UiT Norges arktiske universitet

Fakultet for naturvitenskap og teknologi
Institutt for matematikk og statistikk

«Hva legger du merke til?»

En studie av hvordan faglige meningsbrytninger mellom elever styrker demokratilæringen i matematikk

Lucas Palmer

Masteroppgave i matematikk ved lektorutdanningen trinn 8-13, MAT-3907, Juni 2022

Forord

Denne masteroppgaven markerer slutten på mitt studieløp. Skriveprosessen har vært en lærerik og tidvis krevende reise. Det har vært mye prøving og feiling som har gått inn i å lage oppgaven slik som den fremstår i dag, men hvert steg har ført til viktige refleksjoner og tankeprosesser jeg ikke ville vært foruten. Få ordtak passer så godt som *det tar en landsby*, og det er mange som fortjener en ekstra takk.

Først og fremst ønsker jeg å takke min dyktige og engasjerte veileder Anne Birgitte Fyhn som har bidratt med gode råd og tilbakemeldinger gjennom hele skriveprosessen. Dine innspill og tro på oppgaven har vært med på å drive denne oppgaven fremover, og for det er jeg veldig takknemlig.

Videre vil jeg takke lærerne ved skolen som lot meg ta del i deres timer for å observere og lære. Deres lidenskap for å undervise har vært utrolig inspirerende for en straks ferdigutdannet lektorstudent. Ikke minst ønsker jeg å takke elevene som bidro med reflekterte samtaler og et åpent sinn. Denne oppgaven hadde ikke blitt til uten dere.

Til slutt retter jeg en stor takk mot lesesalkamerater, støttespillere og venner som har stilt opp med oppmuntrende ord og nødvendige avbrekk når skriveprosessen ble tung. De lange dagene og sene kveldene hadde ikke vært det samme uten dere.

Sammendrag

Med en verden som stadig blir mer komplekst og konstant er i endring, settes det nye krav til kompetansen elevene trenger for å navigere seg i fremtidens kunnskapssamfunn. Et av de identifiserte områdene fagfornyelsen LK20 vektlegger er *demokrati og medborgerskap*. Demokratilæringen skal legge grunnlaget for at elevene kan ta stilling til valg som påvirker dem selv, samt det lokale og det globale samfunnet de er en del av. I tillegg skal elevene være i stand til å møte utfordringer og diskusjoner i tråd med demokratiske prinsipper.

Denne oppgaven ønsker å studere hvordan faglige meningsbrytninger mellom elever i matematikk kan brukes som et verktøy for å styrke demokratilæringen ved å tilrettelegge for de fire demokratiske kvalitetene *evnen til å håndtere meningsbrytninger*, *likeverd*, *respekt for uenighet* og *kritisk tenkning*. Dette undersøkes som en kasusstudie hvor samtaler mellom to ungdomsskoleelever som arbeider med undersøkelseslandskaper som omhandler «ren» matematikk analyseres. Samtalene deres dokumenteres gjennom lydopptak og anonymiseres under transkripsjonen, før meningsbrytningene som oppstod underveis analyseres med fokus på tilstedeværelsen av de identifiserte demokratiske kvalitetene.

Deltagerne demonstrerte alle de fire demokratiske kvalitetene i samtlige av de faglige meningsbrytningene som oppstod under arbeidet med de abstrakte matematikkoppgavene. Dette indikerer at matematikk har potensialet til å spille en sentral rolle i skolens demokratilæring. Ved å ta i bruk undersøkelseslandskaper stilles det høyere krav til dialogisk lytting og resonnering mellom elevene, som er viktige komponenter av å møte underfordringer i tråd med de demokratiske prinsippene. I tillegg oppstår det flere faglige meningsbrytninger som elevene må navigere selv gjennom kritisk tenkning og respekt for uenighet i et likeverdig læringsmiljø. Økt bruk av gruppearbeid med undersøkelseslandskaper i matematikkundervisningen vil derfor kunne styrke utviklingen av egenskaper, ferdigheter og holdninger som elvene trenger for å bli demokratiske medborgere i et komplekst kunnskapssamfunn.

Innholdsfortegnelse

Figurliste

Tabelliste

1 Innledning

I læreplanen for matematikk er det gitt at «[m]atematikk skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i utforskning og problemløsning» (Kunnskapsdepartementet [KD], 2019a, s. 2). Det finnes mange tolkninger på hvordan skolen og matematikklærere kan legge til rette for denne forberedelsen; ulike oppgaver, lærebøker eller undervisningsstrategier, for å nevne noen. En av undervisningsformene som kan styrke elevenes evne til å bli aktive deltagere i fremtidens samfunn og arbeidsliv er undervisning med fokus på en helhetlig inklusjon av det tverrfaglige temaet «demokrati og medborgerskap». Denne masteroppgaven søker mot å besvare i hvor stor grad undersøkelseslandskaper kan være et nyttig verktøy for å skape faglige meningsbrytninger mellom elevene hvor de må praktisere demokratiske kvaliteter, og videre hvilken verdi disse meningsbrytningenes har med hensyn til det tverrfaglige teamet «demokrati og medborgerskap» i matematikk.

1.1 Bakgrunn og valg av oppgave

I *Fremtidens skole* (NOU 2015:8) fokuseres det på hvordan samfunnet endrer seg mot å bli mer komplekst og mangfoldig, og at denne endringstakten konstant øker. Samfunnet vi beveger oss mot betegnes som et kunnskapssamfunn. Endringene gjør at egenskapene skolen skal promotere også må endres for at skolen skal tilfredsstille sitt samfunnsmandat, hvor det er gitt at elevene skal «utvikle kunnskaper, ferdigheter og holdninger for å mestre egne liv og for å kunne delta i arbeid og fellesskap i samfunnet» (Opplæringslova, 1998, § 1-1). En av måtene dette gjøres på i fagfornyelsen er ved å innføre de tre tverrfaglige temaene «folkehelse og livsmestring», «demokrati og medborgerskap» og «bærekraftig utvikling» (KD, 2017). De tverrfaglige temaene er satt ut ifra hva som ansees til å være viktige samfunnsutfordringer som elevene må få en økt innsikt i for å kunne bidra til positive samfunnsendringer på en lokal og global skala. For å gi en konseptuell og helhetlig forståelse skal de tre tverrfaglige temaene inkorporeres i alle fag.

Det tverrfaglige temaet «demokrati og medborgerskap» i matematikk knyttes i stor grad opp mot statistikk og modellering i læreplanen for matematikk i grunnskolen. Søkelyset rettes mot hvordan matematikk brukes i hverdagslivet, media og politiske samfunnsdebatter. Dette kommer for eksempel til syne i beskrivelsen av demokrati og medborgerskap i matematikk, hvor målet er å «gi elevene kompetanse i å utforske og analysere funn fra reelle datasett og tallmaterialer fra natur, samfunn, arbeidsliv og hverdagsliv. Videre handler det om at elevene lærer å vurdere hvor gyldige slike funn er [og] gjøre elevene bevisste på forutsetninger og premisser for matematiske modeller som ligger til grunn for beslutninger i deres eget liv og i samfunnet» (KD, 2019a, s. 4).

Leser man derimot matematikkfagets relevans for grunnskolen finner man flere andre kvaliteter ved matematikkundervisningen som er essensielle for at elever skal kunne delta i et samfunn som demokratiske medborgere, blant annet «[k]ritisk tenkning i matematikk omfatter kritisk vurdering av resonnementer og argumenter og kan ruste elevene til å gjøre egne valg og ta stilling til viktige spørsmål i sitt eget liv og i samfunnet.» (KD, 2019a, s. 2). *Kritisk tenkning* er et av fire kvalitetene som er belyst som spesielt viktig for demokratilæringen i den overordnede delen av læreplanen, sammen med *evnen til å håndtere meningsbrytninger*, *respekt for uenighet* og *likeverd* (KD, 2017; Lenz, 2020). Denne oppgaven ønsker derfor å undersøke hvordan de fire kvalitetene i større grad kan inkorporeres i matematikkundervisningen for å styrke demokratilæringen.

Interessen for dette feltet av matematikkdidaktikk stammer fra mine egne erfaringer i møtet med matematikk på universitetet. Gjennom både grunnskolen og videregående hadde matematikk stort sett handlet om å følge oppskriften for hvordan en oppgave skal løses presentert av en lærer eller pensumbok for å løse flest mulig oppgaver riktig på kortest mulig tid. Dette endret seg når jeg startet på universitetet. Matematikkemnene handlet ikke lengre om å pugge standardiserte metoder og løse repetitive oppgaver, men heller om å sammenhenger mellom ulike konsepter og kunne anvende matematikken i nye og ukjente situasjoner. Endringen krevde at jeg måte ta i bruk studentnettverket rundt meg, og jeg begynte å diskutere pensumet med medstudentene mine. Gjennom de faglige samtalene fikk jeg en helt annen forståelse av matematikk, og opplevde også at synet mitt på matematikk som fag ble utfordret. Som lektorstudent og fremtidig lærer ble jeg umiddelbart interessert i fordelene med å snakke om matematikk, og begynte å fordype meg i fagfeltet kritisk matematikkundervisning. Dette har inspirert meg til å videre utforske matematikkfagets samfunnsposisjon i denne masteroppgaven, med et fokus på hvordan matematikkundervisningen kan styrke elevenes demokratilæring.

1.2 Formål og problemstilling

Det er mange måter de fire demokratiske kvalitetene kritisk tenkning, evnen til å håndtere meningsbrytninger, respekt for uenighet og likeverd kan inkluderes i matematikkundervisningen. Trolig vil en av de mest effektive undervisningsformene være å skape rom for faglige diskusjoner og uenigheter i matematikk, hvor de demokratiske kvalitetene blir nødvendige verktøy for elevene som må navigere de oppståtte meningsbrytningene. Problemstillingen som jeg ønsker å undersøke i denne oppgaven er dermed: *hvordan kan faglige meningsbrytninger mellom elever styrke det tverrfaglige temaet «demokrati og medborgerskap» i matematikkundervisningen?*

Som lektorstudent, ønsker jeg å gi mine fremtidige elever en matematikkundervisning som har en nytteverdi for dem, uavhengig av deres fremtidige jobb- og studievalg. For noen vil det demokratiske utbytte være det mest nyttige fra matematikkundervisningen, mens for andre vil den matematiske fagkunnskapen i seg selv være minst like viktig. Ved å skape en læringskultur og klasseromskultur preget av undersøkende samtaler, vil elevene ha et godt grunnlag for å selvstendig kunne videreutvikle sine matematiske ferdigheter og se sammenhengene mellom konsepter innad i faget og mellom matematikk og deres opplevde virkelighet (NOU 2015:8). Samtidig vil det tilrettelegges for en mer helhetlig demokratilæring i matematikk siden de undersøkende samtalene kan stimulere til meningsbrytninger mellom elevene. Målet med oppgaven er dermed å kartlegge for meg selv hvordan jeg kan provosere frem faglige meningsbrytninger som styrker demokratilæring i matematikk, slik at matematikkundervisningen også har en nytteverdi for elevene som ikke har like stort utbytte av all den matematiske fagkunnskapen som gjennomgås.

1.3 Oppgavens struktur og oppbygning

Oppgaven vil først søke mot å finne potensialet for at elevene kan utvikle ønsket demokratisk kompetansen ved å ta i bruk undersøkelseslandskap for å skape faglige meningsbrytninger. Dette vil gjøres gjennom didaktikkteoretisk forskning om hvordan læring foregår i samtaler med andre, og hvilke samtaleformer man kan forvente oppstår i matematikk. Fokuset vil rettes mot *inquiry co-operation* samtaler (IC-samtaler) på grunn av samtaleformens undersøkende natur. Videre vil de ulike stadiene i IC-samtaler kobles opp mot de fire kvalitetene *kritisk tenkning*, *respekt for uenighet*, *evnen til å håndtere meningsbrytninger* og *likeverd*.

Funnen fra det teoretiske rammeverket vil etterprøves ved å analysere to elevers samtaler mens de arbeider med sammen med undersøkelseslandskaper. I metodekapittelet vil det gjøres rede for hvilke rammebetingelser den kvalitative kasusstudien foregikk under, mens funnene gjennomgås i analysen. Diskusjonskapittelet vil deretter gjøre rede for hvorvidt funnene samsvarer med etablert matematikkdidaktisk teorien, samt resultatenes relabilitet og validitet.

1.4 Begreper og forkortelser

Demokratiske kvaliteter: evnen til å håndtere meningsbrytninger, respekt for uenighet, kritisk tenkning og likeverd

IC-samtaler: Inquiry Co-operation samtaler

IRF-samtaler: Initiativ – Response – Feedback samtaler

2 Teori

Dette kapittelet tar for seg det nødvendige teoretiske rammeverket for å besvare oppgavens problemstilling *hvordan kan faglige meningsbrytninger mellom elever styrke det tverrfaglige temaet «demokrati og medborgerskap» i matematikkundervisningen?* og fagstoffet som ligger i grunn for analysene av elevsamtalene. Først vil det redegjøres for hva som legges i begrepene «demokrati» og «medborgerskap» i skolesammenheng og spesifikt i matematikkundervisningen. Videre vurderes læringsutbytte av ulike samtaleformer i matematikk, og hvilke resonneringsformer som forventes. Oppgaven vil ha et fokus på IC-samtaler mellom elever med mål å skape faglige meningsbrytninger ved bruk av undersøkende matematikkundervisning. Teorikapittelet vil derfor også ta for seg hva som legges i begrepet undersøkende undervisning og undersøkelseslandskaper, samt hvordan undersøkelseslandskaper kan brukes for å skape IC-samtaler som styrker en helhetlig demokratilæring i matematikk.

2.1 Demokrati og medborgerskap

Under innførselen av fagfornyelsen ble det bestemt at et av de tre tverrfaglige temaene som skulle inkorporeres i alle skolefag for å forberede elevene på et samfunn i utvikling er *demokrati og medborgerskap*. Gjennom en tverrfaglig forståelse av demokrati og medborgerskap vil elevene være bedre rustet til å kunne bli aktive medborgere som tar valg som ganger samfunnet på et lokalt, nasjonalt og internasjonalt nivå (KD, 2017). For å vurdere hvordan matematikkundervisningen kan bidra til å realisere denne målsettingen er det essensielt å få en helhetlig forståelse av som legges i begrepene «demokrati» og «medborgerskap», samt hvilke kvaliteter som vektlegges i skolens demokratilæring.

2.1.1 Demokrati og medborgerskap i skolen

I den overordnede delen av læreplanen er det under delkapittelet *demokrati og medborgerskap* beskrevet at «[s]kolen skal stimulere elevene til å bli aktive medborgere, og gi dem kompetanse til å delta i videreutviklingen av demokratiet i Norge» (KD, 2017, s. 13), men det er ikke definert hva som legges i begrepene «aktive medborgere» eller «demokrati». De mest brukte teoretiske definisjonene av demokrati beskriver et demokratisk styresett (Collier & Levitsky, 1997), som også er definisjonen brukt i det store norske leksikon:

> Demokrati, også kalt folkestyre, er en styreform der folket, forstått som landets voksne innbyggere velger representanter som utformer lovene og tar viktige politiske beslutninger. I et demokrati kan innbyggere også selv delta i utformingen av de politiske vedtakene. Mer generelt betyr demokrati at innbyggerne deltar aktivt i viktige politiske beslutningsprosesser og har like rettigheter til å delta (Hovde et. al., 2021).

Dette skiller seg derimot fra folks oppfatning av hva demokrati innebærer, hvor studier viser at europeere stort sett heller definerer demokrati som beskyttelse av politisk frihet og borgerrettigheter, med fokus på likestilling, fremfor de politiske prosessene knyttet til styresettet (Pew Research Center, 2019). Det antas i denne oppgaven at læreplanen tar utgangspunkt i en kombinasjon av de ulike tolkningene av demokrati med ordleggelsen «videreutviklingen av demokratiet i Norge» (KD, 2017, s.13), hvor demokratiet refererer til et politisk styresett som beskytter politisk frihet, borgerrettigheter og likestilling.

Valget av definisjon for demokrati vil også forme hva som legges i begrepet «aktivt medborgerskap» som skolen har som mål å forberede elevene til. Det finnes derfor også mange definisjoner på aktivt medborgerskap, men felles for alle er at det forventes at en aktiv medborger kan ta del i et større fellesskap hvor det er en felles sak som skal forhandles og avgjøres (Lenz, 2020). Dette innebærer at elevene lærer seg å ta ansvar for viktige samfunnsproblemer på et lokalt, nasjonalt og globalt nivå, i tillegg til saker som dukker opp i et digitalt medborgerskap. Formålet, omfanget og implikasjonene av de ulike sakene vil variere, noe som krever en omfattende og helhetlig demokratilæring som gir elevene de nødvendige redskapene for å kunne ta stilling til ulike hendelsene. Under demokrati og medborgerskap i den overordnede delen av læreplanen står det videre at «[o]pplæringen skal gi elevene kunnskaper og ferdigheter til å møte utfordringer i tråd med demokratiske prinsipper» (KD, 2017, s. 13) ved å «øve opp evnen til å tenke kritisk, lære seg å håndtere meningsbrytninger og respektere uenighet». Dermed belyses *kritisk tenkning*, *evnen til å håndtere meningsbrytning* og *respekt for andres meninger* som viktige prinsipper for demokratisk medborgerskap i læreplanen. I tillegg beskriver Lenz (2020) *likeverd* som en essensiell del av demokratilæringen i norske skoler.

Lenz (2020) beskriver videre tre ulike tilnærminger til demokratilæring i skolen; demokratilæring om demokratiet, demokratilæring gjennom demokratiet og demokratilæring for demokratiet. I demokratilæring om demokratiet vektlegges fagkunnskaper om demokratiet og de ulike demokratiske institusjonene, demokratiske prosesser og deltagelsesformer, samt ulike politikkområder. Demokratilæring gjennom demokratiet fokuserer derimot på at elevene skal oppleve og ta del i demokratiske prosesser som beskrevet den overordnede delen av læreplanen som «[elevene] skal få erfaring med og praktisere ulike former for demokratisk deltagelse og medvirkning, både i det daglige arbeidet i fagene og gjennom for eksempel elevråd og rådsorganer» (KD, 2017). Dette innebærer at de tar del i komplekse sosiale og kommunikative prosesser som baserer seg på deres kognitive, emosjonelle og sosiale evner (Lenz, 2020). Den siste formen for demokratilæring er demokratilæring for demokratiet, som er mer fremoverrettet. Dette er demokratilæring som søker mot å forberede eleven for konkrete demokratiske handlinger i og utenfor skolen ved å bygge opp deres demokratiske handlingskompetanse og motivasjonsaspekt. Dermed sikter demokratilæring for demokratiet mot å øke motivasjonen og kompetansen til elevene til å ta del i meningsbrytninger og beslutningsprosesser på en demokratisk måte. Jeg vil ha et særlig fokus på hvordan de to siste formene for demokratilæring som kan foregå gjennom undersøkende matematikkundervisning.

2.1.2 Demokrati og medborgerskap i matematikkfaget

Skovmose (2004) kartlegger de demokratiske sidene av matematikkfaget i fagfeltet kritisk matematikkundervisning (eng: Critical Mathematics Education). Mens matematikk tradisjonelt sett har blitt kategorisert som et objektivt og nøytralt fagfelt, ser kritisk matematikkundervisning på matematikkens sosiopolitiske rolle (Ernest, Sriraman & Ernest, 2016). Matematikkens samfunnsposisjoner har gitt matematikk makten til å definere hva samfunnet, teknologien og individet kan og burde gjøre. Dette gir matematikk en sentral rolle i sosial inklusjon og eksklusjon i samfunnet (Skovmose, 2004). Den demokratiske og sosial-politiske rollen til matematikk er ikke fastsatt og vil endres over tid og kontekster, men på grunn av matematikken samfunnsposisjon er det viktig at elevene får en helhetlig forståelse av matematikken og hvordan den påvirker samfunnet for øvrig. Målet i kritisk matematikkundervisning er dermed å øke det sosio-politiske engasjementet i matematikkundervisningen gjennom å møte ulike meninger og tilnærminger i matematikk med åpenhet, dialoger og kritisk tenkning (Ernest, Sriraman & Ernest, 2016).

I læreplanen i matematikk for 1 – 10. trinn er det gitt:

> I matematikk handler det tverrfaglige temaet demokrati og medborgerskap om å gi elevene kompetanse i å utforske og analysere funn fra reelle datasett og tallmaterialer fra natur, samfunn, arbeidsliv og hverdagsliv. Videre handler det om at elevene lærer å vurdere hvor gyldige slike funn er. Slik kompetanse er viktig å for å kunne formulere egne argumenter og delta i samfunnsdebatten. Faget skal gjøre elevene bevisste på forutsetninger og premisser for matematiske modeller som ligger til grunn for beslutninger i deres eget liv og i samfunnet. (KD, 2019a, s.4)

Dette kan tolkes som at fokuset for demokratilæring i matematikk i læreplanen er kritiske analyser av datasett og representasjonene deres som brukes i samfunnsdebatter, og knyttes hovedsakelig opp mot politiske debatter. Det vil derfor kunne kategoriseres som demokratilæring om demokratiet, siden fokuset er på hvordan matematikk brukes for å påvirke demokratiet. Dette er et snevert syn på hvordan matematikk konkret kan bygge opp egenskaper som kan gjøre elevene til aktive medborgere som kan videreføre og videreutvikle demokratiet i Norge.

Ser man på matematikkfagets relevans i læreplanen fokuseres det på kritisk tenkning i matematikk, og hvordan det kan ruste eleven til å ta egne valg og ta stilling til viktige spørsmål, som demonstrert i utdraget nedenfor.

> Matematikk er et sentralt fag for å kunne forstå mønstre og sammenhenger i samfunnet og naturen gjennom modellering og anvendelser. Matematikk skal bidra til at elevene utvikler et presist språk for resonnering, kritisk tenkning og kommunikasjon gjennom abstraksjon og generalisering. Matematikk skal forberede elevene på et samfunn og arbeidsliv i utvikling ved å gi dem kompetanse i utforsking og problemløsing. […] Kritisk tenkning i matematikk omfatter kritisk vurdering av resonnementer og argumenter og kan ruste elevene til å gjøre egne valg og ta stilling

> til viktige spørsmål i sitt eget liv og i samfunnet. Når elevene får tid til å tenke, reflektere, resonnere matematisk, stille spørsmål og oppleve at faget er relevant, legger faget til rette for kreativitet og skapertrang. Matematikk skal bidra til at elevene utvikler evne til å jobbe selvstendig og samarbeide med andre gjennom utforsking og problemløsing, og kan bidra til at elevene blir mer bevisste på sin egen læring. Når elevene får mulighet til å løse problemer og mestre utfordringer på egen hånd, bidrar dette til å utvikle utholdenhet og selvstendighet. (KD, 2019a, s. 2)

Dette vil være en form for demokratilæring for demokratiet, hvor elevene tilegner seg egenskaper som gjør de i stand til å ta egne valg som er positive for dem og samfunnet. Kritisk tenkning er en av de fire verdiene som forbereder elevene til å handle som demokratiske medborgere og ta valg basert på demokratiske prinsipper i kjente og ukjente kontekster. Også de tre andre demokratiske verdien: evnen til å håndtere meningsbrytning, respekt for uenighet og likeverd, kan videreutvikles gjennom matematikkundervisning, og vil dermed kunne bidra til demokrati for demokratiet. Dette impliserer at matematikkundervisningen har et tilsynelatende større potensial for demokratilæring enn det som kommer frem i læreplanen. En av måtene de fire demokratiske verdiene kan ivaretas på er ved å skape læringssamtaler hvor elever utsettes for situasjoner som krever at de praktiserer de fire demokratiske kvalitetene i matematikkundervisningen. Dette vil kreve en form for samhandling og dialog mellom medelever som har ulike meninger.

2.2 Læring gjennom matematikksamtaler

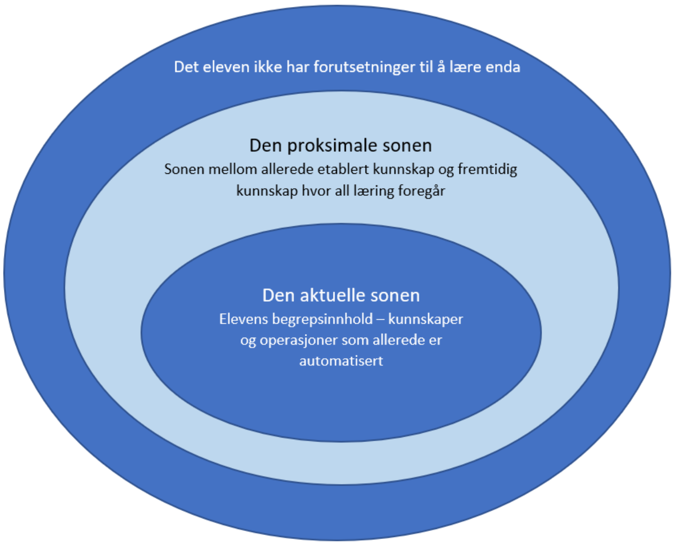
Tradisjonell matematikkundervisning har i stor grad bestått av lærerstyrte forklaringer med tavlen, etterfulgt av at elever arbeider selvstendig med lignende oppgaver i matematikklærebøkene (Johnsen-Høines & Alrø, 2013). Med fagfornyelsens kjerneelementer legges det derimot mer vekt på elevenes resonnering, argumentasjon og kommunikasjon i matematikk (KD, 2019a). Dermed vil et økt fokus på samtaler med og mellom elever være en naturlig utvikling av skolematematikken. Dette avsnittet vil kartlegge hvordan matematikksamtaler kan brukes som et verktøy for læring, og hvilke samtaleformer som kjennetegner matematikklasserommet. Selv om alle faglige elevsamtaler vil ha potensial for læring, vil noen samtaleformer ha et større læringspotensial enn andre (Johnsen-Høines & Alrø, 2013), både med tanke på elevens utvikling av matematikkfaglig kompetanse og deres demokratilæring.

2.2.1 Sosiokulturell læringsteori

Det er et stort potensial for at læring kan skje i matematikk gjennom elevsamtaler. Psykologen Lev Vygotskij (1896 – 1934) er ansett som grunnleggeren av sosiokulturell læringsteori, en læringsteori som vektlegger utvikling av kunnskap og læring i samspill med andre mennesker (Johnsen-Høines, 2020). For å beskrive kunnskap skiller Vygotskij mellom *begrepsinnhold* og *begrepsuttrykk*. *Begrepsinnhold* er definert som alle tankene og meningene et individ har om ting, andre individ og forholdet mellom dem. Dette kan dermed betraktes som individets subjektive oppfattelse av deres opplevelser, forklaringer på ulike fenomener og kunnskap innenfor og på tvers av fagfelt. *Begrepsuttrykk* beskriver hvordan individet uttrykker sitt begrepsinnhold. Forskjellen mellom begrepsinnhold og begrepsuttrykk kan illustreres ved et eksempel hvor læreren forklarer til en klasse hva en likning er for noe. Elevenes oppfattelse av kunnskapen som læreren forsøker å formidle vil være deres begrepsinnhold. Den er subjektiv, og vil formes av elevenes tidligere kunnskap og erfaringer både i og utenfor matematikktimene. Når en elev forsøker å videreformidle hva likninger er til noen andre som ikke var til stede i timen, vil det de sier underveis i forklaringen være elevens begrepsuttrykk.

Johnsen-Høines (2020) beskriver videre hvordan elever veksler mellom begrepsinnhold og begrepsuttrykk når de snakker sammen. Mens begrepsinnhold betraktes som elevens tanker, vil begrepsuttrykk være tenkningens sosiale uttrykk. Dermed blir språk et redskap for å kommunisere egne opplevelser med omverdenen. Språket man bruker er avgjørende for å kunne uttrykke seg og gjøre seg forstått av medelever. Det er fire faktorer som er avgjørende for elevenes valg av begrepsuttrykk. Den første faktoren er hvilket språklige utrykk som eleven føler det er lettest å anvende for å formidle begrepsuttrykket. Videre vil formidleren bruke et språk som de selv vurderer til å gi en tolkning nærmest mulig deres begrepsinnhold for mottakeren. For å kunne gjøre dette, vil de ofte benytte seg av språkformene som samtalepartneren viser tegn til å foretrekke, som er den tredje påvirkende faktoren for elevens begrepsuttrykk. Den siste forklarte faktoren er hvor kjent og trygg eleven opplever at ulike språkformer er. Begrepsuttrykket til elever vil utvikle seg over tid, som kjennetegner læring.

Hvis vi går tilbake til eksempelet fra forrige avsnitt vil elever som nettopp ha lært om likninger trolig bruke et annet begrepsuttrykk enn elever som har arbeidet med likninger over lengre tid.



Figur 2.1: Visualisering av Vygotskjis læresoner

Uavhengig av hvordan elevene velger å uttrykke seg, vil deres begrepsuttrykk kunne bidra til at de utvider, utdyper og utvikler sin begrepsforståelse, som er hvorfor Vygotskij mente at all læring og utvikling skjer i samspill med andre. En samtale som har potensialet for læring betegnes som en læringssamtale (Johnsen-Høines & Alrø, 2013). For å illustrere hvordan læring foregår i samspill med andre, skiller Vygotskij mellom to ulike kunnskapssoner som illustreres i Figur 2.1. Den aktuelle sonen er kunnskap som allerede har blitt etablert, og inneholder dermed all kunnskap og operasjoner som allerede er automatisert hos eleven, altså deres begrepsinnhold. Mellom den aktuelle sonen og det eleven ikke klarer, ligger den proksimale sonen. Dette kan betegnes om sonen mellom allerede etablert kunnskap og fremtidig kunnskap, og er dermed sonen hvor all læring foregår. Den eneste måten den proksimale sonen kan nås, er ved samarbeid og dialoger med andre hvor man veksler mellom å uttrykke egne begrepsuttrykk og å tolke andres. Samtaler blir derfor et viktig fenomen som bidrar til at elevene utvikler sin forståelse, sitt begrepsinnhold, får oppklart mulig misoppfatninger som kan ha skjedd underveis i tolkningen av andres begrepsuttrykk, og muliggjør nye sammenhenger og løsninger (Skaalvik & Skaalvik, 2018).

2.2.2 Tradisjonell matematikkundervisning og samtaler som kjennetegner den

Vygotskij sin læringsteori viser at det er et stort potensial for læring gjennom samtaler, men det kan stilles spørsmål ved om dette potensialet utnyttes til det fulle gjennom de samtalene som kjennetegner tradisjonell matematikkundervisninge. I tradisjonell matematikkundervisning har lærere kontroll over kunnskapen som formidles til elevene i form av valg av oppgaver, metoder og tilgjengelige redskaper som kan brukes for å løse oppgavene (Lilland, 2013). For hvert tema som undervises kontrollerer læreren elevenes forståelse i form av vurderinger, hvor oppgavene på prøven har samme ordlyd som øvingsoppgavene brukt i timene (Johnsen-Høines & Alrø, 2012). Alle oppgavene vil i tillegg ha en fasit laget av enten læreren eller boken som brukes for å kontrollere om elevene har løst oppgaven «riktig»[1] (Johnsen-Høines & Alrø, 2012). Dette er med på å skape en ujevn maktposisjon mellom lærere og elever, hvor lærere sees på som en dominerende autoritet som elevene sjeldent utfordrer. I tillegg flyttes fokuset i undervisningen mot å få rett svar på oppgaven gjennom standardiserte metoder fremfor økt forståelse og kreative løsninger (Alrø & Skovmose, 2002). Siden målet for undervisningen påvirker kommunikasjonsmønstrene, vil tradisjonelle undervisningsmetoder ha en effekt på samtalene som tar plass i matematikklasserommet, hvor den mest vanlige samtaleformen følger IRF-formatet (Johnsen-Høines & Alrø, 2013).

IRF-samtaler kjennetegnes av tre ulike stadier av samtalen; initiativ, respons og feedback. Under initiativ-stadiet vil læreren stille en elev eller en skoleklasse et spørsmål, og initierer dermed samtalen. Samtlige spørsmål stilt under initieringsfasen er lukkede spørsmål, som vil si at de har korte, entydige svar som er kjent for læreren på forhånd (Alrø & Skovmose, 2002). Når en elev svarer, har samtalen utviklet seg til respons-stadiet. Læreren vil i feedback-fasen følge opp svaret på ulike måter; ved å eksemplifisere resultatet, utvide og videre forklare elevens svar, rettferdiggjøre resonnementene eller ved gi tilleggsopplysninger som danner grunnlag for videre samtaler (Gamlem & Rogne, 2016). IRF-samtaler er godt egnet for å bekrefte elevenes forståelse og kontrollere faktuell kunnskap opp mot en vurdering, men kan oppfattes som både evaluerende og autoritær (Johnsen-Høines & Alrø, 2013). Dermed bygger IRF-samtaler opp under og støtter seg på det allerede etablerte maktforholdet mellom matematikklærere og elever i tradisjonell matematikkundervisning. I tillegg vil IRF-samtaler stoppe videre utvikling av tankeprosesser og kritisk tenkning, siden elevene ikke må evaluere holdbarheten av egne og andres matematiske resonnementer, som begrenser muligheten for en

[1] Denne formen for matematikkundervisning har tradisjonelt sett vurdert om oppgaver er rett eller ikke ved å se om de får samme resultat som fasiten. Den tar dermed ikke høyde for kreative og matematisk korrekte tankemåter, prosesser eller metoder som ikke nødvendigvis gir samme svar som fasiten, men fortsatt har mange verdifulle og riktige steg i fremgangsmåten som også reflekterer elevenes forståelse og matematiske kunnskap.

dypere forståelse av pensumet (Gamlem & Rogne, 2016). Likevel kan IRF-samtalene oppleves som trygge, fordi de er forutsigbare og kjent for både elever og lærere (Alrø & Skovmose, 2002).

Selv om IRF-samtalene kan fungere godt for noen undervisningssituasjoner, vil det ikke legge et godt grunnlag for demokratilæring for demokratiet eller demokratilæring gjennom demokratiet av flere grunner. Først og fremst forsterkes lærerens autoritative rolle når de konstant vurderer om elevenes svar stemmer eller ikke, noe som fører til at maktforholdet mellom samtalepartnerne ikke er likeverdige. Siden spørsmålene som stilles for å initiere samtalen av læreren er lukkede med korte fasitsvar, kreves det lite kritisk tenkning av elevene for å gi læreren svaret de leter etter. Dette påvirker også muligheten til å skape samtaler hvor elevene utsettes for meningsbrytninger og uenigheter. Siden samtalene først og fremst forekommer mellom elever og lærere, hvor lærere bestemmer hva som vurderes som rett, trenger ikke elevene å bygge opp egenskapene som kreves for å håndtere meningsbrytningene eller respektere uenigheter når læreren har en sterk autoritativ rolle som stopper faglige diskusjoner. I stedet vil elevene trolig godta lærerens svar og fremgangsmåter. For at matematikkundervisningen skal fungere som en verdifull og sentral del av demokratilæringen, er det derfor et behov for et klasserom preget av andre kommunikasjonsmønstre enn IRF-samtalene som man finner i tradisjonell matematikkundervisning.

2.2.3 IC-modellen: et alternativ til IRF-samtalene

En annen samtalemodell for elevsamarbeid i matematikk kalles inquiry co-operation (IC-samtaler), og har blitt kartlagt av Skovmose og Alrø (2002). IC-samtaler består av åtte ulike faser som oppstår under samtalen i ulike rekkefølger og kombinasjoner; å komme i kontakt (getting in contact), lokalisere (locating), identifisere (identifying), forhandle (advocating), høyttenkning (thinking aloud), reformulere (reformulating), utfordre (challenging) og evaluere (evaluating). Stort sett vil fasene overlappe hverandre, og kan være krevende å vurdere som separate elementer i elevsamtaler. Hver fase vil likevel beskrives separat for å få et overblikk over hva som kjennetegner de ulike fasene og oppsummeres i Tabell 2.1.

Med *å komme i kontakt* menes det at alle samtalepartnerne flytter fokuset mot oppgaven som skal løses og sammen danner et støttende læringsmiljø innad i gruppen. I et støttende læringsmiljø har alle like mulighet til å delta og bli ivaretatt, noe som krever gjensidig respekt, ansvarsfordeling og tiltro til hverandres egenskaper og evner. *Lokalisering* referer til at elevene forsøker å finne ut av noe nytt sammen. Dette kan være å oppdage nye innfallsvinkler på oppgaven, perspektiver på pensum eller fremgangsmåter som de ikke har tenkt på tidligere. Lokalisering krever at elevene stiller spørsmål som danner grunnlag for videre undersøkelser, forklaringer og hypoteser, samt at de lager resonnementer for eller mot videre undersøkelse av ulike vinklinger. De spørsmålene vil ha et «hva om»-format. Både før og etter lokalisering kan det være nødvendig for elevene å *identifisere* hva det er oppgaven handler om. Her blir «hva om»-spørsmålene til «hvorfor»-spørsmål, og fokuset skiftes over til hvorfor noen perspektiver og innfallsvinkler kan være gunstig å undersøke videre under oppgaveløsningen.

Når en elev har valgt seg ut et perspektiv som de mener kan være verdt å utforske videre må de *forhandle* med samtalepartnerne for å skape en felles forståelse og interesse for det samme perspektivet på oppgaven. Det krever at eleven legger frem ideene sine på en måte som tar høyde for medelevenes begrepsforståelse og tankerekker, og tilpasser sitt begrepsuttrykk deretter. For å klare dette er det viktig at alle elevene deltar i *høyttenkning*-fasen ved å uttrykke tankene, ideene og følelsen man har rundt ulike perspektiver. Dette gjør deres egne begrepsinnhold og perspektiver kjent for resten av gruppen, som inviterer resten av gruppen til å ta del i undersøkelsen av deres perspektiv med dem.

Både når man tenker høyt og argumenterer kan det være nødvendig å *reformulere* tidligere begrepsuttrykk fra medelever. Det gjøres for å sjekke om man har forstått det deres utsagn eller for å invitere til videre refleksjon rundt det ytrede perspektivet, som er et kjennetegn på *dialogisk lytting*. Dialogisk lytting er måter å vise at man har fått med seg uttrykte perspektiver og man ønsker å skape en felles forståelse for deres perspektiver. Videre kan dialogisk lytting også kunne til uttrykk ved bekreftende utsagn fra medelever og ytringer som direkte spiller videre på det forrige perspektivet som ble presentert. Uavhengig av hvordan dialogisk lytting kommer til utrykk, er det et krav for å bevare læringsmiljøet skapt når elevene kommer i kontakt i starten av arbeidet, og videre for å muliggjøre *utfordre*-fasen. Her vil målet være å endre perspektivet eller fremgangsmåten gjennom nye, hypotetiske «hva om»-spørsmål. «Hva om»-spørsmålene åpner opp for å undersøke nye tilnærminger eller gå tilbake til andre perspektiv som har blitt avvist tidligere. På stort sett alle stadier av oppgaveløsningen kreves det at elevene tar noen *evalueringer*. Dette kan være evalueringer av egne eller andres perspektiver, fremgangsmåter, algoritmer og utsagn. Hvordan dette gjøres avhenger av samtalepartnerne, men vanligste evalueringsformene er korrigeringer, negativ og konstruktiv kritikk, tips og råd, oppmuntringer, støtte i prosessene eller presentasjon av nye perspektiver.

Tabell 2.1: Oppsummering av de åtte stadiene i IC-samtaler

Element av IC-samtalen	**Kjennetegn**
Å komme i kontakt	Gruppens fokus rettes mot oppgaven som skal løses og det etableres et støttende læringsmiljø.
Lokalisere	Elevgruppen lokalisere nye innfallsvinkler på oppgaven, perspektiver på pensum og mulige fremgangsmåter ved å stille «hva om» spørsmål.
Identifisere	Elevgruppen identifiserer fokuset av oppgaven og vurderer den opp imot perspektivene lokalisert gjennom «hvordan» spørsmål.
Forhandle	Elevene argumenterer for perspektiver de mener er nyttig å utforske videre.
Høyttenkning	Elevene uttrykker egne tanker, ideer og meninger rundt ulike perspektiver.
Reformulere	Tidligere ytringer reformuleres for å sjekke om alle i gruppen har en felles forståelse av begrepsuttrykket. Dette stimulerer til videre refleksjoner rundt utsagnet.
Utfordre	Perspektiver utfordres gjennom kritiske spørsmål eller motargumenter.
Evaluere	Påstander, perspektiver, fremgangsmåter og konklusjoner vurderes kritisk opp mot matematisk forståelse og identifiserte perspektiver i oppgaven.

I motsetning til IRF-samtalene som belegger seg på korte, lukkede spørsmål, krever IC-samtaler åpne spørsmål hvor elever har muligheten til å bygge videre på sine egne resonnementer. Elevenes svar vil ikke lengre bli evaluert fra en ekstern autoritet i form av en lærer eller fasit bakerst i boken, men krever heller at elevene kritisk vurderer sine egne og andres matematiske resonnementer. Dermed åpnes det opp for meningsbrytninger og uenigheter mellom elevene. For å lykkes i å skape IC-samtaler må elevene møte oppgaven og hverandre med en nysgjerrig og spørrende holdning, samtidig som de er dialogisk lyttende og deltagende i alle stegene av læringen. Dette krever mer av elevene og lærerne enn tradisjonell matematikkundervisning gjør. For eksempel krever det mer frihet og tiltro til elevenes evner, og oppgaver som lager rom for at alle elevene skal ha mulighet til å delta i oppgaveløsningen. IC-samtaler vil likevel kunne styrke demokratilæringen ved å eksponere elevene for de fire demokratiske kvalitetene likeverd, respekt for uenighet, kritisk tenkning og håndtering av meningsbrytning, som er nødvendig for å bygge opp deres demokratiske kompetanse

2.3 Resonering under meningsbrytninger

Vygotskji sin sosiokulturelle læringsteori og Alrø og Skovmose sin modell for IC-samtaler viser at læringssamtaler mellom elever har et stort potensial for å fremme faglig og demokratisk læring. En av måtene dette kan gjøres på er ved å legge til rette for diskusjoner hvor elevene møter meningsbrytninger som krever matematisk resonnering for å nå en enighet og fortsette arbeidet. For å vurdere hvorvidt meningsbrytninger kan fremme demokratiske verdier i elevsamtalene, må det undersøkes hva som legges i begrepet meningsbrytning, og hvilke resonneringsformer som elevene kan belegge seg på under forhandlingsfasen hvor meningsbrytningen oppstår.

2.3.1 Diskusjoner, meningsbrytninger og deliberasjon

Diskusjoner defineres av Bridges (1979) som meningsutvekslinger med tre tilstedeværende kjennetegner: 1) de inneholder ulike synspunkter, 2) alle deltagerende har en spørrende holdning overfor hverandres synspunkter og 3) hensikten er å utvikle kunnskap, forståelse eller en felles vurdering av et gitt tema. I en IC-samtalestruktur vil diskusjoner dermed kunne oppstå i forhandlingsstadiet, hvor elevene fremmer sine egne meninger, samt i utfordringsfasen hvor de lytter og responderer til samtalepartneres perspektiver (Alrø & Skovmose, 2002). Meningsbrytningene krever at elevene er i stand til å sette seg inn i hverandres meninger og tankemønstre, samt kan uttrykke sine egne.

Det finnes mange ulike diskusjonsformer, hvor en av de er meningsbrytninger (Bridges, 1979). Under meningsbrytninger opplever gruppemedlemmene å ha ulike meninger om et felles tema, og det oppstår en uenighet under samtalen. I handlingsrettede diskusjoner hvor samtalepartnerne søker mot en felles forståelse eller enighet, vil deltagerne argumentere for sine egne meninger. Denne prosessen betegnes ofte som deliberasjon (Samuelsson & Bøyom, 2015), og krever at elevene håndterer meningsbrytningen med respekt for uenigheten og likeverd. Respekt og likeverd er to av kvalitetene belyst som viktig for å utvikle en demokratisk kompetanse i læreplanen. I tillegg vil selve forhandlingsdelen av samtalen kreve kritisk tenkning, hvor elevene kritisk må evaluere egne og andres argumenter når de håndterer meningsbrytningen. I matematikksamtalene forventes det at dette gjøres ved å ta i bruk ulike resonneringsformer.

2.3.2 Ulike resonneringsformer

Under meningsbrytninger vil argumentene brukt for å forhandle for egne meninger kreve matematiske resonnementer. Matematiske resonnementer er begrunnelsen for ulike matematiske påstander og slutninger (Kollosche, 2021). I læreplanen for grunnskolen er resonnering og argumentasjon et av seks kjerneelementer av matematikkundervisning, hvor det er gitt at eleven skal «kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker. Det innebærer at elevene skal forstå at matematiske regler og resultater ikke er tilfeldige, men har klare begrunnelser. Elevene skal utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer» (KD, 2017, s. 3). Det er flere måter elevene kan gå frem for å argumentere for sine egne perspektiver under deliberasjonen av meningsbrytningen. Crombie beskriver i boken *Styles of scientific thinking in the European tradition* seks ulike resonneringsformer i naturvitenskapelige praksiser, som også inkluderer matematikk (Kollosche, 2021).

Den første resonneringsformen er resonnering på bakgrunn av gitte forutsetninger (Hacking, 1991), og kalles forutsetningsresonnering (eng: postulation style of reasoning). Når forutsetninger brukes for å argumentere for et gitt standpunkt, trekkes det logiske slutninger og konklusjoner basert på påstander og teorier som allerede er etablert som universelle sannheter (Kollosche, 2021). Dette er en form for deduktiv resonnering, hvor spesialtilfeller og konsekvenser av etablert kunnskaper undersøkes. Antagelsene som lages vurderes som ukontroversielle siden de har opphav i veletablerte og godtatte teorier. Denne resonneringsformen er mye anvendt i matematikk, og strekker seg helt tilbake til de gamle grekerne (Hacking, 1991). I dag brukes forutsetningsresonnering blant annet for å bevise matematiske påstander (Kollosche, 2021).

Videre beskrives den eksperimentell resonnering (eng: experimental style of reasoning), som belegger seg på induktiv resonnering (Kollosche, 2021). I eksperimentell resonnering generaliseres funn fra observasjoner og målinger for å kunne trekke slutninger. Eksperimentell resonnering er mye brukt innenfor naturvitenskapelige praksiser, og er grunnlaget for det som i dag betegnes som den naturvitenskapelige metode (Kollosche, 2021), hvor hypoteser verifiseres eller avkreftes basert på målinger fra forsøk. Når en hypotese ikke kan avkreftes etter flere grundige undersøkelser, vil det etter hvert bekreftes som sannheter (Mestad, 2019). Funnene fra eksperimentell resonnering kan i mange tilfeller være mer kontroversielle, siden det kan være utfordrende å finne ut om det er faktorer som tas høyde for som påvirker resultatene (Mestad, 2019). Den naturvitenskapelige tankemåte har en sentral plass i den norske læreplanen, spesielt i naturfag (KD, 2019b). Siden eksperimentell resonnering er hyppig brukt i den naturvitenskapelige metode og er kjent for elevene, er det sannsynlig at elevene velger benytte seg av denne resonneringsformen når de generaliserer identifiserte mønster og sammenhenger.

Modellbasert resonnering (eng: modelling style of reasoning) er resonnering hvor det lages legitime generaliseringer og slutninger om et objekt eller tema ved bruk av ulike modeller (Kollosche, 2021). Modellene brukes som et hypotetisk forsøk, hvor man anvender teoriene og kunnskapen om modellen til å lage nye konklusjoner om det studerte tilfelle. Denne formen for resonnering brukes blant annet mye i fysikk, hvor anvendelsen av modellering i lang tid gjorde det mulig å lære mer om universet (Hacking, 1991). Modellbasert resonnering er også hyppig brukt innenfor flere felt i matematikk. Et eksempel er venndiagrammet, hvor kunnskapen om et gitt tilfelle kan sorteres ved bruk av venndiagrammet for å trekke nye slutninger om det studerte tilfellet (Kollosche, 2021).

Den fjerde resonneringsformen betegnes som taksonomisk resonnering (eng: taxonomic style of reasoning), og baserer seg på klassifiseringen av ulike objekter (Hacking, 1991). Klassifiseringen gjøres på bakgrunn av objektene sine egenskaper, og ved hjelp av de etablerte gruppene vil kategoriseringen gi informasjon om andre egenskaper (Kollosche, 2021). Taksonomisk resonnering er hyppig brukt innenfor naturvitenskapelige felt som biologi og medisin (Kollosche, 2021) men brukes også matematikk, blant annet i fagfeltet gruppeteori. Gruppeteori sorterer objekter etter sine algebraiske egenskaper, slik at det kan dras trekninger om gyldighetsområder og hvordan de opererer i nye settinger (Weisstein, u.å.). Dette gjøres også i skolen når man belyser sammenhenger mellom ulike operasjoner, tema innenfor matematikk og konsepter på tvers av fag.

Statistisk resonnering (eng: statistical style of reasoning) er den femte resonneringsformen som skisseres (Kollosche, 2021). Resonneringsformen baserer seg på å finne statistiske sammenhenger og mønster i datapunkter som kan virke tilsynelatende tilfeldige. Den statistiske undersøkelsen gjør det mulig å dra trekninger om sannsynligheten for ulike utfall og sammenhenger, som brukes for å forsvare gitte påstander. Denne resonneringsformen er vanlig i både samfunns- og naturvitenskapelige forskningspraksiser og diskusjonsformer (Hacking, 1992). Uavhengig av fagfelt, belegger resonneringen seg på det matematiske feltet statistikk og sannsynlighet, som er en stor del av matematikkpensumet på grunnskolen (KD, 2019a). I læreplanen for matematikk er det gitt at elever skal kunne både kritisk anvende og evaluere statistiske resonnementer i kompetansemålet «tolke og kritisk vurdere statistiske framstillinger fra mediene og lokalsamfunnet» (KD, 2019a, s. 13).

Den siste resonneringsformen som det gjøres rede for av Kolloshce (2021) er genetisk resonnering (eng: genetic style of reasoning). Genetisk resonnering bygger opp argumenter ved å se på tidligere egenskaper og utvikling av det studerte tilfellet. Dette brukes for å kunne vurdere nåværende egenskaper, samt å kunne forutsi sannsynlige fremtidige kvaliteter ved ulike objekter (Kollosche, 2021). Til tross for at dette er en både nyttig og hyppig brukt resonneringsform i mange fagfelt, brukes genetisk resonnering lite i matematikk. Dette skyldes trolig at matematikk streber mot å være universell nok til å anvendes i alle tidsepoker, som en konsekvens av matematikkens ønske om å kunne betraktes som en objektiv sannhet (Kollosche, 2021).

De skisserte resonneringsformene kan ikke betraktes som en fullkommen liste, siden det finnes resonneringspraksiser som faller utenfor og imellom de kartlagte kategoriene (Kollosche, 2021). Dette skyldes den eurosentriske tilnærmingen baserer seg på Crombie sin originale kategorisering i boken *styles of scientific thinking in the european tradition*. Gitt at rammeverket for ulike resonneringsformer brukes kritisk med hensyn til sine limitasjoner, vil det likevel være et gunstig verktøy for å analysere ulike resonnementer og deres gyldighet under meningsbrytninger mellom elever.

2.4 Undersøkende oppgaver i matematikk

Alrø og Skovmose (2002) trekker frem undersøkende undervisning som et godt grunnlag for å skape IC-samtaler og dermed også meningsbrytninger som stiller høye krav til resonnering i matematikk. Undersøkende undervisning er undervisningspraksiser hvor elevene selv oppfordres til å undersøke problemstillinger eller tema i matematikk ved bruk av åpne, autentiske spørsmål (Artigue & Blomhøj, 2013). Det er mange måter det kan legges til rette for undersøkende undervisning, en av de er ved bruk av undersøkelseslandskaper (Skovmose, 2003).

2.4.1 Undersøkende undervisning

John Dewey (1859-1952) er regnet som opphavsmannen av undersøkende undervisning (Artigue & Blomhøj, 2013). Han hadde som mål at undervisningen skal stimulere elevenes interesse for å lære, samtidig som den skal dyrke elevenes autonomi. Det resulterte til definisjonen av undersøkende undervisning: "the controlled or directed transformation of an indeterminate situation into one that is as determinate in its constituent distinctions and relations as to convert the elements of the original situation into a unified whole" (Dewey, 1938, s. 108). Undersøkelser defineres dermed som en prosess, hvor deltagerne møter utfordringer som de er i stand til å løse med kunnskap de har fra tidligere, til tross for at situasjonen de møter utfordringen i er ukjent. Alle interaksjonene mellom individet og miljøet er ansett som viktig i Dewey sin definisjon, siden opplevelser skaper en kobling mellom sensasjoner og ideer gjennom en kontrollert og reflektert prosess (Artigue & Blomhøj, 2013). Selv om ikke alle opplevelser vil være like lærerike, definerer Dewey kunnskap som en konsekvens av en handling som har potensialet for læring.

En viktig del av det undersøkende arbeidet og møtet med den ukjente situasjonen, er at elevene selv får stille spørsmål, forsøke komme med svar og fundere over spørsmål selv (Hana, 2012). Elevene blir her presentert med et åpent spørsmål, hvor de selv må formulere, drøfte, reflektere over og evaluere spørsmål, problemer, hypoteser og eksempler for å kunne dra mulige konklusjoner. Når elevene tror de har funnet en fremgangsmåte som vil gi de svar på spørsmålene de stilles, må de argumentere, forklare og resonnere for å begrunne hvordan svarene de får er gyldige for medelever. Fremgangsmåten er i stor grad inspirert av den vitenskapelige metode (Artigue & Blomhøj, 2013), og det kreves i likhet med forskning gjennom den vitenskapelige metode, at elevene har en kritisk tilnærming til arbeidet gjennom hele læringsprosessen (Hana, 2012).

Undersøkende undervisning er en suksess når elevene ønsker å lære mer om noe, forsøker å forstå noe de ikke forstår i starten av arbeidet, ønsker å sjekke tidligere undersøkelser og formodninger, eller prøver finne en ny løsning på en problemstilling (Hana, 2012). I alle tilfellene er det eleven selv som søker utover det de allerede mestrer, som setter dem i det Vygotskij definerte som den proksimale utviklingssonen. Som etablert tidligere, er den eneste måten elevene kan både nå og utvikle seg i denne sonen ved hjelp av andre, som gjør at gruppearbeid med undersøkende oppgaver er spesielt gunstig for læringsutbyttet. Læreren sin jobb blir i dette tilfellet å støtte elevene mens de undersøker, samt å lage oppgaver som stimulerer til godt samarbeid og videre undersøkelser i matematikk.

2.4.2 Undersøkelseslandskaper

Skovmose (2003) kartlegger ulike matematikkoppgaver ut ifra hvor undersøkende og virkelighetsnære de oppfattes for elevene. Undersøkelseslandskaper er alle situasjoner hvor elever inviteres til å delta og videre utforske iscenesatte situasjoner av læreren. De iscenesatte situasjonene vil kun skape undersøkelseslandskaper hvis eleven tar imot invitasjonen til å delta og begynner å stille spørsmål. Karakteristiske spørsmål stilt av elever under det undersøkende arbeidet er «hva hvis?» og «hvorfor det?», som krever en videre refleksjon og undersøkelse for å kunne besvares. Når slike undersøkelser foregår på elevenes eget initiativ, vil de oppleve et eierskap til læringsprosessen og produktet, og selv ha muligheten til å ta kontroll over hvordan de vil utvikle seg. For å oppnå autonomien og eierskapet blant elevene, er det karakteristisk at spørsmålene ikke er ferdig formulert av læreren slik som er normen ved oppgaver fra oppgaveparadigmet, men at undersøkelsen initieres av et utfordrende spørsmål stilt av læreren, som inviterer elevene til å starte å fortsette undersøkelsen av et konsept eller tema selvstendig gjennom IC-samtaler (Alrø & Skovmose, 2002).

Oppgaveparadigmet beskrives av Skovmose (2003) som alternativet til undersøkelseslandskap, og er oppgaveformen som i stor grad tas i bruk under tradisjonell matematikkundervisning. I et oppgaveparadigme presenterer læreren nytt pensum med bruk av tavleundervisning for å forberede elevene på å arbeide selvstendig med oppgaver. Elevene arbeider så individuelt med en rekke oppgaver som raskt kan kontrolleres ved bruk av fasit. Målet for oppgavene er dermed at elevene skal regne så mange som mulig korrekt ifølge fasiten, og oppgavene er stort sett lukket og med én korrekt løsning. I likhet med IRF-samtaler er denne arbeidsformen med på å styrke ulikhetene i maktforholdet mellom læreren og elever, samt at fokuset rettes mot å finne rett svar på oppgaver fremfor å utvikle en matematisk forståelse av ulike konsepter.

Skovmose (2003) skilte mellom i hvor stor grad oppgaven relaterte til elevens erfaringer og virkelighet som vist i Tabell 2.2. Ren matematikk som referer til gruppe (1) og (2) omhandler abstrakt matematikk som ikke er knyttet til elevenes virkelige erfaringer. Det vil i gruppe (1) være oppgaver uten noen undersøkelser eller anvendelser, mens i undersøkelseslandskapet i (2) vil gi rom for undersøkelse av tall, mønster og strukturer. Verken (1) eller (2) kan derfor relateres til elevens hverdag. En «semi-virkelighet» vil derimot sette matematikken inn i en kontekst, og alt man trenger å vite om konteksten for å kunne finne svaret til oppgaven vil være presentert i teksten. Formålet er dermed fortsatt at elever skal løse oppgaven og finne ett rett svar. I et oppgaveparadigme (3) vil dette være fiktive tekstoppgaver, mens i undersøkelseslandskaper (4) elevene gis rom for å utforske sammenhenger uten at en gitt løsningsmetode eller riktig svar er gitt. I reelle referanser refererer oppgaven til den virkelige verden. I et oppgaveparadigme (5) betyr det at tallene er hentet fra den virkelige verden, uten at oppgavene gir rom for noen undersøkelser eller videre undring, mens i undersøkelseslandskaper med reelle referanser (6) vil det være større prosjektarbeid med virkelige tall og rom for egen utforskning

Tabell 2.2: Ulike læringsmiljø i matematikkoppgaver (Skovmose, 2003, s. 149)

	Oppgaveparadigmet	Undersøkelseslandskaper
Refererer til «ren» matematikk	(1)	(2)
Refererer til en «semi-virkelighet»	(3)	(4)
Reelle referanser	(5)	(6)

Til tross for at tradisjonell matematikkundervisning har vært sterkt preget av oppgaver fra oppgaveparadigmet, stort sett fra gruppe (1) og (3), er det nødvendig å utfordre oppgaveparadigmet gjennom undersøkelseslandskaper for å endre holdninger til matematikk og bygge opp matematisk kunnskap (Skovmose, 2003). Ved å ta i bruk undersøkelseslandskaper får elevene erfare hvordan matematisk kunnskap konstrueres, rekonstrueres og kritiseres av andre, i tillegg til at de selv får ta en aktiv rolle i utviklingen av egen kunnskap (Alrø & Skovmose, 2002).

Undersøkelseslandskaper kommer derimot ikke uten utfordringer. Den mest vanlige utfordringen oppstår under iscenesettelsen hvor elevene kan velge å ikke ta imot invitasjonen til undersøkelseslandskapet. Invitasjonen betegnes derfor som det avgjørende øyeblikket (crucial point) i oppgaveløsningen (Skovmose, 2003). For å kunne invitere alle elevene til å ta del i undersøkelseslandskapet kreves det at læreren kjenner til elevene og deres interesser, slik at læreren kan tilrettelegge for oppgaver hvor alle har muligheten til å delta. Dette krever at elevene har tiltro til sine evner, en eierskap til undersøkelseslandskapet og tilstrekkelig med støtte fra medelever og lærere (Blomhøj, 2016). Det er også viktig at det dannes en kultur innad i klassen og gruppen som arbeider i lag, hvor elevene lager en felles rytme for å bevege seg gjennom de ulike stadiene av undersøkelsesarbeidet og IC-samtalene (Skovmose, 2003).

2.4.3 Undersøkende matematikkundervisning sin plass i fagfornyelsen LK20

Under fagfornyelsen ble det innført kjerneelementer i alle fag, hvor kjerneelementene er definert som de viktigste og mest sentrale ideene i faget som forsikrer at elevene er i stand til å anvende kunnskapen i nye situasjoner (KD, 2019a). I matematikk er de seks kjerneelementene *utforsking og problemløsning, modellering og anvendelser, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering* og *matematiske kunnskapsområder* (KD, 2019a). Kjerneelementet utforskning og problemløsning belegger seg i stor grad på undersøkende undervisning i matematikk for å oppnå de ønskede egenskapene. Dette gjenspeiles i beskrivelsen av utforskning i emneplanen hvor det vektlegges at «elevene leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer fram en felles forståelse» (KD, 2019a). Når elevene gis friheten til å identifisere mønstre og sammenhenger, vil en naturlig del av prosessen innebære å stille egne spørsmål, drøfte hypoteser, undre, reflektere og argumentere, som er egenskaper som kjennetegner undersøkende undervisning (Hana, 2012) og kan oppnås ved å ta i bruk oppgaver som er undersøkelseslandskaper (Skovmose, 2003).

Utforsking og problemløsning, og dermed også undersøkende undervisning, er tett knyttet til de andre kjerneelementene, deriblant *resonnering og argumentasjon*. Undersøkelseslandskaper vil inneholde elementer som kan relateres til de andre kjerneelementene, men av pragmatiske grunner og oppgaven sitt fokus på dialogiske handlinger, vil kun sammenhengen med resonnering og argumentasjon utdypes. Resonnering og argumentasjon kjennetegnes av at «eleven skal kunne følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker», at de kan «utforme egne resonnementer både for å forstå og for å løse problemer», og «begrunner fremgangsmåter, resonnementer og løsninger» (KD, 2019a). Når elevene skal utforske sammenhenger og finne løsninger til undersøkelseslandskaper, spesielt i fellesskap med andre, kreves det at de gjennom arbeidet resonnerer og argumenterer for sine tankerekker, samt lytter til og responderer til andres tankerekker (Alrø & Skovmose, 2002). Selv om resonnering og argumentasjon kan forekomme i oppgaver som tilhører oppgaveparadigmet, vil det ikke være mulig å løse oppgaver fra undersøkelseslandskaper uten at elevene må utnytte ferdighetene beskrevet i kjerneelementet resonnering og argumentasjon.

I tillegg kan undersøkende undervisning bidra til å realisere skolens verdigrunnlag og de sentrale verdiene i matematikk, gjennom å fronte kritisk tenkning, refleksjon og eksperimentering (Artigue & Blomhøj, 2013). Under matematikkens relevans i læreplanen er det spesifisert at «[k]ritisk tenkning i matematikk omfatter kritisk vurdering av resonnementer og argumenter og kan ruste elevene til å gjøre egne valg og ta stilling til viktige spørsmål i sitt eget liv og samfunnet» (KD, 2019a). Ved å ta i bruk undersøkelseslandskaper og undersøkende undervisning, legges det godt til rette for at elevene får øve på kritisk tenkning, som beskrives som en viktig evne å ha for å kunne ta stilling til egne valg. Kritisk tenkning, i tillegg til en rekke andre egenskaper, er dermed også viktige egenskaper som er nødvendig for å være en aktiv medborger som er i stand til å delta i demokratiet.

2.5 Potensialet for demokratilæring gjennom meningsbrytninger i matematikk

Undersøkelseslandskaper og IC-samtaler mellom elevene skaper et godt grunnlag for å fremme kritisk tenkning, respekt for uenighet, muligheten til å øve på å håndtere meningsbrytning og et læringsmiljø preget av likeverd. Dette begrunnes i forventningene de ulike stadiene av IC-samtaler setter til elevene.

2.5.1 Kritisk tenkning i meningsbrytninger

Kritisk tenkning i skolen har som mål å lære elevene å resonnere og analysere, identifisere relevante spørsmål og strategier, og å bruke vitenskapelige tankemåter og metoder for å vurdere holdbarheten av påstander, argumentere og bevis i ukjente situasjoner (NOU 2015:8). Gjennom tradisjonell undervisning i matematikk og oppgaver som tilhører oppgaveparadigmet, lages det lite rom for denne formen for kritisk vurdering av resonnementer og argumenter på grunn av lærerens autoritative rolle under kunnskapsformidlingen (Alrø & Skovmose, 2002). Lærerens maktposisjon skaper i stor grad et læringsmiljø hvor deres utsagn og metoder blir godtatt som absolutte sannheter, og ansees dermed som den beste måten å løse en oppgave på. Dette betyr at elevene ikke må kritisk vurdere kunnskapen som undervises. Under undersøkelseslandskaper vektlegges samtaler mellom elevene, og det er elevens egne utforskninger og tilnærminger til matematiske problemer som står i fokus. Under gruppearbeid som oppmuntrer til IC-samtaler vil kritisk tenkning være essensielt under lokalisering, identifisering og evalueringsfasene.

Under lokalisering arbeider elevene i lag med å utvikle perspektiver på hvordan oppgaven kan løses, som innebærer å vurdere ulike innfallsvinkler, tolkninger av tidligere gjennomgått pensum eller fremgangsmåter. Dette krever at elevene analyserer oppgaven og resonnerer over sammenhenger mellom tidligere gjennomgått pensum og den presenterte problemstillingen i undersøkelseslandskapet. Elevene må dermed være i stand til å identifisere relevante spørsmål og strategier for oppgaven, som er en annen komponent av kritisk i identifiseringsfasen under IC-samtalene. Når det er en elevgruppe som arbeider i lag blir det naturlig å evaluere både andres og egne tankerekker underveis i arbeidet for å kunne skape en felles enighet om hvordan man skal gå frem med undersøkelseslandskapet (Alrø & Skovmose, 2002). Evalueringsfasen fremgår dermed hyppig mellom og under de andre fasene av IC-samtalen, hvor elevene vurderer holdbarheten av uttrykte argumenter, påstander og refleksjoner, både i henhold til oppgaven og de utførte matematiske strategiene og utregningene gjort.

2.5.2 Respekt for uenighet og evnen til å håndtere meningsbrytninger

Å kunne delta i diskusjoner er en viktig del av demokratisk kompetanse, og er noe elevene har behov for å trene på i løpet av sin skolegang (NOU 2015:8). Dette innebærer at elevene kan respektere uenigheter og fortsette en saklig diskusjon når de er uenig med samtalepartneren. Under IC-samtaler er det nødvendig å respektere uenighet for at elevene skal være i stand til å holde kontakten under samarbeidet, og dermed bevare det opparbeidede læringsmiljøet innad i gruppen med felles mål om å løse undersøkelseslandskapet på best mulig måte. Hvis gruppen ikke er i stand til å akseptere ulike perspektiver og samhandle på tvers av dem, vil gruppearbeidet stoppe opp. Uenigheter om hvordan man kan arbeide med oppgaven vil mest sannsynlig oppstå under høyttenkning- og fohanldingsfasen hvor elevene deler sine tanker og synpunkter med gruppen.

Når elevene møter uenigheter i gruppearbeidet får de øvet seg på å håndtere meningsbrytning, som også er en viktig del av samarbeidsprosessen hvor de inngår kompromiss, undersøker ulike synspunkter og forsvarer sine egne argumenter (NOU 2015:8). Det er ulike måter elevene kan gå frem i deliberasjonen. Mange elever vil bevege seg inn i reformuleringsfasen, hvor de reformulerer det medelever de er uenig med har sagt for å sjekke om de har forstått det korrekt. Dette er med på å oppklare om det er en misforståelse eller en meningsbrytning i arbeidet, og legger føringer for hvordan elevene kan fortsette videre undersøkelser. Ved en meningsbryting vil elevene en elev kunne utfordre andres perspektiver med kritiske spørsmål i utfordringsfasen eller argumentere for et annet perspektiv som de ønsker å undersøke i stedet i forhandlingsfasen. Elevene må da kritisk evaluere de ulike argumentene og resonneringene de har gjort selv og som gruppeelevene har gjort, og så komme til en felles enighet om hvordan de skal fortsette arbeidet. Likeverd er essensielt for å kunne håndtere denne meningsbrytningen (Alrø & Skovmose, 2002).

2.5.3 Likeverd

Når elever er likeverdig under arbeidet, vil det si at alle gruppemedlemmene har like muligheter til å delta og bli hørt av medelever under samarbeidet (Alrø & Skovmose, 2002). Dette krever at oppgaven er tilrettelagt slik at alle elevene er i stand til å ta del i undersøkelseslandskapet, og at det lages et læringsmiljø i gruppen hvor alle elevenes innspill blir hørt. Likeverd er en forutsetning for at elevene skal komme i kontakt i starten av arbeidet, og vil være en viktig del for flere av de andre fasene. Etableringen av et slikt læringsmiljø muliggjør høyttenkningen innad i gruppen. Høyttenkning i matematikk kan oppleves som sårbart for noen av elevene siden de blottlegger sin forståelse av temaet og undersøkelseslandskapet for gruppen (Hana, 2012). Dette vil videre muliggjør eventuelle utfordringer og forhandlingene, som fremmer videre refleksjoner som er nødvendig for å løse oppgaven. Likeverd kan dermed betraktes som essensielt for å komme i kontakt og høyttenkning i gruppen, som er to avgjørende elementer for at gruppen skal klare løse undersøkelseslandskapet sammen. Likeverd vil også være viktig for å kunne delta som aktive medborgere i demokratiet, og er egenskaper som styrkes gjennom eksponering og øvelse (Lenz, 2020). På grunn av undersøkelseslandskaper og IC-samtaler sin natur, vil dette være mulig uavhengig av kompetansemål og matematiske kunnskapsområder gjennom matematikkundervisningen.

3 Metode

Metodekapittelet vil ta for seg hvilken data som samles inn for å besvare oppgavens problemstilling, samt hvordan dataen samles inn og analyseres. For å få en fullkommen forståelse av de demokratiske kvalitetene av elevsamtaler, dybdeanalysers transkripsjonen av to elevers samtaler under arbeidet med undersøkelseslandskaper i en summativ vurdering. Deltagerne er elever hos en internasjonale skole som følger International Baccalaureates (IB) utdanningsløp. Det vil derfor også forklares hva som er vektlegges både spesifikt i matematikkundervisningen og under utdanningsløpet generelt hos IB. I tillegg vil relabiliteten og validiteten av den innsamlede dataen vurderes opp mot mulige feilkilder og svakheter med studien. Siden deltagerne er under 16 år vil det til slutt gjøres rede for de etiske overveielsene som ble tatt for å beskytte deres personvern under datainnhentingen.

3.1 Studiens design

Ettersom at masteroppgaven ønsker å besvare *hvordan faglige meningsbrytninger mellom elever kan styrke det tverrfaglige temaet «demokrati og medborgerskap» i matematikkundervisningen* vurderes kasusstudie (engelsk: case study) som den mest gunstige forskningsmetoden. Kasusstudier er en grundig beskrivelse av ett eller få isolert tilfelle, og brukes for å utvikle en komplett forståelse av en prosess eller en aktivitet (Newcomer et al., 2015). I vårt tilfelle er aktiviteten som rettes søkelyset mot læringssamtaler som oppstår mellom elever i matematikkundervisningen når man tar i bruk undersøkelseslandskaper, og kvalitetene som de elevsamtalene innehar. Målet med kasusstudien er å undersøke om læringssamtaler som oppstår i arbeidet med undersøkelseslandskaper kan være en effektiv måte å styrke demokratilæringen i matematikk.

Kasusstudien brukt i denne oppgaven vil ha en kvalitativ profil. Kvalitative studier tar for seg en dybdeundersøkelse av noen få tilfeller, fremfor å ta i bruk masseundersøkelser slik som det gjøres ved kvantitative studier (Newcomer et al., 2015). I masteroppgaven vil samtaler mellom elever dybdeanalysers for å gi en helhetlig forståelse av elevsamhandlingene og de demokratiske kvalitetene i samtalen. Ved å kun ta i bruk to elevers samtaler kan det være vanskelig å generalisere de observerte tendensene siden det er vanskelig å vite hvor representativ dataen er for andre elevgrupper og i ulike settinger. Likevel vil bruken av to elevers samtaler gi muligheten til å analysere segmenter av samtalene gi en bedre innsikt i individuelle samtaler og læring enn en overflateanalyse av mange elevsamtaler. Det er dermed viktig å være bevisst på begrensningene av funnene i studien, og bruke tendensene som et grunnlag for å videre undersøke hvordan elevsamtaler kan brukes for en mer helhetlig demokratilæring i matematikk blant ulike elevgrupper.

3.2 Deltakere

De studerte samtalene tar plass mellom to elever i en blandet 9.-10. klasse ved en International Baccalaureate (IB) skole. For å få et helhetlig bilde av elevenes forutsetninger, og videre relabiliteten av funnene fra analysen, må det etableres en felles forståelse av elevenes utdanningsløp og læringsmiljø i matematikk. IB-skolers pedagogiske plattform, læreplan i matematikk og klassen læringsmiljø kan være viktige rammefaktorer som kan påvirke elevenes matematiske samtaler og meningsbrytninger.

3.2.1 MYP og IB sin utdanningsfilosofi

Informantene brukt i kasusstudien er hentet fra en internasjonal skole som følger IB sitt utdanningsprogram for ungdomsskolen (MYP). Det finnes over 5000 IB-skoler i over 150 land som følger de samme læreplanene og undervisningsløpet (International Baccalaureate Organization [IBO], 2017). IB sine læreplaner er derfor relativt åpne slik at de kan tilpasses til nasjonale og lokale læreplaner for ungdomsskolen (IBO, 2022), men bygger allikevel på noen undervisningsverdier og sentrale tema. De verdiene kommer blant annet frem i IB sin formålsparagraf:

> The International Baccalaureate aims to develop inquiring, knowledgeable and caring young people who help to create a better and more peaceful world through intercultural understanding and respect. To this end the organization works with schools, governments and international organizations to develop challenging programmes of international education and rigorous assessment. These programmes encourage students across the world to become active, compassionate and lifelong

> learners who understand that other people, with their differences, can also be right. (IBO, 2017, s. 6).

For å realisere IB sin ambisjon erklært i formålsparagrafen, fokuserer IB sine læreplaner på å konstruere en konseptuell og tverrfaglige forståelse på ungdomstrinnet som er tilpasset kompetansemål i en lokal, nasjonal og internasjonal kontekst (IBO, 2017). En essensiell del av IB sin utdanningsfilosofi er at elevene selv må oppdage sammenhenger innad i faget og hvordan de ulike akademiske disiplinene henger sammen for å utvikle et realistisk verdensbilde av en kompleks verden. Dette gjøres ved å basere undervisningen på undersøkende undervisningsstrategier i alle fag, inkludert matematikktimene som er i fokus i denne masteroppgaven.

I tillegg til faglig dybde, er det fem egenskaper det er ønskelig at elevene skal sitte igjen med etter å ha gått på en IB-skole og som er anerkjent som spesielt viktige egenskaper for at elevene skal ha mulighet til å fortsette å tilegne seg kunnskap etter endt skolegang (IBO, 2017). Den første egenskapen er *thinking skills*, som innebærer kritisk, kreativ og etisk tenkning. *Research skills* refererer til evnen å kunne sammenligne, validere og prioritere informasjon, samt kunne ta for seg kontraster. *Communication skills* omhandler hvordan man uttrykker seg muntlig og skriftlig, argumenterer og effektivt lytter til andres ytringer. I tillegg er *social skills*, som evnen til å bygge gode relasjoner, lytte til andre og håndtere konflikter og *self-management skills* hvor elevens evne til å organisere oppgaver, tid og motivasjon i fokus. Disse fem egenskapene er også med på å legge føringen på hvordan undervisningen og vurderinger utføres. Videre kan fokuset på de fem egenskapene kunne påvirke hvordan elevene håndterer undersøkende gruppearbeid og de fire studerte demokratiske kvalitetene som letes etter i de analyserte samtalesegmentene.

3.2.2 MYP matematikk

Matematikkundervisningen ved IB-skoler farges også i stor grad av deres undervisningsfilosofi, og har i likhet med de andre fagene en lang tradisjon for undersøkende undervisning (IBO, 2015). I MYP matematikk emneplanen er det gitt at «[s]tudents should not have the impression that all of the answers to mathematics can be found in a book, but, rather, that they can be active participants in the search for concepts and relationships" (IBO, 2015, s. 4). At den undersøkende tilnærmingen realiseres kontrolleres gjennom skoleevalueringer hvert femte år, og er en forutsetning for å beholde kvalifikasjonene for å være en IB-skole (IBO, u.å.). Dermed vil matematikkundervisningen prioritere undersøkelser og nye oppdagelser, og ha fokus på logisk, abstrakt og kritisk tenkning i tråd med IB-læreplanene (IBO, 2015). For å utvikle de ønskede matematiske kompetansene fastsatt i MYP sine læreplaner, er det viktig at elevene får utvikle deres matematiske forståelse ved å konstruere deres egen kunnskap med utgangspunkt i egne erfaringer. Etter hvert er det også et mål at matematikken skal anvendes i autentiske situasjoner som oppleves både nyttig og relevant for deres daglige liv.

Matematikkundervisningen til MYP følger dermed kompetansemålene gitt i LK20, i tillegg til en liste av matematiske kompetanser fastsatt av IBO. Flere av målene fra IB sin læreplan vil også sammenfalle med kvaliteter som jeg leter etter under samtaleanalysen. Blant de er *evnen til å kunne kommunisere klart og med høy selvtillit i ulike matematiske kontekster*, *utvikle logisk, kritisk og kreativ tenkning*, *utvikle selvtillit, utholdenhet og uavhengighet i matematisk tenkning og problemløsning* og *kunne reflektere over eget og andres arbeid* (IBO, 2015) spesielt viktig. Informantene har vært elever ved IB-skolen i flere år, så de er trolig vant med å møte undersøkende oppgaver hvor klar argumentasjon og kommunikasjon som er viktig for å navigere de studerte meningsbrytningene.

3.2.3 Klassestruktur og læringsmiljø

IB-skolen som jeg samlet data fra benytter seg av klasser blandet på tvers av årstrinn. Dette er gjort for å øke differensieringen med tanke på læringsmåter og nivå, øke elevers sosiale kompetanse og føre til en utvikling av læreres praksis hvor de eksponeres for andre læringsmetoder enn de dem hadde brukt selv (IBO, 2018). Alle informantene var hentet fra 9.-10. klasse med mange lærerressurser til stede i timene. Det er to matematikklærere som planlegger og utfører undervisningen, i tillegg til en spesialpedagog som støtter elevene med ekstra utfordringer i matematikk og en assistent som er til stede i en klasse på 34 elever. Tilgangene til flere lærerressurser kan bidra til en økt fleksibilitet ved å gjøre det mulig å dele klassen ut ifra behov når det oppleves som gunstig. Denne differensieringen økes også ved at det ikke benyttes fastsatte lærebøker, men heller velges ut oppgaver og pensum som er tilpasset elevenes behov i undervisningen.

Klassen oppleves som veldig motivert i matematikk, noe som kan illustreres fra første dagen jeg observerte de. Elevene skulle ha matematikk den siste timen onsdag 24. november og skulle starte med det nye temaet «Can you prove it?» om geometriske bevis i matematikk. Temaet tar for seg de fire kompetansemålene «beskrive, forklare og presentere strukturer og utvikling i geometriske mønstre og i tallmønstre», «utforske egenskaper ved ulike polygoner og forklare begrepene formlikhet og kongruens», «utforske, beskrive og argumentere for sammenhenger mellom sidelengdene i trekanter», «utforske og argumentere for hvordan det å endre forutsetninger i geometriske problemstillinger påvirker løsninger» og «utforske og argumentere for formler for areal og volum av tredimensjonale figurer» gitt i emneplanen for 9. trinn (KD, 2019a, s. 12).

Gjennom den første halvdelen av timen ble temaet presentert og tidligere gjennomgått pensum repetert før elevene fikk arbeide selvstendig eller parvis med oppgaver som omhandler Pytagoras' læresetning, omkrets, areal og volum. Først når klokken bikket 14:10, ti minutter etter skoledagen var slutt, oppdaget en av de 34 elevene at de hadde gått over tiden. Etter timen kom to elever opp til lærerne og spurte om de fikk ta med seg oppgavene hjem for å gjøre de ferdig hjemme. Jeg tolker dette som at det er en klasse som lett blir engasjert i oppgaver som de opplever som spennende og som arbeider fokusert og målbevisst i matematikk. Elevenes holdning til matematikk fortsatte i timene jeg observerte under praksisen. Dermed kan det konkluderes med at læringsmiljøet i matematikktimene skaper gode rammebetingelser for at elevene skal utvikle sin matematiske forståelse.

3.2.4 Utvalg av elever innad i klassen

Ut av de 34 elevene var det seks som meldte interesse i å delta i prosjektet, ble to av elevenes samtaler ble utvalgt for videre analyser. Utvalget av elever til en kvalitativ studie er ofte strategisk gjort på bakgrunn av egenskapene til informantene (Thagaard, 2009). I denne studien var de ønskede kvalitetene at elevene er muntlig aktive under gruppearbeid og samarbeider godt. Elevene valgt var to gutter med gode faglige forutsetninger til å håndtere meningsbrytninger under oppgaveløsningen med tanke på observert muntlig aktivitet i timen, interesse for matematikk og forståelse av temaet. Elevene var gode venner utenom skolen, og hadde allerede etablert en læringskultur hvor de arbeider effektivt i lag. Under opptaket fremstod samtalene deres som bortimot upåvirket av at de ville bli vurdert av faglærere og analysert av meg på grunn av den tilsynelatende naturlige flyten i samtalen. Dette som et godt utgangspunkt for å undersøke potensialet til demokratilæring gjennom matematiske meningsbrytninger. Begge deltagerne har vært elever med MYP siden 7. trinn. Det er derfor rimelig å anta at elevene er godt kjent med IB sine undervisningspraksiser og lærerens forventninger til arbeidet med undersøkende oppgaver slik som oppgavene studert i masterarbeidet. Dette kan ha en positiv innvirkning på elevenes navigering av matematiske meningsbrytninger (se avsnitt 3.4.2).

3.3 Datainnhenting

Elevenes samtaler ble dokumentert som lydopptak, og videre ble transkribert og analysert med fokus på hvorvidt undersøkelseslandskaper kan brukes for å starte matematiske meningsbrytninger som elevene må navigere gjennom de fire demokratiske kvalitetene. Forberedelsen, selve innhentingen av data og analysen foregikk over flere måneder.

3.3.1 Innsamling av data

Første steget av datainnhentingen tok plass 16. september 2021, hvor meldeskjemaet med søknad om å ta lydopptak av ungdomsskoleelever som arbeidet i lag i matematikk ble sendt inn til NSD. Meldeskjemaet ble godkjent 25. oktober 2021. Samtykkeskjemaet i vedlegg 1 ble sendt ut til den internasjonale skolen 2 uker før jeg startet observasjonen av klassen. I tillegg gikk jeg innom klassen for å informere om oppgaven og dele ut samtykkeskjemaet en uke i forveien av praksisutplasseringen. Seks elever og deres foreldre samtykket til å delta i prosjektet. Opptaket av elevsamtalene skulle egentlig tas under utplasseringen i desember 2021, men på grunn av mye sykdom blant elevene måtte det forskyves til etter nyttår. Opptaket er gjort under en summativ muntligprøve de hadde på slutten av temaet «Can you prove it?» i januar.

Matematikklærerne ønsket å teste ut en ny prøveform hvor elevene arbeidet i lag og tok lydopptak av samtalene hvor de forklarte fremgangsmåten sin i tillegg til å levere en skriftlig besvarelse. Prøven foregikk over to matematikktimer, med en lengre pauser mellom timene. De muntlige opptakene var en sentral for lærerens vurdering av elevenes forståelse, og elevene fikk på forhånd vite at lydopptakene ville være en del av karaktergrunnlaget for denne prøven. Elevene kunne ta så mange og lange opptak som de selv ønsket, og hadde veldige ulike tilnærminger til lydopptaket. Mange av gruppene ble først enig om en løsning på oppgaven, og så tok de opptak mens de forklarte fremgangsmetoden, mens andre grupper, slik som deltagerne i denne oppgaven, tok et lengre lydopptak hvor de tok med hele løsningsprosessen. Lydopptakene ble delt med meg i ettertid av matematikklærerne med samtykke av elevene og foreldrene deres.

3.3.2 Analyse av data

I den kvalitative kasusstudien vil det benyttes lydopptak av elevers samtaler som videre vil transkriberes og analyseres. Analysen vil ta for seg representative samtalesegmenter, hvor fokuset ligger på informantenes ytringer, ordvalg, tonefall og flyten i ytringsrekken (Neumann, 2001). Det vil også tas høyde for deltagernes forståelse av hverandre. Samtalesegmentene vil enten velges ut ifra om de illustrerer praktiseringer av de demokratiske kvalitetene som undersøkes i oppgaven, respekt for uenighet, evnen til å håndtere meningsbrytning, likeverd og kritisk tenkning, eller om det er segmenter som viser klare brytninger av de demokratiske samtaleforventningene. Oppgavene elevene arbeider med vil også kartlegges gjennom Skovmose sin modell for ulike læringsmiljø oppsummert i Tabell 2.2, og IC-modellen brukes for å generalisere funnene fra elevsamtalene i diskusjonsdelen av oppgaven.

For å effektivt dokumentere alle komponentene av samtalen vil notasjon fra Jefferson transkripsjon benyttes under transkriberingen av elevenes samtaler. Tabell 3.1 viser hvordan de ulike tegnene brukes for å representere ulike elementer av elevsamhandlingene, slik som tonefall, fart, stressede ord og hvor høyt deltagerne snakker. Transkripsjonen av utvalgte segmenter vil tas med, og så videre analyseres i dybden. Meningen bak ordvalg, ikke-språkelige og språklige kommunikasjonsmønstre vil undersøkes i denne analysen. Siden transkripsjonen og analysen i stor grad formes av mine opplevelser, erfaringer og forventninger, må begge deler betraktes som subjektiv fremfor objektiv (Neumann, 2001).

Tabell 3.1: Oversikt og forklaring av tegnsettingen brukt i transkripsjonen av elevsamtalene

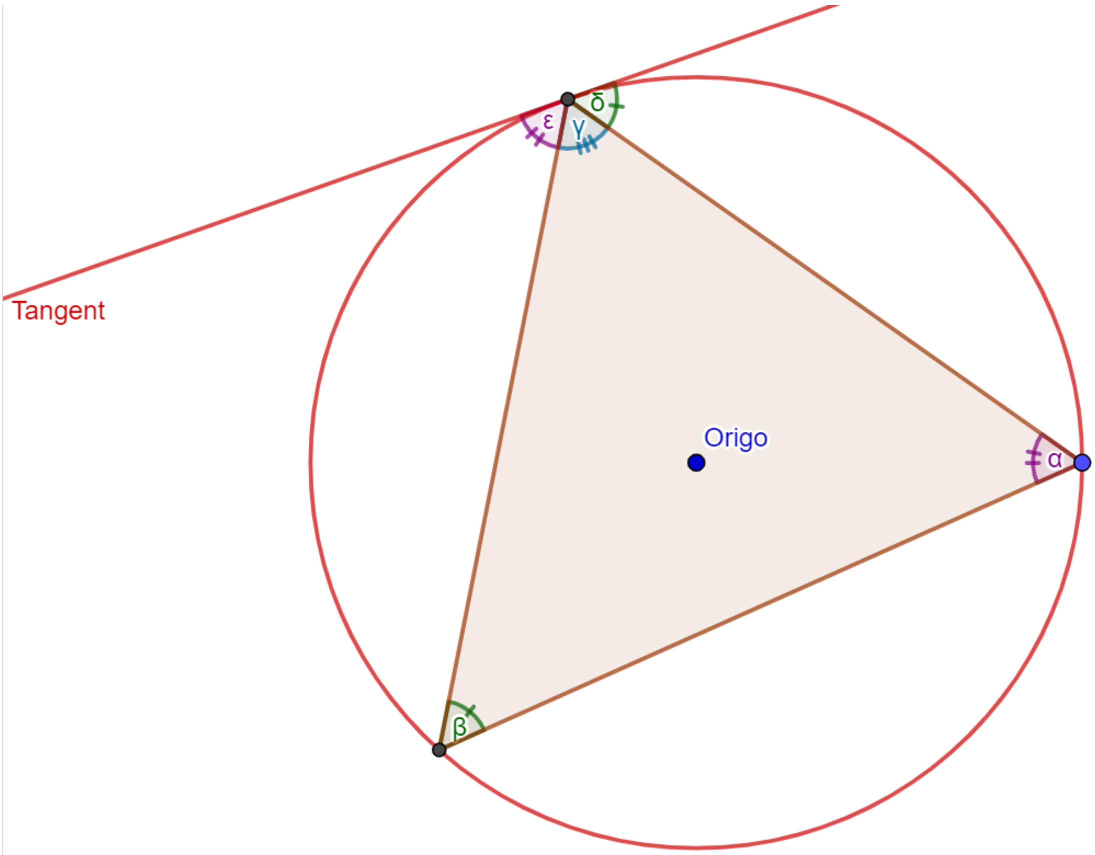
Symbol	Forklaring
> tekst <	Segmentet sies raskere enn vanlig
< tekst >	Segmentet sies senere enn vanlig
Tekst	Det legges mye trykk på segmentet, med klar uttale og senere fart.
TEKST	Segmentet ropes/uttales høyere enn andre deler av samtalen
°tekst°	Segmentet mumles/uttales lavere enn andre deler av samtalen
(tall)	Antall sekunder pause
(.)	Kort pause
tekst…	Setningen/segmentet dør ut
tekst -	Segmentet kuttes brått av en av personen ler
Te:ekst	Bokstaven på hver side av semikolonet dras ut
~ tekst ~	Segmentet sies i en syngende tone
$tekst$	Segmentet sies mens deltageren ler
Heh heh	Latter
Elev A: [tekst 1] Elev B: [tekst 2]	Elevene sier sitatene i hakeparentesene samtidig
[name]	En av deltagernes navn sies og er fjernet for å bevare elevenes anonymitet.
[…]	Deler av samtalen hoppes over
((tekst))	Egne kommentarer settes inn i dobbelt-paranteser

3.3.3 Valg av oppgaver

Oppgavene valgt var en del av den summative vurderingen for kapittelet «can you prove it?» i geometri som var laget av matematikklærerne ut ifra de fem kompetansemålene gjennomgått i avsnitt 3.2.3. Elevene ble vurdert både på resonneringen og argumentasjonen i lydopptakene og svarene og kalkulasjonene de leverte inn skriftlig. Selv om elevene fikk samarbeide på prøven, fikk de en individuell karakter basert på deres muntlige bidrag og den skriftlige besvarelsen. Hele prøven bestod av fem oppgaver med flere deloppgaver. Siden alle oppgavene var undersøkende og la til rette for elevdiskusjoner, ble elevenes diskusjoner fra alle oppgavene transkribert. Transkripsjonen ble i ettertid brukt for å velge ut tre deloppgaver for videre analyse. Selv om alle oppgavene skapte meningsbrytninger, var det av pragmatiske grunner nødvendig å velge bort noen av de. Utvalget av oppgaver var gjort basert på et ønske om å ha meningsbrytninger med ulike forutsetninger i forhold til hvorvidt elevene hadde et delt eller ulikt perspektiv om hvilke løsningsstrategier som ville være mest gunstig for å besvare oppgaven.

3.3.3.1 Angles in circles

Den første oppgaven ble valgt fordi elevene delte det samme perspektivet på hvordan de burde gå frem for å løse oppgaven. Som vist i vedlegg 2 fikk elevene utdelt en sirkel med oppgave om å lage en trekant hvor alle tre hjørnene ligger på sirkelbuen. Videre skulle tangenten til sirkelen gå gjennom det ene hjørnet av trekanten og elevene skulle måle alle vinklene som ble laget av de rette linjene i konstruksjonen. En mulig illustrasjon av konstruksjonen er presentert i Figur 3.1. Til slutt skulle elevene svare på det åpne spørsmålet «hva legger du merke til?». Det siste spørsmålet «hva legger du merke til?» gjør at oppgaven kan betegnes som et undersøkelseslandskap (Skovmose, 2003), hvor elevenes svar vil være avhengig av deres perspektiver, fokus og fremgangsmåte. Det vil dermed ikke være ett korrekt svar, men et godt svar vil være begrunnet med matematiske resonnementer og argumentasjon basert på funnene



Figur 3.1: Mulig løsning på oppgaven "Angles in Circles" tegnet i Geogebra

fra konstruksjonen. På grunn av oppgavens abstrakte natur, faller den i kategori 2, som er undersøkelseslandskaper som referer til «ren matematikk» (Skovmose, 2003).

Oppgaven referer til det som betegnes som en circumcircle, hvor en trekant er omgitt av en sirkel slik at alle tre hjørnene ligger på sirkelbuen (Weisstein, u.å), med en sirkeltangent som går gjennom det ene hjørnet av trekanten. Selv om det ikke er ett rett svar i oppgaven, er oppgaven laget med tanke på Euklids alternerende segment teorem (eng: alternate segment theorem). I Euklids alternerende segment teorem er det gitt at i enhver sirkel vil vinkelen mellom en korde og en tangent gjennom et endepunkt av korden være lik vinkelen i det alternerende segmentet (British Broadcasting Corporation [BBC], 2022a). I forhold til Figur 3.1 vil det si at vinkel α og vinkel ε, samt vinkel δ og vinkel β vil være kongruente vinkler uavhengig av hvilken type trekant som tegnes opp.

Oppgaven er laget ut ifra kompetansemålet «eleven skal kunne […] utforske egenskaper ved ulike polygoner og forklare begrepene formlikhet og kongruens» (KD, 2019a, s. 12). Gjennom oppgaven må elevene utforske egenskapene til den konstruerte trekanten, samt utforske kongruens og sammenhenger mellom vinklene som lages i konstruksjonen. Kompetansemålet referer til de *matematiske kunnskapsområdet* geometri (KD, 2019a, s. 3) som elevene må ha kjennskap til for å løse oppgaven, men gjennom oppgaveløsningen vil de også benytte seg av samtlige andre kjerneelement i matematikk.

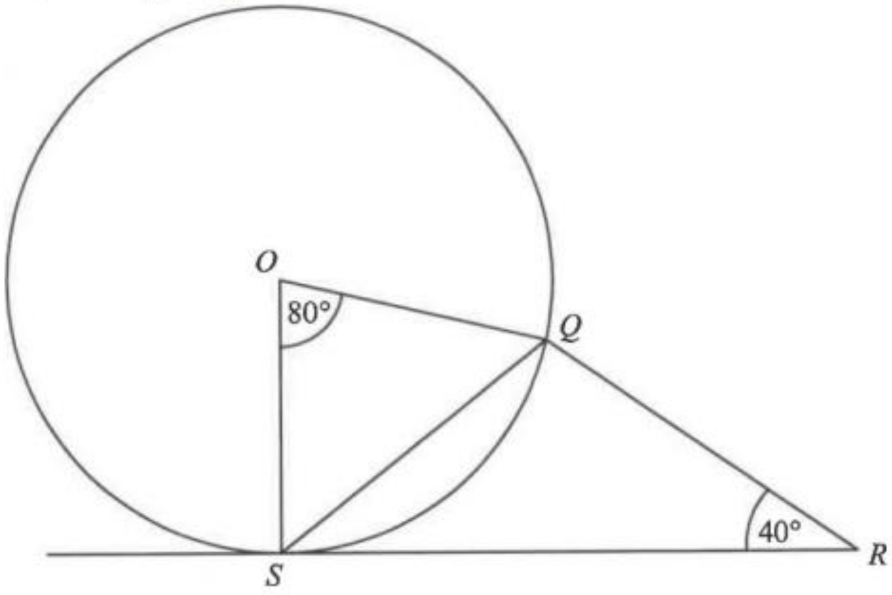
Ved å bruke det åpne spørsmålet «hva legger du merke til?» belegger oppgaven seg på kjerneelementet *utforskning og problemløsning*, hvor elevene «leter etter mønstre, finner sammenhenger og diskuterer seg fram til en felles forståelse» (KD, 2019a, s. 2). I tillegg legges det til rette for diskusjoner mellom elevene hvor de må «følge, vurdere og forstå matematiske tankerekker», «utforme egne resonnementer for å forstå og for å løse problemer» og «[begrunne] fremgangsmåter, resonnementer og løsninger og beviser at disse er gyldige» (KD, 2019a, s. 3) i tråd med kjennetegnene til kjerneelementet *resonnering og argumentasjon*. Diskusjonene rundt oppgavene og funnene krever at elevene «[kan] oversette mellom matematiske representasjoner og dagligspråket og veksle mellom ulike representasjoner» (KD, 2019a, s. 3), som er en essensiell del av kjerneelementet *representasjon og kommunikasjon*. Videre vil det være nødvendig at elevene gjennom diskusjonen «utvikler en formalisering av tanker, strategier og matematisk språk» (KD, 2019a, s.3) slik at de «oppdager sammenhenger og strukturer» (KD, 2019a, s. 3) som er egenskaper som faller under kjerneelementet *abstraksjon og generalisering*.

På grunn av de sammensatte egenskapene som kreves for å løse oppgaven, stiller det tilsynelatende enkle spørsmålet «hva legger du merke til?» høye krav til elevenes matematiske kompetanse. Samtidig er det en lav terskel til for elevene å delta i diskusjonen, siden de fleste vil være i stand til å komme med påstander om hva de legger merke til. Ulike elever vil trolig ha ulikt fokus når de svarer på spørsmålet. Derfor vil det trolig oppstå meningsbrytninger mellom elevene om hvilke deler av konstruksjonen de skal fokusere på og hvordan de skal uttrykke disse funnene uavhengig av om elevene hadde en felles oppfatning av hvilke fremgangsmåter som ville være gunstige for å besvare spørsmålet i starten av oppgaveløsningen.

3.3.3.2 Triangles in circles

Den andre oppgaven studert ble valgt fordi elevene i starten av oppgaveløsningen hadde ulike perspektiver på hvilken fremgangsmetode som ville være mest gunstig. Oppgaven omhandlet ulike trekantkonstruksjoner i sirkler (vedlegg 3), hvor deloppgaven studert utfordret elevene til å bevise at trekanten QSR er likebeint ut ifra informasjonen gitt i Figur 3.2. Selv om oppgaven fortsatt forholder seg til det Skovmose (2003) betegner som ren matematikk, vil bevisføring gjøre at oppgaven klassifiseres som et undersøkelseslandskap i kategori 2 siden det er mange ulike måter å geometrisk eller algebraisk bevise at trekanten QSR er likebeint.

(c) In the diagram below points Q and S lie on a circle centre O.
SR is a tangent to the circle at S.
Angle QRS = 40^0 and angle $SOQ = 80^0$



Not drawn accurately

Prove that triangle QSR is isosceles.

Figur 3.2: Oppgavetekst for bevisoppgaven som omhandler trekanter i sirkler

En mulig måte bevise at trekanten QSR er likebeint på er ved å bevise at vinkelen QSR er lik vinkelen SRQ. Fra sirkelteoremene er det gitt at vinkelen mellom en tangent og radiusen til en sirkel alltid vil være 90 grader (BBC, 2022b).

$$\angle OSR = 90°.$$

Siden lengden av trekantsidene OS og OQ er radiusen av sirkelen, vil de være like lange og trekanten OQS likebeint. Videre er det dermed gitt at

$$\angle OQS = \angle OSQ = \frac{180° - \angle QOS}{2} = \frac{180° - 80°}{2} = 50°$$

$$\angle QSR = \angle OSR - \angle OSQ = 90° - 50° = 40° = \angle SRQ.$$

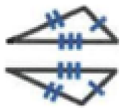
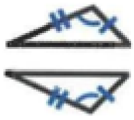
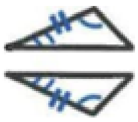
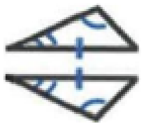
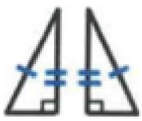
Trekanten QSR er dermed likebeint siden Euklids preposisjon I.6 fra *Elements* som gir at hvis to vinkler i en trekant er like, vil også to av sidene ha lik lengde.

Uavhengig av hvilken tilnærming elevene har til oppgaven, må de demonstrere sin kompetanse i å «utforske egenskaper ved ulike polygoner» (KD, 2019a, s. 12) og «utforske, beskrive og argumentere for sammenhenger mellom sidelengdene i trekanter» (KD, 2019a, s. 12) i tråd med kompetansemålene for geometri i 9. trinn. Bevisføringen krever en god forståelse av geometri fra kjerneelementet *matematiske kunnskapsområder*. I likhet med forrige oppgave representeres også kjerneelementet *utforskning og problemløsning* på grunn av oppgavens undersøkende kvaliteter, og *resonnering og argumentasjon* og *representasjon og kommunikasjon* gjennom elevsamtalene. Videre må resultatene, argumentene og resonnementene formaliseres til et matematisk språk i tråd med kjerneelementet *abstraksjon og generalisering* for den skriftlige bevisføringen av at trekanten QSR er likebeint.

Oppgaven ble valgt for nærmere analyse etter transkripsjonen fordi elevene i oppstarten av oppgaveløsningen hadde ulike tilnærminger til hvordan oppgaven burde løses. Denne uenigheten vil trolig skape andre meningsbrytninger enn oppgaveløsningen hvor de hadde en felles oppfattelse om mest gunstige fremgangsmåte fra starten. Navigeringen av de mulige meningsbrytningene vil trolig legge godt til rette for å praktisere de fire demokratiske kvalitetene evnen til å håndtere meningsbrytninger, likeverd, kritisk tenkning og respekt for uenighet. Siden bevisføring i matematikk stiller høyere krav til formalisering av resonnementer og argumenter enn spørsmålet «hva legger du merke til?» vil det trolig også kunne oppstå meningsbrytninger om hvordan de burde ordlegge seg skriftlig om elevene velger å samarbeide om innføringen av beviset.

3.3.3.3 Congruent triangles

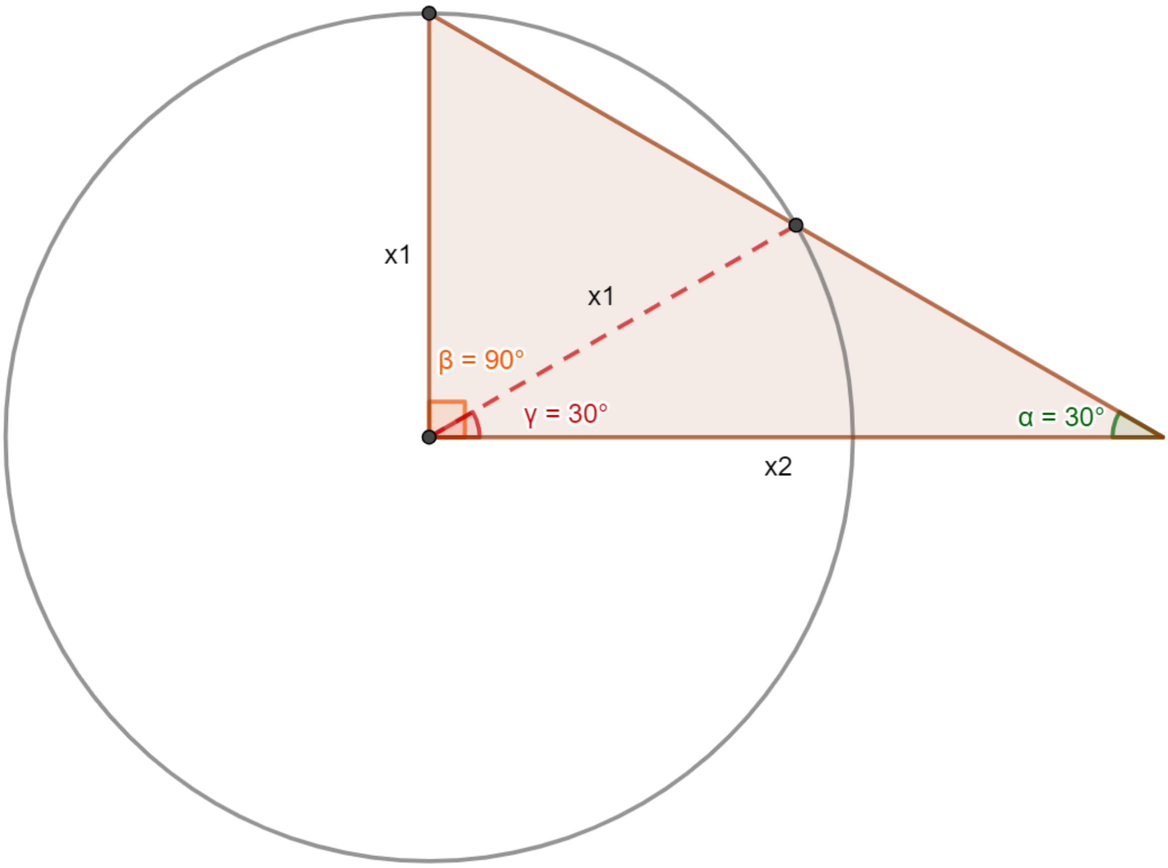
Den tredje deloppgaven handlet om kongruente trekanter og ble valgt fordi elevene måtte utvikle en felles løsningsstrategi under samarbeidet. I løpet av undervisningen hadde elevene arbeidet mye med kongruente trekanter, og hva det vil si at to trekanter er kongruente. Reglene for kongruente trekanter representert i Figur 3.3 ble delt ut til elevene under den summative vurderingen, med intensjon om at de skulle bevise hvorfor AAA-kongruens og SSA-kongruens ikke hadde vært gyldige teorem. For å hjelpe elevene i gang med oppgaven, ble de for både AAA-trekanter og SSA-trekanter oppfordret til å forklare hvordan et slikt teorem hadde vært ordlagt, komme med eksempler som motbeviser kongruensen og så forklare med bruk av eksemplene hvorfor et slikt teorem ikke hadde vært gyldig (vedlegg 4). Masteroppgaven vil ta for seg elevenes samtaler mens de forsøker å motbevise SSA-kongruens.

Congurence	Explanation	Diagram
SSS	When two triangles have three corresponding sets of sides that are congruent, the triangles are congruent.	
SAS	When two triangles have two pairs of sides congruent and the angle between them is congruent, the triangles are congruent	
ASA	When two triangles have two pairs of angles congruent and the side between them is congruent, the triangles are congruent	
AAS	When two triangles have two pairs of angles congruent and the side that is not between them is congruent, the triangles are congruent	
HL	When two triangles have congruent hypotenuses and a pair of congruent legs, the triangles are congruent	

Figur 3.3: Oversikt over gjennomgåtte kongurens teorem for trekanter

Oppgaven er sterkt modellert gjennom de tre deloppgavene for hvert bevis og presentasjonen av andre kongruensformelene, men oppgaven vil fortsatt kunne betegnes som et undersøkelseslandskap av kategori 2 siden det legges til rette for flere ulike former for resonnering og argumentasjon uten et fastsatt, riktig svar (Skovmose, 2003).

I oppgaven er det allerede gitt at SSA-trekanter ikke nødvendigvis er kongruente, så vil fokuset av en god besvarelse være en forklaring på *hvorfor* et SSA-teorem ikke er gyldig. Ved potensiell SSA-kongruens hadde trekanter med to hostliggende sider og den etterfølgende vinkelen er kongruent, er det også gitt at trekantene er kongruente. Som illustrert av Figur 3.4 vil ikke dette være tilfellet. Ved å lage en sirkel med origo i punktet hvor x1 og x2 møtes, finner man to sider med sidelengde x1 som oppfyller kravene til det potensielle SSA-teoremet, til tross for at trekantene ikke vil være kongruente når vinklene β og γ er ulike. Det er derfor to mulige løsninger for hver trekant som følger SSA-formen. Gjennom dette motsigelsesbeviset kan man dermed konkludere ved at SSA-trekanter ikke alltid vil være kongruent.



Figur 3.4: Visualisering av hvorfor SSA-trekanter ikke er kongruent

Også under arbeidet med denne oppgaven vil forståelse av geometri fra kjerneelementet *matematiske kunnskapsområder* være i fokus (KD, 2019a), og oppgaven retter seg mot kompetansemålene «utforske egenskaper ved ulike polygoner og forklare begrepene formlikhet og kongruens» og «utforske, beskrive og argumentere for sammenhenger mellom sidelengdene i trekanter» (KD, 2019a, s. 12). I likhet med bevisføringen fra den forrige oppgaven lager elevene her et bevis gjennom motsigelser, som retter seg mot kjerneelementet *utforskning og problemløsning* på grunn av bevisførings undersøkende kvaliteter, og *resonnering og argumentasjon* og *representasjon og kommunikasjon* gjennom elevsamtalene (KD, 2019a). I tillegg må også motsigelsesbevis formaliseres til et matematisk skriftspråk gjennom egenskaper skildret i kjerneelementet *abstraksjon og generalisering* (KD, 2019a).

Under oppgaveløsningen er det forventet at det vil oppstå flere meningsbrytninger når elevene navigerer diskusjonen rundt hvilke løsningsstrategier som vil være mest gunstige for å løse oppgaven. Elevene vil trolig foreslå ulike perspektiver som må både vurderes og utfordres før de undersøkes videre. Siden denne oppgaven også er en form for bevisføring forventes det også her at elevene må formalisere det matematiske språket sitt. Likevel vil det trolig oppstå mindre meningsbrytninger rundt formaliseringsprosessen enn oppgaven gjennomgått i avsnitt 3.3.3.2 siden oppgaven er mer modellert. Dermed vil fokuset av elevdiskusjonene trolig flyttes fra formaliseringen av det matematiske språket brukt til de matematiske løsningsstrategiene som benyttes for å motbevise SSA-kongruens.

3.4 Relabilitet og validitet av innsamlet data

Når man foretar en undersøkelse, ønsker man at resultatene skal ha både høy relabilitet og validitet. Relabilitet referer til hvilken grad et forsøk kan etterprøves på samme måte av samme eller andre forskere, mens validiteten vurderer i hvilken grad resultatene er gyldige innenfor utvalget og situasjonen det måles i, samt i nye situasjoner med andre deltagere (Le Compte & Goetz, 1982). Det er flere faktorer kan påvirke relabiliteten og validiteten av både de innsamlede lydopptakene og analysene gjort i ettertid. De mest fremtredende påvirkningsfaktorene er kartlagt nedenfor.

3.4.1 Påvirkning av tidligere erfaringer

Siden det er gitt i IB sin formålsparagraf og emneplaner at undervisningen skal være undersøkende og inneholde alle de demokratiske verdier (IBO, 2015), kan kasusstudien skape en misoppfatning av hvor stor effekt bruken av undersøkende matematikkoppgaver kan ha på demokratilæringen. Det er mulig at elevene viser alle de fire elementene av demokratilæring som de har utviklet i et annet fag eller gjennom flere år av demokratilæring, og de kvalitetene ville vært til stede uavhengig av hvilke oppgaver elevene ble gitt. Denne usikkerheten er forsterket ved å bare analysere to elevers samtale, siden det blir vanskeligere å finne generelle tendenser som gjelder for alle elever og skille mellom hvilke samtaletrekk som skyldes informantenes personlige verdier og hva som grunnes i god demokratilæring i matematikk eller i løpet av utdanningen.

Det er derfor viktig å bemerke at målet med oppgaven ikke er å finne ut om matematikk ene og alene kan stå for demokratilæringen i skolen, men heller hvordan matematikkundervisningen kan brukes som et redskap til å bygge opp og støtte demokratilæringen som man ønsker å fremme ved å innføre demokrati og medborgerskap som et tverrfaglig tema. Ifølge *fremtidens skole (*NOU 2015:8) er det viktig at elevene utsettes for meningsbrytninger som de selv må håndtere med respekt for uenigheten, likeverd og kritisk tenkning. At deltagerne allerede er kjent med undervisningsmetodene og de demokratiske verdiene i alle fag, blir dermed en fordel fordi det fostrer et argumentasjonsmiljø og klassemiljø hvor elevene har hatt muligheten til å utvikle denne formen for demokratisk kompetanse over tid.

Suksesskriteriet for å se om undersøkelseslandskaper kan brukes som en del av demokratilæringen i masteroppgaven blir dermed å undersøke om undersøkelseslandskapene eksponerer elevene for situasjoner hvor de må benytte seg av og demonstrere sin demokratiske kompetanse. Dermed er bruken av IB-elever med deres forkunnskaper er en styrke heller enn en svakhet. Det hadde likevel vært interessant å se om resultatene hadde vært den samme for elever av ulike alder, fra ulike skoler og ulike utdanningsprogram for å få en oversikt over hvordan de forkunnskapene kan påvirke rammeverket for å bruke undersøkelseslandskaper i demokratilæringen, men en slik komparativ analyse blir for omfattende for masteroppgavens omfang.

3.4.2 Observasjonsmetode

Når man analyserer elevsamtaler, er det flere observasjonsmetoder som kan anvendes. Siden oppgaven ønsker å undersøke hvordan elever samhandler med hverandre under oppgaveløsningen, var det et naturlig valg å benytte seg av observasjonsmetoder som hadde minst mulig innvirkninger på elevenes naturlige interaksjoner, men allikevel gir et helhetlig bilde av samhandlingene. Dette gjør video- eller audioopptak av elevene til gode alternativer siden elevene arbeider sammen og interagerer med lærere som de ville ha gjort uten å bli observert.

Mens lydopptak kun fanger opp ytringer, vil videoopptak også observere kroppsspråk, kroppsholdninger og andre kommunikasjonsmønstre som ikke er ytret. Det vil også vise hvordan elever bruker virkemidlene rundt seg for å forstå og kommunisere forståelse med samtalepartnerne sine. Lydopptak vil derimot kun fange opp ytringer, men gir likevel et innblikk i elevenes holdninger og samarbeid gjennom tonefall, valg av ordleggelse og konnotasjonene det medfører og andre lyder. Dermed kan også lydopptak gi en forståelse av kroppsspråket til elevene, men krever mer tolkninger og antagelser av observatøren under analysen.

Lydopptak ble likevel valgt fremfor videoopptak av tre grunner. For det første, er elevene under samtykkealder og beskyttet av et strengt personvern. Jeg ønsket å utføre observasjonen på en betryggende måte for både elever og deres foreldre, slik at de var sikre på at innhentet informasjon ble anonymisert og informantenes identitet til enhver tid er beskyttet. Mens det er lett å identifisere elever på videoopptak og ved å transkribere deres oppførsel, vil en audioinnspilling gjøre det lettere beskytte informantenes anonymitet. For det andre kan observasjoner ha en stor påvirkning på undervisning og hvordan vi oppfører oss (se kapittel 3.4.4). En mikrofon plassert på pulten vil være mindre støy i undervisningen enn et kamera, og vil kreve mindre tid for elevene å venne seg til. Dette gjør at de utover lydopptaket vil være mindre påvirket av å bli observert enn om de ble filmet (Stigum & Sætre, 2021).

Avslutningsvis, vil en lydfil gi mer kondensert data av hvordan elevene interagerer med hverandre enn en videofil ville ha gjort. Dette gjør at fokuset rettes mot samtalene til elevene, fremfor andre interaksjonsmønstre som er mindre relevante for læringssamtalens utbytte med tanke på demokratiske verdiene evnen til å håndtere meningsbrytninger, likeverd, kritisk tenkning og respekt for uenighet. En lydfil som tar høyde for ordvalg, tonefall og ytringer vil gi tilstrekkelig informasjon om likeverd og kritisk tenkning, samt elevenes evne til å respektere og håndtere uenigheter som dukker opp under samarbeidet. Selv om en del informasjon kan gå tapt, vil de viktigste elementene for å analysere samtalene være til stede, samtidig som at elevenes interaksjoner er minst mulig påvirket og deres personvern være godt beskyttet. Audioinnspillinger vurderes derfor til å være den mest passende observasjonsmetoden for å besvare problemstillingen.

3.4.3 Hawthrone-effekten

Det er mulig at elevenes atferd og dermed også samtalene, påvirkes av å vite de er observert. Dette er et velkjent fenomen kalt som Hawthrone-effekten (Payne & Payne, 2004). Før elevene samtykket til å være med i studien ble de spurt om å lese gjennom samtykkeskjemaet (vedlegg 1) nøye med foreldrene sine, hvor målet med studien ble beskrevet. Elevene som samtykket til å bli tatt lydopptak av var også informert om lydopptaket ble tatt og kunne under innspillingen se mikrofonen på pulten. Denne informasjonen er nødvendig for at elevene kan gi informert samtykke til å delta på studien, men kan gjøre elevene mer bevisst på egne handlinger og ordleggelser.

I tillegg kan bevisstheten om at samtalene vurderes av faglærere og karaktersettes påvirke hvor naturlig interaksjonen oppleves for elevene. Det ytre presset fra omgivelsene kan gjøre at elevene er mindre fleksible og åpne til andre tilnærminger enn de ville vært i en vanlig time (Payne & Payne, 2004). Det vil også kunne ha en innvirkning på muligheten til å komme i kontakt, siden en vurdering vil sette et eksternt press på elevene til å komme i kontakt og lage et felles mål for samarbeidet. Det ytre presset og Hawthrone-effekten kan påvirke resultatet av funnene, og gjøre det vanskelig å finne generaliserte tendenser for timer som gjelder for timer som ikke observeres. Dette styrkes av studiens kvalitative undersøkelse fremfor å bruke en kvantitative data med flere datapunkter.

3.4.4 Rammefaktorer som kan påvirke elevsamtalene

Korona-pandemien preget også opptakene av elevsamtalene tatt under prøven. En av de to deltagerne som brukes i analysen var hjemme i karantene og tok prøven over teams med samtalepartneren. Dette kan skape et veldig annerledes læringsmiljø enn om begge hadde vært til stede på skolen, noe som kan påvirke samtalene mellom dem. I tillegg vil sykdom kunne påvirke elevens mulighet til å delta i samtalen. Selv var jeg også i karantene under lydopptaket og fikk ikke observert klassen under prøven. Dermed kan det være eksterne faktorer som spiller inn som ikke kommer frem i analysen.

3.4.5 Objektivitet i analysen

Lydopptakene av elever vil bli transkribert og så videre analysert. Både under transkripsjonen og tolkningen av samtalene vil mine holdninger kunne påvirke min opplevelse av samtalene (Hanson, 1958). Først og fremst vil min transkripsjon og analyse være farget av at jeg leter etter elementer av samtalen som kan kategoriseres inn i IC-samtalestrukturen og inneholder demokratiske verdier for analysen. Dette gjør at jeg kan tillegge tonefall eller ordvalg verdier som ikke er der, og som senere kan påvirke resultatene og konklusjonene. Hanson (1958) påpeker at alle menneskers sanseopplevelser ubevisst vil formes og filtreres gjennom våre erfaringer. Dette er en uunngåelig potensiell feilkilde, men min egen bevissthet rundt det kan være med på å minimere feilkildens påvirkningskraft.

3.5 Personvern og etiske overveielser

Fra starten av oppgaven, har elevenes personvern vært i fokus. Samtykkeskjemaet (vedlegg 1) ble godkjent av NSD før det ble ut til alle elevene i klassen, hvor jeg fikk 5 minutter av timen uken før praksisen starter for å informere om masterarbeidet mitt og oppgaven. Det ble gjort klart at det var frivillig å være med i prosjektet og deres deltagelse ikke ville ha en innvirkning på karakteren deres i matematikk. Siden elevene er under 16 år, måtte de ha foreldrenes underskrift for å kunne delta. Elevene som ble med på prosjektet ble informert om at de til enhver tid trekke seg. I ettertid av opptaket ble samtalene ble transkribert og anonymisert før det ble videre behandlet i analysen av oppgaven for å beskytte elevenes identitet.

4 Analyse

I analysen vil samtalesegmenter hvor deltagerne må navigere meningsbrytninger brukes for videre analyser med hensyn til IC-modellen og praktisering av de fire demokratiske kvalitetene. Selv om bare deler av samtalen brukes i analysen, er hele samtalen for hver deloppgave lagt til som et vedlegg (vedlegg 8.2.3; vedlegg 8.3.2; vedlegg 8.4.3). Fokuset ligger på de tre av deloppgavene gjennomgått i avsnitt 3.3.3: en hvor elevene delte en felles fremgangsmåte, en hvor de hadde motstridende fremgangsmåter og en oppgave hvor de måtte etablere en fremgangsmåte i lag. Hver analyse vil følge samme struktur hvor elevenes svar gjennomgås først, før meningsbrytningene som dukker opp under samarbeidet presenteres og dybdeanalyseres. Funnene oppsummeres og sammenlignes i avsnitt 4.4.

4.1 Læringssamtaler hvor elevene har samme fremgangsmåte

Under IC-samtaler er det flere faser av samarbeidet mellom elevene som kan utløse matematiske meningsbrytninger. I oppgaven som omhandlet vinkler av trekanter i sirkler (vedlegg 2) var elevene fra starten av oppgaveløsningen enig om hvordan de skulle gå frem for å finne en løsning. Likevel oppstod det matematiske diskusjoner og meningsbrytninger under evalueringen av hva som skal tas høyde for under oppgaveløsningen og hvordan man kan kommunisere matematiske funn på en effektiv måte.

4.1.1 Oppgave: Angles in Circles investigation

I den første oppgaven gjennomgått i avsnitt 3.3.3.1 skulle elevene lage en trekant i en sirkel slik at hvert hjørne ligger på sirkelbuen. Videre skal de tegne en sirkeltangen som treffet det ene hjørnet, samt måle alle vinklene i figuren slik at de kan besvare spørsmålet «hva legger du merke til?». Basert på elevenes samtaler er det mulig å anta at deres konstruksjon ligner konstruksjonen i Figur 3.1.

Elevenes funn oppsummeres av Elev A i sitatene

> Elev A: > So I've written there are five angles total. Of the angles formed at the tangent intersection, there are three.<
>
> […]
>
> Elev A: The outer angles are equal. Here they are the same.

Ved å generalisere funnene sine fra deres eksempler har de gjennom eksperimentell resonnering (Kollosche, 2021) nådd en konklusjon som ligner på Euklids alternerende segment teorem. Elevene har valgt å fokusere på de tre vinklene som formes ved tangenten fremfor de andre vinklene i figuren, og har konkludert med at de ytre vinklene δ og ε vil være like. Dette tyder på at trekanten de har tegnet opp er likebent, hvor også α og β er kongruent. Selv om elevene var enig om fremgangsmåten fra starten av samarbeidet, ble de eksponert for meningsbrytninger som krevde likeverd, respekt for uenighet og kritisk tenkning, i tråd med de fire kvalitetene ansett som nødvendig for demokratilæringen (KD, 2017; Lenz, 2020).

4.1.2 Meningsbrytninger under oppgaveløsningen

Under arbeidet oppstod det flere faglige meningsbrytninger mellom elevene når de i identifiseringsfasen skulle finne oppgavens fokus og under lokaliseringen av ulike perspektiver. Under arbeidet var det spesielt hvilke vinkler det skulle tas høyde for som skapte faglige diskusjoner mellom elevene som de måtte navigere gjennom de demokratiske kvalitetene.

4.1.2.1 Hvilke linjer danner vinkler?

Etter at elevene hadde tegnet opp sirkelen, trekanten og tangent, skulle de måle alle vinklene laget av de rette linjene. Siden elev A var hjemme under lydopptaket, var ingen av elevene i stand til å se hvordan den andre eleven gikk frem for å gjøre dette. Dette gjorde at elevene måtte være enda klarere i den språklige kommunikasjonen for å navigere samtalen og nå en felles forståelse for hvordan oppgaven burde løses. I utdraget nedenfor forsøker elev A å forsikre seg om at elevene hadde den samme forståelsen for hvordan oppgaven burde løses.

Elev A: Ehhrrr, $I mean this,$ this, you've probably not done this but, eeehm, just make sure you don't think of the circumference is a straight line. 'Cuz you can only measure angles from straight lines.
Elev B: °yeah° of course
Elev A: So you can't do from the circumference. Heh heh. $That doesn't make any sense.$
Elev B: Okay [name], don't underestimate me, please ((i en tilgjort tone)). Don't underestimate my power.

Den første demokratiske kvaliteten som kommer tydelig frem, spesielt i elev A sine uttalelser, er *kritisk tenkning*. Under analysen av oppgaven, som kjennetegner lokaliseringsstadiet av samtalen (Alrø & Skovmose, 2002), har elev A resonnert seg frem til hvilke linjer som skal tas hensyn til når de måler vinklene. Denne formen for oppgaveanalyse og resonnering i matematikk er viktige deler av kritisk tenkning og vurdering (KD, 2019a). Under resonneringen har elev A i tillegg identifisert en mulig misoppfatning, hvor man måler vinkler fra sirkelperiferien i tillegg til de rette linjene. Dette krever en kritisk vurdering av både figuren og av hvordan andre elever kan tolke den annerledes enn det en selv har gjort. Elev B svarer med engang «så klart», noe som indikerer at de har kritisk tolket oppgaven på samme måte som elev A, og vurderer elev A sine utsagn er matematisk korrekte.

Selv om begge elevene her er enig i at sirkelbuen ikke skal tas med når de måler vinkler, legger elev A sitt utsagn til rette for at elev B kan utfordre dem i det Alrø og Skovmose (2002) betegner som utfordringsfasen av IC-samtalen. Allerede da elev A sier at det er viktig å ikke ta med sirkelbuen, går de inn i forhandlingsstadiet hvor elev A argumenterer for sine perspektiver på oppgaven. Dette legger til rette for en konstruktiv samtale om de skulle oppleve en meningsbrytning hvor elev B hadde en annen oppfatning. Dette kan også sees på som en måte å vise respekt for elev B sine meninger om de skulle vært uenig.

Det er også andre tegn i ordleggelsen til elev A som kan tolkes som respekt for en mulig uenighet. Når elev A først påpeker at det ikke skal tegnes noen vinkler fra sirkelbuen, legger de frem argumentet sitt på en veldig forsiktig måte. Dette illustreres ved bruken av frasen «du har sikkert ikke gjort dette, men…», som tyder på at eleven vil gjøre det klart at de ikke har antatt at eleven har gjort en feil, men heller vil forsikre seg om at de har tolket oppgaven likt. Under første setningen bruker også eleven hvileord, slik som «ehm», og det er tydelig at eleven reformulerer seg flere ganger i starten av setningen. Dette kan tyde på at elev A reflekterer over hvordan ordleggelsen kan oppfattes av elev B. Denne tonen endres så snart det er konfirmert at elev B er enig med dem, hvor elev A ler og uttrykker seg mer lattermildt og selvsikkert i setningen «det hadde ikke gitt noen mening».

Hele samtalen er sterkt preget av et læringsmiljø med likeverd mellom elevene. Når elev A velger å legge frem argumentet sitt om hvorfor sirkelbuen ikke skal tas hensyn til, er det mulig å anta at dette er gjort for å forsikre seg om at de begge deler det samme perspektivet i oppgaven. Dette er en viktig del av å skape et inkluderende læringsmiljø og å komme i kontakt for å arbeide i lag (Alrø & Skovmose, 2002). Også måten elev A ordlegger seg på som skildret i forrige avsnitt bygger opp en samtale hvor begge partene er likeverdig. Når uenigheter, eller som i dette tilfelle mulige uenigheter, møtes med respekt, skaper man et læringsmiljø hvor det er rom for å ta feil, tenke høyt og utfordre hverandre (Alrø & Skovmose, 2002). Selv om elev A fremstår som sikker på sine matematiske resonnementer, velger de ordlegge seg på en måte hvor det er mulig for elev B å utfordre utsagnet, som kan tolkes som at elev B sine standpunkter og fremgangsmåter sees på som like viktig for gruppearbeidet.

4.1.2.2 Hvilke vinkler skal det tas hensyn til i figuren?

Selv om elevene i stor grad var enig i hvordan figuren skulle konstrueres og oppgaven kunne løses, møtte de på noen mindre uenigheter under formuleringen av en konklusjon. Dette vises blant annet i samtalesegmentet hvor elevene blir enig i hvor mange vinkler som skal tas høyde for. Under målingen av vinklene oppdaget elevene at de to ytre vinklene δ og ε var like store. Videre må de finne en måte å uttrykke observasjonene sine skriftlig. Elev A starter samarbeidet med å identifisere målet i oppgaven i identifiseringsfasen, og ved å lokalisere en felles forståelse for hvordan de skal gå frem for å løse oppgaven i lokaliseringsfasen.

> Elev A: Ehrm... Number four is just “what do you notice?”. Just tell me and I can write the conclusion °I think°.

Dette kan ansees som en måte å støtte opp det likeverdige forholdet mellom elevene siden det muliggjør deltagelse for begge elevene. Indentifiseringsfasen og lokaliseringsfasen er en viktig del av å styrke den demokratiske kvaliteten likeverd (Alrø & Skovmose, 2002). Elev A ønsker å få frem elev B sine observasjoner og resonnementer, og spør derfor elev B om de kan forklare mens elev A skriver ned konklusjonen. I samtalesegmentet nedenfor skildrer elev B delene av oppgaven som de bemerker seg.

> Elev B: There – there are three angles, right? There's three angles.
> Elev A: There are three angles, total.
> Elev B: There are three angles. The both – the left outer one and the right outer one is the same angle, the middle one is not. (1.5) So the left outer angle and the right outer angle is the same angle. Yeah.

Elev B konkluderer med at det er tre vinkler, men når elev A noterer dette ned oppdager de at dette er en annen konklusjon enn det elev A hadde laget seg når de konstruerte figuren. Dermed oppstår det en meningsbrytning for elev A mellom sine egne observasjoner og elev B sine resonnementer. Elev A håndterer denne meningsbrytningen ved å utfordre elev B sin konklusjon i samtalesegmentet nedenfor.

> Elev A: Ehrr, you measured <u>three</u> angles total?
> Elev B: Yeah?
> Elev A: My theory is that… Hmmm. Yeah 'cuz it wouldn't make sense to ask you to measure the rest of the triangle because we haven't done anything with the triangle. Although it says measure all the different angles made by <u>this arrangement of straight lines</u>. And I feel like with all the straight lines there are going to be an angle with the, at the other two angles of the triangle as well.

Den kritiske vurderingen av hverandres utsagn er sentral del av evnen til å håndtere meningsbrytninger under diskusjoner og krever to av de demokratiske kvalitetene fra den overordnede delen av læreplanen, kritisk tenkning og evnen til å håndtere meningsbrytninger (KD, 2019a). Elev A og elev B er uenig om hvor mange vinkler det er totalt i figuren. Elev B påstår det er tre vinkler, mens elev A mener man også skal telle med de interne vinklene i trekanten, som gir fem vinkler totalt. Elev A starter meningsbrytningen med å reformulere elev B sin tidligere konklusjon som et spørsmål, som er en effektiv måte å undersøke om det ikke har oppstått noen misforståelser i reformuleringsstadiet av IC-samtalen (Alrø & Skovmose, 2002). Når de videre velger å utfordre elev B i utfordringsstadiet henviser de både til konstruksjonen og spesifikke deler av oppgaveteksten for å forhandle for sine egne standpunkter.

Elev B: What? What do you -?
Elev A: The triangle uses straight lines, correct?
Elev B: yeah
Elev A: And the triangle uses three angles (.) But also that there are also three angles at that tangent line. So, there should be five angles total, but I've now written down there's three angles total.
Elev B: you want me to measure all the angles in the triangle?
Elev A: The task says different angles made by this arrangement of straight lines. This arrangement? Like? That is not specific enough to be only the arrangement when you put tangent, so this arrangement has got to be the entire thing that you made.
Elev B: mhm

Etter å trolig ha lest over oppgaven en gang til, og sett at det står at de skal måle alle vinklene som lages av de rette linjene, konkluderer elev A med at de interne vinklene α, β og γ i figur 3.1 også må inkluderes, og at det dermed er fem vinkler totalt i figuren. Det kommer også tydelig frem i samtalesegmentet overfor at siden elevene ikke har gjort noe med trekanten legger de fokus på de tre vinklene γ, δ og ε ved tangenten, noe som kan forklare hvorfor deres observasjoner ikke tar høyde for vinklene α og β.

Begge elevene virker til å møte meningsbrytningen ovenfor med en åpen innstilling, respekt for uenigheten og ønske om å nå en felles forståelse for oppgaven. Dermed gjør det mulig å konkludere med at IC-samtalen som oppstod under arbeidet undersøkelseslandskapet fremmet de to demokratiske kvalitetene evnen til å håndtere meningsbrytninger og respekt for uenighet (KD, 2019a). Dette illustreres blant annet i måten elevene evaluerer hverandres utsagn. Selv når de er uenige stiller de hverandre spørsmål og bruker bekreftende ord når de har skjønt hva den andre personen forklarer. Elev A bruker også bekreftende ord når de forhandler, for eksempel i sitatet «trekanten bruker rette linjer, *ikke sant*?». Dette er klare tegn på dialogisk lytting, som bekreftes av at de både reformulerer og repeterer det den andre personen har sagt.

Ønsket om å oppnå en felles forståelse for oppgaven reflekteres i måten de diskuterer frem til de har blitt enig om hvordan de skal gå videre.

Det er tydelig at læringsmiljøet lager rom for at begge elevene kan uttrykke sine perspektiver,og stille spørsmål ved andres om de ikke er enig, noe som kjennetegner et likeverdig læringsmiljø (Lenz, 2020). Når det er meningsbrytninger i tolkningen av oppgaven, er fokuset enten på oppgaveteksten eller den matematiske holdbarheten av ulike argumenter. Man ser også at elev A gjør et klart forsøk på å se det fra elev B sitt standpunkt, i sitater som «det gir ikke mening å be deg om å måle vinklene i trekanten siden vi ikke har gjort noe med den, men oppgaven spør om alle de ulike vinklene laget av de rette linjene».

Selv om de demokratiske kvalitetene i stor grad overlapper, er det tydelig at IC-læringssamtalen mellom de to studerte elevene er preget av alle de fire demokratiske kvalitetene fra den overordnede delen av læreplanen når de arbeider i lag med oppgaven. Dette ser ut til å være tilfellet både når de kontrollerer at de har det samme perspektivet på undersøkelseslandskapet i lokaliseringsfasen og når de møter meningsbrytninger hvor de er uenig om hvordan oppgaven skal løses. I begge tilfellene hadde elevene likevel en felles fremgangsmåte fra starten av som de baserte det videre arbeidet på. For å få et mer helhetlig bilde på demokratilæringen, vil også læringssamtalen hvor de har ulike fremgangsmåter analyseres.

4.2 Læringssamtaler hvor elevene har ulike løsningsstrategier

Når elever arbeider i lag, vil de ofte ha ulike perspektiver på hvordan de mest effektiv kan gå frem for å løse en oppgave. Dette kan skape meningsbrytninger som kan være krevende å navigere. På deloppgaven gjennomgått i avsnitt 3.3.3.2 hvor elevene så på trekanter i sirkler, oppstod det meningsbrytninger både rundt etableringen av en felles forståelse av oppgaven og hvilke løsningsstrategier som er mest gunstige å undersøke videre for å finne svaret på oppgaven.

4.2.1 Oppgave: Triangles in Circle

I den andre oppgaven skal elevene ut ifra informasjonen gitt i Figur 3.2 bevise at trekanten QSR er likebeint. Elevene studert har i starten av arbeidet ulike perspektiver på hvordan de kan gå frem for å bevise dette. Elev A fokuserer på å finne måter å bevise at vinklene QSR er 40 grader ved å bygge videre på resonnementet «vi ser at vinkel QSR er litt mindre enn en halvvering av vinklene OSR, så QSR vil være litt under 45 grader». Elev B sin fremgangsmåte ligner mer på den algebraiske fremgangsmåten gjennomgått i avsnitt 3.3.3.2. Både i forkant og etterkant av de ulike løsningsstrategiene dukket det opp uenigheter som måtte håndtere ved bruk av de fire demokratiske kompetansene før elevene kunne bevise at trekanten var likebeint.

4.2.2 Meningsbrytninger

I oppgaven med ulike fremgangsmåte oppstod det faglige meningsbrytninger mellom elevene når de skulle komme i kontakt og etablere en felles forståelse av oppgaven og etter de hadde presentert hver sine fremgangsmåter.

4.2.2.1 Etableringen av felles forståelse av oppgaven

Første de gjør er å lokalisere en felles forståelse av oppgaven. Dette gjøres gjennom å etablere en felles definisjon av begrepet likebeint, som vist i utdraget nedenfor.

> Elev A: Ehh- Isoceles means three equal sides, right? No, three equal angles, right?
> Elev B: No, two equal… Wait, no.
> Elev A: What is isosceles?
> Elev B: Eehh… Eh.. Isoceles is a triangle with two equal angles.
> Elev A: Only two?
> Elev B: I think so.
> Elev A: Yeah, ‘cuz there is a thing that is called right isosceles triangle, which means one is 90 degrees and the rest is… Yeah, okay that makes sense.
> Elev B: Yeah (.) Okay, so we gotta prove that it is the same?

Hele meningsbrytningen preges enda av et likeverdig forhold, og fokuset i meningsbrytningen rettes mot matematikken. Gjennom diskusjonen om hvor mange vinkler og sider som må være like virker det til å være en lav terskel mellom elevene for å dele sine meninger, også når egne meninger motstrider medelevens perspektiver. Et slikt læringsmiljø er et kjennetegn på et etablert likeverdig forhold i samtalen (Lenz, 2020). For hvert steg av samarbeidet, både i denne oppgaven og i de andre samtalesegmentene, jobber elevene konsekvent med å identifisere en felles definisjon så de har like forutsetninger til å delta i samtalen.

Når eleven opplever meningsbrytninger slik som i utarbeidelsen av en felles definisjon av likebeint, bidrar det likeverdige forholdet til å muliggjøre respekt for uenigheter som oppstår underveis i arbeidet. Dette vises blant annet i den dialogiske lyttingen hvor de stiller spørsmål om de er uenig, som er en viktig del av reformuleringsfasen av IC-samtaler (Alrø & Skovmose, 2002). Dette kan blant annet illustreres i sitatet hvor elev B sier «likebeint er en trekant med to like vinkler» og elev A svarer med «bare to?», i stedet for å avfeie elev B sin påstand fordi det bryter med deres egen. Når læringsmiljøet har en klar respekt for uenigheter som oppstår underveis i opppgaveløsningen, blir det lettere for elevene å delta i forhandlingsfasen og høyttenkningsfasen, samt å utfordre hverandres påstander og stille spørsmål til resonnementer (Alrø & Skovmose, 2002).

Når elev A velger å evaluere elev B sin påstand fremfor å avfeie den startes en kritisk tankeprosess om både medelevens og eget ståsted som er vanskelig å oppnå uten læringssamtaler. Når elev B holder fast på at det er to sider som må være like, knytter elev A påstanden opp mot annen etablert kunnskap og kan gjennom deduktiv forutsetningsresonnering fastslå at det finnes rettvinklede likebeinte trekanter (Kollosche, 2021). Siden en trekant med tre like vinkler må ha tre vinkler på 60 grader, oppstår det en kognitiv konflikt som gjør at elev A godtar elev B sitt standpunkt om at bare to sider må være like. Selv om elevene etablerte en felles forståelse for definisjonen av likebeint trekant, vil et undersøkelseslandskap med bevisføring mange ulike fremgangsmåter. Dette gjør at det er naturlig at elever har ulike løsningsstrategier som muliggjør meningsbrytninger som kan lage et godt grunnlag for å praktisere de fire demokratiske kvalitetene.

4.2.2.2 Meningsbrytninger om løsningsstrategier

Når det oppstår en meningsbrytning hvor elever har presentert ulike fremgangsmåter, kan det for mange elever oppleves som krevende å kritisere andres argumenter i forhandlingsfasen (Alrø & Skovmose, 2002). Dette skyldes trolig at det truer det likeverdige forholdet i samtalen. Det kan også oppleves som vanskelig å bli utfordret på argumentene sine når man har presentert sine egne perspektiver under forhandlingen. Etter at elev A har presentert sine perspektiver på hvordan de kan gå frem for å løse oppgaven, må elev B presentere sitt forslag.

> Elev B: Will we- will we need to make it that complicated? Because, because the triangle O-S-Q is also a isosceles triangle, because it has to radii's? Radii-? Two Radii's?
>
> Elev A: That's right
>
> Elev B: So we can easy find…
>
> Elev A: yeah yeah yeah
>
> Elev B: So we can find… I'll just do it that way
>
> Elev A: That's right, that's right. So just half of- yeah okay. That's also a theorem to do. So just basically half of what's remaining when you take 180 minus- no, divided. 80 degrees… And then half of that will be the angle of both Q-point and the S-point and then we have everything.

Elevene håndterer meningsbrytningen, og er i stand til å skape en felles interesse for den samme løsningsstrategien. Elev B er i starten veldig forsiktig når de kritiserer elev A sin metode, og starter forhandlingen med å fremme egne tanker og perspektiver. Dette vises i første sitatet, hvor de poengterer at trekanten OSQ er likebeint siden den er laget av to radiuser, og igjen benytter seg av forutsetningsresonnering (Kollosche, 2021) for å argumentere for sitt ståsted. Elev A kommer med bekreftelser på at de lytter og er klar til å enten akseptere eller utfordre elev B sin metode med å si «det stemmer». Så snart elev B har sagt «da kan man lett finne», ser det ut som at elev A har forstått hvordan elev B har gått frem i sitatet, og uttrykker det gjennom «yeah yeah yeah», for så videre forklare sin forståelse av elev B sin fremgangsmetode. Etter begge elevene har presentert sin fremgangsmetode, må de bli enig om hvilken som er mest gunstig for denne oppgaven.

Elev B: Yup, great. Okay, I am just going to do it that way I said it then.

Elev A: Yeah, heh heh. That seems easier.

Elev B: Yeah, it's just… It's just way easier.

Elev A: Yeah.

Selv om elev A entusiastisk har uttrykt forståelse, er elev B forsiktig i ordleggelsen av at de vil velge sin egen fremgangsmåte, frem til elev A selv sier at elev B sin fremgangsmåte var mye lettere. Begge elevene vurderer hverandres og egne påstander kritisk gjennom meningsbrytningen, men samtalen er sterkt preget av respekt for uenigheten og likeverd. I etableringen av en felles løsning har begge elevene måtte håndtere meningsbrytninger ved å ta i brukt de tre andre demokratiske kvalitetene respekt for uenighet, kritisk tenkning og likeverd som gir et godt grunnlag for demokratilæringen (KD 2019a).

4.3 Læringssamtaler hvor elevene utvikler en felles løsningsstrategi

En annen mulig utvikling av samarbeidet under gruppeoppgaver er at deltagerne må etablere en løsningsstrategi i lag. Dette stille høyere krav til høyttenkning og forhandling ettersom at elevene må diskutere og utforske ulike perspektiver, som videre kritisk må vurderes og utfordres. For de studerte elevene skjedde dette under oppgaven hvor de skulle bevise at gitte regler ikke ville ført til en gitt trekantinkongruens.

4.3.1 Oppgave: Congurent Triangles

I den siste oppgaven som gjøres rede for i denne masteren skulle elevene gjennom motsigelser bevise at SSA-kongruens ikke kan være et teorem (avnsitt 3.3.3.3). Oppgaven modellerte hvordan elevene skulle gå frem for å gjøre dette gjennom deloppgavene vist i vedlegg 4. Når de begynte å diskutere SSA-trekantene konkluderte de først med at de ikke kunne være kongruente, før de ombestemte seg etter å ha prøvd å tegne opp eksempler. På grunn av ordlyden i oppgaven stilte de seg kritiske til denne konklusjonen, og endte til slutt opp med å finne to trekanter som ikke var kongruente til tross for at de fulgte SSA-formatet.

Oppgaveløsningen var preget av flere selvmotsigelser og endring av perspektiver, som skapte flere meningsbrytninger.

4.3.2 Meningsbrytninger

Under identifiseringsfasen av IC-samtalen var elevene enige om at målet med oppgaven var å bevise at trekanter ikke nødvendigvis ville være kongruente om de fulgte en SSA-regel, og var enig i at dette kunne bevises ved å lokalisere motsigelser av et eventuelt SSA-teorem. Under høyttenkningfasen (Alrø & Skovmose, 2002) skissert nedenfor ser man derfor at elevene er enig i at den siste sidelengden av trekanten ikke nødvendigvis vil være like lang om man sammenlignet to SSA-trekanter.

> Elev B: Okay, try to construct examples that would prove disprove the theorem
> […]
> Elev B: It won't work because…
> Elev A: It won't work because if two triangles could have the same rule, SSA, but one line is bigger than it's correspondent, then they aren't equal
> Elev B: So they won't be congruent
> Elev A: Yeah, look at two triangles where like the succeeding line is bigger on one triangle than the other. They are not the same triangle, but they still both have the SSA rule-
> Elev B: Yeah

Elev B bekrefter at de har forstått hva elev A mener når de har forklart sine tankeprosesser. De har sett at for at trekanten ikke skal være kongruent, må den siste siden være ulike. Målet deres for oppgaven er dermed å tegne opp to trekanter som følger SSA-formatet, hvor den tredje siden har ulik lengde. Siden elev A leverer prøven digitalt blir de enig om at elev B tegner opp eksemplene, men etter å ha tegnet opp den første trekanten sliter elev B med å finne en annen trekant hvor den siste sidelengden er ulik.

> Elev B: Okay, that is one. Wait, am I braindead?
> Elev A: No, it might be wrong.

Når elev B har vanskeligheter med å finne et motstridende eksempel, velger de først å kritisk vurdere sin egen forståelse og tegning under evalueringsfasen (Alrø & Skovmose, 2002). Elev B sin mistro til egne evner, møtes med umiddelbar forsikring fra elev A som konstaterer at de tidligere resonnementene kan være feil. Dette viser at elev A har tiltro til elev B sine resonnementer, og at de ser på deres funn som likeverdige til egne konklusjoner. Når elev B sine funn fremmet en motsigelse mot elev A sine resonnementer, har elev A respekt for denne uenigheten og er åpen for å kritisk evaluere tidligere resonnementer. Dette viser at samarbeidet med elevene er preget av likeverd, hvor begge deltagerne sine innspill blir hørt og vurdert på samme grunnlag. For å kunne få et helhetlig inntrykk av elev B sine funn, bestemmer elev A seg også for å tegne opp trekanten selv også.

> Elev A: Yeah, I see what you mean.
> Elev B: I think it works, man
> Elev A: Then why is it not a thing?

Elev A støter tilsynelatende på samme problem som elev B med å finne en alternativ sidelengde som fortsatt støtter SSA-regelen. I utdraget overfor møter de dermed sin første meningsbrytning, hvor elev B utfordrer den første konklusjonen om at SSA-kongruens ikke finnes gjennom påstanden «jeg tror det fungerer». Elev A utfordrer forsøket på å endre elev B sitt fokus, som kommer frem i ytringen «så hvorfor er det ikke en ting?». Elevene er uenige om hvilke perspektiver som skal utforskes videre, men møter uenigheten med respekt for hverandres synspunkter med de samme likeverdige holdningene som tidligere i arbeidet. Dette kommer tydelig til syne når de begynner å diskutere andre perspektiver på oppgaven.

> Elev B: Well, I think… Doesn’t it work, though?
> Elev A: I think it does because we just note it as either A…
> Elev B: Like, even though it has a different border, that doesn’t change anything.
> Elev A: We just note it as SAS, don’t we?
> Elev B: Yeah, exactly

Elev B holder fast på at det kan hende det stemmer, siden de ikke finner noen motstridende eksempler. Det likeverdige forholdet mellom deltagerne kommer klart til syne i måten elev A evaluerer elev B sine nye lokaliseringer, og er villig til å endre tilnærming på bakgrunn av elev

B sine resonnementer. At alle argumentene høres og vurderes er en essensiell del av å vise respekt for uenigheter og likeverd under gruppearbeidet. Elev A og B vurderer derfor om SSA-kongruens er en omformulering av teoremet for SAS-kongruens på bakgrunn av elev B sin påstand om at selv om den har en annen grense er det samme trekant. Elev B sine resonnementer er en form for taksonomisk resonnering hvor elevene grupperer trekanter etter egenskaper (Kollosche, 2021) og ser at SSA og SAS trekanter besitter mange likheter og dermed også kan kategoriseres i lag.

Elevene konkluderte i utdraget ovenfor at SSA-trekanter må være kongruente fordi de også vil oppfylle kravene for SAS-kongruens som er et etablert kongruensteorem. De opplever dermed motstridelser med oppgaveteksten når de kommer til neste deloppgave hvor det er gitt at de skal begrunne hvorfor SSA-kongruens ikke kan stemme ved hjelp av eksempler.

> Elev B: <The same as…> It is the same as SAS, just ordered in a another way. Okay but in c it says explain and justify, with examples, why it wont work. What? EXPLAIN AND JUSTIFY WITH EXAMPLES WHY THIS WONT WORK, [name]!? It is not supposed to work. [name]?
> Elev A: Yeah, because it doesn’t make sense that we would have SAS if it works, cuz SSA is not the same thing. SAS always has the angle in between, which you don’t have in this

Elev B er første til å poengtere denne motstridelsen, til tross for at det var de som ønsket å endre fokuset under lokaliseringsfasen. Dette viser at elev B er komfortabel med å re-evaluere egne resonnementer under evalueringsfasen og høyttenkningsfasen (Alrø & Skovmose, 2002), noe som videre bekrefter at læringsmiljøet er likeverdig nok til at elevene er komfortable med å bli utfordret av seg selv og andre. Dette støttes også av måten elev B søker etter elev A sin evaluering av situasjonen når de møter selvmotsigelser. På dette tidspunktet av oppgaveløsningen hører man på elev B sitt tonefall at de begynner å bli frustrert, hvor ytringene er mer direkte og følelsesladde. Elevene gjennomgår en ny lokalisering, hvor elev A konstaterer at vinkelen mellom sidene ikke nødvendigvis må være lik, og at et SSA-teorem dermed ikke ville være en omformulering av det allerede etablerte SAS-teoremet.

Siden elev B tar prøven på skolen og følger klassens timeplan må de nødt til å dra midt i oppgaven, mens elev A som har en friere timeplan med digital undervisning er i stand til å fortsette å studere den foreslåtte kongruensregelen. Når elev B kommer tilbake, starter elev A med å oppsummere meningsbrytningene fra forrige arbeidsøkt, og fremmer sin nye ide i forhandlingsstadiet i segmentet nedenfor.

> Elev A: Eeeeeh and then I was thinking since last time and came up with like a theory. Basically using the radius of a circle, I guess I could have drawn that, but I didn't, I just drew the final result in paint, because I don't know, it is paint. What do you expect?
> […]
> Elev B: The thing is, like, yeah, okay I understand. Eeeh. The from one. The first theory we found out was like. Cuz we could like move like
> Elev A: Exactly. There are two spots where it could be. But those are the only two spots. But those are two different triangles that are the same
> Elev B: Yeah
> Elev A: So if you think of that line there as the radius then you can see that on the circle there will be two places you can place that radius where it still meets
> Elev B: Yeah

Elev A sin forklaring samsvarer med den illustrert i Figur 3.4. Måten elev A starter opp igjen samarbeidet med å etablere kontakten igjen ved å bruke tid på å oppsummere forrige time og forklare teorien sin i dybden, indikerer at de ønsker at elev B skal både forstå og være enig i deres forklaring. Dette kan videre tolkes som at elev A også søker elev B sine innspill, og støtter opp påstanden om at deres resonnementer sees på som likeverdige. Elev B gjenspeiler også denne likeverdige holdningen under reformuleringsfasen, hvor de reformulerer deler av elev A sin forklaring for å bekrefte at de har forstått hva elev A mener.

Meningsbrytningene som oppstod under etableringen av en felles fremgangsmåte beholdt det likeverdige forholdet mellom elevene, hvor de møtte nye argumenter med respekt. Dermed konkluderes det med at det var en høy grad av respekt for uenigheter mellom deltagerne. Både deres egne og medelevens resonnementer ble evaluert gjennom kritisk tenkning basert på tidligere etablerte matematiske teorier, nye sammenhenger mellom pensum og ulike funn fra illustrasjoner.

4.4 Oppsummering av de demokratiske kvalitetene under meningsbrytningene

Under arbeidet med undersøkelseslandskaper ble det utløst flere faglige meningsbrytninger mellom elevene. I samtlige meningsbrytninger demonstrerte de alle de fire demokratiske kvalitetene evnen til å håndtere meningsbrytninger, likeverd, kritisk tenkning og respekt for uenighet, som var belyst som avgjørende for demokratilæringen i skolen (KD, 2017). For å få en mer helhetlig innsikt i elevenes demokratilæring under arbeidet vil demokratikompetansen til elevene under oppgaveløsningen oppsummeres med hensyn til hver av de fire demokratiske kvalitetene, før det kan trekkes slutninger om hvordan meningsbrytninger under arbeidet med undersøkelseslandskaper kan brukes for å styrke dagens demokratilæring i matematikk.

4.4.1 Evnen til å håndtere meningsbrytninger

Uavhengig av om elevene hadde en felles fremgangsmåte eller ikke, krevde samarbeidet med undersøkelseslandskaper at begge deltagerne hadde evnen til å håndtere meningsbrytninger. Ved håndtering av meningsbrytning menes det at når elevene har ulike meninger, er de i stand til å komme til en felles enighet om hvordan de skal fortsette arbeidet. Evnen til å håndtere meningsbrytninger utvikles ved å utsette elevene for meningsbrytninger som må navigeres i samspill med andre (KD, 2017). Under arbeidet med undersøkelseslandskaper oppstod det ulike former for faglige meningsbrytninger som elevene måtte håndtere.

I oppgaven *angles in circles investigation* hvor elevene var enig om hvilken løsningsstrategi de ønsket å ta i bruk, handlet meningsbrytningene om hvilke komponenter av oppgaven det burde tas høyde for. I arbeidet med undersøkelseslandskaper er det ofte presentert mer informasjon enn det som er nødvendig for å løse oppgaven, slik at elevene selv må vurdere hvilke deler av oppgaven de mener er viktig under lokalisering- og identifiseringsfasen av samarbeidet (Alrø & Skovmose, 2002). Elevene brukte i forhandlingsfasen blant annet argumenter basert på ordlyden i oppgaven, som når elev A spesifiserte «Although it says measure all the different angles made by this arrangement of straight lines. And I feel like with all the straight lines there are going to be an angle with the, at the other two angles of the triangle as well".

I tillegg brukes argumenter basert på allerede etablert matematisk fagkunnskap, slik som «just make sure you don't think of the circumference is a straight line. 'Cuz you can only measure angles from straight lines". Dette ser man også tydelig i oppgaveløsningen hvor elevene hadde ulike meninger om hvordan oppgavene burde løses, som i *triangles in circles*. Her måtte elevene etablere en felles forståelse for oppgaven og rammefaktorene som påvirker den i utdraget nedenfor

> Elev B: Isoceles is a triangle with two equal angles.
> Elev A: Only two?
> Elev B: I think so.
> Elev A: Yeah, 'cuz there is a thing that is called right isosceles triangle, which means one is 90 degrees and the rest is… Yeah, okay that makes sense.

I begge tilfellene baserer elevenes argumenter seg på å gjenkalle kunnskap som støtter opp om deres eller samtalepartnerens argumenter for å etablere en felles forståelse som muliggjør fortsettelsen av arbeidet.

Den andre formen for meningsbrytning som oppstod, var meningsbrytninger om hvilke løsningsstrategier som burde brukes for å løse oppgaven. De oppstod både under arbeidet med *triangles in circles* hvor elevene hadde motstridende ideer om hvordan oppgaven burde løses, og under arbeidet med *congruent triangles* hvor løsningsstrategien ble utviklet i lag. Her krevde meningsbrytningene resonnering og argumentasjon når de vurderer oppgaven sitt fokus, teste ulike perspektiver for hvordan man kan løse oppgaven og presentere nye argumenter som strider imot samtalepartneres. Dette gjør at samtalen blir preget av en forlenget forhandlingsfase og flere meningsbrytninger som må håndteres av begge elevene.

Elevene brukte i større grad flere ulike resonneringsformer, og uenighetene krevde mer forklaringer av elevenes tankerekker når argumentene måtte omhandle hele oppgaveløsningsprosessen. Det betyr at meningsbrytningene på mange måter også ble mer omfattende. Likevel ble også disse meningsbrytningene effektivt håndtert, hvor elevene lyttet til samtalepartnerens argumenter og motargumenter, og var villig til å kritisk vurdere egne perspektiver. En mulig grunn til at elevene viste en omfattende evne til å håndtere meningsbrytninger kan være tilstedeværelsen av de andre demokratiske kvalitetene, slik som likeverd.

4.4.2 Likeverd

Med likeverd menes det at elevene som deltar i gruppearbeidet ansees som likeverdige, og innspillene deres vurderes som like verdifulle (Lenz, 2020). Dette er en viktig kvalitet ved samarbeidet som muliggjør deltagelse for alle partene (Lenz, 2020), men vil være spesielt viktig under meningsbrytninger for å skape en foroverrettet diskusjon med fokus på å etablere en felles enighet. I arbeidet med undersøkelseslandskapene var det flere deler av samarbeidet som viste at elevene så på hverandre som likeverdige.

En av de mest fremtredende måtene, var metodene brukt av elevene for å passe på at de kom i kontakt og klarte bevare kontakten under hele oppgaveløsningen. I starten av hver deloppgave, leste en av de oppgaven høyt, etterfulgt av at de selv eller samtalepartneren presenterte sine perspektiver på oppgaven. Dette kom for eksempel tydelig frem under arbeidet med oppgaven *triangles in circles* hvor elev A sier «Number four is just "what do you notice?". Just tell me and I can write the conclusion». En slik oppstart er med på å forsikre at det etableres et felles mål og en felles forståelse som muliggjør deltagelse for alle partene (Alrø & Skovmose, 2002). Uten å komme i kontakt i starten av oppgaven, hadde det trolig vært vanskeligere å holde kontakten når elevene møtte meningsbrytninger siden det hadde vært vanskeligere å lokalisere hva meningsbrytningen skyldes.

En annen måte elevene viste forholdet deres var likeverdig, var ved å sjekke inn hos samtalepartneren når de opplevde motstridelser mellom funn, oppgaven og egne meninger i oppgaveløsningen. Under arbeidet med *congruent triangles* sier elev B «What? EXPLAIN AND JUSTIFY WITH EXAMPLES WHY THIS WONT WORK, [name]!? It is not supposed to work. [name]?", hvor det er tydelig at de ønsker elev A sine innspill på hvordan de burde fortsette arbeidet i møte med motsigelsen mellom oppgaveteksten og deres konklusjoner. Det kan dermed konkluderes med at likeverd mellom samtalepartnerne er etablert før meningsbrytinger mellom elevene oppstår i denne oppgaven, og brukes senere for å navigere meningsbrytningen.

Også under meningsbrytningen kommer det klart frem at elevene fortsatt vurderer hverandres innspill som likeverdig. Den mest fremtredende måten dette gjøres på er gjennom den konsekvente dialogiske lyttingen til hverandres argumenter. Dialogisk lytting kjennetegnes av at samtalepartneren responderer på argumenter med bekreftende utsagn, argumenter som bygger videre på den tidligere ytringen eller motargumenter direkte relatert til samtalepartnerens argument (Johnsen-Høines & Alrø, 2012). De bekreftende utsagnene og innspillene på hverandres argumenter kommer for eksempel klart frem i *triangles in circles* i samtalesegmentet nedenfor

> Elev B: Will we- will we need to make it that complicated? Because, because the triangle O-S-Q is also a isosceles triangle, because it has to radii's? Radii-? Two Radii's?
>
> Elev A: That's right
>
> Elev B: So we can easy find…
>
> Elev A: yeah yeah yeah
>
> Elev B: So we can find… I'll just do it that way
>
> Elev A: That's right, that's right. So just half of- yeah okay. That's also a theorem to do. So just basically half of what's remaining when you take 180 minus- no, divided. 80 degrees… And then half of that will be the angle of both Q-point and the S-point and then we have everything.

hvor man ser at det både brukes bekreftende utsagn slik som «yeah yeah yeah» og at elev A bygger i den siste ytringen videre på elev B sitt argument gjennom hele samtalen.

Elevene viser også når de møter motstridende argumenter at de ser på hverandre som likeverdige. Under arbeidet med *congruent triangles* blir elevene først enig om at en SSA-kongruens regel ikke vil stemme fordi den siste siden kan ha ulike lengder. Elev B setter i gang med å illustrere dette, men finner ikke noen alternative måter å tegne opp den siste siden på. I samtalesegmentet

> Elev B: Okay, that is one. Wait, am I braindead?
>
> Elev A: No, it might be wrong.

ser man at elev A sin respons til at elev B har funnet en motstridelse med engang er å oppmuntre deres funn og videre stille spørsmål ved om deres egen argumentasjon. Dette indikerer at elev B sine funn sees på som like gyldige som egne funn, og at elev A er åpen for å kritisk evaluere sine egne argumenter.

4.4.3 Kritisk tenkning

Gjennom hele samarbeidet, var kritisk tenkning grunnmuren for alle valgene som ble tatt. Kritisk tenkning innebærer en kritisk vurdering av resonnementer og argumenter (KD, 2019a), hvor alle argumenter er bygget opp av resonnementer som støtter elevens perspektiv på hvordan de vil gå frem for å løse oppgaven. Den kritiske tankegangen blant elevene var spesielt tydelig når de presenterte egne resonnementer, vurderte hverandres og egne argumenter, og i gjennomgangen av oppgaveteksten.

Under arbeidet med undersøkelseslandskaper vil oppgaveteksten basere seg på åpne og autentiske spørsmål, som krever at elevene selv kritisk vurderer hva de vil vektlegge for å besvare oppgaven (Skovmose, 2002). I oppgaven *angles in circles* sier elev A "the task says different angles made by this arrangement of straight lines. This arrangement? Like? That is not specific enough to be only the arrangement when you put tangent, so this arrangement has got to be the entire thing that you made". Ved å bruke begreper som "linjekonstruksjonen" (eng: arrangement of lines), må elevene kritisk vurdere hvilke linjer som skal tas hensyn til.

Når elevene arbeider i lag med undersøkelseslandskaper stilles det høye krav til resonnering (Skovmose, 2003), spesielt når argumentasjonen har som mål å drive samarbeidet videre. Dermed blir en kritisk vurdering av egne resonnementer, fagkunnskap og grunngivninger for egne perspektiver nødvendig for å skape en felles forståelse for oppgaven. Dette gjør for eksempel elev A i oppgaven *angles in circles*, når de sier «just make sure you don't think of the circumference is a straight line. 'Cuz you can only measure angles from straight lines", hvor elev A bruker kunnskapen sin om vinkler til å bestemme hvilke komponenter av konstruksjonen i Figur 3.1 burde fokusere på.

Denne kritiske vurderingen av egne resonnementer og hvordan de presenteres er spesielt viktig når man oppdager motstridelser mellom egne resonnementer og samtalepartnerens. Når deltagerne starter å se på likebeinte trekanter, er de i starten av oppgaven uenig i hvor mange sider som må være like for at trekanten skal være likebeint i oppgaven *triangles in circles*. I samtalesegmentet

> Elev B: Isoceles is a triangle with two equal angles.
>
> Elev A: Only two?
>
> Elev B: I think so.
>
> Elev A: Yeah, 'cuz there is a thing that is called right isosceles triangle, which means one is 90 degrees and the rest is… Yeah, okay that makes sense.

ser vi hvordan elev A kritisk vurderer sin egen begrepsforståelse. Når de spør «bare to?» impliserer det at de hadde en annen oppfatning, men gjennom en kritisk vurdering av elev B sin påstand og ved å dra sammenhenger til tidligere etablert kunnskap om at det finnes rettvinklede likebeinte trekanter, endrer elev A mening og arbeidet kan fortsette.

Selv om elevene viste en stor velvilje til å kritisk reflektere over egen forståelse, stilte de likevel kritiske spørsmål til hverandres argumenter når de var uenige med samtalepartneren. Under arbeidet med trekantkongruens i oppgaven *congruent triangles* med beviset om SSA-kongruens, foreslo elev B at kanskje det er et gyldig teorem. Som vist i samtalesegmentet

> Elev B: I think it works, man
>
> Elev A: Then why is it not a thing?

stiller elev A seg kritisk, og spør «så hvorfor er det ikke en ting?». Dette stiller krav til elev B om å videre begrunne sine argumenter, som forsterker deres kritiske vurdering av egne resonnementer.

Gjennom kritiske spørsmål til egen forståelse og argumentasjon, samt samtalepartnerens argumenter, styrkes elevenes dybdeforståelse av temaet. Når elevene må dra nye sammenhenger og bruke etablert kunnskap i en ny setting, utvikler de sin matematiske kompetanse (NOU 2015:8). Dette er også en egenskap som kan benyttes i mange andre settinger som samfunnsborgere, hvor det forventes at elevene kan ta velreflekterte valg ved å anvende kunnskap i nye settinger og kritisk vurdere argumenter (KD, 2017). Gjennom øving på kritisk tenkning og denne formen for kritisk kompetanse i arbeid med undersøkelseslandskaper i matematikk vil elevene trolig være bedre rustet til å bruke sin kritiske kompetanse senere i livet.

4.4.4 Respekt for uenighet

Meningsbrytninger og kritiske vurderinger av hverandres resonnementer kan for noen elever oppleves som sårt om samarbeidet ikke innehar kvalitetene likeverd og respekt for uenighet. Alle samtalepartnere burde under samarbeidet oppleve at de møter og praktiserer respekt for uenighet når meningsbrytningene oppstår. Det er mange måter respekt for uenighet kan utspilles på, en av de mest fremtredende i de studerte interaksjonene er gjennom dialogisk lytting.

I avsnitt 4.4.2 likeverd var mye av fokuset på den dialogiske lyttingen mellom elevene, hvor de viser at de lytter til hva samtalepartneren sier ved å komme med bekreftende utsagn og bygge videre på samtalepartnerens argumenter (Johnsen-Høines & Alrø, 2012). Her viste oppgaven til et utdrag fra arbeidet med *triangles in* circles, hvor elevene både brukte bekreftende kommentarer som «yeah, yeah, yeah» for å understreke forståelse og trolig for å vise interesse for det nye perspektivet som presenteres. Å vise at man er interessert i hva samtalepartneren har å si er en måte å etablere likeverd på, men kan under en meningsbrytning også være et nyttig verktøy for å vise respekt for uenighet.

Respekt for uenighet vil ikke alltid bety at man må arbeide seg gjennom meningsbrytningen for å komme til en felles konklusjon som begge er enig i, men også at elevene opplever at det er greit at de løser ting på sin egen måte. Når elevene i arbeidet med *triangles in circles* hadde ulike fremgangsmåter, sa elev B «Okay, I am just going to do it that way I said it then» etter elevene hadde presentert sine fremgangsmetoder. Her valgte elev A å benytte seg av samme fremgangsmåte som elev B, men måten elev B sier at de kommer til å gå for sin egen måte uten å oppfordre elev A til å gjøre det samme, gir elev A rom til å selv vurdere hvilken metode de opplever som mest gunstig. Dette indikerer at det er rom for ulike meninger og fremgangsmåter innad i samarbeidet, som også kan være en måte å demonstrere respekt for uenighet på.

Å vite at det er en gjensidig respekt under samarbeidet som også kommer til å vedvare under uenigheter, blir en underliggende kvalitet som påvirker hele samspillet mellom elevene. Muligheten til å etablere IC-samtaler fremfor andre samtalestrukturer er trolig en konsekvens av at elevene opplever at samtalen har en iboende respekt for uenighet. En IC-samtale krever, i likhet med respekt for uenighet, at det er en maktbalanse mellom begge samtalepartnerne hvor alle inviteres til å delta og det er lav terskel for å uttrykke meningene sine i ulike faser slik som fasen for å komme i kontakt, høyttenkning og forhandlingsfasen (Alrø & Skovmose, 2002).

Dermed vil selve etableringen av IC-samtaler, slik som i samarbeidet studert i denne oppgaven, kunne fungere en indikasjon på at elevene opplever at det er en gjensidig respekt for uenighet.

5 Diskusjon

I diskusjonen vil funne fra analysen sammenlignes med de forventede tendensene fra den allerede etablerte fagdidaktiske teorien. Fokuset vil rettes mot hvordan de faglige meningsbrytningene kan styrke demokratilæringen og hvordan læreren kan tilrettelegge for disse faglige meningsbrytningene hvor elevene praktiserer de fire demokratiske kvalitetene likeverd, respekt for uenighet, evnen til å håndtere meningsbrytninger og kritisk tenkning. I tillegg vil det rettes et søkelys mot de mest fremtredende svakhetene til resultatene under diskusjonen av funnenes relabilitet og validitet.

5.1 Faglige meningsbrytningers effekt på demokratilæring

Målet med skolens demokratilæring er å gi elevene mulighet til å delta i avgjørelsesprosesser som en aktive medborgere i et større fellesskap (Lenz, 2020). Dermed vil demokratilæring gjennom demokratiet, hvor elevene deltar i demokratiske diskusjoner, være et viktig premiss for å klargjøre elevene på samfunnet som går de i møte (NOU 2015:8). Meningsbrytninger, som defineres som handlingsrettede diskusjoner med mål om å finne en felles enighet (Samuelsson & Bøyom, 2015) legger godt til rette for demokratisk deltagelse, siden deliberasjonsprosessen krever at elevene praktiserer de fire demokratiske kvalitetene *evnen til å håndtere meningsbrytninger*, *likeverd*, *kritisk tenkning* og *respekt for uenighet*.

Dette støttes også av funnene i analysen, hvor elevsamtalene viste at de faglige meningsbrytningene som oppstod under oppgaveløsningen stimulerte til deliberasjonsprosesser med tilstedeværelsen av alle de fire demokratiske kvalitetene. De demokratiske kvalitetene var fremtredende uavhengig av om meningsbrytningen handlet om å identifisere perspektiver på oppgaven, lokalisere løsningsstrategier eller forhandle om resonnementene. Fra avsnitt 4.4 finner vi at elevenes evne til å håndtere meningsbrytninger er tett knyttet til praktiseringen av likeverd, respekt for uenighet og kritisk tenkning gjennom deliberasjonen. Likeverd og respekt for uenighet ble i stor grad demonstrert gjennom dialogisk lytting, mens resonneringene og argumentasjonen illustrerte kritiske refleksjoner over av egne og medelevens påstander.

Den dialogiske lyttingen mellom elevene er fremtredende i de analyserte elevinteraksjonene i måten elevene kommer med bekreftende og oppmuntrende innspill, bygger videre på medelevens argumenter eller ved å ha motargumenter som referer direkte tilbake til medelevenes utsagn, i tråd med kjennetegnene av dialogisk lytting skissert av Johnsen-Høines og Alrø (2012). Dialogisk lytting under meningsbrytninger krever at elevene kritisk evaluerer, undersøker og argumenterer for eller imot ulike synspunkter, samt finner måter å navigere meningsbrytningen på uten å miste kontakten under arbeidet. Dermed ble dialogisk lytting et gjennomgående kjennetegn på praktiseringen av de fire demokratiske kvalitetene. Siden alle de analyserte meningsbrytningene hadde dialogisk lytting under deliberasjonen til felles, er det rimelig å anta at etableringen av IC-samtaler setter krav til elevinteraksjoner som legger til rette for demokratisk deltagelse under deliberasjonen av meningsbrytninger.

Ifølge Alrø og Skovmose (2002), vil dette kunne begrunnes i at de faglige meningsbrytningene studert samsvarte med modellen for IC-samtaler. Når elevene ikke kunne kontrollere resonnementene og løsninger opp imot en autoritet i form av læreren eller fasit, må elevene i møte med uenigheter i gruppearbeidet selv må håndtere meningsbrytningene for å komme til en felles konklusjon i oppgaveløsningen (Alrø & Skovmose, 2002). Dette krever at de aktivt lytter til hverandre, slik at de er i stand til å inngå kompromiss, undersøke ulike synspunkter og forsvare sine egne argumenter (NOU 2015:8), samtidig som det har potensiale til å styrke demokratilæringen i matematikk med å utsette elevene for demokratiske diskusjoner.

Ved å stimulere til IC-samtaler i matematikk, vil det dermed legges til rette for en demokratilæring i matematikk hvor elevene selv håndtere de faglige meningsbrytningene som oppstår under gruppearbeidet. Dermed får elevene delta i avgjørelsesprosessen i fellesskap med sine medelever, som betegnes som demokratilæring gjennom demokratiet (Lenz, 2020). I tillegg vil et økt fokus på demokratilæring gjennom demokratiet ved å eksponere elevene for meningsbrytninger i nye kontekster. Dette vil videre styrke deres handlingskompetanse når de utsettes for diskusjoner rundt valg som påvirker deres, lokalsamfunnet og verdenssamfunnet (NOU 2015:8). En økt handlingskompetanse og mestringsfølelse i demokratiske diskusjoner kan videre øke elevenes motivasjonsaspekt til å delta, som er hovedfokuset i demokratilæring for demokratiet (Lenz, 2020).

Basert på funnene i analysen og den etablerte matematikkdidaktiske teorien er det dermed mulig å konkludere med at faglige meningsbrytninger i matematikk utsetter elever for situasjoner hvor de må navigere deliberasjonen ved bruk av de fire demokratiske kvalitetene evnen til å håndtere meningsbrytninger, likeverd, kritisk tenkning og respekt for uenighet. Dermed vil matematikkundervisningen kunne styrke demokratilæringen for demokratiet og demokratilæringen gjennom demokratiet. Dette tyder på at matematikk har potensialet for en mer variert og helhetlig demokratilæring enn den skissert i det tverrfaglige temaet «demokrati og medborgerskap» for matematikk, hvor fokuset er databehandling og hvordan matematikk brukes i politiske diskusjoner (avsnitt 2.1.2).

5.2 Undersøkelseslandskaper som et mulig verktøy for å fremme faglige meningsbrytninger

Både den studerte teorien og funnene fra analysen viser at de faglige meningsbrytningene kan styrke elevenes demokratilæring for og gjennom demokratiet i matematikk, og som lærer blir et naturlig spørsmål «hvordan kan det tilrettelegges for faglige meningsbrytninger som stimulerer til demokratiske diskusjoner mellom elevene?». Analysen viste at elevene praktiserte alle de fire studerte demokratiske kvalitetene i deliberasjonsprosessen av diskusjoner, uavhengig av om meningsbrytningen omhandlet fremgangsmetode, fokus i oppgaven eller validiteten av ulike matematiske resonnementer. I oppgavene studert ble meningsbrytningene iscenesatt gjennom undersøkelseslandskaper i kategori 2 (Skovmose, 2003).

Undersøkelseslandskaper baserer seg på åpne spørsmål, som gir eleven friheten til å identifisere spørsmål og mønster (Skovmose, 2003). En naturlig del av oppgaveprosessen blir dermed å stille egne spørsmål, drøfte hypoteser, undre, reflektere og argumentere under gruppearbeidet (Hana, 2012). I de studerte tilfellene baserte oppgavene seg på bevisføringer hvor elevene stod fritt til å velge hvordan de ville gå frem for å løse oppgaven (avsnitt 3.3.3.2; avsnitt 3.3.3.3) og åpne spørsmål som «hva legger du merke til?» (avsnitt 3.3.3.1). Analysen viser at alle tre oppgavenes åpne natur tilrettelegger for at elevene selv må lage hypoteser, reflektere rundt oppgavens omfang og argumentere for ulike perspektiver, som videre skapte de faglige meningsbrytningene.

Alle de studerte undersøkelseslandskapene tilhørte kategori 2, hvor oppgavene til tross for de åpne spørsmålene, har relativt lite tilknytting til elevenes virkelighet (Skovmose, 2003). På grunn av temaet «Can you prove it?» sin abstrakte natur, ble det naturlig å forholde seg til det Skovmose (2003) betegner som «ren» matematikk når elevene vurderes etter deres evne til å resonnere og generalisere funn under bevisføringen. Abstrakt matematikk kan for mange være et krevende fagfelt av matematikk å forstå. En mulig måte å støtte elevene på er ved å benytte seg av oppgaveparadigmer i kategori 1 hvor oppgavene er mer modellert. Dette kunne for eksempel vært fristende å gjøre i de studerte oppgavene ved å endre ordlyden på oppgavene til «hvilke vinkler er like?» eller skissere flere steg i bevisføringen.

Selv om bruken av oppgaveparadigmer i kategori 1 kunne støttet elevene i å identifisere fremgangsmetoder, hadde det trolig hemmet store deler av undring- og resonneringsprosessene som oppstod under arbeidet. Både analysen av oppgavene brukt i avsnitt 3.3.3 og analysen av elevsamtalene viser at den åpne naturen av oppgavene stimulerer til en undringsprosess hos elevene, i tråd med forventningene når det brukes undersøkelseslandskaper (Skovmose, 2003). Når elevene identifiserte oppgavens fokus og lokaliserte ulike perspektiver på hvordan de kunne gå frem, kreves det at de benytte seg av flere resonneringsformer, veksler mellom begrepsforståelse og begrepsuttrykk og bearbeider elevens motstridende innfallsvinkler. Dette stiller høye krav til resonnering og kritisk evaluering (Alrø & Skovmose, 2002), hvor elevene må benytte seg av flere kjerneelementer i matematikk (avsnitt 3.3.3) og samtidig utsettes for demokratiske diskusjoner med et matematikkfaglig fokus.

Analysene viser at det er stort potensiale for å fremme faglige meningsbrytninger som styrker demokratilæringen ved bruk av undersøkelseslandskaper i kategori 2. Potensialet for demokratisk diskusjoner kan trolig videre forsterkes ved å benytte seg av mer virkelighetsnære undersøkelseslandskaper. Skovmose (2003) poengterer at å bruke undersøkelseslandskaper i kategori 4 og 6 vil elevene oppleve matematikkens rolle i samfunnet, som krever at elevene anvender kunnskapen i nye situasjoner. Samtidig vil de oppleve hvordan gjennomgått pensum brukes og er relevant i samfunnet. Når elevene ser pensumet og undersøkelseslandskapenes nytteverdi i samfunnet styrkes deres engasjement og motivasjon under arbeidet (Skovmose, 2003), som videre kan ha en positiv effekt på demokratilæringen.

Selv om faglige meningsbrytninger trolig kan oppstå gjennom mange ulike former for matematikkoppgaver og elevsamarbeid i matematikk, viser analysen av elevsamtaler at undersøkelseslandskaper kan være spesielt gunstig for å tilrettelegge for IC-samtaler, som videre også legger til rette for deliberasjonsprosesser som belegger seg på anvendelsen av de fire demokratiske kvalitetene. Undersøkelseslandskaper vil dermed kunne være et viktig verktøy for demokratilæringen i matematikk, samtidig som det styrker elevenes matematiske kompetanse ved å stille høye krav til resonnering og kritisk tenkning i matematikk (Alrø & Skovmose, 2002).

5.3 Relabilitet og validitet av resultatene

Selv om analysene gjort viser at det er et stort potensial for å styrke demokratilæringen i matematikk ved å ta i bruk undersøkelseslandskaper, er det nødvendig å vurdere generaliseringsgrunnlaget av funnene. Under datainnhentingen er det flere eksterne faktorer som kan påvirke resultatene som belyst i avsnitt 3.4, hvor spesielt utvalget av elever og forfatterens subjektivitet under analysen må diskuteres før resultatene fra analysen kan generaliseres.

Elever, som alle andre mennesker, er forskjellige. Dermed vil en kvalitativ studie av to elevers samtaler ikke gi data som er representativ for alle andre elever (Thagaard, 2009). Denne usikkerheten i funnene forsterkes når elevene er valgt ut basert på at de besitter kvaliteter som gir de gode forutsetninger til å navigere deliberasjonen. I forkant av opptakene hadde de studerte elevene vist at de hadde høy matematisk kompetanse, arbeidet godt i lag og mye erfaring med undersøkende undervisning. At elevene demonstrerer alle de fire demokratiske kvalitetene under oppgavearbeidet er lovende for matematikken sin innvirkning på demokratilæringen, men uten videre undersøkelser av elevsamtaler mellom elever med ulike forutsetninger er det krevende å få en forståelse av det potensielle omfanget en økt inkorporering av undersøkelseslandskaper kan ha på demokratilæringen i matematikk.

I tillegg vil mine verdisett og subjektive holdninger til demokratilæring påvirke fokuset og vinklingen under analysen av meningsbrytningene. Før studien startet hadde jeg laget en hypotese om at undersøkelseslandskaper vil stimulere til demokratiske diskusjoner mellom elevene. Dermed er analysene og transkripsjonen utført med fokus på hvorvidt elevenes ytringer demonstrer de demokratiske kvalitetene være farget av mine holdninger. Mine holdnigner kan for eksempel gjøre at det tillegges konnotasjoner og verdier til samtalen under transkripsjonen og analysen som andre ikke ville tillagt. Ved å analysere flere oppgaver og sette klare suksesskriterier basert på etablert matematikkdidaktisk teori senkes denne usikkerheten. Det kreves likevel flere undersøkelsers for å få et fullstendig bilde av demokratilæringen i matematikk gjennom faglige meningsbrytninger.

Suksesskriteriet for å konkludere med at faglige meningsbrytninger kan styrke demokratilæringen ble laget med høyde for disse usikkerhetene, og i tråd med den overordnede delen av læreplanen hvor det er gitt at «[o]pplæringen skal gi elevene kunnskaper og ferdigheter til å møte utfordringer i tråd med demokratiske prinsipper» (KD, 2017, s. 13) ved å «øve opp evnen til å tenke kritisk, lære seg å håndtere meningsbrytninger og respektere uenighet». Elevene demonstrerte gjennom meningsbrytningene at de har øvd opp evnen til å tenke kritisk, lære seg å håndtere meningsbrytninger og respektere uenighet under deliberasjonsprosessen ved å praktisere de tre overnevnte kvalitetene, i tillegg til likeverd. Dermed kan det konkludere med at faglige meningsbrytninger har et stort potensial for å styrke dagens demokratilæring i matematikk. Likevel vil det være nyttig å få en forståelse av begrensningene av demokratilæring gjennom meningsbrytninger og hvilke andre faktorer som enten kan styrke eller svekke de observerte tendensene. Dette krever videre undersøkelse med flere elever og under andre rammefaktorer.

6 Oppsummering

Masteroppgaven søker mot å besvare hvordan faglige meningsbrytninger mellom elevene i matematikk kan brukes for å styrke demokratilæringen ved å praktisere de fire demokratiske kvalitetene *evnen til å håndtere meningsbrytninger*, *likeverd*, *kritisk tenkning* og *respekt for uenighet* fra den overordnede delen av læreplanen (KD, 2017). For å stimulere til faglige meningsbrytninger mellom elevene, brukes undersøkelseslandskaper som videre kan lede til *Inquiry Co-operation* samtaler (IC-samtaler) mellom elevene (Alrø & Skovmose, 2002). Under IC-samtalene må elevene selv identifisere målet med oppgaven og mulige fremgangsmåter, argumentere for å fremme sine resonnementer, dele tanker og bygge videre på medelevers resonnementer, samt kunne kritisk evaluere og utfordre ulike matematiske resonnementer under oppgaveløsningen. Dermed stilles det høyere krav til elevenes resonnementer, samtidig som at det tilrettelegges for meningsbrytninger underveis i arbeidet.

For å avgjøre effekten av meningsbrytningene på demokratilæringen ble det utført en kvalitativ kasusstudie av to elevers samtale under arbeidet med flere undersøkelseslandskap som omhandlet det Skovmose (2003) betegner som «ren matematikk». Elevene var hentet fra en blandet 9. og 10. trinn på en skole som tilbyr IB-linjen kalt middle year program (MYP). Elevene ble valgt ut siden de vært elever hos MYP siden 7. trinn, og fulgt deres utdanningsplan som har et stort fokus på undersøkende undervisning i alle fag (IBO, 2015), inkludert matematikk. Begge elevene var klassifisert som høyt presterende og motiverte elever i matematikk basert på observasjoner av deres samhandlinger i timene under praksis, og hadde gode faglige forutsetninger for å mestre oppgavene.

Ved å ta lydopptak av deltagerne mens de arbeidet med undersøkelseslandskaper under en summativ vurdering, kunne meningsbrytningene deres i ettertid transkriberes og analyseres. Av den fulle transkripsjonen ble samtalesegmenter fra arbeidet med tre av deloppgavene valgt ut for videre analyser med fokus på tilstedeværelsen av de fire demokratiske kvalitetene. Deloppgavene ble valgt ut på bakgrunn av de ulike tilnærmingene elevene hadde under arbeidet. I den ene deloppgaven hadde elevene en felles forståelse for hvordan de skulle gå frem for å løse oppgaven, mens de hadde ulike tilnærminger til den andre deloppgaven. I den tredje deloppgaven strevde elevene med å finne en god løsningsstrategi, og måtte utvikle en fremgangsmåte i lag. Dermed lager oppgavene et godt grunnlag for en helhetlig forståelse av hvordan de studerte elevene forholdt seg til de demokratiske kvalitetene under meningsbrytninger med ulike forutsetninger, og videre hvordan læringssamtalene kan vurderes som en gunstig del av deres demokratilæring.

I møte med meningsbrytninger, viste analysen at elevene måtte kritisk evaluere egne og hverandres tolkninger av oppgaven, resonnementer, fremgangsmåter og konklusjoner for å kunne fortsette arbeidet med undersøkelseslandskapet. Alle meningsbrytningene ble møtt med respekt for uenighet, og et tilsynelatende ønske om at samtalepartneren skulle dele deres perspektiver og meninger, uavhengig av om det utfordret deres egne. Dette kom klart til uttrykk gjennom dialogisk lytting og resonnementene brukt. Tilstedeværelsen av alle de fire demokratiske kvalitetene under meningsbrytningene gjør det dermed mulig å konkludere med at undersøkelseslandskapene var med på å stimulere til læringssamtaler mellom elevene preget av meningsbrytninger som førte til demokratiske diskusjoner. Eksponering for situasjoner hvor man må benytte seg av demokratiske kvaliteter på denne måten var belyst som en viktig forutsetning for demokratilæring i den overordnede delen av læreplanen (KD, 2017).

Dermed er det videre er mulig å konkludere med at meningsbrytningene som oppstod under arbeidet kan utnyttes som en viktig av demokratilæring gjennom demokratiet på grunn av de demokratiske diskusjonene som oppstod. Demokratilæring gjennom demokratiet krever at elevene praktisere demokratisk deltagelse og medvirkning i skolefagene (Lenz, 2020). Under arbeidet med undersøkelseslandskapet oppstod det mange demokratiske diskusjoner mellom deltagerne, hvor begge elevene hadde medvirkning på beslutningene tatt om hvordan de skulle fortsette arbeidet med oppgaven. Meningsbrytningene som oppstod kan for elevene oppleves som en kompleks sosial prosess, som kan bidra til å utvikle deres sosiale, kognitive og emosjonelle egenskaper på en måte som gjør det lettere for de å delta i demokratiske diskusjoner i større fellesskap om saker som angår et lokalt, nasjonalt eller internasjonalt fellesskap.

Meningsbrytningene som oppstod legger også til rette for demokratilæring for demokratiet, som er en fremover rettet form for demokratilæring hvor målet er å heve elevenes demokratiske handlingskompetanse og motivasjon til å delta i demokratiet (Lenz, 2020). Diskusjoner og meningsbrytninger slik som de illustrert under analysen, er med på å øke elevenes evne til å ta del i andre demokratiske diskusjoner når elevene utøver og praktiserer de fire demokratiske kvalitetene evnen til å håndtere meningsbrytninger, likeverd, kritisk tenkning og respekt for uenighet. Desto mer erfaringer elever har i møtet med slike diskusjoner, desto lettere vil det være for de å delta i andre meningsutvekslinger om saker som påvirker et større fellesskap (NOU 2015:8).

En opplevelse av økt mestring i slike situasjoner vil trolig også senke elevenes terskel til å delta, og derfor øke motivasjonen til å ta del i demokratiske beslutningsprosesser og diskusjoner i fremtiden. Ved å skape en læringskultur og klasseromskultur preget av elevsamtaler om undersøkelseslandskaper, vil elevene ha et godt grunnlag for å kunne videreutvikle sine matematiske ferdigheter, samtidig som at deres demokratiske kompetanse styrkes og legger til rette for å «utvikle kunnskaper, ferdigheter og holdninger for å mestre egne liv og for å kunne delta i arbeid og fellesskap i samfunnet» i tråd med opplæringsloven §1-1 (Opplæringslova, 1998).

6.1 Veien videre

Funnene viser at bruken av undersøkelseslandskaper i matematikkundervisningen helt klart har potensialet til å tilrettelegge for IC-samtaler hvor elevene stimuleres til å praktisere de demokratiske kvalitetene i møte med meningsbrytninger, men det er flere faktorer som kan være med på å påvirke relabiliteten og validiteten av funnene. For det første vil den kvalitative kasusstudien kun ta utgangspunkt i to elever under en bestemt setting, noe som gjør det krevende å dra slutninger om hvordan samtalene hadde utspilt seg mellom andre elever og under andre rammefaktorer. I tillegg vil min objektivitet spille inn i hvilke oppgaver og samtalesegmenter spille inn, samtidig som Hawthrone-effekten kan påvirke elevenes atferd når de vet at de blir lyttet til av både meg og faglærerne.

Disse belyste usikkerhetene vil det være vanskelig å komme foruten uten at det blir gjort en større komparativ studie med en større elevgruppe som arbeider med ulike kategorier av undersøkelseslandskaper. Undersøkelseslandskapene studert i denne oppgaven tilhørte kun en av tre former for undersøkelseslandskaper, og det vil dermed være krevende å si hvordan bruken av mer virkelighetsnære undersøkelseslandskaper kunne påvirket resultatene. Ved å ta i bruk en større deltagergruppe med ulike forutsetninger vil relabiliteten av studien styrkes, og det kan sies med større sikkerhet hvilket demokratisk læringsutbytte en mer sammensatt elevgruppe vil ha av å arbeide med undersøkelseslandskaper.

7 Litteraturliste

Alrø, H., & Skovmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Eduction: Intention, Reflection, Critique*. Springer.

Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *ZDM*, *45*(6), s. 797–810. https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6

British Broadcasting Corporation. (2022a). *Circle theorems – Higher: The alternate segment theorem – Higher.* BBC Bitesize. https://www.bbc.co.uk/bitesize/guides/z3c7tv4/revision/8

British Broadcasting Corporation. (2022b). *Circle theorems – Higher: Tangents – Higher*. BBC Bitesize. https://www.bbc.co.uk/bitesize/guides/z3c7tv4/revision/6

Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktik i matematik*. Frydenlund.

Bridges, D. (1979). *Education, Democracy and Discussion. Windsor: NFER.*

Collier, D. & Levinsky, S. (1997). Democracy with adjectives: Conceptual innovation in comparative research, *World politics*, *49(3),* s. 430 – 451. http://www.jstor.org/stable/25054009

Dewey, J. (1938). *Logic: The Theory of Inquiry*. Holt.

Ernest, P., Sriraman, B. & Ernest, N. (2016). *Critical mathematics education: Theory, praxis and Reality*. Information Age Publishing, Icorporated.

Gamlem, S. M., & Rogne, W. M. (2016). *Læringsprosesser: Dybbdeforståelse, danning og kompetanse*. Gylendal Akademiske.

Hacking, I. (1992). 'Style' for historians and philosophers. *Studies in History and Philosophy of Science Part A*, *23*(1), 1–20. https://doi.org/10.1016/0039-3681(92)90024-Z

Hana, G. M. (2012). Undersøkende virksomhet, koordinering og spørsmålets forrang. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis: Bok I* (s. 65–88). Caspar Forlag AS.

Hovde, K-O., Svensson, P., & Thorsen, D. E. (2021, august). demokrati. I *Store norske leksikon*. https://snl.no/.versionview/1470774

International Baccalaureate Organization. (2015). *Middle Years Programme Mathematics guide. https://www.spps.org/site/handlers/filedownload.ashx?moduleinstanceid=38372&dataid=21223&FileName=math_guide_2014.pdf*

International Baccalaureate Organization. (2017). *What is an IB education?* https://www.ibo.org/globalassets/what-is-an-ib-education-2017-en.pdf

International Baccalaureate Organization. (2018, 5. mars). Are multi-age classes the future of learning? Thought leadership. https://blogs.ibo.org/blog/2018/03/05/are-multi-age-classes-the-future-of-learning/

International Baccalaureate Organization. (2022, 16. Januar). *Middle Years Programme*. https://www.ibo.org/programmes/middle-years-programme/

International Baccalaureate Organization. (u.å). *Moving forward as an IB World School: Autorization is a milestone in the life of an IB World School, not the finish line*. Hentet 26. april 2022 fra https://www.ibo.org/become-an-ib-school/timeline-and-stages/moving-forward-as-an-ib-world-school/

Johnsen-Høines, M. (2020). *Begynneropplæringen: Matematikkdidaktikk—Barnetrinnet*. Casper Forlag AS.

Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2012). Endringskompetanse i et kritisk perspektiv. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis: Bok I* (s. 107–118). Caspar Forlag AS.

Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2013). Læringssamtalen som grep og begrep. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis: Bok II* (s. 43–55). Caspar Forlag AS.

Johnsen-Høines, M., & Herheim, R. (2016). Innledning: Samtaler som danner rom for læring. I R. Herheim & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler. Undervisning og læring—Analytisk perspektiv* (s. 7–22). Caspar Forlag AS.

Kollosche, D. (2021). Styles of reasoning for mathematics education. *Educucational Studies in Mathematics*. Springer. https://doi.org/10.1007/s10649-021-10046-z

Kunnskapsdepartementet. (2017). *Overordnet del – Verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://www.udir.no/lk20/overordnet-del/?lang=nob

Kunnskapsdepartementet. (2019a). *Læreplan i matematikk 1. – 10. trinn*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/MAT01-05.pdf?lang=nob

Kunnskapsdepartementet. (2019b). *Læreplan i naturfag 1. – 10. trinn*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020. https://data.udir.no/kl06/v201906/laereplaner-lk20/NAT01-04.pdf?lang=nob

LeCompte, M. D., & Goetz, J. P. (1982). *Problems of Reliability and Validity in Ethnographic Research*. Review of Educational Research, 52(1), s. 31–60. https://doi.org/10.3102/00346543052001031

Lenz, C. (2020). *Demokrati og medborgerskap i skolen*. Pedlex.

Lilland, I. E. (2013). Å gi og ta kontroll i samspillet mellom elever og lærere i matematikkfagets praksis. I M. Johnsen-Høines & H. Alrø (Red.), *Læringssamtalen i matematikkfagets praksis: Bok II* (s. 97–114). Caspar Forlag AS.

Mestad, I. (2019). Djupneforståing gjennom utforskande arbeidsmåtar. I L. O. Voll, A. B. Øyehaug, & A. Holt, Dybdelæring i naturfag (s. 236 - 260). Oslo: Universitetsforlaget.

Neumann, I. B. (2001). *Mening, materialitet, makt: En innføring i diskursanalyse*. Fagbokforlaget.

Newcomer, K. E., Hatry, H. P., & Wholey, J. S. (2015). *Handbook of Practical Program Evaluation* (4th edition). Jossey-Bass.

NOU 2015:8. (2015). *Fremtidens skole. Fornyelse av fag og kompetanser*. https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/nou-2015-8/id2417001/

Opplærignslova. (1998). Lov om grunnskolen og den vidaregåande opplæringa (LOV-1998-07-17-61). https://lovdata.no/lov/1998-07-17-61/§1-1

Payne, G. & Payne, J. (2004). The hawthorne effect. I *Key concepts in social research* (s. 108-111). SAGE Publications, Ltd. https://dx.doi.org/10.4135/9781849209397

Pew Research Center. (2019). European Public Opinion Three Decades After the Fall of Communism: Most embrace democracy and the EU, but many worry about the political and economic future. https://www.pewresearch.org/global/2019/10/15/european-public-opinion-three-decades-after-the-fall-of-communism/

Samuelsson, M. & Bøyom, S. (2015). Education for deliberative democracy: Mapping the field. *Utbildning ock Demokrati*, 24(1), 75-94.

Skaalvik, E., & Skaalvik, S. (2018). *Skolen som læringsarena: Selvoppfatning, motivasjon og læring*. Universitetsforlaget.

Skovsmose, O. (2003). Undersøgelseslandskaber. I O. Skovsmose & M. Blomhøj (Red.), *Kan det virkelig passe? –om matematiklæring* (s. 143-157). L&R Uddannelse.

Skovsmose, Ole. (2004). Critical Mathematics Education for the Future. 10.1007/978-94-007-4978-8_34.

Stigum, M., & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter: Å utvikle ny kunnskap i forskning og praksis*. Cappelen Damm Akademisk.

Thagaard, T. (2009). *Systematikk og innlevelse – en innføring i kvalitative metoder*. Fagbokforlaget.

Weisstein, E. W. (u.å.) *Circumcircle* fra MathWorld – A Wolfram Web Resource. https://mathworld.wolfram.com/Circumcircle.html

Weisstein, E. W. (u.å.) *Group Theory* fra MathWorld – A Wolfram Web Resource. https://mathworld.wolfram.com/GroupTheory.html

8 Vedlegg

8.1 Vedlegg 1: Samtykkeskjema

Are you interested in taking part in the research project

***Mathematical conversation's ability to strengthen democracy*?**

Purpose of the project
The new curriculum for Norwegian schools has identified three interdisciplinary topics that should be incorporated into every subject, whereof one of them is "democracy and citizenship". In mathematics, the focus for "democracy and citizenship" has been to give the students tools and knowledge making them able to solve problems and analyse findings to make well-considered decisions for their own life and society as a whole. When students work together in mathematics, they will have to agree on mathematical processes, make arguments that supports their views and reasoning, as well as solving potential disagreements that arise during the discussions. This creates a great potential for building values and life-skills essential for participating in the democracy. In the project I wish to analyse the values and skills present in the student's discussions in mathematics up against the central values for democracy and citizenship to explore mathematics role in providing students with these qualities.

Who is responsible for the research project?
IMS – the institute of mathematics and science at UiT is the institution responsible for the project.

Why is your child being asked to participate?
The IB schools have a long history of inquiry-based education, and inquiry plays a central role in all their subjects. Therefore, IB students can be considered familiar and comfortable with inquiry work.

What does participation involve for your child?
Participation involves that two lessons (2 × 55 minutes) where the students work in groups will be recorded and stored as audio files. Relevant parts of conversations will be translated, transcribed, and used to demonstrate how group work in mathematics can be used to strengthen democratic values.

Parents can request to see the assignments in advance; however, the focus of the project is to analyse the conversations and discussions among students solving the inquiry-based mathematics assignments rather than how they choose to solve the assignment.

Participation is voluntary
Participation in the project is voluntary. If you chose to participate, you can withdraw your consent at any time without giving a reason. All information about you will then be made anonymous. There will be no negative consequences for you if you chose not to participate or later decide to withdraw.

Your personal privacy – how we will store and use the personal data
We will only use your personal data for the purpose specified in this information letter. We will process your personal data confidentially and in accordance with data protection legislation (the General Data Protection Regulation and Personal Data Act).

- The math teachers Emil Sundal and Aravel Ligtas, the master student Lucas Palmer and Anne Birgitte Fyhn (project supervisor) are the only people who will have access to the consent forms with names
- Only Lucas Palmer and Anne Birgitte Fyhn will have access to the digital audio files
- Names used on the records will be replaced and coded when the conversations are transcribed. The list of names and respective codes will be stored separately from the audio files.

Participants will not be recognizable in the publications.

What will happen to your personal data at the end of the research project?
The project is scheduled to end 13.07.2022. The list of names and respective codes will be shredded, and all digital recordings will be deleted after the project has ended.

Your rights
So long as you can be identified in the collected data, you have the right to:
- request that your personal data is deleted
- receive a copy of your personal data (data portability), and
- send a complaint to the Data Protection Officer or The Norwegian Data Protection Authority regarding the processing of your personal data

What gives us the right to process your personal data?
We will process your personal data based on your consent. Based on an agreement with IMS, NSD – The Norwegian Centre for Research Data AS has assessed that the processing of personal data in this project is in accordance with data protection legislation.

Where can I find out more?
If you have questions about the project, or want to exercise your rights, contact:
- Lucas Palmer (lucas.palmer@uit.no) which is responsible for the project
- ILP via Anne Birgitte Fyhn (anne.fyhn@uit.no).
- NSD – The Norwegian Centre for Research Data AS, by email: (personverntjenester@nsd.no) or by telephone: +47 55 58 21 17.

Yours sincerely,

Anne Birgitte Fyhn
Project Leader
(Researcher/supervisor)

Lucas Palmer
Student

Consent form

I have received and understood information about the project ***mathematical conversation's ability to strengthen democracy?*** and have been given the opportunity to ask questions. I give consent for my child:

☐ to participate in the digital recordings

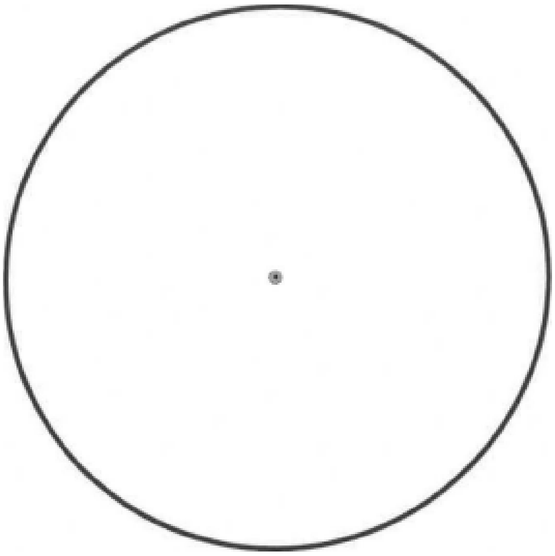
I give consent for my child's personal data to be processed until the end date of the project, approx. 13.07.2022

(Signed by participant, date)

8.2 Vedlegg 2: Angles in circles investigation

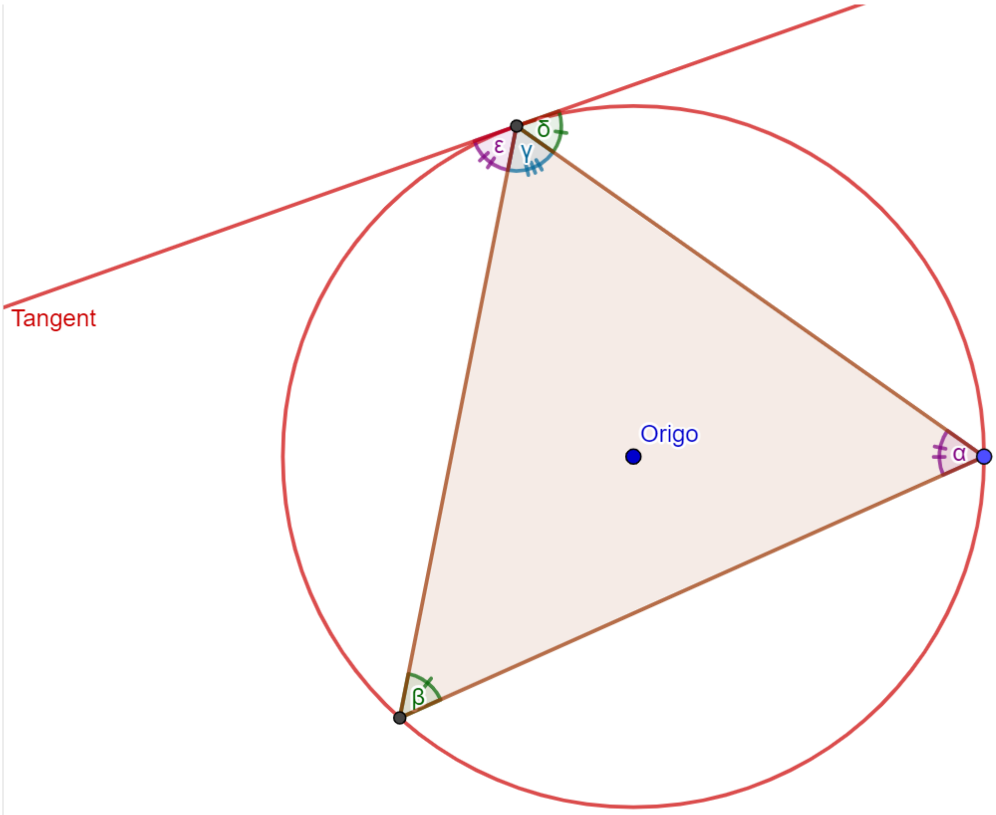
8.2.1 Oppgave

Angles in Circles Investigation



1. Draw a triangle inside the circle so that all three corners are touching the circumference
2. Draw a tangent to the circle at one of the points where the triangle touches the circle
3. Measure all the different angles made by this arrangement of straight lines
4. What do you notice?

8.2.2 Geogebra løsning



Importert fremgangsmåte

	Navn	Forklaring	Verdi
1	Punkt Orgio	Punkt på yAkse	Orgio = (0, 0)
2	Punkt B		B = (6, 0)
3	Sirkel c	Sirkel gjennom B med sentrum i Orgio	c: $x^2 + y^2 = 36$
4	Linje eq1		eq1: x = -4
5	Punkt D	Skjæring mellom c og eq1	D = (-4, -4.472)
6	Linje eq2		eq2: x = -2
7	Punkt C	Skjæring mellom c og eq2	C = (-2, 5.657)
8	Trekant t1	Mangekant B, D, C	t1 = 46.173
8	Linjestykke c_1	Linjestykke B, D	c_1 = 10.954
8	Linjestykke b	Linjestykke D, C	b = 10.325
8	Linjestykke d	Linjestykke C, B	d = 9.798
9	Linje Tangent	Tangent til c gjennom C	Tangent: -2x + 5.657y = 36
10	Vinkel α	Vinkel mellom C, B, D	α = 59.359°
11	Vinkel β	Vinkel mellom B, D, C	β = 54.736°
12	Vinkel γ	Vinkel mellom D, C, B	γ = 65.905°
13	Vinkel δ	Vinkel mellom d, Tangent	δ = 54.736°
14	Punkt E	Punkt på Tangent	E = (-6.076, 4.216)
15	Punkt F	Punkt på t1	F = (-2.431, 3.476)
16	Vinkel ε	Vinkel mellom E, C, F	ε = 59.359°

8.2.3 Full transkripsjon av oppgaven

Student A: ehrm. So you're going to. Well, step 1. Draw a triangle inside the circle. I don't know if you have this paper so I'd rather first just ask you to first draw a circle.

Student B: Okay, okay I have done that. I already have the paper.

Student A: Okay. Then draw a triangle inside that circle so that all three corners are touching the circumference.

Student B: okay

Student A. Okay means you have understood the task? You need a different word for being done

Student B: Yeah, yeah, I'll let you know when I am done.

Student A: That's good. ~Yes sir~

Student B: I'm done.

Student A: That's crazy. [Now number two]. Or task two, no not task two, part two.

Student B: [chuckles]

Student A: <Draw a tangent to the circle at one of the points where the triangle touches the circle.>

Student B: Okay

Student A: This tangent has to touch the circumference where the triangle hits.

Student B: Yup, got it.

Student A: Ehrm. Measure all the angles made by this arrangement of straight lines

Student B: Okay

Student A: ((Whistles))

Student B: Do I write that down, or?

Student A: Eeeh well, it says measure them. I don't think you can measure it all in your head, so I would recommend you to write it down. (.). Now make sure here ehhhrr(.) these angles are all the arrengements, you can use context but of course (.) this entire arrangement is not just the triangle. Because you make some angles at the tangent. Ehrrr. It is a special thing to know that the tangent-thingy at <u>one</u> of the points the triangle touches the circle, so I hope you haven't made like three tangents ↑now.

Student B: On all the-?

Student A: No, no, no. It is only one.

Student B: yeah okay.

Student A: ((makes beatboxing noises))
Student A: I feel like that will be a division into three. So like all the things will be like almost the same.
Student A: ((°hums°))
Student B: Dude, I hate doing this because (.) it is so inaccurate when you do with the –
Student A: $Yea. Ehhrrr, I mean this$, this, you've probably not done this but, eeehr, just make sure you don't think of the circumference is a straight line. 'Cuz you can only measure angles from straight lines.
Student B: °yeah° of course
Student A: so you cant do from the circumference. Heh heh. $That doesn't make any sense.$
Student B: Okay [name], don't underestimate me, please ((i en tillaget tone)). Don't underestimate my power.
Student A: I won't. I bet you have the power of God and anime on your side.
Student B: Sure. I'm done.
Student A: Ehrm. Number four is just what do you notice. Just tell me and I can write the conclusion °I think°.
Student B: Two of the – the both side -.
Student A: Two of the both side?
Student B: There – there are three angles, right? There's three angles.
Student A: There are three angles, total.
Student B: There are three angles. The both – the left outer one and the right outer one is the same angle, the middle one is not (1.5). So the left outer angle and the right outer angle is the same angle. Yeah.
Student A: Ehrr, you measured three angles total?
Student B: Yeah?
Student A: My theory is that (4) Hmmm. Yeah 'cuz it wouldn't make sense to ask you to measure the rest of the triangle because we haven't done anything with the triangle. Although it says measure all the different angles made by this arrangement of straight lines. And I feel like with all the straight lines there are going to be an angle with the, at the other two angles of the triangle as well.
Student A: ((whistles))
Student B: What? What do you -?

Student A: The triangle uses straight lines, correct?

Student B: yeah

Student A: And the triangle uses three angles (.) But also that there are also three angles at that tangent line. So there should be five angles total, but I've now written down there's three angles total.

Student B: you want me to measure all the angles in the triangle?

Student A: The task says different angles made by this arrangement of straight lines. This arrangement? Like? That is not specific enough to be only the arrangement when you put tangent, so this arrangement has got to be the entire thing that you made.

Student B: mhm

Student B: ok so…

Student A: I've rephrased the conclusion. I have now written there are five angles total. Of the angles formed at the tangent intersection, there are three.

Student A: The left outer angle and the right outer angle is equal. They are the same.

Student A: ((whistles))

Student B: Whaaat? Just, just hold up (3) So hard to measure these things.

Teacher: Everything okay?

Student B: °yeah°

Teacher: Are you done with the task?

Student B: no

Silence

Typing

Student A: I am willing to bet that very little of this is actually what you need to do to have good conclusion (.). However, since the instructions are so vague we $kinda have to$.

Student B: Mhm. I just get a little bit annoyed because -. Ehm, okay. So, tangent line. Ok, let me find a conclusion. (.) The three angles on the tangent line. No, there are three angles with the tangent line. The (.)The… The left… The thing is I don't want to use left and right, because you can literally just turn it around and it would be the other side, right?

Student A: Yup. The outer angles?

Student B: Yeah, the outer angles. The outer angles equals the –

Student A: The angle formed at ehh- The tangent line and the two triangle lines? So not inside the triangle but rather outside the triangle. The outer angles.

Student B: Yup

Student A: They are all the same. The inner triangles, no the inner angles form the triangle.

Student B: Yeah, that's hmm-

Student A: >So, I've written there are five angles total. Of the angles formed at the tangent intersection, there are three here<. The left – no! The outer angles ehrm- are equal.

Student B: Yeah, the outer angles are equal to the angles of the -

Student A: They are the same.

Student B: The thing is, I don't… The things is if I use left and right angle it would be way more specific, but I guess.

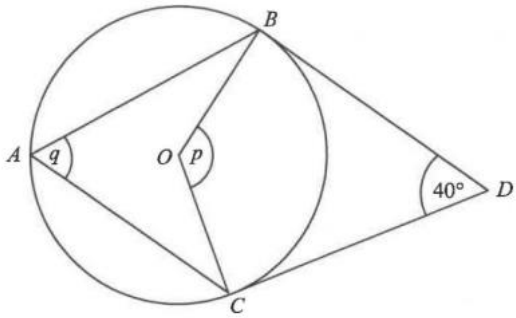
Student A: No, no. Just saying the outer angles are equal. Here they are the same. The outer angles. Like angles outside the triangle

Student B: mhm, mm… Yeah, actually that is fine because you say angles. Okay, what do we do next, [teacher]?

8.3 Vedlegg 3: Triangles in Circles

8.3.1 Oppgaver

5. A, B and C are points on the circumference of a circle with centre O.
BD and CD are tangents.
Angle BDC = 40^0



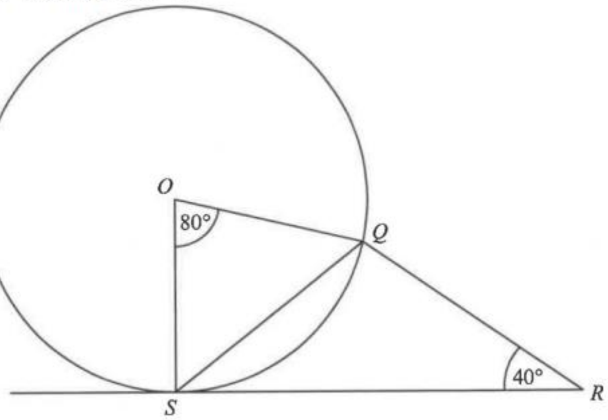
Not drawn accurately

Not drawn accurately

(a) Work out the value of p.

(b) Hence write down the value of q.

(c) In the diagram below points Q and S lie on a circle centre O.
SR is a tangent to the circle at S.
Angle QRS = 40^0 and angle $SOQ = 80^0$



Not drawn accurately

Prove that triangle QSR is isosceles.

8.3.2 Full transkripsjon av oppgave 5c

Student B: Okay, and now the question is prove that triangle Q-S-R is isosceles.

Student A: Ehh- Isoceles means three equal sides, right? No, three equal angles, right?

Student B: No, two equal… Wait, no.

Student A: What is isosceles?

Student B: Eehh… Eh.. Isoceles is a triangle with two equal angles.

Student A: Only 2?

Student B: I think so.

Student A: Yeah, ‘cuz there is a thing that is called right isosceles triangle, which means one is 90 degrees and the rest is… Yeah, okay that makes sense.

Student B: Yeah (.) Okay, so we gotta prove that it is the same?

Student A: Q-S-R, the angle down there, okay.

Student B: So that is the bottom one, right?

Student A: Yeah

Student B: So.. ehm… Ok so the side Q-S and the side Q-R has to be the same for it to be isosceles.

Student A: Q-S and Q-R has to be the same? Yeah, ehm… how do we prove that? Of course we are going to use the circle here. If not there wouldn’t be a circle.

Student B: Heh heh. Hmm…

Student A: We can find the angles of that triangle… Of triangle O-S-Q, but is that going to help us find the sides?

Student B: hmm… that’s…

Student A: Oh! >Oh, yeah yeah yeah! Okay, okay, [name]. < So… Ehhh. If you see the… The line that extends… The tangent that extends out of S-R. Basically?

Student B: Yeah?

Student A: Since that is a tangent, that touches a part of the circumference, then we know that if we figure out the angles of triangle O-S-Q, then we will know ehh.. ehm… The other angle at point S, right? And that means we… we have the rest. So, Im gonna use the…

Student B: Oh, yeah so show…

Student A: The theorem a line drawn from the center of a circle to the midpoint of a chord is always perpendicular to the chord at 90 degrees. So basically, if we split this triangle…

Student B: Wait, wait… Can you say that again? Yeah

Student A: Eeeeeh. The line, yeah. So basically just split the triangle… triangle O-S-Q, right?

Student B: Yep.

Student A: Is that allowed though? Heh heh.

Student B: Heh heh. Does that prove that it is isosceles? Cant we prove it by showing angle Q-S-R is 40 degrees?

Student A: Wherever you were to put that, just put… Exactly…

Student B: We can just prove that it is isosceles by just proving that angle Q-S-R. So if we just do the math, we will find the angle O-S-R, no wait… Ehm, I don't know. The angle I have marked myself… Wait, I am going to show you on camera.

Student A: Ehm, yes!

Student B: This one.

Student A: [Well we can find…]

Student B: [If we find this…] we can…

Student A: yes, exactly. Exactly.

Student B: If we know this angle, then we will know what…

Student A: yup.

Student B: And then we can prove that it is isosceles, right?

Student A: I don't have a camera, so I cant show it but if we… cuz that is allowed… I just thought about it and it is allowed. Drawing a point from O to… So from the center of the circle to the midpoint of the… of the tangent, right?

Student B: Yeah?

Student A: Ehhh, then we know that that is going to split the thing in half. So, ehm…

Student B: Yeah?

Student A: Yup, ehm it has to, so… Then we, we have 90 degrees at the point that we make there and then we have 40 degrees at the center and then we know the rest of the triangle by having the angle at O and then the other angle at Q we can figure out the angle at S and using the tangent theorem we will now know the angle of… of there.

Student B: Will we- will we need to make it that complicated? Because, because the triangle O-S-Q is also a isosceles triangle, because it has to radi's? Radi-? Two Radi's?

Student A: That's right

Student B: So we can easy find…

Student A: yeah yeah yeah

Student B: So we can find… I'll just do it that way

Student A: That's right, that's right. So just half of- yeah okay. That's also a theorem to do. So just basically half of what's remaining when you take 180 minus- no, divided. 80 degrees… And then half of that will be the angle of both Q-point and the S-point and then we have everything.

Student B: Yup, great. Okay, I am just going to do it that way I said it then.

Student A: Yeah, heh heh. That seems easier.

Student B: Yeah, it's just… It's just way easier.

Student A: Yeah.

Student B: So…

Silence

Student A: But to prove it we have to be writing that, so I cant just say the equation. We are going to have to say that…

Student B: Yeah yeah

Student A: That… ehh…

Student B: Of course. I've got it

Student A: Triangle O-…

Student B: So isosceles has to have… <has to have…> did you write 2 equal ends?

Student A: How do you write isosceles? Iso-skeles?

Student B: Ehm. I-S-O-S… Woah, that's weird. I-S-O-S-S-C-E-L-E-S. E-S? Yeah. Wait what, double S?

Student A: Is isosceles… because sides O-Q and O-S are radi. How do you write radii?

Student B: I think it is r-a-d-i?

Student A: Do you think it is double i? Radii?

Student B: Yeah, yeah. That was what I was thinking. But I'm not sure, I'm not sure. Can you search it up in google, see what it says? That's just a little vocabulary. But yea, I'm not sure.

Student A: I think that is illegal, I don't dare.

Student B: Wait, wait, I'll ask [teacher]? How do you write radii? Two i-s? R-a-d-i-i. We were righ, we were right.

Student A: Yeah, that's good.

Silence

Student A: Therefore…

Typing

Student B: So then O-S is the same as O-Q is…

Student B: Yeah, okay I just want to tell you, or for the recording that… angle O-S-R is 90 degrees ‘cuz it is on the tangent. Do you agree, [name]?

Student A: Say that again?

Student B: Angle O-S-R is 90 degrees

Student A: Yes::s

Student B: Because it is a tangent

Student A: Yes:s

Student B: And that is a circe theorem. So, I’ll just…

Student A: I got that Angle Q-S-R is equal to 90 degrees. Is that correct?

Student B: Yeah, me too. So that already just proves… ehh…

Student A: Yup. Which means… yeah… ‘cuz…

Student B: Yeah….

Student A: Q-R-S is also equal to 40 degrees.

Student B: That just proves that that is an isosceles.

Student A: Yeah

Student B: ‘cuz both of them are 40 degrees. We are literally done now. I might ask what we have to do now because we are done. Or should we just go through it?

Student A: eeeh… sure, I just have to finish writing.

Student B: Yup. Tell me when you are done.

Student A: Yeah

Student A: I feel like I haven’t explained what an isosceles triangle is yet. Eeeh, but once I… Why don’t? Okay?

Student B: [You could just say that…]

Student A: [Oh yeah right cuz…]

Student B: Isosceles always has two equal angles is what I wrote.

Student A: yup.

Student A: I’ll put that as like, previous knowledge. An isosceles triangle is a triangle with two equal lines.

Student B: Wait, I just wrote an isosceles, do I need triangle?

Student A: An isosceles is not going to tell anything to anyone.

Student B: Exactly, so that is why…

Student A: Triangle O-Q-S is isosceles because line O-Q and O-S are radii. Therefore, angle O-S-Q and O-Q-S are both equal to a half of 180 minus 80 degrees, which is equal to 50 degrees. Using theorem the angle between the tangent and the radius is always 90 degrees, we know that angle O-S-R is equal to 90 degrees and that Q-S-R is 90 minus 50 degrees, which is equal 40 degrees. This, since angle… Since both angles Q-R-S and Q-S-R are equal to 40 degrees, we know that the triangle Q-S-R is isosceles. Boom, thank you.

Student B: Heh heh.

Student A: Do you-

Student B: Okay, I think we wrote the same thing.

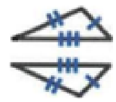
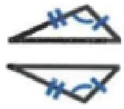
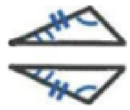
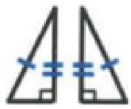
Student A: yeah

8.4 Vedlegg 4: Congruent Triangles

8.4.1 Oppgaver

Summative part 3

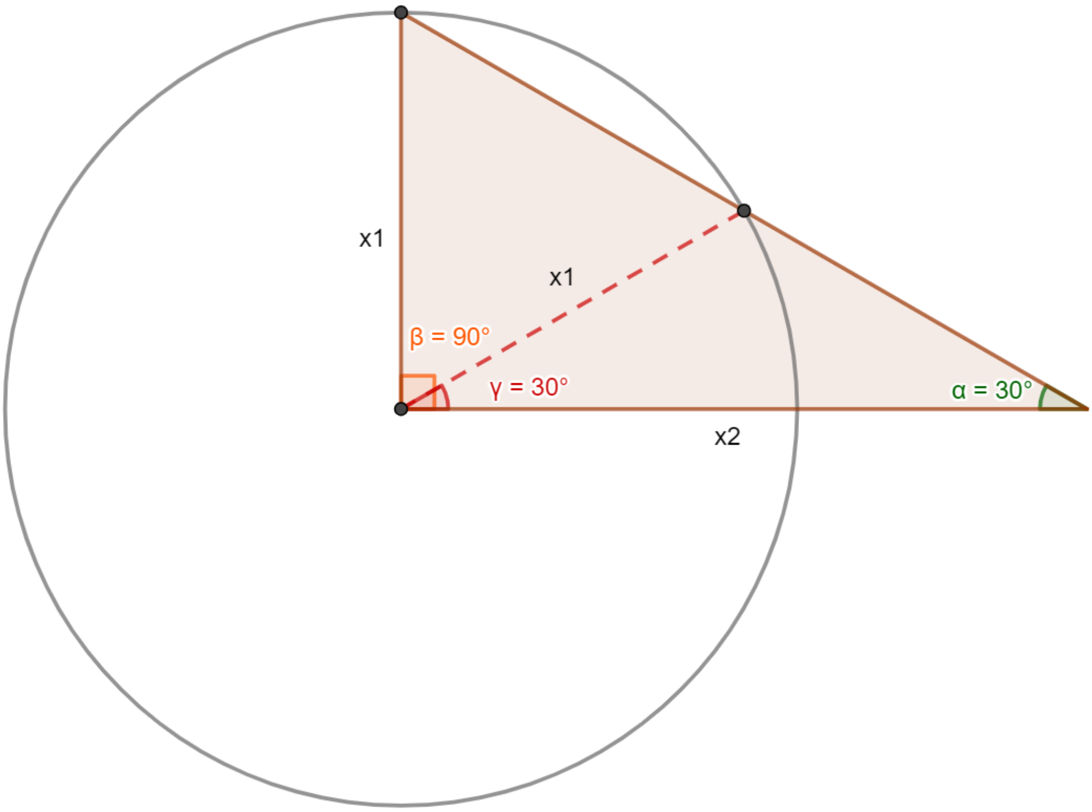
We have worked on 5 sets of congruency theorems. They state what type of information we would need for each theorem to prove that two triangles are congruent (exactly the same).

Congruence	Explanation	Diagram
SSS	When two triangles have three corresponding sets of sides that are congruent, the triangles are congruent.	
SAS	When two triangles have two pairs of sides congruent and the angle between them is congruent, the triangles are congruent	
ASA	When two triangles have two pairs of angles congruent and the side between them is congruent, the triangles are congruent	
AAS	When two triangles have two pairs of angles congruent and the side that is not between them is congruent, the triangles are congruent	
HL	When two triangles have congruent hypotenuses and a pair of congruent legs, the triangles are congruent	

Your tasks is to prove that:

1. Why do we not have a AAA theorem?
    a. State what such a rule would be defined ass.
    b. Try to construct examples that would prove or disprove the theorem.
    c. Explain and justify, with examples, why it won’t work.
2. Why do we not have an SSA theorem?
    a. State what such a rule would be defined as.
    b. Try to construct examples that would prove or disprove the theorem.
    c. Explain and justify, with examples, why it won’t work.

8.4.2 Geogebra løsning



Importert fremgangsmåte

	Navn	Forklaring	Verdi
1	Punkt A		A = (0, 0)
2	Punkt B		B = (5, 0)
3	Linjestykke f	Linjestykke A, B	f = 5
4	Punkt A'	A rotert med vinkelen -30°	A' = (0.67, 2.5)
5	Vinkel α	Vinkel mellom A', B, A	α = 30°
6	Stråle g	Stråle gjennom B, A'	g: -2.5x - 4.33y = -12.5
7	Punkt C	Skjæring mellom g og yAkse	C = (0, 2.887)
8	Trekant t1	Mangekant A, B, C	t1 = 7.217
8	Linjestykke c	Linjestykke A, B	c = 5
8	Linjestykke a	Linjestykke B, C	a = 5.774
8	Linjestykke b	Linjestykke C, A	b = 2.887
9	Punkt D	Skjæring mellom c og b	D = (0, 0)
10	Punkt E	Skjæring mellom a og b	E = (0, 2.887)
11	Sirkel d	Sirkel gjennom E med sentrum i D	d: x² + y² = 8.333
12	Punkt F	Skjæring mellom d og a	F = (2.5, 1.443)
13	Linjestykke h	Linjestykke D, F	h = 2.887
14	Vinkel β	Vinkel mellom B, A, C	β = 90°
15	Vinkel γ	Vinkel mellom c, h	γ = 30°
16	Tekst tekst1		"x1"
17	Tekst tekst2		"x1"
18	Tekst tekst3		"x2"

8.4.3 Full transkripsjon av oppgave 3.2

Student B: Okay I am on 2 now.

Student A: Okay same. My explanation is that when two triangles have two pairs of sides congruent, and the succeeding angles are congruent. That is a. It is basically the same as number one, but with S-A-S.

Student B: But that wont…

Student A: It wont work because if you look at the last side, like that side can be whatever size it would like to.

Student B: Yeah, exactly. The difference can be huge.

Student A: Yeah, you could just extend it.

Student B: So state what such a rule would be defined as. What would that be? Eeeh.

Student A: Just give the explanation.

Student B: That it wont work, or?

Student A: Yeah. My explanation was that when two triangles have two pairs of sides congruent, and the succeeding angles are congruent. So look at the explanation from the previous page, and then I just basically copied that.

Student B: It’s been fun. Working well with [name].

Student B: Oh, no, no. I will just explain it, right? I wont say that it doesn’t work. Just explain it.

Student A: Just explain it.

Student B: Just A-A-S, but a little different. One triangle… no, two triangles

Student A: corresponded it not? Oh my god… Oh, okay, no, I just wrote it the wrong way.

Student B: Bruh

Student B: Okay, so two pair- two pairs of… Side congruent and side… and the angle between them is congruent.

Student A: Okay, for 2 c I wrote if the SSA rule can still apply in examples where the last line is not congruent to its correspondent, the theory cannot be used to say the triangles are congruent

Student B: Okay, wait. Try to construct examples that would prove disprove the theorem

Student A: Yeah, I cant do examples, so I do like “hey, visualize this”. Heh heh

Student B: Heh heh

Student A: Imagine, just visualize me getting an 8 and then do it!

Student B: look at the camera

Student A: Bro, what are you doing?

Student B: Heh heh.

Student A: Dude, I am not recording the camera

Student B: Good, ‘cuz I do not want that to go to [teacher]

Student A: Why’d you do it then, [name]? ((i et tilgjort tonefall))

Student B: Cuz I knew it wasn’t recording. I just knew. Okay, try to construct examples that would prove disprove the theorem

Student A: Cut, clip and edit? No thanks, not for me.

Student B: It won’t work because…

Student A: It won’t work because if two triangles could have the same rule, SSA, but one line is bigger than it’s correspondant, then they aren’t equal

Student B: So they won’t be congruent

Student A: Yeah, look at two triangles where like the succeeding line is bigger on one triangle than the other. They are not the same triangle, but they still both have the SSA rule-

Student B: Yeah

Student A: Cuz two sides are equal and then…

Student B: Roger that

Student A: you with your examples, can you say that this is true. Because I cant do examples

Student B: I haven’t done examples because I have only written stuff

Student A: Well then do the examples

Student B: Heh heh.

Student A: That sounded very commanding, I am sorry [name]. I am sorry.

Student B: It is alright. Imma- Yeah, sure. Uuuuuugh.

Student A: Bro, you good?

Student B: Sheesh. Okay, that is like 4 cm and then we have like…

Student A: I feel like we got like waay harder questions in the sum summative questions. Do you remember that impossible task we did. Number 27.

Student B: $yeah$

Student A: I will never forget number 27

Student B: Heh heh

Student A: ((whistles))

Student B: What angle is that again. 15? 15 degrees. It is like 4.5 cm.

Student A: Heh heh. It says on managebac some students have not taken the test because of quarantine. Those should get in contact with [Teacher 1] and [Teacher 2] ASAP to discuss opportunities to fix this. Yeah, I did that. I did that. Right, miss, I did that.

Student B: Okay, that is one. Wait, am I braindead?

Student A: No, it might be wrong.

Student B: Does it work?

Student A: Maybe it doesn't. Okay I will try drawing it in paint or something.

Student B: Because…

Student A: Yeah, I see what you mean.

Student B: I think it works, man

Student A: Then why is it not a thing?

Student B: Hmmm. We kinda have SAS though.

Student A: No, because that is saying in-between. Wait, hold-up, hold up. Let me see.

Student B: Am I just straight up braindead

Student A: No, I don't think so.

Student A: If I extend that, it wont be a triangle anymore.

Message sounds

Student A: [name], no discord ((i en tilgjort tone))

Student B: heh heh. Well, I think… Doesn't it work, though?

Student A: I think it does because we just note it as either A…

Student B: Like, even though it has a different border, that doesn't change anything.

Student A: We just note it as SAS, don't we?

Student B: Yeah, exactly

Student A: yes

Student B: Yeah, it works.

Student A: Exactly. Whatever you do, this would have to be… Then, why don't we have it?

Student B: <The same as…> It is the same as SAS, just ordered in a another way. Okay but in c it says explain and justify, with examples, why it wont work. What? EXPLAIN AND JUSTIFY WITH EXAMPLES WHY THIS WONT WORK, [name]!? It is not supposed to work. [Name]?

Student A: Yeah, because it doesn't make sense that we would have SAS if it works, cuz SSA is not the same thing. SAS always has the angle in between, which you don't have in this example. But I don't see how you can tweak an SSA triangle…

Student B: Will we got more time? I will go ask (.) Where is she?

Silence

Inaudible

Student B: Wait, wait, [name]. I have to go now.

Student A: How do we figure this out.

Student B: I will ask her for more time, but I have to go now.

Student A: Yup

Student B: See you, [name]

Student A: See you

Student A: So, lets pick up where we left off last time

Student B: Yeah

Student A: We almost concluded eeh.. that.. that ASA, no ASA. That SSA didn't work because I don't know, like, one side could change or something but then we were like wait that's not true, it does work. However. However, that doesn't make sense. If it would work, why is it not part of the congruency theorems.

Student B: Yeah

Student A: Eeeeeh and then I was thinking since last time and came up with like a theory. Basically using the radius of a circle, I guess I could have drawn that, but I didn't, I just drew the final result in paint, because I don't know, it is paint. What do you expect?

Student B: Yeah man. Heh heh.

Student A: But looking at the thing that I sent you in the discord chat

Student B: yeah, yeah, yeah

Student A: You see. Picture like (.) at that… One of the… <u>angles</u> that is not…

Student B: The thing is, like, yeah, okay I understand. Eeeh. The from one. The first theory we found out was like. Cuz we could like move like

Student A: Exactly. There are two spots where it could be. But those are the only two spots. But those are two different triangles that are the same

Student B: Yeah

Student A: So if you think of that line there as the radius then you can see that on the circle there will be two places you can place that radius where it still meets

Student B: Yeah

Student A: Because the circumference hits the line down there and because that line is infinite, the circumference hits that line in two places.

Student B: Yeah, you're right. I'm a dumbdumb

Student A: Nah, it took me a while

Student B: Yeah. So was it SSA?

Student A: Nah, it was... Yeah, it was!

Student B: Okay, side side angle. Eeeeh okay, let me just write that down.

Silence

Typing

Student A: Yeah okay, so I kinda concluded it on c. So if the SSA rule can still apply in examples where the last line is not congruent to its correspondent, the theory cannot be used to say the triangles are congruent.

Student B: Yeah

Student A: That goes for the last angle as well

Student B: Yeah, yeah, yeah

Student A: The last line

Typing

Student A: Not sure of that conclusion, but ehm, it should go.

Student B: Yeah

8.5 Vedlegg 5: Meldeskjema fra NSD

NORSK SENTER FOR FORSKNINGSDATA

Meldeskjema

Referansenummer

116306

Hvilke personopplysninger skal du behandle?

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Prosjektinformasjon

Prosjekttittel

Master i matematikkdidaktikk

Prosjektbeskrivelse

Tradisjonell matematikkundervisning kjennetegnes av at regler, algoritmer og fremgangsmåter pugges og memoreres for å utvikle elevenes problemløsningskompetanse. I senere tid har det vært et økt fokus på undersøkende undervisning, som kommer tydelig frem i NOU rapporten Fremtidens Skole og de nye læreplanene som hører til LK20. Ved å ta i bruk flere undersøkende undervisningssekvenser, må elevene selv være undrende, undersøkende og utprøvende i grupper, og det skapes rom for samtaler hvor elevene må analysere, reflektere, validere, reformulere, kritisere, utfordre og identifisere nye tankerekker. Jeg ønsker å ta et lydopptak av elever i 9. og 10. trinn som arbeider i grupper med undersøkende oppgaver for å kunne analysere kvaliteter hos deres samtaler knyttet opp mot ønskede holdninger som skal ivaretas i det tverrfaglige temaet "demokrati og medborgerskap".

Begrunn behovet for å behandle personopplysningene

Masteren ønsker å analysere kvaliteter ved samtaler blant elever for å se hvordan undersøkende oppgaver kan brukes for å ivareta det tverrfaglige temaet "demokrati og medborgerskap" uavhengig av tema man arbeider med. For å kunne dokumentere funnene mine trengs det opptak av samtalene som vil transkriberes (anonymt). Elevene vil være anonyme under opptaket, det er kun signaturen på samtykkeskjemaet som vil ha elevenes navn.

Ekstern finansiering

Type prosjekt

Studentprosjekt, masterstudium

Kontaktinformasjon, student Lucas Palmer, L-palmer@outlook.com, tlf: 46669133

Behandlingsansvar

Behandlingsansvarlig institusjon

UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

Prosjektansvarlig (vitenskapelig ansatt/veileder eller stipendiat)

Anne Birgitte Fyhn, anne.fyhn@uit.no, tlf: 77660243

Skal behandlingsansvaret deles med andre institusjoner (felles behandlingsansvarlige)?

Nei

Utvalg 1

Beskriv utvalget

Elever i niende og tiende trinn.

Rekruttering eller trekking av utvalget

En skole har samtykket til at jeg kan innhente data av samtaler mellom deres elever.

Alder

13 - 16

Inngår det voksne (18 år +) i utvalget som ikke kan samtykke selv?

Nei

Personopplysninger for utvalg 1

- Navn (også ved signatur/samtykke)
- Lydopptak av personer

Hvordan samler du inn data fra utvalg 1?

Deltakende observasjon

Grunnlag for å behandle alminnelige kategorier av personopplysninger

Samtykke (art. 6 nr. 1 bokstav a)

Hvem samtykker for barn under 16 år?

Foreldre/foresatte

Hvem samtykker for ungdom 16 og 17 år?

Foreldre/foresatte

Informasjon for utvalg 1

Informerer du utvalget om behandlingen av

opplysningene? Ja

Hvordan?

Skriftlig informasjon (papir eller elektronisk)

Tredjepersoner

Skal du behandle personopplysninger om tredjepersoner?

Nei

Dokumentasjon

Hvordan dokumenteres samtykkene?

- Manuelt (papir)

Hvordan kan samtykket trekkes tilbake?

Muntlig eller over e-post.

Hvordan kan de registrerte få innsyn, rettet eller slettet opplysninger om seg selv?

All informasjon vil være anonymisert. Elevene kan få tilgang til de transkriberte samtalene som brukes i masteren om de ønsker få innsyn i opplysninger om seg selv.

Totalt antall registrerte i prosjektet

1-99

Tillatelser

Skal du innhente følgende godkjenninger eller tillatelser for prosjektet?

Behandling

Hvor behandles opplysningene?

- Mobile enheter tilhørende behandlingsansvarlig institusjon
- Maskinvare tilhørende behandlingsansvarlig institusjon

Hvem behandler/har tilgang til opplysningene?

- Prosjektansvarlig
- Student (studentprosjekt)

Tilgjengeliggjøres opplysningene utenfor EU/EØS til en tredjestat eller internasjonal organisasjon?

Nei

Sikkerhet

Oppbevares personopplysningene atskilt fra øvrige data (koblingsnøkkel)?

Ja

Hvilke tekniske og fysiske tiltak sikrer personopplysningene?

- Opplysningene anonymiseres fortløpende

Varighet

Prosjektperiode

01.09.2021 - 01.06.2022

Skal data med personopplysninger oppbevares utover prosjektperioden?

Nei, alle data slettes etter prosjektslutt

Vil de registrerte kunne identifiseres (direkte eller indirekte) i oppgave/avhandling/øvrige publikasjoner fra prosjektet?

Nei

Tilleggsopplysninger