UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Problemløsing individuelt og i grupper

En kvalitativ casestudie av hvordan elever arbeider med problemløsing individuelt og i grupper

Jonas Larssen og Anders Martinsen

Masteroppgave i lærerutdanning 5.-10. trinn, LRU-3903, Juni 2020

Sammendrag

Hva som er mest hensiktsmessig av gruppearbeid og individuelt arbeid innen problemløsing er et tema flere har forsket på, og som det er uenighet rundt. Denne studien har til hensikt å undersøke forskjeller og likheter i hvordan elever arbeider i problemløsing individuelt og i små grupper.

Studien har et kvalitativt forskningsdesign, og datainnsamlingen tok utgangspunkt i observasjoner og lydopptak fra gruppearbeid og oppgavebaserte intervju med enkeltelever. Problemløsing har blitt lagt vekt på i den nye læreplanen som kjerneelementet «utforsking og problemløysing». Gjennom denne oppgaven ønsker vi å belyse temaet, og gi et bidrag til hvordan elevene kan arbeide med problemløsing i skolen.

I vår studie ser vi at arbeidet med problemløsing fungerte bedre i grupper enn individuelt. Elevenes rolle i gruppearbeidet og dynamikken i gruppene er en av faktorene som bidrar til dette, gjennom at rollene innad i gruppene utfyller hverandre. Dette bidrar til at problemløsingsprosessen går mer kontinuerlig i gruppearbeid enn i individuelt arbeid, hvor elevene viser større tendenser til stagnering underveis. Ut fra dette ser vi at gruppearbeid kan være en hensiktsmessig metode for å jobbe med problemløsing.

Forord

Med denne masteroppgaven avslutter vi våre fem fine år på lærerutdanningen ved UiT – Norges arktiske universitet. Arbeidet med denne oppgaven har vært interessant, spennende og lærerikt, men også utfordrende. Vi har fått mye ny kunnskap om problemløsing og om den forskning som er gjort på feltet. Dette vil vi ta med oss videre i livet som lærere.

Vi vil rette en stor takk til vår veileder, Jan Nyquist Roksvold, Institutt for lærerutdanning og pedagogikk: Takk for alle konstruktive tilbakemeldinger og innspill, og ikke minst for humoren i kommentarene. Vi vil også rette en stor takk til Ove Gunnar Drageset for all hjelp vi har fått underveis i prosjektet.

Uten elever som var villige til å stille til intervju og gruppearbeid hadde vi ikke kunnet gjennomføre studien vår, så takk til alle elevene som stilte opp, og takk til læreren som lot oss låne klassen en time. En takk rettes også til læreren som hjalp oss å komme i kontakt med informantene. Til slutt rettes en takk til våre medstudenter for mange, fine år og til våre nærmeste for støtten gjennom dette året.

Tromsø, Juni 2020

Jonas Larssen og Anders Martinsen

Innholdsfortegnelse

1 Innledning

Denne mastergradsoppgaven har fokus på problemløsingsprosessen hos elever som jobber henholdsvis i små grupper og individuelt, samt å sammenlikne disse.

1.1 Bakgrunn for studien, hensikt og forskningsspørsmål

Bakgrunnen for studien er en kombinasjon av vår interesse for problemløsing, og at den matematikkdidaktikken vi har lært på lærerutdanningen ikke reflekterte den matematikkundervisningen vi møtte i praksis. Våre erfaringer fra store deler av praksis gjennom lærerutdanningen samsvarer med det Alrö og Skovsmose (2004, s. 39) kaller tradisjonelle matematikklasserom, hvor læreren starter timen med introduksjon av en algoritme innenfor et emne, for så at elevene arbeider med mange liknende oppgaver for å lære seg måten å løse disse type oppgaver på. Erfaringene vi gjorde oss var at mange elever ikke tenkte over hvordan eller hvorfor de skulle gjøre det, og derfor stod igjen med få tanker om hvordan man skulle løse et matematisk problem som befant seg utenfor den standardiserte måten å løse en oppgave på.

Gjennom en av praksisperiodene fikk vi være med vår praksislærer å gjennomføre et opplegg som var under kategorien han betegnet som *rike oppgaver*. Ifølge utdanningsdirektoratet er *rike oppgaver* en problemløsingsoppgave som byr på muligheter til diskusjoner rundt ideer til løsning og forståelse av matematiske begreper. En rik oppgave skal oppfylle visse kriterier for å kunne kalles rik (Utdanningsdirektoratet, 2015). Elevene fikk presentert en oppgave hvor de fikk bruke de kunnskapene og strategiene de ville for å løse oppgaven. Denne måten å arbeide på var ny for oss, og vi fikk innsikt i hvor tilsynelatende entusiastiske elevene ble når de så at det var flere ulike måter å løse en oppgave på. Samtidig så vi at elevene som normalt sett slet med oppgaver i tradisjonell undervisning også fikk en annen måte å arbeide med matematikkoppgaver på, som tilsynelatende fungerte bedre.

Funnene i PISA (2012) viser at norske elever er rett rundt gjennomsnittet til OECD-landene (Kjærnsli & Olsen, 2013, s. 25). Samtidig viser flere asiatiske land nå en tendens til å bruke problemløsing mer og mer som arbeidsmåte til tross for at de allerede er blant de landene som skårer best på internasjonale tester (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 764). Vi ser også at den nye læreplanen trekker frem problemløsing som et av kjerneelementene i matematikk (Utdanningsdirektoratet, 2019b), noe som gjorde at vi fikk interesse for tematikken.

I våre praksisperioder fortonet «vanlige» matematikktimer seg helt stille i klasserommet, og vi opplevde flere elever som demotiverte og elevene ga uttrykk for at de ikke så hensikten med faget og opplevde det som kjedelig. I undervisningsøkten med den rike oppgaven erfarte vi at elevene som til vanlig fremsto demotiverte også ble engasjerte fordi de fikk utforske oppgavene på andre måter enn til vanlig. Flere av våre observasjoner og tanker gjennom disse øktene samsvarer med en av vurderingene fra NOU´s fornyelser av fag og kompetanser, hvor de ser viktigheten av at elever lærer seg at matematikkoppgaver krever kritisk tenkning, samt at det ikke alltid er en umiddelbar løsning på oppgaver. Videre vises det til at elevene må få arbeide på en undersøkende måte, stille spørsmål, prøve ut og gjøre seg erfaringer og få økt kunnskap som gir grunnlag for nye spørsmål (NOU, 2015, s. 8)
NOU (2015, s. 8) om fremtidens skole viser til at kritisk tenkning og problemløsing har vært, og vil være, viktig i fremtidens skole. Dette gjenspeiles i høringen til den nye læreplan hvor *utforsking og problemløsing* er et av kjerneelementene (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

Formålet med studien er å få en bedre forståelse av hvordan elever jobber med problemløsing på ungdomstrinnet, med fokus på hvordan dette foregår i individuelt arbeid og arbeid i små grupper. Vårt forskningsprosjekt er en kvalitativ case-studie hvor vi skal forske på, og prøve å få innsikt i, elevers resonnement ved arbeid i små grupper og enkeltvis, noe som gir oss følgende forskningsspørsmål:

Hvordan jobber elever individuelt og i grupper med problemløsing?

Vi har spesielt fokus på hvordan elevene arbeider med problemløsing individuelt og i små grupper. På bakgrunn av våre valg og omfanget til studiet har vi utarbeidet tre underspørsmål.

1. Hvordan er problemløsingsprosessen hos elevene som jobber i små grupper?
2. Hvordan er problemløsingsprosessen hos elevene som jobber individuelt?
3. Hvilke forskjeller og likheter kan man se mellom prosessen hos gruppene og de som jobber individuelt?

Avgrensningene vi gjør i forhold til vårt forskningsspørsmål er at vi skal ha fokus på hvordan elevene arbeider med problemløsing individuelt og i små grupper. Vi vil se på hvordan arbeid med problemløsing eventuelt skiller seg fra om det foregår individuelt eller i små grupper. Det blir derfor viktig hvordan elevene resonnerer, hvordan de går frem for å løse problemet, og hvordan de forholder seg til hverandre i gruppene.

2 Teori

Teori om matematisk forståelse har eksistert i lang tid. Skemp (1976, s. 3) introduserte sine begreper for forståelse som han delte opp i relasjonell og instrumentell forståelse. Her snakket han om instrumentell forståelse som noe elevene hadde dersom deres holdninger og meninger om matematikkfaget ble dominert av regler, rutiner og prosedyrer som å «snu og multiplisere» i divisjon av brøk, «låne» i subtraksjon og «flytte over å bytte fortegn» i arbeid med likninger. Dette gjør at elevene blir avhengige av å huske de ulike reglene til riktig tidspunkt, og en slik forståelse kan dermed være lite til hjelp dersom de ikke husker hvor de skulle gjøre hva. Den andre delen av Skemp´s forståelsesbegrep er den relasjonelle forståelsen, hvor elever visste at å låne i subtraksjon egentlig innebar å veksle tiere til enere, og at å flytte over og bytte fortegn innebærer å legge til eller trekke fra like mye på hver side av likhetstegnet (Skemp, 1976, s. 3).

Elever med instrumentell forståelse vil derfor kunne være raske og effektive å finne frem til løsninger på oppgaver hvor de vet hva de skal gjøre, mens de med relasjonell forståelse i større grad er rustet til å kunne løse problemer som oppstår hvor det ikke er åpenbart hvilken strategi en skal bruke. Skemp skilte derfor disse to forståelsene fra hverandre og snakket om at den relasjonelle forståelsen var den ønskelige formen for matematisk forståelse, men at disse to forståelsene ikke nødvendigvis var fullstendig separate (Skemp, 1976, s. 3).

Flere forskere har sett på begreper knyttet til matematisk forståelse. Hiebert og Lefevre (1986) benytter seg av begrepene *konseptuell kunnskap* og *prosedyrekunnskap* til å forklare hvordan elevers matematiske forståelse kan forstås. Elever som evner å se sammenhenger i matematikken og klarer å koble ny informasjon og kunnskap til allerede eksisterende kunnskap kategoriseres innenfor konseptuell kunnskap hos (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 4-7). Konseptuell kunnskap omhandler å vite hvordan en oppgave skal løses og hvorfor, og kan derfor ses i sammenheng med den relasjonelle forståelsen hos Skemp (1976, s. 3).

Videre finner Hiebert og Lefevre at elever som baserer deres forståelse på symboler, algoritmer og regler som verktøy for å løse oppgaver faller innenfor kategorien prosedyrekunnskap. Det er viktig å poengtere at regler, symboler og algoritmer ikke nødvendigvis er noe uheldig og uønsket, men bruken og forståelsen for disse aspektene ved faget er viktig. Derfor skiller Hiebert og Lefevre (1986, s. 8-9) mellom læring som *meningsfull* og *mekanisk* læring (egen oversettelse). Dersom en elev tilegner seg forståelse gjennom meningsfull læring, evner eleven å se sammenhenger og forstå meninger bak de ulike begrepene, algoritmene og reglene. Dette er i likhet med konseptuell kunnskap basert på sammenhenger og forståelse, og følgelig må konseptuell kunnskap tilegnes gjennom meningsfull læring. Mekanisk læring er derimot produsert gjennom en kontekstavhengig og lite generaliserbar forståelse. Elever med forståelse tilegnet gjennom mekanisk læring vil ikke være i stand til å se sammenhenger mellom matematiske konsepter og ideer. Det er derfor viktig å vite at prosedyrekunnskap kan være tilegnet gjennom mekanisk læring eller meningsfull læring. Dersom elever tilegner seg en konseptuell forståelse og samtidig en prosedyrekunnskap gjennom meningsfull læring så vil det være nært det Hiebert og Lefevre (1986, s. 9-10) kaller fullstendig matematisk forståelse. Likevel vil det kunne være vanskelig å vite om elevene har en prosedyrekunnskap som er helt eller delvis tilegnet gjennom meningsfull læring. En kan også tenke seg at elever først lærer gjennom mekanisk læring og deretter tilegner det mer forståelse når de er blitt bedre kjent med, og har arbeidet med emnet (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 9).

Hiebert og Lefevre (1986, s. 9-10) mener at man må se disse begrepene i sammenheng og at de sammen kan være med å utgjøre en mer fullstendig matematisk kompetanse. Kieran (2013, s. 157-158) argumenterer imidlertid for at NRC (2001) i *Adding it up* ivaretar denne sammenhengen mellom konseptuell kunnskap og prosedyrekunnskap bedre gjennom deres modell, som blir illustrert av et tau bestående av flere tråder knyttet sammen, hvor hver del virker inn på en fullstendig matematisk forståelse. NRC (2001, s. 5) definerer matematisk kompetanse gjennom fem komponenter bestående av *conceptual understanding*, *procedural fluency*, *strategic competence, adaptive reasoning,* og *productive disposition*. Disse fem delkompetansene er sammenflettet og gjensidig avhengig av hverandre (NRC, 2001, s. 5). Adaptiv resonnering handler om å kunne tenke logisk om sammenhenger, konsepter og ideer i matematikk. Adaptiv resonnering er limet som holder matematisk kompetanse sammen siden det innebærer å kunne se sammenhengene mellom de ulike aspektene ved faget, eksempelvis divisjon og multiplikasjon som to komplementære løsningsmetoder og dermed hvordan de kan hjelpe hverandre for å løse problemer (NRC, 2001, s. 129). Innenfor adaptiv resonnering er det viktig med et tydelig, presist og selvstendig resonnement basert på matematiske konsepter og ideer som gir mening. En kan derfor se at dette ligger tett opp mot det Lithner (2006, s. 5-6) kaller kreativ resonnering.

Lithner (2006, s. 6) bruker estimering av brøk som målestokk for å se om elever forstår hva brøk er. Hvis elever kan bedømme hva som eksempelvis er størst av 9/15 og 2/3, gjennom å vise forståelse for brøk som en del av en helhet, vil det være basert på iboende matematiske egenskaper. Hvis elevene argumenterer for at 9 er større enn 2 og 15 er større enn 3, og derfor må 9/15 være størst, vil eleven basere seg på et overfladisk argument. Et resonnement basert på iboende matematiske egenskaper for brøk, derimot, ville ha løst oppgaven gjennom å se at 2/3 er større enn 9/15. På bakgrunn av overnevnte, er viktig å skille mellom argumenter som er overfladisk eller basert på iboende matematiske egenskaper (Cho, 2015, s. 493).

Lithner (2006) har forsket på matematisk forståelse, og mener mye av tidligere forskninger som ser på det samme konsentrerer seg i for liten grad om selve resonnementet. Balacheff (1988, s. 216-235) forsket på ulike typer forståelse innenfor bevis, men Lithner (2008, s. 256) mener det blir for snevert i forhold til resonnement innenfor matematikk som helhet og mener derfor at det er viktig å se på imitative og kreative resonnement (Lithner, 2008, s. 256). Et resonnement er, i følge Lithner (2008, s. 257), en linje av tanker som lager påstander og kommer til konklusjoner i oppgaveløsning. Det trenger ikke være formell logikk slik som i bevisføring, og kan derfor være feil enkelte ganger så lenge det gir mening til de som resonnerer. Et imitativt resonnement er tilfelle når eleven husker et svar eller en fremgangsmåte fra en tidligere oppgave. Dersom resonnementet kan kjennetegnes av at det er nytt, fleksibelt, troverdig og er basert på iboende matematiske egenskaper, faller det inn under kreative resonnement.

2.1 Matematisk kompetanse

Det kan være lett å la begreper bli selvfølger i debatter om hvordan undervisning skal foregå, om hva som skal læres og hva elevene skal sitte igjen med. Men hva er det egentlig som menes med å ha en matematisk kompetanse, og hva er det vi egentlig arbeider for at elevene skal tilegne seg? For vår studie blir det viktig å definere hva en matematisk kompetanse er, slik at det ikke snakkes om forskjellige ting, men brukes like begreper. Matematisk kompetanse vil riktignok være kompleks og omfattende å definere på en slik måte at en tillegger begrepet alle meninger, aspekter og innhold man kan enes om. Likevel vil det å ha en matematisk kompetanse være å benytte problemløsing og modellering til å analysere og omforme et problem til matematisk form, løse det og vurdere etterpå hvorvidt svaret er gyldig. Matematisk kompetanse handler også om å formidle, snakke og resonnere om ulike ideer (Utdanningsdirektoratet, 2013).

I en rapport av Niss og Højgaard (2002, s. 49) blir matematisk kompetanse diskutert, og åtte ulike begreper som kjennetegner matematisk kompetanse blir presentert. Den ene kompetansen kaller de *problembehandlingskompetanse*. Dette begrepet er nært knyttet opp til de syv andre og omtales som en kompetanse elevene må ha for å kunne stille opp, finne ut, formulere, avgrense og presiserer forskjellige matematiske problemer.

Et matematisk problem er et matematisk spørsmål hvor en matematisk undersøkelse er nødvendig for å kunne besvare spørsmålet (Niss & Højgaard, 2002, s. 49-50). Likevel fortsetter kompleksiteten ved å definere hva et matematisk problem er. Dersom en med høyere grad av matematisk kompetanse blir presentert for samme oppgave, vil den kanskje være på et slikt nivå at det er rutine. Da vil problemløseren se løsning raskt uten å anvende noe mer avanserte problemløsningsmetoder. På denne måten kan et matematisk problem være forskjellig avhengig av hvem som løser det (Niss & Højgaard, 2002, s. 49-50).

2.1.1 Problemløsing

Matematikk er et fag som mange kan ha tanker om. Ofte er det oppfatninger om at matematikk kun har ett rett svar, og bare en måte å løse en oppgave på. Det finnes også oppfatninger om at matematikk som er lært i skolen har lite eller ingen ting å gjøre med virkeligheten (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 776). Problemløsing er en arbeidsmåte hvor elevene får utforske matematiske situasjoner og strukturer på en måte som er lik det matematikere gjør (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782). Elever som blir møtt i skolen med fokus på å memorere ulike algoritmer for hvordan de skal løse matematiske oppgaver, og får forståelse for at dette er måten det skal gjøres på, vil kunne gå glipp av hvilke ideer og tanker matematikk egentlig handler om. De tror at det arbeider med matematikk, mens de egentlig bare gjennomfører ett sett oppgaver ved å anvende algoritmer de ikke forstår (B. Gold, 2017, s. 216-217). Cuoco, Goldenberg og Mark (1996, s. 375) sier at elever har lenge blitt introdusert for det som kalles matematikk, men som ikke handler så mye om den matematikken som er oppdaget og utforsket utenfor skolen. Cuoco et al. (1996, s. 376) foreslår en undervisning som ligger nærere til hvordan matematikken er før den presenteres ferdig pusset og polert. Denne undervisningen handler om ukorrekte innganger, kalkulasjoner, eksperiment og spesielle oppgaver. Dette skal gi elevene en genuin forsker kunnskap i matematikk (Cuoco et al., 1996, s. 376). Matematiske fakta og fremgangsmåter er først oppdaget gjennom prøving og feiling, for så å oppdage nye aspekter og mønster som igjen blir forsøkt bevist ved hjelp av argumentasjon og forklaringer og dersom en skal lære bort hvordan oppdagelser av matematikk ble gjort, så må en nødvendigvis gi elevene matematiske problemer de kan løse på samme måte (Pólya, 1954, s. 158-160).

Det ble gjennomført mye forskning om problemløsing mellom 1970-1990, men etter Schoenfeld publiserte *handbook* i 1992 har pendelen innen matematikk dreid mer mot forskning på *basic skills* hvor man kan teste basiskunnskapene (egen oversettelse) i matematikk gjennom lokale og nasjonale tester (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 763-764). Det er imidlertid tegn på at problemløsing, kritisk tenkning og høyere ordens tenkning er på tur tilbake, dette begrunnes i at flere asiatiske land har valgt en retning med fokus på disse aspektene ved faget, til tross for at de allerede gjør det godt i internasjonale tester (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 763-764). Dette er også noe som understrekes av den nye læreplanen publisert av Utdanningsdirektoratet som trer i kraft våren 2020 der et av kjerneelementene i matematikk for elever 1-10 trinn er utforskning og problemløsing (Utdanningsdirektoratet, 2018).

Det finnes ingen klare definisjoner på hva problemløsing er i fagfellevurdert forskning, likevel kan en finne mange kjennetegn hos kjente forskere som Schoenfeld, Polya og Lesh og Zawojewski. Vi har valgt å forholde oss til Lesh og Zawojewski (2007) sin definisjon av problemløsing:

> A task, or goal-directed activity, becomes a problem (or problematic) when the “problem solver” (which may be a collaborating group of specialists) needs to develop a more productive way of thinking about the given situation (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782).

En oppgave eller målrettet aktivitet blir problematisk når «problemløseren» (individ eller små gruppe) må utvikle en mer produktiv måte å tenke om den gitte situasjonen, der det ikke finnes en gitt fremgangsmåte eller løsning (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782). Det kan derfor også tenkes at en problemløsingsoppgave ikke nødvendigvis trenger å være et problem for alle, slik som Polya (1957, s. xvi) nevner i sitt andre steg at en kan kjenne seg igjen i situasjoner fra tidligere, og ut fra det vite hvordan en kan gå frem for å løse oppgaven.

Polya (1957, s. xvi) forsket på dette og kom frem til en modell for problemløsing basert på fire steg:

1. Forstå problemet
2. Utarbeid en plan
3. Iverksett planen
4. Se tilbake

Polya`s plan handler først om å forstå problemet. For å forstå problemet kan det hjelpe å vite hva man blir spurt om og om det er noe en skal finne eller løse. Videre kan det hjelpe å gjenfortelle problemet med egne ord og eventuelt tegne opp en illustrert måte som hjelper å forstå problemet. Det andre steget handler om å lage en plan. På dette steget ser en på problemet, og forsøker å finne noe man kan kjenne igjen fra tidligere, eventuelt gjennom resultater eller metoder som ble brukt. Problemløseren må velge hvilken strategi som skal benyttes. Eksempelvis kan en anvende “prøv-og-feil"-metoden, løse en ligning, bruke symmetri eller lage en tegning (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 765). Det handler om å lage en plan for hvordan en skal løse problemet, ofte kan det hjelpe å prøve en strategi for så å vurdere om det er hensiktsmessig å gå videre. Det tredje steget handler om å benytte seg av planen og følge den. På dette steget ser en om planen er korrekt og om man kan sjekke om punktene stemmer. Her kan det være at planen fra punkt 2 ikke er hensiktsmessig, og da er det viktig å vurdere planen og eventuelt gjøre justeringer og prøve om igjen. Siste steget er å se tilbake på hva en har gjort, se på hvilke argumenter en bruker i resonnementet og om det er gyldig for andre problemer som kan være relevante, for så å undersøke om problemet kunne vært løst på andre og eventuelt enklere måter (Polya, 1957, s. 9-16).

Polya (1957, s. xvi) banet vei med disse basiskunnskapene, men Schoenfeld (1992, s. 352-353) har senere kommentert at stegene Polya (1957, s. xvi) presenterte var for deskriptive, i stedet for normative, og derfor ikke skaper muligheter for de som ikke kan disse strategiene til å implementere dem (Schoenfeld, 1992, s. 352-353). Dette kan illustreres gjennom at en ikke kan lære seg å lage mat bare ved å observere en annen person som lager mat. Ved å bryte dette opp i mindre og mer spesifikke aspekter ved konseptet, kan man tilegne seg ferdighetene som trengs for å mestre dette (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 769-770).

Lester og Kehle (2003, s. 507) fant i sin forskning at gode problemløsere var mer bevisste på sine styrker og svakheter som matematikere enn dårligere problemløsere. Videre var de gode problemløserne også bedre på å overvåke og regulere deres eget arbeid innen problemløsing, samtidig som de også var mer opptatt av å finne elegante løsninger på problemene (Lester & Kehle, 2003, s. 507). Selv om de dårligere problemløserne blir kjent med viktigheten av disse aspektene og forsøk på å gjøre det, er det ikke sikkert de blir bedre problemløsere. Lesh og Zawojewski (2007, s. 782) mener at eksperter i matematikk ser matematikk på en annen måte. De ser matematikk som en studie av strukturer, hvor det handler om å se situasjoner matematisk gjennom å tolke, beskrive og forklare situasjoner. Det handler ikke om å gjennomføre prosedyrer, forholde seg til regler og ferdigheter som eksperter, og derfor omfatter også deres definisjon at mennesker lærer matematikk gjennom problemløsing og problemløsing gjennom å skape matematikk.

2.2 Problemløsing i grupper og alene

Schoenfeld (1992, s. 355-356) presenterer funn fra studier der han undersøkte hvordan studenter på universitetet arbeidet med matematikk i grupper. De som arbeidet i grupper leste oppgaven, valgte raskt en fremgangsmåte og fulgte den. Det merkverdige her var at studentene fortsatte med fremgangsmåten sin selv om de ikke hadde noe fremgang, og når økten var ferdig ble de spurt på hvilken måte deres fremgangsmåte skulle være til hjelp for å løse problemet, noe de ikke klarte å svare på. Dette kan tyde på at studentene ikke var veldig reflekterte, kritiske og hadde liten grad av kontroll på deres egne valg. Schoenfeld (1992) hadde mye data på denne forskningen, og kom frem til at mange studenter valgte å lese problemet, og raskt bestemme fremgangsmåte og følge denne med håp om at det gikk bra (Schoenfeld, 1992, s. 356).

Stacey (1992, s. 3) skriver at gruppearbeid som strategi i matematikk blir stadig mer populært, og assosieres ofte med undervisning i problemløsing. Stacey (1992, s. 3) mener gruppearbeid tilrettelegger for å samle ideer, behovet for å tydelig forklare og uttrykke ideer, og at angsten for å takle noe vanskelig blir redusert gjennom arbeid med problemløsing.

Good, Grouws og Mason (1990, s. 2) presenterer en studie der de undersøker læreres oppfatninger om, og praksis i, matematikkundervisning i små grupper (Good et al., 1990, s. 2). Et spørsmål lærerne ble spurt om, var i hvilket matematisk tema de mente det var særlig viktig å benytte seg av arbeid i små grupper. Lærernes svar varierte mye, men det området flest lærere svarte var problemløsing (Good et al., 1990, s. 8). Til tross for dette finner Stacey (1992, s. 20), i sin studie, at det var ingen ting som tydet på at arbeid i små grupper var bedre enn individuelt arbeid innenfor problemløsing. Selv om gruppearbeid førte til at ideene ble samlet i større grad, hadde gruppene utfordringer med å velge riktig tilnærming til problemene. Fordelene med å velge en enkel ide er tydelig. Alle elevene «skjønner» metoden som blir brukt, og den produserer svar raskt. Elevene som tviler på den valgte ideen, får vanligvis ikke tid til å formulere og uttrykke tvilen. Det er også sannsynlig at elevene som kun ser en løsning er mer selvsikre enn elevene som skimter kompleksiteten, og denne selvtilliten kan gjøre at de lettere vinner frem i diskusjoner (Stacey, 1992, s. 20).

Yackel, Cobb og Wood (1991, s. 406) gjennomførte en studie hvor de arbeidet i små grupper i en 2.klasse gjennom et helt skoleår. Denne arbeidsmetoden inneholdt også diskusjoner som hele klassen tok del i. Blant funnene i studien trekkes det frem at diskusjoner innad i gruppene kan være med å gi elevene innsikt i, og forståelse for, de matematiske løsningene. Det blir også muligheter for å diskutere matematiske løsninger innad i gruppen, og på den måten rette opp i eventuelle misoppfatninger eller få ny kunnskap (Yackel et al., 1991, s. 406).

Lai (1999, s. 178) kommenterer at det er en utbredt antakelse at to hoder tenker bedre enn ett, og sannsynligheten for å komme frem til en god beslutning er størst i en gruppe. Flere interesser kan bli representert og en sak kan belyses fra flere vinkler dersom man er flere (Lai, 1999, s. 178). Videre skriver Lai (1999, s. 178) at det ikke nødvendigvis alltid er lønnsomt med gruppearbeid i praksis. Hvorvidt gruppearbeidet fungerer eller ikke, påvirkes både av hvilke type oppgave det er snakk om og hvordan gruppen er sammensatt. Som et eksempel på hvilke typer oppgaver som kan dra nytte av gruppearbeid, trekker hun frem oppgaver som innebærer logisk problemløsing og systematiske analyser. Et begrep Lai (1999, s. 178) trekker frem er «gruppetenkning», noe som oppstår "når det sosiale presset i en gruppe fører til en *«ja-kultur»"* (Lai, 1999, s. 178). I verste fall kan en slik kultur føre til undertrykking av motforestillinger, noe som igjen fører til at det blir lite spillerom for kritisk diskusjon og åpen meningsutveksling (Lai, 1999, s. 178-179).

Ikke alle gruppediskusjoner er like vellykkede. D. Barnes (2008, s. 8) mener det kreves forarbeid, veiledning og tilsyn av elevene underveis for at gruppearbeidet skal bli en suksess. Videre er det viktig at denne delen av undervisingsøkten blir inkludert i en utvidet seksjon hvor andre kommunikasjonsmønstre blir benyttet (D. Barnes, 2008, s. 6). Et slikt kommunikasjonsmønster kan være en diskusjon eller samtale i plenum med hele klassen, der diskusjoner fra gruppearbeidet blir trukket frem. D. Barnes (2008, s. 6) understreker at gruppearbeid er en verdifull ressurs i lærerens repertoar, men at det ikke er en universell metode, og at det ikke må idealiseres. Webb (1991, s. 386) finner gjennom sine studier av gruppearbeid at elever som arbeider i små grupper får muligheten til umiddelbare tilbakemeldinger og forklaringer gitt gjennom et felles forståelig språk som deler en forståelse av vanskeligheter elever har i matematiske problemer. Det er altså optimalt at elever fritt får dele hva de forstår og ikke forstår som gjør at de får gitt hverandre detaljerte forklaringer om hvordan man løser problemet (Webb, 1991, s. 386).

En utfordring med muntlig arbeid er at elevene som konkurrerer om oppmerksomhet ikke alltid hører etter og svarer på medelevenes bidrag. Det er lærerens oppgave å få elevene til å gjøre nettopp dette. En annen utfordring som har kommet frem gjennom flere småskalaundersøkelser er at det er vanskelig for lærere å oppnå innsikt i elevenes tenkning bare ved å stille spørsmål og høre på elevenes korte svar. Resultatet av dette kan være at de ikke forstår hva elevene har tenkt, eller hva som vil gi dem nyttig støtte (D. Barnes, 2008, s. 6).

I studien til Yackel et al. (1991, s. 390), erstattet de all matematikkundervisning gjennom et helt år i en 2.-klasse med problemløsing i små grupper. De oppdaget at en slik måte å arbeide med faget på ga elevene læringsmuligheter som normalt sett ikke forekommer i tradisjonell undervisning. Slike muligheter er blant annet de som oppstår gjennom samarbeidsdialog, og gjennom motstridende synspunkter. Gruppesammensetningene Yackel et al. (1991, s. 392) brukte var varierende. De brukte homogene og heterogene grupper, og innad i prosjektet ble det brukt både grupper bestående av samme kjønn og grupper med blandede kjønn. Til å begynne med bestod gruppene av to elever, slik at elevene jobbet i par. Dette begrunner de med at en del av ansvaret læreren har i slikt arbeid, er å hjelpe elevene til å lære hvordan man tar del i en samarbeidsdialog, og at grupper på to elever var en passende størrelse til dette. I ettertid kunne de se at grupper sammensatt av elever som hadde stor variasjon i matematisk utvikling, var mindre produktive enn grupper som var mer homogene på dette området (Yackel et al., 1991, s. 392).

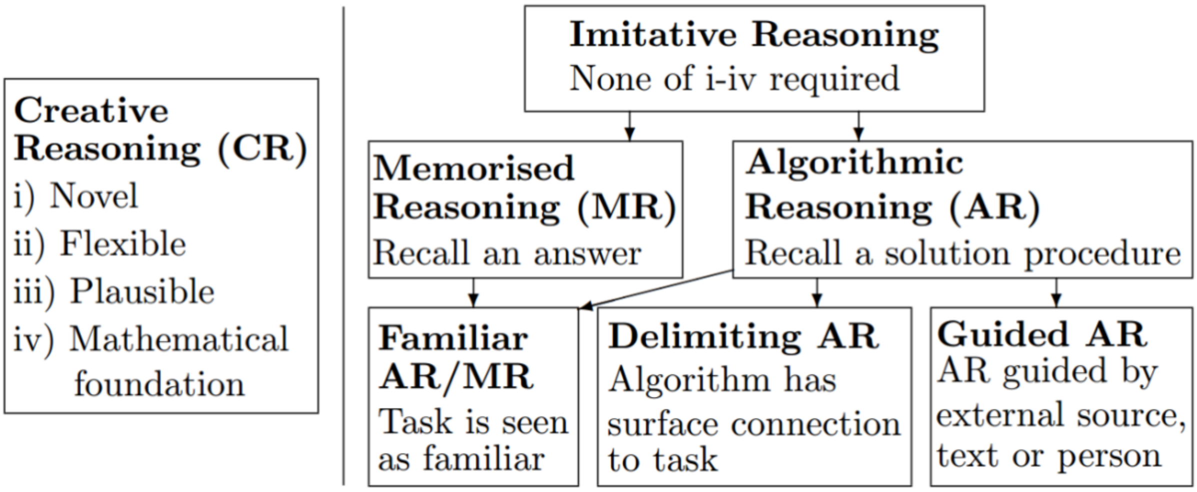
2.3 Elevroller i matematikk

Reinsnes og Lorentzen (2018) beskrev i sin mastergradsoppgave fire posisjoner elevene kan ha i gruppearbeid; veileder, hjelper, pådriver og outsider. Outsider og hjelper er posisjoner de hentet fra M. Barnes (2004) og veileder er inspirert av Holter (2017) sitt masterprosjekt (Reinsnes & Lorentzen, 2018, s. 28). M. Barnes (2004, s. 6) beskriver outsideren som en elev som enten forsøker å delta i diskusjonen, men blir ignorert eller avbrutt, eller som er stille i lange perioder, og som gir få eller ingen tegn til å ønske å delta. Hjelperen beskrives som en elev som utfører rutineoppgaver når vedkommende blir bedt om det av et annet medlem av gruppen. Denne eleven handler i en underordnet stilling, under det andre gruppemedlemmets ledelse (M. Barnes, 2004, s. 6). Det er typisk at hjelperen tar på seg oppgaver som å skrive ned på vegne av hele gruppen, eller fylle ut tabeller, tegne grafer og holde oversikt over gruppearbeidet (Reinsnes & Lorentzen, 2018, s. 54). Holter (2017, s. 47) omtaler Tor som en veiledende elev i sin studie. Om denne eleven skriver Holter (2017) at han sjeldent avspiser medeleven med “nei, det er feil”, eller svarer med å presentere riktig løsning, men velger heller å lede medeleven sin gjennom en tankerekke. Videre beskrives den veiledende eleven som en elev som lytter til det medeleven sier og bearbeider det før han svarer (Holter, 2017, s. 60). Pådriveren er en elevposisjon Reinsnes og Lorentzen (2018) fant i arbeidet med sin mastergradsoppgave. De skriver at pådriveren opptrer som en leder i gruppen, og er den eleven som setter i gang diskusjonen i gruppen og driver samtalen videre når den stopper opp. Et annet kjennetegn er at pådriveren tenker høyt, noe som gir medelevene muligheten til å ta del i tankene vedkommende har gjort seg (Reinsnes & Lorentzen, 2018, s. 49)

M. Barnes (2004, s. 6) presenterer i sin forskning fjorten ulike elevposisjoner, men av disse har Reinsnes og Lorentzen (2018, s. 28) kun valgt ut to som de viderefører i sin mastergradsoppgave. I tillegg til en elevposisjon inspirert av det Holter (2017, s. 60) kaller "den veiledende eleven" har de også en elevposisjon de selv har funnet frem til. Vi velger i vår studie, grunnet studiens omfang og fokus, å videreføre elevposisjonene brukt av Reinsnes og Lorentzen (2018). I denne studien velger vi også å bruke begrepet "elevroller" eller "roller" om de uformelle rollene elevene har i gruppearbeidet, i stedet for begrepet elevposisjoner.

2.4 Kreativ og Imiterende resonnering

Lithner (2006, s. 5) deler matematisk resonnement inn i de to hovedkategoriene kreativt resonnement og imiterende resonnement. Boesen (2006, s. 17-18) skriver at matematisk resonnering ikke trenger å være formell logikk, men at det er viktig at det er logisk for personen som resonnerer. Kreative resonneringer er kjernen i matematiske problemløsingsoppgaver og dette defineres som en tankegang og en måte å tenke på som er tilpasset for å produsere påstander og trekke slutninger. Argumentasjon kan gjerne deles inn i to kategorier hvor målet er å overbevise seg selv eller andre om at løsningen og resonnementet er gyldig. Lithner (2006, s. 4) deler argumentasjon i valg av strategi og implementering av strategi som kan løse problemet. Eksempler på dette kan være å velge, huske, konstruere, oppdage og gjette for å løse problemer (Lithner, 2006, s. 4).



Figur 1 Oversikt over Lithners begrepsapparat (Lithner, 2006, s. 5)

2.4.1 Imiterende resonnering

Lithner (2006, s. 12) peker på at kreativ resonnering ifølge empiriske studier er mer uvanlig og at den typen resonnering som dominerer er imiterende resonnering. Imiterende resonnering er kopiering eller å følge en modell eller et eksempel uten noe videre forsøk på å være nyskapende. Imiterende resonnering deles inn i minnebasert og algoritmisk resonnering der minnebasert resonnering går ut på å huske tidligere erfaringer og svar som man deretter skriver ned (Boesen, 2006, s. 21). I minnebasert resonnement kan en bruke tidligere erfaringer og svar som en skriver ned uten å ha tenkt på hva som nødvendigvis er delene før en kommer frem til svaret (Lithner, 2006, s. 14).

Algoritmisk resonnering er å bruke en bestemt fremgangsmåte for å løse oppgaver riktig, der de mest vanlige algoritmene består av bestemte regler. Her husker man ikke direkte slik minnebasert resonnering gjør, men man bruker bestemte fremgangsmåter for å få rett svar på en type oppgaver (Boesen, 2006, s. 21). Algoritmisk resonnering er tilfelle dersom en memorerer rekken av regler som fører til rett svar, ikke nødvendig at en husker selve svare slik som i minnebasert resonnering. Når eleven husker slike sett av regler kan kun uforsiktige feil som gjøres av eleven forårsake feil svar (Lithner, 2006, s. 15). En kan videre merke seg at elever som husker disse settene av regler ikke nødvendigvis trenger å vite det som ligger bak selve algoritmen (Lithner, 2006, s. 15). Algoritmisk resonnering er bare anvendbart der det ikke er problemløsingsoppgaver, eleven må vite nøyaktig hva som skal gjøres og identifisere dette. Lithner (2006, s. 16) mener likevel at algoritmisk resonnering er en av de mest brukte strategiene på problemløsingsoppgaver. Lithner (2006, s. 16) deler videre algoritmisk tenkning inn i noe han kaller Familiær-, avgrenset- og guidet algoritmisk resonnering (Figur 1). Familiær algoritmisk resonnering må ifølge Lithner (2006, s. 16) oppfylle kriteriene under

- Strategivalget er basert på å identifisere oppgaven som en familiær type, i den betydningen at det må tilhøre et kjent sett av oppgaver som alle kan bli løst ved å benytte samme kjente algoritme.
- Algoritmen er implementert.

Algoritmisk tenkning er blant områdene Utdanningsdirektoratet (2019a) har vektlagt i den nye læreplanen og baserer seg på at matematikken er full av oppskrifter og presise fremgangsmåter. Kjernen i algoritmisk tenkning er å kunne løse et problem ved å bryte ned problemet til mindre, mer håndterlige delproblemer som lar seg løse ved hjelp av å organisere og lage fremgangsmåter for å komme frem til ønsket løsning (Utdanningsdirektoratet, 2019a, s. 2). Dette blir særlig trukket frem under programmering siden datamaskiner løser og utfører algoritmer mye raskere og mer presist enn mennesker, uten at det blir kjedelig repetering. Utdanningsdirektoratet (2017) trekker frem at for å skape en slik forståelse for algoritmisk tenkning fordrer det at lærerne får videre-/etterutdanning som gir faglig trygghet. Hvis læreren har faglig trygghet og tro på algoritmisk tenkning kan dette resultere i at elevene tilegner seg kunnskaper om algoritmisk tenkning gjennom det Hiebert og Lefevre (1986, s. 8-10) kaller meningsfull læring. Dette gjør elevene i stand til å kunne dele opp en algoritme i steg for å kunne vite når de skal bruke hvilken algoritme. Dersom elevene tilegner seg dette gjennom mekanisk læring vil de trolig ikke klare å dele opp- og anvende algoritmer på en hensiktsmessig måte (Hiebert & Lefevre, 1986, s. 9).

2.4.2 Kreativ resonnering

Kreativ resonnering trenger ikke nødvendigvis å være utfordrende slik som problemløing kan være (Lithner, 2008, s. 266), men Lithner (2008, s. 266) argumenterer for at det må være en rekke kriterier oppfylt for at det skal kalles kreativ resonnering. Disse kriteriene er at det skal være en nyskapende resonnering for eleven eller at en glemt resonnering gjenskapes av eleven. Resonneringen må også være fleksibel som vil si at en kan benytte ulike tilnærminger uten å være bundet av en bestemt strategi for å løse oppgaven. Avslutningsvis mener Lithner (2008) at en kreativ resonnering må baseres på et matematisk grunnlag hvor resonnementet kommer fra indre matematiske egenskaper i de ulike delene av resonnementet (Lithner, 2008, s. 266).

3 Metode

I dette kapittelet vil vi presentere de forskningsmetodiske valgene i forbindelse med vår studie. Her presenterer vi valg av metode, plasserer forskningen vår innenfor den retningen vi har valgt. Videre vil vi gi en innføring i hvordan vår studie ble gjennomført med vekt på utvalg og tilgang på informanter. Avslutningsvis vil valg av oppgave, studiens reliabilitet, validitet og generalisering bli drøftet før vi ser på forskningsetikk og metodekritikk.

3.1 Oppgavens mål og forskningsdesign

Ringdal (2013, s. 25) skriver at forskningsspørsmål som kan peke mot kvalitativ metode har som formål å beskrive. Dette passer med vår problemstilling, da formålet med vår forskning er å beskrive hvordan elevene resonnerer og løser problemer enkeltvis og i små grupper. Videre legges det vekt på "(…) nærhet og observasjon av et fåtall studieobjekter i sine naturlige omgivelser" i kvalitativ metode (Ringdal, 2013, s. 105). Dette faller sammen med vår plan om å se nærmere på hvordan elever resonnerer i arbeid med problemløsing i mindre grupper og individuelt.

Forskningsspørsmålet vårt lyder som følger: *Hvordan jobber elever individuelt og i grupper med problemløsing?* For at vi skal kunne svare på forskningsspørsmålet må vi nødvendigvis samle inn datamateriale om hvordan elevene resonnerer individuelt og i grupper. Gjennom et slikt datamateriale kan en analysere samtalene og resonneringsprosessen for å se hva som eventuelt kjennetegner disse. For at dette skal være gjennomførbart valgte vi å dra ut å besøke elevene i skolen der de er, og vår forskning plasseres derfor innenfor sosial forskning fordi vi ser på de sosiale handlingene mellom elevene i resonneringsprosessen (Cohen, Manion, Morrison & Bell, 2011, s. 7)

Forskningsdesign definerer Bryman (2012, s. 46) som rammen for hvordan man går frem for å samle inn- og analysere data. Vår forskning er plassert under designet casestudie, hvor rammeoppgaven er casen. Vi ønsker å samle inn data gjennom observasjoner av elevenes faglige samtale rundt oppgavene og gjennom oppgavebaserte intervju. Cohen et al. (2011, s. 253) trekker frem at elevene må kunne snakke for seg selv uten å føle at de blir vurdert, tolket og dømt.

Det er ulike måter å se sosial virkeligheten på, avhengig av hvilke ulike måter vi velger å tolke virkeligheten. Cohen et al. (2011, s. 7) mener vi kan se på disse ulike måtene å forstå virkeligheten på ved å se på de eksplisitte og implisitte forutsetninger som ligger til grunn. Spørsmålet om det eksisterer en objektiv virkelighet uavhengig av menneskers bevissthet eller om det er menneskers bevissthet og personlige kunnskaper som konstrueres i møte mellom forsker og forskningsdeltaker som er avgjørende for hvor en plasserer forskningen (Cohen et al., 2011, s. 7). Kunnskapen innenfor objektiv forskning eksisterer der ute klar for å oppdages og kjennetegnes som hard, objektiv og handgripelig. Subjektivistisk forskning blir forstått som å se verden på en mykere, mer personlig og menneskelig skapt i møte mellom forsker og forskningsdeltaker (Cohen et al., 2011, s. 8). Gjennom en subjektivistisk forskning kan det derfor forstås slik at det ikke eksisterer en statisk og uforanderlig virkelighet uten sosiale samhandlinger, men at verden kan beskrives som noe komplekst og i stadig forandring som fører til at det vil eksistere mange virkeligheter (Cohen et al., 2011, s. 8). Det vil derfor være naturlig at en subjektivistisk forskning vil gi flere svar, men ikke nødvendigvis rett svar. Hvis en behandler den sosiale verdenen som noe hardt, eksternt og objektiv virkelig så vil man analysere sammenhenger og regelmessigheter mellom ulike faktorer i verdenen og derfor tradisjonelt sett være innenfor en kvantitativ forskningstradisjon (Cohen et al., 2011, s. 8). Hvis en favoriserer den alternative måten å forstå virkeligheten på, hvor en er opptatt av viktigheten til subjektive erfaringer i dannelsen av en sosial verden så er en gjerne innenfor kvalitativ forskningstradisjon (Cohen et al., 2011, s. 8). Gjennom forskningsarbeidet må forskeren ta en fortolkende rolle og blir på den måten det viktigste forskningsinstrumentet gjennom hele prosessen (Postholm, 2010, s. 32). Bakgrunnen for en slik påstand er at forskeren selv bestemmer utvalg av datainnsamlingen, gjennomfører datainnsamlingen, tolker og analyserer datamaterialet. Dette er sentralt innen subjektivistisk forskning hvor kunnskapen blir konstruert i møte mellom forsker og forskningsdeltaker (Cohen et al., 2011, s. 8).

Generelt kan en tradisjonell oppfatning av forskning være at det deles inn i kvalitativ eller kvantitativ forskning hvor en foretar valg basert på om det er ønskelig å si noe generelt eller beskrive noe mer spesifikt. Et slikt skille kan ha utgangspunkt i om en er opptatt av tall og statistikk (kvantitativ) eller ord og tekster (kvalitativt). Det er imidlertid ikke nødvendigvis to motsetninger, noe Postholm og Jacobsen (2011, s. 41) mener heller kan være komplementære og utfyllende for hverandre gjennom å gi ulike typer informasjon som kan inspirere til ytterligere refleksjon og diskusjon.

Innenfor kvalitativ forskning nærmer forskeren seg sin forskning med utgangspunkt i et paradigme eller verdenssyn. Vår forskning ble gjort på en induktiv måte selv om vi hadde bestemt type oppgave og hadde en plan for hva vi ønsket å se på gjennom vår studie. Det ble viktig å ha et åpent sinn slik at en kan arbeide induktivt i starten av forskningsprosessen for å kunne finne data som er interessant.

Vår forskning var tids- og stedsbundet og vårt fokus ble den aktiviteten som foregikk når elevene skulle løse et matematisk problem. I en forskningsbasert tenkning kan en ikke bare basere seg på hva en selv oppfatter og opplever, men må se på om våre opplevelser og oppfatninger er i tråd med andres. Virkeligheten er så kompleks at en må rette oppmerksomheten mot en spesifikk tematikk og velge ulike måter å innhente informasjon på, gjerne gjennom metodekombinasjon slik vi gjorde (Postholm & Jacobsen, 2011, s. 44).

3.2 Valg av datainnsamlingsmetode

I dette kapittelet vil vi redegjøre for hvilke ulike datainnsamlingsmetoder som kan være aktuell for vår studie og se på styrker og svakheter ved disse.

Våre valg når det gjelder metode henger sammen med forskningsspørsmålet vårt
Hvordan jobber elever individuelt og i grupper med problemløsing?

For at vi skal kunne tilegne oss kunnskap om elevenes resonnementer og måter å løse oppgaven på, er vi avhengig av datamaterialet som kan beskrive og gi oss innsikt i elevenes måte å arbeide med problemløsing. For å få innblikk i elevenes tanker må vi velge innsamlingsmetoder som gir best mulig metodisk innfallsvinkel, og vi vil derfor redegjøre og argumentere for våre valg av innsamlingsmetoder under.

3.2.1 Observasjon

Observasjon er et redskap forskere tar i bruk når de gjennomfører forskning ved å bruke de sansene vi har for å gjøre seg tolkninger og erfaringer med forskningsfeltet. I løpet av forskningen blir fokuset mer snevret inn rundt det forskeren ønsker å finne ut av. Det var viktig at vi som forskere var bevisst våre roller som observatører for at elevene ikke skulle endre atferden på grunn av våre ubevisste og bevisste valg. Våre observasjoner forstås gjennom de ulike subjektive, individuelle teorier som innebærer at tidligere erfaringer og opplevelser er med på å farge og fokusere hva vi observerer. Observasjon som innsamlingsmetode gir oss tilgang til å observere ting som vanligvis kan bli oversett eller oppdage ting som deltakerne vanligvis ikke ville nevnt i et intervju (Cohen et al., 2011, s. 396). Morrison (1993, s. 80) nevner fire punkter som forskeren kan få kunnskap om gjennom observasjon:

- Den fysiske settingen
- Den menneskelige settingen (klassen, gruppen, individet, kjønn, alder)
- De interaksjonelle settingene (interaksjonene som foregår formelt, uformelt, verbalt, ikke-verbalt, planlagt og uplanlagt)
- Den programmerte settingen (ressursene til organisasjonen, pedagogisk stil, undervisning og organisasjonen)
  (Morrison, 1993, s. 80)

Observasjon kan i tillegg være nyttig til å samle informasjon om ikke-verbale atferder, atferd i naturlig og spesielle settinger, men også i analyser over lengre tid (Bailey, 1994, s. 244). Cohen et al. (2011, s. 398) argumenterer for at forskere som i utgangspunktet vet hva de ønsker å observere gjerne ved å se på forekomster, tilstedeværelse og frekvenser av elementer eller ønsker å sammenligne en situasjon med en annen, bør velge en mer strukturert observasjon i form av å være effektive når en inntrer på forskningsfeltet. Cohen et al. (2011, s. 398) mener også at forskere som ønsker å få innsikt i det som skjer på forskningsfeltet uten å ha noe plan på forhånd, gjerne velger en mer ustrukturert observasjon.

Valg av observasjonsmåte må ses i sammenheng med vårt forskningsspørsmål. En høyt strukturert observasjon er mulig, men det vil kreve ferdige kategorier som en kan krysse av på, eller at forskeren kan notere ting som er bestemt på forhånd, dette kan være å telle forekomster av ting. Ulempen med en slik struktur i vår studie er at vi skal se på hvordan elever jobber med problemløsing, vi er interessert i å se på hvordan et mindre antall elever jobber og hvordan det foregår. Vi er derfor ikke opptatt av å sammenligne mange elever. Vårt forskningsspørsmål og plan for hva vi vil observere er dermed ikke forenlig med en høy struktur på observasjonen og ferdige kategorier da vi kan risikere å gå glipp av måter elevene arbeider på som vi ikke har tenkt ut på forhånd (Patton, 1990, s. 202). Vårt forskningsspørsmål har et fokus på hva vi ønsker å se etter og det kan derfor bli for omfattende å observere gjennom ustrukturert observasjon, samtidig som dette ikke er helt forenlig med vårt forskningsspørsmål da vi på forhånd har en plan hvor vi ønsker å se på hvordan elever arbeider i problemløsing (Patton, 1990, s. 202). En grad av frihet vil åpne opp for at vi kan oppdage ulike måter elevene arbeider på som vi ikke har tenkt på forhånd. En grad av struktur vil gjøre at vi på forhånd har en plan om hva vi vil se etter. Det er derfor hensiktsmessig å velge en form for observasjon som kombinerer en grad av frihet og en grad av struktur, og med fokus på forskningsspørsmålet vårt vil semistrukturert observasjon passe godt til vår datainnsamling (Patton, 1990, s. 202).

Forskeren kan ha ulike roller i gjennomføringen av studier og ifølge R. L. Gold (1958, s. 217) er det fire forskjellige kategorier forskeren kan ha, fra fullstendig deltaker til fullstendig observatør. Videre bruker R. L. Gold (1958, s. 217) begrepene fullstendig deltaker, deltakende observatør, observerende deltaker og fullstendig observatør. Denne inndelingen bruker også Christoffersen og Johannessen (2012, s. 69). Dette innebærer at forskeren forblir forsker under hele prosessen selv om grad av deltakelse kan variere (Postholm, 2010, s. 65-66).

Observasjoner gjort av forskeren som *fullstendig deltaker* er å bli en del av miljøet som studeres, og delta i den ordinære samhandlingen mellom aktørene (R. L. Gold, 1958, s. 219). Gjennom denne rollen forblir forskerens rolle som observatør forsøkt holdt skjult og går ikke utenfor rammene til gruppen for å ikke bli avslørt. Denne formen for deltakelse i feltet er derimot ikke uten videre etisk riktig. Forskeren opplyser ikke informantene om deres egentlige rolle og kan derfor bryte personverns-regler samtidig som forskerens rolle blir misbrukt gjennom å behandle informantene som objekter. Det finnes likevel grunner til at slik forskning er hensiktsmessig, gjerne gjennom forskning hvor det er grupper som ikke nødvendigvis ønsker at det utføres observasjoner av deres atferd. Dette kan være stigmatiserte grupper som narkotika-langere, barne-misbrukere, politiske aktivister eller politi-informanter. Denne type forskning kan også legitimeres dersom det er forskning om grupper som man på forhånd tror vil endre atferd dersom de vet at de observeres, gjerne gjennom å holde noe skjult. Slik forskning kan være hensiktsmessig, men er ikke uten videre problematisk, likevel vil det være et dilemma mellom personvern for enkelte personer og sikkerheten for en videre befolkning (Cohen et al., 2011, s. 410).

Rollen som *fullstendig observatør* er når forskeren ikke deltar i feltet. Dette kan være når forskeren sitter fra utsiden og observerer, eksempelvis en forsker som sitter ute i bilen og observerer personer på en kafé. Dersom forskeren er *observerende deltaker* deltar han i liten grad i den ordinære samhandlingen og engasjerer seg mest gjennom samtaler og intervjuer, men ikke som deltaker. Svært mange observasjonsstudier er av denne typen (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 69). Forskeren som en *deltakende observatør* vil si at han blir en del av det miljøet som studeres og de som observeres er klar over at de blir observert. Gjennom å identifisere seg som et fullverdig medlem av gruppen, kan forskeren blant annet notere og samle inn inntrykk, atferd, observasjoner, samtaler og kommentarer (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 69).

3.2.2 Intervju

Den mest utbredte datagenereringsmetoden i kvalitativ forskning er ulike former for intervjuer (Tjora, 2010, s. 90). Det kvalitative intervju kan være mer eller mindre strukturert, det vil si i hvilken grad intervjuet er tilrettelagt på forhånd omkring et eller flere temaer. Dette blir delt inn i.

- Ustrukturert
- Semistrukturert
- Strukturert
- Strukturert med faste svaralternativ.

(Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 78).

De mest vanlige formene for intervju ifølge Tjora (2010, s. 90) er: *dybdeintervju* og *semistrukturert* intervju. I senere tid er *fokusgruppe* intervju blitt mer populære (Tjora, 2010, s. 90). Hensikten med et intervju kan ifølge Cohen et al. (2011, s. 351) være å samle data, som i undersøkelser eller eksperimentelle situasjoner. *Dybdeintervju* er i hovedsak en relativt fri samtale som har fokus på noen sentrale, spesifikke temaer som forskeren har bestemt på forhånd. Ved å skape en rolig og fri atmosfære vil forskeren prøve å få informanten til å reflektere og dele egne erfaringer og meninger rundt temaet (Tjora, 2010, s. 90). Arksey og Knight (1999, s. 116-118) argumenterer for at intervjuer av barn må gjøres på en måte hvor forskeren etablerer en tillit til barnet raskt for å gjøre situasjonen komfortabel og unngå overreaksjoner. Amato og Ochiltree (1987, s. 670) fant gjennom sin studie av intervju med barn at det var viktig å bruke «barnespråk» som barnet forstår i stedet for vanlig grammatikk eller faglige begreper som kan være vanskelige å forstå. Videre var det viktig å unngå ord som hvorfor, når og hvordan på spesielt små barn under 5 år. Det kan være hensiktsmessig for eldre barn å få bruke metodefrihet underveis, for eksempel tegning, skriving og bilder. Gruppeintervju kan derfor være hensiktsmessig hos barn grunnet muligheten for barna til å argumentere med hverandre og ikke bare respondere til den voksne (Amato & Ochiltree, 1987, s. 116-118). Cohen et al. (2011, s. 374) mener at gruppeintervju kan være mindre skremmende for barn og kan derfor være en velegnet metode for å samle inn datamateriale på. Amato og Ochiltree (1987, s. 670) argumenterte for at gruppesesjoner i deres studie ble valgt bort på bakgrunn av at barn kan ha vanskeligheter med å snakke om private problemer eller temaer som er vanskelige ovenfor andre barn. Eder og Fingerson (2003, s. 45) argumenterer for at gruppeintervju der elever med høy status fungerer som intervjuer, har stor suksess. Dette fordi elevene kan delta og utfordre hverandre i diskusjoner, som kanskje ikke ville oppstått i en en-til-en situasjon med en voksen og en elev.

Assad (2015, s. 18) argumenterer for at et oppgavebasert intervju kan være strukturert med bakgrunn i forskerens spørsmål og svar på forhånd, eller semistrukturert slik at forskeren kan vurdere informantens korrekte svar opp mot informantens matematiske resonnering. Ifølge Goldin (1997, s. 40, 61-62) er oppgavebaserte intervju en god metode å anvende når en studerer problemløsing i matematikk. Her kan man studere problemløsing og læring uten å måtte bruke tester hvor en ser på antall rette svar eleven har fått. Goldin (1997, s. 61-62) har formulert fem prinsipper som han mener er viktige i oppgavebaserte intervju.

- Mottagelighet. Den som intervjuer må ha matematikkoppgaver som passer de kunnskapene den som blir intervjuet besitter.

- Rik representasjonsstruktur. Oppgavene skal være rike og meningsfulle oppgaver som kan representeres fantasifullt. Oppgavene skal være slik at eleven får benytte strategier av en viss form for kompleksitet som muliggjør selvrefleksjon og tilbakeblikk.
- Fri problemløsing hvor elevene får arbeide fritt med oppgaven slik at spontane valg og løsninger fremkommer uten påvirkning av andre. Hint, forslag og nye spørsmål kommer kun etter muligheten for fri problemløsing og etterfølges av en periode med observasjon over hvordan eleven reagerer på intervensjonen.
- Alle elevenes forslag er aksepterte underveis i problemløsingen og blir behandlet på samme måte som korrekte svar.
- Interaksjon med læringsmiljøet.
  (Goldin, 1997, s. 61-62).

Det første punktet går på mottakelighet hvor vi som intervjuere må ha oppgaver som er passende med kunnskapen til intervjuobjektet. Det andre punktet omhandler at oppgavene bør være av meningsfull struktur for elevene som kan forestilles imaginært, samtidig som oppgaven bør innebære strategier av en viss kompleksitet. Videre omtaler han det tredje punktet som fri problemløsing hvor eleven må få arbeide fritt uten veiledning slik at en får frem de spontane handlingene og valgene. Det fjerde punktet handler om tydelige kriterier hvor det er viktig at intervjudesignet er tydelig og klart, og at alle løsninger er beskrevet. Avslutningsvis er det viktig med interaksjoner med læringsmiljøet (Goldin, 1997, s. 61-62).

3.3 Metodiske valg

Ovenfor viser vi i oppgavens teoretiske rammeverk at det er forskjellige meninger om hvordan problemløsing i grupper foregår, og at elevers resonnement kan klassifiseres og ses i lys av ulike resonneringskriterier og strategier. Overgangen fra aritmetikk til algebra er et av områdene det arbeides med i skolen. Her ønsker man at elevene skal se hva som er variabelen i uttrykkene og at det spesifikke uttrykket kan generaliseres til flere figurer med samme egenskaper. På bakgrunn av dette ønsket vi å gjennomføre en studie av hvordan elevene resonnerte individuelt og i små grupper.

Vårt valg falt først på observasjon av elevene hvor observasjonen baserer seg på at elevene får snakke fritt omkring oppgaven og løsningen av den. Ved å åpne opp for en slik frihet i samtalen var vi oppmerksom på at elevene kunne snakke om andre ting som ikke var direkte knyttet til oppgaven, men åpnet også for at elevene fritt fikk dele sine resonnement og tanker med oss og med-elevene. Vi hadde utarbeidet noen spørsmål på forhånd som kunne være med å styre samtalen tilbake til det aktuelle temaet, men likevel oppmerksomme på at slike spørsmål ikke skulle være ledende i form av å hjelpe de med selve resonnementet. Disse spørsmålene handlet om at elevene kunne forklare hva de tenkte når de presenterte en løsning. Drageset (2014, s. 15) finner i sin studie at et av lærerens viktigste grep i matematiske samtaler kan være å spørre «hvorfor?». Dette grepet gjør at lærer ber om en forklaring på hvorfor elevene valgte denne metoden, hvorfor resonnementet fører frem til et gyldig svar og dermed skaper læreren en situasjon hvor elever som må uttrykke deres ideer og handlinger verbalt tilrettelegger samtidig muligheten for at elevene utvikler deres matematiske forståelse (Franke, Kazemi & Battey, 2007, s. 229). Videre finner Franke et al. (2007, s. 229) at lærere som har kunnskap om elevenes matematiske tenking kan støtte elevene ved å trekke tråder og skape sammenhenger sammen med elevene gjennom å stille spørsmål som fordrer tenking ut over å bare huske. Vi vurderte derfor hvilke spørsmål vi skulle stille elevene og fant at *hvorfor* var en måte å spørre elevene slik at de måtte forklare resonnementet sitt, noe som medførte at vi fikk en respons fra eleven som kunne gjøre datamaterialet vårt så rikt som mulig i forhold til studiens forskningsspørsmål. Gjennom å tillate oss muligheten til kunne gripe inn i samtalen, falt vårt valg på observerende deltaker, men vi deltok ikke i samtalene på lik linje som observasjonsdeltakerne.

Valget av å ha fokus på hvordan elever jobber individuelt og i små grupper med problemløsing ble tatt før vi fikk tilgang på feltet og semistrukturert observasjon slik Patton (1990, s. 202) definerer det ble derfor aktuelt for vår studie. Her har vi som forskere en plan om å observere hvordan elevene jobber med problemløsing og hva som skal studeres, men likevel ha et åpent sinn for andre data omkring det som var planlagt der nye arbeidsmåter eller resonnement kan bli oppdaget. Valget begrunnet vi med at vår studie har begrenset ressurser og at vi derfor må være bevisste i våre valg (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 202). Vår semistrukturerte observasjon gjør at vi kan ha et litt større fokus på hvordan elevene arbeider i problemløsing, uten å bruke for mye tid på observasjon av andre områder som ikke handler om hvordan elevene arbeider. Gjennom et større fokus på hvordan elevene arbeider, men med frihet for å oppdage nye aspekter ved deres arbeidsmåte, ønsket vi et mer åpent fokus enn det Patton (1990, s. 202) definerer som høyt strukturert observasjon.

Vår observasjon kunne vært lik det Cohen et al. (2011, s. 398) definerer som ustrukturert observasjon siden elevene tillates å snakke relativt fritt og at vi som forskere har et åpent sinn for nye aspekter og interessante innfallsvinkler til oppgaven. Vi vil omtale vår observasjonsmetode i dette prosjektet lik det Patton (1990, s. 202) definerer som semistrukturert observasjon ettersom vi hadde en problemstilling og overordnet mål med studien når vi gjennomførte dette. Vi var interessert i å se hvordan elevene arbeidet uten forhåndsbestemte kategorier og ønsket å være åpne for nye oppdagelser om hvordan elevene arbeider. Dette ville vi ikke oppdaget gjennom en høyt strukturert observasjon der en gjerne ser på en forekomst av noe en vet fra før (Patton, 1990, s. 202). Valgene våre plasserer oss derfor innenfor en kvalitativ studie der vi ser på et utvalg elever hvor vi ønsker å få kunnskap om deres måte å arbeide med problemløsing. Ved å ta dette valget ser vi at vår studie gir en detaljert beskrivelse av resonnement prosessen hos de aktuelle elevene, men at studien ikke er generaliserende til en generell populasjon som eksempelvis kan forklare hvordan elever på 9-trinn resonnerer i problemløsing. Studien vår vil likevel kunne si noe konkret om den aktuelle gruppen elever, og kanskje være med å si noe om hvordan slike resonnement prosesser kan foregå og utvikle seg blant elever på 9-trinn.

Når vi bestemte oss for denne type observasjon diskuterte vi hvordan en på best mulig måte kan ivareta og få en så presis gjengivelse som mulig av elevenes utsagn og arbeidsmåte til videre analyse. Valget vårt falt derfor på lydopptak siden det var måten elevene arbeidet på og måten de delte resonnementene med hverandre som var interessant for vår del. Gjennom å bruke lydopptaker fikk vi frigjort tid under observasjonen til å gjøre nøyaktige observasjoner samt notering av viktige momenter i stedet for å måtte notere alt ned og dermed kanskje miste viktige ord og uttalelser. Krumsvik (2014, s. 20) mener lydopptak gir den kvalitative forsker gode innganger til å kunne analysere hva som egentlig skjedde og øker dermed transparensen i den kvalitative forskningen slik at andre forskere kan bedre innsikt i datamaterialet og kritisk vurdere analysen. Dette er spesielt viktig siden kvalitative studier studerer praksiskonteksten (Krumsvik, 2014, s. 20).

På bakgrunn av forskningsspørsmålet må forskeren velge den type intervju som er best egnet for å få tilgang til datamaterialet som er relevant for studien. For å samle inn data til studiet kunne vi benyttet oss av spørreskjema hvor man har en åpen form for struktur, ofte omtalt som semistrukturert spørreskjema. Her er det åpne spørsmål som eleven for hånd kan skrive ned svarene på (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 130). Vi ønsket imidlertid at elevene skulle forklare oss muntlig hva de tenkte for å få de til å sette ord på resonnementet, uten å måtte skrive det ned først. Gjennom et lite utvalg gjorde dette at vi fikk mulighet og kapasitet til å gjennomføre intervju. Intervjuformen vi valgte kunne vært ustrukturert hvor elevene får en åpen mulighet til å fritt snakke rundt den aktuelle tematikken, eller vi kunne valgt en mer strukturert form. Vi gjennomførte som nevnt ovenfor en problemløsingsoppgave, og gjennom forskning finner blant annet Goldin (1997, s. 40, 61-62) og Assad (2015, s. 18) at oppgavebaserte intervju egner seg i problemløsingsoppgaver. Vårt valg falt derfor på å gjennomføre et oppgavebasert intervju hvor elevene fikk oppgaven fremfor seg, og dermed dannet utgangspunkt for samtalen (Goldin, 1997, s. 40, 60-62).

3.4 Utvalg av informanter, trinn og skole

Tilgangen på informanter ble realisert gjennom forespørsler til flere skoler i en større nord-norsk by. Vi ønsket å gjennomføre datainnsamlingen gjennom en problemløsingsoppgave hvor elever på 9 eller 10 trinn skulle arbeide i grupper eller individuelt. Vi fikk tilgang til en universitetsskole hvor en faglærer på 9.trinn var positiv til prosjektet. Dette gjorde at vi fikk tilgang til informanter som tidligere har vært med i slike prosjekter og dermed kan dette ta bort noe av usikkerheten hos elevene ved slike gjennomføringer da studentprosjekter er mer kjent for elevene.

Samtidig er det et viktig poeng at elevene kan være lei av at studenter gjennomfører prosjekter, men vi fikk ikke inntrykk av at dette var tilfelle i vår studie. Vår tilgang ble også realisert gjennom bekjentskaper blant de ansatte fra tidligere praksisopphold ved skolen. Vi hadde ikke hatt disse elevene i tidligere praksisperioder eller arbeid, men kjente litt til de ansatte. Læreren til de respektive elevene fikk velge ut hvem som fikk delta slik at de elevene som skulle samarbeide på gruppe var relativt trygge på hverandre slik at deling av matematiske resonnementer ikke skulle bli nevneverdig påvirket av dette. Vi ga elevene et informasjonsskriv som ble sendt med hjem til de foresatte som måtte signeres og samtykkes.

En informant er en som har informasjon om «noe». Våre informanter måtte derfor være elever som har lært om algebra og egenskapene til et kvadrat, og som kunne gi oss informasjon om hvordan de arbeidet i problemløsing. Vårt forskningsspørsmål fokuserer på hvordan elevene jobber med problemløsing individuelt og i grupper. Dette gjør at vi må ha kriterier for utvalg av informanter i studien og med utgangspunkt i problemløsingsoppgaven vi valgte, og fokuset i forskningsspørsmålet, har vi fastsatt to kriterier:

- Elevene måtte kunne arbeide med problemløsing, og ha kjennskap til algebra
- Tilstrekkelig antall informanter i studien med hensyn til ressurser og omfang

Det første punktet som omhandlet utvalg av elever, var ønsket om at elevene hadde blitt introdusert for algebra. Dette kriteriet gjorde at vi kunne velge mellom 8, 9 og 10. trinn på den aktuelle skolen. Gjennom samtale med faglærer fikk vi kunnskap om at elevene på 8. trinn ennå ikke hadde blitt undervist i algebra, og at 10.trinn ikke hadde anledning til å delta i studien på grunn av andre omstendigheter. Vi valgte derfor å gjennomføre studiet vårt i en 9.klasse hvor de tidligere hadde hatt om algebra. Videre ble det viktig for oss å velge et riktig antall elever der vi måtte se på hvor stort utvalget vårt burde være.

Det vanlige svaret på hvor mange informanter en trenger å intervjue er et antall informanter som gjør at forskeren finner ut av det en trenger å vite (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 148). Likevel blir dette en vag definisjon og man kan ende opp med for lite eller for mange informanter. Dette gjør at antallet påvirker studien enten i form av for lite data eller overveldende mye data. Antallet informanter kan derfor skyldes en kombinasjon av hvor mye tid og ressurser studiet har tilgjengelig. Et økt antall respondenter vil, utover et visst punkt ikke tilføre nevneverdig ny informasjon (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 148). Kvale og Brinkmann (2015, s. 148) argumenterer for et generelt inntrykk av nyere forskning viser at det er en fordel å ha et mindre antall informanter, og heller bruker mer tid på forberedelse og analyse. I teorien er det ikke noen øvre eller nedre grense på hvor mange informanter som er tilstrekkelig, men Christoffersen og Johannessen (2012, s. 50) foreslår et utvalg på 10-15 informanter i små prosjekter som pilot-prosjekter. Det er imidlertid et spørsmål om hvor heterogen gruppe forskeren har tilgang til og hvor mange intervjuer og observasjoner det er praktisk mulig å gjennomføre. Ved begrenset tid og økonomi, som studentprosjekter ofte har, må en kanskje begrense seg til færre enn 10 informanter (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 50). Dukes (1984, s. 200) mener et sted mellom tre og ti informanter kan være et hensiktsmessig valg, videre skriver Christoffersen og Johannessen (2012, s. 49) at et hensiktsmessig valg i eksempelvis et fag i en klasse kan være fem eller seks elever, for å få nok innsikt i hvordan noe foregår. Vi valgte derfor ut ifra våre ressurser å intervjue 3 elever og ha to grupper bestående av 3 elever per gruppe. Dette gjorde at vi totalt hadde 9 informanter som plasserte oss rett rundt begrensningene Christoffersen og Johannessen (2012, s. 50) mener studentprosjekt kan ha. Kvale og Brinkmann (2015, s. 148) mener også at små studier kan ha mellom 10-15 informanter, men at den nye tradisjonen ofte er færre antall informanter og mer fokus på forberedelse og analyse av intervjuene. Dukes (1984, s. 200) foreslår også en plass mellom tre og ti informanter.

3.5 Valg av oppgaver

Utvalg av oppgaven ble gjort gjennom nøye utvelgelse i forhold til vårt forskningsspørsmål som handler om at vi ser på hvordan elever resonnerer i arbeid med problemløsingsoppgave, men også innenfor temaet algebra. Vi valgte en oppgave som vi mente på best mulig måte gjorde at vi skulle få innsikt i elevenes resonnement og tanker. Samtidig som elevene noterte på arkene vi ga de forklarte informantene oss hva de tenkte og hvorfor de kom fram til de svarene de gjorde. Det var viktig for oss at vi var tydelig på hva elevene skulle gjøre slik at vi fikk samlet data på de spørsmål vi forsket på.

3.5.1 Oppgave «Bilderammen»

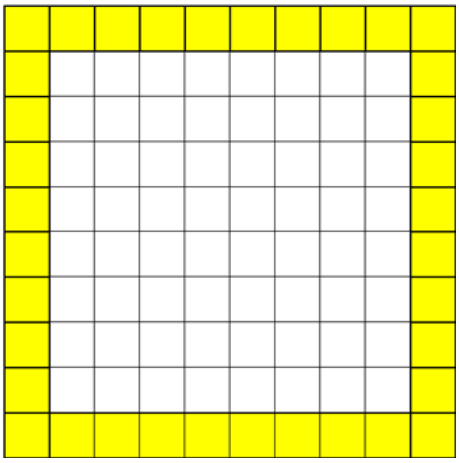
Valg av oppgave baserte seg på at vi ønsket en oppgave som kan kategoriseres som *rik*, fordi dette gir oss muligheten til at den har lav inngangsterskel for elevene, men mulighet å vise større forståelse. Utdanningsdirektoratet (2015) omtaler rike oppgaver som problemløsingsoppgaver som åpner for diskusjoner med andre når det kommer til løsninger på oppgaven og forståelse av matematiske begreper (Utdanningsdirektoratet, 2015, s. 2). Videre presenterer Utdanningsdirektoratet en liste over egenskapene til rike oppgaver hvor de mener at rike oppgaver skal:

- Introdusere viktige ideer og løsningsstrategier
- Være lett å forstå slik at alle kan komme i gang med oppgaven, også omtalt som lav inngangsterskel.
- Oppleves som en utfordring, kreve anstrengelse og tillates å ta tid
- Kunne løses på flere ulike måter, med ulike strategier og representasjoner
- Kunne initiere til faglige diskusjon som viser ulike strategier, representasjoner og ideer
- Kunne fungere som brobygger mellom ulike faglige områder
- Kunne lede til at elever og lærere formulerer nye interessante problemer (hva hvis ...? Hvorfor er det sånn ...?)

Bilderammen er en oppgave som består av et kvadrat med 10 ruter på hver side (figur 1). Hensikten med oppgaven er å få elevene til å arbeide med overgangen fra aritmetikk til algebra. Oppgaven er utformet slik at rutene rundt kvadratet er farget gul og danner en ramme rundt et kvadrat som er 8 ruter på hver side. Elevene skulle finne ut hvordan en kan finne antall ruter rundt rammen uten å telle hver enkelt rute. Det er flere måter å løse dette på innenfor aritmetikk, og tanken bak oppgaven er at elevene skal finne de ulike måtene både med kvadratet bestående av 10x10, men også 6x6 for videre å kunne generalisere disse til et algebraisk uttrykk for et vilkårlig antall ruter i rammen. Videre forenkling av uttrykk vil gjøre at alle løsningsmetodene ender opp som samme uttrykk for antall ruter rundt figuren. Oppgaven som vi brukte i denne studien, er en *rik* oppgave siden det er en oppgave som kan løses på flere ulike måter.

Oppgaven vi valgte, «bilderammen», ble valgt på bakgrunn av egenskapene som en rik oppgave. Utdanningsdirektoratet (2015, s. 2) sitt første punkt er at oppgaven handler om viktige ideer og løsningsstrategier. Dette kravet oppfylles gjennom oppgavens muligheter for å kunne løses på flere ulike måter og presenterer viktige ideer om at flere løsningsmetoder kan generere samme svar, noe som kan rette opp i misoppfatninger til elever som tror at en oppgave kun har ett rett svar (Schoenfeld, 1992, s. 359). Neste punkt på listen for rike oppgaver er at den skal være lett å forstå slik at alle kan komme i gang med oppgaven, omtalt som lav inngangsterskel. Dette kravet oppfylles av at alle elever kan arbeide med oppgaven på ulike nivå da de aller svakeste elevene kan bruke addisjon for å legge sammen antall sider som løsningsstrategi. Oppgaven oppleves videre som en utfordring for elever som forsøker å finne vanskeligere og mer elegante løsninger gjennom overgangen fra aritmetikk til algebra, dette kan være anstrengende, men det tillates å ta tid. Videre kan oppgaven løses på flere ulike måter som vist i tabellen nedenfor (side 37) og kan representeres på flere måter med ulike strategier. Oppgaven legger til rette for å skape faglige diskusjoner som viser de ulike strategiene elevene benytter. Dette gir flere representasjoner og ideer for løsninger. Avslutningsvis er oppgaven en brobygger mellom aritmetikk og algebra, noe som gjør at elevene kan se sammenheng mellom ulike faglige områder og som læreren kan bruke for å lede til nye interessante problemer som «*hva hvis ...?*» og «*hvorfor er det sånn*?». Oppgaven oppfyller derfor kravene til å kunne omtales som en *rik oppgave*. Den viktigste begrunnelsen for vårt valg av oppgaven er at alle elevene har mulighet til å arbeide med oppgaven, noe som gjør at elevene vil kunne oppleve utfordring og mestring på ulike nivåer. I neste trinn vil elevene kunne snakke om viktige ideer og strategier når de samarbeider i grupper eller i plenum i klasserommet. Oppgaven kan brukes i en felles kunnskapsdeling i klasserommet gjennom strategidelinger og diskusjoner om hvordan oppgaven kunne vært løst om en eksempelvis endrer på antall ruter. Oppgaven oppfyller imidlertid noen krav dårligere, som blant annet at elever kan bli stående fast i løsningsprosessen uten å kunne finne andre løsninger dersom de ikke forstår selve problemet med oppgaven. Da vil ikke elevene kunne finne ulike strategier og dersom oppgaven oppleves for utfordrende kan den ha en negativ effekt på motivasjonen for å arbeide med slike typer oppgaver. Det siste kravet om at læreren kan formulere nye interessante problemer vil kunne være varierende ut ifra kompetansen og tiden læreren har og i hvilken grad en tar den matematiske diskusjonen felles i klasserommet.

Figuren som blir brukt i oppgaven er følgende:

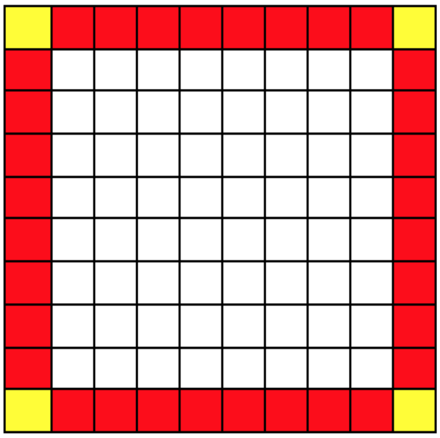


Figur 2: Oppgaven Bilderamma

Oppgaven tar som nevnt utgangspunkt i at elevene skal finne antall ruter som er markert gul, dette gjør at elevene må forstå problemet med oppgaven. Problemet i oppgaven er at hvis en legger sammen alle sidene, uten å trekke fra antall hjørner, så vil elevene komme frem til feil svar. Oppgaven var utformet slik at neste steg i oppgaven er å spørre elevene hva de ville gjort dersom hver side var seks ruter, denne gangen får de ingen ny figur, men har den samme foran seg. Dette gjør at elevene må bruke andre metoder for å finne riktig svar. Hvis de har forstått problemet, vil de kunne bytte ut variabelen som her blir antall ruter på en side. Neste steg i oppgaven er å finne antall ruter i et vilkårlig kvadrat. Dette gjør at elevene som har forstått problemet, har blitt bevisst på hvilke tall som varierer og klarer å generalisere dette til et uttrykk for antall ruter i bilderammen i et vilkårlig stort kvadrat.

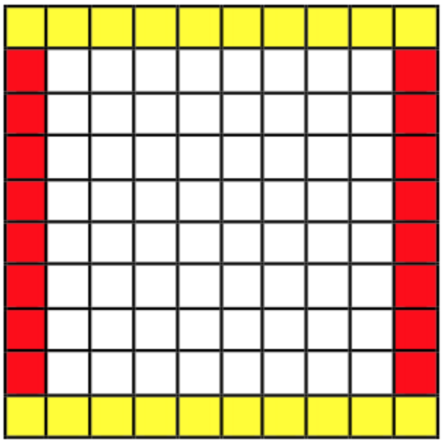
Elevene velger selv hvordan de vil gå frem for å finne en formel. Vi fant på forhånd følgende 6 løsninger på denne oppgaven:

Den første løsningen 10*4-4 er å legge sammen alle sidene, men trekke fra hjørnene til slutt for å ikke telle de to ganger.



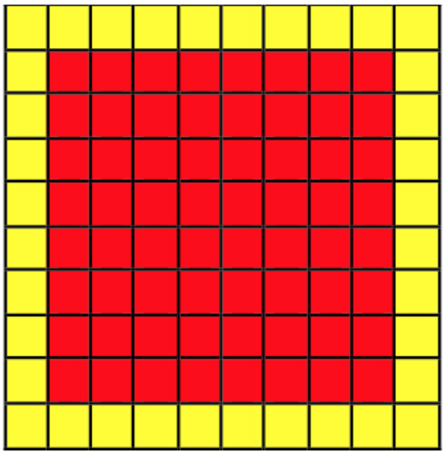
*Figur 3: Illustrasjon av løsningene 10*4-4 og 8*4+4*

Neste løsning er å telle to fullstendige sider, samt legge til de to sidene hvor vi allerede har talt hjørnene.



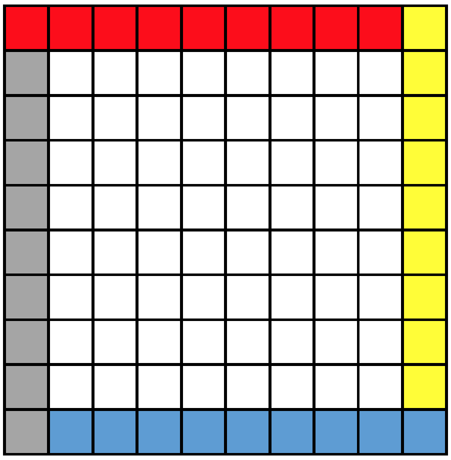
*Figur 4: Illustrasjon av løsningen 10*2 + 8*2*

Den tredje løsningen vi fant var arealet av bilderammen minus arealet av kvadratet inni bilderamma, noe som gjør at en står igjen med bare antall ruter i bilderammen.



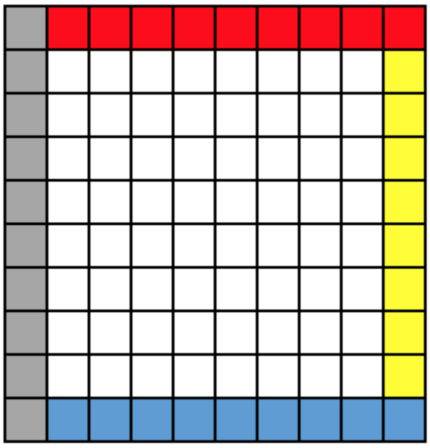
*Figur 5: Illustrasjon av løsningen 10*10 - 8*8*

Fjerde løsning kommer når en tar en side minus ett hjørne og ganger med fire. Femte løsning er å ta en side uten hjørner, gange med fire og legge til fire hjørner.



*Figur 6: Illustrasjon av løsningen 9*4*

Avslutningsvis blir den sjette løsningen å legge sammen en fullstendig side med to hjørner, to sider med ett hjørne og til slutt en side uten hjørne.



Figur 7: Illustrasjon av løsningen 10+9+9+8

Kvadrat 10*10	**Kvadrat 6*6**	**Kvadrat s*s**
10*4-4	4*6-4	4*s-4
8*4+4	4*4+4	4*(s-2)+4
10+10+8+8	6+6+4+4	s+s+(s-2)+(s-2)
10*10-8*8	6*6-4*4	(s*s)-((s-2)*(s-2))
9*4	5*4	4*(s-1)
10+9+9+8	6+5+5+4	s+(s-1)+(s-1)+(s-2)

3.6 Tematisk analyse

3.6.1 Transkripsjon

I transkripsjonen fikk elevene fiktive navn for å ikke kunne bli identifisert i ettertid. Fokuset i vårt forskningsspørsmål er hvordan elevene arbeider med problemløsning individuelt og i grupper. Det vil derfor være hensiktsmessig å bruke tid på analyse av dataene vi fant for å kunne si noe om hvilke oppdagelser vi gjorde blant elevenes arbeidsmåter på detaljnivå. Det ble viktig for oss som forskere å koordinere hvordan transkriberingen skulle foregå for å få en best mulig analyse. Vår løsning ble at vi samarbeidet og koordinerte transkripsjonen i starten slik at vi var samstemte om hvordan dette skulle gjøres. Videre ble det viktig å markere alle pauser, utsagn og ord på den måten som fremstilte virkeligheten på mest mulig korrekt måte.

Transkripsjonen var av to lydopptak og oppgavebaserte intervju, der særlig lydopptakene ble krevende fordi elevene avbrøt hverandre, kom med små innspill og kommentarer samt stoppet midt i setninger. Lydopptak er vanlig å benytte når det gjelder intervjuer og ble valgt for vår del på grunn av fordelene ved å kunne gå tilbake og høre gjennom hva elevene sa for å få med det viktige som skjedde i denne sekvensen (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 205). Gjennom transkripsjonen fikk vi tilgang til hvordan de ulike eleven bidro i arbeidet med oppgaven. Transkripsjonen ga oss nye oppdagelser om hvordan de ulike rollene og dynamikken innad i gruppen fortonet seg. Fordelene ved valg av lydopptak er å supplere med de åpenbare begrensninger som mennesket har i hukommelse, erindring og empati. Nøyaktige språklige formuleringer blir fort glemt, og selv gjennom notater vil man kunne miste mange viktige momenter fordi en kan risikere at intervjuets frie flyt stopper opp hvis intervjueren sitter og noterer for lenge. Dette er et dilemma man i stor grad kan begrense eller unngå ved å systematisk bruke lydopptaker og notere viktige nøkkelobservasjoner underveis (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 206). Vi gjennomførte intervjutranskripsjonen kort tid etter datainnsamlingen, noe som gjorde at vår hukommelse om de sosiale og emosjonelle aspektene i intervjusituasjonen allerede ble påbegynt på et tidlig stadium (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 207).

3.6.2 Metode for analyse

Tematisk analyse er en metode for å identifisere, analysere og rapportere mønstre som finnes i data som forskeren samler inn. Det er vanskelig å evaluere, sammenligne og syntetisere dataen med annen forskning hvis man ikke vet hvordan forskerne analyserer data og hvilke antakelser som påvirker deres analyse (Braun & Clarke, 2006, s. 80). Seniorforeleser Satu Elo og professor Helvi Kyngäs (2008) ved Universitetet i Oulu, Finland, beskriver induktiv innholdsanalyse som en analyse der prosessen med å organisere de kvalitative dataene inkluderer åpen koding, oppretting av kategorier og abstraksjon. Åpen koding innebærer at notater og overskrifter blir skrevet i teksten mens man leser den. Deretter leser man det skrevne materialet igjen, og så mange overskrifter som nødvendig blir skrevet ned for å beskrive alle aspekter ved innholdet (Elo & Kyngäs, 2008, s. 109). Den kvalitative analysen er en meget krevende øvelse ifølge Tjora (2010, s. 165), noe som begrunnes gjennom at en helst kan forvente utvikling av teoretiske nivå for en erfaren forsker eller gode forskerteam. Gjennom mastergradsoppgaver kan stegvis deduktiv induktiv metode hjelpe relativt ferske forskere fremover i arbeidet med datagenerering og analyse med mål om en form for konseptualisering. Kvalitativ forskning kan ses på som et håndverk hvor det intellektuelle håndlaget med datagenerering og analyse utvikles gjennom arbeid over tid (Tjora, 2010, s. 165).

Elo og Kyngäs (2008, s. 109-111) skriver videre at man i deduktiv innholdsanalyse utvikler en kategoriseringsmatrise og koder dataene i henhold til disse kategoriene. En slik innholdsanalyse er ofte brukt dersom forskeren ønsker å teste eksisterende data i en ny kontekst. Kategoriseringsmatrisene er generelt basert på tidligere arbeid som teorier, modeller, tankekart og litteraturgjennomganger, og kan deles inn i «structured» eller «unconstrained» matriser (Elo & Kyngäs, 2008, s. 109-111). Dette velger vi å oversette til «strukturerte» og «ubegrensede» matriser.

Gjennom bruk av ubegrensede matriser, blir ulike kategorier dannet innenfor sine rammer, ved å følge prinsippene for induktiv innholdsanalyse. Hvis en bruker strukturerte matriser, er det kun aspektene som passer matrisene for analysen som velges ut fra dataene. Når en bruker sistnevnte matriser, kan man enten velge ut kun aspekter av dataene som passer til kategoriseringsrammene, eller kun de som ikke gjør det (Elo & Kyngäs, 2008, s. 111-112).

Vår innholdsanalyse kan sees på som induktiv, da kategoriene for koding ble bestemt underveis i kodingen av transkripsjonene. dette er en god måte å arbeide på fordi en får detaljerte kunnskaper om hvordan de ulike elevene og gruppene arbeidet med problemløsingen. En slik arbeidsmåte kan også gjøre at en oppdager nye måter elevene arbeider på, som kan danne nye kategorier og funn innenfor problemløsing individuelt og i grupper. Vi hørte først gjennom lydopptakene noen ganger, for så å transkribere de. Neste steget var å kode datamaterialet, noe som foregikk gjennom at vi leste teksten og noterte underveis hvilke resonnementer, løsninger, og etter hvert elevroller som viste seg gjennom arbeidet med oppgavene. Vi hadde altså ikke noen matrise på forhånd, og kategoriene ble til underveis. På den annen side kan man se på dette som en deduktiv innholdsanalyse med ubegrensede matriser, da vi hadde kjentskap til tidligere forskning på området, og vi etter hvert oppdaget at kategoriene våre stemte overens med tidligere forskning. Av denne grunnen valgte vi også å videreføre kategorier fra tidligere forskning på resonnement og problemløsingsstrategier, samt elevroller i gruppearbeid. Denne måten å gå frem og tilbake på i den stegvise deduktiv induktive metoden mener Tjora (2010, s. 156) er helt normalt i en forskningsprosess, der stegene ikke må følges lineært.

Analysene våre vil bli farget av våre erfaringer og opplevelser eller subjektive, individuelle teorier som vi bringer med oss inn i forskningsprosessen (Postholm, 2010, s. 86). Vår måte å gjøre oss kjent med datamaterialet på var å høre gjennom lydopptakene på en mest mulig nøytral måte slik at ikke våre tanker og forutinntatte meninger om hva vi skulle forske på farget det vi egentlig fant ut. Vår transkribering av lydopptakene ble gjennomgått flere ganger for å sikre at vi fikk notert ned det vi hadde funnet. Det dukket opp flere funn som gjorde at vi måtte lage egne koder for hva elevene sa slik at vi i neste steg kunne kategorisere disse. Vi observerte elevene når vi gjennomførte datainnsamlingen, men ved gjennomgang av transkriberingen fikk vi nye synspunkter og noterte ned det som var viktige ideer og poenger til videre analyse. Denne delen av analysen handler om det Postholm (2010, s. 88) kaller åpen koding og kjennetegnes som en del av prosessen hvor forskeren setter navn på og kategoriserer fenomener gjennom intens og nøye gjennomgang. Det var her vi fikk delt opp i flere hovedkategorier hva som kjennetegnet et resonnement eller elevposisjon i gruppearbeid (Postholm, 2010, s. 88). Tjora (2010, s. 160) snakker om at det er her forskeren må utelate et antall koder som ikke er relevante for forskningsspørsmålet, men at antallet utelatte koder vil variere fra omfang på informanter og ressurser i studien.

Neste steg i analyseprosessen var å systematisere de dataene vi hadde kodet. Nå var det dannet koder som kunne kategorisere hvilke data vi hadde funnet. Tjora (2010, s. 161) argumenterer for at det er i denne stadiet den teoretiske delen tar større styring og skillet mellom god og «ikke fullt så god» kvalitativ forskning oppstår, fordi det er i utviklingen av konsepter at potensialet både i godt empirisk arbeid og god teoretisk innsikt tas ut av datamaterialet. Kategoriene ble viktig slik at vi så hva som passet inn under vårt forskningsspørsmål. Dette steget gjorde at vi hadde flere interessante kategorier bestående av funn vi samlet inn og disse ble viktige i det videre analysearbeidet. Vi måtte videre se på de ulike kategoriene og revurdere om det var noen som passet sammen under en felles kategori, deretter måtte vi definere og navngi de ulike temaene. Det er flere måter å gjennomføre slike analyser på, enten kan det gjøres linjer for linje, paragraf for paragraf eller av hele dokumenter. Vår del av analyse ble først å ta en del av en situasjon for å analysere hva den handlet om. Senere analyserte vi de ulike situasjonene mer nøyaktig slik at vi så hva det var de faktisk gjorde eller sa (Postholm, 2010, s. 89). I denne prosessen ble det brukt god tid på å bli mest mulig sikre på hva vi hadde oppdaget i hver kategori og som videre kunne danne grunnlag for diskusjon og resultat.

3.7 Relabilitet og Validitet

Kvaliteten til en studie betegnes ofte ut ifra de tre kriteriene reliabilitet, validitet og generaliserbarhet. Innenfor den kvalitative forskningen har blant annet Thagaard (1998) snakket om norske begreper på de samme kriteriene, troverdighet, bekreftbarhet og overførbarhet (Thagaard, 1998, s. 169). Tjora (2010, s. 180) mener innføringen av overførbarhet som et annet begrep for generalisering er uheldig fordi generalisering er en kvalitetsindikator i forskning og at begrepet overførbarhet har en innsnevring på hva slags form for generalisering en kan ha i kvalitativ forskning.

Det er i hovedsak viktig å diskutere reliabiliteten og validiteten til en studie for å drøfte i hvor stor grad studien kan si noe om et bestemt fenomen eller forskningsspørsmål. Videre kan man gjennom reliabilitet og validitet si noe om hvor generaliserbart funnene er. Reliabiliteten handler om hvor pålitelig empirien er, og om uavhengige målinger og observasjoner av et likt og samme fenomen vil gi like resultater (Postholm, 2010, s. 169). Tjora (2010, s. 188) omtaler refleksivitet som en form for refleksjon over hvordan tolkningen av data fremkommer. Vi må gjøre en tolkning av egen tolkning ettersom det er en visshet i at empiriske data ikke kan være en enkel speiling av virkeligheten. For å gjøre forskningen refleksiv må en undersøke tolkninger og hva som påvirker den.

Et av de viktigste kravene i fremstilling av forskning er muligheten leseren har for å få et mest mulig realistisk innsyn i forskningen, noe Tjora (2010, s. 188) omtaler som transparens, eller gjennomsiktighet. Gjennomsiktighet baserer seg blant annet på hvordan en undersøkelse er gjort, hvilke valg som er tatt på hvilke tidspunkt, hvilke problemer som har oppstått og hvilken teori som er benyttet i studien (Tjora, 2010, s. 188)

Selv om forskeren er bevisst i sine valg og beskrivelser, kan det være problematisk ettersom forskeren er i møte med informanter og må være fleksible. Det er videre problematisk å reprodusere et intervju på lik linje som andre funn kan reproduseres siden informanten kan ha glemt hva som ble sagt forrige gang, eller at man har tilegnet seg ny innsikt i anledning forrige intervju eller i mellomtiden og derfor kan pålitelighet være et bedre begrep på dette (Postholm, 2010, s. 169). Dette er viktig å hensynta i vår studie, da vi baserer data på blant annet intervju og samtaler. Elevene har ulike strategier, noe som gjør det vanskelig å reprodusere en identisk datainnsamling. Resultatene vil også variere ut fra hvilken elevgruppe som fungerer som deltakere, da ulike skoler, klasser og elever kan ha ulik bakgrunn for å løse denne typen oppgaver. En faktor som kan påvirke dette er hvor mye elevene har jobbet med problemløsingsoppgaver tidligere.

3.7.1 Reliabilitet

Reliabilitet kan forstås som en indikator på hvor pålitelig en studie er og om gjentatte målinger med samme måleinstrument ville gitt samme resultat (Ringdal, 2013, s. 96).
Det er problematisk å foreta en kvalitativ studie slik vi gjorde med å samle inn data som senere skal kunne måles på samme måte, og det var noe av denne kompleksiteten vi møtte på når vi skulle samle inn data. Cohen et al. (2011, s. 148) argumenterer for at reliabilitet i kvalitativ forskning kan omtales som kredibilitet, nøytralitet, bekreftbarhet eller troverdighet. Dette understøttes av Tjora (2010, s. 179) som omtaler reliabilitet som troverdighet eller bekreftbarhet ettersom forskeren må redegjøre for den betydningen det kan ha at forskeren er sitt eget forskningsinstrument, blant annet gjennom refleksjon over konteksten av datainnsamlingen. Kvalitativ forskning handler altså om at forskeren redegjør for forskningssituasjonen og relasjonen til informanten. Konsistens er derfor ikke et relevant krav i kvalitativ forskning. Kvalitativ forskning arbeider likevel for å kunne rekonstruere forskning, men dette foreslår Le Compte og Preissle (1993, s. 334) må inneholde mer detaljerte beskrivelser av statusen til forskeren, valg av informanter, sosiale forhold, analytiske premisser og metoder for datainnsamling og analyse.

Våre valg ble derfor basert på at elevene som skulle løse oppgaven nødvendigvis ikke måtte ha løst samme oppgave tidligere. Som forskere var det nødvendig å tenke gjennom hvordan vi fremsto og hvordan vi ordla oss for å ikke påvirke elevene i den ene eller andre retningen. Når vi er opptatt av å få innblikk i hvordan de resonnerer må vi være påpasselig med å ikke dele strategier eller komme med hint som hjelper de med det som er interessante funn for studien.

Det er viktig i kvalitative studier at forskeren får mest mulig autentiske svar og tolkninger av funnene. Reliabilitet i denne studien mener er styrket gjennom bruk av lydopptaker på gruppene, istedenfor å bare observere. Dette gjør at våre oppfatninger og tanker kan suppleres med opptak av det elevene sier slik at en får eventuelle bekreftelser eller avkreftelser på det vi observerte. Det er viktig at en forsøker å ha en så gjennomsiktig og nøytral beskrivelse av innsamling og tolkning, slik at resultatene kan være så pålitelige som mulig. Krumsvik (2014, s. 20) sier at lydopptak gir den kvalitative forsker gode innganger til å kunne analysere hva som egentlig skjedde og øker dermed transparensen i den kvalitative forskningen slik at andre forskere kan få bedre innsikt i datamaterialet og kritisk vurdere analysen. Det er imidlertid en liten gruppe informanter og vi har derfor begrenset grunnlag for eventuelle generaliseringer ut over denne elevgruppen. Vi mener at våre valg er med å styrke reliabiliteten i den grad det er hensiktsmessig innenfor omfanget av studiet. Intervjuene ble organisert gjennom et oppgavebasert intervju som ble gjennomført med bakgrunn i en intervjuguide, dette gjorde vi for å sikre at alle elevene ble behandlet og intervjuet på en mest mulig lik måte. Det var og vil være forskjeller fra de ulike elevene, men slike intervjuguider kan fungere som retningsveileder og sørge for at samtalene holder seg innenfor tematikken (Postholm, 2010, s. 164-165).

Vår forklaring av hvilken type skole undersøkelsen er gjennomført på, og at elevene tidligere har kjennskap til studenter bidrar til videre repliserbarhet. Vi gir også informasjon om klassetrinn, type oppgave og omtrent alder på elevene slik at andre forskere kan få en teoretisk mulighet til å replisere vår studie. I oppgaven blir også analysemetode presentert og diskutert slik at vår analyse av data blir mest mulig transparent.

3.7.2 Validitet

Validitet eller gyldigheten til en studie handler i hovedsak om instrumentet undersøker det formålet det har til hensikt å undersøke. I senere forskning viser validiteten til en studie seg i ærligheten, dybden, informantene som er brukt og objektiviteten til forskeren (Cohen et al., 2011, s. 133). I kvalitativ forskning vil validiteten i informantenes meninger, påstander og holdninger samlet sett inneholde en mengde bias. Det vil derfor være hensiktsmessig å se på validiteten som en grad av en helhet istedenfor en statisk størrelse (Cohen et al., 2011, s. 133).

Validiteten til en studie avhenger først og fremst av å være åpne om hvordan vi forskningen praktiseres, ved å redegjøre for de valgene en tar og ved å være sensitive for faktorer som er særlig vesentlig innenfor tematikken (Tjora, 2010, s. 179). En av faktorene kan være om fortolkningen vi gjør av data sett opp mot teori er logisk. Videre vil det være viktig at vi forklarer prosessen i studien slik at andre som leser kan følge resonnementene og slutningene i tråd med teorien. Hammersley (1992, s. 50-51) foreslår at sikkerhet i kvalitativ forskning kan byttes ut med tillit til våre funn og at påstandene til forskeren kun vil være representasjoner av virkeligheten i stedet for reproduksjoner av den. Det vil være viktig at vi gjennom studien bruker god tid på analysen av de funnene vi har gjort, og mener derfor at observasjon supplert med lydopptak er med å styrke dette (Thagaard, 1998, s. 90). På enkeltelevene gjennomførte vi oppgavebasert intervju supplert med egne notater slik at vi i ettertid kan se på hva de ulike elevene sa og analysere informasjonen. I følge Höijer (1990, s. 15-20) er ukontrollert subjektivitet en trussel mot validitet, reliabilitet og generalisering i fenomenologisk forskning. Dette er noe vi fikk erfare under datainnsamlingen i gruppe 1, hvor våre observasjoner av Ida ikke stemte med våre tolkninger av lydopptaket. Vi drøfter dette i analysedelen, men det viser viktigheten av at subjektive tanker i observasjon ikke nødvendigvis trenger å stemme overens med realiteten og dette kunne svekket vår reliabilitet om vi ikke hadde brukt lydopptakere. Det var også viktig for vår del å være klar over at vår tilstedeværelse kunne spille inn på elevenes atferd (Postholm, 2010, s. 171). Cohen et al. (2011, s. 135-136) snakker om flere typer validitet hvor han deler begrepet inn i ulike områder av validitetsbegrepet. Når en snakker om kvalitative studier, er det ofte et spørsmål om tillit til studiet (Hammersley, 1992, s. 50-51).

Våre valg av informanter kan være et av valgene som spiller inn på tilliten til studiet. Vi valgte en skole som har samarbeid med lærerutdanningen og eleven er derfor vant til å omgås studenter som har praksis eller prosjekter. Dette mener vi kan være en fordel for studien, siden elevene ikke blir satt i en situasjon hvor de ikke har vært før, og kan derfor være mer trygge underveis i datainnsamlingen. Videre er det en svakhet at vi ikke utførte studien på et større antall informanter, men dette begrunnes i tilgjengelige ressurser i form av tid og omfang. Vår observasjon ble gjort på den måten vi følte var mest mulig nøytral for å ikke påvirke elevene, men vår tilstedeværelse kan ha innvirkning på datainnsamlingen og det må derfor vurderes om andre forskere ville hatt annet utfall. Vi tolket tidligere forskning om like situasjoner, og drøftet med veileder for å avdekke om tolkningene kunne være farget av våre synspunkter og ideer. Dette kan være en svakhet, men også styrke for vår validitet gjennom at vi drøftet våre tolkninger med en tredjepart. Vårt valg om bruk av lydopptak gjør at tilliten til de funnene vi fant blir styrket fordi det er tilgang på data gjennom analysen og vi er derfor ikke prisgitt hukommelse og skriftlige notater gjort underveis i datainnsamlingen (Thagaard, 1998, s. 90).

3.8 Etikk

Som forskere er man avhengig av at informantene slipper oss inn i deres felt, det er derfor viktig at adekvat forskning og etiske prinsipper går hånd i hånd i forskningsforløpet. Et forskningsforløp starter i forberedelsesfasen og fortsetter til forskningsrapporten foreligger som ferdig tekst (Postholm, 2010, s. 142). Begrepet *forskningsetikk* viser til et mangfold av verdier, normer og institusjonelle ordninger som bidrar til å konstituere og regulere vitenskapelig virksomhet. Forskning menes som arbeidet til studenter og stipendiater på alle nivå, og det er derfor viktig med opplæring i forskningsetikk (NESH, 2006, s. 5).

Formålet med forskningsetiske retningslinjer er å gi forskeren og forskersamfunnet kunnskap om anerkjente forskningsetiske normer. Retningslinjene er rådgivende og veiledende. Disse retningslinjene skal bidra til å utvikle forskningsetisk skjønn og refleksjon, avklare etiske dilemmaer og fremme god vitenskapelig praksis samtidig bidra til å forebygge vitenskapelig uredelighet. Det er et viktig etisk prinsipp at tilstrekkelig informasjon om forskningsprosessen foreligger før forskningsprosessen starter. Den nasjonale forskningsetiske komite for samfunnsvitenskap og humaniora (NESH) har utarbeidet retningslinjer som blant annet sier at forskningens forpliktelse overfor dem som deltar i forskningen skal være fritt og informert samtykke (NESH, 2006, s. 6). Vi som forskere måtte tenke over etiske spørsmål på forhånd før vi søkte om adgang til feltet.

Gjennom studiet søker vi å besvare eller utforske vårt forskningsspørsmål og i arbeid med dette må en gjøre mange valg. Det er likevel viktig at man ikke gjør valg som ikke er etisk forsvarlig, og særlig har vi gjennom vår kvalitative studie hvor vi møter mennesker vært opptatt av å forholde oss til de etiske retningslinjene slik at ingen skal oppleve dette ubehagelig eller som støtende. Starten på en slik etisk forsvarlig studie var å søke til NSD om godkjenning for å foreta intervjuer og observasjoner av elevene. NSD søknaden legger til rette for hvilke etiske retningslinjer en må ta hensyn til. Videre var det viktig å ta kontakt med læreren på den skolen vi skulle samle inn data fra. Vi lagde et informasjonsskriv som ble sendt ut til de foresatte fordi alderen på informantene var så lav at de står som foresatte og derfor må samtykke (Postholm, 2010, s. 153). Vi poengterte at dette ble konfidensiell informasjon som ikke skulle offentliggjøres, samt at elevene fikk fiktive navn og kunne trekke seg ved enhver anledning uten spørsmål. Tjora (2010, s. 33) poengterer at det likevel vil kunne være vanskelig for informanten å trekke seg når møtet med forskeren har skjedd, dette fordi en kan vegre seg for å «svikte». På bakgrunn av de forskningsetiske retningslinjene vi nevner over, må det understrekes at forskningsetikk også er konkrete avveininger som forskeren selv fortløpende må gjøre (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 42).

Vi startet intervjuet med å informere elevene om at det var fritt samtykke og at muligheten til å trekke seg alltid var åpen. Videre informerte vi om at det som ble sagt under intervjuet skulle brukes til forskningen vår og ble anonymisert. Ifølge Tjora (2010, s. 143) kan det være vanskelig å sikre anonymitet for studiet fordi det vil være studier der små caser er områder for forskning og at individene kunne blitt gjenkjent på sitater eller beskrivelser. Likevel vil det være viktig at vi har gjort det vi kan for å sikre anonymitet og har derfor ikke detaljerte skildringer og virkelige navn på personer ut over det som er relevant for studien (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 46).

Vår studie var frivillig for elevene, og samtykket til å delta var dermed fritt og informert både til skolen, lærere, elever og foresatte. Det var viktig for vår del at studien ble gjennomført i trygge omgivelser for elevene og vi valgte derfor å gjennomføre datainnsamlingen på skolens område hvor elevene kunne kjenne seg trygge (Tjora, 2010, s. 104). Det kan tenkes at en situasjon med lydopptak kan føles ut som at en er inntrenger på personens territorium, men dette var ikke noe vi erfarte i vår studie (Tjora, 2010, s. 61).

3.9 Metodekritikk

Valgene som er foretatt i vår studie er valg som er tatt av oss som forskere for å bidra til transparens i studiet (Tjora, 2010, s. 188). Viktigheten av at de som leser vår studie får tilgang til de dataene vi analyserte oss frem til og muligheten til å se hvilke valg og veier vi fulgte underveis vil kunne bidra til å øke transparensen. Ovenfor redegjorde vi for hvordan forskere har ulike syn på hvor mange informanter som er hensiktsmessig å bruke, og at vanskeligheter med mange informanter i studier med knappe ressurser på tid og økonomi vil kunne gjøre at vår studie er preget av dette. Informantene vi samlet data fra i denne studien var elever ved en universitetsskole hvor vi hadde kjennskap til ledelsen og skolen generelt på forhånd, men ikke elevene og vi tror derfor ikke våre data er blitt påvirket av vårt eventuelle kjennskap til elevene. Videre tror vi samtidig at vår tilstedeværelse kan ha vært med å påvirke elevene i en eller annen retning, selv om vi forsøkte å minimere faktorer som kunne bidra til å forsterke den unaturlige settingen og var bevisste på vår tilstedeværelse og væremåte.
Utvelgelse av elever som deltok i studien ble gjort av faglærer uten spesielle kriterier for hvilket faglig nivå de var på. Elevene som var i grupper ble plassert på et grupperom like ved, med en lydopptaker på pulten. Elevene som arbeidet individuelt satt på et grupperom sammen med intervjuer og dette kan ha skapt en unaturlig setting hvor intervjuers tilstedeværelse kan ha påvirket hvordan elevene opptrådte. Dersom elevene hadde blitt undervist i algebra i forkant, kan det tenkes at utfallet av studien hadde vært annerledes. Det kan også tenkes at en annen forsker med en annen teoribakgrunn kunne oppdaget nye funn. Dette tatt i betraktning, og at læreren valgte ut elevene, kan ha påvirket informasjonen til vår datainnsamling.

Gjennom en stegvis deduktiv induktiv analysemetode dukker det opp flere funn som kan ses opp mot teorier ettersom forskeren jobber frem og tilbake mellom de ulike stegene. Dette kan gjøre at vårt ønske om å se på elevers resonneringsprosess individuelt og i små grupper har gjort at vi måtte ta valg som var aktuelle i forhold til vårt forskningsspørsmål. Vår studie hadde ikke mål om generaliserende funn for elevers resonnement, men resonneringsprosessene som fant sted, kunne reelt sett også ha funnet sted på en annen skole, blant andre elever og på den måten være interessant for andre som arbeider i skolen som har fokus på elevers resonneringsprosess i problemløsing. Antall informanter ble drøftet tidligere (kap 3.4.2) og kan også ha påvirket hvilken informasjon som ble generert gjennom datainnsamlingen.

4 Funn

Analyse av data er en prosess hvor forskeren får mening ut av sine data. Vi har samlet inn en rekke data gjennom lydopptak, observasjon og oppgavebaserte intervjuer. Denne prosessen handlet i hovedsak om å få systematisert, kodet og kategorisert de funnene vi fant. Gjennom observasjon hadde vi notert noe i vår egen observasjonsbok, men oppdaget raskt at lydopptakene var hensiktsmessig for å få et mer nyansert bilde, og at det ikke alltid er de observasjonene en gjør som reflekterer virkeligheten på en fullstendig måte. Analysen var en prosess som ble gjort i flere steg og ble gjennomført ved å gå frem og tilbake mellom de ulike dataene. Vi fikk nye synspunkter og funn etter hvert som vi fordypet oss i materialet.

I dette kapitlet vil vi presentere hvordan de ulike gruppene og elevene som jobbet individuelt valgte å løse oppgaven, og hva vi sitter igjen med av funn fra de innsamlingen. Elevene ble, som nevnt over, presentert for oppgaven, med en lydopptaker liggende på bordet som tok opp det de snakket om. Det var tre elever som jobbet individuelt og to vilkårlige grupper som læreren hadde plukket ut på forhånd, og hvordan de valgte å løse oppgaven følger under. Vi velger å beskrive funnene gjort generelt innenfor henholdsvis gruppearbeid og arbeid gjennom oppgavebaserte intervju, for å tydeligere se tendenser for arbeidsmetoden i stedet for tendenser innad i en spesifikk gruppe eller hos enkeltindivider.

4.1 Løsning av oppgaver gjennom samarbeid

Det første gruppene gjorde i prosessen med å løse problemløsingsoppgaven var å forsøke å forstå problemet. Gruppe 2 viste at de hadde forstått problemet med å presentere den korrekte løsningen 8*4+4 umiddelbart. Tord fulgte opp med å forklare at de videre kunne ta alle sidene, og Lise svarte med å si at de måtte trekke fra hjørnene og dermed sto igjen med åtte ruter på hver side. Eva bekreftet at hun var med i resonnementet, og Lise bekreftet løsningen og var klar på at de måtte finne flere løsninger. Gruppe 1 gjorde seg forstått med problemet gjennom å spørre oss om det som var uklart. De spurte blant annet om de kunne telle en side, og om de skulle finne det som var «inni», altså de hvite rutene. Mens resten av gruppen stilte spørsmål, presenterte Ole løsningen 10*4. Deretter spurte Ole de andre på gruppen hva de tenkte, før han rettet på seg selv og presenterte løsningen 10*2+8*2. Vi kan se her at elevene på begge gruppene kom med forslag basert på sine umiddelbare tanker. Dette gjorde at de andre på gruppen kunne følge ideen og bygge videre på den, eller gi signaler på om de fulgte resonnementet eller ikke.

En tendens vi observerte i begge gruppene var at elevene ikke var redde for å komme med forslag, men at de ofte ufarliggjorde det gjennom utsagn som «nei, vent» etter de hadde presentert ideen. Gjennom å gjøre det slik la de til rette for at de andre på gruppen kunne bidra til å bygge videre på ideen eller resonnementet. Et eksempel på dette er følgende dialog på gruppe 2:

Eva: Eh ... 9 gange 4? ... nei vent litt du kan gjøre sånn
Lise: JO 9 gange ...
Eva: Du kan gjøre sånn ... sånn [peker på 9 ruter av gangen altså 9 * 4]
Lise: 9 ganger 4
Tord: Ja det blir riktig

Her kan vi se hvordan Eva presenterer ideen, etterfulgt av «nei vent litt» for å ufarliggjøre utsagnet, hvorpå Lise bekrefter at hun er enig i ideen. Videre fortsetter Eva på sin egen ide, og peker for å forklare medelevene. Nok en gang bekrefter Lise ideen, etterfulgt av Tord som også bekrefter ideen, samt at han viser at hun følger resonnementet.

Det neste vi erfarte var at gruppene fant det særlig utfordrende å gjøre de aritmetiske uttrykkene om til algebraiske uttrykk. De virket usikre på anvendelsen av ukjente og betydningen av x, samt at de var usikre på når man bruker 2x og når man bruker x^2. Vi valgte da å stille dem spørsmål rundt deres tanker, for å bevisstgjøre dem på sine egne tanker. Elevene var klare over at det var like mange ruter på hver side, og at det var en side som kunne kalles x. Elevene på gruppe 1 kom raskt med to algebraiske uttrykk for hvor mange gule ruter det var. Det første forslaget kom fra Ola, og var (x-2)*4. Ida bygde videre på denne med å legge til +4, altså alle hjørnene. Det andre uttrykket kom av at Ola ønsket å forenkle det første uttrykket.

Ola: Nei da e det ikke vits å gjøre det der ... x-1*4 også må x-1 stå i parentes ... må det ikke? ... jo det må det ... Sku vi skrive ned? ... Man kan ta x*4-4 også kan man ta (x-2).

F: Forklar hvorfor du tar x*4-4

Ola: Fordi du tar side ... og da tar man de siden minus fire ... som e hjørnan ... også kan man ta ehm: x som er 8 ... som er 10-2, så det blir x minus 2 i parentes gange fire pluss fire ... Så da blir det (x-1)*4

«F» står her for «forsker», og er uttalelser fra en av oss.

Ola mente altså her at den første løsningen var unødvendig komplisert, og mente det ville være mer fornuftig å formulere et enklere uttrykk.

Gruppe 2 hadde også en løsning umiddelbart i denne delen av oppgaven. Denne løsningen var det Lise som kom med, hvor hun først presenterte løsningen x*4 før hun rettet på seg selv og presenterte det korrekte uttrykket (x-1)*4. Kort tid etter kommer neste løsning, x*4-4, også denne presentert av Lise. Eva bekrefter denne løsningen, og sier hun også tror det er den riktige løsningen. Tord sier da at det egentlig er det samme som den første. Dette tyder på at Tord har fulgt de andres ideer og resonnementer og greier å se et mønster eller en sammenheng i dette.

Etter å ha kommet med de umiddelbare ideene og løsningene stoppet det litt opp for begge gruppene. Gruppe 2 begynte å prate om diverse temaer irrelevante for oppgaveløsingen en liten stund, men felles for begge gruppene er at de kom med ideer til uttrykk som inneholdt to variabler. Ideen om to variabler sprang ut fra løsningen 10*10-8*8 i første del av oppgaven eller 6*6-4*4 i andre del av oppgaven. Denne løsningen går ut på å først regne ut arealet av hele kvadratet, for så å trekke fra arealet av det hvite kvadratet, slik at man sitter igjen med den gule «bilderamma». Når elevene forsøkte å gjøre denne om til et algebraisk uttrykk, gjorde de om 10 til x, men fikk utfordringer med å uttrykke 8 med utgangspunkt i x. Lise på gruppe 2 greide å uttrykke denne løsningen korrekt tidlig i prosessen med denne løsningen, x*x+(x-2)*(x-2), men usikkerheten gjorde at de ikke noterte det ned eller gikk videre med det. Dialogen i gruppen gikk deretter i den retning at de måtte uttrykke sidene på det hvite kvadratet i midten med en ny variabel, y. Også gruppe 1 ble enige om å bruke variabelen y om sidene på det hvite kvadratet. Gruppe 1 greide ikke å løse denne delen av oppgaven med denne løsningen, mens gruppe 2 greide det etter veiledning fra oss.

4.2 Funn 2: Gruppedynamikk og roller

Gjennom observasjon erfarte vi at dynamikken på gruppene fungerte bra, og at elevene sammen greide å komme med mange løsninger på oppgavene. Den matematiske diskusjonen i gruppene fungerte slik at elevene måtte forklare for hverandre hva de mente med resonnementet sitt. Her er et eksempel fra gruppe 2:

Lise: Det var en måte, vi må finne flere ... så kan man ta 10 * 4 – 4 ... nei blir det det samme? treng kalkulator

Tord: 10*4?

Lise: Ja for da tar man de også trekker fra de ... 10*4-4=36, og 8*4? ... ja eh ... 10*4-4

Eva: Ja

Tord: Hva gjør man da?

Lise: Da tar man alle sidene ... men siden de deler på de her [peker på hjørnene] så tar man minus 4

Tord: Ja

Eksempelet over viser at Tord spør hva Lise mener når hun forslo 10*4-4, noe som fører til at Lise må forklare hva som ligger bak tallene i ideen. Dette kan gjøre at Tord forstår mer om hvordan Lise tenker og henger med videre i oppgaven og kan se etter andre løsninger. Eva sa ingen ting i den situasjonen og det kan skyldes at hun var helt med på resonnementet eller at hun også var usikker og fulgte nøye med for å prøve å forstå hva Lise egentlig tenkte. Vi observerte og sjekket opp mot taleopptakeren at det foregikk en diskusjon frem og tilbake mellom de ulike elevene på gruppen underveis i prosessen med å løse problemet.

Vi observerte også at noen av elevene var mindre aktive enn andre. Våre observasjoner tilsa at disse elevene falt utenfor arbeidet, og ikke var til mye hjelp for gruppen. I ettertid, når vi bearbeidet innsamlet data fra båndopptakerne, ble disse observasjonene i stor grad avkreftet. Det viste seg at også elevene som virket mindre aktive hadde en funksjon på gruppen.

Observasjonene våre fra gruppe 1 tydet på at Ida hadde en passiv rolle i prosessen med problemløsingen. Da vi begynte å bearbeide data fra båndopptakerne innså vi at observasjonene ikke dekker det komplette bildet av hennes bidrag til gruppen. Ida varierte mellom å være aktiv og mindre aktiv i løpet av problemløsingsprosessen. Hun virket tidvis utålmodig og det virket som hun ville bli ferdig så raskt som mulig. I noen andre perioder var hun stille, og bidro kun med bekreftende kommentarer i gruppediskusjonen. Hun hadde også perioder hvor hun bidro med flere løsninger og resonnementer, og fremsto som svært aktiv i problemløsingen. I periodene hun var inaktiv, fikk vi inntrykk av at dette var selvvalgt, og verken observasjoner eller innsamlede data tyder på at hun ble ignorert eller avbrutt. I periodene hun var aktiv deltok hun mye. Hun fortsatte Olas resonnementer når han stopper opp, samtidig som hun bidro til å drive gruppen videre. Per var ikke en spesielt aktiv deltaker i gruppen, men presenterte en rekke ideer og løsninger når Ola stoppet opp. I likhet med Ida, vekslet Per mellom ulike nivåer av aktivitet i løpet av problemløsingsprosessen.

Gjennom analyse av lydopptakeren fant vi at elevene ofte trodde de var ferdige med oppgaven etter noen løsninger, men at noen andre på gruppen var tilsynelatende motiverte til å finne flere løsninger, og evnet å dra med seg medelevene på dette.

Eksempel 1:

Lise: Okei ... det må være disse måtene å gjøre det på?

Eva: Neida ... det er flere ... ehm:

Tord: Treng man noe mer egentlig?

Eva: Vi har tre stykker ... det er mye? hvor lenge har den tatt opp? den har tatt opp i tre minutter

Eksempel 2:

Lise: Kan du ta x*4-4?

Eva: Det er det første vi har skrevet

Lise: Oja

Tord: Jeg skjønte ikke helt egentlig hva han mente

Lise: Nei: ... ikke æ heller

Tord: Stopp opptak

Lise: Hehe nei ... vi må høre med han

I eksempel 1 kan vi se at Lise tror de har funnet alle løsningene. Her er det Eva som mener det må finnes flere løsninger. Tord spør om de trenger å finne flere løsninger, hvorpå Eva oppsummerer hvor mange løsninger de har funnet, og virker å ha et fokus på hvor lang tid de har holdt på. I eksempel 2 ser vi at elevene på gruppe 2 blir usikre på hva de skulle gjøre videre i oppgaven. Tord og Lise gir uttrykk for at de ikke skjønte hva en av oss mente, og da var Tord rask å foreslå at de var ferdige med oppgaven. Lise sier da at de må spørre hva de skal gjøre. Etter denne dialogen får elevene svar på det de lurte på, og oppgaveløsningen fortsatte.

Videre ser vi også at elevene underveis i opptaket blir dratt over på temaer som ikke er relatert til oppgaven, blant annet diskuteres det om hvilket emne i matematikk de liker best. Det var felles for begge gruppene at de andre medlemmene på gruppen motiverte hvis det var en som mistet motet underveis. Vi ser eksempelvis av observasjoner og taleopptak at Eva i gruppe 2 underveis sier hun er helt blank og ikke klarer mer, men at Lise fortsetter med å forklare sitt resonnement, noe som virker å motivere Eva fordi hun etter en liten stund er med på resonnementet og bidrar med sine innspill.

Elevene på gruppene påtok seg ulike uformelle roller. Disse rollene er naturlig fordelt på gruppen, og er dynamiske. På gruppe 1 kan vi se at Ola er den som kommer med de første ideene til løsninger. Han tenker høyt og deler sine resonnementer og ideer med resten av gruppen. Han er også tidlig i gang med å spørre hva de andre elevene tenker etter han har presentert en løsning. Her er et utdrag fra transkripsjonen i startfasen av problemløsingsprosessen på gruppe 1:

Ola: Kan man telle noen av dem? sånn telle ei side eller? det er jo bare å ta den [peker på em side av kvadratet] gange fire

Per: Ja

Ola: Også kan man ta den ... ja ... [teller hvor mange det er på en side] ... 10 ganger fire ... Skal man finne ut inni?

F: Dere må si høyt hva dere tenker så vi får det med på opptaket.

Ola: Hva tror du? [spør de andre på gruppen] er det flere måter? ... Du kan telle ... det er ti på ei side ... fire og ti gange 4 er 40 ... nei vent det er ikke 40 ... for du gange 2

Her ser vi at Ola er ivrig etter å løse oppgaven, og kommer med ideer til løsninger, som han deler med de andre på gruppen underveis i prosessen. Vi ser også at det er Ola som holder styr på gruppen.

På gruppe 2 er Lise den eleven som tenker høyt og er i en «lederrolle» i større grad enn de andre. Hun lar de andre få innsyn i hva hun tenker, og forklarer resonnementene sine til de andre på gruppen. Samtidig greier hun å trekke de andre med seg og motiverer de til å finne flere løsninger. Når de to andre mister motivasjonen til å fortsette, er det Lise som får dem tilbake på sporet. På følgende eksempel kan vi se Lises roller i gruppen:

Lise: Vi tar da 8*4 + 4

Tord: Ja

Lise: Så vi tar siden

Tord: Minus hjørnene

Lise: Da blir det åtte ... gange fire sider også plusser vi på hjørnene ... som er fire

Eva: Ja nemlig

Lise: Det var en måte, vi må finne flere ... så kan man ta 10 * 4 – 4 ... nei blir det det samme? treng kalkulator

Tord: 10*4?

Lise: Ja for da tar man de også trekker fra de ... 10*4-4=36, og 8*4? ... ja eh ... 10*4-4

Eva: Ja

Tord: Ka man gjør da?

Lise: Da tar man alle sidene ... men siden de deler på de her [peker på hjørnene] så tar man minus 4

Tord: Ja

Her ser vi hvordan Lise starter med å presentere en løsning, for så å forklare den for medelevene sine. Vi kan også her se at Tord driver samtalen videre gjennom spørsmål og kommentarer underveis. Evas bidrag her er å bekrefte det som blir sagt. I tillegg til de mange andre bidragene Lise ga til gruppen, var det også hun som tok på seg ansvaret for å skrive ned løsninger og utregninger på vegne av gruppe 2.

4.3 Funn 3: Løsning av oppgaver individuelt

Dette delkapittelet vil ta for seg prosessen med problemløsing hos elevene som løste oppgaven gjennom et oppgavebasert intervju. Både Eilert og Ove startet oppgaven med å presentere løsningen 10*10, før de innså at de hadde funnet arealet av hele kvadratet og endret løsningen til 4*10=40. Ove endret etter dette løsningen, på eget initiativ, til 10+9+9+9=37. Han var den eneste av elevene som ble intervjuet som valgte å skrive ned ideer og løsninger, samt bruke tegninger som strategi. Eilert evnet ikke selv å se at løsningen 4*10 var ukorrekt, men på spørsmål om han greide å se noe som kunne gjøre at løsningen ikke stemte helt, svarte han at han har to ruter for mye. Han endret derfor svaret sitt til 10*2+9*2=38. Intervjuer spurte Eilert hva han hadde tenkt, hvorpå han forklarte resonnementet sitt, at to av sidene er hele, og man må trekke fra et hjørne på to av sidene. Intervjuer spurte videre om Eilert kunne vise hvordan han hadde tenkt med å peke på figuren. Da innså han at det var åtte ruter mellom hjørnene, ikke ni, og endret derfor svaret til 10*2+8*2=36, som er en korrekt løsning.

Annas første løsning var 10*4=40, som er en løsning alle elevene greide å finne, og det kan tenkes at løsningen baserer seg på algoritmen for omkrets av kvadrater. En av elevene, Ove, så selv at dette ble feil, mens de to andre elevene måtte bli ledet inn på det. Videre kom ikke elevene med flere løsninger på eget initiativ, men når intervjuer spurte om de kunne finne flere måter å løse oppgaven på, kom de med flere løsninger. Følgende løsninger ble presentert av de ulike elevene:

Tabell 1: Oversikt over elevenes løsninger

Løsning:	**Ove**	**Eilert**	**Anna**
4*10-4	x		x
10*2+8*2	x	x	x
8*4+4	x		x
9*4			
10+9+9+8	x		
10*10-8*8			

Vi ser at både Anna og Ove presenterte de tre første løsningene, i tillegg til at Ove presenterte løsningen 10+9+9+8. Eilert greide bare å finne en løsning på oppgaven, 10*2+8*2.

Videre i oppgaven skulle elevene finne løsninger på samme oppgave, men her var lengden på sidene 6 i stedet for 10. I denne delen av oppgaven presenterte elevene de samme løsningene som i første delen, men med 6 som utgangspunkt. Siste del av oppgaven gikk ut på å generalisere uttrykkene, altså å gå fra aritmetikk til algebra. Elevene som løste oppgaven gjennom oppgavebasert intervju greide ikke selvstendig å løse denne delen av oppgaven. I likhet med elevene som jobbet i grupper, begynte elevene å trekke inn to variabler, og var ikke i stand til å uttrykke ulike stykker av sidene med utgangspunkt i lengden x..

5 Diskusjon

Forskningsspørsmålet vårt lyder som følger: *Hvordan jobber elever individuelt og i grupper med problemløsing?* Denne delen av oppgaven vil ta for seg og drøfte funnene, presentert i kapittel 4, i relasjon til teorigrunnlaget presentert i kapittel 2. Vi vil ta for oss underspørsmålene underveis i drøftingen.

5.1 Gruppe

Denne delen av diskusjonen vil ta for seg funnene vi har gjort gjennom observasjoner og innsamlede data fra problemløsingsprosessen hos elevene som jobbet i små grupper. Underspørsmålet vi ønsker å belyse i denne delen av drøftingen lyder som følger: *Hvordan er problemløsingsprosessen hos elevene som jobber i små grupper?*
Vi tar i denne delen av oppgaven for oss funnene fra gruppeobservasjoner og lydopptak av gruppearbeidet.

5.1.1 Løsning av oppgaver gjennom samarbeid

Vårt første funn fra observasjonene og datainnsamlingen vi gjorde i gruppene, er at elevene løste oppgaven gjennom samarbeid. Denne delen av oppgaven vil ta for seg gruppenes problemløsingsprosess i kronologisk rekkefølge. Elevene fulgte i stor grad Polya (1957, s. xvi) sine fire steg for problemløsing. Dette vil sammenfalle med den kronologiske rekkefølgen i problemløsingsprosessen.

Det første elevene gjorde i denne prosessen er å forstå hva problemet dreier seg om. Elevene på den ene gruppen gjør seg sikre på problemet gjennom å spørre om de kan telle en side, og om de skal finne rutene som er inni. Den andre gruppen virker som de har forstått problemet gjennom vår presentasjon av oppgaven, da de er i gang med løsninger umiddelbart etter presentasjonen.

Etter å ha forstått problemet gikk gruppene videre til å finne løsninger. Dette sammenfaller med Polya (1957, s. xvi) andre og tredje steg, utarbeide og gjennomføre en plan. Hos gruppene kan man se tydeligere tegn på at elevene utarbeider en plan for å finne løsningen på problemet. Dette kan være fordi de utarbeider planene i samarbeid, noe som krever muntlig kommunikasjon som kan fanges opp av lydopptakere. På den ene gruppen går diskusjonen på om de skal multiplisere lengden med fire for så å trekke fra de fire hjørnene, eller om man skal trekke fra hjørnene først, for så å legge sammen sidene. Den andre gruppen er raskere i gang med forslag på løsninger, men også her kan vi se at de diskuterer flere ideer innad i gruppen. Mange av forslagene blir fullstendige og korrekte løsninger gjennom samtalen, der elevene fullfører hverandres ideer dersom de ikke er fullstendige.

Gjennomføringen av planen er det stadiet hvor elevene setter i verk de ulike forslagene som oppstår gjennom utarbeiding av plan. Da oppgaven går ut på at elevene skal finne flere løsninger, altså regnestykkene som fører til antallet ruter i bilderamma, vil dette også kunne bli sett på som å legge en plan og er en prosess elevene er innom flere ganger. Problemløsing er ikke nødvendigvis en statisk, punktvis prosedyre og derfor går man frem og tilbake mellom å legge plan og gjennomføringen av den. På gruppe 1 starter Ola med å foreslå 10*4, og begrunner dette med formelen for omkretsen til et kvadrat hvor alle sidene er like lange og derfor kan 10 multipliseres med 4. Vi velger å plassere dette innenfor et imiterende algoritmisk resonnement fordi de benytter seg av en tidligere algoritme som forsøk på å finne omkrets av figuren. Gruppen glemmer å trekke fra hjørnene og derfor vil dette være det Lithner (2006, s. 15) kaller familiær algoritmisk resonnering hvor strategivalget er basert på at elevene identifiserer oppgaven som en familiær type, gjerne ved å se figuren og tenke på omkrets. Oppgaven blir så forsøkt løst ved å bruke samme kjente algoritme og implementerer derfor denne, men får feil svar siden stegene ikke blir fulgt nøyaktig og forsiktig nok til at elevene gjør en feil, som er antallet hjørner de teller to ganger (Lithner, 2006, s. 16). Ida oppfatter løsningen som mangelfull og kommenterer at hun mener det må være 10*4-4 fordi en teller antall hjørner to ganger ved å bruke forslaget til Ola. Dette gjør at Ola må se tilbake på sin løsning, og er enig med Ida om at hjørnene er talt to ganger og går derfor tilbake og korrigerer. Dette viser at prosessene er fleksible og dynamisk, og at egenskapen av å kunne se tilbake og rette opp er viktig for en problemløser.

Gruppe 2 sitt første forslag kom umiddelbart etter de fikk oppgaven, og var 8*4+4. Dette er de eneste som har kommet med et riktig svar på første forsøk, og det kan samtidig plasseres innenfor et kreativt resonnement, da dette sannsynligvis ikke kommer fra noen innøvd formel eller algoritme. Det er for øvrig vanskelig å si hvordan eleven kom frem til denne løsningen, da de andre på gruppen også var ivrige etter å presentere sine løsninger. Her kunne det vært interessant å intervjue elevene for å få mer innsikt i hvordan den første strategien kom frem. Mest sannsynlig kommer forslaget til Lise på bakgrunn av at hun forsto problemet med antallet hjørner og derfor tenkte å ta en side minus hjørnene, gange med fire og legge til hjørnene til slutt som et kreativt resonnement for å løse oppgaven. Neste løsning som kom fra denne gruppen var 10*4-4, en løsning som går igjen hos alle elevene. Denne kunne vært plassert innenfor et imiterende resonnement, men i denne gruppen har ikke forslaget 10*4 blitt presentert tidligere blant svarene og kan derfor også være et kreativt resonnement ettersom det kan være et nyskapende resonnement for elevene. Videre vet vi fra analysen at det var bygget på en troverdig matematisk argumentasjon siden forslaget begrunnes i at en må trekke fra hjørnene på figuren når en legger til alle hele sider. Løsningen er fleksibel hos gruppen ettersom det var en av flere strategier, noe som gjør at resonnementet oppfyller kriteriene for et kreativt resonnement hos Lithner (2008, s. 266). Vi tolker de første forslagene som et tegn på at de har forstått problemet med antall ganger hjørner blir talt og at de derfor klarer å effektivt presentere flere løsningsstrategier.

Om et resonnement er imiterende eller kreativt kan være gjenstand for diskusjon, fordi det kan være forskjell i om strategien hviler på iboende matematiske egenskaper som eleven har lært gjennom det Hiebert og Lefevre (1986, s. 8-10) kaller meningsfull læring eller mekanisk læring eller bare en algoritme de bruker fordi en kjenner igjen lignende type oppgaver. Den første gruppen presenterte også 10*4-4 som en løsning, men de hadde som nevnt innledningsvis først vært innom 10*4 før de korrigerte, noe som fører til at vi har valgt å plassere denne løsningen innenfor imiterende familiært algoritmisk resonnement. Begge gruppene presenterer løsningen 9*4, en løsning vi plasserer innenfor kreativt resonnement, da elevene i samarbeid og gjennom bruk av figuren kunne skape en ny løsning, uavhengig av innøvde formler og algoritmer. Dette forslaget er nyskapende for elevene, bygger på matematisk iboende egenskaper hvor 9 representerer sidelengde minus hjørnet, multiplisert med fire for antall sider med et hjørne. Dette er også et fleksibelt resonnement siden de ikke bare er opptatt av en strategi. Det kan tenkes at Ida har et kreativt resonnement, men at Ola var for tidlig ute med sin tanke, og at det derfor kan være at Ida i utgangspunktet ville forstått problemet om Ola ikke presenterte 10*4 umiddelbart. Vi ser likevel at samarbeidet i gruppen gjør at elevene finner problemet i oppgaven og løser det.

Gruppe 2 klarer å løse oppgaven ved å bruke kunnskaper om kvadrater til å finne løsningen 10*10 – 8*8. De tar da kvadratet av hele figuren, og trekker fra kvadratet av de hvite rutene innenfor rammen og står dermed igjen med antall ruter i bilderammen.

Videre i oppgaven ble elevene spurt om å finne frem til løsningsstrategier på kvadrater med seks ruter per side. Denne delen av oppgaven ble preget av imiterende familiære algoritmiske resonnementer og vi tror dette kan være naturlig med tanke på at denne delen av oppgaven i stor grad er lik den foregående, hvor forskjellen kun er antall ruter per side. Dette kan man se på som familiær algoritmisk resonnering, da elevene husker fremgangsmåten og at de kan multiplisere sidelengden med fire for så å trekke fra de fire hjørnene. Løsningen kan også være en elegant løsning av en god problemløser som umiddelbart ser hva variabelen er og dermed ikke et imiterende resonnement. Ut ifra dette får de løsningen 6*4-4. På samme måte blir 8*4+4 til 4*4+4, og 10*2+8*2 blir til 6*2+4*2. Denne tenkemåten gjelder for samtlige grupper og alle de individuelle intervjuene. Det er imidlertid ikke nødvendigvis negativt at de bruker imiterende resonnement her. Hiebert og Lefevre (1986, s. 8-10) mener algoritmer som verktøy for å løse oppgave er hensiktsmessig så lenge dette er tilegnet innenfor det de kaller meningsfull læring. Hvorvidt dette er tilfelle for elevene på gruppene i vår studie er vanskelig å si, da vi ikke har en innsikt i elevenes helhetlige forståelse og våre observasjoner og data ikke viser oss om elevene bruker algoritmen fordi de forstår den eller fordi de har pugget den.

Løsningene og resonnementene presentert over kan ses på som algoritmisk tenkning hvor en baserer seg på at matematikken inneholder presise fremgangsmåter hvor kjernen i algoritmisk tenkning er å kunne løse et problem ved å dele algoritmen opp i steg ved hjelp av kjernekunnskap i grunnleggende regning (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Dette gjør at elevene kanskje ser at det ikke er nødvendig å finne noe ny måte å løse deloppgaven på fordi de identifiserer dette som samme type oppgave som den foregående, mens de samtidig viser forståelse for at det er tallet 10 og ikke 4 som skal byttes ut i løsningen 10*4-4. Imiterende algoritmisk resonnering er også en av de mest vanlige resonneringsmåtene i problemløsing (Lithner, 2006, s. 16).

I den siste delen av oppgaven klarte gruppene å løse problemet, og kom med løsningene (4x-4) og (x-1)*4. Disse er, i likhet med løsningene i del 2, basert på tidligere løsninger og går derfor under kategorien algoritmiske resonnementer selv om de er generaliserte uttrykk for tidligere løsninger. De er ikke nyskapende, men viser en større matematisk forståelse siden de klarer å omgjøre et aritmetisk uttrykk til et algebraisk uttrykk og kan trolig forklares av samarbeid innad i gruppen da vi gjennom opptakene hører mange forslag, korrigeringer og felles deling av ideer for å finne ut av en løsning som alle er enige om. Det diskuteres blant annet om det er x_2 eller 2x som skal være den ukjente. Elevene viser gjennom løsning av denne oppgaven at de bruker adaptive resonneringsprosesser for å tenke logisk om sammenhengene og se at de presenterer selvstendige resonnement basert på matematiske konsepter og ideer av eksempelvis geometriske egenskaper hos figurene (NRC, 2001, s. 129).

Enkelte ganger kan problemløserne så vidt være begynt på gjennomføringen før de ser at de må tilbake å korrigere, og det kan derfor være vanskelig å fange opp alle planene og gjennomføringen av den. Vi hørte gjennom lydopptaket at elevene evaluerte sine løsninger innad i gruppen underveis i gjennomføringen. Eksempler på dette kan være når en elev kommenterer «blir det riktig?» mens de andre gjennomfører en plan. Slike kritiske spørsmål kan være med å korrigere planen, noe som fører til at gruppen går tilbake til å utarbeide en plan som er tilnærmet lik, men med små endringer. Det kan derfor være vanskelig å registrere alle planene og gjennomføringene. Dette så vi særlig på gruppe 1 når de skulle finne et algebraisk uttrykk for antall ruter i bilderammen. Vi hører at Per kommenterer underveis når Ola ser på hvilken variabel som skal benyttes, og tilføyer at det er viktig å skifte fortegn når parentes oppløses. Dette bidrar til gjennomføringen, og på denne måten ser de tilbake for å se om dette er gjort, dersom det er glemt må det rettes opp i, før de fortsetter med gjennomføringen.

Polya (1957, s. xvi) siste steg er å se tilbake. Dette innebærer at man ser tilbake på planen og gjennomføringen av den for å avdekke eventuelle svakheter. Med andre ord innebærer dette kritikk mot sine egne ideer, resonnementer og løsninger. Gruppene viser kritikk til egne ideer, resonnementer og løsninger, i form av at de endrer eller bygger videre på hverandres løsninger. Dette er en prosess som gjentas og elevene beveger seg mellom ulike planer, stopper opp og ser seg tilbake. Dette kan tyde på det Lester og Kehle (2003, s. 507) fant i sin forskning at gode problemløsere var bedre til å overvåke og regulere deres eget arbeid innen problemløsing, samtidig som de også var mer opptatt av å finne elegante løsninger på problemene. Vi ser at gruppene lager planer, gjennomfører planen, men også evaluerer underveis om dette blir riktig eller om de skulle endret på noe. Det kan derfor se ut som problemløsingsfasen hos gruppene er en dynamisk prosess og at de er i stand til å evaluere, korrigere og se tilbake på hva planen deres var og hva de faktisk konkluderte med.

Den første gruppen presenterte også 10*4-4 som en løsning, men de hadde som nevnt innledningsvis først vært innom 10*4 før de korrigerte, noe som fører til at vi har valgt å plassere denne løsningen innenfor imiterende resonnement. Her ser gruppe 1 tilbake på løsningen og korrigerer forslaget sitt til løsning. Dette gjør at elevene samarbeider om å finne en felles løsningsstrategi. Vi kan se at Ola i gruppe 1 foreslår 10*4, men gjennom et samarbeid og gjennomføring av planen ser han tilbake på løsningen og endrer for så å gjennomføre planen på nytt. Dette blir derfor en dynamisk prosess som oppstår som resultat av et samarbeid innad i gruppen.

5.1.2 Gruppedynamikk og roller

Dette kapittelet handler om funnet gruppedynamikk og roller, og vil ta for seg dynamikken på gruppene og elevrollene innad i gruppen, samt hvordan samspillet mellom rollene fungerte og hvordan dette var en faktor i problemløsingsprosessen. Hvordan dette samspillet og gruppedynamikken fungerte ble interessant for vår del da det dukket opp noe som handlet om andre aspekter ved arbeidet enn bare hvordan resonnementet i gruppene var. Dette funnet viste oss derfor hvordan elevrollene innad i gruppene spilte sammen og påvirket hverandre som blant annet pådrivere og hjelpere for hverandre.

Noe vi observerte var hvordan elever innehar og inntar ulike roller i en gruppe og hvordan dette påvirker dynamikken. Vi ser at våre funn i kategorien om elevroller sammenfaller med Reinsnes og Lorentzen (2018) ulike elevposisjoner i gruppearbeid. En utfordring med arbeid i små grupper kan være det D. Barnes (2008, s. 6) trekker frem hvor elevene kjemper om oppmerksomheten, noe som fører til at elevene i mindre grad hører på medelevenes bidrag og svarer på disse. Dette er ikke noe vi har erfart i nevneverdig grad da vår forståelse av arbeidet i små grupper var at elevene hørte på hverandres forslag, og bygget videre på de ideene og bidragene som allerede var presentert. Eksempelvis har vi situasjonen hvor Tord i gruppe 2 kommenterer at han er «helt blank» underveis, noe som tyder på at han ikke har noen ideer eller innspill, videre ser vi at Lise fortsetter med sine resonnement og at Tord bidrar etter en stund med innspill på forslaget. Dette kan tyde på at Lise får motivert Tord og kan være et interessant moment, hvorvidt hun klarer å motivere Tord til å ville fortsette på å løse problemet. Gruppene ble satt sammen av elever i samme klasse, det kan derfor tenkes at tidligere konflikter og bakenforliggende årsaker kan være med å påvirke resultatet av samarbeid og kommunikasjon. Dette vil trolig være en viktig faktor som påvirker resultater av samarbeidet i gruppen (Lai, 1999, s. 178).

Rollene elevene hadde i vår studie utfylte hverandre godt og bidro til å hjelpe alle på gruppen med å forklare resonnementet slik at alle elevene kunne få innsikt i hvilke tanker og ideer som ble presentert. Dette kan hjelpe de andre medlemmene til å få større innsikt i hvordan man kan tenke når en møter slike problemer og dermed lærer de av hverandre. Analyse av lydopptaket gjorde at vi fikk innsikt i at samarbeidet førte til at flere på gruppen kunne være med på resonnementet og hjelpe hverandre til å finne en kreativ løsning på problemet. Idas posisjon i gruppe 1 kunne minne mye om det Reinsnes og Lorentzen (2018, s. 53) fant om roller i gruppearbeid der Ida kunne være en *outsider*. Hun bekreftet ofte med ordene «ja», «mhm», men var også med i diskusjonen med innspill underveis, likevel hadde Ida andre innspill som hørte til andre kategorier, noe som førte til at det ikke nødvendigvis var så enkelt å plassere henne i en kategori.

Ola hadde rollen som veileder og var den som tenkte høyt i gruppen. Per var den man kunne karakterisere som pådriveren på gruppen siden det ofte var han som kom med innspill og forslag når Ola stoppet opp (Reinsnes & Lorentzen, 2018, s. 70). Både Ola, Lise og Eva hadde underveis rollen *hjelper*, gjennom blant annet å ta ansvaret for å skrive ned løsningene og utregningene underveis i arbeidet, noe som ifølge Reinsnes og Lorentzen (2018, s. 54) er typisk for hjelperen. Vi finner fra analysen at Ida varierer mellom ulike roller, dette gjør også Per når situasjonene endres. I perioder er Ida den som presenterer løsninger, kommer med forslag til endring og vi kan se fra Reinsnes og Lorentzen (2018, s. 68) at de ulike rollene hadde innspill og utsagn fra flere kategorier, men at det gjerne er overvekt på en type utsagn hos de ulike elevene. Vi tror også at elevene kan bidra ulikt på de ulike delene av oppgaven.

Vi var bevisste på at elevene kunne reagere forskjellig på at de skulle løse en oppgave i gruppe med lydopptaker, men at vår tilstedeværelse kan ha innvirkning på aktivitetsnivå i kommunikasjonsprosessen var interessant. Her kan man se en utfordring med det D. Barnes (2008, s. 6) presenterer som faktorer for at slikt arbeid skal bli vellykket. Han presiserer at forarbeid, veiledning og tilsyn kreves for at det skal bli en suksess. I en case der en av elevene blir mer reservert ved vår tilstedeværelse, vil det by på utfordringer både med tilsyn og veiledning. Ida viste seg i vår studie å bli stille og reservert ved vår fysiske tilstedeværelse, men om hun også var mindre aktiv enn vanlig på grunn av båndopptakeren på bordet, blir vanskelig å si, da vi ikke har tidligere kjennskap til Ida. Vi kunne i ettertid fange opp hennes resonnementer og bidrag til løsningen av oppgaven gjennom analyse av lydopptak, men i undervisningssituasjonen ville tilsyn av akkurat denne eleven gi upresise inntrykk av hennes deltakelse, noe som også vil gjøre faglig veiledning utfordrende. Man kan derimot veilede henne på gruppearbeid som aktivitet, men også dette vil bli ukorrekt, da hun viste seg å være mer aktiv enn vi kunne observere gjennom tilsyn av gruppen.

Gruppene presenterte også løsning på den siste delen av oppgaven, i motsetning til enkeltelevene. Vi ser også her at Lise kommer med en kreativ løsning som er nyskapende og baserer seg på iboende matematiske egenskaper fordi hun ser at man kan ta omkretsen av figuren, men må trekke fra hjørnene. Videre må Lise argumentere for sin løsning til de andre på gruppen og bruker derfor de geometriske egenskapene til figuren for å forklare dette til de andre. Dette bygger derfor på en troverdig argumentasjon, er fleksibelt og kan følgelig være tegn på et kreativt resonnement siden hun oppfyller kriteriene Lithner (2008, s. 266) omtaler som et kreativt resonnement.

En av utfordringene som kan oppstå i gruppearbeid kan være når elever på gruppen er opptatt av å bli ferdige, mens de andre på gruppen ikke ser ut til å være fornøyde med antall løsninger. Vi har en situasjon fra analysedelen i gruppen hvor Eva er tidlig med å foreslå at de er ferdige når de har funnet tre løsninger, noe som kan tyde på at hun er opptatt av å bli fort ferdig. De andre på gruppen får henne imidlertid med videre i prosessen og vi kan se at hun er involvert på senere tidspunkt, noe som kan tyde på at problemløsing i grupper kan ha en motiverende effekt ovenfor hverandre fordi Eva mest sannsynlig ville vært fornøyd med eget arbeid om hun arbeidet selvstendig. Vi fant også fra analysedelen at enkelte elever har lett for å spore av og snakke om andre temaer, noe vi tolker som et moment som kan være forstyrrende for elever dersom gruppesammensetningen gjør at elever som er umotiverte får mer fokus og kontroll.

Vi ser fra funnet at grupperoller og sammensetning spiller en vesentlig rolle i problemløsing som i gruppearbeid generelt. Posisjonen til Ida kunne minne mye om det Reinsnes og Lorentzen (2018, s. 53) fant og kalte *oustider* siden hun ofte sa «mhm» «ja». Ida hadde likevel innspill som ikke passet helt inn i denne kategorien og vi ser derfor at hun tydelig varierte mellom ulike roller. Hvorvidt denne variasjonen skyltes vår tilstedeværelse, er vi ikke sikre på, men det er likevel interessant å se at hun tilsynelatende ble mer stille og tydelig når vi var i nærheten. Ola hadde rollen som veileder og var den som tenkte høyt på gruppen, knyttet sammen ideer og samlet tanker rundt oppgaven. Per var det man kunne kategorisere som pådriveren i gruppen siden det ofte var han som kom med innspill og forslag når Ola stoppet opp, men han var i likhet med Ida innom flere roller underveis (Reinsnes & Lorentzen, 2018, s. 53).

Vi ønsker å presisere at gruppene i vår studie fremsto som funksjonelle, med roller som utfylte hverandre, noe som førte til en fungerende dynamikk i gruppene. Dersom man hadde gjennomført den samme studien med ulike grupper, med ulik sammensetning, vil det være mulig at dynamikken ikke fungerer i like stor grad, og at man ikke erfarer det samme samspillet mellom elevene på gruppen.

5.2 Individuelle intervjuer

Denne delen av oppgaven vil ta for seg problemløsingsprosessen hos elevene som jobbet individuelt gjennom oppgavebaserte intervju. Underspørsmålet vi ønsker å belyse i denne delen av drøftingen lyder som følger: *Hvordan er problemløsingsprosessen hos elevene som jobber individuelt?* Vi tar i denne delen av oppgaven for oss funnet fra de oppgavebaserte intervjuene.

5.2.1 Funn 3: Løsning av oppgaver individuelt

Dette funnet handler om hvordan problemløsingsprosessen forløp seg hos elevene som løste oppgaven gjennom oppgavebaserte intervju. I likhet med gruppene begynner problemløsingsprosessen for elevene som jobbet individuelt med å forstå problemet. Dette gjorde de gjennom å gjøre seg sikre på at det er de gule rutene de skal finne, og at hver side av kvadratet har en lengde på 10. To av elevene kom raskt med løsningen 10*10, før de umiddelbart trakk den tilbake. Den ene trakk tilbake løsningen da han innså at det var antall gule ruter han skulle finne, ikke antall ruter sammenlagt, noe som kan tyde på at han ikke hadde forstått problemet. Han spurte da intervjuer om det var antall gule ruter han skulle finne, noe som gjorde at han forsto oppgaven og kunne fortsette på neste steg i å forstå problemet. Enkeltelevene må bruke intervjuer som sparringspartner for å finne ut at problemet ved å bruke formelen for omkrets er at hjørnene blir talt to ganger og at en derfor må trekke fra antall hjørner som vil være fire. Dette problemet evner ikke enkeltelevene å se, noe som gjør at de først forstår og kommer med løsninger etter at dette er tydeliggjort.

Videre legger elevene en plan. Ut fra observasjoner og oppgavebaserte intervju kan det se ut til at enkeltelevenes plan går ut på å prøve seg frem eller gjette. Etter å ha forstått problemet, gjetter de umiddelbart at løsningen er 10*4. Dette fordi det er fire like lange sider i kvadrater, og alle har lengde på ti. Elevene er kjent med hvordan man regner ut omkretsen av et kvadrat, og fordi de gule rutene ligger ved omkretsen av kvadratet tenker de sannsynligvis at antall ruter tilsvarer omkretsen. Dette er et eksempel på det Lithner (2006, s. 12) kaller imiterende familiær algoritmisk resonnering. En av elevene velger å skrive ned utregningen av hvor mange ruter han skal ta med fra hver side. Dette er hans plan for å holde orden på hvilke ruter han har tatt med, og ut fra det kan han se hvilke ruter han ikke har tatt med.

Når det kommer til gjennomføring av planen, flyter dette sammen med utarbeidingen av planen. Da oppgaven går ut på at elevene skal finne løsningene, altså resonnementet som fører til antall ruter i bilderamma, vil dette også kunne bli sett på som å legge en plan. Eleven som valgte å skrive ned antall ruter fra de ulike sidene i kvadratet fortsatte med dette til han hadde løsninger. I løpet av gjennomføringen av planen gikk det imidlertid litt galt, og han tok med en rute mer enn han skulle, og endte opp med feil svar.

Elevene som jobbet individuelt, begynte med imiterende resonnementer. Løsningene baserte seg på algoritmer eller formler de har lært tidligere, nærmere bestemt formelen for utregning av omkrets eller areal av kvadrater. Ut fra dette kom det innledningsvis i intervjuene løsninger som 10*10 eller 10*4. På spørsmål om hvorfor 10*10 var en gyldig løsning, svarte elevene med å trekke denne løsningen tilbake, og heller foreslå 10*4 som en løsning på oppgaven. Grunnen til dette kan være at elevene, i et forsøk på å argumentere for løsningen sin, oppdaget at løsningen 10*10 var mangelfull. Løsningen 10*4 begrunnet elevene med at hver side er ti ruter, og at det er fire sider som gir 10*4. Dette ser vi på som et familiært algoritmisk resonnement, da de bruker den innøvde formelen for omkretsen av figuren som argument for løsningen, men gjør feil i stegene og ser derfor ikke at hjørnene blir talt to ganger. Dette kan ikke være et kreativt resonnement fordi det ikke er fleksibelt, eleven kommer ikke med endringer og følger denne tanken uten å korrigere for feilen. Videre baserer det seg ikke på iboende matematiske egenskaper ettersom det ikke blir oppdaget at hjørnene telles flere ganger (Lithner, 2008, s. 166).

Etter elevene innså at de overnevnte løsningene var mangelfulle, gikk de over til mer kreative resonnementer. En løsning en elev kom med var 10+9+9+9, noe han argumenterte for med at den ene linjen er hel, mens de tre resterende ble «brutt», altså at hjørnene allerede var telt. Dette ville vi kunnet plassert innenfor et kreativt resonnement, da eleven skaper en ny formel eller utregning, og ikke følger en han allerede kjenner fra før. Det blir imidlertid et problem at eleven ikke ser at han glemmer et hjørne og derfor får mangelfullt svar. Dette tyder på at eleven ikke er kritisk til egen løsning, og ikke ser tilbake på løsningen eller prosessen som ledet til løsningen, noe som fører til at svaret blir feil. Løsningen oppfyller kravet om å være nyskapende. Det er derimot ikke et fleksibelt resonnement bygget på iboende matematiske egenskaper fra troverdig argumentasjon som støtter gjennomføringen av strategivalg (Lithner, 2008, s. 266).

Flere av elevene kommer med løsningen 10*4-4. Dette er den første korrekte løsningen elevene kommer med, og baserer seg på formelen for omkrets av kvadratet. Dette vil vi plassere innenfor imiterende familiært algoritmisk resonnement, da de bruker en formel de allerede har innøvd, men som de modifiserer eller bygger videre på slik at løsningen blir riktig. Elevene oppdaget i liten grad selv at deres opprinnelige løsning (10*4) var mangelfull, og det var først etter intervjuer påpekte at hjørnene var talt to ganger de korrigerte med å trekke fra fire.

En annen løsning som gikk igjen, var 10*2+8*2. Her velger vi å plassere argumentene innenfor kreative resonnementer. Her følger ikke elevene noen form for innøvd algoritme eller formel, men bruker figuren av bilderamma til å argumentere for at man kan ta to hele sider (10*2), for så å legge til rutene som gjenstår (8*2) mellom de to hele sidene. Siste løsningen elevene som jobbet individuelt presenterte var 8*4+4. Dette begrunner eleven med at en unnlater å ta med hjørnene, og heller multipliserer antallet ruter som ligger mellom hjørnene med antall sider. Dette kan være både imiterende og kreativt, da det er uvisst om eleven kobler denne til den tidligere løsningen 10*4-4, som er basert på formelen for omkrets av kvadratet, eller om de ikke ser sammenhengen. Dersom de ikke ser sammenhengen vil dette være nyskapende for dem, men hvis de ser sammenhengen vil det være gjenbruk av en tidligere strategi. Det er viktig at slik algoritmisk tenkning baserer seg på det Hiebert og Lefevre (1986, s. 8-10) kaller meningsfull læring. Det vil si at elevene kan dele opp en algoritme i steg for steg fordi de forstår de strukturene som ligger bak (Utdanningsdirektoratet, 2019a).

Også i del 2 av oppgaven er det vesentlig at elevene begynte med å gjøre seg forstått med problemet. Dette fordi oppgaven endrer seg litt fra det første problemet, og det er denne forandringen elevene må forstå for å kunne løse problemet. Del 2 av oppgaven handlet om at elevene skulle finne ut hvor mange ruter bilderamma besto av dersom sidene på kvadratet hadde en lengde på seks i stedet for ti. To av elevene som jobbet individuelt forsto problemet umiddelbart, mens en av elevene følte seg kanskje ikke helt sikker på det. Hun spurte intervjuer om det at sidene fikk en lengde på seks innebar at det var fire ruter mellom hjørnene, noe intervjuer valgte å besvare med spørsmålet «ja hvorfor ville det vært fire ruter her?» I stedet for å argumentere for at det var fire ruter, ble eleven mer usikker på sin egen forståelse av oppgaven. Her måtte intervjuer gjøre det klart at det fortsatt er snakk om et kvadrat.

I denne delen av oppgaven var det, i likhet med den første delen, utfordrende å skille mellom utarbeiding og gjennomføring av planen. Elevene som jobber individuelt kommer med løsninger umiddelbart, og stopper når de har en løsning, i motsetning til elevene som jobber i grupper kommer frem til flere løsninger sammen. Eleven som tidligere nevnt valgte å skrive ned ideene og utregningene sine fortsatte med dette. Det som gikk igjen hos alle elevene, både individuelt og i gruppe er at de gjenbruker strategier og ideer. De byttet ut ti med seks, ni med fem og åtte med fire, slik at 10*4-4 ble 6*4-4. 10*2+8*2 ble 6*2+4*2. Elevene som jobbet individuelt, slet med å utforme og gjennomføre planen. De har alle hatt algebra på skolen tidligere, men det var ifølge læreren deres ca. et halvt år tidligere. Samtlige elever som arbeidet individuelt hadde tilsynelatende manglende kompetanse innen algebra, og kom ikke frem til noe plan på egenhånd. Intervjuer måtte hjelpe dem gjennom denne delen av oppgaven.

Da elevene som jobbet individuelt skulle løse del 2 av oppgaven var det imiterende familiære algoritmiske resonnementer som dominerte. Grunnen til dette er at elevene oppfatter oppgaven som lik den foregående og vi kategoriserer dette innenfor det Lithner (2006, s. 16) kaller familiær algoritmisk resonnering. Grunnen til kategoriseringen er et resultat av at elevene bruker samme algoritme som på oppgave del 1, trolig fordi oppgaven ser lik ut, men bytter ut tallene. Dette kan man se på som familiær algoritmisk resonnering, da elevene husker fremgangsmåten og kun må bytte ut tallene. De husker for eksempel at man kan multiplisere sidelengden med fire for så å trekke fra de fire hjørnene. Ut fra dette får de løsningen 6*4-4. På samme måte blir 8*4+4 til 4*4+4, og 10*2+8*2 blir til 6*2+4*2. Det kan argumenteres for at en slik bruk av algoritmisk tenkning gjør at elevene forstår noe av strukturen bak algoritmen, siden de er i stand til å bytte ut riktig tall med det nye antallet ruter.

I den tredje delen av oppgaven kan man si at elevene som jobbet individuelt hadde større utfordringer med å forstå problemet. Når elevene fikk beskjed om at sidene er ukjent, altså at vi ikke vet hvor lange sidene er, var det noen elever som foreslo at man kunne bruke linjal eller uformelle måleenheter som en fingerbredde. Dette tyder på at elevene ikke forsto problemet, og ikke greide å koble over på algebraisk tenkning. Videre greide ikke elevene å løse oppgavene selvstendig uten nevneverdig hjelp fra intervjuer. Vi vet ikke hvilke årsaker som ligger bak dette, men ingen av elevene som jobbet individuelt klarte å se sammenhengen mellom aritmetikk og algebra på denne oppgaven, selv om Anne var et stykke på vei gjennom veiledning fra intervjuer.

Der enkeltelevene viker fra Polya (1957, s. xvi) sine fire steg er på siste steget, å se tilbake. Elevene er bestemt på løsningen 10*4, og greier ikke å se tilbake. I den grad de greier å se tilbake, greier de ikke å se hva som er feil med planen. Elevene ser heller ikke tilbake uoppfordret, og intervjuer er nødt til å lede de tilbake til planen, og i flere tilfeller påpeke feilen med planen.
Neste steg i oppgaven går ut på å finne hvor mange gule ruter bilderamma ville bestått av dersom sidene på kvadratet hadde en lengde på seks i stedet for ti. Her kan de støtte seg til figuren, men de kan ikke telle et korrekt antall ruter, og vil måtte regne ut hvor mange ruter det er mellom hjørnene. Elevene har i oppgave del 1 presentert løsninger som 10*2+8*2, der de har funnet ut at det er åtte ruter mellom hjørnene på hver lengde. Når de ikke har en figur å støtte seg til for å finne ut hvor mange ruter det er mellom rutene, vil de måtte regne dette ut. Det som går igjen i den andre delen av oppgaven er at elevene ikke ser seg tilbake. De bruker strategier og utregninger de har brukt tidligere, og stoler da på at det fungerer. Den tredje og siste delen av oppgaven er overgangen fra aritmetikk til algebra. I første del hadde elevene en konkret figur å støtte seg på, og i del 2 hadde de fortsatt konkrete tall, men ikke en figur med korrekte mål å støtte seg på. I den tredje delen av oppgaven hadde de ikke konkrete tall, men måtte selv finne ut hvordan de skulle uttrykke lengden på sidene.

5.3 Sammenligning gruppearbeid og individuelt arbeid

Innledningsvis i oppgaven delte vi forskningsspørsmålet vårt opp i tre underspørsmål. I denne delen av drøftingen ønsker vi å belyse følgende underspørsmål: *Hvilke forskjeller og likheter kan man se mellom prosessen hos gruppene og de som jobber individuelt?* Vi tar i denne delen av oppgaven for oss samtlige tre funn presentert i kapittel 4.1-4.3, og ser på forskjellene og likhetene på individuelt arbeid og arbeid i små grupper, gjennom funnene tidligere drøftet i dette kapittelet.

Det første elevene må gjøre i problemløsingsprosessen er å forstå hva problemet dreier seg om. Dette ser vi at elevene som jobbet i små grupper hadde større suksess med enn elevene som jobbet individuelt. Gruppe 2 viser at de forstår problemet når 8*4+4 blir presentert. Dette kan begrunnes i at de ser problemet med at antall hjørner ikke må telles to ganger. Gruppe 1 stiller spørsmål for å forsikre seg om at de har forstått problemet, deretter presenterer de 10*4, men greier gjennom samarbeid og endre løsningen til å være 10*4-4. De kan derfor klare et kreativt resonnement gjennom samarbeid, fordi de ser at 10*4 ikke er tilstrekkelig løsningsforslag for antall ruter i bilderamma. Dette forslaget blir rettet opp etter at Ida forslår en endring i Ola´s opprinnelige forslag. Dette kan tyde på at samarbeidet i gruppen, i dette tilfellet, kan være en faktor som bidrar til et korrekt forslag, og at de samtidig baserer det på et kreativt resonnement. De har derfor forstått problemet når de har sett tilbake på løsningen. Enkeltelevene ser ikke denne problematikken før intervjuer påpeker at dette kan være problematisk, det blir derfor ikke en selvstendig forståelse av problemet.

Gruppe 2 presenterer også løsningen 10*4-4, og denne hviler også på en løsning basert på et kreativt resonnement. Elevene som jobbet individuelt, derimot, presenterer 10*4 som løsning og evner ikke å se at hjørnene i kvadratet er talt dobbelt. Dette kan bare være et imiterende algoritmisk resonnement, fordi de trolig baserer det på formelen for omkrets av et kvadrat, men ikke ser at de iboende matematiske egenskapene til sidene i et kvadrat er at de deler hjørner, og om en da legger til alle sidene ved full lengde, vil en telle hjørnene to ganger. Det kan altså se ut til at et samarbeid i gruppen kan være fordelaktig for å få et kritisk syn på løsningsstrategien og eventuelt endre denne.

Etter at elevene som jobbet individuelt hadde fått påpekt dette problemet med hjørnene, kunne vi se at de så tilbake og kunne skjønne hvorfor og hvordan vi kom frem til løsningen. Dette ble sterk motsetning til elevene som jobbet i grupper som i større grad så tilbake på løsningene sine, og elevene som ikke hadde skjønt utformingen og gjennomføringen av planen kunne se hvordan gruppen hadde gått frem for å løse problemet. Vi ser at enkeltelevene klarer å produsere flere løsninger når de forstår problemet med antall ganger hjørnene telles, noe som kan tyde på at forståelsen av problemet var vanskelig for enkeltelevene

Del 2 av oppgaven gikk ut på at elevene skulle finne løsninger på hvor mange ruter ramma på kvadratet besto av dersom lengden på sidene var seks. Her var det en felles forståelse hos gruppene og elevene som jobbet individuelt om at de kunne endre på et av tallene i den foregående algoritmen og brukte derfor en familiær algoritmisk resonnering som strategi for å løse oppgaven. Dette kan man begrunne med at elevene tidligere løste lik oppgave og ser at den eneste variabelen her er sidelengdene, og derfor ikke har behov for å finne noen nye måter å løse problemet på. Her er det altså ingen forskjell i hvordan elevene velger å løse oppgaven.

Del 3 av oppgaven tar utgangspunkt i å generalisere de aritmetiske uttrykkene til algebraiske uttrykk. Elevene får spørsmål om hvordan man kan uttrykke en løsning dersom det er ukjent for oss hvor lang sidene på kvadratet er. Her har imidlertid elevene som jobbet individuelt betydelige utfordringer. Elevene som jobbet individuelt fant det vanskelig å omgjøre de aritmetiske løsningene til algebraiske, mens gruppene klarte det i større grad. Vi ser at kun Anna er på vei mot en generalisering når intervjuer er sparringspartner og hjelper henne i retning mot et svar. Dette kan minne om guidet algoritmisk resonnering hvor intervjuer hjelper eleven med å se sammenhenger og dermed klarer hun å være med på 4x-4 som en løsning (Lithner, 2006, s. 16).

Gruppene har imidlertid større suksess på denne delen av oppgaven, og vi kan se fra analysen at gruppe 1 brukte tid på å finne ut om det skulle være en eller to variabler, hvilke form av x de skulle anvende og gjennom en drøfting og diskusjon innad i gruppen klarte de å komme frem til 4x-4 og (x-1) *4. Dette viser at samarbeid kan være positivt, og mye tyder på at dette kan gjøre at gruppene fant løsningene mens enkeltelevene ble stående fast. Gruppe 2 klarte også å løse oppgaven hvor de skulle generalisere uttrykket og dette forsterker inntrykket vi fikk gjennom vår studie om at problemløsing i grupper kan være hensiktsmessig når de matematiske diskusjonene og rollene fungerer. Studien vår viser at dette kan gjøre elevene som arbeidet i gruppe i stand til å løse problemene på en bedre måte enn enkeltelevene gjorde.

Den matematiske diskusjonen innad i gruppene handlet om det var 2x, x^2 eller x og y som skulle være variablene. Det kan derfor virke som elevene benyttet de ulike verktøyene de hadde for å finne ut om løsningen ga mening. Shlomo Vinner (Koichu, 2014, s. 122) omtaler verktøykassen til elevene som et sett av fremgangsmåter, formler og algoritmer de vil trenge for å løse de oppgavene de presenteres for i skolen. Verktøykassen kan være effektivt i tradisjonelle oppgaver og kan minne om imiterende resonnering hos Lithner (2006, s. 5). Det blir derimot mer problematisk når elevene står ovenfor problemer slik de ble på oppgaven vi presenterte de for. Når elevene ikke vet hvordan de skal løse oppgaven, må de bruke kunnskapen, utforske og løse problemet gjennom å bruke verktøykassen. Det vil kunne være problematisk for elever når de blir møtt med matematiske problemer dersom de tidligere kun har blitt undervist i tradisjonell undervisning der oppgavene gjerne bygger på svar fra tidligere deloppgaver. Denne måten å undervise på er det Alrö og Skovsmose (2004, s. 39) mener er den tradisjonelle undervisningen hvor læreren gjennomgår tema og gir elevene verktøyene for å løse slike oppgaver. Problemet her kan være slik vi opplevde fra gruppene, hvor de assosierer arbeidet med å lage generell formel med bruk av ukjente som ofte får navnet x og y. Verktøykassen de har kan da tilsi at her skal det brukes en eller annen form og grad av x eller så skal det benyttes både x og y. De er imidlertid ikke helt enige og bestemt om det er 2x, x_2 og/eller Y som skal benyttes.

Avslutningsvis kan en argumentere for at alle elevene og gruppene presenterte løsningen 10*4-4, noe som kan være den mest enkle, men også elegante løsningen på problemet. Det vil være den løsningen som tydeliggjør problemet med et kvadrat best siden en legger sammen alle fullstendige sider og trekker fra hjørnene siden de blir talt to ganger.

5.4 Begrensninger

Dette delkapitlet tar for seg begrensningene vi har i utførelsen av studiet vårt. Vi ser i ettertid at det er store variasjoner mellom grupper og enkeltelever i hvordan de forsto problemet, og vi må umiddelbart gjøre oss refleksjoner om vi kunne vært tydeligere hos enkeltelevene på hva oppgaven var. På den annen side forsto de oppgaven tidlig i prosessen, når deres misforståelser kom frem, og ble rettet opp i av intervjuer. De største utfordringene i startfasen for elevene som jobbet individuelt var at de brukte algoritmen for omkrets av kvadratet (10*4), uten å selv se at rutene i hjørnene da ble telt to ganger.

Vi valgte å presentere oppgaven så likt som mulig for både gruppene og enkeltelevene. Vi må også ta høyde for at elevene ikke kjente oss i forkant og at de derfor kan ha vært påvirket av dette når de skulle utføre det oppgavebaserte intervjuet og at dette gjør elevene mer usikre eller mer restriktive med å presentere løsninger og ideer. Vi kunne også gitt elevene et ark med oppgaven, eller ikke forklart hva oppgaven var, men heller hatt oppgavetekst. Dette kunne imidlertid skapt misoppfatninger dersom elevene ikke var gode til å lese slike sammensatte oppgavetekster. Dette kunne skapt utfordringer som ikke var hensiktsmessig siden vårt fokus var på selve resonnementet og hvordan de arbeidet i problemløsing. Vi tror ikke vår gjennomgang av selve oppgaven påvirket elevene i noen retning i forbindelse med problemløsing og svar, siden vi ikke fortalte de problematikken med å unngå å telle antall hjørner flere ganger. Vi ser fra enkeltintervjuene at elevene kommer med flere løsninger når de blir klar over problemet med hjørnene, og vi tenker derfor at dette kunne skapt feil bilde av virkeligheten dersom vi hadde gjort de oppmerksomme på dette i starten.

Vi valgte tre elever per gruppe og har derfor ikke innsikt i hvordan gruppearbeidet ville fungert dersom det var flere elever på gruppen. Vi tenker at for mange elever på en gruppe vil kunne føre til at flere blir passive og ikke får det samme utbytte av å være på gruppen som de som engasjerer seg. Vi tror derfor at antallet elever på gruppen kan være en variabel som er viktig. Vi ser også at våre tanker om gruppesammensetning samsvarer med funnene til Lai (1999, s. 178) som finner at sammensetningen er viktig for hvordan gruppen fungerer både med tanke på medlemmer og i forhold til hvilke oppgaver som skal løses. Det kan derfor ikke utelukkes at en annen gruppe satt sammen av andre elever kunne hatt en annen måte å arbeide på og andre resultater enn de vi fikk. Avslutningsvis er det også en begrensning at vår studie varer over en relativt kort periode og derfor blir begrenset i form av omfang og tid, noe som begrenser vår mulighet til å utføre lignende oppgaver på flere grupper og enkeltelever.

En faktor i gjennomføringen av studien vi ønsker å problematisere og diskutere er intervjuers rolle i, og innvirkning på, elevenes løsning av oppgavene. Vi valgte å bruke oppgavebaserte intervjuer for å observere og dokumentere elevenes fremgangsmåte og resonnementer i oppgaveløsningen. Vi ser derimot fra våre observasjoner og innsamlede data at intervjuer fungerte som en slags sparrepartner for elevene gjennom at oppgaven ble løst gjennom en dialog mellom eleven og intervjuer. Dialogen mellom intervjuer og elev gikk ut på at intervjuer stilte eleven spørsmål og eleven svarte. Etter eleven hadde svart, forventet han/hun en respons fra intervjuer, og stoppet dermed opp prosessen i påvente av respons. For å komme videre i oppgaveløsningen kom derfor intervjuer med respons, som elevene tok som en indikator på om svaret deres var rett eller galt. Som regel responderte intervjuer med spørsmål som ville fremheve elevenes resonnement som ledet til svaret, men disse spørsmålene tolket elevene ofte som en indikasjon på at svaret var feil. Også når elevene ble stående fast og prosessen stagnerte, valgte intervjuer å lede elevene inn på deres misoppfatninger, og gjennom slike inngripener hjalp intervjuer elevene videre i prosessen.

Dersom elevene jobbet individuelt uten en intervjuer til stede kan det tenkes at utfallet av problemløsingen ville blitt noe annerledes. For eksempel stanset elevene etter å ha presentert en løsning. Dette uten å se etter flere løsninger eller se tilbake på den presenterte løsningen. Et utfall av at elevene jobbet individuelt kunne da ha vært at de kun presenterte en løsning, og at denne ville vært ufullstendig eller ukorrekt. Dersom elevene jobbet uten en intervjuer til stede, ville man ikke kunnet observere deres resonnementer eller prosessen som ledet frem til løsningene, og man hadde bare sittet igjen med et svar på et ark, og kanskje en utregning som kunne gitt en indikator på hva elevene har tenkt.

5.5 Veien videre

Gjennom vår studie gjorde vi funn som gikk ut over det vi egentlig forsket på og som ble valgt bort på bakgrunn av studiens omfang. Vi tror det kunne vært interessant å følge elevene i flere problemløsingsoppgaver og sett om det ble endringer eller likheter der. Videre kunne forskning på elevposisjonene innad i gruppen vært interessant for å se om dette endret seg eller om det kunne vært funnet flere roller. Det kunne også vært interessant og sett om elevene som ble intervjuet enkeltvis hadde løst oppgavene på en annen måte dersom de hadde blitt presentert for flere eller andre problemløsingsoppgaver.

Videre forskning over et lengre tidsperspektiv kunne sett på hvordan utfallet endret seg om de som var i små gruppe ble intervjuet enkeltvis og de som ble intervjuet enkeltvis ble satt i grupper. Dette kunne vært interessant for å se om det var felles for de valgte enkeltelevene hvilke posisjoner de ville hatt i grupper og om de ville endret måten de opptrådte på gjennom en gruppe. Det kunne også vært interessant å se nærmere på om gruppearbeid er mer læringsfremmende enn individuelt arbeid i problemløsing, og om det er andre arbeidsmetoder som er like, eller mer, hensiktsmessige i arbeid med problemløsing.

6 Konklusjon

Vår mastergradsoppgave tok utgangspunkt i elevenes problemløsingsprosess. Vi valgte å ha fokus på om det var noen forskjeller i hvordan små grupper og elever som jobbet individuelt valgte å løse oppgaven. Spesielt har vi vurdert dette i lys av Lithner (2006) og Polya (1957) sine strategier for problemløsing og resonnement. Forskningsspørsmålet vi endte opp med lyder som følger: *"Hvordan jobber elever individuelt og i grupper med problemløsing?"* For å finne ut av dette intervjuet vi tre elever og gjennomførte samme oppgave med to små grupper bestående av tre elever pr gruppe. Gjennom arbeidet med denne studien har vi lært mye av tidligere forskning, og ikke minst fått øynene opp for den mengden forskning som er gjort innen vårt fagfelt. Nå når studien er gjennomført og avhandlingen nærmer seg en avslutning vil vi også se tilbake på den lærdommen vi har fått av vår egen forskning. For å oppsummere har vi valgt ut tre viktige konklusjoner fra studien.

Den første konklusjonen er at elevene som jobbet med oppgaven i grupper hadde større suksess med løsning av oppgaven enn elevene som gjennomførte oppgaven individuelt i form av et oppgavebasert intervju. Elevene som jobbet individuelt og elevene som jobbet i grupper startet med relativt like resonnementer, men der det stoppet opp for elevenes resonnementer, fortsatte gruppene gjennom at en annen elev på gruppen fortsatte resonnementet. For elevene som jobbet individuelt var det ingen som trakk resonnementet videre, og prosessen stagnerte.

De praktiske implikasjonene av denne konklusjonen er at det kan være hensiktsmessig å la elevene arbeide med problemløsingsoppgaver i små grupper. Dersom elevene jobber individuelt med slike oppgaver bør man som lærer ha tilsyn til elevene, og veilede dem underveis. I tillegg bør man motivere elevene til å finne flere løsninger dersom dette er en del av oppgaven, da det viste seg at elevene i vår studie stoppet opp etter en løsning. Man bør også motivere elevene til å være kritiske til egne løsninger, da de ikke nødvendigvis ser seg tilbake etter å ha presentert en løsning de tror er riktig.

Denne konklusjonen strider mot Stacey (1992, s. 20) studie, der hun fant at det ikke var noe som tydet på arbeid i små grupper var bedre enn individuelt arbeid med problemløsing. En annen teoretisk implikasjon er at gruppene i stor grad følger Polya (1957, s. xvi) fire steg i prosessen med problemløsing. De begynte med å forstå problemet, deretter utarbeidet og gjennomførte de planen, og til sist så de tilbake på løsningen sin. Elevene som jobbet individuelt hadde større utfordringer med å forstå problemet, og utarbeidet og gjennomførte en plan som var ukorrekt eller ufullstendig. Der elevene som jobbet individuelt kanskje viket mest fra Polyas steg og gruppenes prosess var på det siste steget, å se tilbake. Elevene viste ikke kritikk mot sine egne løsninger, og oppdaget derfor ikke at de hadde presentert ukorrekte eller ufullstendige løsninger. Dette er noe som kan forskes videre på, der man tester dette ut med flere grupper, av ulik størrelse og sammensetning, og flere enkeltelever.

Den andre konklusjonen er at elevene som jobbet i små grupper påtok seg uformelle roller, som til sammen utgjorde en fungerende gruppe. Elevene tok på seg disse rollene selv, og de ble fordelt naturlig på gruppen, mest sannsynlig etter hvordan det er naturlig for elevene å forholde seg til de andre gruppemedlemmene. Gruppene besto av tre elever, og vi kunne tydelig se rollene veileder, pådriver, hjelper og outsider. Disse rollene utfylte hverandre godt, og vi kan se at gruppedynamikken fungerer gjennom en slik naturlig tildeling av roller. Veilederen var initiativtakeren på gruppen, som startet gruppediskusjonene. Denne eleven kom med de første ideene og resonnementene, og gjennom å tenke høyt lot veilederen medelevene ta del i tankegangen. Pådriveren var den eleven som motiverte de andre til å fortsette prosessen når det stoppet opp, og som motiverte de andre elevene til å fortsette og finne flere løsninger. Hjelperen påtok seg mer underordnede oppgaver i gruppen, som å skrive ned utregninger og løsninger på vegne av gruppen, og å ha kontroll på det nedskrevne. Disse tre rollene gjorde sammen at gruppen hadde en jevn progresjon i arbeidet. Outsideren hadde en mindre aktiv rolle, og bidro med bekreftende kommentarer.

En praktisk implikasjon av dette er at man som lærer bør ha tilsyn til og veilede gruppene. Gjennom tilsyn kan man avdekke utfordringer med gruppedynamikken, og man kan også få informasjon om hvorvidt gruppesammensetningen fungerer. Vi opplevde i vår studie at ikke alt ble avdekket underveis i oppgaveløsingen, men at vi oppdaget nye ting da vi bearbeidet materialet. Dette er noe man bør være observant på som lærer når elevene jobber i grupper. Videre bør man prøve å aktivisere «outsideren» på gruppen så langt det lar seg gjøre. Dersom gruppedynamikken i gruppen er dårlig, kan det være lurt å endre gruppesammensetningene.

Når elevene jobber individuelt bør læreren ha i bakhodet at det ikke er en pådriver til stede, og elevene kan ha behov for å bli drevet videre i oppgaven, og til å komme med flere løsninger.

En teoretisk implikasjon av denne konklusjonen er at Reinsnes og Lorentzen (2018) elevposisjoner, inspirert av Holter (2017) og M. Barnes (2004), kan finnes innad i gruppene i gruppediskusjonene. Det er fortsatt rom for videre forskning på roller eller elevposisjoner i gruppearbeid, der man kan se på hvordan disse rollene spiller sammen i ulike gruppesammensetninger, og med varierende størrelse på gruppene. Det kan tenkes at man ser flere av M. Barnes (2004) fjorten elevposisjoner dersom man har større grupper.

7 Litteraturliste

Alrö, H. & Skovsmose, O. (2004). Dialogic learning in collaborative investigation. *Nordic Studies in Mathematics Education, 9*(2), 39-59.

Amato, P. R. & Ochiltree, G. (1987). Interviewing children about their families: A note on data quality. *Journal of Marriage and the Family*, 669-675.

Arksey, H. & Knight, P. T. (1999). *Interviewing for social scientists: An introductory resource with examples* Sage.

Assad, D. A. (2015). Task-based interviews in mathematics: Understanding student strategies and representations through problem solving. *International Journal of Education and Social Science, 2*(1), 17-26.

Bailey, K. (1994). Social research methods: Methods of social research. I: New York: Free Press.

Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils' practice of school mathematics. *Mathematics, teachers and children*, 216-235.

Barnes, D. (2008). 1 1 Exploratory Talk for Learning. https://doi.org/10.4135/9781446279526.n1

Barnes, M. (2004). The use of positioning theory in studying student participation in collaborative learning activities.

Boesen, J. (2006). *Assessing mathematical creativity: comparing national and teacher-made tests, explaining differences and examining impact* Matematik och matematisk statistik, Umeå universitet.

Braun, V. & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative research in psychology, 3*(2), 77-101.

Bryman, A. (2012). *Social research methods* (4th ed. utg.). Oxford: Oxford University Press.

Cho, S. J. (2015). *Selected regular lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* Springer.

Christoffersen, L. & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. Oslo: Abstrakt forl.

Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. & Bell, R. C. (2011). *Research methods in education* (7th ed. utg.). London: Routledge.

Cuoco, A., Goldenberg, E. P. & Mark, J. (1996). Habits of mind: An organizing principle for mathematics curricula. *The Journal of Mathematical Behavior, 15*(4), 375-402. https://doi.org/https://doi.org/10.1016/S0732-3123(96)90023-1

Drageset, O. (2014). Korleis leie ein matematisk samtale. I(s. 12-16): Tangenten.

Dukes, S. (1984). Phenomenological methodology in the human sciences. *Journal of religion and health, 23*(3), 197-203.

Eder, D. & Fingerson, L. (2003). Interviewing children and adolescents. I J. A. Holstein & J. F. Gubrium (Red.), *Inside Interviewing: New Lenses, New Concerns* (s. 33-53). Thousand Oaks [Calif.]: Sage Publications.

Elo, S. & Kyngäs, H. (2008). The qualitative content analysis process. *J Adv Nurs, 62*(1), 107-115. https://doi.org/10.1111/j.1365-2648.2007.04569.x

Franke, M. L., Kazemi, E. & Battey, D. (2007). Mathematics in teaching and classroom practice. I F. K. Lester (Red.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (1. utg., s. 225-256). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Gold, B. (2017). School Mathematics and "Real" Mathematics. I *Humanizing Mathematics and its Philosophy* (s. 125-137). Springer.

Gold, R. L. (1958). Roles in sociological field observations. I *Social Forces* (s. 217-223).
Goldin, G. A. (1997). Chapter 4: Observing Mathematical Problem Solving through Task-Based Interviews. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph, 9*, 40-177. https://doi.org/10.2307/749946
Good, T. L., Grouws, D. A. & Mason, D. A. (1990). Teachers' Beliefs about Small-Group Instruction in Elementary School Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 21*(1), 2-15. https://doi.org/10.2307/749453
Hammersley, M. (1992). What's wrong with ethnography? , 50-51.
Hiebert, J. & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. I *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics.* (s. 1-27). Hillsdale, NJ, US: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.
Holter, T. A. (2017). *Elevers roller i matematikksamtale* The University of Bergen.
Höijer, B. (1990). Reliability, validity and generalizability: Three questions for qualitative reception research. *The nordicom review, 1*, 15-20.
Kieran, C. (2013). The false dichotomy in mathematics education between conceptual understanding and procedural skills: An example from algebra. I *Vital directions for mathematics education research* (s. 153-171). Springer.
Kjærnsli, M. & Olsen, R. V. (2013). *Fortsatt en vei å gå* Universitetsforl.
Koichu, B. (2014). Reflections on Problem-Solving. I M. N. Fried & T. Dreyfus (Red.), *Mathematics & Mathematics Education: Searching for Common Ground* (s. 113-135). Dordrecht: Springer Netherlands.
Krumsvik, R. J. (2014). *Forskingsdesign og kvalitativ metode*. Bergen: Fagbokforl.
Kvale, S. & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju*. Oslo: Gyldendal akademisk.
Lai, L. (1999). *Dømmekraft*. [Oslo]: Tano Aschehoug.
Le Compte, M. D. & Preissle, J. (1993). *Ethnography and qualitative design in educational research* (2. utg.). London: Academic Press.
Lesh, R. & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I R. Lesh (Red.), *Second handbook of research on teaching and learning* (bd. 2, s. 763-804). Charlotte: N. C: Information Age.
Lester, F. K. & Kehle, P. E. (2003). From problem solving to modeling: The evolution of thinking about research on complex mathematical activity. I R. E. Lesh & H. M. Doerr (Red.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (s. 501-518). Lawrence Erlbaum Associates Publishers.
Lithner, J. (2006). A framework for analysing creative and imitative mathematical reasoning. I: Citeseer.
Lithner, J. (2008). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 67*(3), 255-276. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9104-2
Morrison, K. R. B. (1993). *Planning and Accomplishing School-centred Evaluation*. Dereham, UK: Peter Francis.
NESH. (2006). Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap, humaniora, juss og teologi. Hentet fra https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf
Niss, M. & Højgaard, T. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*.
NOU. (2015). *Fremtidens skole — Fornyelse av fag og kompetanser*. Hentet fra https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/

NRC. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics*. Washington, DC: The National Academies Press.

Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods, 2nd ed*. Thousand Oaks, CA, US: Sage Publications, Inc.

Polya, G. (1957). *How to solve it: A new aspects of mathematical methods* Prentice University Press.

Pólya, G. (1954). *Mathematics and plausible reasoning (Volume 1, Induction and analogy in mathematics; Volume 2, Patterns of plausible inference).* . Princeton: Princeton University Press.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode*. Oslo: Universitetsforl.

Postholm, M. B. & Jacobsen, D. I. (2011). *Læreren med forskerblikk*. Kristiansand: Høyskoleforl.

Reinsnes, E. A. J. & Lorentzen, S. H. L. (2018). *Elevposisjoner i gruppearbeid. En kvalitativ casestudie av elevposisjoner og elevutsagn i arbeid med problemløsningsoppgaver i grupper* (Masteroppgave). Hentet fra https://munin.uit.no/bitstream/handle/10037/13799/thesis.pdf?sequence=2&isAllowed=y

Ringdal, K. (2013). *Enhet og mangfold* (3. utg.). Bergen: Fagbokforlaget.

Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition and Sense of Mathematics., Dalam Handbook of Reasearch on Mathematics Teaching and Learning (pp. 334-370). DA Grouws. I: New York: Macmillan.

Skemp, R. R. (1976). *Relational Understanding and Instrumental Understanding*. University of Warwick: Department of Education.

Stacey, K. (1992). Mathematical Problem Solving in Groups: Are Two Heads Better Than One? *Journal of Mathematical Behavior*, *11*.

Thagaard, T. (1998). *Systematikk og innlevelse*. Bergen-Sandviken: Fagbokforl.

Tjora, A. H. (2010). *Kvalitative forskningsmetoder i praksis*. Oslo: Gyldendal akademisk.

Utdanningsdirektoratet. (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag* (MAT1-04). Hentet fra https://www.udir.no/kl06/MAT1-04/Hele/Formaal

Utdanningsdirektoratet. (2015). vær bevisst i valg av oppgaver. Hentet fra https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/grunnleggende-ferdigheter/regning/god-regneopplaring/2.-var-bevisst-i-valg-av-oppgaver/

Utdanningsdirektoratet. (2017). *Kjerneelementer i matematikk, men hvorfor programmering?* . Hentet fra https://udirbloggen.no/kjerneelementer-i-matematikk-men-hvorfor-programmering/

Utdanningsdirektoratet. (2018). *Fagfornyelsen - siste innspillsrunde kjerneelementer*. Hentet fra https://hoering.udir.no/Hoering/v2/197

Utdanningsdirektoratet. (2019a). *Algoritmisk tenkning*. Hentet fra https://www.udir.no/kvalitet-og-kompetanse/profesjonsfaglig-digital-kompetanse/algoritmisk-tenkning/

Utdanningsdirektoratet. (2019b). *Læreplan i matematikk fellesfag 1.-10. trinn*. Hentet fra https://hoering.udir.no/Hoering/v2/343?notatId=686

Webb, N. (1991). Task-Related Verbal Interaction and Mathematics Learning in Small Groups. *Journal for Research in Mathematics Education*, *22*, 366. https://doi.org/10.2307/749186

Yackel, E., Cobb, P. & Wood, T. (1991). Small-Group Interactions as a Source of Learning Opportunities in Second-Grade Mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(5), 390-408. https://doi.org/10.2307/749187

Vedlegg 1

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

NSD sin vurdering

Prosjekttittel

Mastergradsavhandling

Referansenummer

671003

Registrert

15.11.2019 av Anders Martinsen - ama129@post.uit.no

Behandlingsansvarlig institusjon

UIT – Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Jan Nyquist Roksvold, jan.n.roksvold@uit.no, tlf: 77646141

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student

Anders Martinsen, ama129@uit.no, tlf: 91886872

Prosjektperiode

01.11.2019 - 15.05.2020

Status

28.05.2020 - Avsluttet

Vurdering (1)

17.12.2019 - Vurdert

Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet 17.12.2019 med vedlegg, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.
MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:
https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html
Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.
TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 15.05.2020.
LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger.
Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.
PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon omog samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitteog berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante ognødvendige for formålet med prosjektet
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for åoppfylle formålet

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).
NSD vurderer at informasjonen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.
Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.
FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).
For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Kajsa Amundsen
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)

Vedlegg 2

Intervjuguide oppgavebaserte intervju

1. Informasjon

Forklare hva som kommer til å skje gjennom dette oppgavebaserte intervjuet.

- Informere om at jeg vil at eleven skal tenke høyt gjennom hele intervjuet.
- Informere om hva datamaterialet skal brukes til
- Anonymt, taushetsplikt, ingen konsekvenser i ettertid
- Du står fritt til å avslutte intervjuet når som helst.
- Intervjuet er beregnet til å ta ca. 10-15 minutter
- Informere om lydopptak

2. Oppgaveløsningen

Oppgaven du får utdelt er en problemløsningsoppgave. Jeg ønsker at du tenker høyt underveis mens du løser den, slik at lydopptakeren får med seg hva du tenker.

Oppgave:

- Her ser du et kvadrat, der de ytterste rutene er farget gule. Oppgaven er å finne ut hvor mange ruter som er gule, UTEN å telle en og en.
- Hvordan tenker du at vi burde begynne med denne oppgaven?
- Hvorfor bør vi gjøre det slik?
- Hvordan vil du skrive regnestykket?
- Enn hvis kvadratet hadde 6 ruter hver vei i stedet for 10?
- Finnes det andre måter vi kan bruke for å løse denne oppgaven?
- Hvorfor fungerer det?

3. Avslutte

Takke for at eleven tok seg tid til å være med på intervjuet.

Informere enda en gang om at dette er helt anonymt og at det ikke vil være mulig å spore tilbake til enkeltindivid eller skole.

Vedlegg 3

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

”Arbeid med problemløsing”

I forbindelse med vår mastergradsoppgave ved Universitetet i Tromsø - Norges arktisk universitet, ønsker vi å se nærmere på oppgaveløsning med bruk av matematisk problemløsningstrategier. Formålet med dette er å se hvordan elevene arbeider og resonnerer i problemløsing.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Deltakelse i studien innebærer å være med på et oppgavebasert intervju som vil ha en varighet på 10-15 minutter eller arbeid i små grupper med samme oppgave som tar 25-40 minutter. Gjennom intervjuet får eleven tildelt et oppgaveark hvor vi snakker om oppgaven. Dette vil være utgangspunktet for intervjuet hvor eleven selv løser oppgaven. Gjennom hele intervjuet vil det være en dialog hvor vi diskuterer oppgaven. Elevene som arbeider i små grupper får lydopptaker på pulten og skal sammen arbeide med oppgaven.

Hensikten med dette intervjuet vil ikke være å finne ut hva eleven kan om dette temaet. Vi er heller ikke ute etter at eleven nødvendigvis skal komme frem til rett svar. Det vi ønsker å finne ut er hvordan eleven arbeider med problemløsing. Deltakelse i studiet innebærer å løse en matematikkoppgave gjennom et oppgavebasert intervju basert på den aktuelle oppgaven, slik at vi skal få informasjon og innsikt i hvilke problemløsningsstrategier elevene bruker på oppgaven. Deltakelsen innebærer videre at vi tar opp samtalen ved lydopptak, dette gjøres for å kunne gå tilbake å høre i etterkant. Informasjon om hva som skjer med lydopptak ligger under neste punkt.

Hva skjer med opplysningene om eleven?

Informasjonen som blir innhentet i dette intervjuet, er det kun vi som vil ha tilgang til. Det vil til enhver tid være innelåst i eget skap når vi ikke arbeider med opplysningene.

Det vil ikke være mulighet for å kjenne igjen informasjonen som kommer frem av intervju, transkriberingen og anonymiseringen av både personer og sted i den endelige masteroppgaven.

Tilgang til lydopptak som kan ses opp mot intervjuobjekt vil til enhver tid være innelåst og oppbevart adskilt fra øvrige data. Alle intervju vil bli slettet og makulert når prosjektet avsluttes og leveres 15. Mai 2020. Informasjonen som er hentet ut fra intervjuene og lydopptak vil bli brukt i analysering av masteroppgaven, som vil bli lagt tilgjengelig på munin.uit.no, Universitetet i Tromsøs arkiv med faglig og forskningsbaserte materiale.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du har spørsmål, kan du ta kontakt med prosjektansvarlig Jonas Larssen og Anders Martinsen på tlf: 91886872 eller på mail: ama129@uit.no

Vår veileder fra UiT Norges arktiske universitet er Jan Roksvold og kan nås på mail: jan.n.roksvold@uit.no

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *universitetet i Tromsø* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Samtykkelse

Jeg har mottatt og forstått informasjon om Mastergradsprosjektet og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ å delta i *Intervju*
- ☐ å delta i *Lydopptak*

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, ca 15. Mai 2020

(Signert av prosjektdeltaker, dato)