er trygg på matematikken (.).» (Line)
	Kartlegging (KCS)	«Først og fremst den fagdidaktiske kunnskapen, for at du er avhengig av å ha kunnskap om elevene, og klassen din .gjennom kartlegginger og ja..(.).».(Sondre)
	Elevenes interesser (KCS)	«Man klarer sikkert å ha en god matematikkundervisning uten at man kjenner elevene sine inn og ut, men jeg tror at det er absolutt en fordel om man har kompetanse om dem (.) slik at man på en måte kan spille på dem og deres interesser og sånt for på en måte få frem arbeidslysten da»- (Line)
	Undervisningsmetode (KCT)	«(.)så må jeg jo vite om det metodiske – både i forhold til hvordan jeg kan legge opp undervisningen, det handler jo om de forskjellige typer av oppgaver som finnes og som kan passe å bruke til temaet, hvilke konkreter jeg kan bruke . og ikke minst dette med representasjoner og at det kan finnes flere måter å komme frem til et svar på». (Anne)
	Læreplanen (KCC)	«Det er viktig med kunnskap om læreplanen og hvordan du forholder deg til denne (.) kompetansemålene er jo der for at du skal bruke dem i et vidt spekter, ikke bare bruke undervisningsbok, men at du går ut av bokene, det er for eksempel ikke alle kompetansemål du trenger å sitte å regne deg frem til i en bok». (Sondre)
	Sammenhenger (KCC)	«En lærer må jo vite hvor elevene har vært, hvor de er og hvor de skal, ja sånn i forhold til kompetansemål og tema». (Hege)

Figur 10: Kategorier og koder – Nødvendig undervisningskunnskap

4.3 Videreutdanningens betydning

4.3.1 Undervisningspraksis

Innenfor dette området kom det frem tre ulike aspekt, hvor det første kan knyttes til uttalelsene under:

«Jo, jeg er mere..jeg kanskje tør mer, jeg vet for eksempel at de to andre gruppene følger boka, og jeg «henger etter» i forhold til boka, men samtidig så presterte mine elever bedre på tentamen selv om de ikke hadde gjennomgått sannsynlighet og funksjoner, for det rakk vi ikke (...)» (Hege)

«Definitivt. Jeg har alltid jobbet litt sånn praktisk med det, men det har vært litt sånn av og til. Jeg har vært litt sånn...litt redd for å gå for mye ut av læreboka. Men jeg må si at jeg har allerede tanker om hvordan jeg skal gjøre det til neste år, og jeg er blitt mye tryggere på at det er kompetansemålene..det er ikke det viktigste å følge boka (..)(Sondre)

Frihet fra læreboka er første aspekt. Heges uttalelse fremmer endringsprosesser knyttet til at hun tør mer og ikke er så opptatt av progresjonen i læreboka. Sondres uttalelse viser også at læreboka har fått en annen betydning. Uttalelsene viser at lærerne trekker et skille mellom fokus på læreboka, og de tankene de har opparbeidet seg knyttet til undervisning gjennom videreutdanningen. Det er interessant at dette kunne måles i Heges tilfelle, hvor elevene ikke kom gjennom alt pensum men allikevel gjorde det bra på tentamen. Dette kan indikere at elevene har tilnærmet seg en forståelse som gjør at de kan overføre den kunnskapen de har lært over på andre områder og situasjoner, noe som er kjennetegnet på en relasjonell forståelse (Skemp, 1976). Sondre vektlegger i tillegg at det er kompetansemålene som er styrende og ikke lengre læreboka. Dette kan tyde på at han i løpet av året har opparbeidet seg en forståelse av læreplanen som gir trygghet i å kunne lese og tolke målene knyttet til egen undervisning. God læreplanforståelse er sentralt for å tilrettelegge for en god matematikkundervisning, og er også en viktig del av den formative vurderingsprosessen. At læreren må ha kunnskap omkring læreplanen er fremmet av Ball et al. (2000) som et eget kunnskapsområde – KCC.

Det andre aspektet fremkommer i Hege og Annes uttalelser

«Har fått veldig mange verktøy synes jeg, det er lettere å gjøre ting annerledes når du har noen ideer om hva du kan gjøre» (Hege)

«Det å få noen ideer gjør at man tørr å prøve mer som lærer, det er så lett å bare gjøre det man alltid har gjort, fordi det er det man er trygg på» (Anne)

Verktøy/ideer er det andre aspektet. Både Hege og Anne uttaler at de har fått noen konkrete verktøy eller ideer som de opplever som konstruktive.. Disse uttalelsene er representative for det alle lærerne uttrykte.. Lærerne kunne i utdypningen komme med flere eksempler på hvordan de hadde utviklet egne undervisningsopplegg med utgangspunkt i oppgaver som de hadde fått presentert gjennom studiet. Et av fokuspunktene i svarene var at de selv var blitt mer bevisste på hvordan elevene kunne komme til å tolke oppgavene, og mulige elevsvar, fordi de selv hadde opplevd tankeprosessen da de ble presentert for oppgavene og måtte gjennomføre dem. Det at lærerne har opparbeidet seg trygghet nok til å kunne utvikle egne aktiviteter/opplegg indikerer at de har et fokus på å omforme den matematiske kunnskapen til undervisning, noe som Shulman (1986) fremmet som en sentral undervisningskunnskap.

Det siste aspektet er knyttet til følgende uttalelser:

«(..) men i forhold til geometrien og det utviklingsarbeidet i holdt på med etterpå, så ser jeg jo at de tenker på en annen måte, de mer analytiske og systematiske og det var utrolig bra resultater på tentamen del 1» (Hege)

«(..) og jeg har jo fått prøvd det i år med elevene underveis i studiet, det er det som har vært bra, og jeg har jo sett at det funker (..) Hadde det vært kunnskap som man bare hadde lest så hadde man ikke sittet igjen med så mye, men når det er praktisk også så er det klart at når du ser ting fingerer både for deg selv og elevene så tenker jeg «Aha, dette må jeg gjøre mer av», og elevene synes det er kjempeartig» (Sondre)

Her er praksisutprøving aspektet. Sondre uttalelse indikerer at han gjennom videreutdanningen har fått et grunnlag for å fortsette med utprøvinger og implementeringen av de nye tankene og metodene i klasserommet. Hege poengterer elevenes læringsposess og de endringene hun opplever elevene har hatt. Ut fra det alle lærerne uttalte er det praksisutprøvingen de opplever har hatt størst betydningene for egen utvikling. Det gir resultater som er konkrete og målbare i forhold til egen klasse, og som de lettere kan relatere seg til. At teori og utprøving i praksis skal gå parallelt er et av grunnlaget for kompetanse for

kvalitet og sees på som en av nøklene i elevenes læringsprosess (Kunnskapsdepartementet, 2015).

Det fremkom tre aspekter som ble knyttet til videreutdanningens betydning for utvikling av egen praksis – frihet fra læreboka, verktøy/ideer og praksisutprøving. Gjennom intervjuene kom det derimot ikke frem noen tanker omkring hvorfor disse metodene fungerer, det kan indikere at lærerne ikke har gjennomgått en nok dyptgående tankeprosess til å kunne reflektere over resultatene.

4.3.2 Undervisningskunnskap

Lærerne kom inn på to områder knyttet til undervisningskunnskap. I intervjuene er disse overlappende, men følgende utsagn er representativ for det første området.

«Jeg må definitivt kunne mer matematikk enn det jeg trodde før jeg startet» (Anne)

Kunnskap om matematikk er det første området og Annes korte utsagn er representativt for alle lærernes uttalelser. To av lærerne mente de i utgangspunktet trodde de hadde nødvendig kunnskap for å undervise før de begynte på studiet, og begrunnet dette opp mot at de hadde undervist i matematikk i mange år, og «kunne» regne matematikk. Dette er en indikasjon på at de opplevde de hadde den nødvendige fagkunnskapen, og de benyttet algoritmer og regler som eksempler på den matematikken de selv opplevde å inneha (Ball et al.,2008)

«Det er liksom ikke lengre nok å bare kunne den matematikken som elevene skal igjennom i læreboka, men jeg må jo vite mer om alle mulige måter å løse ting på..og ikke minst hvordan jeg skal få med meg alle elevene på demmes nivå, vite hva de plages med, og hvordan jeg kan skape et åpent klasserom»(Anne)

Annes videre utdyping viser at hun tenker videre enn bare den allmenne fagkunnskapen. I utsagnet hennes knytter hun sammen flere kunnskapsområder fra Ball et al.(2008) modell, SCK er knyttet til det å kunne flere løsningsmetoder, KCS er knyttet til det å ta utgangspunkt i elevenes nivå og og KCT handler om det metodiske og det å skape et «åpent klasserom». Dette utsagnet viser avhengigheten og sammenhengen mellom de ulike områdene i modellen som grunnlag for å skape en helhetlig undervisningskunnskap.

Sitatene under kan knyttes til det andre området:

«(..) jeg skjønner nå at det ikke er nok å bare kunne matematikk. Jeg må jo også vite hva jeg skal gjøre i timen og hvorfor jeg gjør det, og hvordan jeg skal få elevene til å skjønne matematikken»(Jakob)

«Ja den har i alle fall fått meg mer bevisst på at elevene må få utvikle seg selv på det nivået de er på, at de faktisk kan gjøre det på sin måte. Det er ikke bare algoritmen de kan bruke (..) det går jo litt på den fagdidaktiske kunnskapen, at det er viktig å ha god faglig oversikt, men at det også er viktig å vite.. kjenne elevene dine godt. Hvilket nivå de er på blant annet» (Sondre)

«Jeg tørr leke litt mer, jeg stresser ikke med pensum, jeg vet at jeg kommer igjennom. Det er jo kompetansemålene som er fokuset, ikke læreboka, og jeg vet at jeg gir dem noen verktøy de kan bruke til å løse andre typer oppgaver» (Hege)

Kunnskap om undervisning i matematikk er det andre området. Jakob vektlegger i sin uttalelse at det ikke er nok med bare den faglige kunnskapen. Det handler like mye om å omforme denne kunnskapen til undervisning for skape forståelse. Kartlegging og tilpasset opplæring er noe som kommer frem hos Sondre, ved at han uttrykker oppfatning omkring nødvendigheten av å kjenne elevenes nivå og tilpasse både etter nivået den enkelte eleven er på i tillegg til en metodisk tilpasning og frihet knyttet til læringsprosessen.

Kompetansemålene er i fokus hos Hege, og videreutdanningen har gitt henne trygghet til å legge bort pensum og lærebøker i større grad, og likevel oppleve at hun kommer igjennom det hun skal. Alle lærerne kom med ytterligere utsagn som kan relateres til disse representative uttalelsene. Disse uttalelsene indikerer at lærerne opplever at videreutdanningen har hatt betydning for tilegnelse av flere områder innenfor undervisningskunnskap. Noen av uttalelsene som kom er litt for generelle til å kunne karakteriseres innenfor en av kategoriene, og det skyldes nok at det var de store linjene som ble valgt presentert.

4.3.3 Oppsummering videreutdanningens betydning

Lærerne uttrykker at videreutdanningen har hatt til dels stor betydning for egen utvikling. Når det gjelder undervisningspraksis så er det særlig fire aspekt som kommer tydelig frem – *sammenheng mellom faglig og fagdidaktisk kunnskap, frihet fra læreboka, verktøy/ideer og praksisutprøving*. Lærerne fremmer at de opplever en større forståelse for hva og hvordan de

kan tilrettelegge for en bedre matematikkundervisning, men det kommer i liten grad frem tanker knyttet til hvorfor undervisningen bør legges opp slik.

I forhold til undervisningskunnskap så uttrykker lærerne at de videreutdanningen har utvidet deres tanker omkring nødvendig undervisningskunnskap, dette knytter de spesielt til den fagdidaktiske delen av undervisningen. At nettopp denne delen har hovedvekten er ikke overraskende, nettopp fordi det er der de opplever at det har vært en mest påtakelig og konkret endring knyttet til egen undervisning og bevisstgjøringsprosess.

Videreutdanningens betydning for utvikling		
Kategorier	Koder	Eksempler fra intervjuene
Undervisningspraksis	Frihet fra læreboka	«(..) og jeg er blitt mye tryggere på at det er kompetansemålene, det er ikke det viktigste å følge boka (..)» (Sondre)
	Verktøy	«Har fått veldig mange verktøy synes jeg, det er lettere å gjøre ting annerledes når du har noen ideer om hva du kan gjøre» (Hege)
	Tør mer	«Det å få noen ideer gjør at man tør å prøve mer som lærer, det er så lett å bare gjøre det man alltid har gjort, fordi det er det man er trygg på» (Anne)
	Praksisutprøving	«(..) og jeg har jo fått prøvd det i år med elevene underveis i studiet, det er det som har vært bra, og jeg har jo sett at det funker(..)» (Sondre)
Undervisningskunnskap	Fagkunnskap	«Jeg må definitivt kunne mer matematikk enn det jeg trodde før jeg startet» (Anne)
	Fagdidaktisk kunnskap	«(..)jeg må jo også vite hva jeg skal gjøre i timen, og hvorfor jeg gjør det, og hvordan jeg skal få elevene til å skjønne matematikken» (Jakob)

Figur 11: Kategorier og koder – Videreutdanningens betydning

5 Diskusjon

Med utgangspunkt i forskningsspørsmålene og teorien vil jeg i denne delen diskutere funnene fra forskningen opp mot det teoretiske rammeverket.

5.1 *Hvilken oppfatning har lærere av god matematikkundervisning?*

Å definere hva som ligger i begrepet god matematikkundervisning har vist seg være utfordrende. Hva den enkelte legger i begrepet farges både av den bakgrunnen en har, hvilken kunnskap en tilegner seg og ikke minst egen erfaring.

Alle lærerne fremmet i flere sammenhenger oppfatninger knyttet til egen tidligere praksis som oppgave- og lærebokstyrt hvor kommunikasjonsmønsteret var preget av IRE. Dette kan sees i sammenheng med det som Boaler (2016) kaller for tradisjonell matematikkundervisning. I forhold til Beswicks (2012) inndeling vil dette falle inn under et instrumentalistisk ståsted som er preget av en fakta- og prosedyretenking. Dette tankemønsteret var med på å forme undervisningspraksisen på en slik måte at elevene ble passive mottakere av kunnskap. Det metodiske var mye preget av ferdighetstrening uten at elevene fikk en tilstrekkelig forståelse av reglene og algoritmene, og utviklet på denne måten en instrumentell forståelse (Skemp, 1976). Ut fra flere av lærernes utsagn kunne det likevel trekkes en slutning om at de tidvis prøvde å endre egen undervisningspraksis uten at det ble en konsekvent del av undervisningen.

Om endringen før og etter videreutdanningen er så stor som det gis uttrykk for i studien er vanskelig å måle uten selv å ha vært tilstede i undervisningssituasjonene. Dette er derimot lærernes oppfatninger av endring i egen praksis, og som Op't Eyde et al. (2003) fremmer er lærernes oppfatninger først og fremst en konstruksjon som er personlig for den enkelte, og knyttet til subjektiv kunnskap. Den enkelte lærers oppfatning blir her like mye knyttet til følelsesmessige faktorer som til hva som er den reelle virkeligheten. Dette medfører at undervisningspraksisen påvirkes uavhengig av om den opplevde virkeligheten er en realitet eller ikke.

Når lærerne skal komme med kjennetegn på en god matematikkøkt benyttes begreper som problemløsning, praktiske oppgaver, diskusjoner, samarbeid, variasjon og forståelse. Dette er begreper som viser at de oppfatningene de har om matematikkens natur har endret seg, og ligger nå på et nivå mellom det platonske og problemløsning i Beswicks (2012) fremstilling. Ut fra det de umiddelbart uttrykker kan selve utsagnene sies å være inn under sistnevnte

kategori, hvor matematikken sees i lys av at løsningsprosessen er fremhevet i større grad enn selve produktet. Dette stemmer også overens med Freudenthals (1981) tanker omkring RME hvor han trekker paralleller mellom denne måten å arbeide med skolematematikken på, og hvordan matematikere arbeider med problemer. Når elevene får presentert kontekster som de kan relatere seg til vil det naturlig nok skape det undersøkelseslandskapet som Skovmose (1998) fremmer og elevene vil gjennom en matematiseringsprosess bevege seg frem mot algoritmeløsningen.

Når jeg ber dem om å utdype noen av utsagnene kommer det i mindre grad frem gode begrunnelser for hvorfor dette er sentralt for å skape en god matematikkundervisning. Dette indikerer at lærerne ikke har kommet til nivå tre i selve bevisstjøring- og tankeprosessen, men at de i større grad er innenfor det platonske nivået i Beswicks (2012) fremstilling. Bakgrunnen for denne slutningen er blant annet at fokuset i stor grad er relatert til tilretteleggelse av undervisningen som et grunnlag for å oppnå en forståelse av det matematiske innholdet (ibid). Viktigheten av at elevene utvikler en relasjonell forståelse av matematikken fremmes av lærerne som sentralt. Dette knyttes opp mot at elevene skal kunne anvende den kunnskapen de har opparbeidet seg til å løse oppgaver i andre og ukjente sammenhenger og situasjoner (Skemp, 1976). For å fremme utviklingen av den relasjonelle forståelsen og dermed læring, mener lærerne at dette må skje gjennom aktiv konstruksjon av kunnskap, og at de som lærere må gjøre noen metodiske grep for å tilrettelegge for dette i undervisningssituasjoner. Til tross for at tankene om selvstendig utforskning fremkommer i intervjuene, er det underliggende synspunkter som tilsier en oppfatning om matematikken som en samling eksisterende kunnskap, noe som Beswick (2012) knytter til det platonske nivået.

At lærerne vektlegger diskusjoner og matematikksamtalet i så stor grad som de gjør, indikerer at de har en oppfatning om elevmedvirkning som et sentralt kjennetegn på god matematikkundervisning. Når elevene gis mulighet til å kunne utvikle egne resonnement og argumentere for egne løsningsprosessen, både individuelt, i par og i felles klasse, vil dette legge et grunnlag for den videre læringsprosessen og utruste dem for å møte hverdagen utenfor skolen som fremmes i verdigrunnlaget (Utdanningsdirektoratet 2013; Kunnskapsdepartementet, 2017). I følge William (2007) vil disse samtalene sees på som et grunnlag i den enkelte lærers formative vurderingsarbeid, og blir et utgangspunkt for tilrettelegging for tilpasset opplæring for den enkelte elev. Det elevene opparbeider seg av

læring gjennom disse samtaleprosessene skaper en større forståelse, og en oppfatning av matematikken som noe mer enn abstrakte regler og fremgangsmåter som ikke er relevant for den «virkelige verden» (Boaler, 2016). Når lærerne selv opplever at de har utviklet en oppfatning om nødvendigheten av anvendelsesperspektivet vil dette naturlig nok gjenspeile seg i hvordan de forholder seg til det matematiske innholdet i klasserommet (Fives & Buehl, 2014). Dette vil igjen ha ringvirkninger og påvirke elevenes syn på faget, og deres matematiske prestasjoner (Pehkonen, 2007), noe som kommer frem ved flere anledninger i intervjuene.

Funnene i studien viser at det kan være en sammenheng mellom oppfatningene av matematikk og hvordan lærerne beskriver en god undervisningspraksis, noe som også fremmes av Leatham (2006). Selv om lærerne i studien akkurat er startet på en utviklingsprosess viser uttalelsene at de i stor grad har en oppfatning om at god matematikkundervisning innebærer at de som lærere må tilrettelegge for at elevmedvirkning- og aktivitet i undervisningssituasjonene. Dette skal skje gjennom både utforskning, samtaler og samarbeid. At fokuset er på lærerne selv og ikke på elevene, gjennom for eksempel holdning og engasjement, viser at de ser sitt eget ansvar, både i forhold til å tilrettelegge for elevenes læring, men også for å fremstille matematikkens sanne natur.

5.2 Hvilken oppfatning har lærere av nødvendig undervisningskunnskap?

Fives & Buehl (2014) knytter lærerens undervisningskunnskap til de forholdene som hjelper den enkelte i sin rolle som lærer. Dette innebærer personlige erfaringer, ferdigheter, minner og oppfatninger. Hva som kan betegnes som oppfatning og hva som er kunnskap av det som lærerne har uttrykt i denne studien kan være vanskelig å si noe konkret om, for skillet mellom disse to delene er uklart (Furinghetti & Pehkonen, 2002). Hadde jeg målt kunnskapen gjennom oppgavene som for eksempel er utarbeidet av Ball et al.(2008) ville jeg i større grad kunne sagt noe konkret om hvilken undervisningskunnskap lærerne hadde, eller ikke hadde. Når utgangspunktet er lærernes egne oppfatninger, må jeg se på disse som en refleksjon av den kunnskapen som den enkelte læreren innehar, og som påvirker det lærerne gjør i undervisningssituasjoner under de gitte forholdene (Phillip,2007).

For å kunne gjennomføre god matematikkundervisning hadde alle lærerne en oppfatning om at både den faglige og den fagdidaktiske kunnskapen må ligge til grunn. Hva hver av disse delene skal inneholde er derimot litt uklart. Lærerne viser at de ikke i like stor grad har

gjennomgått en refleksjonsprosess i forhold til hvilken kunnskap de selv må inneha for å kunne gjennomføre de metodiske faktorene de kategoriserer innenfor en god matematikkøkt/time. I følge Shulman (1986) handler god undervisning om mer enn at læreren kan faget sitt, like viktig er det at læreren kan omforme egen kunnskap til undervisning. Studien min viste at lærerne hadde kunnskap om denne sammenhengen, men de hadde ikke dannet seg en oppfatning omkring hvordan denne omformingen skulle skje, og hva det krever av egen kunnskap for å gjennomføre.

Alle lærerne hadde en oppfatning om at det var sentralt å kunne matematikken på det trinnet som de underviste i. Dette kategoriserer Ball et al.(2008) som *Common content knowledge* (KCK). Dette blir en begrenset forståelse av denne kategorien. Å ha en kunnskap som strekker seg lengre enn det nivået elevene er på er en viktig faktor for både å kunne føre elevene lengre enn det læreboka gjør, men også for å bygge elevenes matematikkunnskaper opp mot det de møter senere i skoleløpet (ibid).

Ifølge Ball et al.(2008) er *Specialized content knowledge* (SCK) sentralt for en matematikklærer. Denne kategorien hadde ikke lærerne en klar oppfatning omkring. Selv om en vid analysering av intervjuene kan indikere at denne kunnskapen lå implisitt i deler av uttalelsene, og aspekter av kunnskapen ble fremmet, var det i liten grad fremmet eksplisitt, noe som kan ha flere årsaksforhold. Det kan handle om at den som har undervist i dette emnet på videreutdanningen ikke har vært tydelig nok på dette kunnskapsområdet. Det kan også skyldes at det ikke har fått modnes nok i lærernes tankeprosess, at de ikke har fått den nødvendige praktiske erfaringen i etterkant av studiet for å selv oppleve viktigheten av denne kategorien. Hadde jeg målt denne kunnskapen gjennom de nevnte oppgavene eller spesifikt navngitt kunnskapen i intervjuene, hadde kanskje resultatet vært annerledes.

Det ble i liten grad fremhevet en oppfatning omkring faglig kunnskap som går ut over det lærerne skal undervise i, at de matematiske ideene strekker seg utenfor skolens pensum. Dette er grunnlaget for *Horizon content knowledge* (HCK) (Ball et al,2008). Dette er et område som ifølge Ball & Bass (2009) er utfordrende å måle. Om undersøkelsen min hadde hatt fokus på matematikkens natur kan det tenkes at det i større grad var mulig å få innblikk i lærernes oppfatninger omkring HCK. Det er likevel verdt å merke seg at det i løpet av intervjuene ikke ble trukket inn tanker og oppfatninger som ligger utenfor skolens pensum, eller noen større ideer omkring hva matematikk egentlig er.

En slutning som kan trekkes er at tankene omkring en mer omfattende fagkunnskap enn bare å kunne matematikken, er forholdsvis i nytt norsk skole, og i alle fall for de lærerne som har gjennomført denne videreutdanningen. Det betyr ikke nødvendigvis at lærerne ikke utøver disse kategoriene i sitt undervisningsarbeid, men det handler mer om at de ikke er bevisste på dem og hva de innebærer., Når oppfatningene de uttrykker skal vise kunnskapen kan det som Fives & Buehl (2014) sier oppstå utfordringer fordi jeg som forsker kan ha en annen vurdering av sannheten enn det lærerne har.

I forhold til oppfatningene omkring den fagdidaktiske kunnskapen læreren måtte ha, var uttalelsene i studien tydelig elevfokusert. Kjennskap til elevene, tilrettelegging, kartlegging og ulike strategier er stikkord som i en eller annen sammenheng kom frem fra alle lærerne. Det kommer klart frem en oppfatning knyttet til kunnskap om de elevene som du underviser, både i forhold til nivå, men også bakgrunn, interesse o.l. Begrunnelsen for denne kunnskapen ble sett opp mot viktigheten av å engasjere elevene gjennom oppgaver/kontekster som de kunne relatere seg til. I Ball et.al (2008) så kan dette relateres til en viss grad innenfor *Knowledge of content and students*, som kombiner kunnskap om matematikk med kunnskap om elever. Balls fremstilling bygger på et mer generelt grunnlag, og knyttes til å forutse elevenes tenking, utfordringer, løsningsstrategier og misoppfatninger. Det lærerne i studien oppfattet som KCS kan i større grad knyttes opp mot de realistiske kontekstene som Freudenthal (1981) legger til grunn for arbeid med det matematiske fagstoffet. Det betyr ikke at den undervisningskunnskapen lærerne fremmer ikke er anerkjent, det handler om å kunne se det i en litt større sammenheng enn akkurat de elevene du har i klassen nå. Kunnskapen om elevenes interesser kan være et godt utgangspunkt for eksempler eller i aktiviteter/ oppgaver, noe som knytter akkurat denne aktuelle kunnskapen mer opp mot Balls et al. (2008) *Knowledge of content and teaching* (KCT).

Det var kun en av lærerne som hadde en eksplisitt uttrykte en oppfatning omkring KCT, men implisitt kan man trekke slutning om at de fleste lærerne var innom kategorien. De var derimot ikke bevisste nok på hva som ligger innenfor de ulike kategoriene til å definere denne riktig. Dette er en indikasjon på at det ikke har etablert seg en god nok forståelse for inndelingen av de ulike kategoriene, og de samler oppfatningene om nødvendig undervisningskunnskap i to hovedbolker – en som går på det faglige og en på det didaktiske. For meg var dette et overraskende funn, i og med at dette var noe de hadde vært igjennom teoretisk på videreutdanningen og brukt praktisk på en eksamensoppgave i første semester.

Det virker som om det er kunnskap som er på plass i en gitt situasjon, men når de skal uttrykke dette senere gjennom egne tanker og oppfatninger har det ikke fått festet seg i den grad som var ønskelig.

At så pass mange lærere var bevisst på den vertikale læreplankunnskapen jfr. Shulman (1986) var et positivt funn i studien. Det å vise elevene sammenhenger mellom det de lærer i faget gjennom hele skoleløpet er sentralt for å utvikle forståelse, og er en av nøklene for å oppnå dybdelæring (Kunnskapsdepartementet, 2017). Den laterale læreplankunnskapen kom ikke til uttrykk i noen av utsagnene, noe som er overraskende. Å kunne se sammenhengen mellom det som undervises i matematikk og de andre fagene er nødvendig for anvendelses- og relevansperspektivet av fagstoffet. Da blir matematikk ikke bare en abstrakt kunnskap som benyttes kun i matematikktimene, men det er sentralt både knyttet til regning som grunnleggende ferdighet i alle fag, og ikke minst i livet utenfor skolen (Utdanningsdirektoratet, 2013).

5.3 I hvilken grad har videreutdanningen hatt betydning for utvikling av egen undervisningskunnskap og undervisningspraksis?

Alle lærerne i studien mente at videreutdanningen hadde hatt betydning for utviklingen av egen undervisningskunnskap og undervisningspraksis. Det kom i varierende grad frem på hvilken måte den hadde hatt en betydning.

Det som først og fremst ble uttrykt var utviklingen fra en mer tradisjonell undervisningsform til en større vektlegging på elevdeltakelse i et undersøkelseslandskap. I likhet med Skovsmose (1998) betegnet lærerne dette som en undervisningsform hvor elevene kunne være spørrende og selv fremme problemstillinger og hypoteser gjennom utforskning. Et tegn på denne endringen mente lærerne var at de hadde i større grad lagt vekk læreboka og benyttet ulike problemløsningsoppgaver. Selv om dette for lærerne ble oppfattet som en positiv utvikling, er det ikke nødvendigvis slik at det kan trekkes paralleller mellom lærebok og tradisjonell undervisning. Det kommer helt an på hvordan en benytter læreboka. Det er absolutt mulig å ha en tradisjonell undervisning selv om man benytter egenproduserte - eller problemløsningsoppgaver, det kommer helt an på hvilken oppgave det er snakk om og ikke minst hensikten bak oppgaven. Ifølge Mason & Davis (1991) så er det ikke oppgaven i seg selv som er et kriterium for om det kan kjennetegnes som en problemløsningsoppgave eller

ikke, men hvem som er mottakeren av oppgaven. Selv om det ut fra helheten i uttalelsene kan trekkes slutninger om at lærerne hadde begynt å bruke mer undersøkende undervisning, kom det likevel ikke frem en tydelig begrunnelse for tankene bak denne endringen.

Det kom heller ikke frem hvilke kriterier lærerne la til grunn i forhold til utvelgelsen av oppgaver. Ifølge Stein et al.(2000) er det sentralt for den kognitive tenkingen at de oppgavene som gis er lagt til rette for et høyere presterende nivå enn det elevene er på. Dette vil gi elevene mulighet til å utvikle den matematiske tenkingen og læringen.

Et funn i studien var at lærerne i løpet av videreutdanningsperioden mente de hadde endret samtaleformen i klasserommet. Selv om de til en viss grad hadde gjennomført dette tidligere så hadde det ikke blitt en konsekvent del av undervisningspraksisen. Ved å vektlegge den muntlige samtalen i større grad opplevde lærerne at elevene hadde utviklet en større relasjonell forståelse til fagstoffet. Dette stemmer overens med det Cobb (2000) fremmer i forhold til at kommunikasjon og samtale er viktige verktøy i den matematiske tenkingen og læringen hos elevene. Gjennom samtalen kunne de i større grad få en oversikt over elevenes løsningsprosesser og faglig nivå, og dermed et større grunnlag for å kunne veilede dem videre i prosessen. Det å tilrettelegge for bruk av det matematiske språket gir læreren mulighet til å utforske elevenes evner og forståelse av de matematiske konseptene (ibid). I utdypelsen av svarene kom lærerne med flere eksempler for å illustrere hvordan de arbeidet med dette i klasserommet. Dette gav en indikasjon på realiteten i uttalelsene.

Flere av lærerne uttalte at videreutdanningen hadde gitt dem en større trygghet og verktøy i arbeidet med mer utforskende undervisning. Dette ble begrunnet opp mot at de hadde fått prøvd ut oppgaver/aktiviteter i klasserommet i forbindelse med eksamener og utviklingsarbeid. At teori og praksis med utprøving skal gå «hånd i hånd» i videreutdanningen er noe som blir uttrykt av Kunnskapsdepartementet (2015) og er en av områdene innenfor kompetanse for kvalitet. For å kunne tilegne seg den nødvendige kunnskapen er det sentralt at det ikke bare er teorien som ligger til grunn, men at det også gis mulighet for å teste ut om teorien stemmer overens med det lærerne selv opplever i eget klasserom. På den måten er det enklere å kunne relatere seg til den teorien som man leser, og anvendelsesperspektivet blir mer reelt.

I forhold til videreutdanningens betydning for utvikling av egen undervisningskunnskap kom det frem at lærerne nok ikke i like stor grad var bevisste på denne delen. Svarene som fremkom var i stor grad knyttet til en større bevissthet omkring den didaktiske kunnskapen.

Det kom klart frem at de måtte kunne mer enn bare det fagstoffet de skulle undervise i, noe som var grunnlaget for Shulmans(1986) forskning, men det var vanskelig å kunne kategorisere klart hva denne kunnskapen innebar. Det som var et overraskende funn for meg var at lærerne ikke umiddelbart kategoriserte den didaktiske kunnskapen etter Balls et.al (2008) inndeling siden dette hadde vært et sentralt moment i teorien på videreutdanningen. Selv om noen av lærerne benyttet de norske begrepene på kategoriene kom det frem at det de uttalte innenfor de nevnte kategoriene ikke var klart eller konsekvent nok til å kunne karakteriseres som kjennetegn.

Hvilken undervisningskunnskap en matematikklærer må ha, og hva den skal inneholde, er et stort område, og det finnes ulik forskning og modeller som er utarbeidet i tilknytning til dette (Fauskanger, 2015). Om jeg ser bort fra inndelingen til Ball og tenker i et mer generelt perspektiv, så viser uttalelsene til lærerne at det har skjedd en viss utvikling knyttet til lærernes egen undervisningskunnskap. Det som er et positivt funn er at eleven nå er plassert mer i sentrum av undervisningen, noe som gjør at lærerne opplever at de må tenke annerledes, og at det kreves andre kunnskaper av dem enn om de bare skulle bruke læreboka og «snu bunken» hvert år. Det å være bevisst på at en god matematikkundervisning krever noe av deg som lærer, er en god start, og en modningsprosess av teorien vil forhåpentligvis skape en større bevissthet om nødvendig undervisningskunnskap.

6 Avsluttende betraktninger

God matematikkundervisning og nødvendig undervisningskunnskap er to store og omfattende emner som er vanskelig å begrense med klare definisjoner og det er vanskelig å trekke noen generaliserbare slutninger i studien. Alt er avhengig av enhver lærers faglige, personlige og erfaringsmessige bakgrunn. Det er allikevel mulig å trekke noen store linjer og se sammenhenger mellom det lærerne har vært gjennom på videreutdanningen, og de oppfatningene som de uttrykker. Det kan stilles spørsmål om det lærerne fremmet er holdninger eller oppfatninger, men ut fra intervjuene og datamaterialet det genererte vurderer jeg det som meninger og påstander som de selv opplevde hadde sannhetsverdi. Dette medfører at jeg ut fra Phillips (2007) definisjon trekker slutningen om at lærerne uttrykte oppfatninger.

De oppfatningene som lærerne hadde knyttet til kjennetegn på god matematikkundervisning tilnærmer seg de tankene som ligger i den nye læreplanen og kjerneelementene (Kunnskapsdepartementet, 2018). Det å ha et klart fokus på elevene, på problemløsningsoppgaver, og muntlig aktivitet, i tillegg til å bygge oppgavene på relevante kontekster, vil legge et solid grunnlag for det videre arbeidet med faget.

I likhet med Shulman (1986) hadde lærerne oppfatninger om at det ikke er nok å bare ha fagkunnskap. Det var like viktig å kunne omforme det faglige til undervisning for å tilrettelegge for relasjonell forståelse, som igjen er grunnlag for anvendelsen av fagstoffet. Hvilken kunnskap som da er nødvendig ble ikke i like stor grad konkretisert. Om det skyldes en manglende bevisstgjøringsprosess av det teoretiske fagstoffet fra videreutdanningen, eller mangel på konkrete praktiske erfaringer fra egen undervisningshverdag er vanskelig å si noe konkret om. Det er likevel mulig å trekke en slutning om at lærerne opplever at videreutdanningen har hatt en betydning for utvikling av egne oppfatninger.

6.1 Min egen refleksjonsprosess i arbeidet, og tanker om videre forskning

I arbeidet med denne studien har jeg selv vært gjennom en stor lærings – og refleksjonsprosess. Etter hvert som jeg har gått dypere inn i litteraturen har jeg oppdaget klare sammenhenger mellom teoriene omkring god matematikkundervisning og den undervisningskunnskapen som ligger til grunn for dette. Jeg har oppdaget hvor viktig det er at jeg/vi som lærerutdannere er tydelig på denne sammenhengen.

Selv om det er gjennomført flere forskningsprosjekt knyttet til det studiet omhandler, er det et så viktig emne at jeg gjerne kunne tenke meg til å forske mer. Andre mulige vinklinger kan være å benytte de oppgavene som er utviklet av Ball et al.(2008) for å i større grad kunne måle undervisningskunnskapen. Et annet alternativ er å observere i klasserommet og dermed knytte inn rammeverket utviklet av Rowland & Ruthven (2010). Arbeidet med dette studiet har i alle fall engasjert meg og gitt meg større innsikt som igjen har motivert meg til å fortsette forskningen.

7 Litteraturliste

Alrø, H. & Skovsmose, O. (2006). Undersøgende samarbejde i matematikundervisning: Udvikling af IC-modellen I: O, Skovsmose & M. Blomhøj (Red). *Kunne det tænkes: Om matematiklæring* (s.110-126). København: Malling Beck

Ball, D.L., Thames, M.H. & Phelps, G. (2008). *Content knowledge for teaching: What makes it special?* Journal of Teacher Education, 59(5), 389 - 407

Ball, D.L & Bass, H. (2009). *With an eye on the mathematical horizon: Knowing mathematics for teaching to learners 'mathematical futures.* Paper presentert på The 2009 Curtis Center Mathematics and Teaching Conference, University of California at Los Angeles, Department of Mathematics.

Beswick, K. (2012). *Teachers' beliefs that matter in secondary mathematics classrooms.* Educational Studies in Mathematics, 65(1), 95 - 120

Blum, W., Galbraith, P. L., Henn, HW., & Niss, M. (eds) (2007). Modelling and applications in mathematics education: the 14th ICMI study. New ICMI Study Series Volume 10. Hentet fra:
https://www.researchgate.net/publication/248130587_Blum_W_Galbraith_P_L_Henn_HW_Niss_M_eds_2007_Modelling_and_applications_in_mathematics_education_the_14th_ICMI_study_New_ICMI_Study_Series_Volume_10 (15.07.18)

Boaler, J. (2016). *The Elephant in the classroom. Helping children learn & love maths.* London, Souvenir press

Breiteig, T. & Goodchild, S. (2010). The development of mathematics education as a research field in Norway. In. B. Sriraman, C. Bergsten, S. Goodchild, G. Palsdottir, B. Dahl, & L. Haapasalo (Eds.), *The first sourcebook on Nordic research in mathematics education: Norway, Sweden, Iceland, Denmark and contributions from Finland*, (pp. 11-33). Charlotte, NC: Information Age Publishing

Brinkmann, S. & Tanggaard, L.(red.) (2015). *Kvalitative metoder. En grundbog* (2.utgave). Hans Reitzels Forlag

Bryman, A (2012). *Social research methods.* 4th ed. Oxford University Press

Burton, G. M. (1992). Young Childrens` Choices of Manipulatives and Strategies for Solving Whole Number Division Problems. *Focus on Learning Problems in Mathematics, Spring Edition*, vol.14, nr. 2.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo. Abstrakt forlag

Cobb, P. (2000). The Importance of a Situated View of Learning to the Design, Research and Instruction. In J. Boaler (Ed.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (pp. 45-85). Westport, CT: Ablex Publishing.

Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2007). *Research Methods in Education*. New York: Routledge

Cresswell J.W. (2009). *Research Design: Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods approach*. Los Angeles: Sage

Fauskanger J. (2015). *Å måle og studere matematikklæreres undervisningskunnskap: En studie av hvordan det er mulig å måle og studere matematikklæreres undervisningskunnskap, og mulige begrensninger og styrker ved måter en måler og studerer kunnskap på.* (Doktoravhandling). Det humanistiske fakultet, Universitetet i Stavanger, Stavanger.

Fauskanger, J., Bjurland, R. & Mosvold, R. (2010). Eg kan jo multiplikasjon, men ka ska eg gjørr? – det utfordrende undervisningsarbeidet i matematikk. I T. Løkensgard Hoel, G. Engvik & B. Hanssen (red). *Ny som lærer – sjansespill og samspill* (s.99 – 114). Trondheim. Tapir Akademisk Forlag

Fauskanger J. & Mosvold R. (2014). *Innholdsanalysens muligheter i utdanningsforskning*. Norsk Pedagogisk Tidsskrift, 98(2). 127 - 139

Freudentahl, H. (1981). *Major Problems in Mathematics Education*. Educational Studies in Mathematics, 12(2), 133-150

- Fives, H. & Buehl, M.M. (2014).** Exploring differences in practicing teachers` valuing of pedagogical knowledge based on teaching ability beliefs. *Journal of Teacher Education*, 65(5), 435 - 448
- Furinghetti, F. & Pehkonen, E. (2002).** Rethinking characterizations of beliefs. I G.C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (red), *Beliefs: A hidden variable in mathematics education?* (s.39 – 57). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers
- Green, T.F (1998).** *The activities of teaching*. New York: Educator`s International Press
- Halvorsen, K. (2008).** *Å forske på samfunnet*. Oslo: Cappelen Damm Akademiske
- Hattie,J.A.C. (2009).** *Visible Learning. A synthesis of over 800 meta – analyses relating to achievement*. London: Routledge
- Heuvek . Panhuizen, M.v.d. (2003).** The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational Studies in Mathematics*, 54(1), 9-35.
- Hsieh, H-F. & Shannon, S.E. (2005).** Three approaches to qualitative content analysis. *Qualitative Health Research*, 15 (9), 1277 - 1288
- Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001).** *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press
- Kjærnsli, M. & Olsen, R.V. (red) (2013).** *Fortsatt en vei å gå. Norsk elevs kompetanse i matematikk, naturfag og lesing i PISA 2012*. Oslo: Universitetsforlaget
- Kunnskapsdepartementet (2008).** *Kvalitet i skolen*. Oslo: Kunnskapsdepartementet
- Kunnskapsdepartementet (2015).** *Kompetanse for kvalitet. Strategi for videreutdanning for lærere og skoleledere frem mot 2025*. Oslo: Kunnskapsdepartementet
- Kunnskapsdepartementet (2017).** *Overordnet del – verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Oslo: Kunnskapsdepartementet. Hentet fra: <https://www.regjeringen.no/contentassets/37f2f7e1850046a0a3f676fd45851384/overordnet-del---verdier-og-prinsipper-for-grunnopplaringen.pdf> (10.08.18)

Kunnskapsdepartementet (2018). *Kjerneelementer i fag*. Fastsatt av kunnskapsdepartementet som føringer for utforming av læreplaner for fag til LK20 og LK20S. Hentet fra:
<https://www.regjeringen.no/contentassets/3d659278ae55449f9d8373fff5de4f65/kjerneelementer-i-fag-for-utforming-av-lareplaner-for-fag-i-lk20-og-lk20s-fastsatt-av-kd.pdf>
(30.06.18)

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2009). *Det kvalitative forskningsintervju*. 2.utgave, Oslo: Gyldendal Akademiske

Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 2, 763-804

Matematikksenteret (2014). *Teoretisk bakgrunnsdokument for arbeid med regning på ungdomstrinnet* – revidert våren 2014. Hentet fra:
https://www.udir.no/Upload/Ungdomstrinnet/Rammeverk/Ungdomstrinnet_Bakgrunnsdokument_regning_vedlegg_2.pdf (10.06.18)

Mason, J. & Davis, J. (1991). *Fostering and sustaining mathematics thinking through problem solving*. Victoria: Deakin University Press.

Maxwell, J.A. (2013). *Qualitative Research Design. An Interactive Approach*. (3rd edition). California, USA: SAGE Publications, Inc.

McClain, K. & Cobb, P. (2001). An analysis of development of sociomathematical norms in one first-grade classroom. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(3), 236–266.

Mehan, H. (1979). *Learning lessons: social organization in the classroom*. Cambridge, Mass.: Harvard University Press.

Mellin – Olsen, S. (1991). *Hvordan tenker lærere om matematikkundervisning?* Bergen: Bergen Lærerhøgskole

Niss, M. & Højgaard Jensen, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. København: Undervisningsministeriet

Nordtvedt, G.A. (2013). Matematikk i PISA – matematikdidaktiske perspektiver. I Kjærnsli, M. og Olsen, R.V.(red). *Fortsatt en vei å gå*. Oslo. Universitetsforlaget

Op 't Eynde, P., De Corte, E., & Verschaffel, L. (2003). Framing students' mathematics related beliefs. In G. C. Leder, E. Pehkonen & G. Törner (Eds.), *Beliefs: a hidden variable in mathematics education?* (pp. 13-37). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Phillipp, R.A. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research of mathematics teaching and learning* (pp. 257 – 315). Reston, VA: NCTM

Rowland, T. & Ruthven, K. (2010). *Mathematical knowledge in teaching* (vol. 50): Springer Science: Business Media

Schoenfeld, A.H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. I D. Grouws (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 334-370). New York: MacMillan

Schoenfeld, A.H. (2002). *Method*. I Lester, F.K: (red): Second Handbook of research on mathematics teaching and learning. A project of the National Council of Teachers of Mathematics (Vol.1). Charlotte

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Education Researcher*, 15 (2), 4-14

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding. I: *Mathematics Teaching in the Middle School*, side 88-95. London: National Council of Teachers of Mathematics.

Skott, J. (2015). The promises, problems, and prospects of research on teachers' beliefs. In H. Fives & M. G. Gill (Red.), *International handbook of research on teachers' beliefs* (s. 13–30). New York: Routledge.

Skovsmose, O. (1998). Undersøgelseslandskaber. I: Dalvang & Rohde (red.) *Matematikk for alle*. Rapport for Lamis 1. sommerkurs 1998. Bergen: Landslaget for matematikk i skolen.

Solem, I.H. & Hovik, E.K (2012). *36 er et oddetall – Aspekter ved undervisningskunnskap i matematikk på barnetrinnet.* Tidsskriftet FoU i praksis, 6(1), 47 - 60

Stein, M.K., Smith, M.S., Henningsen, M.A. & Silver, E. A. (2000). *Implementing standards – based mathematics instructions: A casebook for professional development.* New York, NY: Teachers College Press

Thagaard, T. (2009). *Systematikk og innlevelse.* Bergen: Fagbokforlaget Vigmostad & Bjørke AS

Utdanningsdirektoratet (2013). *Læreplanverket – revidert utgave.* Hentet på: <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/> (17.06.18)

Van Zoest, L., Jones, G. & Thornton, C. (1994). *Beliefs about mathematics teaching held by pre-service teachers involved in a first grade mentorship program.* *Mathematics Education Research Journal*, 6(1), 37–55.

William, D. (2007). Keeping learning on track. I F. Lester (Red.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (s. 1053-1098). Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc.

Yackel, E., & Cobb, P. (1996). Sociomathematical Norms, Argumentation, and Autonomy in Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(4), 458-477.

8 Vedlegg

Vedlegg 1:

Intervjuguide

Generelt:

- Hvilken lærerutdanning har du?
- Hvilken matematikkfaglig utdanning har du?
- Antall års erfaring som lærer?
- Hvilket trinn har du arbeidet på?
- Hvor underviser du nå?

God matematikkundervisning:

- Hva tenker du kjennetegner en god matematikktime/økt? (Begrunnelse, eksempel)
- Hva må du som lærer selv bidra med for at en økt skal bli god?
- Hvilke utfordringer kan du som lærer ha i forhold til å skape en god matematikktime/økt?

Undervisningskunnskap:

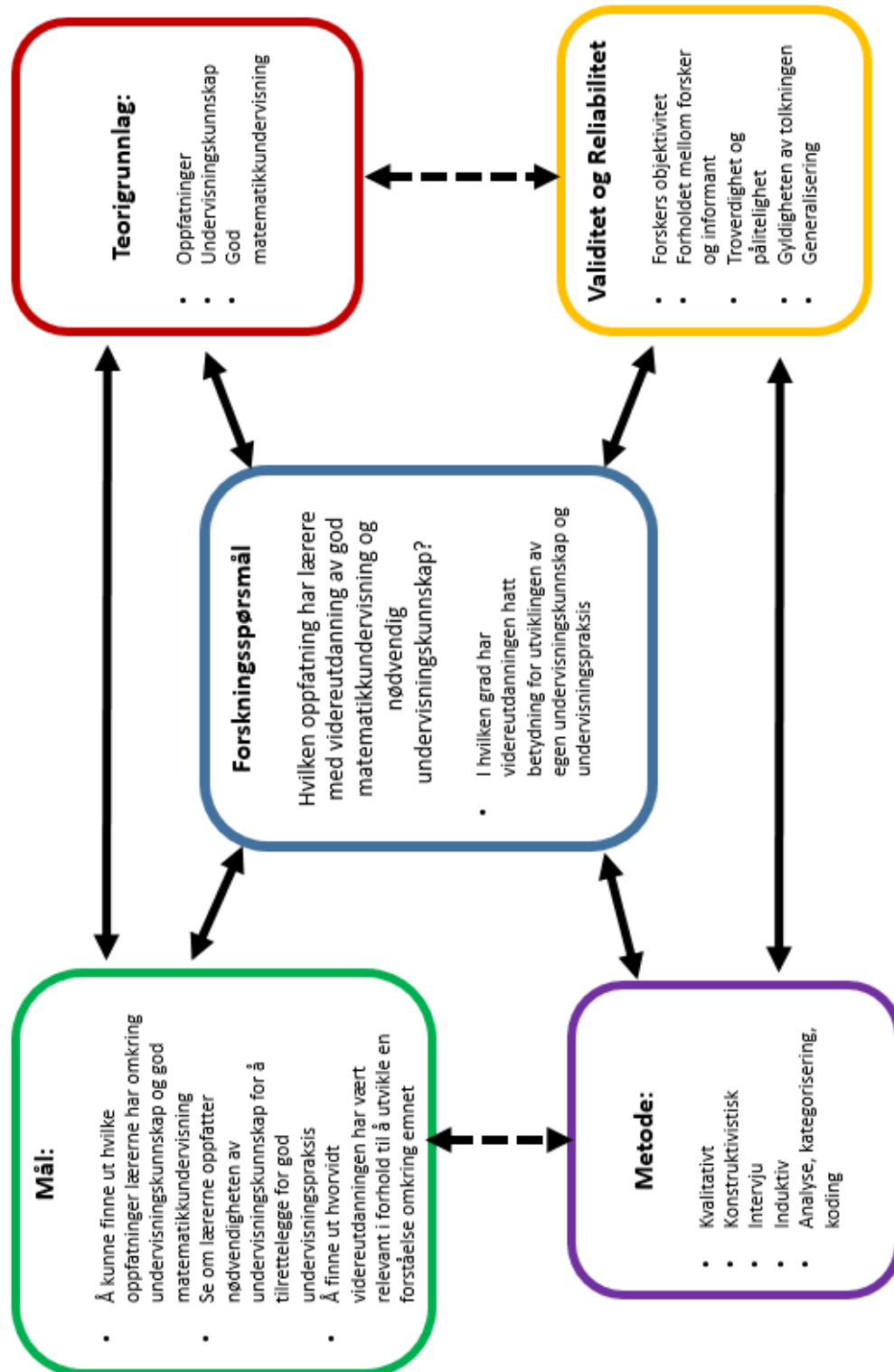
- Hvilken kunnskap trenger du som lærer for å kunne gjennomføre en god matematikkundervisning/time /økt?
 - Fagkunnskap / Fagdidaktisk kunnskap
 - Er det noen kunnskap som er spesielt viktig for deg som matematikklærer?
- Hvorfor er denne kunnskapen viktig?

Videreutdanning:

- Har videreutdanningen endret tankene dine omkring matematikkundervisningen?
 - På hvilken måte
 - Eksempler
- Har videreutdanningen endret tankene dine omkring din egen rolle som lærer og den kunnskapen du bør ha for å undervise?
 - På hvilken måte
 - Eksempler

Vedlegg 2:

Mitt forskningsdesign etter Maxwell (2013)



Vedlegg 3:

Kategorier – Koder: God undervisning

Kjennetegn på god undervisning		
Kategorier (Cobb,2000)	Koder	Eksempler fra intervjuene
Klasseroms-diskursen	Lærer/elev	“Sjekke at elevene har forstått, snakke med dem, ha en dialog med dem (...)” (Hege)
	Elev/elev	«Den muntlige aktiviteten skjer (...), ved at elevene kan kommunisere med hverandre og forklare til hverandre». (Line)
Oppgavene	Problemløsning	«(...) greit å starte med de her problemløsningsoppgavene, at de får en praktisk oppgave som de skal jobbe med for å introdusere et tema, og så kan man ta det videre og gjøre det mer avansert» (Line)
	RME	«(...) i alle fall at du klarer å møte elevene på deres hjemmebane i konteksten, bygge på interessene deres, bygge på deres virkelighetsoppfatning rettete sagt (...)» (Sondre)
	Ferdighetstrening	«Det er også viktig at elevene får sånn trening, ja med flere oppgaver av samme sort, (...) ferdighetstrening heter det jo. Det er i alle fall med på å automatisere ting og tang som er viktig, for eksempel når vi jobber med divisjon» (Jakob)
Klasseroms-aktivitetenes struktur	Samarbeid	«Å ordne det sånn at elevene kan samarbeide er sentralt. Det er ikke sånn at læreren bare skal stå for hele styringen, men elevene må få lov til å være delaktige gjennom egen prosesser i fellesskap med de andre elevene (...)» (Anne)
	Variasjon	«Når jeg har undervisning liker jeg varierte timer, noen ganger det faktisk bra og sitte å jobbe med tradisjonell klasseromsundervisning (...)» (Sondre)
Verktøy	Konkreter	«Det kan være bra å bruke konkreter i forhold til matematiseringsprosessen, når de skal bevege seg inn i den vertikale, med den matematiseringen som pågår i matematikkens verden, at for du kommer dit bruker elevene konkreter så de har noe å relatere til». (Sondre)
	IKT	«En god matematikkundervisning legger også til rette for at elevene kan bruke sånn IKT som det heter, men jeg sier i alle fall digitale verktøy. Det er jo mange apper og programmer som kan brukes for at elevene skal forstå, i tillegg er det jo både geogebra og excel som kommer på eksamen». (Anne)
Lærerens rolle (god undervisning)	Planlegging	“For det første må jeg vite hva jeg skal gjøre og være forberedt mest mulig og så være åpen for elevene og de tankene de har” (Hege)
	Gjennomføring	“Læreren må være mer en veileder, og gi elevene tilbakemeldinger som forer dem videre i prosessen, og ikke gi dem rett løsningsmetode med en gang (...) for da mister alt det jeg har snakket om sin hensikt». (Jakob)
Utfordringer	Læreren	«(...) den største utfordringen som jeg opplever er ikke hos elevene men hos meg som lærer, det er så lett å havne tilbake til det samme gamle som man har gjort i alle år(...)». (Jakob)
	Elevene	«Vi har jobbet noe sånn, og det er jo mange elever som synes det er litt uvanlig på en måte, ikke at dem er negative til det, men dem som er veldig opptatt av at dem skal gjøre det veldig bra, dem er litt usikker på om det er riktig metode og sånn (...)». (Line)

Vedlegg 4:

Kategorier – Koder: Nødvendig undervisningskunnskap

Nødvendig undervisningskunnskap		
Kategorier	Koder	Eksempler fra intervjuene
Fagkunnskap	Kunne matematikken (CCK)	«(..) og så er det jo utrolig viktig å ha kunnskap om.. kanskje kunne all matematikken, for det å regne ut oppgaver, de vanskeligste oppgavene, kan være en utfordring noen ganger (..).».(Hege)
	Ulike løsningsmetoder (SCK)	«(..)jeg må jo ha kunnskap om de ulike regnemåtene og metodene som elevene kan finne på å bruke». (Sondre)
	Matematiske sammenhenger (HCK/KCC)	«En lærer må jo vite hvordan ting henger sammen i matematikken, ja, sånn for eksempel når det gjelder likhetstegnet.. det de lærer på barneskolen om dette er jo grunnlaget for blant annet algebra og likninger på ungdomstrinnet». (Jakob)
	Kartlegging (HCK/KCT/KCS)	«Jeg synes kartlegging er veldig viktig, for det gir oss lærere et veldig godt bilde på.. eller det kommer selvfølgelig an på hva du gjør og hvordan du gjør det, men uansett så bør dem kartlegges for å få et videre bilde av hva de kan, hvilken kompetanse de har, og tanker dem har rundt faget , og hva det måtte være, eller rundt et tema, hvert tema»-(Line)
Fagdidaktisk kunnskap	Kan faget sitt (CCK)	«Det er jo viktig at man har pedagogisk kompetanse, men det er også kjempeviktig at man er trygg på matematikken (..).» (Line)
	Kartlegging (KCS)	«Forst og fremst den fagdidaktiske kunnskapen, for at du er avhengig av å ha kunnskap om elevene, og klassen din.. gjennom kartlegginger og ja..(..).».(Sondre)
	Elevenes interesser (KCS)	«Man klarer sikkert å ha en god matematikundervisning uten at man kjenner elevene sine inn og ut, men jeg tror at det er absolutt en fordel om man har kompetanse om dem (..) slik at man på en måte kan spille på dem og deres interesser og sånt for på en måte få frem arbeidslysten da»- (Line)
	Undervisningsmetode (KCT)	«(..)så må jeg jo vite om det metodiske – både i forhold til hvordan jeg kan legge opp undervisningen, det handler jo om de forskjellige typer av oppgaver som finnes og som kan passe å bruke til temaet, hvilke konkrete jeg kan bruke.. og ikke minst dette med representasjoner og at det kan finnes flere måter å komme frem til et svar på». (Anne)
	Læreplanen (KCC)	«Det er viktig med kunnskap om læreplanen og hvordan du forholder deg til denne (..) kompetansemålene er jo der for at du skal bruke dem i et vidt spekter, ikke bare bruke undervisningsbok, men at du går ut av bokene, det er for eksempel ikke alle kompetansemål du trenger å sitte å regne deg frem til i en bok». (Sondre)
	Sammenhenger (KCC)	«En lærer må jo vite hvor elevene har vært, hvor de er og hvor de skal, ja sånn i forhold til kompetansemål og tema». (Hege)

Vedlegg 5:

Kategorier – Koder: Videreutdanningens betydning for utvikling

Videreutdanningens betydning for utvikling		
Kategorier	Koder	Eksempler fra intervjuene
Undervisningspraksis	Frihet fra læreboka	“(.) og jeg er blitt mye tryggere på at det er kompetansemålene, det er ikke det viktigste å følge boka (..)” (Sondre)
	Verktøy	«Har fått veldig mange verktøy synes jeg, det er lettere å gjøre ting annerledes når du har noen ideer om hva du kan gjøre» (Hege)
	Tør mer	«Det å få noen ideer gjør at man tørr å prøve mer som lærer, det er så lett å bare gjøre det man alltid har gjort, fordi det er det man er trygg på» (Anne)
	Praksisutprøving	«(..) og jeg har jo fått prøvd det i år med elevene underveis i studiet, det er det som har vært bra, og jeg har jo sett at det funker(..) (Sondre)
Undervisningskunnskap	Fagkunnskap	«Jeg må definitivt kunne mer matematikk enn det jeg trodde før jeg startet» (Anne)
	Fagdidaktisk kunnskap	«(..)jeg må jo også vite hva jeg skal gjøre i timen, og hvorfor jeg gjør det, og hvordan jeg skal få elevene til å skjønne matematikken» (Jakob)