UiT Norges arktiske universitet

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk - UiT

Elevers resonnering i modellering

En kvalitativ studie av elevers resonnementer i arbeid med modelleringsoppgaver

Markus Pleym

Masteroppgave i Lærerutdanning 5.-10. trinn, juni 2020

LRU-3903 Matematikkdidaktikk

Forord

I en spesiell tid markerer masteroppgaven avslutningen på et femårig utdanningsløp for å bli lektor. Utdanningsårene har gitt meg uvurderlige kunnskaper, med masterprosjektet som en ubestridt topp.

Jeg vil rette en stor takk til familie, venner, medstudenter som har vært med på å gjøre denne perioden av livet lærerik. Spesielt takk til min samboer som har bidratt til å gi teksten flyt og struktur. En ekstra takk til alle de flotte studiekameratene som har bidratt til minnerike år i Tromsø.

En stor takk til veileder Per Øystein Haavold for uvurderlig hjelp og et godt samarbeid i forbindelse med oppgaven.

Til slutt rettes en takk til skolen og læreren som la til rette for datainnsamlingen til studien min.

Sammendrag

Bakgrunn for studien kom til høsten 2019 i forbindelse med fordypning i matematikkdidaktikk. Her fikk jeg bedre kjennskap til modellering og fagfornyelsen. Modellering og problemløsning har i tillegg vært et område innenfor matematikken som jeg har funnet interessant i lang tid. Basert på den nye fagfornyelsen og hvordan den skal implementeres formulerte jeg følgende problemstilling for min masteroppgave:

Hvordan resonnerer elever som er vant til tradisjonell undervisning mellom seg når de arbeider med en modelleringsoppgave i grupper?

For å besvare problemstillingen ble det formulert tre forskningsspørsmål. Teorikapittelet presenterer relevant teori knyttet til modellering, resonnering, bevis og kvalitet i undervisningen. Her kan elevenes handlinger innenfor modelleringsoppgaver, modelleringsmodeller og bevis trekkes fram. Videre defineres begrepene og de ulike definisjonene til teorien og knyttes opp mot min studie.

Metodekapittelet presenterer studiens forskningsdesign, før utvalgsprosessen og datainnsamlingsprosedyren knyttet til observasjon med lydopptak og gruppeintervju presenteres. Videre beskriver jeg analyseprosessen og presentasjonen av datamaterialet. Videre vurderer jeg studiets kvalitet gjennom begrepene validitet og reliabilitet, samt etiske aspekter. Til slutt ser jeg på metodiske utfordringer ved studien.

Resultatkapittelet er delt opp i tre hoveddeler: 4.1 Intervjuet, som ser på elevenes opplevelser med tema. 4.2 Elevenes handlinger i arbeid med en modelleringsoppgave. 4.3 Elevenes resonnementer sett i lys av bevis.

Diskusjonskapittelet oppsummerer først oppgavens funn. Deretter drøftes resultatene til de tre forskningsspørsmålene. Kapittelet avsluttes med en oppsummering av problemstillingen.

I avslutningen diskuterer jeg hva masterprosjektet har bidratt til i egen læring, samt veien videre.

Innholdsfortegnelse

Tabelliste

1 Innledning

1.1 Bakgrunn for studien

Høsten 2020 implementeres den nye læreplanen i skolen og dette vil føre til store omveltninger i dagens skole. Når jeg ser tilbake på egen oppvekst og skolegang bar den preg av tradisjonell undervisning hvor lærer foreviste på tavle og elevene arbeidet med oppgaver i boken, deretter sjekket en fasit. I løpet av studiet har vi arbeidet med modellering, og spesielt semesteret i forkant av masteroppgaven. Samtidig har jeg fått en spesiell interesse for temaet og dette blir ytterligere aktualisert gjennom de nye kjerneelementene i matematikk, der modellering er en av dem. Mitt ståsted er at elevene lærer best i samhandling med andre og når de får prøve ut og utforske problemer. I NOUs (2015) rapport ble det trukket fram fire kompetanseområder som grunnlag for fornyelse av skolens innhold: Fagspesifikk kompetanse, kompetanse i å lære, kompetanse i å kommunisere, samhandle og delta, og kompetanse i å utforske og skape: Utvalget gir et samfunnsperspektiv på hva de mener burde være en del av fornyelsen av skolens innhold. De fire kompetanseområdene er generelle og skal kunne plasseres innenfor alle fag, de griper samtidig en viktig del av det å arbeide med modellering. Mange vil i fremtiden ha behov for matematikk i jobb eller videre utdanning, og det vil da være svært relevant å ha arbeidet med matematikk som knyttes til det virkelige liv. Videre skriver de at elevene vil være i en kontinuerlig læringsprosess med fokus på metakognisjon. Innenfor modellering vil elevene få utfordre seg på forskjellige strategier og fremgangsmåter og bygge videre på dette. Det tredje kompetanseområdet kan rettes mot modellering gjennom at elevene får mulighet til å kommunisere, samhandle og delta i oppgavene. Innenfor det siste kompetanseområdet får elevene mulighet til å utforske og skape. Spesielt kritisk tenkning og problemløsning settes i sammenheng med det å kunne resonnere og analysere, identifisere relevante spørsmål og finne relevante strategier for kompleks problemløsning. Dette kan støttes av Blum (2015, s. 81) sine fire grupper av begrunnelser for hvorfor modellering er relevant å anvende i pensum og den daglige undervisningen:

1. Den pragmatiske begrunnelsen: For å kunne forstå og mestre virkelige problemer må elevene lære å omforme problemene til matematikk.
2. Den formative begrunnelsen: Kompetanse kan tilegnes gjennom å engasjere seg i modelleringsaktiviteter. Kompetanse i argumentasjon kan tilegnes gjennom «virkelighetsorienterte bevis».

3. Den kulturelle begrunnelsen: Man må se bruken av matematikk i samfunnet for å få et bilde av hva matematikk som vitenskap er.
4. Den psykologiske begrunnelsen: Gjennom arbeid eksempler fra den virkelige verden kan dette være med på å motivere elevene, eller strukturere innholdet slik at elevene forstår det.

Begrunnelsene gir en matematisk relevans til modellering og viktigheten av å undervise i dette. Lesh og Zawojewski (2007, s. 764) påpeker at en rekke I-land i Asia har endret pensum mot kritisk tenkning, teknologi og matematisk problemløsning, og gått bort fra et pensum som hovedsakelig støtter instrumentell instruksjon. Et annet viktig element som gjør modellering dagsaktuelt og relevant er den nye fagfornyelsen (Utdanningsdirektoratet, 2020) som trer i kraft høsten 2020 hvor modellering og anvendinger er et eget kjerneelement.

1.2 Formål med studien og forskningsspørsmål

Formålet med denne studien er å se på hvordan elever resonnerer i grupper når de arbeider med en modelleringsoppgave. Studien er gjennomført i en 9. klasse som arbeidet tradisjonelt med matematikk. Den tradisjonelle undervisningen ses i denne oppgaven i sammenheng med instrumentell forståelse, som kort fortalt omhandler å memorere matematiske formler som kan anvendes på problemer (Star, 2014). Elevenes resonnementer kartlegges ved å bruke Voskoglou (2007) sin fem-stegs modelleringssyklus, og innenfor denne vil elevenes observerbare handlinger eksemplifiseres ved hjelp av Sol et al (2011) sine handlinger. Modelleringsoppgaven i studien er ikke tilknyttet til et spesifikt kompetansemål i læreplan, fokuset er vektlagt på at modellering er en viktig del av undervisningen på generell basis og hva modellering kan lede til.

Med bakgrunn i dette og ønsket om å se på hvordan elevene resonnerer har jeg formulert følgende problemstilling og forskningsspørsmål:

Hvordan resonnerer elever som er vant til tradisjonell undervisning mellom seg når de arbeider med en modelleringsoppgave i grupper?

1) *Stiller elevene seg positive til arbeid modelleringsoppgaver?*
2) *Hva kjennetegner elevenes handlinger innenfor modelleringsoppgaver?*
3) *Hva kjennetegner elevenes resonnementer innenfor bevis i arbeid med modelleringsoppgaver?*

Den overordnede problemstillingen har som hensikt å rette søkelys på hvordan elever som er vant til å arbeide tradisjonelt med matematikk, arbeider med modelleringsoppgaver gjennom å se på hvordan de resonnerer. Gjennom de tre forskningsspørsmålene vil problemstillingen bli utredet. Forskningsspørsmål én forsøker å kartlegge elevenes opplevelser knyttet til arbeid med modelleringsoppgaver. Forskningsspørsmål to har som formål å se på de konkrete handlingene elevene gjør i arbeidet med modelleringsoppgaven. Det tredje forskningsspørsmålet vil gå i dybden på noen av elevenes resonnementer og se på kjennetegn ved disse med fokus på bevis.

I kapittel 2 redegjør jeg for relevant teori for studien. I kapittel 3 begrunner og redegjør jeg for mine metodiske valg. I kapittel 4 presenterer jeg resultatene fra observasjonen, intervjuet og elevenes resonnementer som skilte seg ut. I kapittel 5 drøfter jeg de resultatene fra kapittel 4. Til slutt oppsummerer jeg funnene og fremmer forslag for videre forskning i kapittel 6.

2 Teoretisk bakgrunn

I teorikapittelet presenteres begrepene modellering, resonnering og bevis, og redegjøres for hvorfor disse begrepene er relevante for studien. Til slutt presenteres relevant teori knyttet til gjennomføringen av undervisningen.

2.1 Modellering

Ifølge utdanningsdirektoratet (2019) er kjerneelementene det elevene må lære seg for å kunne mestre og anvende faget. Sentrale begreper, metoder, tenkemåter, kunnskapsområder og uttrykksformer er hoved-essensen i kjerneelementene. Over tid skal elevene utvikle forståelse av innhold og sammenhenger i faget gjennom kjerneelementenes preg på innhold og progresjon i læreplanene Modellering og anvendinger er et av kjerneelementene. Utdanningsdirektoratet (2020) definerer modellering i matematikk som en modell som beskriver virkeligheten i matematisk språk, hvor elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk blir brukt for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Videre skal elevene kritisk vurdere om modellene er gyldige, hvilke avgrensinger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere hvordan de kan brukes i andre situasjoner.

2.1.1 Modellering innen forskning

Blum (2011) presenterer en definisjon for modelleringskompetanse samt en syv-stegs modelleringssyklus for kognitiv analyse gjennom en studie som omhandler de empiriske funnene på undervisning og læring av matematisk modellering med fokus på 8.-10. klassinger som er mellom 14 og 16 år. Blum (2011, s. 17) eksemplifiserer modelleringsoppgaver som utfordrende fordi de involverer oversettelse mellom virkeligheten og matematikken i begge retninger, og da vil passende matematiske ideer i tillegg til virkelighetsforståelse være nødvending. For kognitive analyser av modelleringsoppgaver ble det utviklet en syv-stegs modell som viser typiske måter å løse denne type oppgaver på. Det første steget er å forstå problemsituasjonen og problemløseren må da konstruere en *situasjonsmodell.* Steg nummer to vil være å strukturere situasjonen ved å bringe gitte variabler inn i oppgaven, for deretter å forenkle som fører til en *ekte modell*. *Matematisering* som er det tredje steget handler om å transformere den ekte modellen til en matematisk modell. I det fjerde steget, *arbeide matematisk* jobber elevene matematisk med oppgaven, og dette leder til det femte steget, *matematiske resultater.* Disse tolkes i den virkelige verden som virkelige resultater og ender opp med en mulig løsning. I steg seks *valideres* resultatene og her avgjøres det om det er nødvendig å gjøre endringer og gå igjennom syklusen en gang til. Til slutt *eksponeres* løsning som en endelig løsning (Blum, 2011, s. 17 og 18). Med modellen som bakgrunn kan modelleringskompetanse defineres som ferdighetene til å konstruere og bruke matematiske modeller gjennom å anvende modelleringsstegene korrekt og analysere, og sammenligne de gitte modellene (Blum, 2011, s. 18). Blum (2011, s. 19) argumenterer med at matematiske modeller og modellering er overalt rundt oss, og ofte i tilknytning til viktige teknologiske verktøy og derfor viktig for elevene å lære. Gjennom modellering blir matematikken også mer meningsfull for eleven. I eksempel en i artikkelen (2011, s. 16) presenteres oppgaven som er bakgrunn for undervisningen. Det argumenteres for at det er en modelleringsoppgave siden den mest essensielle delen av oppgaven er å oversette mellom virkeligheten og matematikken.

Sol et al (2011) studerte modelleringsatferden til 12-16 åringer basert på skriftlige rapporter fra realistiske matematiske prosjekter. Videre ble de analysert gjennom en hypotetisk modelleringsrute som involverte 16 handlinger. Anvendelse av dette verktøyet så de på som godt for å forstå utfordringene elevene møtte når de skulle utføre de opprinnelige stegene og i valideringsprosessen (Sol, Giménez, & Rosich, 2011, s. 231). Bakgrunnen for studien er at mye av forskningen som er gjort knyttet til modellering baserer seg på eksperter og det er derfor uvisst hvorvidt de vanlige modelleringssyklusene blir anvendt av elever på ungdomsskolen. Den teoretiske bakgrunnen til Sol et al (2011, s. 232) bygger på flere forskjellige modelleringssykluser (Mason syklus, Blum og Leiβ og Voskoglou) hvor hver fase i syklusen er basert på et sett med handlinger. Noen av disse handlingene er definert med bakgrunn i hva som er foreslått i de andre kjente modelleringssyklusene.

Tabell 1: Hypotetiske modelleringhandlinger relatert til flere forskjellige modelleringssykluser (Sol, Giménez, & Rosich, 2011, s. 233)

Blum & Lei phases	Voskoglou cycle	Mason cycle	Observable hypothetical actions
1, 2	Analyse	Specify	1. Understand and recognise a mathematically manageable problem. 2. Simplify and structure. Recognise restrictions and specifications. Make decisions about a statement.
3	Mathematise	Build a model	3. Identify objects and relevant relationships. 4. Choose relevant variables, distinguishing from others. 5. State assumptions. Recognise the mathematical background that is needed. 6. Explain relationships between real objects and mathematical knowledge. 7. Check the coherence in the set of assumptions and mathematical relationships according to the real situation.
4		Formulate mathematically	8. State the relationship among variables using mathematical language. 9. Formulate hypotheses mathematically. 10. Formulate problems and/or sub-problems in a mathematical way.
	Solve & Interpret	Find mathematical solutions	11. Problem-solving processes involved in finding the solution.
5		Interpret	12.Find and interpret solutions mathematically in the model used.
6	Validate	Compare with the original	13. Recognise the meaning and extent of the solutions and conclusions in the real situation. Pupils can also state the model. 14. Validate the model itself. Change the model if necessary. 15. Promote reflection about results.
7	---	Write a report	16. Communicate the process and results when the model is valid.

Gjennom studien fant Sol et al (2011, s. 238) ut at de 16 handlingene gjorde dem i stand til å identifisere modelleringsprosessen som elevene fulgte. De fleste rutene som ble valgt startet med handling 1 eller 2 og fortsatte på 10 eller 11, og dette reflekterer den klassiske strukturen på en problemløsnings-prosess. Handling 5, 7, 9, 14 og 15 ble nesten ikke identifisert i deres prosjekt. En teori på hvorfor dette skjedde er at de trodde elevene så på prosjektet som en lenke av små problemer i stedet for et stort problem. Handling 10, 11 og 13 som minner den klassiske tolkningen av en problemløsnings-aktivitet i klasserommet ble regelmessig repetert. Handling 6 ga noen utfordringer: Forholdet mellom ekte objekter og matematisk kunnskap er lett å observere i tilfellet med ekte objekter, hvis man tenker på en kake kan man snakke om form og vekt: men avstand er ikke et håndgripelig objekt og er derfor vanskeligere for elevene å relatere til et matematisk objekt. Videre gikk elevene mellom 12 og 14 år gjennom færre handlinger enn de mellom 14 og 16 år, og de fant det også vanskeligere å gjenkjenne variabler og forholdet mellom dem. De trenger også hjelp til å komme seg gjennom handling 1 og 2. 15 og 16- åringene gikk gjennom handling 4, 6 og 8 mens 12-13 åringene ikke brukte disse handlingene. Handling 4 opptrådte kun hos 15-16 åringene. Handling 14 og 16 ble ikke brukt av noen av elevene (Sol, Giménez, & Rosich, 2011, s. 237 og 238).

Lesh og Zawojewski (2007, ss. 780-781) mener det trengs et ferskere perspektiv på problemløsning, og som går forbi det gjeldende skolepensumet og nasjonale standarder. Det ferske synet på problemløsning må se på læring av matematikk og problemløsning som integrert, basert på modelleringsaktiviteter, og som et byggverk som er i kontinuerlig utvikling (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 782). Matematikk læres ifølge Lesh og Zawojewski (2007, s. 783) gjennom modellering. Elevene starter læringen gjennom å utvikle konseptuelle systemer som gir mening om virkelige situasjoner hvor det er nødvendig å lage, revidere eller tilpasse en matematisk måte å tenke på. Videre forventes det at elevene bringer sin egen personlige mening inn i problemet, og tester og tilpasser deres antagelser i en serie av modellerings-sykluser.

Artigue og Blomhøj (2013, s. 797) definerer undersøkende undervisning som en type undervisning der læreren inviterer elevene til å arbeide på lignende måter som matematikere og forskere gjør. RME (realistic mathematics education) er et fenomen som inviterer til at læringen i matematikk må være en del av elevenes virkelighet. I RME blir to former for matematikk skilt ut: *Horisontal matematikk* tar for seg transformeringen av ekte situasjoner og problemer til matematiske termer og modeller, mens *vertikal matematikk* omhandler refleksjoner og arbeidet med matematikken og hvor en ny matematisk virkelighet oppstår sammen med kjente teknikker og semiotiske verktøy (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 804). Artigue og Blomhøj (2013, s. 805) ser på modellering som et konsept for å systematisk forstå og arbeide med forholdet mellom matematikken og problemsituasjoner eller fenomener i andre disipliner og i ekstra-matematiske kontekster generelt. Fra et læringsperspektiv kan modellering være en bro mellom matematiske konsepter og ideer, og opplevelser fra virkeligheten. Gjennom modelleringsaktiviteter kan eleven skape mening av konseptene og samtidig få ny innsikt i problemsituasjonen som ble modellert (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 805).

2.1.2 Modellering i mitt studie

I dette teorikapittelet har jeg presentert flere syn og tilnærminger til modellering. Blum (2011) og Sol et al (2011) sine modelleringssykluser og handlinger ligger til grunn i studiens oppbygging og analyse. Definisjonene for hva modellering er henger sammen og har flere likhetstrekk. Blum (2011) definerer modelleringskompetanse som ferdighetene til å konstruere og bruke matematiske modeller gjennom å anvende modelleringsstegene korrekt og analysere, og sammenligne de gitte modellene. Blum (2011) argumenterer videre med at matematiske modeller og modellering er overalt rundt oss, og ofte i tilknytning til viktige teknologiske verktøy og derfor viktig for elevene å lære. Gjennom modellering blir matematikken også mer meningsfull for eleven. Lesh og Zawojewski (2007) definerer modellering ved at elevene starter læringen gjennom å utvikle konseptuelle systemer som gir mening om virkelige situasjoner hvor det er nødvendig å lage, revidere eller tilpasse en matematisk måte å tenke på. De trekker også inn modelleringssykluser ,og dette kan knyttes til Blum (2011). Artigue og Blomhøj (2013, s. 805) ser på modellering som et konsept for å systematisk forstå og arbeide med forholdet mellom matematikken og problemsituasjoner eller fenomener i andre disipliner og i ekstra-matematiske kontekster generelt. Felles for de tre definisjonene er forholdet mellom matematikken og virkeligheten.

2.2 Resonnering

Resonnering og argumentasjon (Utdanningsdirektoratet, 2020) er et annet kjerneelement som kommer inn i den nye læreplanen fra høsten 2020. Resonnering i matematikk handler om å kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Elevene skal forstå at matematiske regler og resultat ikke er tilfeldige. Elevene skal utforme egne resonnement både for å forstå og for å løse problem. Argumentasjon handler om at elevene begrunner fremgangsmåter, resonnement og løsninger og beviser at disse er gyldige (Utdanningsdirektoratet, 2020).

2.2.1 Resonnering innen forskning

Ifølge Kilpatrick et al (2001, s. 5) inneholder matematiske ferdigheter fem tråder: Konseptuell forståelse, flytende fremgangsmåter, strategisk kompetanse, adaptiv resonnering, og produktiv disposisjon. Konseptuell forståelse omhandler forståelse av matematiske konsepter, operasjoner og relasjoner. Innenfor flytende fremgangsmåter skal elevene utvikle ferdigheter i å arbeide fleksibelt, presist, effektivt og korrekt. Strategisk kompetanse tar for seg evnen til å formulere, representere og løse matematiske problemer. Adaptiv resonnering er elevens evne til logisk tenkning, refleksjon, forklaring og begrunnelse. Produktiv disposisjon handler om å se matematikk som forståelig, anvendbart, og viktig sammen med en overbevisning å selv se effekten av det. De fem trådene henger sammen og er gjensidig avhengig av hverandre. Kilpatrick et al (2001, s. 116) påpeker videre at man ikke kan fokusere på kun en eller to av trådene for å oppnå matematiske ferdigheter men må se alle sammen.

Lithner (2007, s. 257) definerer resonnering som linjen av tanker adoptert til å produsere antakelser og komme til konklusjoner i oppgaveløsning. Det er ikke nødvendigvis basert på formell logikk, eller avgrenset til bevis, og kan til og med være feil så lenge det er noe forståelig for den som resonnerer og det er argumenter som støtter antakelsene. Lithner (2007, s. 257) presenterer en struktur for resonnering gjennom fire steg for å løse en oppgave:

1. En oppgave møtes som er betegnet som en problematisk situasjon hvis det ikke er åpenbart hvordan man går videre.
2. En strategi blir valgt, hvor strategier er alt fra lokale prosedyrer til generelle fremgangsmåter og valg ses i et vidt spekter (velge, huske, konstruere, utforske, gjette etc.) Dette kan støttes av prediktiv argumentasjon: Hvorfor vil denne strategien løse oppgaven?
3. Strategien implementeres, og dette støttes av verifiserbar argumentasjon.
4. Til slutt blir en konklusjon lagt fram.

Resonnering kan ha mange funksjoner i matematikken: inkludere verifikasjon, forklaringer, systematisering, oppdagelse, kommunikasjon, konstruering av teori og utforskning (Lithner, A research framework for creative and imitative reasoning, 2007, s. 260). Men Lithner (2007, s. 260) ser flere aspekter med argumentering som må tas med i betraktning, blant annet er det tre faktorer som påvirker kvaliteten til et argument: Validitet, evner til å overbevise, og konstruktivitet. Meningen med et standpunkt er basert på innholdet, status (premiss, konklusjon, teorem), logisk verdi og epistemisk verdi, hvor sistnevnte er graden av tillit (absurd, urealistisk, mulig, trolig, åpenbart) som personen har i et standpunkt så fort hen forstår innholdet. Validiteten til et argument blir avgjort av sosiomatematiske normer. Det kan forventes at elevene må begrunne sine løsninger og dette ses på som en sosial norm, men hva som aksepteres som en matematisk løsning er en sosiomatematisk norm. En akseptabel begrunnelse er basert på matematikken (Lithner, 2007, s. 261).

2.2.2 Resonnering i mitt studie

Teoridelen som omhandler resonnering har sett på noen aspekter ved temaet. Kjerneelementene som trer i kraft fra høsten 2020 gjør resonnering relevant. Kilpatrick et al (2001) sin definisjon av adaptiv resonnering vil være nært knyttet til resultat og analysedelen av studien. Adaptiv resonnering favner bredt og resonneringen til elevene behøver heller ikke å være matematisk korrekt men kan basere seg på uformelle forklaringer, dette støttes også av Lithner (2007, s. 257). Resonnering har også ifølge Lithner (2007) mange funksjoner i matematikken, og i studien er dette lagt til grunn for hvorfor resonnering er valgt. Resonnering favner bredt og dette støttes ytterligere av Kilpatrick et al (2001, s. 129) beskriver at en viktig del med adaptiv resonnering er evnen til å rettferdiggjøre eget arbeid, ved å skaffe tilstrekkelige grunner for det. En annen viktig del av resonneringen er argumentasjon. Dette kommer til syne i Lithners (2007, s. 257) fire steg for struktur når man resonnerer. De tre faktorene som støtter et argument (2007, s. 260) vil også være relevant å trekke inn for hvorfor argumentasjon er viktig. Et argument kan derfor ses på som slutningen til resonneringen. I studien har jeg vektlagt elevenes resonnementer basert på adaptiv resonnering, samt Lithners (2007, s. 257) beskrivelse av hva et resonnement er. I studien har jeg valgt å definere et argument som en slutning i resonneringen til elevene der de legger fram sitt perspektiv på hvorfor de har rett.

2.3 Bevis i matematikken

Ifølge Harel og Sowder (207, s. 808) konstrueres ikke ny kunnskap i et vakuum men skapes av eksisterende kunnskap. Hva eleven vet nå består av en basis for hva hen vil vite i fremtiden. Bevisstrategi (Proof scheme) er basert på tre definisjoner:1) Eleven kan enten anta eller fastslå (fakta) at noe er sant. Antagelsen opphører å være en formodning og blir et fakta i personens synspunkt når hen blir sikker på sannheten. 2) For å bli sikker på om antagelsen er sann må eleven prøve. I denne prosessen fjerner eleven tvilen knyttet til antagelsen. 3) Prosessen med å bevise inkluderer to underprosesser: fastslå og overtale. Når eleven fastslår, fjerner hen tvilen knyttet til antagelsen. Overtaling er prosessen hvor eleven fjerner andres tvil knyttet til antagelsen.

Balacheff (1988, s. 216) presenterer en studie om bevis fra matematiske praksiser til elever, som baserer seg på en eksperimentell inngang som lar prosessen med bevis brukt i problemløsning til å bli sett enklere. Dette gjelder spesielt å undersøke hvordan elevene kommer fram til sin overbevisning av validiteten til deres foreslåtte løsning. Balacheff (1988, s. 217) skiller mellom to typer bevis: pragmatiske og konseptuelle. Pragmatiske bevis benytter seg av handlinger eller visninger, mens konseptuelle bevis er de som ikke involverer handlinger men støtter seg på formuleringer av egenskapene til spørsmålene og forholdet mellom dem. Videre kan de pragmatiske og konseptuelle bevis deles inn i fire hovedtyper i den kognitive utviklingen av bevis: naiv empirisme, avgjørende eksperiment, generisk eksempel og tankeeksperiment. De tre første typene går under pragmatiske bevis mens det siste går under konseptuelle bevis (Balacheff, 1988, s. 218). I vedlegg 4 er de ulike bevistypene eksemplifisert gjennom Varghese (2011).

Naiv empirisme handler om å hevde sannheten i resultatet etter å ha verifisert flere caser. Dette grunnleggende stadiet i å bevise er en av de første formene i prosessen med å generalisere. Men en undersøkelse av 15-åringer som viste at 25 prosent av dem baserte svarene sine kun på verifikasjon av et fåtall caser. Balacheff (1988, s. 218) mener derfor at man kan forvente naiv empirisme til å utgjøre en form for resistens mot generalisering. Et annet hinder som kan oppstå i den sosiale interaksjonen er når elever med forskjellige konsepter arbeider sammen. Dette eksemplifiseres gjennom en elev som dro fordeler av partnerens vanskeligheter og fremmet sin egen løsning, og det ble da ingen kollektiv innsats i å løse det (Balacheff, 1988, s. 222).

Avgjørende eksperiment henviser til et eksperiment hvor utfallet tillater et valg mellom to eller flere hypoteser som er designet slik at utfallet skal være klart forskjellig i forhold til hvilken av hypotesene som er casen (Balacheff, 1988, s. 218). Eleven vil derfor bestemme seg for en strategi som skiller de ulike hypotesene fra hverandre. Denne type validering skiller seg fra naiv empirisme ved at eleven fremmer eksplisitt problemet generelt og løser det ved å satse alt på utfallet av en bestemt case som hen gjenkjenner å ikke være veldig spesiell (Balacheff, 1988, s. 219). Eleven velger et ekstremtilfelle og hvis beviset fungerer for det eksempelet vil de konkludere med at deres antagelser er korrekt og dermed har de bevist det.

Generisk eksempel involverer å eksplisitt vise grunnene for hvorfor en antagelse er sann gjennom operasjoner eller transformasjoner av et objekt som ikke er der, men som et karakteristisk representativ av dens klasser. Dette innebærer å involvere de karakteristiske egenskapene og strukturene til denne klassen, innenfor termen av navnene og illustrasjonene av dens representanter. (Balacheff, 1988, s. 219). Fokuset til eleven vil ligge på den aktuelle oppgaven, men argumentasjonen vil kunne omhandle en representasjon av helheten. Et eksempel på en slik argumentasjon vil være: *Noen sykler er tohjulssykler, alle tohjulssykler er sykler*. I likhet med avgjørende eksperiment brukes generisk eksempel for å overbevise partneren som sådde tvil om løsningen som var valgt (Balacheff, 1988, s. 224).

Tankeeksperimentet påkaller handlinger ved å internalisere dem og frigjøre seg fra en bestemt representasjon. Handlingene blir fortsatt farget av en anekdotisk tidsutvikling, men operasjoner og grunnleggende relasjoner av beviset indikerer på en annen måte en resultatet av bruken, som er casen med generisk eksempel (Balacheff, 1988, s. 219). Tankeeksperimentet opptrer som et middel for å underbygge de foreslåtte proposisjonene i et forsøk på å forklare dem. Det involverer ikke bestemte situasjoner (Balacheff, 1988, s. 225). For å bevege seg inn i konseptuelle bevis kreves det en endret posisjon, hvor eleven må distansere seg selv fra handlingene og prosessene for å finne løsningen til problemet. For å utvikle et funksjonelt språk der språket blir et verktøy for logiske deduksjoner må elevene *dekontekstualisere* og *depersonialisere*. Dekontekstualisere innebærer å gi opp det faktiske objektet for klassen av objekter, uavhengig av de bestemte omstendighetene. Depersonalisere handler om å løsne handlingen fra den som handlet samt at det må være uavhengig (Balacheff, 1988, s. 217).

2.3.1 Bevis i mitt studie

Å kunne bevise er en viktig del av matematikken. Harel og Sowder (207) eksemplifiserer dette gjennom bevisstrategier. Når eleven antar noe må hen prøve å fjerne tvilen for å først overbevise seg selv og deretter andre om sin antagelse. Balacheff (1988) sine taksonomier for ulike typer bevis hjelper forskeren å strukturere bevisene og kategorisere dem. I studien min vil bevisstrategiene ligge til grunn for elevenes resonnementer og argumentasjon. Balacheff sin taksonomi er bakgrunn for analysen av elevenes resonnementer.

2.4 Kvalitet i undervisningen

Imsen (2012, s. 163) definerer kort at elevens læring skal bidra til at de vokser og utvikler seg som frie, opplyste, selvstendige og ansvarlige personer. Ifølge Schoenfeld (1992, s. 32) er målet med matematikkundervisningen å gi elevene en følelse av disiplinen, en følelse av dets omfang, styrke, bruksområde og historie. Det skal gi elevene en følelse av hva matematikk er og hvordan det gjøres, på et nivå som gjør dem i stand til å erfare og forstå. Instruksjonen skal siktes på en konseptuell forståelse, slik at elevene kan anvende matematikken de har jobbet med på en fleksibel og resursfull måte. Videre skal de matematiske instruksjonene gi elevene mulighet til å utforske en rekke problemer og problemsituasjoner, som strekker seg fra øvelser til åpne problemoppgaver og utforskende situasjoner, elevene bør også gis en rekke forskjellige fremgangsmåter og teknikker for å jobbe med problemene (Schoenfeld A. H., 1992, s. 32). Ponte og Quaresma (2016, s. 51) identifiserer handlinger som kan bli sett på som byggende elementer i en lærers klasseromspraksis i matematiske diskusjoner, og hvordan disse handlingene kan kombineres for å skape fruktbare læringsmuligheter for elevene. To sentrale elementer i lærerens praksis er: oppgavene som elevene får av læreren, og hvordan læreren håndterer kommunikasjonen i klasserommet. For elevene utgjør det en stor forskjell å arbeide med oppgaver som krever en innsats for å forstå og formulere en ny løsningsstrategi sammenlignet med oppgaver hvor man anvender kunnskap man allerede har (Quaresma & Ponte, 2016, s. 52). Med Schoenfeld (1992) sine mål med matematikkundervisningen, Ponte og Quaresma (2016) sine byggende elementer i en lærers klasseromspraksis og Imsen (2012) sin definisjon av hva læring skal bidra med har jeg tatt utgangspunkt i to artikler omhandlende undervisningen som studien baserer seg på.

2.4.1 Fem praksiser for god undervisning

Stein et al (2008) hevder at lærere som forsøker å bruke undersøkende, elevrettede oppgaver møter utfordringer som går forbi det å identifisere gode oppgaver og bruke dem rett i klasserommet. De presenterer fem nøkkelpraksiser som læreren kan bruke i planleggingen, gjennomføringen og i etterkant av undervisning med kognitivt utfordrende oppgaver:

1. Forutse: Her vil læreren forsøke å forutsi løsningene/ fremgangsmåtene som elevene mest sannsynlig vil bruke i oppgaven.
2. Overvåke: Læreren overvåker elevenes arbeid underveis i prosessen med oppgaven.
3. Utvelgelse: Her velger læreren ut noen elever/ grupper som presenterer sitt arbeid i gjennomgangen/ oppsummeringen av oppgaven.
4. Sekvensering: I den fjerde fasen legger læreren opp til hvilken rekkefølge elevene skal presentere.
5. Skape koblinger: Til slutt hjelper læreren elevene med å skape matematiske koblinger mellom de forskjellige løsningene til elevene.

(Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008, s. 321)

2.4.2 Fem dimensjoner for robust forståelse i matematikk

Schoenfeld et al. (2014, s. 3) anslår at størstedelen av TRU Math-skjemaet dekker de viktigste dimensjonene av et produktivt matematisk klasserom. *Den første dimensjonen* omhandler hvorvidt elevene opplever matematikken som et sett med isolerte fakta, prosedyrer og konsepter som det øves på, memoreres og brukes, eller om de opplever matematikken som en sammenhengende disiplin, hvor symbolisering er en meningsfull prosess og prosedyrer kan bli re-avledet om nødvendig. *Dimensjon to* omhandler i hvilken grad læreren klarer å være et støttende stillas som åpner for at elevene kan arbeide med oppgaver uten å ofre eller utvanne den viktige matematikken. *Den tredje dimensjonen* tar for seg tilgangen til matematisk innhold. Et produktivt matematisk klasserom gir alle elever tilgang til meningsfullt matematisk innhold og aktiviteter, matematikken er da fokusert og sammenhengende i en kontekst som gir muligheter for elever til å utvikle deres egen forståelse og bygge produktive matematiske identiteter. *Den fjerde dimensjonen* agency, autoritet og identitet har som mål å fange opp i hvilken grad elever har muligheten til å generere og dele matematiske ideer, enten for hele klassen eller i små grupper. Videre ser det på i hvilken grad «forfatterskapet» blir anerkjent og støttet, og i hvilken grad elevenes ideer blir bygget på når klasserommet konstruerer den kollektive matematiske forståelsen. Bruk av evaluering, *dimensjon fem*, tar for seg i hvilken grad læreren innhenter elevenes tenkning og senere instruerer disse ideene, gjennom å bygge på produktive oppstarter eller adresserer misoppfatninger (Schoenfeld & Floden, 2014, s. 2). Når man ser på de fem dimensjonene ønsker Schoenfeld et al (2014, s. 4) at de skal ses mest mulig separat og ha minimalt med overlapping.

2.5 Teorikapittelets rammeverk

I teorien er det redegjort for modellering, resonnering, bevis og kvalitet i undervisningen. Et viktig aspekt med alle delkapitlene i teoridelen er sammenhengen mellom dem. Modellering definerer oppgavetypen som undersøkes i studien. Innenfor modelleringsoppgaven vil elevenes resonnementer komme til syne. Dette danner bakgrunn dataene som samles inn. Innenfor elevenes resonnementer må de legge frem argumenter for sine løsningsforslag. Løsningene deres kan i så tilfelle ses på som bevis. Bevisene ses deretter i sammenheng med Balacheff (1988) taksonomi for ulike typer bevis. Dette kan også understøttes av Harel (2008, s. 488) som hevder at siden resonnering deduktivt er den mest sentrale måten å tenke på i matematikk, burde matematiske bevis ha et sentralt fokus i pensum. Kvaliteten i studiet og undervisningen ivaretas av Sol et al (2011) og Schoenfeld et al (2014) sine to artikler omhandlende undervisningens rammeverk.

3 Metode

I metodekapittelet redegjør og begrunner jeg de metodiske valgene jeg har tatt, og videre ser jeg på studiens reliabilitet, validitet og etikk og drøfter dette.

3.1 Forskningsdesign

I planleggingen av mitt forskningsdesign har det vært viktig å ta hensyn til problemstilling, epistemologi og metodologi. Viktigheten av disse begrepene illustreres gjennom hvordan datainnsamlingen gjøres slik at den gir en mest mulig presis beskrivelse av det jeg undersøker (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 57). I undersøkelsen ønsker jeg å se på elevenes resonnementer når de samhandler, og med bakgrunn i dette mener jeg det er mulig å se på hvordan elevene tenker og går fram i arbeidet med oppgaven. Et felles utgangspunkt for alle de konstruktivistiske epistemologiene er at verden ikke er objektiv, men heller noe vi mennesker mer eller mindre aktivt konstruerer (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 51). Videre vil det være umulig å skille mellom objektet som studerer og den som studeres innenfor en konstruktivistisk tilnærming, og det vil bli en subjektiv oppfatning av fenomenet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 49). Med bakgrunn i studiens lengde og varighet vil den derfor være tidsbegrenset og resultatene reflekterer elevenes kunnskaper da den ble gjennomført. Den sosial-konstruktivistiske epistemologien tar utgangspunkt i at mennesker ikke konstruerer sine oppfatninger av verden alene, men gjennom interaksjon med andre (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 51). Creswell (2007, s. 20) forklarer sosial-konstruktivismen med at individet søker kunnskap om verden de lever og arbeider i. Videre utvikler mennesket subjektive meninger knyttet til sine erfaringer. Siden jeg ønsker å se på hvordan elevene samhandler og arbeider med en modelleringsoppgave, og hvordan de resonnerer, argumenter og kommuniserer vil det være naturlig å plassere studiet innenfor en sosial-konstruktivistisk tilnærming. Fenomenet (resonnement) jeg undersøker kommer til uttrykk gjennom den aktuelle gruppen jeg forsker på og den vil ikke kunne generaliseres i et større bilde, og det vil derfor være naturlig å ha en kvalitativ tilnærming. Merriam (1998, ss. 6-8) trekker fram fem karakteristikker ved kvalitativ forskning: 1) Fenomenet som undersøkes må forstås fra deltakernes perspektiv, ikke forskerens. 2) Forskeren er hovedkilden til datainnsamlingen og analysen. 3) Kvalitativ forskning involverer vanligvis arbeid på feltet. 4) Forskningen har primært en induktiv forskningsstrategi, hvor denne type forskning bygger på abstraksjoner, konsepter, hypoteser eller teorier. Induktive forskere håper å finne teorier som forklarer deres data. 5) Kvalitativ forskning fokuserer på prosess, mening og forståelse, hvor produktet av en kvalitativ studie er rikelige beskrivelser.   Den første karakteristikken underbygges av Postholm (2017, s. 17) som sier at gjennom å forske kvalitativt ønsker man å forstå deltakernes perspektiv. Studiet har som formål å forstå prosessene elevene gjennomgår med resonnering. Den andre karakteristikken kan knyttes til studiet ved at jeg som forsker samler inn og analyserer dataene og derfor er hovedkilden. Postholm (2017, s. 22) beskriver at kvalitativ forskning innebærer et nært samarbeidsforhold mellom forsker og forskningsdeltakerne og gjennom dette beskrive kompleksiteten av et fenomen knyttet til et bestemt fokus eller problemstilling. Postholm (2017, s. 23) skriver videre at prosessene det forskes på i en naturlig kontekst, og det nære samarbeidsforholdet gjør at kvalitativ forskning representerer et ståsted som fører til at kunnskap og forståelse blir skapt i sosial interaksjon. Dette kan knyttes til den tredje karakteristikken hvor jeg samler inn dataene og skaper et nært forhold til studiens deltakere. For besvare problemstillingen ønsker jeg å finne teorier som kan forklare den, og dette faller inn under den fjerde karakteristikken. Christoffersen et al (2011, s. 36) beskriver kvalitativ metode som en forskningsmetode som sier noe om kvalitet eller spesielle kjennetegn/ egenskaper ved det fenomenet som studeres. Kvalitativ metode er særlig hensiktsmessig når man undersøker fenomener vi ønsker å forstå mer grundig. Dette underbygger den femte karakteristikken hvor målet er å gi en bred og rik beskrivelse av fenomenet som det forskes på. Studien kan derfor plasseres innenfor en kvalitativ tilnærming. Postholm (2017, s. 23) hevder også som en konsekvens av hennes argumenter kan det meste av kvalitativ forskning på praksis som et vitenskapelig arbeid plasseres innenfor det konstruktivistiske paradigmet.

Metodologisk vil jeg plassere studiet mitt innenfor generisk kvalitativ metode. Generisk kvalitative studier skiller seg fra andre metodologier ved at de enten kombinerer flere metodologier, eller ikke tar et metodologisk standpunkt i det hele tatt (Caelli, Ray, & Mill, 2003, s. 2). Generisk kvalitative studier innenfor utdanning har bakgrunn i konsepter, modeller, og teorier i utdanningspsykologi, utviklingspsykologi, kognitiv psykologi og sosiologi. Caelli et al (2003, s. 4) påpeker at hver kvalitative tilnærming må evalueres på en slik måte at det henger sammen med den epistemologiske og metodologiske bakgrunnen. Videre skriver de at dette ikke kan gjøres med få ord og at det kreves detaljer om studien, tilnærmingen og metodene slik at leseren kan vurdere forskningen på en god måte. Caelli et al (2003, s. 5) presenterer fire nøkkelområder som må ligge til grunn for å gi kredibilitet til forskningen: Den teoretiske posisjonen til forskeren, sammenheng mellom metodologi og metode, strategier for å etablere nøyaktighet og et analytisk perspektiv som dataene tolkes gjennom. Min teoretiske posisjon faller inn under et sosialkonstruktivistisk perspektiv.

Innenfor forskningsfeltet er generisk kvalitative tilnærminger blant de vanligste innenfor kvalitativ forskning, og de kan komme fra konsepter, modeller og teorier innenfor utdannings-, utviklings- eller kognitiv psykologi og dette danner rammeverket for studiet (Caelli, Ray, & Mill, 2003, s. 3). Caelli et al (2003, s. 2) argumenterer for at masterstudenter som ønsker å utforske et kvalitativt forskningsspørsmål møter på problemer når de må utvikle dybdekunnskap om kvalitativ-metodologiske tilnærminger. Siden generisk kvalitativ metode ikke krever eksplisitte filosofiske fundamenter (Caelli, Ray, & Mill, 2003, s. 3) vil metoden være pragmatisk og passe inn i de fleste retninger. Med bakgrunn i mitt ståsted som uerfaren forsker har jeg tilegnet meg ny kunnskap gjennom hele prosessen. En generisk kvalitativ tilnærming har derfor passet godt for mitt studie. Analyseprosessen utføres gjennom en sosial-konstruktivistisk tilnærming hvor gruppenes resonnementer beskrives. Postholm (2017, s. 86) skriver at analysen vil påvirkes av de erfaringer og opplevelser eller subjektive, individuelle teorier man som forsker bringer med seg inn i analyseprosessen. Det er derfor viktig å være bevisst på dette i møte med dataene som blir samlet inn. For å sikre nøyaktighet i studien har jeg et teoretisk fundament i grunn som er utgangspunkt for den tematiske analysen. Det er ifølge Caelli et al (2003, s. 8) viktig å undersøke antagelsene man bringer med seg inn i forskningen nøye, og i dette tilfellet vil det være å plassere elevenes resonnementer innenfor handlingene til Sol et al (2011).

Med dette som utgangspunkt ble den metodiske tilnærmingen til oppgaven observasjon med lydopptak, og et semistrukturert intervju i etterkant av prosessen med hver av gruppene.

3.2 Utvalg

Med utgangspunkt i problemstillingen og det jeg ville undersøke tok jeg kontakt med en ungdomsskole i Nord-Norge. Jeg tok kontakt direkte med læreren for klassen jeg ønsket å forske på, og læreren hentet så godkjennelse fra rektor ved skolen. Etter samtale med den aktuelle læreren der han beskrev klassens faglige nivå og hvordan de jobbet med matematikken på valgte jeg å gå videre i prosessen. Dette (2011, s. 110) beskrives som en strategisk utvelgelse. Her vil forskeren tenke gjennom målgruppe for å få samlet inn nødvendige data, før det neste steget vil være å velge ut personer fra målgruppen som skal delta i undersøkelsen. Utgangspunktet for utvelgelse av informanter i kvalitative studier velges basert på hensiktsmessighet, ikke representativitet (Johannessen, Christoffersen, & Tufte, 2011, s. 112). Siden jeg ønsket å se på en klasse som ikke arbeidet aktivt med modellering og gruppearbeid var det derfor nødvendig å foreta en strategisk utvelgelse av informanter. Dette kan også underbygges ytterligere ved at man ønsker å velge personer som en tror har noe å fortelle om akkurat det fenomenet en vil vite mer om (Dalland, 2014, s. 116). Samtykkeskjema ble delt ut en uke før datainnsamlingen skulle foregå. Jeg oppsøkte da klassen og informerte om forskningsprosjektet. Læreren mente dette var tilstrekkelig tid, og sendte mail til alle foresatte med informasjon om undersøkelsen som skulle foregå, i tillegg til samtykkeskjemaet (vedlegg 5) som inneholdt en mer detaljert informasjon om prosjektet.

Utvalget bestod av 19 elever fordelt på fem grupper. Fire grupper med fire elever og en gruppe med tre elever. Det var i tillegg en gruppe på tre elever men disse hadde ikke svart på egenerklæringsskjemaet og var derfor ikke en del av studien. De deltok likevel i arbeidet med oppgaven og dannet en egen gruppe som det ikke ble tatt lydopptak av. De fem gruppene ble sett på som fem informanter der jeg analyserte gruppen som helhet. Det kunne vært mulig å se på enkelteleven men datamaterialet ville nok da ha blitt begrenset. De nasjonale forskningsetiske komiteene (2010) mener at et høyt antall informanter gir en større risiko for dårlig vitenskapelig kvalitet enn et lavt antall informanter. Jeg bestemte meg derfor å se på gruppene som én enhet. Dette medførte at elevene ikke ble vurdert individuelt i arbeidet med oppgaven og at noen ble «gratispassasjerer» i arbeidet. Dette var noe jeg tok høyde for i prosessen med hvordan jeg skulle innhente dataene.

I arbeidet med å lage gruppene ble dette drøftet med læreren. For å unngå at det ble for mange elever som ikke deltok aktivt i samtalen valgte jeg å dele gruppene inn etter matematiske ferdigheter/kompetanse og lærerens vurdering av eleven samlet sett. Det siste punktet omfatter lærerens oppfatning og tanker om hvordan den enkelte elev vil forholde seg til arbeidet med oppgaven, kreativitet og utforskertrang, atferd etc. For å sikre at jeg fikk samlet inn nok data og at det kom noe konstruktivt ut av arbeidet valgte vi derfor å sette sammen mest mulig homogene grupper. En homogen gruppe defineres ved at den består av mest mulig like elever (2011, s. 109). Lyngsnes og Rismark (2011, s. 110) hevder at en svært dyktig elev sammen med en svak elev, kan medføre at den svake eleven havner utenfor sin utviklingssone. Jeg har valgt å kategorisere de fem gruppene etter høy, middels og lav måloppnåelse som blir brukt som vurderingskriterier i kunnskapsløftet (Utdanningsdirektoratet, 2016). Bakgrunnen for å bruke denne vurderingsformen baserer seg på anvendelse i dagens skole, og av den aktuelle læreren. Samtidig var det elever med lav måloppnåelse som ble plassert i grupper med høy måloppnåelse basert på kreative evner og deltakelse. Postholm og Jacobsen (2018, s. 76) skriver at det er viktig å legge egne antakelser og fordommer knyttet til fenomenet til side og på den måten gå mest mulig fordomsfri inn i forskningen. Det kan være vanskelig å bli oppmerksom på egen subjektivitet men de (2018, s. 76) mener dette er noe forskeren bør etterstrebe. Alle navnene til elevene er anonymisert og tilfeldig valgt. I samråd med læreren endte jeg opp med følgende fem grupper:

Tabell 2: Oversikt over gruppene

Gruppe:	**Elevene på gruppen:**	**Gruppens kompetanse i forkant av oppgaven:**
Gruppe 1:	Leif, Vidar, Ane og Gerd	Høy måloppnåelse
Gruppe 2:	Ina, Vidar og Bjørn	Lav måloppnåelse
Gruppe 3:	Bjørn, Anja, Arnt og Veronica	Middels måloppnåelse
Gruppe 4:	Mari, Glenn, Robert og Victor	Middels måloppnåelse
Gruppe 5:	Frida, Jørn, Birger og Geir	Middels måloppnåelse

3.3 Prosedyre

3.3.1 Observasjon med lydopptak

Observasjon som datainnsamlingsstrategi blir sett på som en grunnleggende måte å samle inn data på. Observasjoner gjennomføres i naturlige situasjoner, og blir derfor kalt naturalistisk (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 113). Det ble ikke tatt observasjonsnotater underveis i prosessen. Christoffersen og Johannessen (2012, s. 61 og 62) presenterer fem sentrale begreper knyttet til observasjon:

1. Observatøren: forskeren som observerer.
2. Observasjon: Observasjonene som gjøres må være systematiske og ende opp med dokumentasjon eller data.
3. Felten: fenomenet som er gjenstand for observasjonen. I mitt tilfelle vil dette være skolen.
4. Setting: hvor observasjonen konkret gjennomføres. Klasserommet vil være settingen for mine observasjoner
5. Analyseenheten: er de enhetene eller elementene som observeres. Aktørene vil i mitt tilfelle være elevene.

Postholm (2017, s. 55) mener at målet til den kvalitative observatøren er å oppdage og utforske begreper og kategorier som viser seg meningsfulle i utviklingen av hen sin forståelse av forskningsfeltet. Når forskeren ønsker seg direkte tilgang til det som undersøker, i mitt tilfelle samhandling mellom elevene i klasserommet egner observasjon seg godt (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 62). Jeg være interessert i å se den interaktive settingen elevene er i. Dette vil være samhandlinger som forekommer i settingen, som for eksempel formelle, uformelle, planlagte, impulsive og verbale samhandlinger (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 63). Studiet plasseres innenfor en arrangert setting, hvor settingen er konstruert for å studere fenomenet (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 64). I møte med forskningsfeltet vil jeg ha med meg en teoretisk bakgrunn og antagelser og dette er med på å danne et filter som jeg opplever forskningsfeltet gjennom (Postholm, 2017, s. 57). Teorien vil være en hjelpende hånd som bidrar til å fokusere observasjonen og til å forstå forskningsfeltet. Dette legger grunnlaget for en deduktiv tilnærming (Postholm, 2017, s. 57). Det er likevel ifølge Postholm (2017, s. 57) viktig å være åpen for at andre forhold enn de man hadde sett for seg på forhånd kan inkluderes i forskningsarbeidet, og man vil da innta en induktiv tilnærming. Postholm (2017, s. 58 og 59) trekker også fram det å gå fra et bredt til et spisset fokus, der man i starten av prosessen har et bredt fokus for observasjonene, men samtidig klare formeninger om hva man vil forske på. Observasjonen kan likevel sies å være strukturert siden jeg hadde forhåndsbestemte kategorier på hva jeg skulle observere og registrere (Johannessen, Christoffersen, & Tufte, 2011, s. 134).

Gold (1958) presenterer fire ulike observatørroller i sin artikkel, deltaker som observatør, fullstendig observatør, fullstendig deltaker og observatør som deltaker. Elevene klar over at jeg var der for å observere dem men jeg stod samtidig til disposisjon hvis de hadde spørsmål. Siden jeg var ansvarlig for all undervisningen knyttet til arbeidet med oppgaven kan jeg plassere min egen rolle innenfor fullstendig deltaker. Som fullstendig deltaker vil forskeren være en naturlig del av settingen som observeres (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 117). Det var derfor viktig for meg å skape en tillit til elevene under prosessen og få dem til å være komfortable med settingen.

Lydopptak kan hjelpe forskeren med å få med seg alle ordene som blir sagt og på den måten være klar til å fange opp situasjonen og de ikke-verbale handlinger i settingen (Postholm, 2017, s. 61 og 62). For at jeg skulle kunne bistå og observere alle gruppene var det derfor essensielt at jeg fikk tatt lydopptak av gruppene. I prosessen ble det vurdert å filme elevene, men jeg landet på at jeg ville få nok data ved bruk av båndopptaker. Filming kan i tillegg virke skremmende og hemmende på informantene til å gi informasjon (Johannessen, Christoffersen, & Tufte, 2011, s. 134). Opptakene ble transkribert rett i etterkant av undervisningen.

3.3.2 Intervju

Det kvalitative forskningsintervjuet har som formål å forstå verden fra intervjuobjektets side, og på den måten få fram betydningen av folks erfaringer og å avdekke opplevelsen de har av verden (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 20). De to partene i et intervju ikke er likestilte siden intervjueren stiller spørsmål og kontrollerer situasjonen, der formålet ofte er å forstå eller beskrive noe (2011, s. 143). Gjennom å skape en dialog med elevene i etterkant av undervisningen vil jeg innhente deres erfaringer og opplevelse av det de nettopp har gjennomført. Når jeg i tillegg kombinerer kvalitative intervjuer med observasjon kan dette bidra til kontekstuell informasjon, og på den måten bidrar intervjuet med utfyllende informasjon til observasjonen (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 115). Spørsmålene til intervjuet ble delt inn i tre kategorier: Generelle spørsmål om gruppe og oppgavetype, matematikken, og videre arbeid og læringsutbytte.

Intervjuet gjennomføres i grupper og Postholm (2017, s. 72) definerer dette som en kvalitativ datainnsamlingstaktikk som bygger på en utspørring av flere individer enten hver for seg eller samtidig i en formell eller uformell setting. Gruppeintervju egner seg godt når respondentene for eksempel skal utdype beskrivelser av hendelser eller erfaringer som gruppemedlemmene har felles (Postholm, 2017, s. 73). Basert på informasjonen jeg ønsket å få fra elvene var intervjuet en planlagt prosess hvor jeg hadde laget spørsmålene på forhånd. Kvale og Brinkmann (2015, s. 46) foreslår å anvende et semistrukturert intervju når temaer fra dagliglivet skal forstås ut fra intervjupersonens egne perspektiver. Gjennom en slik form for intervju søker forskeren å innhente beskrivelser av intervjupersonens livsverden og, spesielt fortolkninger av meningen med fenomenene som blir beskrevet. Denne typen intervju ligger nært opp til en samtale i dagliglivet, men har i likhet med et profesjonelt intervju et formål. Intervjuet i min studie kan derfor plasseres innenfor et semistrukturert intervju siden formålet var å skaffe innsikt elevenes forståelse, resonnering og atferd i modelleringsøkten. Gruppeintervjuet må i denne studien ses på som et supplement til observasjonen. Hensikten er å gi observasjonen mer dybde og substans, og kartlegge de tre kategoriene i intervjuguiden. Brekke og Germeten (2013, s. 118) sier at det aldri vil være likegyldig i hvilken rekkefølge informasjon samles inn. Siden elevene ikke har noen forkunnskaper knyttet til oppgaven på forhånd ville det derfor vært uhensiktsmessig å samle inn data gjennom intervju i forkant. Intervjuguiden ligger i vedlegg 2.

3.4 Undervisningen

I vedlegg 3 er begrunnelse for valg av undervisningen redegjort, og i vedlegg 1 er elevenes mulige fremgangsmåter, og undervisningsplanen som ble laget i forkant av studien presentert.

3.5 Analyseprosessen

Tematisk analyse er en metode som tilbyr en tilgjengelig, og teoretisk fleksibel inngang til å analysere kvalitative data. Metoden brukes for å identifisere, analysere og reportere funn i datamaterialet. Det er allikevel ingen klar definisjon på hva tematisk analyse er eller hvordan man velger å gjøre den (Braun & Clarke, 2006, s. 79). Ifølge Braun og Clarke (2006, s. 83) er det nødvendig å avgjøre hvilken analyse man ønsker å bruke, hvilke valg man tar, i relasjon med datasettet. De eksemplifiserer dette ved at man ønsker å gi en bred tematisk beskrivelse av hele datasettet, slik at leseren får en forståelse av de dominerende og viktige temaene. Temaene som identifiseres, kodene og analysen være en nøyaktig refleksjon av innholdet i hele datasettet. I en slik analyse vil nødvendigvis noe av dybden og kompleksiteten forsvinne, men en bred beskrivelse blir opprettholdt. En slik metode vil være svært anvendelig når man undersøker et lite forsket felt, eller man jobber med informanter som er uerfaren på temaet (Braun & Clarke, 2006, s. 83). En slik tilnærming vil derfor passe studien min godt. Jeg har som formål å se på resonneringene elevene gjør under hele prosessen og det vil derfor være naturlig å ha en bred tilnærming til den tematiske analysen. Dette gjør at jeg muligens vil miste noe dybde og kompleksitet, men likevel gi en bred beskrivelse. Elevene er også uerfarne på temaet og det styrker valget. Den tematiske analysen har et klart teoretisk preg. Jeg har en klar teoretisk og analytisk interesse i temaet og analysen er derfor mer eksplisitt. En slik form for tematisk analyse har en tendens til å gi en smalere beskrivelse av dataene, men mer detaljert (Braun & Clarke, 2006, s. 84). Studiet vil likevel ha en bred tilnærming da jeg ser hele datamaterialet under ett. En tematisk analyse innenfor et konstruktivistisk rammeverk vil ikke søke fokus på motivasjon eller individuelle psykologier, men etter å teoretisere den sosialkonstruktivistiske konteksten, og de strukturelle forholdene som muliggjør de individuelle fortellingene som blir gitt (Braun & Clarke, 2006, s. 85). Dette kan underbygges gjennom at jeg ønsker å se hvordan gruppene kommuniserer mellom hverandre og resonnementene blir til. Gruppene ble satt sammen slik at de fleste elevene skulle ha mulighet til å delta i arbeidet med oppgaven. Braun og Clarke (2006, s. 86 og 87) presenterer en modell for hvordan man gjør en tematisk analyse gjennom seks trinn, som kan brukes som retningslinjer i en tematisk analyse: gjør deg kjent med dataene, generer koder, søk etter temaer, se gjennom temaer, definer og navngi temaer, produser rapporten.

Det første steget i Braun og Clarke (2006, s. 87) sin modell handler om å gjøre seg kjent med datamaterialet. Siden jeg hadde samlet inn dataene selv hadde jeg en viss kjennskap til det før jeg gikk i gang med transkriberingsprosessen. Transkripsjonen blir ofte sett på som det solide, empiriske materialet i et intervjuprosjekt (Kvale, 2004, s. 102). Jeg valgte derfor å lytte gjennom opptakene en gang. Deretter gikk jeg i gang med å transkribere dem mens jeg lyttet på dem for andre gang. Kvale (2004, s. 103) skriver at ved å lytte til lydopptaket to ganger oppdager man kanskje at noen av ulikhetene skyldes dårlig kvalitet på opptaket og/eller man har hørt feil. For å bevare anonymiteten til elevene i transkripsjonen valgte jeg å oversette språket til bokmål, samtidig som jeg utelot de delene som ikke omhandlet matematikk eller gagnet studien min. Jeg tok med informantenes pauser og ufullstendige setninger. Etter transkripsjonen var ferdig hørte jeg igjennom opptakene en siste gang der jeg leste transkripsjonen samtidig. Dette gjorde at jeg fikk med meg alt og at det som var gjengitt ikke viket fra virkeligheten.

Steg to i prosessen handler om å kode datamaterialet man har transkribert. Denne fasen involverer prosessen med å lage innledende koder fra dataene. Kodene identifiserer trekk ved dataene som fremstår interessant for den som analyserer (Braun & Clarke, 2006, s. 88). Det kvalitative intervjuet ses på som et supplement til observasjonen. Jeg valgte å ekskludere fremgangsmåten/løsningen som elevene presenterte under intervjuet da den ikke ga ny innsikt, og dataene fra observasjonen var mer detaljert beskrevet. Elevenes svar på dette spørsmålet fremstod mer som et referat/ gjengivelse av resultatene de kom fram til. Elevene beskrev også matematikken de anvendte i arbeidet, men de ga ingen forklaringer på hvorfor eller hvordan de anvendte den.

> Intervjuer: Hvilken matematikk må man kunne for å løse en slik oppgave?
> Arnt: Desimaler (....) og..
> Anja: Ganging, plussing...
> Bjørn: Måleenheter.

Jeg valgte derfor å forkaste denne delen av intervjuet. Det som fremstod som interessant var derfor hvordan elevene syntes det var å arbeide med modelleringsoppgaver og i grupper. Dette ble vektlagt i analysen. Jeg valgte å kode de forskjellige responsene til enkeltelevene under intervjuet. Noen elever svarte ikke på disse spørsmålene og jeg har da vurdert dem til nøytrale/ likegyldige i analysen.

Jeg valgte å bruke Sol et al (2011) sine 16 handlinger som utgangspunkt for kodingen. Innenfor handlingene er kodene. Et eksempel vil være handling 11 som ser på problemløsningsprosessene involvert i å finne løsningen:

> Ane: ok så hvor mange ganger må vi gange 31 med for å 5 meter og 29 cm?
> Gerd: Kan vi ikke bare dele 529 på 31?
> Vidar: Ja det må jo gå (..) to sekunder så sjekker jeg hva vi får da. (....) Fikk 17,06 så (..) 17 da.
> Ane: Ok så tar vi 174 ganger 17.

Eksempelet ovenfor er en kode innhentet fra handling 11. Analysen er delt inn i to deler: Hovedkategorier (Voskoglou (2007) sine fem faser) og Underkategorier (Sol et al (2011) sine handlinger (funn)). Jeg valgte videre å se på elevenes resonnementer i datamaterialet og knytte dette opp mot bevis. Her ble resonnementene som ble funnet innenfor de forskjellige handlingene kategorisert innenfor Balacheffs (1988) taksonomier.

Fase tre begynner når all dataen er blitt kodet og sortert, og man har en lang liste av de forskjellige kodene som er identifisert på tvers av datasettet (Braun & Clarke, 2006, s. 89). Etter at kodearbeidet var ferdig satt jeg igjen med 43 koder fra intervjuet. 38 koder fordelt på de to spørsmålene og 5 koder fra transkripsjonen. Innenfor forskningsspørsmål to satt jeg igjen med 32 koder fordelt på de ulike handlingene som ble observert. Forskningsspørsmål tre ga 3 koder.

Enkelte utsagn og resonnementer var vanskelig å kode enten fordi elevene startet på noe for så å brått slutte eller fordi en annen medelev avbrøt. Her hadde jeg to valg med tanke på hva jeg skulle gjøre med disse utsagnene: enten opprette en ny kategori med ufullstendige resonnementer, eller forkaste disse utsagnene. Jeg valgte å forkaste utsagnene siden hovedfokuset var å se på hvordan elevene resonnerte. Det blir i tillegg vanskelig å kategorisere ufullstendige utsagn til handlingene og derfor vrakes disse utsagnene.

I fase fem defineres og navngis temaene. Ifølge Braun og Clarke (2006, s. 92) handler dette om å definere og raffinere temaene man ønsker å presentere i analysen og analysere dataene i dem. Forskningsspørsmål en består av tre temaer. Forskningsspørsmål to består av fire temaer. Forskningsspørsmål tre har et tema.

I fase seks produseres rapporten. Et viktig aspekt er å fortelle innholdet i analysen på en måte som overbeviser leseren om gyldigheten i analysen. Her er det viktig at studien gir tilstrekkelig bevis av temaene i dataene. Et annet aspekt er å velge spesielt levende eksempler, eller utdrag som fanger essensen i poengene man prøver å demonstrere, men uten unødvendig kompleksitet (Braun & Clarke, 2006, s. 93). Siden leseren ikke har tilgang til råmaterialet, er det viktig å ha dette i bakhodet når dataene presenteres.

3.6 Presentasjon av data

I problemstillingen kom det fram at jeg ønsket å se på resonnementene til elevene når de arbeidet i grupper. Hensikten er å presentere forskjellige resonnementer og plassere dem innenfor handlingene til Sol et al (2011).

Cohen et al (2018, s. 661) beskriver ti måter å organisere og presentere dataanalysen. Den første måten passer godt inn i min studie. Her organiseres, analyseres og presenteres data av en gruppe mennesker. Fordeler med denne metoden er at den grupperer dataene og muliggjør temaer, mønstre og lignende til å bli sett raskt. Det er også en nyttig metode for å oppsummere lignende responser kollektivt. En utfordring som Cohen et al (2018, s. 661) ser med denne metoden er at integriteten og sammenhengene til den individuelle deltakeren risikerer å forsvinne til de kollektive responsene. Siden jeg ønsket å se på den kollektive delen av arbeidet med oppgavene og hvordan de resonnerte seg fram til fremgangsmåter og løsninger vil ikke fokuset ligge på individet. Det vil likevel fremkomme sitater og eksempler fra transkripsjonen der det vil være mulig å tilegne enkeltelever resonnementer, men hovedfokuset ligger på elevenes grupperesonnementer og hvordan de arbeidet sammen.

3.7 Kvalitet i studien

I dette kapittelet vil jeg redegjøre for begrepene validitet og reliabilitet, samt se på mitt studies reliabilitet og validitet.

3.7.1 Validitet

Validitet har som formål å se om metoden undersøker det dens intensjoner er å undersøke, og et kriteriet for validitet vil være om fortolkningen av utsagnet er rimelig dokumentert og logisk konsekvent (Postholm, 2017, s. 170) Creswell (2007, s. 206 og 207) ser på validitet i kvalitativ forskning som et forsøk på å evaluere nøyaktigheten til funnene, så godt det lar seg gjøre av forskeren og informantene. Dette synet foreslår også at enhver forskningsrapport er en representasjon av forfatteren. Videre vil nøyaktighet i studien basere seg på omfattende tid brukt i felten, den detaljerte tykke beskrivelsen, og forskerens nærhet til deltakerne (Creswell, 2007, s. 207). Postholm og Jacobsen (2018, s. 222) knytter begrepene reliabilitet og validitet til den kvantitative forskningstradisjonen, og begrepene er blitt erstattet av blant annet Guba (1981) som benytter troverdighet i stedet for indre validitet og overførbarhet i stedet for ytre validitet. Den indre gyldigheten vil i kvalitativ forskning avhenge av i hvor stor grad de abstrakte begrepene gir mening, for de som utgjør forskningsfeltet men også for lesere av forskningen. Et viktig aspekt ved dette er at leseren skal ha muligheten til å «se virkeligheten slik den fremstod for forskeren» og da kunne bedømme at begrepene er meningsfulle abstraksjoner av empirien (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 230). Overførbarheten omhandler i hvilken grad funnene fra konteksten kan overføres eller generaliseres til andre kontekster som ikke er studert. De fleste forskningsprosjekter har implisitt eller eksplisitt en intensjon om å være valide utover akkurat de man har studert (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 238).

3.7.1.1 Validitet i eget studie

Ifølge Noble og Smith (2015, s. 34) er det viktig å ta høyde for personlige bias som kan ha påvirket funnene. Planleggingen av undervisningen ble gjort grundig for å sikre at elevene forstod oppgaven og hva jeg var ute etter. Disse bidro til en grundig gjennomføring fra start til slutt. Utvalget var strategisk valgt ut og representerer undervisningen til en tradisjonell lærer. Samtidig må det tas høyde for at elevene har ulike forutsetninger og utgangspunkt (elevene hadde gått på forskjellige barneskoler). Innsamlingsmetoden som ble brukt har noen begrensinger. Ved lydopptak får man ikke med bevegelser, gestikulering og illustrasjoner på papir. Dette gjør at studien kun baserer seg på elevenes verbale resonnementer. Resultatene er analysert av meg, og her kunne jeg styrket validiteten ved å engasjere andre forskere til å se på dataene (Noble & Smith, 2015, s. 35). De deduktive kodene fra Sol et al. (2011) lå som bakteppe for analysen, hvor jeg forsøkte å finne data som passet med denne teorien. For å øke validiteten på denne delen av studiet valgte jeg å kode datamaterialet to ganger, uavhengig av hverandre. Noble og Smith (2015, s. 35) påpeker viktigheten av at dataene er konsise og transparente. Når språklig stil velges for transkripsjonen stilles spørsmålet om hva som utgjør en gyldig overføring fra muntlig til skriftlig form (Kvale, 2004, s. 165). Elevene jeg observerte og intervjuet snakket med nord-norsk dialekt. Jeg valgte å bruke bokmål i transkripsjonen, for å anonymisere elevene ytterligere. Siden jeg er fra Nord-Norge og kjenner dialekten elevene snakket så jeg på oversettelsen til bokmål som uproblematisk med tanke på at noe som ble sagt skulle miste eller endre mening. Jeg leste i tillegg transkriptene opp mot opptakene for å sikre en korrekt oversettelse. For å styrke overførbarheten er det viktig at forskeren skriver slik at leseren opplever å bli invitert inn i forskningsprosessen som er gjennomført (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 238). Det er derfor relevant å trekke frem den naturalistiske generaliserbarheten, det implisitte. Siden studiet er gjort i en enkelt klasse kan ikke prosjektet generaliseres for å gjelde en bestemt populasjon, men leseren kan relatere seg til funnene i rapporten hvis han kjenner seg igjen av beskrivelsen av utvalget. Et annet viktig aspekt er spørsmålet om i hvilken grad en rapport gir en valid beskrivelse av hovedfunnene i studien, samt leserens rolle som validitetsbedømmer av resultatene (Kvale, 2004, s. 165). Dette vil bli en subjektiv vurdering av leseren.

3.7.2 Reliabilitet

Reliabilitet omhandler nøyaktigheten av undersøkelsens data, altså hvilke data som brukes, måten det samles inn på, og bearbeidelsesprosessen (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 23) Guba (1981) bruker ordene pålitelighet og bekreftbarhet i stedet for reliabilitet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 222). Tradisjonelt har reliabilitet blitt definert som forskningsresultatenes konsistens, og dermed om resultatene kan reproduseres på andre tidspunkt av andre forskere (Kvale & Brinkmann, 2015, s. 276).

3.7.2.1 Reliabilitet i eget studie

Oppgaven jeg brukte i mitt studie er hentet fra en tidligere studie (Blum, 2011) og har derfor i mine øyne en overførbarhet. Man vil ikke kunne oppnå nøyaktig samme resultater ved å gjenta studien i en annen klasse, men det vil åpne opp for å sammenligne studiene. I vurderingen av studiets reliabilitet vil fokuset ligge i påliteligheten til det som er gjort. Gjennom metodedelen har jeg redegjort for mine metodiske valg og dette har som mål å være med på å skape pålitelighet i den grad at leseren får innblikk i mine valg, hvorfor de er tatt og hvilke konsekvenser det har hatt for studiet. Resultatkapittelet har redegjort for hvilke funn studien har ført til, og begrunnet hvorfor dette er funn. Det er også gitt en beskrivelse av hvordan datamaterialet ble kodet, hvilke koder som ble brukt, hvilke som ble vraket og en begrunnelse for hvorfor disse valgene ble tatt. Dette har vært med på å sikre en bred beskrivelse av studiet. Christoffersen og Johannessen (2012, s. 23) nevner at en måte å teste reliabiliteten på er at andre forskere undersøker det samme fenomenet, og hvis de kommer fram til samme resultat tyder dette på høy reliabilitet, dette kalles interreliabilitet. Selv om studien kan gjennomføres i en annen klasse, vil det være opp til leseren å avgjøre om det som legges frem er pålitelig eller ikke.

3.8 Etikk

Forskning i skolen betyr forskning på andre mennesker, både barn og voksne. Som student vil man alltid være en «utenforstående» og en som «trenger seg på» (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 245). Det var derfor viktig å trå varsomt fram slik at elevene opplevde deltakelse i studien som en positiv opplevelse. Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora (2016, s. 6) har utarbeidet fire retningslinjer som er forankret i forskningsetiske normer: *1) Normer for god vitenskapelig praksis, knyttet til forskningens søken etter sikker, dekkende og relevant kunnskap. 2) Normer som regulerer forskersamfunnet. 3) Forskningens forpliktelse overfor dem som deltar i forskningen. 4) Forskningens relasjon til resten av samfunnet.* Norm 1,2 og 4 ser jeg på som redegjort for i oppgaven,. Jeg vil derfor redegjøre for norm 3 i dette kapittelet.

I Christoffersen og Johannessen (2012, s. 41) redegjør og sammenfatter tre hensyn som forskeren må ta i møte med studiet: 1) Informantens rett til selvbestemmelse og autonomi, 2) forskerens plikt til å respektere informantens privatliv og 3) forskerens ansvar for å unngå skade.

Det første hensynet omfatter at den som blir spurt om å delta, deltar, og den som tidligere har deltatt skal kunne bestemme over sin deltakelse (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 41). Her ble elevene informert før prosessen at de kunne trekke seg når de måtte ønske. De ble også tilbudt innsyn i etterkant i transkriptene de var en del av hvis de ønsket dette. Det ble i forkant av studien delt ut samtykkeskjema slik at elevene/foresatte fikk gitt uttrykkelig informert og frivillig samtykke til deltakelse i studien. Dette ble sendt hjem til foresatte og signert av dem.

Det andre hensynet omhandler informantens rett til privatliv. Før dataene ble samlet inn ble det informert om at jeg kun var interessert i det matematiske innholdet. Deretter informerte jeg om at eventuelle andre utsagn som kom fram i lydopptakene ville bli forkastet. I forkant av studien søkte jeg til NSD (vedlegg 6) for å få tillatelse til å gjennomføre studien slik jeg ønsket. For å oppbevare lydopptakene lagret jeg lydfilene på en ekstern harddisk som kun undertegnede har tilgang til. Opptakene vil bli destruert når prosjektet er ferdigstilt. Transkripsjonene er i tillegg bearbeidet uten elevenes opprinnelige navn.

Det siste hensynet omhandler forskerens ansvar for å unngå skade, og dette er spesielt relatert til medisinsk forskning (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 42). Siden innsamlingen av data ikke omhandlet elevenes identitet utenfor matematikken, anså jeg dette hensynet som ivaretatt. Det var heller ingen fare for tapt undervisning og ingen elever gikk glipp av dette siden alle deltok i studien (elevene som ikke leverte samtykkeskjema deltok uten at det ble tatt lydopptak).

3.9 Metodiske utfordringer

3.10 Datainnsamlingsprosessen

Jeg hadde ingen kjennskap til elevene i forkant av datainnsamlingen og dette kan ifølge Stein et al (2008, s. 322) by på utfordringer: For å kunne undervise suksessfullt ved å bruke de fem praksisene avhenger av å implementere en kognitivt utfordrende instruerende oppgave med flere mulige responser og ha veldefinerte instruerende mål, og begge disse må støttes av lærerens forståelse av elevenes nåværende matematiske tenkning og praksiser. Dette ble delvis oppfylt ved at jeg hadde flere samtaler i forkant med lærer om hvordan elevenes kunnskaper i matematikk var og hvilke nivåer de forskjellige elevene lå på. En annen utfordring var at jeg gjennomførte undervisningen selv. Dette kan også knyttes til manglende forståelse av elevenes matematiske tenkning og praksiser. I prosessen med å transkribere, og spesielt i intervjudelen avdekket jeg tilfeller hvor oppfølgingsspørsmål burde vært stilt. Dette gjorde at deler av datamaterialet ble forkastet. Dette har nok sammenheng med mitt ståsted som uerfaren forsker.

3.11 Analyseprosessen

En del av handlingene kom ikke til syne under arbeidet med oppgaven. Dette opplevde også Sol et al (2011) i deres analyse. En av årsakene kan ha sammenheng med studiens varighet og elevenes kunnskaper om modellering. Det ble heller ikke snakket spesifikt om modelleringssykluser på forhånd. En av hovedutfordringene med analyseprosessen er skillet mellom de forskjellige handlingene. Siden elevene var uerfarne med temaet har enkelte av handlingene (funnene) vært vanskelig å kategorisere og eksemplifisere på en korrekt måte. Jeg har også erfart at skillet mellom enkelte handlinger er små og noen eksempler er derfor gjentagende i de forskjellige handlingene. Handlingene er samtidig mer spesifikke enn for eksempel Blum (2011) sine syv steg og dette har bidratt til en dypere belysning av enkelte handlinger som kom til syne. En annen utfordring er antall deltakere i studien. Ønsket mitt var å kartlegge en hel klasse og dermed få med «alle» typer elever. Dette har ført til mindre detaljerte beskrivelser av hver enkelt gruppe og muligens gjort analyseprosessen tidvis uoversiktlig. Det er heller ikke kartlagt systematisk, til hvilken tid de forskjellige gruppene var på de forskjellige handlingene. Oppgaven har derfor hatt et fokus på å gjenkjenne forskjellige handlinger hos de ulike gruppene og dermed bevisstgjøre leseren på hva man kan forvente av elevene i en oppgave knyttet til modellering.

4 Resultater og funn

Kapittel 4 er delt opp i tre hoveddeler: 4.1, Intervjuet, 4.2, Elevenes handlinger og 4.3, Elevenes avgjørende resonnementer. Kapittel 4.3 presenterer elevenes løsninger som de konkluderte med og disse inngår derfor i handling 10 og 11 i Sol et al (2011) sine observerbare hypotetiske handlinger.

4.1 Intervjuet

Intervjuet avdekket flere interessante aspekter ved elevenes tanker om modellering og arbeidsmåten som ble anvendt. Analysen baserer seg på to av spørsmålene som ble stilt til elevene. Innenfor de to spørsmålene/kategoriene trekker jeg fram noen interessante funn.

Tabell 3: Elevrespons intervju

Respons:	Hvordan synes dere det var å jobbe med en slik oppgave, og å jobbe i grupper?	Kunne dere tenkt dere å jobbet mer med denne type oppgaver?
Positiv	12 – 63,15 %	13 – 68,40 %
Usikker/ likegyldig	4 – 21,05 %	5 – 26,30 %
Negativ	3 – 15,80 %	1 – 5,30 %

Det var totalt 19 deltakere som var med i studien. Jeg valgte å tolke svarene til disse individuelt på to av spørsmålene for å kartlegge hvordan de syntes det var å jobbe med en slik oppgave og om dette var noe de ønsket mer av. En grunn til se på dette var for å kartlegge undervisningen jeg gjennomførte. Gjennom å se på disse svarene ga det meg et pekepinn på om jeg gjorde noe rett og om elevene syntes det var interessant. En del av svarene var korte i form av: nei, vet ikke og ja. Det er derfor vanskelig å trekke konklusjoner på hva som var bra, kunne vært bedre, dårlig etc. basert på disse påstandene, men statistikken gir uansett et pekepinn på hva elevene syntes om undervisningen.

4.1.1 Funn 1 – Elevene ser verdien av modelleringsoppgaver

Det første funnet er elevenes syn på arbeidet med modelleringsoppgaver. Dette kan knyttes til Schoenfelds (1992) artikkel om hvordan få elevene til å lære å tenke matematisk. Når elevene klarer å reflektere rundt egen læring og nytteverdien av den er elevene i ferd med å bli matematiske tenkere. Utvikling av slike tankevaner er svært positivt for eleven (Schoenfeld & Floden, 2014). Jeg har valgt å illustrere funnet med to eksempler fra transkripsjonen av intervjuene der elevene begrunnet hvorfor:

> Intervjuer: Hvordan syntes dere det var å jobbe med en slik oppgave og det å jobbe i grupper?
> Gerd: Slike oppgaver kan jo hjelpe oss i fremtiden når vi møter på problemer som ikke har en bestemt fremgangsmåte som står i boka foran oss. Hvordan skulle jeg gjort dette hvis jeg må gjøre det nå.
> Leif: Det er sant.. Godt poeng!

På spørsmål om hvordan de syntes det var å jobbe med en slik oppgaver og å jobbe i grupper kom Gerd med et reflektert svar. Her viser hun at det er en nytteverdi i å jobbe med denne type oppgaver. Hun ser også at oppgaven kan knyttes til fremtiden og andre utfordringer hvor de ikke vet eksakt hva de skal gjøre. Gerd illustrerer dette ved at hun er i en situasjon hun må der og da, og hvis hun da var vant til å ha en fremgangsmåte ville hun ikke klart å løse den. Påstanden støttes også av Leif.

> Veronica: Oppgaven var spennende og jeg tror det var bra at vi var flere som jobbet sammen. Da kunne vi komme med forskjellige innspill og diskutere sammen.
> Anja: Dette er ikke en oppgave som jeg ville klart alene. Jeg ville sittet der som et spørsmålstegn.

Veronica synes oppgaven var spennende, men samtidig utfordrende. Hun argumenterer også for at det var bra de var flere som arbeidet sammen slik at de fikk forskjellige innspill og diskutert sammen. Dette er viktige aspekter ved en slik oppgave. I tillegg vil elevene lære av hverandre på denne måten som Anja påpeker.

4.1.2 Funn 2 – Elevene ser ikke verdien av modelleringsoppgaver

En av elevene uttrykte at denne type arbeid ikke var noe for henne. Det var i tillegg to andre elever som sa at de ikke likte oppgaven og arbeid i grupper men de ga ingen begrunnelse for dette og er derfor utelatt fra analysen, men det kan tenkes at de hadde samme motivasjon som Ane.

> Ane: Jeg er helt uenig i det dere sier! Jeg liker ikke slike oppgaver i det hele tatt. Boka er det letteste som er.. Fordi det er en rett måte å gjøre det på og da er det bare å lære seg den måten.

Ane gir klart uttrykk for at hun ikke synes noe om modelleringsoppgaver. Hun refererer til læreboka som det letteste og begrunner dette med at det er én fremgangsmåte og én løsning.

4.1.3 4.1.3 Funn 3 – Elevenes tanker om videre arbeid innenfor modellering

Jeg har i dette funnet valgt å presentere elevene som stilte seg positive til videre arbeid med modelleringsoppgaver. Funn 2 viser eleven som stilte seg negativ til å arbeide videre med modelleringsoppgaver . Noen elever svarte at de ikke visste og det er i mine øyne vanskelig å gjøre en analyse av denne type respons.

> Intervjuer: Kunne dere tenkt dere å jobbet mer med denne type oppgaver?
> Veronica: Ja absolutt. Det er mye bedre enn å sitte å skrive i boka.
> Arnt: Det var veldig spennende og man måtte samarbeide for å få det til.

Veronica gir uttrykk for at denne måten å arbeide på var bedre enn å arbeide med oppgaver og skrive i bøker. Arnt fyller på dette med at oppgaven var spennende og at man måtte samarbeide for å få det til.

> Mari: Ja! Det løsnet mer og mer etterhvert som vi jobbet. I starten så visste vi ikke helt hvor vi skulle starte men så prøvde vi oss fram og da løsnet det.
> Kristian: Ja, det var spennende.

Mari forklarer at ting falt på plass litt og litt underveis i prosessen. Da de ikke helt visste hva de skulle gjøre forsøkte de seg fram og da løsnet det for dem. Kristian følger opp med at han syntes det var spennende.

4.2 Elevenes handlinger

I dette kapittelet presenteres funnene knyttet til elevenes handlinger. Som nevnt i teoridelen er analysen delt inn i de fem kategoriene til Voskoglou (2007). Innenfor kategoriene er handlingene som kom til syne presentert. Handlingene presenteres som funn. Innenfor hvert funn gis det flere eksempler fra transkripsjonen der gruppene varierte i tilnærming. Handling 14 og 15 er allikevel nevnt innenfor handling 13, der det finnes vage begrunnelser for at resonnementene kunne vært plassert innenfor disse handlingene. Den siste handlingen (16) var også vanskelig å avdekke, men i denne studien ses den i sammenheng handling 11 og 12 innenfor elevenes avgjørende resonnementer. En beskrivelse av handlingene som ikke kom til syne og hvor de representeres i Voskoglou sine kategorier finnes i tabell 1. I tabell 4 fremkommer en systematisk oversikt over handlingene som ble observert og ikke:

Tabell 4: Gruppens hypotetiske observerbare handlinger

Gruppe:	Hypotetiske handlinger observert	Handlinger som ikke ble brukt
Gruppe 1:	1, 3, 4, 6, 10, 11, 12, 13, 16	2, 5, 7, 8, 9, 14, 15
Gruppe 2:	1, 3, 10, 11, 12, 16	2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15
Gruppe 3:	3, 4, 10, 11, 12, 16	1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15
Gruppe 4:	1, 3, 4, , 10, 11, 12, 16	2, 5, 6, 7, 8, 9, 13, 14, 15
Gruppe 5:	1, 3, 4, 6, 10, 11, 13, 12, 16	2, 5, 7, 8, 9, 14, 15

Med bakgrunn i oppgavens omfang har jeg valgt å utelate eksempler fra gruppe 3 og 4 fram til funn7. Dette gjøres på bakgrunn av at de fleste deres resonnementer kan knyttes til de tre andre gruppene fram til dette stadiet.

4.2.1 Analyse av problemet

Det første steget i Voskoglou (2007, s. 149) handler om å forstå utsagnet (oppgaven) og gjenkjenne restriksjoner og krav til den virkelige situasjonen. Innenfor Analyse av problemet presenterer Sol et al (2011) to handlinger. Handling 2 ble ikke observert.

4.2.1.1 Funn 1 – Forstå og gjenkjenne et matematisk håndterbart problem

Funn 1 knyttes til Handling 1 i Sol et al (2011) sine 16 handlinger. De fleste gruppene evnet å se det matematiske problemet som de skulle løse (finne gigantens høyde). Gjennom å lese oppgaven kunne elevene raskt trekke ut hva oppgaven spurte om og deretter gå videre.

Gruppe 5

> Geir: Få lese oppgaven.
> Jørn: Vi skal ikke finne høyden på skoen, vi skal finne høyden på personen.
> Birger: Ifølge målebåndet så er jeg 1,70.
> Jørn: Hvor bred var skoen?
> Geir: 2,37.
> Geir: Men hvordan kan man vite hvor høy han er?

Eksempelet ovenfor viser hvordan flere av gruppene gikk fram. De leste oppgaven individuelt før de deretter konkluderte med hva de skulle finne ut. De beveget seg raskt over i handling 3 (funn 2).

Gruppe 1,2 og 4 hadde en lik tilnærming som gruppe 5, de konkluderte med at de skulle finne høyden til giganten. Gruppe 3 hoppet over handling 1 og gikk rett på handling 3.

4.2.2 Matematisere og matematisk arbeid

Innenfor steg to i Voskoglou (2007, s. 149) sin modell skal elevene formulere den virkelige situasjonen på en slik måte at det blir klart for matematisk behandling og konstruksjon av modellen. Innenfor dette steget identifiserer Sol et al (2011) 8 ulike handlinger hos elevene. Handling 5, 7, 8 og 9 ble ikke observert hos gruppene.

4.2.2.1 Funn 2 – Identifisere objekter og relevante forhold

Funn 2 knyttes til Handling 3. Fire av fem grupper forstod at de måtte bruke egen skolengde og høyde for å finne gigantens omtrentlige høyde. Dette kan sies å være innenfor handling tre hvor de skulle identifisere objekter og relevant informasjon. Gjennom å forstå at de skulle finne gigantens høyde, forstod elevene at de skulle bruke sin egen høyde og skolengde. De har forstått at det er et forhold mellom giganten og dem selv. Jeg velger å kun eksemplifisere dette gjennom én gruppe, da fremgangsmåten og strukturen på denne handlingen var lik hos de fire gruppene som forstod at de måtte bruke egen skolengde og skostørrelse.

Gruppe 1:

> Ane: Men kan vi fokusere på oppgaven?
> Leif: Ja
> Gerd: Jeg er jo 169
> Ane: Men jeg er akkurat 160 så det er jo litt lettere å regne med.
> Vidar: Ok da tar vi deg (..) og du har?
> Ane: 37 i sko.
> Leif: Men hvor store er skoene dine i lengde og bredde?
> Ane: 27 cm lange.

Gruppe 1 har kommet fram til at de skal bruke Ane for å måle skolengde og høyde. Gruppe 1 eksemplifiserer her gruppe 1, 3, 4 og 5 som hadde en lik tilnærming hvor de målte høyde og skolengde på en elev. Dette kan ses på som å identifisere objekter og relevante forhold.

4.2.2.2 Funn 3 – Velge relevante variabler, skille dem fra andre

Funn 3 knyttes til Handling 4. Her varierte de forskjellige gruppene i fremgangsmåte. En fellesnevner var at de fleste gruppene ikke skilte mellom variablene og hvilke som var fornuftige å bruke, hvilke som var enkle, mer kompliserte, ga mer nøyaktige svar etc.

Gruppe 5:

> Birger: Ja når mine sko er 29 og jeg er 1,70 (..) og det der er 5 meter og 30 cm. (..) Da er han veldig høy.
> Jørn: Jeg tipper han er 23 meter.
> Birger: nei (..) Hvis disse skoene er 29 og jeg er 1,70 (..) 170 delt på 29 (..) vi kan si 30.
> Jørn: 170 delt på 29 (..) 5,8.
> Birger: Så tar du 529 delt på 5,8 (..) nei ganger 5,8.
> Jørn: 3068,2 cm.
> Birger: Så da kan han være 36 meter. Kan svaret være 36 meter?

Gruppe 5 anvendte fremgangsmåten som jeg på forhånd hadde sett for meg at de fleste gruppene kom til å benytte. Elevene deler egen skolengde på egen høyde og finner da differansen mellom skolengde og høyde på seg selv. Deretter multipliserer de dette med gigantens skolengde og får 30,6 meter. Samtidig kommer en misoppfatning til syne. Birger har ikke kontroll på plassverdisystemet når han omgjør fra centimeter til meter.

Gruppe 1:

> Vidar: Men så tar vi det også ganger vi det også ganger vi høyden hennes med det på skostørrelsen.
> Gerd: Men hvordan skal vi gange opp det og få nøyaktig?
> Ane: Vi må bare få sånn cirka.

Gruppe 1 hadde en lik tilnærming som gruppe 4 i starten av oppgaven før de senere fant flere variabler, blant annet lik gruppe 5. Gruppe 1 og gruppe 4 anvendte multiplikasjon for å finne gigantens høyde. Gruppe 2 valgte å addere etter veiledning, hvor de fant differansen mellom Bjørn sin skolengde og høyde. Gruppe 3 fant differansen mellom egen skolengde og gigantens ved addisjonsmetoden.

4.2.2.3 Funn 4 – Forklare forholdet mellom ekte objekter og matematisk kunnskap

Funn 4 knyttes til Handling 6. Gruppe 5 og 1 hadde en tilnærming til det å sjekke og forklare forholdet mellom giganten og den matematiske kunnskapen som skilte seg fra de andre gruppene. Der flere av de andre gruppene brukte forholdet mellom gigantens sko og deres egen valgte gruppe 5 å se på forholdet mellom egen høyde og skolengde.

Gruppe 5:

> Geir: Han blir kanskje sånn 7 meter.
> Jørn: Nei, han er høyere enn det. Man er ikke 7 meter og har så store sko. Jeg tror han er minst 20 meter. (..) eller 30.
> Birger: Ja når mine sko er 29 og jeg er 1,70 (..) og det der er 5 meter og 30 cm. (..) Da er han veldig høy.
> Jørn: Jeg tipper han er 23 meter.
> Birger: nei (..) Hvis disse skoene er 29 og jeg er 1,70 (..) 170 delt på 29 (..) vi kan si 30.
> Jørn: 170 delt på 29 (..) 5,8.
> Birger: Så tar du 529 delt på 5,8 (..) nei ganger 5,8.

Gjennom denne metoden kommer gruppe 5 fram til at det er et forhold mellom høyden og skolengden til en gitt person. Det fremstår vanskelig å stadfeste at elevene reflekterer rundt dette, men de finner forholdet mellom Birger sin høyde og skolengde og anvender dette for å beregne gigantens høyde.

4.2.2.4 Funn 5 – Formulere problemer og/eller underproblemer på en matematisk måte

Funn 5 knyttes til handling 10. Flere av gruppene møtte på utfordringer med oppgaven og hvordan de skulle finne en mulig løsning. Underveis i prosessen måtte elevene finne differansen mellom skoene til giganten og sine egne sko, eventuelt differansen mellom egen høyde og egen skolengde. Flere av gruppene valgte en strategi der de forsøkte å estimere omtrentlig hvor mange ganger deres egen skolengde gikk opp i gigantens skolengde. Estimering er en viktig, og ofte er et estimat det eneste som er nødvendig selv om et eksakt svar er nødvendig i oppgaven fordi det gir elevene et pekepinn på om de er på rett vei (Van de Walle, Bay-Williams, Lovin, & Karp, 2006, s. 156).

Gruppe 1:

> Ane: Jeg ganget skolengden min med 19 og da fikk jeg 5 meter og 13 cm.
> Leif: Og han giganten hadde 5 meter og 29 cm?
> Ane: Ja.
> Vidar: Hvor mange ganger ganget du?
> Ane: Så ganget jeg med høyden og da ble han 3 meter og 4 cm høy.
> Vidar: Ja så da er han 3 meter høy.
> Leif: men han har jo 5 meter lang ben, da kan han jo ikke være 3 meter høy!
> Gerd: Nei føttene kan jo ikke være lengre enn høyden.

Vidar: Men hva ganget du med slik at du fikk 3 meter?
Ane: Jeg ganget høyden min med 19.
Vidar: Så 19 ganger 1,60 meter. (..) ta det på kalkulator.
Leif: Da fikk jeg 30,4.

Gruppe 4 bruker samme metode som gruppe 1. Det kan virke som Ane feilberegner når hun skal gjøre om fra centimeter til meter, men Leif korrigerer henne på dette og de kommer fram til et estimat.

4.2.3 Løse og sette inn

I den tredje fasen til Voskoglou (2007, s. 149) presenteres en løsning på modellen, som er oppnådd gjennom riktig bruk av matematisk manipulasjon.

4.2.3.1 Funn 6 – Problemløsningsprosesser involvert i å finne løsningen

Funn 6 knyttes til handling 11. En gjenganger blant flere av gruppene var å estimere omtrentlig hvor mye større skoene til giganten var i forhold til deres sko. Flere av gruppene begynte med en strategi hvor de så hvor mange ganger deres sko gikk opp i gigantens og brukte deretter dette tallet som en differanse for å finne ut omtrentlig hvor høy giganten var. Etterhvert som de jobbet videre med oppgaven, og senere i prosessen valgte allikevel flere av gruppene å bruke divisjonsmetoden når de regnet ut senere.

Gruppe 1:

Ane: Hvor høy er du Vidar?
Vidar: 176 cm
Gerd: og skolengden?
Vidar: skal vi se (...) 31 cm.
Ane: ok så hvor mange ganger må vi gange 31 med for å 5 meter og 29 cm?
Gerd: Kan vi ikke bare dele 529 på 31?
Vidar: Ja det må jo gå (..) to sekunder så sjekker jeg hva vi får da. (....) Fikk 17,06 så (..) 17 da.
Ane: Ok så tar vi 174 ganger 17.

Gruppe 1 startet med en tilnærming hvor Ane forslår å se hvor mange ganger de må multiplisere 31 for å få 529. Gerd bryter så inn å foreslår å heller dele 529 på 31. Dette kan ses på som en prosess hvor de går fra en tungvint metode til en lettere.

Gruppe 2:

Intervjuer: Kan man finne ut hvor mye lengre Bjørn er enn skoene sine?
Vidar: Jeg vet ikke helt.
Bjørn: Kanskje vi kan se hvor mange ganger skoene går opp i høyden?

Intervjuer: Ja bra!
Bjørn: 3 + 3 + 3 + 3 + 3 blir 15. (..) Det er 5 ganger så får vi 1,5 i rest (..) og det er jo det samme som en halv så da er jeg 5,5 ganger høyere enn skoene mine.

Bjørn hadde skolengde 30 cm og de valgte da å addere 3 til de kom til 16,5 som var høyden hans i desimeter. Prosessen til gruppe 2 skiller seg fra gruppe 1 sin metode som de anvendte først med at den opererer med mindre tall og dermed er enklere å regne ut sammenlignet med å finne differansen mellom skolengden til giganten og egen skolengde.

Gruppe 5:

Birger: nei (..) Hvis disse skoene er 29 og jeg er 1,70 (..) 170 delt på 29 (..) vi kan si 30.
Jørn: 170 delt på 29 (..) 5,8.
Birger: Så tar du 529 delt på 5,8 (..) nei ganger 5,8.
Jørn: 3068,2 cm.

Et tredje eksempel som ble anvendt videre utover i arbeidet med oppgaven var divisjon slik gruppe 5 gjorde.

Gruppe 3 brukte en lik fremgangsmåte som gruppe 2 og representeres der. Gruppe 4 brukte en variant av gruppe 5, men stoppet opp når de hadde funnet differansen og skiftet samtaletema.

4.2.3.2 Funn 7 – Finne og sette inn løsninger matematisk i modellen

Funn 7 knyttes til Handling 12. Elevene skulle sette inn løsninger matematisk i en modell og jeg hadde sett for meg at de skulle anvende en likning med en ukjent. $Gigantens\ SL = Differansen \times Elevens\ SL$ En slik type likning så jeg for meg at elevene ville sette opp og dermed se at ved å dele elevens skolengde på begge sider ville gi differansen. Alternativt at de brukte en annen variant: $Elevens\ høyde = Differansen \times Elevens\ skolengde$ som er en likning som vil gi samme svar til slutt. Videre så jeg for meg at elevene brukte differansen de fant mellom enten skolengde og høyde på seg selv eller mellom giganten og dem selv til så å finne ut høyden til giganten ved bruk av formelen $Høyde\ gigant = differansen \times gigantens\ skolengde$.

Gruppe 1:

Ane: ok så hvor mange ganger må vi gange 31 med for å 5 meter og 29 cm?
Gerd: Kan vi ikke bare dele 529 på 31?
Vidar: Ja det må jo gå (..) to sekunder så sjekker jeg hva vi får da. (....) Fikk 17,06 så (..) 17 da.
Ane: Ok så tar vi 174 ganger 17.

Gerd: Det blir 2958
Vidar: 2958 cm og det er jo 100 cm i 1 meter så da blir det jo 29,58 meter. Å vi fikk 30,4 når vi brukte Ane sin høyde.
Gerd: Ja da kan vi jo si at giganten er cirka 30 meter høy.

Gruppe 1 finner først differansen mellom elevens skolengde og gigantens. Deretter multipliserer de differansen med elevens høyde og på den måten finner de løsningen. Elevene anvendte metoden jeg så for meg på en uformell måte. Denne uformelle fremgangsmåten gikk igjen i alle gruppene. Tre grupper (1,2 og 5) brukte en metode som involverte multiplikasjon og divisjon, mens to grupper brukte addisjon og multiplikasjon for å finne løsningen.

Gruppe 3:

Arnt: Nå er vi på 13 så da kan vi ta pluss 29 opp til 529. 377 pluss 29 da er vi på 14.... + 29, 18 (..) da er vi på 522 på 18.
Anja: Fant vi det ut?
Bjørn: Jeg tror det er det nærmeste jeg klarer å komme. Det hørtes riktig ut.

Gruppe tre adderte til de kom nært 529. Metoden er tungvint, men de klarer å finne en differanse mellom skolengden til giganten og eleven. Denne metoden vil kun inkludere det ene steget jeg så for meg der de multipliserer differansen med egen høyde for å finne gigantens høyde.

Gruppe 4:

Robert: Ja (...) 3 x 45 er 135. 4 x 45 er jo 1,80. Så da må man gange skostørrelsen med 4 for å finne høyden!
Glenn: Så hvis vi tar skolengden hans pluss bredden og ganger det med 4 så får vi høyden hans.
Victor: 2,37 + 5,29 så får vi 7,66. Så tar vi 7,66 x 4.
Mari: Men hvordan var det vi fant skostørrelsen hans?
Robert: Lengde + bredde.
Victor: Da fikk jeg 30,64
Robert: Ja men da er han 30 meter høy.

Gruppe 4 velger å trekke inn skobredden som er uvesentlig for å løse oppgaven. Den første delen av Robert sitt resonnement var vanskelig å tolke, mens det i det siste er tydelig at han finner differansen mellom høyde og skostørrelse på seg selv. Victor fremmer deretter et forslag om å legge sammen bredden og høyden til gigantens sko for å finne høyden hans. De får et tall som er realistisk og de velger å gå for dette som svar selv om fremgangsmåten og resonnementene blir feil.

4.2.4 Validere

Steg 4 i Voskoglou (2007, s. 150) sin modell handler om å validere modellen. Dette oppnås vanligvis med å reprodusere, gjennom modellen. Her vil man kunne se hvordan det virkelige problemet «oppfører» seg før man presenterer en endelig løsning.

4.2.4.1 Funn 8 – Gjenkjenne meningen og utstrekningen til løsningene og konklusjonene i den ekte situasjonen. Elever kan også gjengi modellen

Funn 8 knyttes til handling 13. Innenfor denne handlingen var det kun gruppe 1og 5 som evnet å gjenkjenne meningen og utstrekningen til løsningene. De evnet å gjøre flere utregninger og dermed si noe om gjennomsnittet og omtrentlig høyde på giganten. De virket også å se meningen med oppgaven og kunne også trekke noen konklusjoner basert på det de fant ut.

Gruppe 1:

> Ane: Ja da får vi 5,92. Det er jo cirka 6. Så da er jeg 6 ganger høyere enn skoene mine.
> Gerd: Og Vidar blir 5,67 ganger høyere enn sine sko.
> Leif: Så da kan vi jo kanskje si at man er 5-6 ganger høyere enn skolengden sin?
> Ane: Ja det høres jo logisk ut.
> Vidar: Å jo høyere man er jo større sko har man (..) men fortsatt så kan man være mindre å ha større forskjell mellom sin egen høyde og skolengde.

Funnet er knyttet til differansen mellom egen høyde og skolengde. Elevene gjorde utregninger på to elever før de kom til dette stadiet av oppgaven. Funnet kan anses som en blanding mellom hovedoppgaven og tilleggsoppgaven som ble gitt. Gruppe 5 fant først én høyde for giganten. Deretter fant de høyde nummer to for giganten og regnet gjennomsnittet av dette. Gjennom å regne med to lengder ble modellen til en viss grad validert, og de fikk da en indikasjon på at det de gjorde var rett. Gruppe 5 brukte divisjon for å komme fram til begge svarene.

4.3 Elevenes avgjørende resonnementer

Gruppene presenterer sin endelige løsning av de matematiske resultatene og implementeringen til det virkelige systemet, for å gi et svar på problemet. Under handling 11 og 12 baserte gruppene svarene sine på antagelser om hvor høy giganten var basert på egen høyde. Jeg har også valgt å innlemme handling 16, hvor elevene skal kommunisere prosessen og resultatene når modellen er gyldig i dette funnet. Jeg vil i denne delen av analysen se på de avgjørende resonnementene til gruppe 1 og 5 i lys av Balacheffs (1988) taksonomier for bevis: Naiv empirisme kjennetegnes ved å anta en sannhet av et resultat etter å ha verifisert noen caser. Avgjørende eksperiment kjennetegnes ved at utfallet tillater et valg mellom to hypoteser. Generisk eksempel involverer å eksplisitt redegjøre for hvorfor en antagelse er sann. Tankeeksperimentet handler om å se problemet i en større kontekst og se det utenfor den aktuelle representasjonen (Balacheff, 1988, s. 218 og 219).

4.3.1 Funn 1 – Gruppe 1

Analysen er i dette funnet delt i to.

Eksempel 1:

> Ane: Jeg ganget høyden min med 19.
> Vidar: Så 19 ganger 1,60 meter. (..) ta det på kalkulator.
> Leif: Da fikk jeg 30,4.
> Gerd: Men hva tenker vi da? (..) Han må jo være ganske mye over 5 meter.
> Vidar: Men vi kan jo heller ikke bare skrive et tall fordi det gir mening.
> Ane: Nei det gir jo heller ikke mening at han er tre meter høy når skoene er fem meter.
> Leif: Ja vi fikk jo 30 meter å det høres jo realistisk ut.
> Vidar: jeg gjorde det samme med min skolengde å høyde å da ble jeg sånn 35 meter.
> Ane: Men det vi tenker høres jo riktig ut. Jeg har jo cirka 19 ganger så små føtter som han giganten og da må han jo derfor være 19 ganger høyere enn meg.

Det første eksempelet fra gruppe 1 viser et eksempel på naiv empirisme. Elevene resonnerer seg fram til at giganten må være 30,4 meter når de regnet med Ane sin høyde. Deretter følger Vidar på med å ha regnet ut sin høyde til å være 35 meter, og de konkluderer at de er inne på noe. Ane supplerer med å legge til at siden hun har 19 ganger så små føtter som giganten, derfor må giganten være 19 ganger høyere. Elevene verifiserer sine resultater basert på et fåtall caser (2), og antar ut i fra dette at giganten vil være mellom 30 og 35 meter.

Eksempel 2:

> Gerd: Ja kan vi si noe generelt om høyde og skostørrelse til en person?
> Vidar: Alle oss er jo hvert fall lengre enn skoene våre og det gjelder vel alle?
> Leif: Men hvor mye høyere er vi enn skoene våre?
> Vidar: Jeg tror jeg er 10 ganger så høy som skoene mine.
> Ane: Men kan vi ikke sjekke det på en måte?
> Leif: Ja kan vi ikke prøve å dele høyden på skolengden?
> Vidar: Kan vi ikke dele 160 på 27?
> Ane: Ja da får vi 5,92. Det er jo cirka 6. Så da er jeg 6 ganger høyere enn skoene mine.
> Gerd: og Vidar blir 5,67 ganger høyere enn sine sko.
> Leif: Så da kan vi jo kanskje si at man er 5-6 ganger høyere enn skolengden sin?
> Ane: Ja det høres jo logisk ut.
> Vidar: Å jo høyere man er jo større sko har man (..) men fortsatt så kan man være mindre å ha større forskjell mellom sin egen høyde og skolengde.

Den andre delen av oppgaven ba elevene om å reflektere rundt skolengde og høyde generelt. Gruppe 1 hadde fine resonnementer knyttet til dette. Resonnementene elevene gjør her kan plasseres innenfor avgjørende eksperiment. De stadfester at det er et forhold mellom skolengde og høyde. De bruker to ulike hypoteser og ut i fra disse konkluderer de med noe midt i mellom. De velger i tillegg å gjøre et overslag på estimatet og sier mellom 5-6 og begrunner dette med at det vil variere fra person til person. Denne refleksjonen kan også knyttes til generisk eksempel ved at de har gjort seg kjent med variablene og kan si noe generelt om forholdet mellom høyde og skolengde.

4.3.2 Funn 2 – Gruppe 5

Frida: Jeg er 1,65.
Jørn: Så tar vi 165 delt på 27.
Geir: Da fikk jeg 6,1.
Jørn: Så tar vi 529 ganger 6,1. (..) Hva fikk du?
Geir: 3227. (..) eller 3226,9 for å være nøyaktig.
Jørn: jeg tror det er en av de to svarene.
Birger: Nei (..) Altså høyden og skolengden til vil jo variere mellom personer og da blir det jo forskjellig lengde på giganten når vi bruker forskjellige personer. Så når vi brukte Frida så ble giganten større. Mens med meg så ble giganten mindre.
Geir: Ja med deg så ganget vi jo med 5,8 mens på Frida så ganget vi med 6,1.
Jørn: Så du (peker på Birger) er 5,8 ganger lengre enn skoene dine og Frida er 6,1 ganger lengre enn sine sko.
Geir: Men da vil jo egentlig begge svarene være riktige.
Jørn: Ja eller så kan vi jo regne et gjennomsnitt.
Birger: Ja, å oppgaven sier jo at vi skal finne ut omtrentlig hvor høy giganten er. Så da er det kanskje ikke et fasitsvar.
Geir: 3147,55.
Frida: hva er det?
Geir: Det blir gjennomsnittshøyden av giganten når jeg regnet på deres høyder.
Birger: Men da kan vi jo si at den vil variere fra person til person men når vi brukte oss selv så var vi cirka 6 ganger større enn våre egen sko. (..) og når vi da brukte det på giganten så ble han cirka 31,5 meter.

Gruppe 5 baserer løsningen på to caser og dette kan plasseres innenfor naiv empirisme. Samtidig evner de å skille mellom de to hypotesene og komme fram til et gjennomsnitt, og dette resonnementet kan plasseres innenfor avgjørende eksperiment. Videre kan resonnementene omhandlende forhold kategoriseres innenfor generisk eksempel siden de antar at man vil være cirka 6 ganger høyere enn sin egen skolengde.

5 Drøfting

5.1 Hva har jeg funnet ut?

I resultatdelen er de tre forskningsspørsmålene blitt belyst hver for seg. De fleste elevene stiller seg positive modelleringsoppgaver og virker å ønske mer av denne type arbeid i skolen. Forskningsspørsmål to har sett på elevenes handlinger innenfor Sol et al (2011) sine hypotetiske observerbare handlinger. En del handlinger ble ikke observert hos noen av gruppene mens andre kun ble observert hos enkelte grupper. To grupper skilte seg positivt ut ved gode resonnementer, de ble også observert innenfor flest handlinger. De tre andre gruppene ble ikke observert like ofte innenfor handlingene og resonnementene var også svakere. Gruppenes resonnementer ses gjennom Balacheffs (1988) taksonomier i det siste forskningsspørsmålet. Naiv empirisme går igjen i alle gruppene, men gruppe 1 og 5 er også innom avgjørende eksperiment og generisk eksempel.

5.2 Intervjuet

Drøftingen er videre delt inn i de tre funnene som jeg kom fram til basert på elevenes responser til modelleringsoppgaver.

5.2.1 Funn 1 – Elevene ser verdien av modelleringsoppgaver

Gerd viser tydelig at hun ser en større innsikt og mening med denne typer oppgaver. Hun henviser også til fremtidige problemer. Dette kan tolkes til å gjelde utenfor matematikken i klasserommet, og hun er da inne på hovedpoenget fra kjerneelementet som omhandler modellering og anvendinger i matematikk. Dette er også nært knyttet til Blum (2011) som argumenterer for at matematiske modeller og modellering er overalt rundt oss. Schoenfeld (1992) skriver at instruksjonene skal siktes på konseptuell forståelse, og på den måten kan elevene anvende matematikken de har jobbet med på en fleksibel og resursfull måte. Dette kan også støtte opp Gerd sitt utsagn som reflektert og fremoverrettet.

Både Veronica og Anja påpeker fordelen med å være flere som arbeidet sammen. Dette underbygger viktigheten av at aktiv deltakelse bygger på samarbeid, gjensidig læring og felles kompetanseutvikling. Her kommer i mine øyne viktigheten av samarbeid frem og at dette er en strategi som kan fungere bra. Det vil være relevant å trekke inn agency, autoritet og identitet (Schoenfeld & Floden, 2014, s. 17) til disse utsagnene. Gjennom samarbeid og muligheten til å lære av hverandre fikk elevene muligheten til å bygge på hverandre sine ideer. Dette er med på å bygge opp identitetene og autoritetene til elevene gjennom at de ser at de får til matematikken de arbeider med.

Funn 1 kan oppsummeres med at en del av elevene så verdien av modelleringsoppgaver i undervisningen. Oppgaven førte til samarbeid på gruppene for å finne fremgangsmåter/løsninger der elevene bygget på hverandres resonnementer. Funn 1 peker på denne type oppgaver som viktige i matematikkundervisningen og at elevene setter pris på å jobbe med slike oppgaver.

5.2.2 Funn 2 – Elevene ser ikke verdien av modelleringsoppgaver

En instrumentell forståelse kan være lettere å forstå for elevene (Skemp, 1976, s. 8). Elevene hadde også jobbet mye instrumentelt tidligere, og for elevene er det tilfredsstillende å få svar på om noe er rett med en gang (Skemp, 1976, s. 8). For Ane var dette tilfelle. Hun var en av de «flinke» elevene som hadde gode karakterer og vant til å arbeide individuelt. Ane kan likevel ha gode relasjonelle ferdigheter, men siden de instrumentelle oppgavene gagner henne og gir gode resultater foretrekker hun dem. Anes autoritet (Schoenfeld & Floden, 2014, s. 17) underbygger nok dette ved hennes tanker om at hun har kunnskaper i matematikk. Disse får hun anerkjennelse for gjennom den tradisjonelle undervisningen. Funnet gir et pekepinn på viktigheten av å involvere varierte oppgaver i undervisningen som også inneholder fasitsvar, slik som Ane og flere påpekte at de savnet.

5.2.3 Funn 3 – Elevenes tanker om videre arbeid innenfor modellering

63 % var positive til oppgavetype og gruppesamarbeid. En grunn til at mange fant oppgaven positiv kan henge sammen med at de fikk være aktive deltakere i arbeidet med oppgaven. Dette kan knyttes til Schoenfeld et al (2014, s. 17) og elevenes agency, identitet og autoritet. Når elevene har en positiv opplevelse med det de holder på med vil de bli mer motiverte og finne oppgaven mer meningsfull. Tre av elevene (16 %) var negative til denne type oppgaver. Dette kan henge sammen med funn 2. Siden elevene er vant til å få en fasit, eller jobbe med oppgaver som har én definert fremgangsmåte vil dette være en uvant arbeidsform. Elevene har muligens vært vant til å lykkes raskt med oppgavene og når de da blir utfordret fører dette til en viss frustrasjon.

68 % kunne tenke seg å arbeide mer med denne type oppgaver. Argumentasjonen rundt dette vil være lik det første spørsmålet, det som er overraskende er at det bare er én person som uttrykker seg negativ til videre arbeid. Her vil lærerens innhenting av elevenes tenkning være

viktig for å bygge videre på denne undervisningsformen slik at også elever som opplever mestring innenfor den tradisjonelle undervisningen kan få oppleve dette innenfor modellering også.

Funn 3 peker derfor på modellering som en aktivitet som elevene syntes det var spennende å arbeide med og at det har en viktig plass i matematikkundervisningen

5.3 Undervisningen

Drøftingen av kapittel 5.3 undervisningen er delt inn i de fire kategoriene: analysere, matematisere, løse og sette inn, og validere. Innenfor hver av disse kategoriene er funnene knyttet til handlingene drøftet. Handling 16 som faller innenfor det siste steget i til Voskoglou drøftes i et eget kapittel.

5.3.1 Analysere

Sol et al (2011, s. 232) påpeker at en av de vanligste utfordringene elevene hadde var i starten av modelleringsprosessen. Innenfor det første funnet knyttet til handling 1 viser elevene liten grad av refleksjon og tanker rundt oppgaven. Elevene gjenkjenner dermed problemet, og det fremstår som alle gruppene er innforstått med at det kan løses på en matematisk måte. Elevene er ikke vant til å arbeide med denne type oppgaver og da er de heller ikke vant til å lage seg en struktur der de systematiserer informasjonen og skriver ned det de vet. Analysedelen bærer derfor preg av lite struktur. Alle gruppene hadde en veldig direkte tilnærming der de raskt gikk videre fra analysedelen. Dette kan støttes opp av Blum (2011, s. 20) som mener at innenfor det første steget i hans modell hvor elevene konstruerer, så trekker elevene ut dataene, ignorerer konteksten og forsøker å gjøre noe med dataene i tilknytning til et familiært skjema. Dette kan også støttes av Lesh og Zawojewski (2007, s. 767) som påpeker at en dårlig problemløser kun ser på de overfladiske funksjonene til problemet. En forklaring på manglende resonnering knyttet til de to første handlingene, ses i sammenheng med at elevene var uerfarne problemløsere og situasjonen var ny for dem (Lesh & Zawojewski, 2007).

5.3.2 Matematisere og matematisk arbeid

Innenfor det andre steget til Voskoglou (2007) dekkes funn 2,3,4 og 5.

Funn 2 omhandlet å identifisere objekter og relevante forhold. De fleste gruppene forstod innenfor denne handlingen at de måtte anvende egen høyde og skolengde for å finne gigantens høyde. Tilnærmingen til gruppene som forstod dette var tilnærmet lik der de målte høyden og skolengden til en eller flere elever på gruppen. I likhet med funn 1 er det lite resonnering å spore hos elevene innenfor dette funnet. Gruppe 2 trengte veiledning og evnet ikke å identifisere objekter og relevante forhold, men valgte å gjette på en løsning. De klarte likevel å trekke noen slutninger knyttet til hva giganten ikke kunne være. Felles for funn 3 vil allikevel være mangelfull resonnering, og dette kan knyttes til at elevene ikke er vant til å komme med antagelser (Blum, 2011, s. 20).

Når elevene i funn 3 skulle velge relevante variabler og skille dem fra andre varierte dette mellom gruppene. Gruppene anvendte forskjellige metoder som involverer addisjon, multiplikasjon og divisjon. 3 av 5 grupper anvendte multiplikasjon og/eller addisjon i løpet av modelleringsprosessen. Det var overraskende at elevene ikke resonnerte mer rundt hvilke variabler som var mest effektive eller nøyaktige å bruke, og da spesielt gruppene som valgte å multiplisere eller addere seg nært opp til 529. En mulig årsak til at elevene ikke så dette kan være deres manglende erfaring på området. Artigue og Blomhøj (2013, s. 805) ser på modelleringen som et konsept for å forstå og arbeide med forholdet mellom matematikken og problemsituasjoner. Det kan derfor være mulig elevene manglet kunnskapsbasen for å knytte matematikken i oppgaven, til det de kunne fra før av. Dette kan støttes av Kilpatrick et al (2001, s. 130) og deres forhold som må ligge til rette for at elever skal vise resonneringsferdigheter. I dette tilfellet vil konteksten (modelleringsoppgaver) være ukjent og muligens ukomfortabel for elevene og dette kan derfor bidra til at de ikke ser muligheter eller løsninger de ellers ville gjort. Gruppe 5 brukte divisjonsmetoden og kan derfor sies å ha sett i mine øyne den enkleste variabelen, men de skilte den ikke fra de andre variablene. Funn 3 kan sies å være delvis oppfylt da elevene ikke evnet å skille mellom variablene, men funnet setter fokus på relevansen til modelleringsoppgaver og er således viktig i mitt studie. Elevene vil her se at likninger kan anvendes på vanlige dagligdagse problemer og dermed gi mer mening for dem i mine øyne.

Funn 4 handler om å stadfeste forholdet mellom variablene ved å bruke matematisk språk. I denne studien er handlingen tolket til å omhandle bruk av flere variabler. Dette var det kun gruppe 1 og 5 som gjorde. De fant forholdet mellom elevens skolengde og giganten, samt forholdet mellom egen høyde og skolengde. Refleksjonen rundt forskjeller og likheter mellom de ulike metodene var allikevel fraværende. Van de Walle et al (2006, s. 205) hevder denne måten å se på forhold kan plasseres innenfor multiplikativ sammenligning. Ved å se på egenskapene til de to forskjellige utregningene ville de kunne sett at de fikk samme resultat. En forutsetning ville uansett vært å anvendt divisjon på begge oppgavene for å få det riktige forholdet. Denne resonneringen manglet hos elevene og de vil da ha vansker med å se sammenhengen mellom de forskjellige metodene og variablene i oppgaven og hvordan de samhandler med hverandre. Dette kan støttes av Kilpatrick et al (2001, s. 5) og deres fem tråder for matematiske ferdigheter. Elevene ble underveis i prosessen oppfordret til å prøve flere forskjellige metoder men dette ble ikke gjort. Refleksjonene ved å stadfeste forholdet mellom variablene var derfor ikke til stede og funn 6 kan derfor ses på som mangel på resonnementer og argumentasjon hos elevene.

Funn 5 omhandler elevenes formuleringer av problemer og/ eller underproblemer på en matematisk måte. I de tidligere funnene er en del av elevenes resonnementer knyttet til de matematiske problemene belyst. Funnene som eksemplifiseres representerer to gruppers tankegang når de støtte på et problem. Elevene skulle gjøre et estimat og dette løser de på forskjellige måter. Gruppe 1 sier seg fornøyde med sitt estimat og går videre i prosessen. Gruppe 4 føler estimatet deres er for langt unna og velger da å forkaste målene til eleven og heller bruke en annen. En ting som går igjen i de to resonnementene er valgt av estimatet. 5,4 er nærmere 5,29 enn 5,1 og et interessant spørsmål vil da være hvorfor de ikke gikk for dette estimatet. En mulig forklaring kan være forståelsen til elevene. Van de Walle et al (2006, s. 161) påpeker at multiplikasjon med desimaler, i likhet med divisjon av desimaler ofte er dårlig forstått av elevene. På samme måte kan dette henge sammen med at elevene følte at estimatet de foretok seg ikke kunne overstige gigantens skolengde. Dette kan være en mulig forklaring på hvorfor noen av gruppene unngikk å bruke divisjon for å finne løsningen, og heller ikke foretok et estimat som var større enn gigantens skolengde. Elevenes evner til å produsere antagelser og komme til konklusjoner er også svak siden de har arbeidet lite med dette, og dette kan være en mulig grunn til at resonneringen knyttet til dette funnet uteblir (2007, s. 257).

5.3.3 Løse og sette inn

Voskoglou (2007) sin tredje fase omfatter handling 11 og 12 i Sol et al (2011) sine observerbare hypotetiske handlinger.

Funn 6 knyttes til handling 11, og involverer problemløsningsprosesser involvert i å finne løsningen. Tre av gruppene beveger seg mot divisjonsstrategien for å finne en løsning. Gruppe 1 og 5 anvender metoden for å finne en løsning. Metoden er effektiv og gir et riktig estimat. Gruppe 2 og 3 bruker addisjonsmetoden for å komme fram til forholdet mellom egen høyde og skolengde, og egen skolengde og gigantens. Felles for alle prosessene er mangelen på oversettelse mellom virkeligheten og matematikken i begge retninger. Blum (2011, s. 17) ser på modelleringsoppgaver som utfordrende der passende matematiske ideer i tillegg til virkelighetsforståelse er nødvendige kompetanser, og her spiller nok elevenes erfaringer inn. Elevene er uerfarne med fenomenet og dette kan være en grunn til at de ser på operasjonene som separate handlinger. Gruppe 1 representerer et eksempel der elevene går fra en tungvint metode til en lettere. Dette kan knyttes til *algoritmisk resonnering* (Lithner, 2007, s. 258). Det fremstår som Gerd plutselig husker løsningsalgoritmen for en likning med en ukjent og derfor foreslår å anvende denne. Gruppe 5 anvender samme strategi og deres resonnement kan derfor også knyttes til algoritmisk resonnering. Gruppe 4 er inne på samme tankegangen men de stopper opp når de er nært med å finne en løsning. Gruppen varierte veldig i arbeidsinnsats og ramlet ofte ut av oppgaven og snakket om andre ting. Det samme gjaldt gruppe 2 og 3. Dette kan knyttes til *passiv oppgitthet* hvor elevene føler at de ikke kan gjøre noe med problemet (Imsen, 2012, s. 455). Dette gjaldt spesielt gruppe 2. Dette vil igjen sette *identiteten* til elevene på prøve og hva de selv føler de får til i matematikken (Schoenfeld & Floden, 2014). Elevene var også vant til å sjekke fasit så fort de hadde løst en oppgave og mangelen på dette kan ha gjort dem utålmodige.

Funn 7 ser på løsningene som ble funnet og satt inn matematisk i modellen. Gruppe 1 og 5 har en lik strategi hvor de anvender både divisjon og multiplikasjon. De finner henholdsvis forholdet mellom egen høyde og skolengde og gigantens skolengde og egen. Begge metodene gir et svar som var innenfor estimatet jeg på forhånd hadde sett for meg. Det kan sies at elevene bringer inn sin personlige mening inn i problemet, og tester og tilpasser antagelsene sine på en enkel måte. Lesh og Zawojewski (2007, s. 783) ser dette i sammenheng med å gjøre dette i en serie av modelleringssykluser, og elevene er nok ikke helt der, men de tester antagelsene på en enkel måte ved å bruke et gjennomsnitt av de to utregningene de gjorde. Den personlige meningen kan kobles til at det ikke ble nevnt noe om gjennomsnitt i forkant av oppgaven og dette er noe de har resonnert seg fram til på egenhånd. Gruppe 2 anvendte også en strategi som involverte divisjon men fikk mye veiledning på oppgaven. Gruppe 3 brukte addisjonsmetoden for å finne forholdet mellom gigantens skolengde og elevens skolengde. Dessverre stoppet resonnementene opp etter de fant ut dette og de trengte en del veiledning for å komme videre. De viser likevel at de behersker å gjøre et estimat. Metoden de bruker kan ses på som tungvint og gir heller ikke et nøyaktig svar som bruk av divisjon ville gjort. Gruppe 4 bruker en strategi som var ny for meg og som jeg ikke så for meg i forkant av prosessen. De bruker den ene elevens skostørrelse for å finne høyden til giganten.

Metoden viser et tegn på en unøyaktig tolkning av informasjonen som ble gitt. Løsningen deres valideres ikke på noen måte og det kan virke som de anvender tallene de samler inn tilfeldig. De ble nok i tillegg satt noe ut av bredden på skoen til giganten som var overflødig for å finne en løsning. De skaper seg også en tolkning av at skostørrelsen er lengde + bredde basert på et eksempel. Dette viser svake evner innenfor Polya-problemløsningsstrategier. Gruppen evner ikke å se etter lignende problemer (flere løsningsmetoder) eller jobbe baklengs hvor de går tilbake og ser på hva de har gjort (Lesh & Zawojewski, 2007, s. 767).

5.3.4 Validere

Det fjerde steget i Voskoglou (2007) tar for seg valideringen av modellen. Innenfor dette steget ble handling 13 observert hos elevene, og dette representerer funn 8. Funnet ble registrert hos gruppe 1 og 5. Handlingen kom muligens til syne med bakgrunn i deloppgaven som ble lagt til i oppgaven hvor elevene skulle reflektere rundt sammenhengen mellom høyde og skolengde på et generelt grunnlag. Gruppe 1 avgjør at en person vil være 5-6 ganger høyere enn egen skolengde og baserer dette på utregninger. Gruppe 5 baserte sitt resonnement på et lignende resonnement. Begge gruppene kan sies å treffe innenfor *horisontal matematikk* og *vertikal matematikk* (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 804). De viser evner i å transformere en ekte situasjon til en matematisk modell, og en ny matematisk virkelighet oppstår sammen med kjente teknikker. Elevene anvender kjente matematiske metoder for å konstruere en ny situasjon. Denne handlingen kan også knyttes til handling 15 som omhandler å fremme refleksjoner om resultatene (Sol, Giménez, & Rosich, 2011, s. 233), men det er i mine øyne en noe svak refleksjon og jeg har derfor valgt å se resonnementene i lys av handling 13. Resonnementene kan også plasseres innenfor handling 14, hvor det kan ses på som en viss validering av løsningen, men igjen har jeg valgt å plassere funnet innenfor handling 13. Begge gruppene virker å forstå de matematiske konseptene, operasjonene og relasjonene. De virker også å besitte ferdigheter i å arbeide fleksibelt og til dels korrekt. De formulerer, representerer og løser problemet på en fin måte. De viser også evne til logisk tenkning, refleksjon, og til en viss grad begrunnelse. Det fremstår også som gruppene til en viss grad ser matematikken i oppgaven, samt en forståelse og anvendbarhet i det. Dette kan knyttes til de fem matematiske ferdighetene til Kilpatrick et al (2001, s. 5).

5.3.5 Oppsummering av funn – Forskningsspørsmål 2

I Sol et al (2011) sin studie kartla de stegene systematisk for å se på hvordan de arbeidet seg gjennom oppgavene. Studien min har hatt en annen tilnærming hvor jeg har forsøkt å kartlegge de ulike handlingene som elevene er innom i løpet av hele prosessen. Studien kan derfor ikke si eksplisitt til hvilken tid de forskjellige gruppene var på de forskjellige handlingene, men om de ulike handlingene observeres i løpet av prosessen. Handlingene gir derfor et pekepinn på områder som det kan legges ekstra fokus på. Handlingene har også bidratt til å vise en fragmentert kunnskap hos den informanten hvor transformeringen mellom virkeligheten og matematikken kun observeres svakt. Noen av gruppene utmerket seg likevel positivt basert på erfaringen med denne typen oppgaver og i mine øyne viser dette at arbeid med modellering kan gi fruktbar matematikkundervisning fra første time.

5.4 Elevenes avgjørende resonnementer

Den endelige løsningen til elevene er en viktig del av studien. Gjennom prosessen med oppgaven resonnerte og argumenterte elevene mellom hverandre og kom fra til en endelig løsning. Løsningen blir i så måte en representasjon for tankene og resonnementene til gruppene som de legger fram. Jeg vil i denne delen av analysen presentere gruppe 1 og 5 sine løsninger/ resonnementer og se dem i lys av Balacheffs (1988) taksonomier. Balacheff (1988, s. 228) påpeker vanskelighetene med å stadfeste elevens nivå innenfor de fire taksonomiene. Dette relateres også til min analyse av elevenes resonnementer og endelige løsninger.

5.4.1 Gruppe 1

Gruppe 1 sine resonnementer er delt opp i to deler. Den første delen omhandler gigantens høyde. Elevene bruker to eksempler for å stadfeste gigantens høyde. Dette kan knyttes til naiv empirisme. Det kan underbygges av en verifikasjon basert på et fåtall caser (Balacheff, 1988, s. 218). Elevene virker å være enige i løsningen og det er derfor ingen uenighet i hypotesen. Ane argumenterer for at gigantens sko er 19 ganger så store som hennes, og at han derfor må være 19 ganger høyere enn henne. Hypotesen verifiseres allikevel ikke i noe større grad og løsningen deres baseres på to hypoteser/ løsninger som de har utarbeidet basert på to elever. Den andre delen refererer til deloppgaven som ble gitt. Her stadfester elevene forholdet mellom skolengde og høyde. Dette kobles til avgjørende eksperiment. Det kan understøttes av Harel og Sowder (207, s. 808) sine definisjoner på bevisstrategi. Elevene antar i dette tilfellet forholdet mellom skolengde og høyde. Gruppen antar deretter at dette er sant, og for å bli sikker bruker elevene eksemplene sine for å bli kvitt tvilen. Dette kan også knyttes til Kitcher (1981, 1989) som ifølge Hanna (2018, s. 9) forklarer et matematisk bevis gjennom å vise til at det er en del av et større fakta som deler samme mønster. I dette tilfellet vil de to utregningene på forskjellige elever være dette fakta. Dette kan underbygges av Lithner (2007, s. 260) og hans tre faktorer som påvirker et argument. Validiteten til elevene bygger her på en sosiomatematisk norm. Siden elevene var relativt uerfarne innenfor temaet kan det derfor antas at deres argumentasjon er gyldig og akseptert på deres matematiske nivå. De evner også å overbevise hverandre om konklusjonen. Resonnementene til gruppe 5 kan også knyttes til generisk eksempel. De viser eksplisitt hvorfor antagelsen er sann gjennom operasjoner av objektet som ikke er der. Når de stadfester forholdet mellom egen skolengde og høyde vil dette være en representasjon av helheten selv om det ikke kan generaliseres.

5.4.2 Gruppe 5

I likhet med gruppe 1 kan gruppe 5 sine resonnementer og bevis plasseres innenfor to caser. Det er mange likheter mellom de to gruppenes resonnementer og gruppe 5 kan også plasseres innenfor naiv empirisme, avgjørende eksperiment og generisk eksempel.

5.4.3 Oppsummering av funn – Forskningsspørsmål 3

Gjennom å bevise noe argumenterer man for hvorfor det er rett, og da handler det i mine øyne om å bevise for andre at påstanden er riktig. I min studie lå Balacheffs (1988) bevisstrategier til grunn og innenfor den første taksonomien (naiv empirisme) ville elevene her gjøre et valg basert på flere caser. Her var det kun gruppe 1 og 5 som evnet å gjøre dette. De la fram løsningen basert på flere caser og dette var med på å styrke deres argumenter. De andre gruppene kan i mine øyne derfor ikke sies å bevise løsningen de kom med i særlig grad siden den kun var basert på en enkelt case. Dette viser i mine øyne at fokuset på bevis må tydeliggjøres og trekkes fram i arbeid med modelleringsoppgaver. Her vil det være naturlig å se dette i sammenheng med resonnering og argumentasjon som er med på å underbygge beviset både for seg selv men også for andre. Informantenes kognitive nivå innenfor bevisføring støtter også påstanden om at bevis bør være en del av arbeidet med modellering.

5.5 Problemstillingens svar på studien

Rapporten har belyst problemstillingen, og de tre forskningsspørsmålene:

Hvordan resonnerer elever som er vant til tradisjonell undervisning mellom seg når de arbeider med en modelleringsoppgave i grupper?

1) *Stiller elevene seg positive til arbeid modelleringsoppgaver?*
2) *Hva kjennetegner elevenes handlinger innenfor modelleringsoppgaver?*
3) *Hva kjennetegner elevenes resonnementer innenfor bevis i arbeid med modelleringsoppgaver?*

Rapporten har avdekket at gruppenes resonnementer varierer. Gruppene som bestod av elever med høy måloppnåelse i matematikk resonnerer bedre og observeres innenfor flere handlinger enn grupper med lav måloppnåelse. Gruppene med middels måloppnåelse varierer i større grad, og enkeltelever har muligens større utslag innenfor disse gruppene i den forstand at de trekker opp gruppens resonnementer. Studien har likhetstrekk med lignende studier (Sol, Giménez, & Rosich, 2011) i hvilke handlinger som ble observert hos elevene. De avdekkes også at modellering ikke er noe man kan forvente å være «problemfritt» med en gang (Blum, 2011). Gruppe 1 og 5 skilte seg positivt ut ved å observeres innenfor en rekke handlinger med gode resonnementer, samtidig som de kunne plasseres innenfor de tre første taksonomiene til Balacheff. De tre andre gruppene evnet i liten grad å begrunne løsningene og ble ikke plassert innenfor taksonomiene. Elevenes opplevelser og tilbakemeldinger med studien gir et bilde på viktigheten av modellering og at oppgaven ga mening å arbeide med.

Studiens struktur bygget på kvaliteten i undervisningen og gjennomføringen, basert på fem praksiser og de fem dimensjonene. De metodiske valgene ble tatt med bakgrunn i studiens varighet og gjennomføringsgraden av prosjektet. Med bakgrunn i problemstillingens formål så jeg på lydopptak som en tilstrekkelig datainnsamlingsmetode for studien. Dette kan også støttes av at elevene skal lære å uttrykke seg muntlig i faget. Valg av informanter gjorde datamaterialet noe skjørt, spesielt innenfor de gruppene med lav måloppnåelse men det gir samlet sett ett bredt datasett som illustrerer «alle» elevene i klassen. Et viktig aspekt har vært resonneringen til elevene og dette har vært gjennomgående i hele studien selv om det kun nevnes eksplisitt i et av forskningsspørsmålene.

6 Avslutning

6.1 Didaktisk refleksjon

Gjennom mitt siste semester på UiT har jeg fått et innblikk i forskerens verden, gjennom arbeid med egen studie men også gjennom lesing av en rekke forskningsartikler. Temaet for studien har gitt meg en rekke verktøy og hjelpemidler som jeg vil ta med meg ut i skolehverdagen til høsten. Jeg har i tillegg fått et innblikk i de nye kjerneelementene og hvordan disse kan anvendes når den nye læreplanen trer i kraft til høsten. Studien har også gitt meg et perspektiv på å se alle elevene og viktigheten av å tilpasse undervisningen slik at den favner bredt, og dette kan modelleringsoppgaver være med på å gjøre.

6.2 Veien videre

Studien bygger på teorier som allerede er testet ut, og teorigrunnlaget kan derfor sies å være solid. Videre forskning vil derfor kunne se på anvendbarhet knyttet til andre type oppgaver, eller andre datainnsamlingsmetoder. Studien til Sol et al (2011) baserer seg på skriftlige besvarelser, og her kunne det vært interessant å sett på forskjellene i handlingene til elevene mellom skriftlig og muntlig aktivitet. Men først og fremst kan studien i mine øyne bidra til å sette fokus på viktigheten av arbeid med modellering, resonnering og bevis i undervisningen. Jeg har selv sett viktigheten og nytteverdien av dette gjennom studien og derfor kan studien i mine øyne gi andre lærere et perspektiv på dette og se at det kan være viktige verktøy for å skape god undervisning.

7 Bibliografi

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013, 10 25). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *Mathematics education*, ss. 797-810.

Balacheff, N. (1988). Aspects of proof in pupils´practice of school mathematics. I D. Pimm, *Mathematics, teachers and children* (ss. 216-235). Hodder & Stoughton.

Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? I G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman, *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (ss. 15-30). Nederland: Springer Science+business Media B.V.

Braun, V., & Clarke, V. (2006). Using thematic analysis in psychology. *Qualitative Research in Psyckology*, ss. 77-101.

Caelli, K., Ray, L., & Mill, J. (2003, 1 1). Clear as mud: Toward Greater Clarity in Generic Qualitative Reasearch. *International journal of qualitative methods*, ss. 1-13.

Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene.* Oslo: Abstrakt forlag.

Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K. (2018). *Research methods in education.* New York: Routledge.

Creswell, J. W. (2007). *Qualitative inquiry research design.* California: Sage publications.

Dalland, O. (2014). *Metode og oppgaveskriving.* Oslo: Gyldendal norsk forlag.

de Vries, H. B., & Lubart, T. I. (2017, 12 28). *online library.* Hentet fra https://onlinelibrary.wiley.com/: https://onlinelibrary.wiley.com/doi/full/10.1002/jocb.184

Den nasjonale forskningsetiske komité for samfunnsvitenskap og humaniora. (2016, 4 27). *De nasjonale forskningsetiske komiteene.* Hentet fra www.etikkom.no: https://www.etikkom.no/globalassets/documents/publikasjoner-som-pdf/60125_fek_retningslinjer_nesh_digital.pdf

Furu, E. M. (2013). Lærerstudenten som aksjonslærer i klasserommet. I M. Brekke, & T. Tiller, *Læreren som forsker* (ss. 45-61). Oslo: Universitetsforlaget.

Germeten, S., & Bakke, J. (2013). Observasjon: å innta klasserommet med egne sanser. I M. Brekke, & T. Tiller, *Læreren som forsker* (ss. 109-123). Oslo: Universitetsforlaget.

Gold, R. L. (1958, 3 3). Roles in Sociological Field Observations. *Social forces*, ss. 217-223.

Hanna, G. (2018). Reflections on Proof as Explanation. I A. J. Stylianides, & G. Harel, *Advances in Mathematics Education Research on Proof and Proving* (ss. 3-18). Springer International Publishing AG.

Harel, G., & Sowder, L. (207). TOWARD COMPREHENSIVE PERSPECTIVES ON THE LEARNINGAND TEACHING OF PROOF. I F. K. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 805-842). Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc. .

Haylock, D. W. (1987, 2 1). A framework for assesing mathematical creativity in schoolchildren. *Educational studies in Mathematics*, ss. 59-74.

Imsen, G. (2012). *Elevens verden.* Oslo: Universitetsforlaget.

Johannessen, A., Christoffersen, L., & Tufte, P. (2011). *Forskningsmetode for økonomisk-administrative fag.* Oslo: Abstrakt forlag.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding It Up: Helping Children Learn Mathematics.* Washington DC: The National Academies Press.

komiteene, D. n. (2010, 1 15). *www.etikkom.no*. Hentet fra www.etikkom.no: https://www.etikkom.no/forskningsetiske-retningslinjer/Medisin-og-helse/Kvalitativ-forskning/3-Utvalgsstrategi/

kunnskapsdepartementet. (2014, 9 1). *regjeringen.no.* Hentet fra regjeringen.no: https://www.regjeringen.no/globalassets/upload/kd/vedlegg/planer/kd_strategiskole_web.pdf
Kvale, S. (2004). *Det kvalitative forskningsintervju.* Oslo: Gyldendal norsk forlag AS.
Kvale, S., & Brinkmann, S. (2015). *Det kvalitative forskningsintervju.* Oslo: Gyldendal norsk forlag AS.
Lesh, R., & Zawojewski, J. (2007). Problem solving and modeling. I F. K. Lester, *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 763-804). Charlotte, NC: Information Age Publishing Inc.
Lillejord, S. (2013). Læring som en praksis vi deltar i. I T. Manger, S. Lillejord, T. Nordahl, & T. Helland, *Livet i skolen 1* (ss. 177-210). Bergen: Fagbokforlaget.
Lithner, J. (2007, 12 5). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, ss. 255-276.
Lithner, J. (2007, 12 5). A research framework for creative and imitative reasoning. *Educational studies in mathematics*, ss. 255-276.
Lyngsnes, K., & Rismark, M. (2011). *Didaktisk arbeid.* Oslo: Gyldendal norsk forlag AS.
Merriam, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education.* San Francisco: Jossey-Bass Publishers.
Noble, H., & Smith, J. (2015, 4 1). Issues of validity and reliability in qualitative research. *Evid Based Nurs volume 18, number 2*, s. 34 og 35.
NOU 2015:8. (2015, 6 15). *Fremtidens skole - Fornyelse av fag og kompetanser.* Hentet fra www.regjeringen.no: https://www.regjeringen.no/contentassets/da148fec8c4a4ab88daa8b677a700292/no/pdfs/nou201520150008000dddpdfs.pdf
Postholm, M. (2017). *Kvalitativ metode.* Oslo: Universitetsforlaget.
Postholm, M., & Jacobsen, D. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning.* Oslo: Cappelen Damm akademisk.
Quaresma, M., & Ponte, J. d. (2016, 2 2). Teachers professional practice conducting mathematical discussions. *Educational studies in mathematics*, ss. 51-66.
Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem-solving, metacognition, and sense-making in mathematics. I D. A. Grouws, *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (ss. 334-370). New York: MacMillan.
Schoenfeld, A., & Floden, R. E. (2014, 3 25). *www.map.mathshell.org.* Hentet fra www.map.mathshell.org: https://www.map.mathshell.org/trumath.php
Skemp, R. R. (1976). Realtional understanding and instrumental understanding. I *Mathematics teaching* (ss. 20-26).
Sol, M., Giménez, J., & Rosich, N. (2011). Project modelling routes in 12-16 year old pupils. I G. Kaiser, W. Blum, R. B. Ferri, & G. Stillman, *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (ss. 231-242). Dordrecht: Springer Science+business Media B.V.
Star, J. (2014). Instrumental and Relational Understanding in Mathematics Education. I S. Lerman, *Encyclopedia of Mathematics Education* (ss. 304-307). Dordrecht: Springer Netherlands.
Stein, M., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008, 10 21). Orchestrating productive mathematical discussions: . *Mathematical Thinking and Learning*, ss. 313-340.
Taylor-Powell, E., & Renner, M. (2003, 4 1). *Analyzing qualitative data.* Hentet fra https://cdn.shopify.com/: https://cdn.shopify.com/s/files/1/0145/8808/4272/files/G3658-12.pdf

Tiller, T. (2013). Å forske i skolens hverdag. I M. Brekke, & T. Tiller, *Læreren som forsker* (ss. 27-44). Oslo: Universitetsforlaget.

Utdanningsdirektoratet. (2016, 4 1). *udir.no*. Hentet fra udir.no: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/vurdering/sluttvurdering/matematikk-rettleiande-nasjonale-kjenneteikn-pa-maloppnaing-for-standpunktvurdering-etter-10.-trinn/

Utdanningsdirektoratet. (2019, 11 15). *udir.no.* Hentet fra Udir.no: https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf

Utdanningsdirektoratet. (2019, 11 18). *udir.no.* Hentet fra Hva er kjernelementer?: https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/fagovergripende-stotte/hva-er-kjerneelementer/

Utdanningsdirektoratet. (2020, 8 1). *Matematikk 1–10 (MAT01-05).* Hentet fra https://www.udir.no/lk20/mat01-05/om-faget/kjerneelementer

Van de Walle, J. A., Bay-Williams, J. M., Lovin, L. H., & Karp, K. S. (2006). *Teaching student-centered mathematics.* Upper Saddle River: Pearson.

Varghese, T. (2011, 8 1). Considerations Concerning Balacheff's 1988 Taxonomy of Mathematical Proofs. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, ss. 181-192.

Voskoglou, M. (2007). A STOCHASTIC MODEL FOR THE MODELLING PROCESS. I C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan, *Mathematical modelling* (ss. 149-157). Cambridge: Woodhead publishing.

Vedlegg 1 – Utkast til undervisningen

Jeg har etter dialog med lærer og flere andre på den aktuelle skolen kommet fram til at det vil være mest hensiktsmessig å gjennomføre skooppgaven både med tanke på det matematiske nivået i klassen men også utfordringer knyttet til det psykososiale miljøet (Flere voldshendelser etc.). Det ville vært spennende å gjøre oppgave to også der elevene fikk hver sin tannkremtube men det ble vurdert til at dette kunne føre til gris og mye tull.

Oppgave: *I en sportsbutikk på Filipinene pusser Florentino Anonuevo Jr et par sko. Ifølge Guinness book of records er skoene verdens største med en bredde på 2,37 m og en lengde på 5,29 m. Hvor høy tror dere giganten som bruker skoene er? Forklar og begrunn løsningen deres.*

Ekstraoppgave: Kan man si noe generelt om skostørrelse og høyde til personer?

Varighet på undervisningen: 1 og 30 minutter time

Hjelpemidler: Målebånd/ tomstokk, blyant, A4-ark, linjal og kalkulator

0-15 min: Presentasjon av oppgaven, inndeling i grupper

Elevene er ikke vant til å arbeide mye i grupper og med denne type oppgaver så det vil derfor være viktig å gi en tydelig introduksjon der jeg klargjør hva som forventes av dem og hvordan jeg ønsker at de skal jobbe. Jeg er ute etter å se hvordan elevene kommuniserer og argumenterer seg i mellom og dette er derfor noe jeg må påpeke i gjennomgangen (Dette vil også være noe jeg må følge opp underveis i arbeidet også).

1. **1-2 min:** Jeg vil begynne med å introdusere meg selv og hva jeg studerer slik at elevene blir litt kjent med meg og at vi kan få en myk start på timen. Det er vanskelig å bygge en relasjon til elevene på en time men hvis jeg byr litt på meg selv tror jeg at dette kan ha en positiv effekt.
2. **3-8 min:** Deretter vil jeg ta en kort introduksjon på hva modellering er. Siden elevene ikke er vant til å jobbe så mye med slike oppgaver er det viktig å gi dem en liten introduksjon. Jeg mener dette er viktig å gjøre slik at elevene har en klar oppfatning at det de skal gjøre ikke er tatt ut av det blå men faktisk er en viktig del av matematikken. Jeg vil knytte dette direkte opp mot kjerneelementet som omhandler modellering og anvendelse: *En modell i matematikk er en beskrivelse av virkeligheten i matematisk språk. Elevene skal ha innsikt i hvordan modeller i matematikk blir brukte for å beskrive dagliglivet, arbeidslivet og samfunnet ellers. Modellering i matematikk handler om å lage slike modeller. Det handler òg om å kritisk vurdere om modellene er gyldige, og hvilke avgrensinger de har, vurdere modellene i lys av de opprinnelige situasjonene og vurdere om de kan brukes i andre situasjoner.*

Anvendelse i matematikk handler om at elevene skal få innsikt i hvordan de skal bruke matematikk i ulike situasjoner, både i og utenfor faget. Kjerneelementet gir en god beskrivelse av hva modellering er og hvorfor denne type oppgave er relevant. Dette er også svært aktuelt med tanke på at elevene skal ta i bruk den nye læreplanen fra og med høsten 2020. Jeg vil også presentere kjerneelementet kommunikasjon og representasjon, dette gjør jeg fordi det er kommunikasjonen og hvordan elevene velger å representere det de finner ut som er kjernen i min master. Det vil derfor være nødvending å også presentere dette for elevene. *Representasjoner i matematikk er måter å uttrykke matematiske begreper, sammenhenger og problemer på. Representasjoner kan være konkrete, kontekstuelle, visuelle, verbale og symbolske. Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement. Elevene må få lov til å bruke matematiske representasjoner i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler. Elevene må få lov til å forklare og begrunne valg av representasjonsform. Elevene må kunne omsette mellom matematiske representasjoner og dagligspråket og veksle mellom ulike representasjoner.* Jeg har laget en kort PowerPoint som jeg vil bruke til introduksjonen, se denne i vedlegg.

3. **8-13 min:** Her vil jeg introdusere oppgaven. Her vil jeg legge trykk på det jeg nettopp har fortalt om i delen om kjerneelementene. Etter å ha lest oppgaven for elevene vil jeg presisere for dem hva jeg ønsker de skal gjøre i underveis. Jeg vil her at elevene skal se på oppgaven med kritiske øyne og vurdere om det de gjør er gyldig. Høres dette logisk ut? *Kommunikasjon i matematikk handler om at elevene bruker matematisk språk i samtaler, argumentasjon og resonnement. Elevene må få lov til å bruke matematiske representasjoner i ulike sammenhenger gjennom egne erfaringer og matematiske samtaler. Elevene må få lov til å forklare og begrunne valg av representasjonsform.* Dette er også viktig å presisere for elevene slik at de har det i bakhodet før de skal gå i gang med oppgaven siden det er den matematiske kommunikasjonen og argumentasjonen jeg er ute etter. Jeg vil også trekke fram begrepet estimere. Her vil jeg eksemplifisere det med å bruke meg selv som eksempel når jeg er på skitur. Da gjør jeg et estimat over hvor lang tid jeg bruker på turen for å kunne forutsi når jeg vil være tilbake.
4. **13-15 min:** Inndeling av gruppene. Dette gjør jeg i forkant sammen med lærer i den aktuelle klassen.

Utfordringer knyttet til presentasjonen av oppgaven:

- Oppgaven har mange forskjellige innganger og løsninger. Dette kan forvirre elevene og må presiseres i presentasjonen.
- Elevene er ikke vant til å arbeide med modelleringsoppgaver, de vil kunne slite med å knytte matematikken til virkeligheten.
- Kan en for åpen oppgave føre til uro og dårlig læringsutbytte?
- Matematikken i oppgaven kan også være noe svak og vil ikke by på store utfordringer for elevene.
- På den andre siden kan en for vanskelig oppgave virke demotiverende på elevene og jeg kan få problemer med å samle inn nok data som kan anvendes i masteren.

Inndeling av grupper:

- Jeg ser for meg å gjøre et strategisk utvalg der gruppene er satt sammen med elever på samme nivå. Dette gjøres for å skape mest mulig deltakelse fra alle i gruppen. Jeg vil også ha noen grupper der elevene er på forskjellig nivå for å se hvordan samtalene utvikler seg der.
- Igjen vil det være viktig å ha tydelige forventinger til elevene om hva jeg ønsker de skal gjøre.

15-60 min: Arbeid med oppgaven

I starten av arbeidet med oppgaven vil jeg nok definitivt møte på noen utfordringer der elevene ikke forstår hva de skal gjøre. Det vil derfor være viktig for meg å se på hvordan jeg kan møte disse utfordringene på best mulig måte. Jeg vil prøve å kategorisere dem innenfor hvor mye hjelp/ veiledning elevene trenger og når de trenger det. Jeg har valgt å dele det opp i tre deler, og deretter tatt utgangspunkt i hvordan jeg kan gå fra på eventuelle problemstillinger. Det er viktig å ikke gi elevene for mange hint slik at jeg hjelper dem å løse oppgaven uten å selv forstå hva de gjør. Jeg har igjen valgt å dele de tre kategoriene inn i underkategorier der eksemplifiserer med hvordan jeg kan gå fram for å rettlede elevene inn på riktig spor. De tre kategoriene er delt inn etter hvor mye hjelp de trenger og på hvilke stadier de er på i oppgaven. Underkategoriene er sortert i stigende rekkefølge der de får mer og mer hjelp i hver bolk loddrett. Forhåpentligvis trenger jeg ikke å bruke alle disse metodene men de kan være med som et hjelpemiddel når elevene sliter. I praksis har jeg jo løst oppgaven for dem hvis jeg hjelper dem gjennom alle trinnene. Dette vil også ta mye tid så det vil også være urealistisk med tanke på hvor mye tid jeg har til rådighet.

Forstår ikke oppgaveteksten:	**Forstår ikke hvordan de skal gå fram:**	**Har kommet et stykke på veien:**
1. Her vil jeg aller først forsøke å få elevene til å lese oppgaven på nytt sammen og diskutere seg i mellom hva det er dem spør etter. Dette gjør jeg for å gi	1. Hvis elevene ikke helt forstår hva det er de skal gjøre vil jeg begynne med å stille dem spørsmål om hvor høy de selv er. Forhåpentligvis kan dette	1. Her har elevene funnet en sammenheng mellom egen skostørrelse og høyde, men de sliter med hvordan de skal gå videre i prosessen med å finne høyden til

elevene mulighet til å komme i gang på egen hånd uten spesielt mye påvirkning fra meg selv.	være med på å gi dem et pekepinn i riktig retning.	giganten. Jeg vil da i første omgang be elevene om å prøve sette opp egen høyde og skostørrelse i en tabell og deretter forsøke å se om man kan finne en sammenheng.
2. Hvis de ikke forstår oppgaveteksten etter å ha lest den på nytt igjen vil jeg be dem om å skrive ned det de vet og ikke vet om oppgaven (lengden på skoene til giganten, vet ikke høyden)	2. Hvis de sliter med å trekke linjer mellom sin egen høyde og gigantens høyde vil jeg her gi dem et tips om å se på sin egen skostørrelse.	2. Hvis elevene sliter med å se en sammenheng når de har satt opp en tabell vil jeg spørre dem om det er mulig å lage en graf som viser noe om forholdet mellom skostørrelse og høyde.
3. Hvis elevene fortsatt ikke forstår oppgaveteksten vil det her bli aktuelt å gå igjennom den med gruppen. Da må jeg gå nøye igjennom hva det er vi skal finne ut og hvordan vi kan gå fram for å finne det ut. Det vil da være naturlig å begynne på steg 1 (forstår ikke hvordan de skal gå fram).	3. Hvis de sliter med å se sammenhengen mellom sin egen høyde og skostørrelse vil det bli aktuelt å be dem om å måle på seg selv. Da kan jeg be elevene om å prøve å måle skostørrelsen og høyden på seg selv og se om de da kan finne en sammenheng.	3. Det jeg ser for meg kan skje videre her er at elevene lager en kort graf som kanskje vil strekke seg på en høyde til 4-5 meter og at elevene ut i fra dette ikke vil kunne se hva som skjer videre. Jeg kan da spørre elevene om det er stor forskjell mellom deres skolengde og gigantens og om de kan se en sammenheng der eller eventuelt prøve å lage en graf i større skala.
		4. Hvis elevene fortsatt har utfordringer med å se en

		sammenheng kan jeg be elevene om å regne ut et gjennomsnitt av sin skostørrelse og høyde. Deretter kan jeg be dem se på sin gjennomsnittlige skostørrelse sammenlignet med gigantens og spørre hvor mye større han sko er kontra deres.
		5. Forhåpentligvis har elevene som har fått såpass mye hjelp forutsetninger for å forstå resten av oppgaven, men hvis de ikke har det vil det være hensiktsmessig å spørre om hva som skjer hvis de deler gigantens skostørrelse på deres gjennomsnittlige skostørrelse.

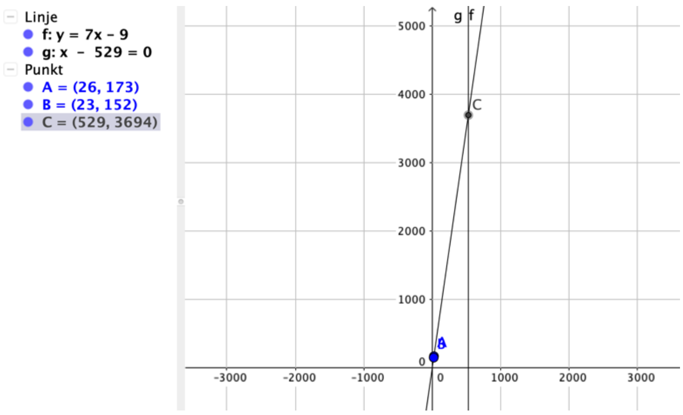
Mulige løsninger/ fremgangsmåter:

1. **Regne gjennomsnitt av skostørrelse og høyde på gruppa og deretter regne ut differansen:**

Skolengde (cm)	høyde (cm)
26	173
24	156
29	184
23	152
24,5	166,25

Elevene har da funnet ut gjennomsnittshøyden og gjennomsnittslengden på skoene/føttene sine. De kan deretter ta skolengden til kjempen (5,29 m), omgjøre den til cm og dele på deres gjennomsnittlige skolengde. 529/24,5= 21,6. Deretter ganger de gjennomsnittshøyden deres med 21,6 og finner ut at kjempen må være cirka 35,91 meter høy. Matematikk som blir anvendt: Lage tabell, omgjøring fra m til cm, multiplikasjon og divisjon.

2. **Lage en graf mellom to høyder/ skostørrelser:**
Finner to høyder og skostørrelser på gruppa, tegner deretter en graf som strekker seg opp til gigantens skostørrelse på x-aksen.



Som man ser her så vil kjempen være nesten 37 m høy.

3. **Generell formel/ raskeste matematiske løsning**
Elevene tar sin egen skolengde og deler på høyden i cm. De vil da få et lavt desimaltall som vil være differansen mellom skolengde og høydel. Gjennom å ta skolengden til kjempen og dele på desimaltallet de fant når de regnet på seg selv vil de få høyden på kjempen basert på sin egen høyde. Eks: 25/175= 0,143. 529/0,143= 3699 = 37 m. Alle i gruppa kan så regne ut «sin» kjempehøyde og deretter regne et gjennomsnitt. Her kan man også sette inn en generell formel: $y = ax + b$ eller motsatt, $x = ay + b$ (Dette vil bare skille mellom om man får høyden på x-aksen eller y-aksen) b er skjæringspunktet til y-aksen og i dette tilfellet vil det være 0. Hvis man bruker den siste likningen vil vi få høyden på giganten på y-aksen. Man må også omgjøre formelen slik at man får y alene. Dette gjøres ved å dele på a + b (b kan fjernes). Da vil den endelige likningen bli $y = \frac{x}{a+b}$

Misoppfatninger

I Blum-artikkelen peker de på to misoppfatninger. Den ene er den hvor elevene multipliserer lengden og bredden. Denne tror jeg man fint kan veilede elevene bort fra med å be dem prøve å måle på seg selv å deretter se om det er noen sammenheng med svaret de fikk i oppgaven. Den andre misoppfatningen de peker på er at elevene anvender Pytagoras teorem på lengden og bredden for å finne den lengste siden. De vil da få et mer realistisk svar, men det de glemmer er at de finner arealet av et tenkt kvadrat ved denne metoden. Dette er også noe man må være obs på og påpeke hvis elevene skulle gjøre dette. Hvis elevene har kommet hit vil jeg se på punktene i tabellen jeg har laget å prøve å veilede dem ut ifra der de befinner seg. I det tilfellet vil det kanskje være aktuelt å spørre dem om å se på sin egen høyde og hvis dette ikke fører noen vei så vil jeg be dem om å se på skostørrelsen sin.

60-75 min, Avslutning:

Det vil være viktig å oppsummere økta og la elevene presentere sine ideer. Her vil jeg benytte meg av kunnskapene jeg har tilegnet meg i løpet av perioden de jobbet og deretter kartlagt hvilke grupper som kan presentere noe for resten av klassen og i hvilken rekkefølge. Det vil nok være mest hensiktsmessig å presentere grafen først siden denne kan være lettest å forstå for deretter å gå videre over på det første eksempelet som involverer regning. Til slutt vil det være mulig å presentere en mer generell formel som kan anvendes som i eksempel tre. Det vil også være viktig å påpeke at variasjon spiller inn i bildet. Noen kan ha store føtter og ikke være spesielt høye mens andre kan ha små føtter og være høye. Dette kan også føre videre til en ny diskusjon om hva som da blir mest riktig. Her er det viktig å få fram at det ikke er et eksakt svar man er ute etter men et estimat. Elevene får jo også spørsmål om dette i oppgaven og forhåpentligvis vil man få noen gode refleksjoner rundt dette. Til slutt er det viktig å få frem at hele oppgaven er et estimat der elevene har forutsett matematisk hvor høy giganten er.

Jeg vil så langt det lar seg gjøre unngå å bruke egne eksempler men la elevene forklare sine fremgangsmåter. Jeg har allikevel valgt å legge dem ved i PowerPoint slik at de kan benyttes hvis det er få eller ingen løsninger på oppgaven.

Vedlegg 2 – Intervjuguide

Intervjuguide gruppeintervju:

Spørsmål:

Kategori 1 (Generelt om grupper og oppgavetype)

Hvordan synes dere det var å arbeide med en slik oppgave?

Hvordan synes dere det var å jobbe i grupper på en slik oppgave?

Kategori 2 (matematikken)

Hva handlet oppgaven om?

Hvordan gikk dere fram for å løse oppgaven?

Hva slags matematikk må man kunne for å løse oppgaven?

Kategori 3 (Videre arbeid og læringsutbytte)

Hva synes dere om de forskjellige løsningene på oppgaven, og var det noen løsninger dere syntes var bedre enn andre og hvorfor?

Hvordan var det å jobbe med en slik utforskende oppgave der det ikke var en bestemt fremgangsmåte for hvordan dere skulle løse den?

Kunne dere tenke dere å arbeide mer med slike oppgaver?

Vedlegg 3 – Begrunnelse for valg av undervisning

Tom Tiller (2013, s. 30) skriver at rammene for å få til en mer forskende tilnærming hos både lærere og studenter er gode i den nye femårige lærerutdanningen ved Universitet i Tromsø. Denne forskende tilnærmingen lå derfor i bunn når jeg planla aksjonen som jeg ønsket å gjennomføre. I prosessen vurderte jeg å observere en lærer, men siden jeg var ute etter å se på en klasse som arbeidet lite med modellering var jeg usikker på resultatet hvis jeg selv ikke tok kontroll på situasjonen og gjennomførte den slik jeg tenkte. Furu (2013, s. 56) refererer til Hoel (2000) og hennes to utfordringer når læreren skal forske i egen praksis: Hvordan vil dette forskningsprosjektet påvirke elevene, og hvem man skal velge ut som informanter? Disse to punktene slapp jeg da unna med å gjennomføre undervisningen selv. Jeg kom inn som en «ukjent» og jeg risikerte derfor ikke å ødelegge forholdet til elevene med undervisningen min. Samtidig brukte jeg hele klassen som informanter og på den måten slapp jeg å velge ut informanter, og sette de andre elevene i et dårlig lys (hvis jeg for eksempel ønsket kun å se på «flinke» elever). Tiden jeg hadde til rådighet totalt var 1 time og 45 minutter. Det ble brukt 15 minutter på innledningen, 45 minutter der elevene arbeidet med oppgaven, 10 minutter på gjennomgang og oppsummering og 35 minutter på intervjuene.

Oppgaven som ble valgt ut til studien er hentet fra Blum (2011) sin artikkel. Oppgaven er en modelleringsoppgave siden hovedessensen i oppgaven er å oversette mellom virkeligheten og matematikken (Blum, Can modelling be taught and learnt?, 2011, s. 16). Det er i tillegg lagt til et spørsmål i oppgaven. I vedlegg .. er oppgaven beskrevet og oversatt til norsk. I vedlegg ... er forskjellige mulige fremgangsmåter beskrevet. Dette la grunnlag for matematikken elevene kunne anvende. Selve matematikken i oppgaven skulle ikke være ukjent for elevene men anvendelsen og det å bruke riktig metode var en ny setting for dem. Hver gruppe fikk utdelt målebånd og ark til å skrive på. Penner og kalkulator hadde elevene selv og dette kunne også anvendes.

I kapittel 2.4 redegjorde jeg for teorien som lå til grunn for undervisningen. Dette kan også støttes opp med endringer i lærerrollen der læreren går fra en dispenser av kunnskap og oppmann av matematisk korrekthet, til en ingeniør av læringsmiljøer der elevene aktivt jobber med matematiske problemer og konstruerer sin egen forståelse (Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008, s. 315). Siden jeg valgte å presentere to teorier ((Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008) og (Schoenfeld & Floden, 2014)) som bakgrunn for undervisningen har jeg forsøkt å knytte dem sammen og se hvordan man kan arbeide på tvers med begge to med oppgaven elevene fikk som basis. Jeg har sett på noen koblinger som kan gjøres mellom dem. Jeg har tatt utgangspunkt i Stein et al. (2008) sine fem praksiser og deretter knyttet dem opp mot Schoenfeld et al. (2014) sine fem dimensjoner.

- **Forutse**: Før jeg gjennomførte undervisningen laget jeg et utfyllende notat hvor jeg planla undervisningen i detalj (se vedlegg ...). Her så jeg på de forskjellige løsningene og hvordan de kunne knyttes opp i en eventuell gjennomgang. Et viktig fokus var at elevene skulle sitte igjen med noe. *Matematikken* var derfor en sentral del av dette arbeidet. Den kan knyttes til det å forutse fordi man her legger grunnlaget for undervisningen og hvilken matematikk elevene skal lære. Samtidig vil det være viktig å kunne forutse ulike løsninger elevene kunne komme til å bruke: vil matematikken som anvendes være mulig for elevene å løse? Gir oppgaven nok utfordringer for de fleste elevene på deres nivå? Slike spørsmål knytter kategoriene *forutse* og *matematikke*n til hverandre. De to siste spørsmålene kan også knyttes til *kognitiv etterspørsel.* I valg av oppgave var det derfor viktig å tilpasse denne i henhold til de fleste elevene og gi alle muligheten til å «lykkes». Dette henger igjen sammen med *tilgang til matematisk innhold.* Gjennom å velge en oppgave de fleste hadde mulighet til å løse engasjerte jeg «alle» elevene.
- **Overvåke**: I denne praksisen vandret jeg rundt i klasserommet og fulgte med på hva de gjorde. Dette kan knyttes til *matematikken* ved at jeg fikk se hva de gjorde, om oppgavene var for lette eller for vanskelige, fremgangsmåter etc. Dette ga meg da mulighet til å se om alle fikk *tilgang til matematisk innhold.* Overvåking kan også knyttes til *agency, autoritet og identitet.* Gjennom å observere elevene fikk jeg sett om de hadde muligheter til å forklare, komme med argumenter og bygge på hverandres argumenter. Jeg fikk også sett om de hadde kapasitet og ønske om å engasjere seg i oppgaven, gi dem anerkjennelse for matematikken de gjorde og gjennom dette få dem til å føle seg som gjørere av matematikk.
- **Utvelgelse**: Etter å ha sett alle gruppene og hvilken *tilgang til matematisk innhold* de forskjellige gruppene fikk, kunne jeg basert på dette velge ut grupper som skulle presentere sine resonnement. Dette kan også knyttes til *agency, autoritet og identitet.* Gjennom å velge ut forskjellige grupper kan dette gi dem anerkjennelse for å være matematisk solid og dette kan resultere i at de ser på seg selv som flinke i matematikk.
- **Sekvensering***:* I den fjerde fasen la jeg opp til hvilke grupper som skulle presentere sine resonnementer/ resultater. Her var det viktig å gi alle elevene *tilgang til*

matematisk innhold og derfor velge ut de som skulle presenteres strategisk. Gjennom å begynne med en enkel forklaring ville jeg få med meg «alle» elevene. Videre kan sekvensering knyttes til *agency, autoritet og identitet* på samme grunnlag som i utvelgelsen.

- **Skape koblinger**: Til slutt bygger læreren på de forskjellige resonnementene og på den måten kan elevene lære av hverandres resonnementer. Dette kan knyttes til *bruk av vurdering* ved at elevenes arbeid er en del av læringen, og de kan bygge på hverandres arbeid.

Vedlegg 4 – Eksempler på Balacheffs taksonomier (Varghese)

Varghese (2011, s. 185) eksemplifiserer naiv empirisme ved at en elev antar at et rektangel har fire hjørner (h=4) og to diagonaler (d=2). Eleven antar da at for partall vil det være formelen $d = h/2$. For en femkant vil det være fem hjørner (h=5 med fem diagonaler (d=5) og formelen for oddetall vil da være $d = v$.

Varghese (2011, s. 185) eksemplifiserer avgjørende eksperiment ved å bruke en femkant fordi det er et polygon med høyeste antall sider som fortsatt er enkelt å tegne. Femkanten har fem sider og fem diagonaler. $h = 5, d = 5, derfor\ vil\ h = d$.

I følge Varghese (2011, s. 185) er generisk eksempel enklest å se verbalt, og hvis det skal fremgå på papir må det forklares grundig for å forstå resonneringen til eleven. Varghese (2011, s. 185) eksemplifiserer generisk eksempel ved at en femkant har fem sider ($n = 5$) og derfor fem hjørner ($h = 5$). Fra hvert hjørne kan man tegne to diagonaler, men siden det ikke er noen diagonaler som går fra et hjørne til et annet og tilbake og ingen diagonaler til sidene. Det vil derfor bli tre færre diagonaler enn det totale antallet sider. Siden det er fem sider og fem hjørner kan man tegne $5 \times 2 = 10$ diagonaler totalt. Diagonaler har to ender, og ved å telle begge ender av samme diagonal vil det være totalt ti. Men kun en ende trenger å telles. Antallet diagonaler vil da bli $10 \div 2 = 5$ og dette er lik antall hjørner.

Varghese (2011, s. 185 og 186) eksemplifiserer tankeeksperimentet ved at man argumenterer fra det spesifikke til det generelle og dette skiller tankeeksperimentet fra generisk eksempel. Hvis man ser for seg et polygon med *v* sider. Hvis det er *v* sider, er det *v* hjørner. Ved å begynne med hvert hjørne kan tegne (*v- 3*) (siden det ikke er noen diagonaler fra et hjørne tilbake til seg selv og ingen diagonaler til hjørnene ved siden av) derfor er det tre færre diagonaler enn totalt antall sider. Siden det er *v* sider vil det totalt være *v(v-3)* diagonaler. Denne tilnærmingen teller derimot begge endene av diagonalen, og de blir derfor telt to ganger. For å få det korrekte nummeret med diagonaler må man derfor dele produktet på 2. Formelen blir derfor $d = v(v - 3)/2$.

Vedlegg 5 – Samtykkeskjema

Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

"kommunikasjon ved problemløsnings/ modelleringsoppgaver»

I forbindelse med min mastergradsoppgave ved Universitetet i Tromsø - Norges arktisk universitet, ønsker jeg å se nærmere på hvordan elever kommuniserer når de arbeider med problemløsnings/ modelleringsoppgaver. Gjennom arbeid i grupper på 3-4 personer ønsker jeg å se på hvordan elever argumenterer og kommuniserer mellom seg for å løse oppgavene.

Hva innebærer deltakelse i studien?

Deltakelse i studien innebærer å være med på en undervisningstime hvor man arbeider i grupper på 3-4 elever. Elevene vil få utdelt en oppgave hvor de arbeider i grupper. Oppgaven vil ha flere mulige løsninger og flere forskjellige strategier kan anvendes. Elevene må sammen diskutere og argumentere for hvordan de ønsker å løse oppgaven. Det vil bli tatt lydopptak av hver gruppe for å kartlegge hvordan de arbeider.

Hensikten med denne oppgaven vil ikke være å finne ut hva eleven kan om dette temaet. jeg er heller ikke ute etter at eleven nødvendigvis skal komme frem til rett svar. Det jeg ønsker å finne ut er hvilke problemløsningsstrategier elevene benytter seg av for å resonnere seg frem til svar og hvordan de argumenterer. Deltakelse i studiet innebærer å løse en matematikkoppgave, for så at jeg rett i etterkant av timen gjennomfører et gruppeintervju basert på den aktuelle oppgaven. Dette vil være svært kort og elevene vil bli spurt om hvordan de synes det var å jobbe med den aktuelle oppgaven samt valg av strategier. Deltakelsen innebærer videre at jeg tar opp samtalen ved lydopptak, dette gjøres for å kunne gå tilbake å høre i etterkant. Informasjon om hva som skjer med lydopptak ligger under neste punkt.

Hva skjer med informasjonen om eleven?

Informasjonen som blir innhentet i dette intervjuet, er det kun jeg som vil ha tilgang til. Det vil til enhver tid være låst inn i eget skap når jeg ikke arbeider med opptakene.

Gjennom grundig etterarbeid med informasjonen som kommer frem av intervjuene, transkribering og anonymisering av både personer og sted, vil det ikke være mulig i den endelige masteroppgaven å gjenkjenne deltakerne som har vært med på denne studien.

Kodenøkkelen som gjør det mulig å koble lydopptak opp mot intervjuobjekt vil til en hver tid være oppbevart innelåst og adskilt fra øvrig data. Etter planen skal dette prosjektet avsluttes og leveres 15. mai 2019 og alle intervju og kodenøkkelen vil da bli slettet og makulert. Den informasjonen som er hentet ut fra intervjuene, vil bli brukt i analysering av masteroppgaven som vil bli lagt tilgjengelig på munin.uit.no, Universitetet i Tromsøs arkiv med faglig og forskningsbaserte materiale.

Frivillig deltakelse

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker deg, vil alle opplysninger om deg bli anonymisert.

Dersom du har spørsmål, kan du ta kontakt med prosjektansvarlig Markus Pleym på telefon: 45015656 og mail: markuspleym@hotmail.com Vår veileder fra UiT Norges arktiske universitet er Per Øystein Haavold og kan nås på mail: per.oystein.haavold@uit.no

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, NSD - Norsk senter for forskningsdata AS.

Dine rettigheter

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke personopplysninger som er registrert om deg,
- å få rettet personopplysninger om deg,
- få slettet personopplysninger om deg,
- få utlevert en kopi av dine personopplysninger (dataportabilitet), og
- å sende klage til personvernombudet eller Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger.

Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra *universitetet i Tromsø* har NSD – Norsk senter for forskningsdata AS vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

Samtykke

Jeg har mottatt og forstått informasjon om Mastergradsprosjektet og har fått anledning til å stille spørsmål. Jeg samtykker til:

- ☐ *å delta i arbeid med matematikkoppgaven og lydopptak av sekvensen*
- ☐ *å delta i i et gruppeintervju basert på oppgaven i etterkant av undervisningen*
- ☐ *at lærer kan gi opplysninger om meg til prosjektet*

Jeg samtykker til at mine opplysninger behandles frem til prosjektet er avsluttet, 15/5-2020

(Signert av prosjektdeltaker, dato)

(Signert av foresatt, dato)

Vedlegg 6 – Godkjennelse fra NSD

NSD sin vurdering

Skriv ut

Prosjekttittel
Modellering/ problemløsning i matematikk - Kan modellering/ problemløsning bidra til økt forståelse og kommunikasjon mellom elever?

Referansenummer
768439

Registrert
07.01.2020 av Markus Mikalsen Pleym - mpl005@post.uit.no

Behandlingsansvarlig institusjon
UIT – Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)
Per Øystein Haavold, per.oystein.haavold@uit.no, tlf: 77645587

Type prosjekt
Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student
Markus Pleym, markuspleym@hotmail.com, tlf: 45015656

Prosjektperiode
13.01.2020 - 15.05.2020

Status
23.01.2020 - Vurdert

Chat med oss på hverdager fra 12-14

Vurdering (1)

23.01.2020 - Vurdert
Det er vår vurdering at behandlingen av personopplysninger i prosjektet vil være i samsvar med personvernlovgivningen så fremt den gjennomføres i tråd med det som er dokumentert i meldeskjemaet med vedlegg den 23.01.2020, samt i meldingsdialogen mellom innmelder og NSD. Behandlingen kan starte.

MELD VESENTLIGE ENDRINGER
Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til NSD ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

https://nsd.no/personvernombud/meld_prosjekt/meld_endringer.html

Du må vente på svar fra NSD før endringen gjennomføres.

TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET
Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger frem til 15.05.2020.

LOVLIG GRUNNLAG
Prosjektet vil innhente samtykke fra de registrerte til behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte kan trekke tilbake. Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være den registrertes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

PERSONVERNPRINSIPPER
NSD vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

- lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at de registrerte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen
- formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke behandles til nye, uforenlige formål
- dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med p
- lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

Chat med oss på hverdager fra 12-14

DE REGISTRERTES RETTIGHETER
Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: åpenhet (art. 12), informasjon (art. 13), innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18), underretning (art. 19), dataportabilitet (art. 20).

NSD vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Vi minner om at hvis en registrert tar kontakt om sine rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER
NSD legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1. f) og sikkerhet (art. 32).

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og/eller rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

OPPFØLGING AV PROSJEKTET
NSD vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Lykke til med prosjektet!

Kontaktperson hos NSD: Karin Lillevold
Tlf. Personverntjenester: 55 58 21 17 (tast 1)