



**EUREKA  
Digital  
7-2007**

# **Dataverktøy til regning, skriving og tegning i naturfag**

**Kompendium for bruk av regneark og verktøy for  
formelredigering og enkel tegning i naturfag**

**Ole Anton Haugland  
Høgskolen i Tromsø  
Avdeling for lærerutdanning**

**EUREKA DIGITAL 7-2007**

**ISSN 0809-8360**

**ISBN: 978-82-7389-119-8**

## FORORD

Når naturfagstudenter i lærerutdanninga skal bearbeide og presentere data fra forsøk, er regneark et naturlig arbeidsverktøy. Dette er også i tråd med gjeldende planer for grunnskole og lærerutdanning. Gjennom undervisning av naturfagstudenter har jeg erfart at de fleste studentene har behov for opplæring for å kunne bruke regneark på en hensiktsmessig måte. Med det stramme tidsskjema som en har i undervisninga, er det vanskelig å finne tid til å gi tilstrekkelig opplæring i regneark. Dette kompendiet er ment å være til hjelp i denne sammenheng ved at studentene på egen hånd kan arbeide seg gjennom mye av stoffet; og også bruke det til oppslag under arbeid med rapporter osv. Det er lagt stor vekt på å vise bruk av regneark i naturfaglig sammenheng gjennom eksempler og oppgaver.

I forbindelse med utarbeiding av rapporter og journaler, har studentene også bruk for å kunne skrive matematiske formler på standard måte og å kunne tegne enkle figurer. Verktøyene for formelredigering og tegning i programpakka *Microsoft Office* er derfor beskrevet i egne kapitler. I et appendiks er det vist hvordan en kan bruke verktøyet *Målsøking* i *Microsoft Excel* til å løse ligninger.

I den generelle litteraturen om regneark brukes gjerne litt forskjellig terminologi; f. eks. kan en se betegnelsene celle, rute, felt etc. brukt om det grunnleggende elementet i et regneark. Jeg har forsøkt å holde meg mest mulig til den terminologien som *Microsoft* bruker i sin dokumentasjon til *Excel*.

En del av oppgavene og eksemplene er basert på et til dels omfattende tallmateriale. For at studentene skal slippe å bruke tid til å skrive inn tall, kan det aktuelle tallmaterialet lastes ned fra nettet. Adressen er oppgitt for hver oppgave eller eksempel.

Det finnes lite norskspråklig litteratur om bruk av regneark i naturfag, og jeg håper dette kompendiet kan være til hjelp. Størstedelen av kompendiet er prøvd ut på naturfagstudenter ved Høgskolen i Tromsø.

Tromsø, november 2007

Ole Anton Haugland

## INNLEDNING

Bruk av regneark har etter hvert blitt meget populært innenfor naturvitenskap og teknologi. Opprinnelig ble regnearkprogrammene utviklet med tanke på regnskap og bokføring, men de kan nå sies å ha blitt et slags ”matematikkens tekstbehandlingssystem”.

Vi vil ta for oss hvordan en kan bruke regnearkprogrammet Excel til beregninger, analyser, enkle simuleringer og grafiske framstillinger i naturfaglig sammenheng. Regneark er spesielt velegnet til simuleringer ved at det er så lett å endre verdien av en variabel (parameter) og se hva som skjer. For eksempel: hva skjer med et mekanikkesperiment dersom vi flytter det fra jorda til månen, dvs. tyngdeakselerasjonen,  $g$ , endres fra  $9,8 \text{ m/s}^2$  til  $1,6 \text{ m/s}^2$ ?

En fordel med bruk av regneark i forbindelse med bearbeiding og presentasjon av data fra forsøk, er at det blir enkelt å utveksle informasjon med andre personer. Bruker en mer spesialisert programvare, kan dette være et problem ved at programmene ikke kan lese hverandres filer. I dag har nesten alle som har tilgang til datamaskin også tilgang til regneark.

Et regnearkprogram som Excel inneholder svært mange muligheter. Vi vil begrense oss til de mulighetene som er mest aktuelle i naturfaglig sammenheng. Vårt utgangspunkt vil være Excel 2003, men tidligere versjoner bakover til Excel 97 skulle fungere problemfritt i forhold til våre beskrivelser. I Excel 2007 har det skjedd store forandringer på overflaten, men innholdsmessig er det forholdsvis lite nytt. En vil derfor måtte regne med en del leiting for å finne fram til de samme funksjonene som før.

Som regel vil det være mange måter å utføre en operasjon på i Excel. Man kan velge mellom bruk av meny, verktøyknapp, klikke med høyre musknapp, funksjonstast osv. Vi vil anbefale at man holder seg til metoder som er mest mulig lik det man er vant til fra tekstbehandling – da bli det færre detaljer å huske på.

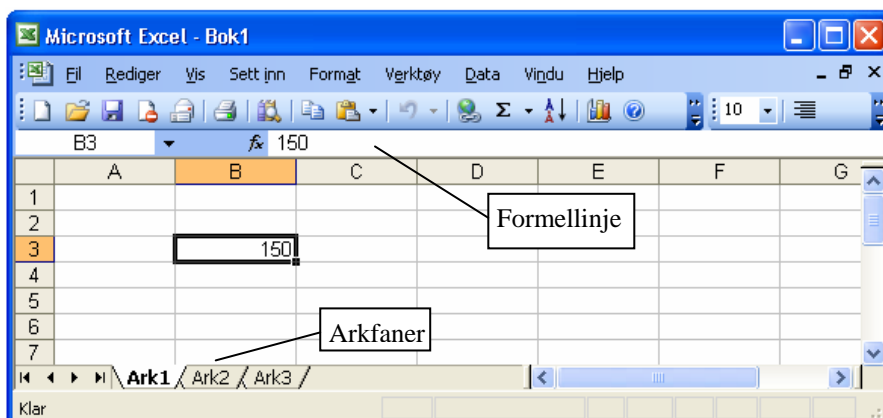
# INNHold

<b>KAPITTEL 1 TALLBEHANDLING I REGNEARK</b> .....	5
1.1 REGNEARKETS OPPBYGNING.....	5
1.2 FORMLER OG KOPIERING.....	5
Eksempel 1.1 Bremselengde, konstant føre.....	6
Eksempel 1.2 Bremselengde, valgfritt føre.....	7
1.3 FORMATERING AV REGNEARK.....	8
1.4 FUNKSJONER.....	9
Eksempel 1.3 Bruk av <i>Autosummer-verktøyet</i> .....	10
Eksempel 1.4 Bruk av <i>Sett inn funksjon-verktøyet</i> .....	10
<b>KAPITTEL 2 GRAFISK FRAMSTILLING I REGNEARK</b> .....	11
2.1 Å LAGE EI GRAFISK FRAMSTILLING.....	12
Eksempel 2.1 Å lage et x-y-diagram .....	12
2.2 FORMATERING AV DIAGRAMMER.....	14
2.3 SPESIELLE DIAGRAMTYPER.....	16
2.4 KURVETILPASNING.....	17
Eksempel 2.2 Kurvetilpasning til en lineær funksjon.....	18
2.5 FRA EXCEL TIL WORD.....	19
<b>KAPITTEL 3 SKRIVING AV FORMLER</b> .....	20
3.1 HVORDAN SKRIVE EN FORMEL I WORD.....	20
Eksempel 3.1 Formelen for volum av ei kule $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ .....	20
Eksempel 3.2 Barometerformelen $p = p_0 e^{-\frac{h}{H}}$ .....	21
<b>KAPITTEL 4 TEGNING AV ENKLE FIGURER</b> .....	22
4.1 TEGNEVERKTØYET I OFFICE.....	22
Eksempel 4.1 Figur fra et fysikkforsøk.....	24
Eksempel 4.2 Verktøy for å tegne buer .....	25
<b>OPPGAVER</b> .....	26
OPPGAVER TIL KAPITTEL 1.....	26
OPPGAVER TIL KAPITTEL 2.....	27
<b>APPENDIKS</b> .....	34
VERKTØY FOR LØSNING AV LIGNINGER I EXCEL.....	34

# KAPITTEL 1 TALLBEHANDLING I REGNEARK

## 1.1 REGNEARKETS OPPBYGNING

Når du starter Excel, kommer du rett inn i et blankt regneark. Regnearket er delt inn i *rader* og *kolonner* der radene angis med tall og kolonnene med bokstaver. Ei *celle* er skjæringen mellom en rad og ei kolonne. Vi refererer til ei celle ved å oppgi kolonnens bokstav og radens nummer, f. eks. B3. I celle B3 står her tallet 150.



Figur 1.1 Excel-vinduet.

I ei celle kan vi skrive inn *tekst*, *tall* eller *formler*. Siden det bare er tall vi kan regne med, så er det viktig at vi ikke blander tekst og tall i samme celle. Skriver vi f. eks. 20 kg i ei celle, kan vi ikke regne med innholdet i cella. For raskt å kunne se om ei celle inneholder tekst eller tall, er det greit å vite at tekst automatisk blir *venstrejustert*, mens tall blir *høyrejustert*. Tekst og tall kan vi skrive direkte inn i cella. En formel må starte med likhetstegn.

Informasjon som vi skriver i ei celle vises både i cella og i *formellinja*; den blanke linja over kolonneoverskriftene A, B, C... For å avslutte innskrivinga i ei celle, kan vi trykke på ENTER-tasten eller klikke på haken (✓) til venstre i formellinja. Vil vi seinere endre på innholdet i ei celle, kan vi klikke i cella og arbeide videre med innholdet i formellinja.

Når vi starter Excel, åpner vi egentlig ei *arbeidsbok*. Arbeidsboka består av flere *regneark*, og vi kan bla fram og tilbake mellom arkene ved hjelp av *arkfanene* merket med Ark1, Ark2 osv. nede til venstre i regnearkvinduet.

## 1.2 FORMLER OG KOPIERING

Det er spesielt to muligheter som gjør regneark svært nyttige i beregninger og analyser:

- Kan knytte sammen celler med formler
- Kan kopiere formler

Vi skal her se på et regneark der vi benytter begge disse mulighetene.

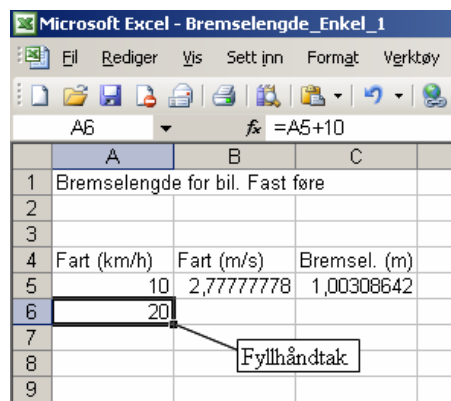
## Eksempel 1.1 Bremselengde, konstant føre

En mye brukt modell for bremselengde er at den øker med kvadratet av farten. På en vinterdag med hardpakket snøføre kan sammenhengen konkret være

$$s = 0,13v^2$$

Der  $s$  er bremselengde i meter og  $v$  er fart i m/s.

Vi skal nå lage en tabell som viser hvordan bremselengden i dette tilfellet øker med farten



	A	B	C
1	Bremselengde for bil. Fast føre		
2			
3			
4	Fart (km/h)	Fart (m/s)	Bremsel. (m)
5	10	2,77777778	1,00308642
6	20		
7			
8			
9			

Figur 1.2 Fyllhåndtaket gjør det enkelt å kopiere.

I cellene har vi her skrevet inn følgende

Området A1:C4: Overskrifter.

A5: 10

B5: =A5/3,6 Regner om fra km/h til m/s. Husk at vi må starte formler med likhetstegn.



C5: =0,13\*B5^2 Her er formelen for beregning av bremselengde skrevet inn. Tegnet \* brukes som multiplikasjonstegn. For å opphøye i en potens bruker vi tegnet ^.

A6: =A5+10 Fartsverdiene skal øke med 10 nedover.

Nå er arbeidet stort sett gjort, resten får vi til ved å kopiere formler. Ta tak i fyllhåndtaket i celle A6 (den svarte firkanten som dukker opp i nederst til høyre i ei celle når du merker den) og dra nedover. Kopier innholdet i cellene B5 og C5 på tilsvarende måte.

	A	B	C	D
1	Bremselengde for bil. Fast føre			
2				
3				
4	Fart (km/h)	Fart (m/s)	Bremsel. (m)	
5	10	2,8	1	
6	20	5,6	4	
7	30	8,3	9	
8	40	11,1	16	
9	50	13,9	25	
10	60	16,7	36	
11	70	19,4	49	
12	80	22,2	64	
13	90	25,0	81	
14	100	27,8	100	
15				

Figur 1.3 Regnearket beregner bremselengden for en bil.

Tabellen skulle da bli omtrent som i Figur 1.3, bortsett fra at du antakelig har fått med svært mange desimaler. Det kan du rette på ved å merke de aktuelle cellene og klikke noen ganger på verktøyknappen *Reduser desimaler*  (Dersom denne knappen ikke er tilgjengelig på din maskin, kan du klikke på knappen  lengst til høyre på verktøylinja.)

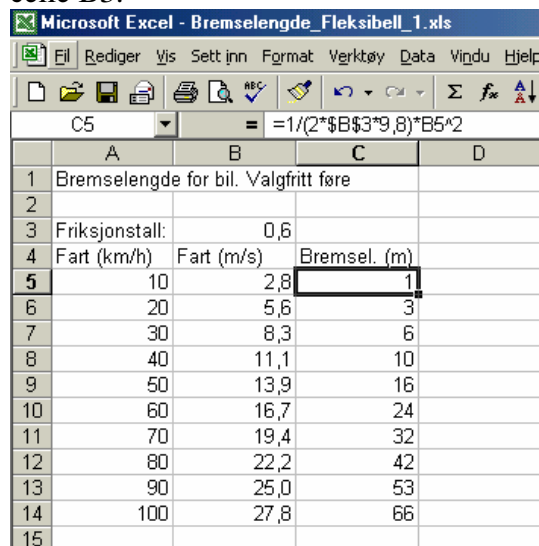
Ut fra dette eksempelet skjønner vi at når vi kopierer formler, så skjer noe helt annet enn det vi er vant til fra tekstbehandling. I regnearket er det snarere mønsteret enn tallene som kopieres. Formelen i celle B5 kan tolkes som at det er tallet i cella til venstre (A5) som skal divideres med 3,6. Det er dette mønsteret som kopieres. Plasserer du markøren i celle B6, ser du i formellinja at formelen har blitt justert til =A6/3,6. Tilsvarende justeres de andre formlene vi har kopiert. Når formler tillates å bli justert på denne måten under kopiering, sier vi at vi har brukt *relative referanser*.

Noen ganger ønsker vi imidlertid at formler ikke skal justeres under kopiering. Det kan vi få til ved å låse referansen til ei celle i en formel. Referansen låses ved å bruke \$-tegnet. Hvis vi for eksempel i cella B5 skriver =A\$5/3,6 og kopierer som før, vil vi få samme formel nedover i kolonna. Når vi låser referansen til ei celle i en formel på denne måten, sier vi at vi bruker *absolutt referanse*.

I noen situasjoner er det helt avgjørende at vi bruker absolutte referanser. Vi skal nå, som et eksempel, se på en mer fleksibel versjon av regnearket for bremselengden til en bil.

## Eksempel 1.2 Bremselengde, valgfritt føre

Dette regnearket er mer fleksibelt ved at brukeren kan gå inn og velge føret/friksjonstallet i celle B3.



	A	B	C	D
1	Bremselengde for bil. Valgfritt føre			
2				
3	Friksjonstall:	0,6		
4	Fart (km/h)	Fart (m/s)	Bremsel. (m)	
5	10	2,8	1	
6	20	5,6	3	
7	30	8,3	6	
8	40	11,1	10	
9	50	13,9	16	
10	60	16,7	24	
11	70	19,4	32	
12	80	22,2	42	
13	90	25,0	53	
14	100	27,8	66	
15				

Figur 1.4 Bremselengden beregnes her ut fra et valgt føre.

Det får vi til ved å legge inn den generelle formelen for bremselengde

$$s = \frac{1}{2fg} v^2$$

der  $f$  er friksjonstallet som angir føret. Noen typiske eksempler







Slå sammen og midtstille. Midtstiller over flere celler som er merket.



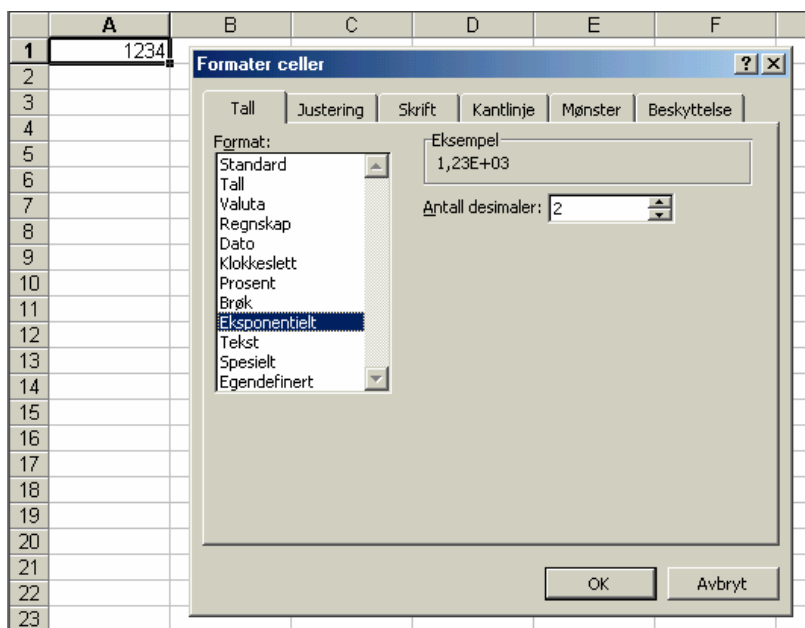
Redusere antall desimaler. Det finnes tilsvarende knapp for å øke antall desimaler.



Kantlinjer. En kan velge forskjellige typer kantlinjer rundt enkeltceller eller områder. (Rutenettet på skjermen kommer ikke med når vi tar utskrift, derfor er det ofte nyttig å legge inn kantlinjer.)

Øke kolonnebredden: Ta tak i skilleveggen mellom to kolonneoverskrifter (altså i det grå området over cellene) og dra.

Noen ganger kan en få regnearkets utseende slik en ønsker ved bare å bruke verktøylinja, mens det andre ganger vil være detaljer en ikke er fornøyd med. For å få bedre kontroll over formateringen, kan en velge *Format – Celler...* fra menyen. Nedenfor har vi gjort det og under skillearket *Tall* valgt *Eksponentielt*. Tallet 1234 i celle A1 vil da bli vist som 1,23E+03 dvs.  $1,23 \cdot 10^3$ . Her er antall desimaler valgt lik 2



Figur 1.5 Dialogboks for formatering av celler.

Dersom en har foretatt en del formateringer uten å bli fornøyd, kan det være greit å vite at en kan fjerne alle formateringer ved å velge *Rediger – Fjern – Formater* fra menyen.

## 1.4 FUNKSJONER

Excel inneholder et stort antall matematiske funksjoner, og det er til stor hjelp når vi skal utføre beregninger. Funksjonsbegrepet brukes i Excel omtrent på samme måte som vi er vant til fra matematikk.

Skal vi f. eks. beregne kvadratrot av 3 i ei celle, skriver vi

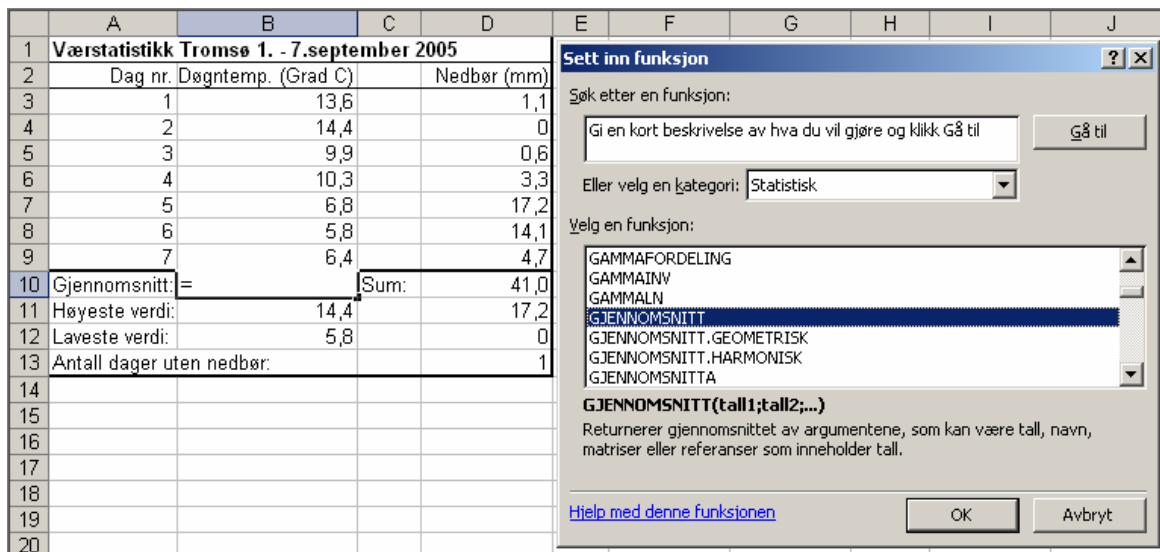
=ROT(3)

Tallet 3 kalles *argumentet* til funksjonen.

Eksempler på funksjoner der innholdet i celle A5 er argument:



kategori og bla nedover lista over funksjoner til du kommer til GJENNOMSNIITT. Klikk så på OK.



Figur 1.7 Dialogboks for å sette inn funksjon

Neste dialogboks gir mulighet til å velge argument. Dette kan gjøres enten ved å skrive B3:B9 i tekstboksen for **Tall1** eller ved å peke ut området ved hjelp av musa. Hvis dialogboksen skygger for det aktuelle området, kan du trekke den til side, eller du kan skjule dialogboksen ved å klikke på den røde skråpila til høyre i tekstboksen for **Tall1**.

Formlene i cellene er:

B10: =GJENNOMSNIITT(B3:B9)

B11: =STØRST(B3:B9)

B12: =MIN(B3:B9)

D10: =SUMMER(D3:D9) I Eksempel 1.3 brukte vi *Autosummer*, men vi kunne selvsagt like gjerne brukt *Sett inn funksjon*.

D11: =STØRST(D3:D9)

D12: =MIN(D3:D9)

Som en spesialitet tar vi med

D13: =ANTALL.HVIS(D3:D9;"=0")

dvs. antall dager uten nedbør blir beregnet.

## KAPITTEL 2 GRAFISK FRAMSTILLING I REGNEARK

Når vi har lagt inn et tallmateriale i Excel, så ligger forholdene godt til rette for å lage en grafisk presentasjon. De fleste vil nok oppleve denne delen av Excel som den morsomste å holde på med. Mulighetene er mange, men det kan være fort gjort å gå seg litt vill – eller bli for opptatt av å finne den mest ”trendy” presentasjonen. Derfor er det viktig å huske på at budskapet ofte kommer tydeligst fram i et relativt enkelt diagram. Dersom en blar litt i naturfaglige bøker og tidsskrifter, ser en at det gjerne er forholdsvis enkle og standardiserte grafiske framstillinger som går igjen.

## 2.1 Å LAGE EI GRAFISK FRAMSTILLING

Siden mulighetene er så mange, anbefales det absolutt å eksperimentere med forskjellige former for grafiske presentasjoner – selv om en kanskje i forbindelse med en naturfaglig rapport gjerne vil ende opp med et relativt enkelt diagram. De mer avanserte grafikkmulighetene kan gi ideer til spennende visualiseringer og animasjoner til bruk i andre naturfaglige sammenhenger.

Språkbruken i grafikkdelen av Excel kan være noe forskjellig fra det vi er vant til fra matematikk. Forklaringen er nok at Excel er utviklet for forretningslivet – ikke for den akademiske verden.


Vi skal nå gjennom et enkelt eksempel se hvordan vi kan lage ei grafisk framstilling.

### Eksempel 2.1 Å lage et x-y-diagram

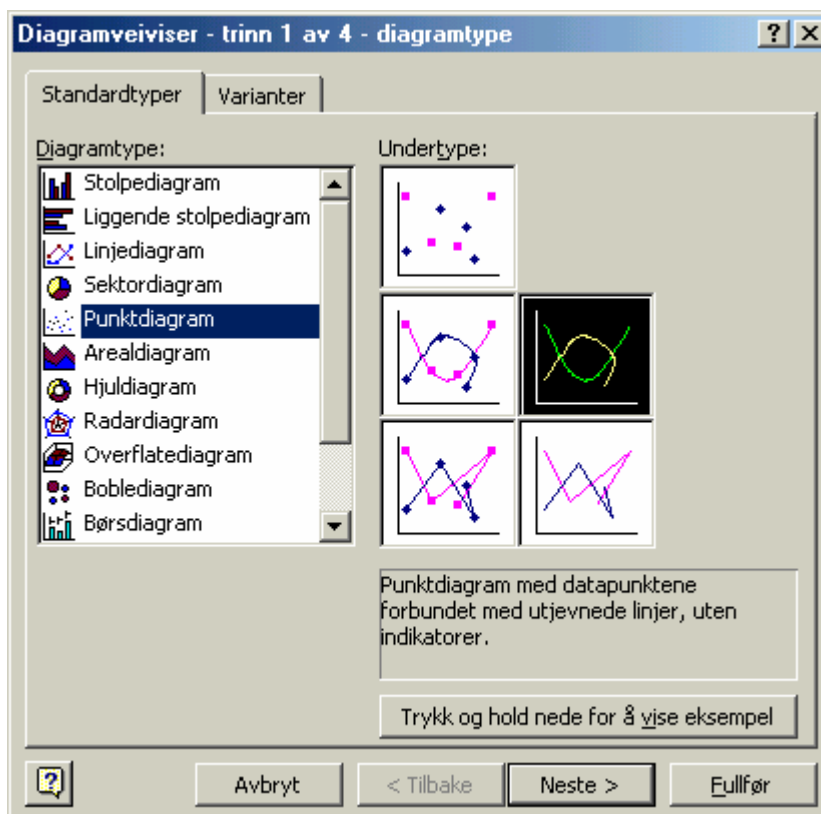
I Figur 1.3 i Eksempel 1.1 har vi en tabell som viser hvordan bremselengden for en bil kan øke med farten. Ta utgangspunkt i disse dataene og gjennomfør følgende fire punkter:

1. Merk området B5:C14.

(Man kan også merke overskriftene i tabellen for å få disse som forklarende tekster langs aksene, men vår erfaring er at man oppnår større fleksibilitet ved å skrive dette inn dette seinere).

Klikk på verktøyknappen for *Diagramveiviseren*  på verktøylinja. Nå starter en veiviser som vil hjelpe deg med å utforme den grafiske framstillingen. I trinn 1 av veiviseren velger vi type graf.

Under *Diagramtype* (Figur 2.1) velg *Punktdiagram*.

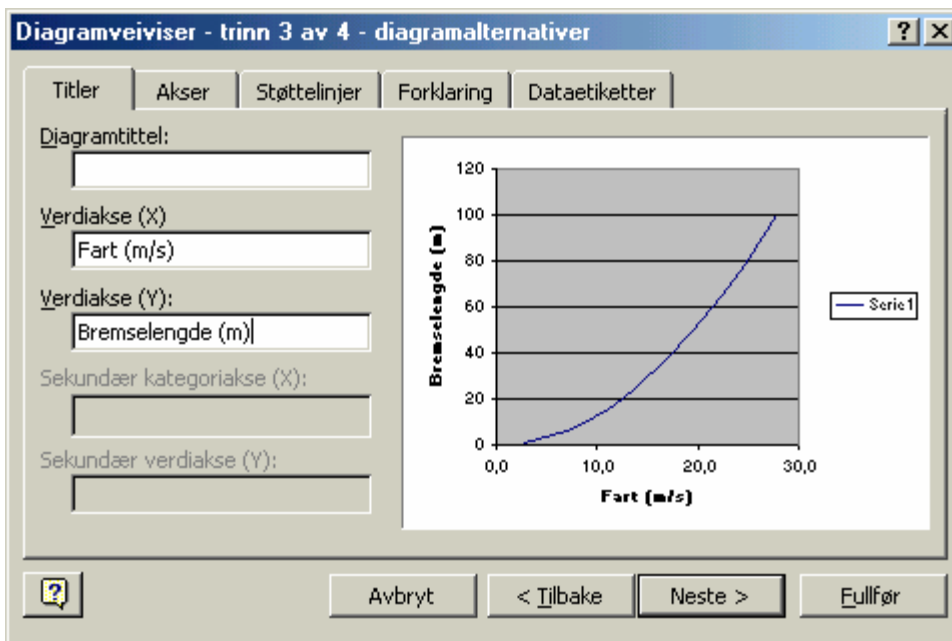


Figur 2.1 Dialogboks for valg av diagramtype.

Til høyre i dialogboksen vises de forskjellige *Undertypene* av *Punktdiagram*. Du ser at du kan velge mellom isolerte punkter, punkter med kurve/linje mellom punktene eller kurve uten punkter. I dette eksempelet velger vi kurve uten punkter (øverst til høyre)

**Merk:** Under *Diagramtype* kunne det kanskje synes naturlig å velge *Linjediagram*. Men denne diagramtypen er lite aktuell til våre formål siden Excel da vil behandle verdiene på x-aksen som *tekst* i stedet for *tall*. Dersom det f. eks. skulle være en ujevn økning i tallverdiene, vil ikke Excel bry seg om det, men plassere tallene med jevn avstand likevel. Denne diagramtypen er derimot egnet om vi ønsker forskjellige tekster avsatt langs x-aksen som f. eks. navn på ukedagene *mandag, tirsdag* osv. Når korrekt diagramtype er valgt, klikker du på *Neste*.

2. I trinn 2 av veiviseren kan man f. eks. endre på området hvor Excel henter dataene til den grafiske framstillingen fra. Men som regel så er det unødvendig å gjøre endringer her.
3. Trinn 3 av veiviseren inneholder mange nyttige muligheter, se Figur 2.2.



Figur 2.2 Dialogboks for utforming av diagrammet.

Under skillearket *Titler* kan vi legge inn en *Diagramtittel* (overskrift) til diagrammet. Slike diagramtitler tar mye plass, derfor velger vi å sløyfe dette i vårt eksempel. Tekstboksen *Verdiakse (X)* er beregnet for å angi en forklaring til x-aksen. Her skriver vi: *Fart (m/s)*.

Tilvarende i tekstboksen *Verdiakse (Y)*: *Bremselengde (m)*.

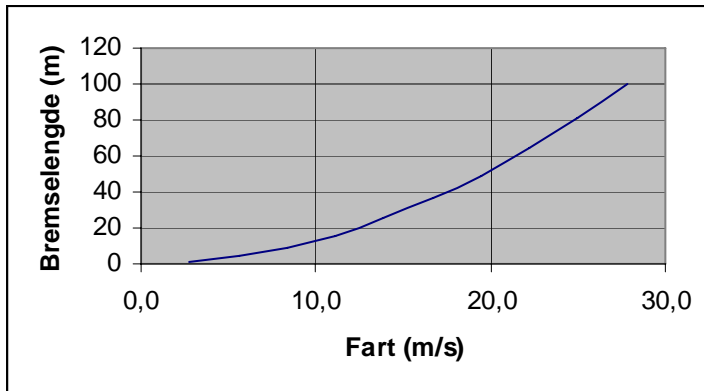
Under skillearket *Støttelinjer* kan vi velge om vi vil ha et rutenett i diagrammet. Kryss av for *Hovedstøttelinjer* både for *X* og *Y*-akse.

Skillearket *Forklaring* gir mulighet til å slå av/på forklaringsruta til høyre i diagrammet. Den er ment å angi hva grafen viser, men siden det i dette diagrammet

bare er en graf, så er den overflødig. Fjern derfor haken i feltet *Vis forklaring*. Når disse endringene er gjort, klikk på *Neste*.

4. I trinn 4 av veiviseren avgjøres om diagrammet skal plasseres som et objekt i regnearket eller om det skal utgjøre et eget ark; et *diagramark*. Som regel velger vi det første. Da kan vi se tallmaterialet og diagrammet samtidig på skjermen, og det kan ofte være en fordel.

Etter at du har gjennomført disse punktene, skulle diagrammet se ut omtrent som nedenfor



Figur 2.3 Diagramveiviserens forslag til diagram for brmselengde.

Størrelsen og posisjonen av diagrammet kan du endre på samme måte som med andre grafiske objekter i Windows. Som du ser, så får området for selve den grafiske framstillingen (det skyggelagte området, *Tegneområdet*) forholdsvis liten plass. Du kan øke størrelsen på dette ved å klikke i *tegneområdet*, ta tak i håndtakene som dukker opp midt på sidene og dra.

Prøv å endre på noen av verdiene i tabellen. Da ser du at diagrammet automatisk blir oppdatert. Dette gir en fin mulighet til å simulere og utforske "hva som skjer hvis...-situasjoner".

Vi kan gjerne ha flere grafer i samme diagram. For å lage et slikt diagram merker vi kolonnene med tallmaterialet for de enkelte grafene og starter veiviseren som før.

**Tips!**

Dersom de aktuelle kolonnene ikke står ved siden av hverandre, har vi i Windows en spesiell teknikk for å merke et ikke-sammenhengende område: Merk den første kolonnen. Hold CTRL-tasten nede og merk de andre kolonnene.

Under bearbeiding av data fra forsøk får en ofte bruk for å merke store områder, kanskje flere hundre rader. En nyttig teknikk er da å merke starten av området, gå til slutten av området f. eks. ved hjelp av rullefeltet langs kanten av regnearkvinduet, holde SHIFT-tasten nede og merke slutten av området. Hele området imellom vil da også bli merket.

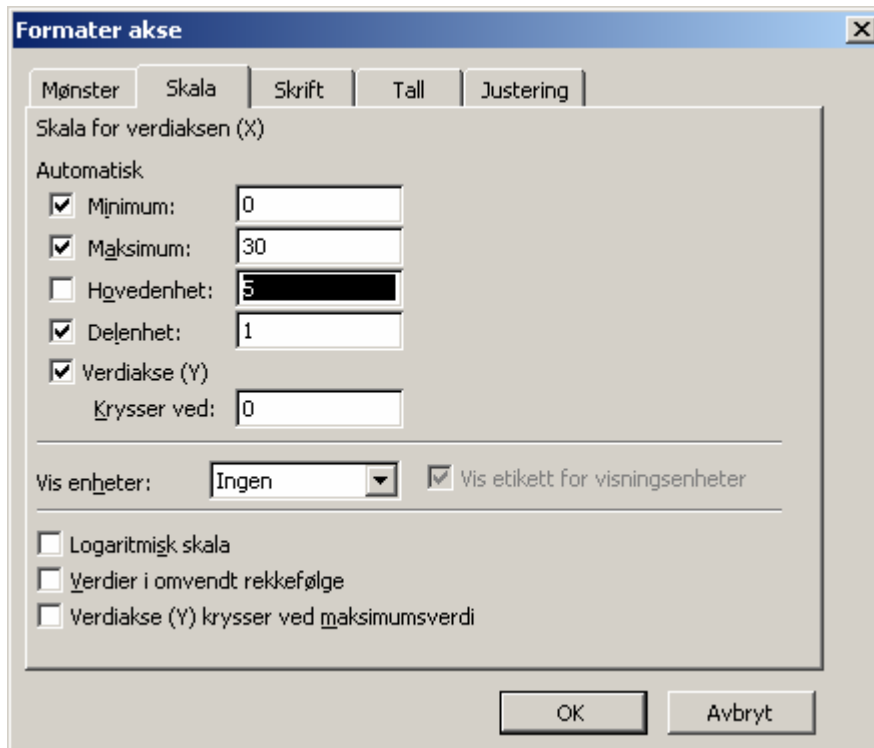
**Tips!**

## 2.2 FORMATERING AV DIAGRAMMER

Vi har tidligere sett på formatering av tall og tabeller (Avsnitt 1.3), og vi skal nå tilsvarende se hvordan vi kan tilpasse diagrammets utseende til vårt behov. Det diagrammet som veiviseren automatisk gir oss vil sjelden være akkurat slik som vi kunne ønske det. Vi vil her ta utgangspunkt i diagrammet fra Eksempel 2.1 (Figur 2.3) og demonstrere noen

formaterings teknikker.

På x-aksen i Figur 2.3 er det stor avstand mellom de avmerkede verdiene. Dersom dette også er tilfelle i ditt diagram, kan du lett endre det ved å *Formatere aksene*: Høyreklikk på aksene og velg *Formatere aksene*. Gå inn på skillearket *Skala* og angi f.eks. 5 som *Hovedenhet*. (Se Figur 2.4.)



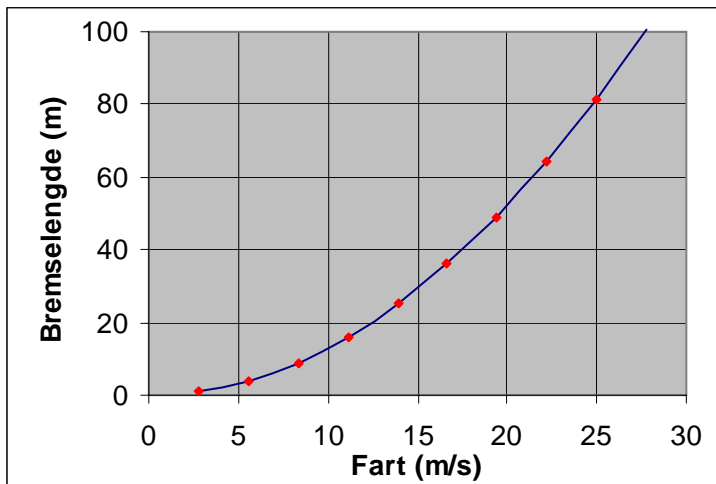
Figur 2.4 Dialogboks for formatering av akse.

I dette tilfellet er det ingen grunn til å ha desimal på verdiene langs x-aksen. Gå inn på skillearket *Tall* og sett *Antall desimaler* lik 0.

Formater tilsvarende y-aksen slik at høyeste verdi blir 100. Det gjøres ved å skrive 100 i boksen for *Maksimum*.

Når det gjelder selve grafens utseende, kan det også ofte være aktuelt å gjøre endringer. I vårt tilfelle med sammenhengende kurve kunne vi gjerne ønske å endre på *Tykkelse* og *Stil* (om kurven f. eks. skal være prikket). Høyreklikk på kurven og velg *Formatere dataserie*. Under skillearket *Mønster* kan du under *Linje* i dialogboksen kontrollere kurvens utseende. Noen ganger ønsker vi også at tabellverdiene skal være avmerket som punkter i diagrammet. Det kan vi gjøre i den samme dialogboksen ved å krysse av for *Automatisk* eller *Egendefinert* under *Indikatorer*.

Det er viktig å vurdere størrelsen på de avmerkede punktene. Størrelsen kan vi endre i boksen *Størrelse*. Diagrammet ditt skulle nå kunne se omtrent slik ut:



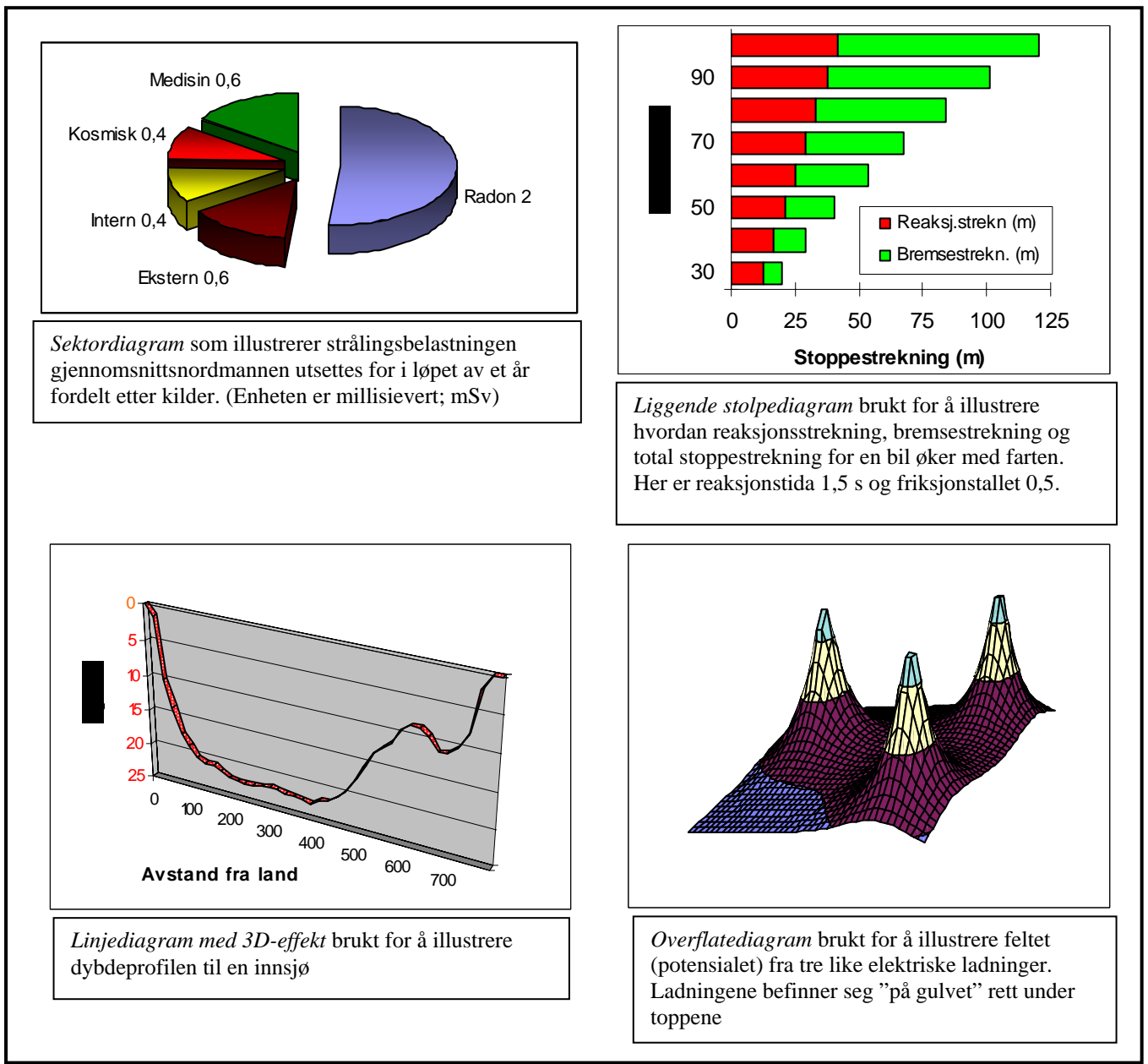
Figur 2.5 Formatert diagram for bremselengde.

**Merk:** I trinn 1 i veiviseren i Eksempel 2.1 kunne vi allerede i starten ha valgt en *Undertype* av *Punktdiagram* med en kombinasjon av kurve og punkter. (Se Figur 2.1)

## 2.3 SPESIELLE DIAGRAMTYPER

Vi har hittil lagt vekt på helt enkle grafiske framstillinger. I Excel finnes det over 300 varianter av diagramtyper. Nedenfor vises noen eksempler på mer spennende diagrammer som også kan være aktuelle i naturfaglig sammenheng.



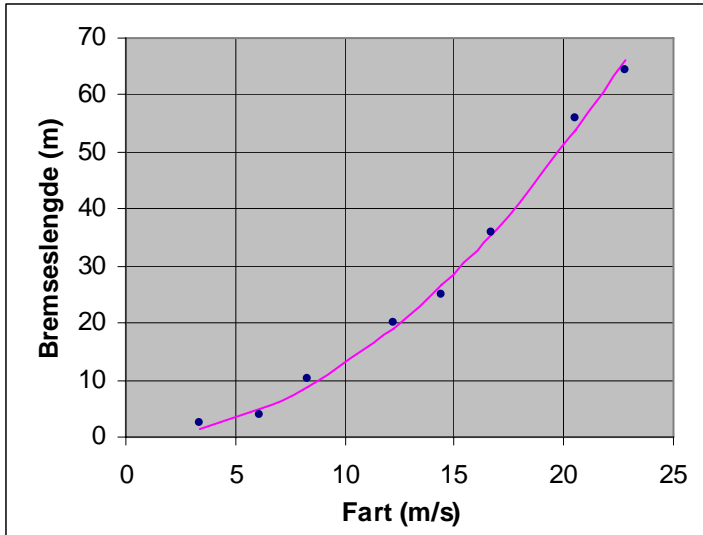


Figur 2.6 Eksempler på forskjellige diagramtyper.

## 2.4 KURVETILPASNING

Når vi gjør et eksperiment i naturfag – og spesielt i fysikk – vil vi ofte ha en matematisk modell for resultatet. Måler vi f. eks. hvordan bremselengden for en bil øker med farten, vil vår hypotese være at bremselengden øker med kvadratet av farten; slik som beskrevet i Eksempel 1.1. Men på grunn av usikkerhet i målinger osv. kan vi ikke vente å finne eksakt overensstemmelse med en kvadratisk funksjon. Under analysen av dataene prøver vi derfor å *tilpasse en funksjon* av den formen som teorien sier til de eksperimentelle dataene. Dette kalles *kurvetilpasning*. Vi kan si at kurvetilpasningen gir oss den teoretiske kurven som best mulig beskriver de eksperimentelle dataene. I en grafisk framstilling vil kurvetilpasningen

gjærne framstå som en glatt kurve som "smyger seg pent" mellom de målte punktene. Men den går vanligvis ikke gjennom enkeltpunktene. I Figur 2.7 representerer punktene i diagrammet målte verdier for bremselengden for en bil, mens kurven representerer en kurvetilpasning til en kvadratisk funksjon.

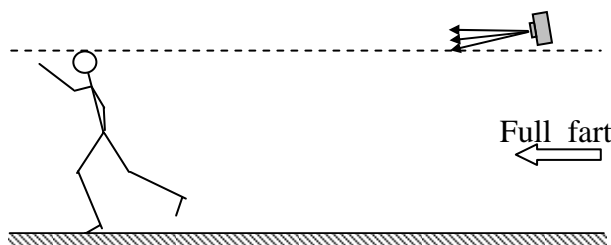


Figur 2.7 Målt bremselengde for bil (punkter). Kvadratisk kurvetilpasning er vist som en sammenhengende kurve. Kurvetilpasningen ga her formelen  $s = 0,127 v^2$  der  $s$  er bremselengden og  $v$  er farten.

Kurven blir bestemt slik at det samlede avviket fra den teoretiske kurven skal bli minst mulig. Denne prosedyren gjennomfører Excel automatisk når vi ber om det. Vi kan velge mellom noen forskjellige typer matematiske funksjoner for kurvetilpasningen. De mest aktuelle for oss er antakelig lineær, polynom, eksponentiell og logaritmisk funksjon. Vi skal nå se nærmere på en kurvetilpasning til en lineær funksjon.

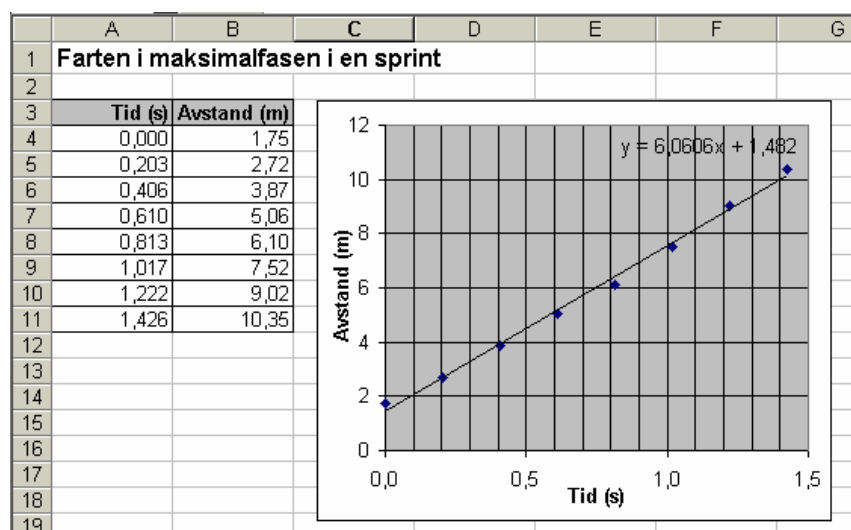
### Eksempel 2.2 Kurvetilpasning til en lineær funksjon

I et samarbeidsprosjekt mellom kroppsøving og naturfag har en målt maksimalfarten (farten i maksimalfasen) i en sprint ved hjelp av en *bevegelsessensor* koblet til en datamaskin. Bevegelsessensoren sender ut et antall ultralydpulser i sekundet og tar tida til den mottar et reflektert signal. Ut fra dette beregner datamaskinen avstanden til "målet". I forsøket løp sprinteren med full fart under sensoren slik som vist i Figur 2.8.



Figur 2.8 Sprinteren kommer med full fart fra høyre og passerer under bevegelsessensoren. (En feilkilde i dette forsøket er at bevegelsessensoren peker på skrå nedover. Feilen blir størst når sprinteren er nærmest sensoren. Dette kan vi legge inn en korleksjon for i regnearket, men det viser seg at korleksjonen blir nokså ubetydelig.)

Her har en fått et reflektert signal fra løperen åtte ganger, slik det framgår av tabellen i Figur 2.9. Tallmaterialet kan lastes ned fra [http://www.hitos.no/docs/oah/Eks\\_2.2\\_Lopsdata.xls](http://www.hitos.no/docs/oah/Eks_2.2_Lopsdata.xls)



Figur 2.9 Målte data og kurvetilpasning for en sprinter som løper med full fart

Siden sprinteren skal løpe med sin maksimalfart (konstant fart), skal avstandskurven teoretisk være lineær. For å finne farten tilpasser vi derfor en lineær funksjon til disse dataene.

Ta utgangspunkt i tabellen i Figur 2.9 og lag et diagram av typen *Punktdiagram* der de målte verdiene markeres som isolerte punkter slik som vist i figuren. (Se ev. Eksempel 2.1)

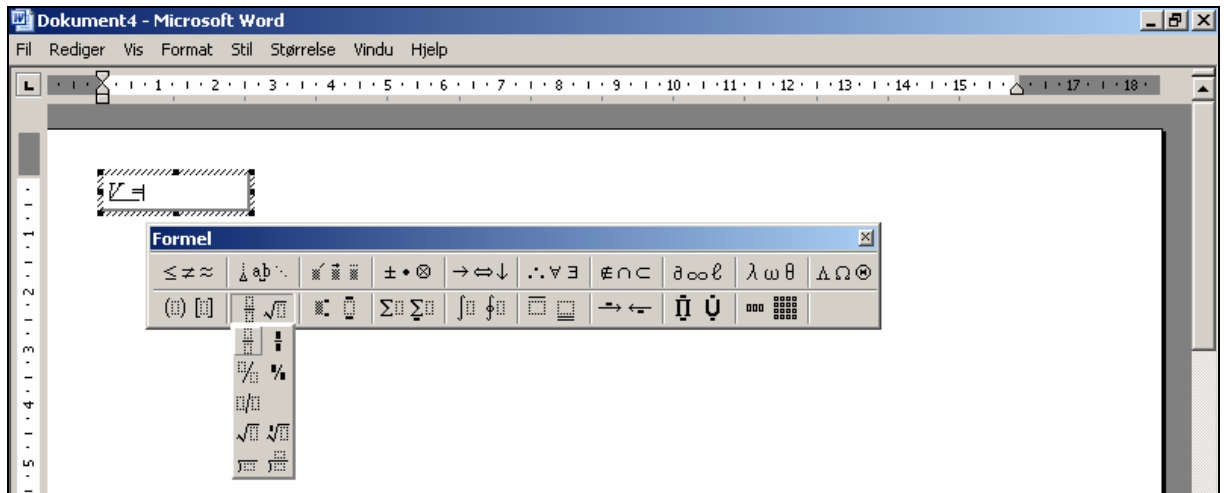
Høyreklikk på et av punktene og velg *Legg til trendlinje...* I dialogboksen som kommer opp velger du *Lineær*. For å få se formelen bak kurvetilpasningen (formelen for trendlinja), åpne skillearket *Alternativer* og kryss av for *Vis formel i diagrammet* nesten nederst i dialogboksen.

Excel tegner gjerne opp trendlinjer med tykk strek. Det kan du endre på ved å høyreklikke på trendlinja på samme måte som beskrevet under *Formatering av diagrammer*. (Avsnitt 2.2) Teksten med formelen for trendlinja kan flyttes dit du vil i diagrammet. Formelen kan også formateres ved å høyreklikke. Spesielt vil det ofte være behov for å endre på antall desimaler. Diagrammet ditt skulle nå se ut omtrent som i Figur 2.9. Legg merke til at målte verdier avmerkes som punkter mens kurvetilpasningen vises som heltrukket linje. Denne måten å presentere resultatet på gir et oversiktlig inntrykk av hvor godt de eksperimentelle dataene stemmer med den teoretiske kurven, altså av avviket mellom punktene og kurven. I dette tilfellet ga kurvetilpasningen  $y = 6,0606x + 1,482$ . På bakgrunn av våre målinger kan vi altså si at sprinterens fart var  $6,0606 \text{ m/s} \approx 6,1 \text{ m/s}$ . Ved tida  $t = 0 \text{ s}$  var i følge kurvetilpasningen sprinterens avstand  $1,482 \text{ m} \approx 1,5 \text{ m}$ . Fra tabellen ser vi at denne verdien avviker fra den målte verdien på  $1,75 \text{ m}$ . Men dette er i samsvar med at ei kurvetilpasning normalt ikke gjengir enkeltmålinger.



## 2.5 FRA EXCEL TIL WORD



I forbindelse med rapportskriving får en ofte bruk for å overføre informasjon fra regneark til tekstbehandlingsdokumenter. Å overføre tabeller og diagrammer fra Excel til Word kan gjøres svært enkelt ved *Kopier* og *Lim inn*: Mens du er i Excel kopier det aktuelle området








Figur 3.1 Verktøy for skriving av formler i Word.

- I rubrikken (firkanten) for teller skriver du 4. Gå til rubrikken for nevner ved hjelp av mus eller piltast og skriv 3.
- Forlat brøken ved å klikke rett til høyre for den eller bruke piltast. Klikk på verktøyknappen for greske bokstaver  og velg  $\pi$  fra paletten som kommer opp.
- Skriv R og klikk på verktøyknappen for senket og hevet skrift.  Velg den første malen i paletten som kommer opp. I rubrikken for eksponent skriv 3.
- Dersom noe har blitt feil, kan du ved hjelp av piltaster eller mus gå tilbake til de forskjellige elementene i formelen og gjøre endringer.
- Avslutt formelredigeringen ved å klikke utenfor formelboksen.



For å redigere en formel som tidligere er skrevet inn i et Word-dokument, dobbelklikker du på formelen. Da åpnes et formelredigeringsvindu. Dersom du bare skal skrive inn en eksponent eller en indeks i en tekst uten særlig matematisk innhold, kan kanskje verktøyet *Formelredigering* synes tungvint å bruke. Da kan jo f. eks. verktøyknappene for hevet  og senket  skrift i Word være greie. Det er først ved litt mer sammensatte formler at verktøyet for formelredigering kommer til sin rett.

**Eksempel 3.2 Barometerformelen**  $p = p_0 e^{-\frac{h}{H}}$

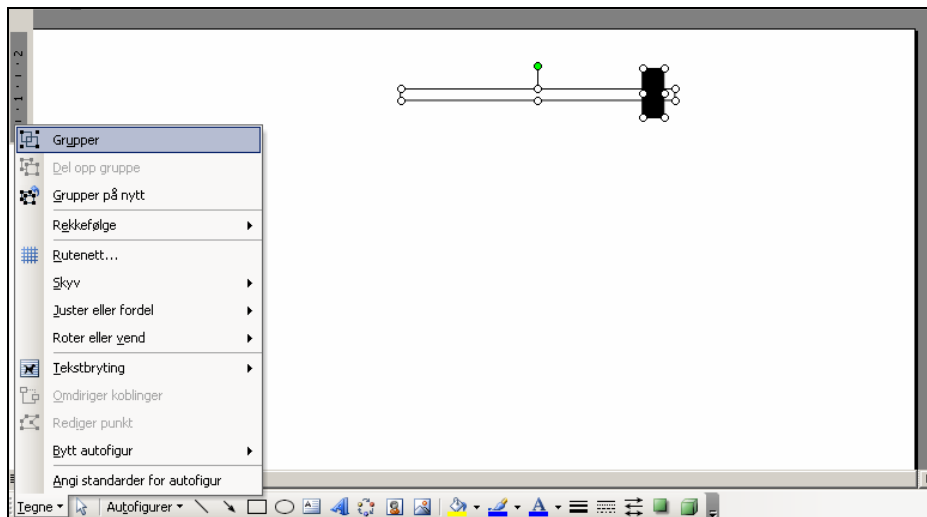
- Start opp formelredigeringen som i Eksempel 3.1 og skriv p=p
- Klikk på verktøyknappen for senket og hevet skrift.  Velg den andre malen i første linje i paletten som kommer opp.  I rubrikken for indeks skriv 0
- Forlat rubrikken for indeks ved å klikke rett til høyre eller bruke piltast. Skriv e og klikk på verktøyknappen for senket og hevet skrift igjen.  Velg den første malen i paletten som kommer opp.



vår sammenheng.

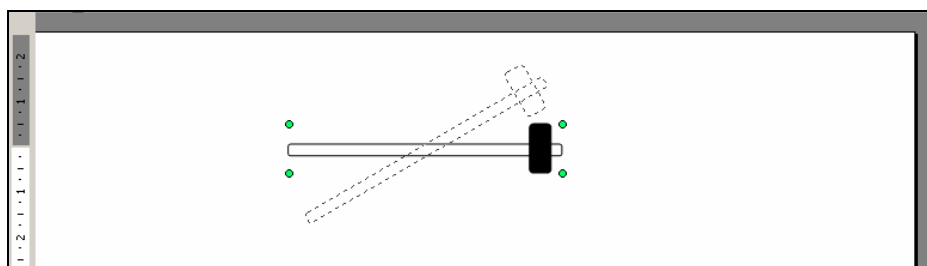
- **Autofigurer**  Under Autofigurer finnes en mengde ferdige figurer som ofte kan tilpasses våre behov, f. eks. manglekanter, spesielle piler og flytskjema-symboler.
- **Gruppere.** Figurene vi tegner vil bestå av *objekter* som rektangler, ellipser, linjer, piler osv. Det er viktig at vi kan *gruppere* disse sammen slik at de fungerer som ett objekt ved flytting, rotasjon, forstørrelse osv.  
Gruppering får vi til ved å merke objektene og velge *Tegne – Grupper* på *Tegneverktøylinja*. I Figur 4.2 har vi tegnet ei enkel slegge ved hjelp av rektangler. Her er objektene merket for å kunne grupperes sammen. På tilsvarende måte kan du også dele opp en gruppe.  
Du kan merke flere objekter samtidig ved å holde SHIFT-tasten nede og klikke på dem etter tur; eller bruke *Merk objekt*-pila  på *Tegneverktøylinja* til å dra et rektangel rundt objektene.

**Tips!**



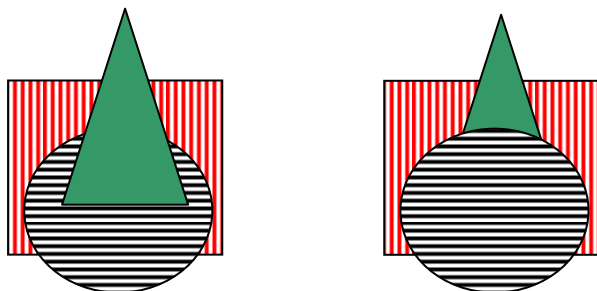
Figur 4.2 Eksempel hvor to objekter er merket samtidig.

- **Rotere.** Merk objektet eller objektgruppa som skal roteres. Velg *Tegne – Roter eller vend – Fri rotering* fra *Tegneverktøylinja*. Ta tak i en av de grønne sirklene som dukker opp og drei figuren. Dette verktøyet gir også mulighet for å speile (vende).



Figur 4.3 Det sammensatte objektet roteres som en helhet.

- *Stable*. Objekter kan tegnes oppå hverandre slik at de øverste skygger for de under. Vi kan lett flytte et objekt framover eller bakover i stabelen av objekter. Merk objektet og velg *Tegne – Rekkefølge* fra *Tegneverktøylinja*. I Figur 4.4 har vi først tegnet firkanten, så sirkelen og til slutt trekanten. (Trekanten er hentet fra *Autofigurer – Grunnfigurer*.) Til høyre har vi flyttet sirkelen fremst i stabelen.



Figur 4.4 Stabel av objekter med forskjellig rekkefølge.

Nedenfor har vi laget en figur for å illustrere et forsøk hvor en lekebil ruller nedover et skråplan og bevegelsen studeres ved hjelp av en såkalt bevegelsessensor som kontinuerlig måler avstanden til bilen ved hjelp av ultralydpulser.

#### Eksempel 4.1 Figur fra et fysikkforsøk

Først har vi tegnet oppstillingen vannrett og så rotert hele figuren. Bilen er tegnet ved hjelp av rektangler, rette linjer og sirkler.

**Tips!**

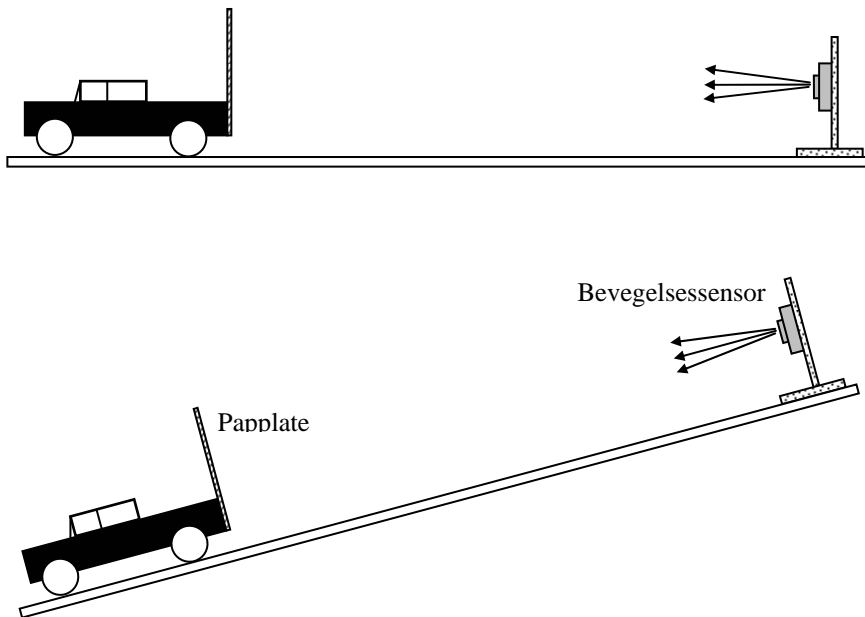
For å tegne en *sirkel* ved hjelp av *ellipse*-verktøyet kan vi holde SHIFT-tasten nede mens vi tegner. (Tilsvarende for å tegne et *kvadrat* ved hjelp av *rektangel*-verktøyet og for mange andre figurer.)

Objektene som utgjør bilen har vi så gruppert sammen

Tilsvarende er bevegelsessensoren med piler som illustrerer ultralydpulser tegnet. Objektene som inngår her er også gruppert sammen. En fordel med slik gruppering er at vi nå lett kan endre på størrelsen av bilen eller bevegelsessensoren og avstanden mellom dem.

Deretter er bilen, bevegelsessensoren og underlaget gruppert sammen og hele figuren rotert. Til slutt er det lagt inn et par tekstbokser der kantlinjene er fjernet.



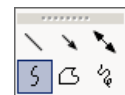


Figur 4.5 Eksempel på sammensatt figur.

De verktøyene vi har sett på til nå er enkle å bruke. Litt mer tidkrevende kan det være å få tegnet buer eller kurver på en tilfredsstillende måte. Vi vil gjennom et eksempel demonstrere et verktøy for å tegne buer.

### Eksempel 4.2 Verktøy for å tegne buer

Velg *Buet linje* under *Autofigurer – Linjer* på *Tegneverktøylinja*. Klikk der kurven skal starte og ”klikk deg gjennom noen karakteristiske punkter på kurven”.




Avslutt med å dobbelklikke i endepunktet.

Kurven blir i første omgang sjelden slik vi kunne ønske det. For å forbedre kurven kan vi gå inn og flytte på punktene vi la kurven gjennom. Merk kurven og velg *Tegne - Rediger punkt* på *Tegneverktøylinja*. Da kan du flytte på de karakteristiske punktene, legge til nye punkter mm. Figur 4.6 viser en del av en illustrasjon til et forsøk om vannrett kast der ei kule skal rulle nedover ei renne og utfor bordkanten. Til høyre vises de karakteristiske punktene som vi har lagt kurven gjennom og som vi kan justere.



Figur 4.6 Tegning av buer.

Verktøyet *Frihåndsform*  som ligger til høyre for *Buet linje* på paletten, kan brukes på tilsvarende måte for å bygge opp figurer bestående av rette linjestykker. Begge disse verktøyene har mer avanserte muligheter som du kan finne ut om under *Hjelp*.

# OPPGAVER

## OPPGAVER TIL KAPITTEL 1

### Oppgave 1.1 Vannrakettens fart

I et forsøk er det gjort videoopptak av en såkalt vannrakett. (Ei stor brusflaske med litt vann der det pumpes inn luft inntil en ventil løses ut p.g.a. høyt trykk.)

På hvert videobilde er høyden til et bestemt punkt på raketten målt. Videoen er tatt opp med 25 bilder i sekundet, dvs. 0,04 s mellom bildene. Tida for hvert bilde er oppgitt i kolonne B og i kolonne C er den tilsvarende høyden gitt.

Tallmaterialet kan lastes ned fra [http://www.hitos.no/docs/oah/Oppg\\_1.1\\_RakettData.xls](http://www.hitos.no/docs/oah/Oppg_1.1_RakettData.xls)

	A	B	C	D	E
1	<b>Analyse av rakettdata fra video</b>				
2					
3	Bilde nr.	Tid (s)	Høyde (m)	Fart (m/s)	Fart (km/h)
4	1	0,04	0,09		
5	2	0,08	0,11	0,50	1,8
6	3	0,12	0,23		
7	4	0,16	0,40		
8	5	0,20	0,72		
9	6	0,24	1,15		
10	7	0,28	1,63		
11	8	0,32	2,38		
12	9	0,36	3,15		
13	10	0,40	3,98		
14	11	0,44	4,75		
15	12	0,48	5,47		
16	13	0,52	6,16		



Beregn gjennomsnittsfarten mellom to videobilder. I den påbegynte tabellen er gjennomsnittsfarten mellom første og andre bilde beregnet i celle D5. Fortsett med å beregne gjennomsnittsfarten mellom bilde nr. 2 og 3 i celle D6 osv. nedover. Regn også om til km/h.

I bilde nr. 10 (bildet etter det som er gjengitt til høyre ovenfor) ser raketten ut til å være helt tom for vann. Virker det rimelig i forhold til verdiene for fart som du fikk?

### Oppgave 1.2 Tyngde og masse

Sammenhengen mellom tyngde og masse er  $G = mg$  der  $G$  er tyngden,  $m$  er massen og  $g$  er tyngdeakselerasjonen.

Lag et regneark der brukeren kan skrive inn sin masse i celle C3, og så blir personens tyngde på forskjellige steder i solsystemet beregnet. Her kan det passe å skrive inn formelen i celle C6 og så kopiere nedover. Tallmaterialet kan lastes ned fra

[http://www.hitos.no/docs/oah/Oppg\\_1.2\\_Tyngde\\_og\\_masse.xls](http://www.hitos.no/docs/oah/Oppg_1.2_Tyngde_og_masse.xls)

	A	B	C	D
1	<b>En persons tyngde på forskjellige steder i solsystemet</b>			
2				
3	Personens masse (kg):			
4				
5	<b>Sted</b>	<b>Tyngdeaks. (m/s<sup>2</sup>)</b>	<b>Tyngde (N)</b>	
6	Ekvator	9,780		
7	Roma	9,804		
8	Mandal	9,818		
9	Tromsø	9,826		
10	Nordpolen	9,832		
11	Månen	1,7		
12	Mars	3,7		
13				

(Du ser at tyngdeakselerasjonen er oppgitt med forskjellig antall siffer på jorda og utenfor. Dette bør du ta hensyn til når verdiene for tyngde presenteres)

### Oppgave 1.3 Funksjons-tabell

Lag en tabell over funksjonene

$$f(x) = x^2$$

$$g(x) = x^3$$

når  $x$  ligger i området  $0 - 2$  og øker med  $0,1$  for hver rad.

Nedenfor er vist et eksempel på en påbegynt tabell.

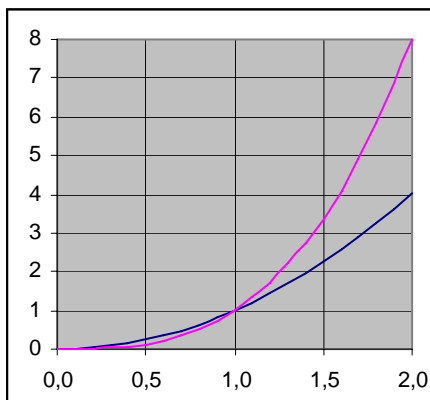
$x$	$f(x)$	$g(x)$
0,0	0,00	0,00
0,1	0,01	0,00
0,2	0,04	0,01
0,3	0,09	0,03
0,4	0,16	0,06
0,5	0,25	0,13

## OPPGAVER TIL KAPITTEL 2

### Oppgave 2.1 Funksjonsgraf

Lag en grafisk framstilling av de to funksjonene i Oppgave 1.3.

Diagrammet kan f.eks. se ut som vist nedenfor.

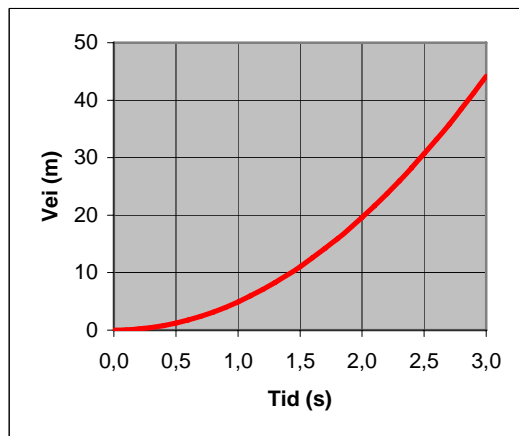
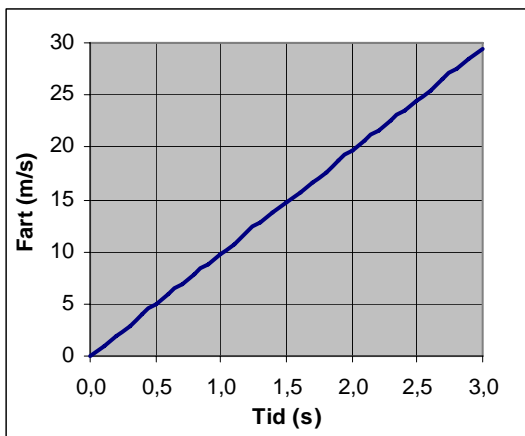


### Oppgave 2.2 Fritt fall

Lag en fartsgraf og en veigraf for en stein som faller i 3 sekunder.

(Vi ser bort fra luftmotstand)

Nedenfor er det gitt et eksempel.



### Oppgave 2.3 Reaksjons- og bremsestrekning

I denne oppgaven skal vi se på sammenhengen mellom reaksjonstid, friksjonstall, fart og stoppestrekning for en bil som bremser. *Stoppestrekningen* er satt sammen av *reaksjonsstrekning* og *bremsestrekning*.

I dette kompendiet holder vi oss av gode grunner stort sett til *Punktdiagram* (diskutert i Eksempel 2.1). Men her vil vi bruke et *Liggende stolpediagram*.

Stoppestrekningen,  $y$ , er gitt ved

$$y = vt_R + \frac{1}{2fg}v^2$$

der første ledd er reaksjonsstrekning og andre ledd er bremsestrekning.

$v$  er farten i m/s

$t_R$  er reaksjonstida; normalt mellom 1 og 3 sekunder

$f$  er friksjonstallet

$g$  er tyngdeakselerasjonen;  $9,8 \text{ m/s}^2$

For mer bakgrunnsstoff, se Eksempel 1.2. Der er det også gitt noen eksempler på verdier for  $f$ .

- a) Lag en tabell slik som den som er påbegynt nedenfor. Fartsverdiene kan f. eks. gå opp til 120 km/h. Det skal være enkelt å endre på verdiene for reaksjonstid og friksjonstall.

Derfor så er de plassert i egne celler.

(NB! Husk å legge inn en omregning fra km/h til m/s i formelen)

Nedenfor er starten på en slik tabell vist

Reaksjonstid (s):	1,5		
Friksjonstall:	0,5		
Fart (km/h)	Reaksj.strekn. (m)	Bremsestrekn. (m)	Stoppestrekn. (m)
30	12,5	7,1	20
40	16,7	12,6	29

- b) Kontroller at regnearket oppdateres når verdiene for reaksjonstid og friksjonstall endres.

- c) Lag en grafisk framstilling ved hjelp av *Liggende stolpediagram* f. eks. slik som vist øverst til høyre i Figur 2.6 i avsnitt 2.3.

**Tips:**

Marker verdiene i 2. og 3. kolonne. Ta også med overskriftene.

Velg *Liggende stolpediagram*, *Undertype* nr.2.

For å få avmerket fartsverdier langs den vertikale akse, kan en i *Trinn2* av *Diagramveiviseren* velge skillearket *Serie*. Klikk så i tekstboksen *Etiketter for kategoriakse (X)* og pek ut området med fartsverdiene i tabellen ved hjelp av musa.

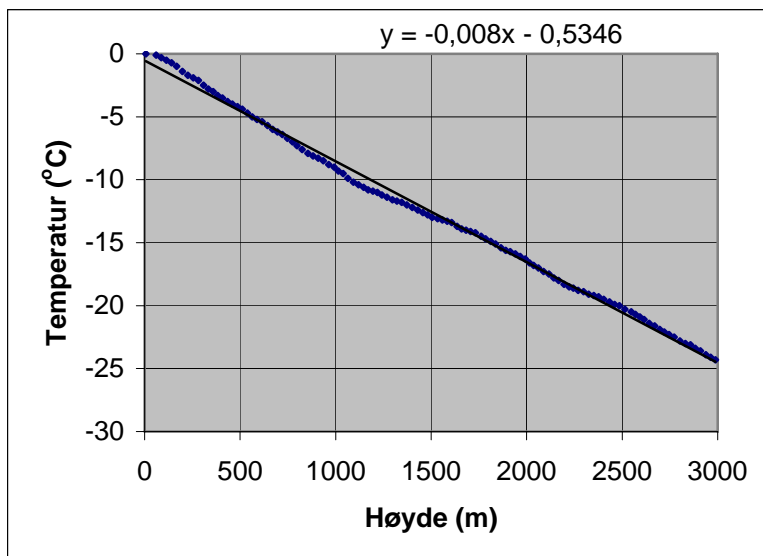
### Oppgave 2.4 Radiosondedata

I denne oppgaven skal vi arbeide med observasjonsdata fra en radiosonde.

Tallmaterialet kan lastes ned fra [http://www.hitos.no/docs/oah/Oppg\\_2.4\\_Radiosonde.xls](http://www.hitos.no/docs/oah/Oppg_2.4_Radiosonde.xls)

- a) Lag en grafisk framstilling av hvordan temperaturen avtar med høyden opp til ca. 3000 meter.
- b) Legg inn en kurvetilpasning til en lineær funksjon.  
La Excel vise formelen i diagrammet. Hva sier formelen oss?

Et eksempel på hvordan den grafiske framstillingen kan være er gitt nedenfor.



### Oppgave 2.5 Ohms lov

På ungdomstrinnet og i videregående skole er det vanlig å gjøre forsøk for å studere sammenhengen mellom strøm ( $I$ ) og spenning ( $U$ ) over en motstandstråd av konstantan. (Ohms lov,  $U = RI$  der konstanten  $R$  kalles *resistansen* for motstandstråden.)

Tabellen nedenfor gjengir måleresultater fra et slikt forsøk.

Tallmaterialet kan lastes ned fra [http://www.hitos.no/docs/oah/Oppg\\_2.5\\_Ohms\\_lov.xls](http://www.hitos.no/docs/oah/Oppg_2.5_Ohms_lov.xls)

Strøm (A)	Spenning (V)
0,08	2,13
0,16	4,14
0,24	5,92
0,32	7,97
0,39	9,79
0,47	11,82

- a) Lag ei grafisk framstilling med verdiene for strøm langs den vannrette akse og verdiene for spenning langs den loddrette.
- b) Legg inn en lineær kurvetilpasning. Siden  $U$  og  $I$  etter teorien skal være proporsjonale, krever vi at linja skal gå gjennom origo.  
(Under *Formater trendlinje – Alternativer* kan vi angi hvor kurven/linja skal skjære y-aksen. Kryss av for *Angi skjæringspunkt* og la verdien i tekstboksen være null.)  
Hvilken verdi gir kurvetilpasningen for resistansen,  $R$ ?
- c) I dette forsøket ble resistansen også målt direkte ved hjelp av måleinstrumentet (multimeteret). Da fikk en  $24,8 \Omega$   
Hvordan stemmer det overens med verdien du fikk i pkt. b)?

### Oppgave 2.6 Terningkast - radioaktivitet

Radioaktiv desintegrasjon er en statistisk prosess, og dette kan simuleres fint ved hjelp av terningkast. Vi lar en terning representere en atomkjerne og en spesiell verdi, f. eks. en sekser, representerer at kjernen har desintegrert. Vi starter simuleringen ved å kaste et stort antall terninger og plukke ut alle sekserne. Så kaster vi de gjenværende terningene, plukker ut sekserne, kaster de gjenværende osv.

Dette forsøket kan vi "simulere" i et regneark. Sannsynligheten for at en terning skal gi en sekser i et kast er  $1/6$ , dvs. sannsynligheten for at en kjerne skal desintegrere er  $1/6$  – eller sannsynligheten for at kjernen skal overleve er  $5/6$ . Vi kan tenke oss at hvert kast representerer et bestemt tidsrom, f. eks. ett minutt.

- a) Lag en tabell som viser antall gjenværende terninger etter hvert minutt i 20 minutter. Start med 500 terninger. For hvert minutt skal altså antall terninger reduseres med faktoren  $5/6$ .  
Nedenfor vises en påbegynt tabell

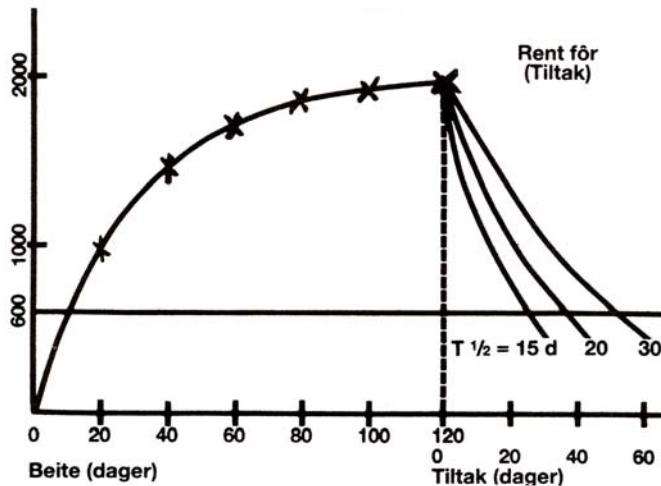
Tid (minutter)	Antall terninger
0	500
1	417
2	347

- b) Framstill antall terninger som funksjon av tida grafisk.  
Bruk den grafiske framstillingen til å finne halveringstida i minutter.

## Oppgave 2.7 Radioaktivitet hos sau

Nedenfor finner du resultatet av en modellberegning for lam som går på beite i et område som er belastet med nedfall av  $^{137}\text{Cs}$ . (Hentet fra tidsskriftet *Sau og geit*.) Teksten til figuren er også gjengitt.

Beitesesongen er satt til 120 dager. Etter dette settes det inn spesielle "tiltak"; f. eks. at dyra går på et beite som ikke er forurenset med cesium eller at det gis spesielle fôrtilsetninger som binder cesium.



Vi ser her at innholdet i dyrekroppen springer raskt oppover ved tilførsel av cesium (Cs) Etter 20 dager har vi allerede passert halvparten av sluttnivået, og etter vel en måned kanskje  $2/3$  eller  $3/4$ . Det hjelper således svært lite med tidlig sanking utover den tid man trenger til utrensingen. Dersom man kan klare å få ned halveringstiden til 15 dager for lam, vil det ta ca. en måned å bringe aktiviteten ned fra 2000 til 500 Bq. Dersom en ved hjelp av medikamenter kunne komme ned på ti dagers biologisk halveringstid, vil en klare seg med 20 dager.

Følgende forutsetninger ligger til grunn for denne modellberegningen:

- Effektiv halveringstid for  $^{137}\text{Cs}$  hos sau på beite er 30 døgn
- Lammets vekt er konstant lik 40 kg
- Mens lammet er på beite spiser det hver dag gras med en samlet aktivitet på 2000 Bq fra  $^{137}\text{Cs}$ , dvs. 50 Bq/kg kroppsvekt.

a) Forklar kvalitativt formen på kurven under beitesesongen. (Det at kurven flater ut.)

b) Dersom vi skal regne eksakt på denne modellen, må vi løse ei *differensialligning*, men vi kan også med god tilnærming beregne hvordan aktiviteten hos lammet utvikler seg dag for dag. (En såkalt *numerisk løsning*.) Vi må ta hensyn til at aktiviteten fra cesium som ble spist for en tid siden har avtatt samtidig som det hver dag tilføres "ferskt cesium". Vi kan

ta hensyn til dette ved å multiplisere aktiviteten fra foregående dag med faktoren  $(1/2)^{\frac{1}{30}}$  og addere 50 Bq/kg for hver dag. Forklar hvorfor!

Lag et regneark som gjør dette i 120 døgn.

Fra 120 til 180 døgn lar du aktiviteten avta på vanlig måte; med en gitt effektiv halveringstid for tiltaksperioden, f. eks. 15 døgn.

Halveringstid og inntak pr. døgn skal være lette å endre.

Nedenfor ser du et påbegynt regneark.

	A	B	C	D	E
1	<b>Radioaktivitet hos sau</b>				
2					
3	Inntak pr. døgn (Bq/kg):		50		
4	Halv. tid på beite (døgn):		30		
5	Halv. tid med tiltak (døgn):		15		
6					
7	<b>Antall døgn</b>	<b>Aktivitet</b>			
8	1	50,0			
9	2	98,9			
10	3	146,6			
11	4	193,3			
12	5	238,8			
13	6	283,4			
14	7	326,9			

- c) Lag ei grafisk framstilling av aktiviteten tilsvarende den som er gitt i innledningen til oppgaven.
- d) Den såkalte tiltaksgrensen for kjøtt (unntatt reinkjøtt) er 600 Bq/kg. Dersom aktiviteten overstiger denne verdien, så kan ikke kjøttet omsettes. Bruk tabellen eller grafen til å finne hvor lang tid det går fra lammet er sluppet på beite til tiltaksgrensen nås.
- e) Eksperimenter med forskjellige verdier for effektiv halveringstid i tiltaksperioden og se om tida det tar for aktiviteten å avta til 500 Bq/kg stemmer med det som er diskutert i teksten til figuren.

### Oppgave 2.8 Varmluftballongens løftekraft

I denne oppgaven skal vi beregne løftekrafta til en varmluftballong. Med løftekraft mener vi ”brutto løftekraft”; dvs. denne krafta må også brukes for å løfte hylster, brenner osv. – ikke bare passasjerer.

- a) Vis at ved normalt lufttrykk,  $p_0$ , er løftekrafta gitt ved

$$F = Vg\rho_0 T_0 \left[ \frac{1}{T_y} - \frac{1}{T_i} \right]$$

Du trenger her Archimedes lov. Bruk også at ved konstant trykk så er tettheten til en gass gitt ved

$$\rho = \rho_0 \frac{T_0}{T}$$

Utleid denne formelen fra tilstandslikninga.

$T_y$ : Temperatur utafor ballongen

$T_i$ : Temperatur inni

$V$ : Ballongens volum

$g$ : Tyngdeakselerasjonen,  $9,81 \text{ m/s}^2$

$\rho_0$ : Tetthet av luft i normaltstanden,  $1,29 \text{ kg/m}^3$

- b) Vi skal anvende formelen i pkt a) på en varmluftballong av silkepapir. Vi ser på en ”standardballong” laget av 12 ark silkepapir (f. eks. slik som beskrevet i dataprogrammet ”Fysikk med Varmluftballong”). Volumet for en slik ballong er målt/beregnet til  $0,44 \text{ m}^3$  (440 l).

Lag en tabell over løftekrafta til ballongen når utetemperaturen er  $5^\circ\text{C}$  og temperaturen i



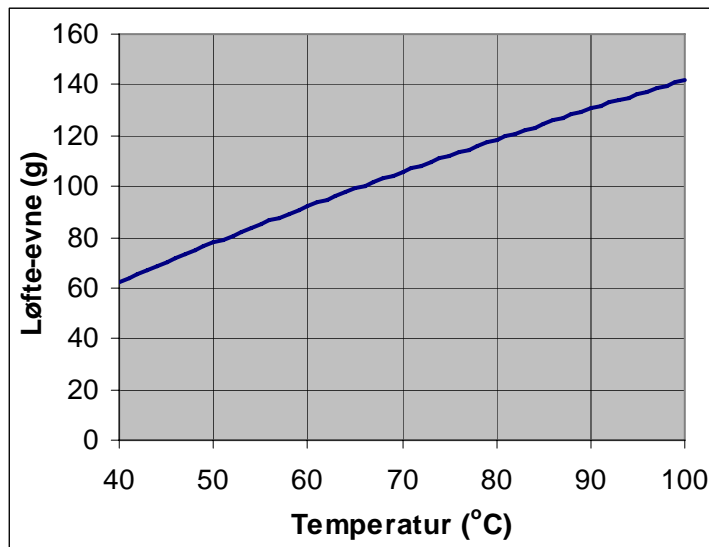
ballongen varierer fra 40°C til 100°C. For silkepapirballonger kan det være praktisk å få oppgitt løfte-evne i gram (g). Husk at formlene i pkt a) er basert på temperaturer gitt i grader kelvin.

I regnearket bør verdiene for utetemperatur og volum legges i egne celler utenfor tabellen slik at de er enkle å endre.

Nedenfor er første del av en slik tabell vist.

	A	B	C
1	<b>Løfte-evne for silkepapirballong</b>		
2			
3	Utetemp. (°C)	5	
4	Volum (m <sup>3</sup> )	0,44	
5			
6	<b>Temp. i ball. (°C)</b>	<b>Løftkraft (N)</b>	<b>Løfte-evne (g)</b>
7	40	0,611	62
8	41	0,627	64
9	42	0,642	65
10	43	0,658	67
11	44	0,673	69
12	45	0,688	70
13	46	0,703	72

- c) Lag ei grafisk framstilling av hvordan løftkrafta varierer med temperaturen i ballongen; f.eks. slik som vist nedenfor.



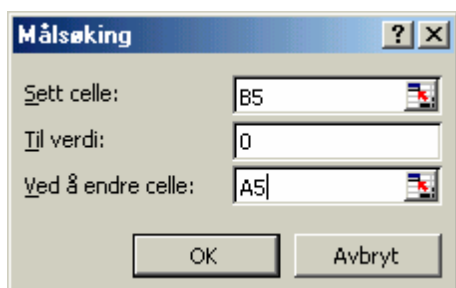
- d) For silkepapirballonger som bare varmes opp på bakken, kan vi vurdere resultatene i pkt. b) og c) i forhold til praktiske erfaringer:  
Ballonghylsteret kan veies og temperaturen måles under oppvarmingen ved å stikke et termometer gjennom silkepapiret i øvre halvdel av ballongen.  
Prøv å kjenne etter når ballongen har ”nok løft til å ville ta av” og les av temperaturen!
- e) Sett inn volumverdien  $V = 1590 \text{ m}^3$  i regnearket. (Dette er volumet av ballongen du flyr med i dataprogrammet ”Fysikk med Varmluftballong”). Sammenlign din graf med Løftdiagrammet i ”Fysikk med Varmluftballong”. (Legg ev. inn en omregning fra g til kg)



	A	B	C	D	E
1					
2	$f(x) = x^3 - 9x^2 + 24x - 20$				
3					
4	x	f(x)			
5	0	-20	=A5^3-9*A5^2+24*A5-20		
6					

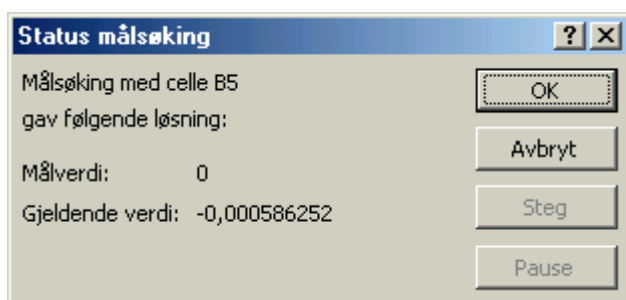
Formel for tredjegradsfunksjonen lagt inn i regneark.

For å løse ligningen  $f(x) = 0$  ved hjelp av målsøking velger vi *Verktøy – Målsøking* fra menyen. Dialogboksen *Målsøking* som kommer opp er nærmest selvforklarende, og er fylt ut i figuren nedenfor.



Dialogboks for å spesifisere kravene under Målsøking.

Kort tid etter at vi har klikket på OK, kommer dialogboksen *Status Målsøking* opp. Excels forslag til løsning  $x_1^0 = 1,986\dots$  vises i celle A5. Her lar vi  $x_1^0$  betegne den tilnærmede løsningen nær den eksakte løsningen  $x_1 = 2$ . Antall desimaler som vises i løsningen vil avhenge av hvor mange desimaler vi har formatert cella til. Verdien av  $f(x_1^0)$  vises både i dialogboksen og i celle B5 og er her nokså nær null (-0,000586252) slik vi ønsket. Er vi fornøyd med denne løsningen, klikker vi på OK for å beholde den.



Dialogboksen *Status målsøking* viser resultatet.

Dersom vi ønsker å øke presisjonen i beregningen, kan vi fra hovedmenyen i Excel gå inn på *Verktøy – Alternativer* og velge skillearket *Beregning*. Da kan vi øke *Maks. antall gjentakelser* (antall iterasjoner) og redusere *Maks. endring* (Hvor stor endring som skal tillates mellom to iterasjoner før regne-prosessen stoppes.) Dersom du fikk andre svar enn de som er beskrevet i eksempelet ovenfor, så kan det skyldes at disse innstillingene er annerledes på din datamaskin.

I naturfaglige beregninger vil presisjonen sjelden være noe problem. Her arbeider vi uansett med data beheftet med måleusikkerhet.

I ei ligning med flere løsninger vil startverdien for  $x$  være avgjørende for hvilken løsning den



