



UiT Norges arktiske universitet

Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning

**«Utforskning på 1. trinn handler mer om å etablere en kultur for utforskning, enn den faktiske utforskningen»**

En kvalitativ studie om utforskende matematikkundervisning på 1. trinn

Anne-Rebekka Eriksen og Lisa Lampe Hagberg

Masteroppgave i begynneropplæring, LER-3908, mai 2023

## Forord

Masteroppgaven vår markerer avslutningen på vår utdanning ved Universitetet i Tromsø. Det er fem innholdsrike og lærerike år vi legger bak oss når vi leverer oppgaven. Arbeidet med denne masteroppgaven har gitt oss mye kunnskap som vi tar med oss når vi nå skal ut i arbeidslivet.

Vi vil takke informantene som har latt oss følge dem gjennom samarbeidsperioden og for at dere tok oss godt imot. Det ga oss flere fine øyeblikk og erfaringer.

Den største takken vil vi gi til vår veileder Geir Olaf Pettersen og biveileder Camilla Stene. Takk for deres støtte og gode tilbakemeldinger gjennom arbeidet med masteroppgaven. Ikke minst for tørre vitser som har gitt oss en god latter.

Vi vil også takke familie og venner som har gitt oss nødvendige avbrekk under arbeidet med masterprosjektet. Sist, men ikke minst en takk til hverandre for et godt samarbeid.

Tromsø, mai 2023

Anne-Rebekka Eriksen og Lisa Lampe Hagberg

## Sammendrag

Gjennom dette masterprosjektet har vi undersøkt hva det vil si å jobbe utforskende i matematikkundervisningen på 1. trinn. Utforskende matematikkundervisning har de siste årene vært aktuelt innenfor forskning i matematikdidaktikk og har fått større plass i utdanningspolitikk og i læreplaner (Artigue & Maaß, 2013, s. 797). Ved revidering av ny læreplan, var en av de største endringene at det nå er implementert kjerneelementer i de ulike fagene. Et av kjerneelementene er utforskning og problemløsning (Kunnskapsdepartementet, 2019). I tillegg blir også verbet *å utforske* nevnt hyppig i kompetansemålene i LK20. Maaß og Reitz-Koncebovski (2013, s. 10) beskriver utfordringer med å endre undervisningen fra den mer tradisjonelle til utforskende. Både elever og læreren må venne seg til en ny måte å lære på og å undervise på, som kan by på utfordringer i starten.

Masteroppgaven tar utgangspunkt i følgende problemstilling: *Hva vil det si å jobbe utforskende i matematikkundervisningen på 1. trinn?*

For å besvare problemstillingen har vi utført en kvalitativ studie. Vi har gjennomført observasjoner av tre utforskende undervisningsøkter i en 1. klasse. Undervisningsøktene har vi har planlagt sammen med læreren, vi har intervjuet læreren på trinnet og vi har gjennomført oppgavebaserte intervju med utvalgte elever. Dette har gitt oss et innblikk i hvordan utforskende matematikkundervisning kan se ut i 1. klasse. Gjennom forskningen vår har vi kommet frem til tre funn som kan være avgjørende for å kunne gjennomføre utforskende matematikkundervisning på 1. trinn. De tre funnene er å etablere en læringskultur for utforskning, lærerens planlegging og grep under gjennomføringen av utforskende matematikkundervisning og at elevene responderer ulikt på undervisningen avhengig av oppgavetyper. Lærerens rolle ble sentral for å kunne etablere utforskning som undervisningspraksis.

# Innholdsfortegnelse

1	Innledning.....	1
1.1	Bakgrunn for forskning .....	1
1.2	Problemstilling og forskningsspørsmål .....	4
1.3	Tekstens oppbygging.....	5
2	Teori .....	6
2.1	Sosiokulturell læringsteori .....	6
2.2	Læreplan.....	8
2.3	Begynneropplæring .....	10
2.4	Utforskende matematikkundervisning .....	13
2.5	Matematisk samtale.....	19
2.6	Samtaletrekk.....	22
2.7	Oppgaver som inviterer til utforskning .....	23
3	Metode.....	26
3.1	Kvalitativ tilnærming .....	27
3.2	Datainnsamling.....	28
3.2.1	Observasjon.....	28
3.2.2	Oppgavebasert intervju .....	29
3.2.3	Intervju .....	30
3.3	Analyseprosess .....	31
3.4	Reliabilitet .....	33
3.5	Validitet.....	35
3.6	Forskningsetiske hensyn .....	36
4	Presentasjon og analyse av oppgavene.....	37
4.1.1	Hilseoppgave.....	38
4.1.2	Trehjulssykkeloppgave.....	39
4.1.3	Svaret er 8-oppgave.....	40



4.1.4	Godterioppgave .....	41
5	Funn og diskusjon .....	42
5.1	Kultur .....	43
5.1.1	Diskusjon av kultur .....	44
5.2	Planlegging og gjennomføring .....	47
5.2.1	Planlegging av undervisning .....	48
5.2.2	Iscenesettelsen .....	49
5.2.3	Arbeidsfasen .....	50
5.2.4	Felles refleksjon .....	52
5.2.5	Diskusjon av planlegging og gjennomføring .....	55
5.3	Elevenes respons på oppgavene .....	61
5.3.1	Representasjoner .....	62
5.3.2	Løsninger og strategier .....	63
5.3.3	Samarbeid .....	67
5.3.4	Behov for veiledning og støtte .....	68
5.3.5	Diskusjon av elevenes respons på oppgavene .....	71
5.4	Sammenfatning .....	75
6	Avsluttende kommentarer .....	79
6.1	Utforskende matematikkundervisning på 1. trinn .....	79
6.2	Veien videre .....	79
7	Referanser .....	81
	Vedlegg .....	86
	Vedlegg 1: Observasjonsskjema .....	86
	Vedlegg 2: Koder .....	89
	Vedlegg 3: Mange håndtrykk .....	90
	Vedlegg 4: Sykler i parken .....	90
	Vedlegg 5: Dele bamser .....	91

Vedlegg 6: Meldeskjema fra NSD .....	92
Vedlegg 7: Samtykkeerklæring.....	94

## Tabelliste

Tabell 1 - karakteristiske aktiviteter .....	16
Tabell 2 - koder .....	32

## Figurliste

Figur 1 - den proksimale utviklingssonen .....	7
Figur 2 - PRIMAS modell .....	16
Figur 3 - antall hils .....	64
Figur 4 - trehjulssykler .....	65

# 1 Innledning

Formålet med oppgaven er å finne ut hva det vil si å jobbe utforskende med matematikkundervisningen på 1. trinn. På bakgrunn av dette har vi gjennomført en kvalitativ studie, hvor vi har gjennomført observasjoner i en klasse der læreren har gjennomført utforskende matematikkundervisning. Målet er å finne ut av hvordan utforskende matematikkundervisning kan gjennomføres på 1. trinn.

## 1.1 Bakgrunn for forskning

En av de største endringene som kom med Fagfornyelsen er at det er kjerneelementer i de ulike fagene. Kjerneelementer er det viktigste faglige innholdet elevene skal jobbe med i opplæringen, og i matematikk er ett av disse kjerneelementene utforskning og problemløsning (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Dette kjerneelementet går blant annet ut på at «elevene skal finne mønstre, finne sammenhenger og diskutere seg fram til en felles forståelse» og at «elevene skal legge mer vekt på strategiene og framgangsmåte enn løsningene» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Den overordnede delen av læreplanen vektlegger også elevers evne til å reflektere og tenke kritisk, og utvikle ferdigheter til å utføre oppgaver eller løse problemer gjennom å bruke språket (Kunnskapsdepartementet, 2017b). Elevene skal kunne sette ord på egne tankeprosesser som bidrar til refleksjon og diskusjon. Ord som diskusjon, refleksjon, forklaring og utforskning er brukt rikelig i den reviderte læreplanen (Kunnskapsdepartementet, 2019). Verbet å *utforske* blir nevnt 143 ganger, og er det verbet som blir hyppigst brukt i hele læreplanen. Utforskning er også en viktig og svært sentral del av matematikken og det er derfor vi velger å fokusere på det i oppgaven.

Utforskende matematikkundervisning har de siste årene vært et aktuelt tema innenfor forskning i matematikdidaktikk og har fått større plass i utdanningspolitikk og i læreplaner (Artigue & Maaß, 2013, s. 797). Utforskende matematikkundervisning står i motsetning til den tradisjonelle tilnærmingen til matematikkundervisning som gjerne kjennetegnes av tavleundervisning. Tavleundervisning kjennetegnes ofte av at læreren viser frem en løsningsmetode og at elevene i etterkant jobber med oppgaver i boka hvor de bruker denne metoden for å kunne løse oppgavene (Alrø & Skovsmose, 2002, s. 45). Denne arbeidsmetoden kan bære preg av et ensidig fokus på ferdigheter og prosedyrer, uten å legge nok vekt på forståelse. Dette kan føre til manglende matematisk forståelse. Selv om utforskning har fått en sentral plass i læreplanen og mye oppmerksomhet i

utdanningspolitikken hevder Blomhøj (2016, s. 153) at utforskende arbeid i matematikkundervisningen i praksis brukes som et unntak, og er primært forbeholdt enkelte prosjektarbeid i skolen.

I løpet av de fem årene på grunnskolelærerutdanningen ved UiT har vi tilegnet oss en dypere forståelse av matematikkfaget. Gjennom praksis har vi blant annet gjennomført utforskende undervisning på mellomtrinnet. Undervisningen bar preg av at elevene var aktive, snakket med hverandre og deltok i den matematiske samtalen. Vi opplevde et stort engasjement blant elevene. Matematikk er et fag vi selv har erfart at har et dårlig rykte. I flere situasjoner har elever gitt uttrykk for at matematikk er både kjedelig og vanskelig. Vi har et ønske om å engasjere og motivere elevene i matematikkfaget gjennom blant annet utforskende undervisning. Gjennom utforskende undervisning får elevene frihet til å utforske et emne eller problem på en selvstendig måte, og det oppmuntrer til eksperimentering og kreativ tenkning (Artigue & Blomhøj, 2013, s. 797). Ifølge Karlsen (2014, s. 21) får vi, ved å legge vekt på motivasjon, elever som er villig til å utforske. Dette kan man oppnå blant annet gjennom lærerens holdninger og engasjement. Kjerneelementene i matematikk er: utforskning og problemløsning, modellering og bruk, resonnering og argumentasjon, representasjon og kommunikasjon, abstraksjon og generalisering og matematiske kunnskapsområder (Kunnskapsdepartementet, 2019). Med disse kunnskapsområdene til grunn er det sammensatt kompetanse elevene skal tilegne seg. Elevene skal utforske og drive problemløsning, modellere dagligdagse fenomener ved bruk av matematikk, resonnere og argumentere over svar og løsningsstrategier, bruke hensiktsmessige representasjoner og kunne kommunisere matematisk i tillegg til å abstrahere og generalisere (Kazemi & Hintz, 2019, s. 9).

I praksis har vi gjennomført matematiske samtaler. Dette har lagt føringer for oppgaven fordi vi ser matematisk samtale som en naturlig del av utforskende undervisning. Under den utforskende matematikkundervisningen blir den matematiske samtalen gjerne brukt i etterkant av en utforskende oppgave. Den matematiske samtalen innebærer å engasjere elevene i dialog og samtale om matematiske begreper og problemer. Gjennom matematisk samtale utvikles elevenes matematiske forståelse og tenkning gjennom kritisk tenkning, problemløsning og argumentasjon (Kazemi & Hintz, 2019, s. 9). Dette ser vi som en viktig del av utforskende matematikkundervisning.

Det fjerde året på studiet har vi tilegnet oss mer kunnskap om begynneropplæring gjennom emnene «*Lærelyst og mestring på 1-4 trinn*» og «*Det lekende barnet i overgangen barnehage-skole*». De første årene på skolen til elevene er betydningsfulle ettersom det legger et grunnlag for barns videre læring og personlige utvikling (Palm & Michaelsen, 2018, s. 11). Vi har også lært mye om den viktige overgangen fra barnehage til skole, og blitt bevisste på viktigheten av å skape en sammenheng for elevene slik at det de læreren på skolen bygger videre på det de har lært i barnehagen.

Utforskning er en sentral del av Rammeplanen for barnehagen i Norge. Rammeplanen beskriver utforskning som en grunnleggende tilnærming til læring, og understreker at barnehagen skal tilrettelegge for utforskning gjennom å gi barna tid, rom og ressurser til å undersøke, eksperimentere, oppdage og skape (Kunnskapsdepartementet, 2017a). Når elevene begynner på skolen har de i utgangspunktet allerede erfaring med utforskning som kan bygges videre på. Kompetansemålene i læreplanen legger opp til at elevene skal utforske fra de begynner på skolen. Etter 2. trinn skal elevene blant annet «utforske tall, mengder og telling i lek, natur, billedkunst, musikk og barnelitteratur, representere tallene på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene», «utforske og beskrive generelle egenskaper ved partall og oddetall» og «utforske addisjon og subtraksjon og bruke dette til å formulere og løse problemer fra lek og egen hverdag» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 5). Som fremtidige lærere i begynneropplæringen er dette noe å være bevisst.

Læringsmiljøet, aktivitetene og undervisningen elevene møter de første årene på skolen vil påvirke elevenes videre læring. Det er derfor viktig at læreren fra starten av legger til rette for en type undervisning som bygger på elevenes forståelse og skaper motivasjon for videre læring. På bakgrunn av dette kan det være en fordel for læreren å begynne med utforskende undervisning allerede fra 1. trinn, ettersom utforskning kan være med på å ivareta elevenes nysgjerrighet og undring (Kunnskapsdepartementet, 2018). Videre blir det også beskrevet i kjerneelementer i matematikk at utforskning skal skape forståelse hos elevene og vektlegger prosessen fram til svaret fremfor svaret (Kunnskapsdepartementet, 2019). I utforskende matematikkundervisning legges det også til rette for at alle elevene skal kunne jobbe med samme problem eller oppgave. Ettersom oppgavene gjerne har ulik inngangsterskel vil elevene kunne jobbe med oppgaven på eget nivå. På denne måten tilrettelegger man for tilpasset undervisning og at alle elevene kan oppleve mestring i arbeidet med samme oppgave.

Det vi har lært i begynneropplæringen ønsker vi å ta med inn i matematikkundervisningen. Vår interesse for begynneropplæring og utforskende matematikkundervisning er bakgrunnen for valg av tema på denne masteroppgaven. Vi har lest mye om utforskende matematikkundervisning i forkant, men opplever at det er begrenset med forskning på hvordan det kan implementeres på 1. trinn, samt at vi opplever det som utfordrende å finne gode utforskende oppgaver som er tilpasset 1. trinn. Dette har ført til at vi ønsker å finne ut hvordan utforskende matematikkundervisning på 1. trinn kan gjennomføres.

## 1.2 Problemstilling og forskningsspørsmål

Ettersom vi finner begrenset med forskning som omhandler både matematikk, utforskning og begynneropplæring er dette noe vi ønsker å undersøke videre. Vi ser nytteverdien av å kunne implementere utforskning som arbeidsmetode allerede fra 1. trinn, og derfor ønsker vi å undersøke hva det vil si å jobbe utforskende i matematikkundervisning på 1. trinn. I tillegg er det beskrevet mål i læreplanen som innebærer utforskning fra etter 2. trinn, og det er et kjerneelement i læreplanen som handler om «utforskning og problemløsning» (Utdanningsdirektoratet, 2019a). Dette underbygger at man fra 1. trinn skal begynne med utforskende matematikkundervisning. Problemstillingen vi har utformet er:

*Hva vil det si å jobbe utforskende i matematikkundervisningen på 1. trinn?*

For å undersøke problemstillingen nærmere har vi formulert to forskningsspørsmål, henholdsvis for å kunne belyse ulike deler av problemstillinger og som en strategisk inngang for planlegging av datainnsamlingen. Maaß og Reitz-Koncebovski (2013, s. 10) påpeker at det å endre undervisningen fra tradisjonell til utforskende, innebærer at både lærere og elever må venne seg til en ny måte å lære og å undervise på. På bakgrunn av dette vil vi gjennom forskningsspørsmålene våre forsøke å få et nærmere innblikk i hva læreren gjør under utforskende matematikkundervisning og hvordan elevene på 1. trinn responderer på undervisningen. Arbeidet med forskningsspørsmålene har vært en prosess gjennom hele prosjektet. Til slutt kom vi frem til følgende forskningsspørsmål:

1. *Hvordan kan læreren legge til rette for og gjennomføre utforskende undervisning?*
2. *Hvordan jobber elevene med de ulike utforskende matematikkoppgavene?*

### 1.3 Tekstens oppbygging

Kapittel 2 vil ta for seg det teoretiske grunnlaget for masterprosjektet. Kapitlet tar spesielt for seg begynneropplæring, utforskende matematikkundervisning og matematisk samtale.

I kapittel 3 introduseres metodene vi har brukt i vår forskning. Her gjør vi først rede for vårt forskningsdesign og vitenskapsteoretisk forankring. Videre forklarer vi valg av tilnærming, datainnsamlingsmetoder og hvordan prosessen for å analysere datamaterialet har vært. Til slutt gjør vi rede for prosjektets kvalitet ved å trekke frem hva vi har gjort for å styrke studiens kvalitet, i tillegg til hvilke vurderinger vi har gjort knyttet til forskningsetiske retningslinjer.

I kapittel 4 beskriver vi oppgavene vi har brukt i undervisningen. Vi vil først gjøre rede for hvilke tilpasninger som er gjort for at oppgavene skulle være tilpasset klassen, før vi argumenterer for at oppgavene har en lav inngangsterskel og stor takhøyde. Deretter presenterer vi hvilke løsningsforslag og metoder vi hadde sett for oss at elevene kunne bruke.

I kapittel 5 presenterer vi funn som er relevante for vår problemstilling. Vi vil etter hvert funn drøfte funnene opp mot relevant litteratur. To av funnene vil spesifikt besvare forskningsspørsmålene vi har utarbeidet og alle tre underbygger problemstillingen. På slutten av kapitlet vil vi sammenfatte drøftingen vår.

I det siste kapitlet i masteroppgaven skal vi besvare problemstillingen vår og si noe om veien videre for prosjektet.



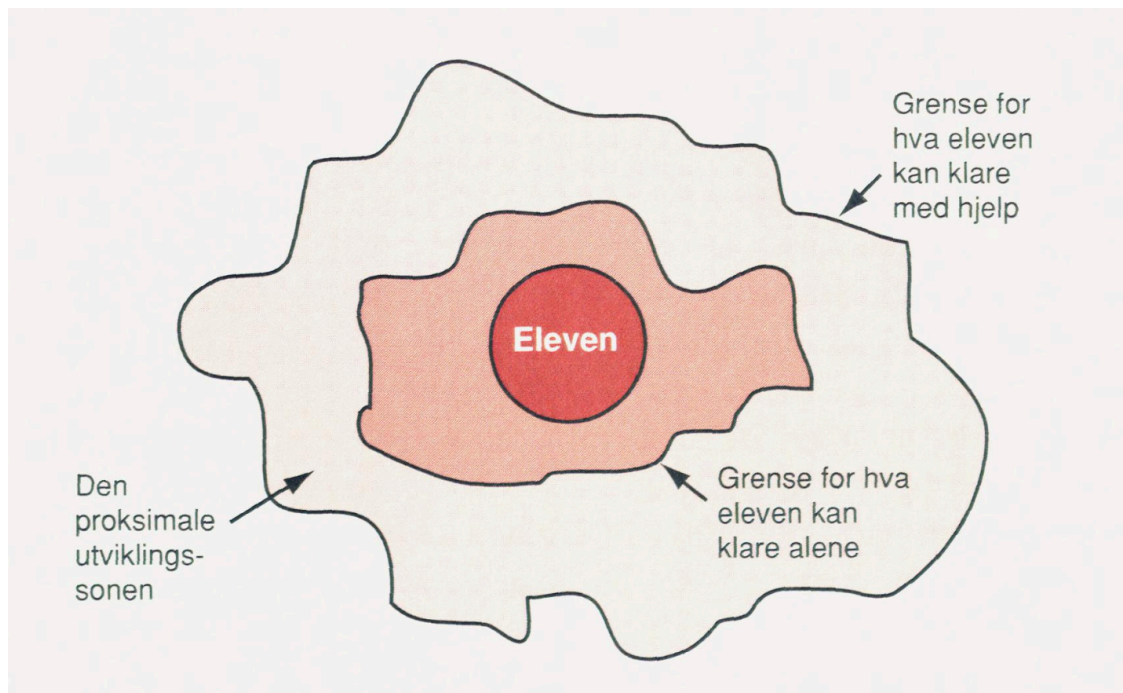
## 2 Teori

### 2.1 Sosiokulturell læringsteori

I utforskende matematikkundervisning er det viktig at elevene får lære i samarbeid med andre (Blomhøj, 2016, s. 154). Utforskende undervisning støtter samarbeidslæring gjennom at elevene jobber med utfordrende oppgaver hvor de må bruke kunnskapen til hverandre (Artigue & Maaß, 2013, s. 782). Å tilrettelegge for at elevene får samarbeide i grupper vil føre til at elevene blir muntlig aktive i den utforskende undervisningen.

Dette kan ses i sammenheng med sosiokulturell læringsteori. Man kan på en måte si at undersøkende matematikkundervisning baserer seg på sosiokulturell læringsteori, hvor en av grunntankene er at læring skjer ved å arbeide i en sosial kontekst (Lillejord, 2013, s. 178). Læringsteorien legger til grunn at læring skjer gjennom språklig, sosial og kulturell samhandling (Lillejord, 2013, s. 181). Dette gjør medelever til viktige læringsressurser, da det understrekes at arbeid med kunnskap i en sosial sammenheng skaper læring. Videre mente Vygotsky (1978, s. 23) at barns kunnskap først blir skapt i en sosial sammenheng, før det blir integrert kunnskap hos barnet selv. Gjennom at elevene får bruke språket reflekterer de over egen bevissthet, over seg selv og egne handlinger. Utvikling av språket er med på å utvikle tankenes byggeklosser. Vygotsky (1978, s. 23) hevder at språk og tenking er knyttet til hverandre. Han mente at gjennom å bruke språket er det mulig å tenke abstrakt, selvstendig og kritisk. Vygotsky (1978, s. 24) bruker ordet redskap for å beskrive språket som hvordan vi tilegner oss kunnskap og hvordan vi sosialiseres med mennesker.

Utviklingen til barn løper fra det sosiale til det individuelle. Med dette menes det at barn kan utføre en handling i samspill med andre før de kan utføre den alene. Barn har ulike evnenivå, som er det barn klarer ved hjelp av støtte og det barn klarer alene. Barn gjør først ting ved hjelp, deretter alene. Forskjellen mellom de to nivåene kalles den proksimale utviklingssonen (Vygotsky, 1978, s. 84). For læreren vil det si at man må legge til rette for at elevene får arbeide sammen med andre, samt gi hjelp og støtte elever som er vaklende på vei mot å klare å løse oppgaven selv. Vygotsky (1978, s. 87) påpeker at man kan ikke planlegge elevenes forståelse på forhånd, og man vet aldri når det går opp et lys for elevene. Læringen og utviklingen til elevene vil alltid inneholde et element av uforutsigbarhet som ikke kan fastsettes på forhånd.



Figur 1 - den proksimale utviklingssonen

Den proksimale utviklingssonen som figur 1 illustrerer påvirker hvordan læreren måler elevenes evner på. Testing av elevene på en tradisjonell måte, der de svarer på oppgaver som er tilrettelagt og fokuserer på bestemte typer kunnskap for å undersøke deres kompetanse, vil kun gi informasjon om den nedre grensen av den proksimale utviklingssonen. (Vygotsky, 1978, s. 88). For å kunne måle elevene må læreren vurdere hva eleven kan gjøre alene og hva eleven er i stand til med hjelp til stede. På bakgrunn av dette er det viktig at læreren er aktiv i klasserommet. Gjennom at læreren hjelper elevene og overvåker dem i samhandling med andre, vil det kunne gi en indikasjon på hvor langt de ulike elevene kan «strekke seg» (Vygotsky, 1978, s. 89). Dette vil kunne bidra til å tilrettelegge videre undervisning. Vygotsky (1978, s. 89) hevdet at undervisningen er god bare når den løper foran utviklingen på bakgrunn av at dette vekker funksjonene i den proksimale utviklingssonen som er i ferd med å modnes. Det finnes en grense på hvor mye læreren kan styre og planlegge undervisning gjennom læreplaner og strukturert undervisning. Elevenes utvikling og læring vil alltid inneholde elementer av uforutsigbarhet som en ikke kan forutse på forhånd (Vygotsky, 1978, s. 90)

## 2.2 Læreplan

Ved revidering av ny læreplan er det løftet frem begreper som har fått en sentral plass i Kunnskapsløftet 2020. Verbene som er brukt i kompetansemålene i LK20 sier noe om hva elevene må gjøre for å utvikle ønsket kompetanse i de ulike fagene (Universitetet i Oslo, 2022). Det verbet som er hyppigst brukt er «å utforske», og har fått en styrket plass i LK20 sammenlignet med i LK06 (Karseth et al., 2020, s. 128). Utdanningsdirektoratet har utviklet en verbliste som er lagt ved som vedlegg i retningslinjene for utforming av læreplaner. I verblisten er det skrevet ned sentrale verb som er anbefalt å bruke i formuleringen av kompetansemål. Å utforske blir beskrevet som «å oppleve og eksperimentere og kan ivareta nysgjerrighet og undring. Å utforske kan bety å sanse, søke, oppdage, observere og granske. I noen tilfeller betyr det å undersøke ulike sider av en sak gjennom åpen og kritisk drøfting. Å utforske kan også bety å teste eller prøve ut og evaluere arbeidsmetoder, produkter eller utstyr» (Kunnskapsdepartementet, 2018, s. 16).

Begrepet «utforske» går igjen i kompetansemålene i læreplanen for matematikk. Etter 2. trinn skal elevene blant annet «utforske tall, mengder og telling i lek, natur, billedkunst, musikk og barnelitteratur, representere tallene på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene», «utforske og beskrive generelle egenskaper ved partall og oddetall» og «utforske addisjon og subtraksjon og bruke dette til å formulere og løse problemer fra lek og egen hverdag» (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 5). Begrepet blir brukt gjennomgående i kompetansemål for de kommende alderstrinnene også, men i denne oppgaven legger vi vekt på kompetansemålene fra 2. trinn, ettersom vår oppgave handler om en 1. klasse.

Underveisvurderingen etter 2. trinn tar også utgangspunkt i kompetansemålene og skal bidra til å fremme læring og at elevene utvikler kompetanse i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 6). Det blir blant annet beskrevet at elevene vier og utvikler kompetanse i matematikk når de får undre seg, stiller matematiske spørsmål og forklarer og argumenterer for egne løsninger. Læreren skal også legge til rette for at elevene får utforske matematikk gjennom å bevege seg, leke, undre seg og bruke sansene.

I kompetansemålene blir det også nevnt at elevene skal møte ulike representasjoner og kunne oversette mellom disse. Gjennom representasjoner vil matematiske objekter kunne gjøres tilgjengelige for elevene. Representasjoner vil fange enkelte aspekter ved matematiske objekter (Eriksen et al., 2018, s. 188). Det anbefales at elevene møter varierte representasjonsformer og arbeider med oversettelser mellom disse for å kunne abstrahere en matematisk ide ut fra

representasjoner. Ifølge Eriksen et al (2018, s. 189) skilles det mellom to roller representasjonsformer har. De skal kunne fungere som støtte for den enkeltes tankeprosesser og de skal kommunisere med andre. Greeno og Hall (1997, s. 362) anbefaler at elevene selv skal være aktive deltakere i å skape og benytte seg av representasjoner, fremfor å be elevene produsere en bestemt representasjonsform. Elevene må få anledning til å være med å skape representasjoner og kunne kritisk vurdere hvordan de kan hjelpe de i oppgaver.

Læreplanen i fag har også fått ny struktur og inneholder blant annet også kjerneelementer. Kjerneelementer er det viktigste faglige innholdet elevene skal arbeide med i opplæringen, og det de må lære for å kunne mestre og å anvende faget (Utdanningsdirektoratet, 2019b). I læreplanen for matematikk er et av kjerneelementene «utforskning og problemløsning». (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Utforskning i matematikk handler om at elevene skal lete etter mønster, finne sammenhenger og diskutere seg frem til en felles forståelse. Videre skal elevene også legge mer vekt på strategiene og framgangsmåtene, enn på løsningene. Begrepene utforskning og problemløsning virker overlappende i læreplanen. Begge begrepene vektlegger både strategi og framgangsmåte, men ut fra kjerneelementet kan utforskning beskrives som prosessorientert. I problemløsning ligger fokuset spesielt på å løse et gitt problem. Karlsen (2014, s. 33) beskriver hvordan problemløsning kan anses som en del av en utforskningsprosess. Bakgrunnen for dette er at oppgaver som passer til utforskende opplegg gjerne kalles problemløsningsoppgaver.

En annen sentral endring med LK20 er at det skal legges til rette for dybdelæring (Utdanningsdirektoratet, 2019b). Det vil si at elevene gradvis utvikler varig kunnskap og forståelse av begreper, metoder og sammenhenger i ulike fag. For å oppnå dette må elevene reflektere over egen læring og bruke kunnskapen de har lært seg på ulike måter og i ukjente situasjoner, både alene og sammen med andre. En av de viktigste årsakene til at skolen må legge til rette for dybdelæring, er fordi barn og unge skal utvikle kompetanse som ses på som nødvendig i et kunnskapsdrevet samfunn med endrende krav til arbeidslivet. Jobber som krever rutineoppgaver blir i større grad automatisert og i fremtiden vil roboter kunne ta over en rekke jobber. Det finnes en rekke prosjekter som vurderer hvilke kompetanser det vil være behov for i fremtidens samfunns- og arbeidsliv, som samtidig også stiller spørsmål til innholdet i dagens skole og om det er bra nok for å forberede elevene på et liv etter skolen (NOU 2014:7, s. 11). Disse prosjektene går under betegnelsen *21st century skill*.

Det er ulike internasjonale og nasjonale prosjekter som har undersøkt hvilke kompetanser som kreves av mennesker i det 21 århundre. Forskere har funnet ti kompetanser som går igjen i disse prosjektene. En av disse kompetansene er kritisk tenkning og problemløsning (NOU 2014:7, 2014, s. 116). I læreplan for matematikk blir dette også påpekt, hvor det står at matematikk skal forberede elevene på et samfunn i utvikling ved å gi dem kompetanse i utforskning og problemløsning. (Kunnskapsdepartementet, Læreplan i matematikk (MAT01-05), 2019, s. 2). I læreplanen er det flere krav som blir stilt til elevens danning og læring i skolen. Begynneropplæringen skal være med på hjelpe elevene å fylle disse kravene.

## 2.3 Begynneropplæring

Begynneropplæringen handler tidsmessig om overgangen fra barnehage til skole og de fire første årene på skolen. Det handler om alt barnet møter når det gjelder læringsmiljø, aktiviteter og undervisning i alle fag de første årene (Palm et al., 2018, s. 13). Elevene i begynneropplæringen blir av Becher (2018, s. 58) beskrevet som et subjekt som skal «komme inn i» og bli en del av verden. Det er et relasjonelt subjekt som skapes og skaper seg i situasjoner og pedagogiske prosesser. Lærerens oppgave er å gjøre de rette overveielser og ta de rette avgjørelsene i de øyeblikkene der dannelse av barnet skjer (Becher, 2018, s. 58). Becher (2018, s. 58) understøtter at dersom læreren legger opp undervisning slik at elevene blir objekter med mål om at flest mulig når kompetansemål eller læringsutbytte. Dette kan føre til en instrumentell pedagogikk som ikke forholder seg til formålet med skolen, som er kvalifisering, sosialisering og subjektivering. Ifølge Hoff-Jenssen et al. (2020, s. 145) kan begynneropplæring forstås som mer enn opplæring i fag. De skiller mellom smal og vid tilnærming til begynneropplæring. Den smale forståelsen av begynneropplæring relaterer kun til kompetansemål i fag. Den vide forståelsen av begynneropplæring er knyttet til at begynneropplæring er mer enn opplæring direkte i fag. Det omhandler kunnskaper og ferdigheter som ikke direkte er beskrevet i kompetansemål i fagene (Hoff-Jenssen et al., 2020, s. 149). Ved å ta i bruk både smal og vid tilnærming til begynneropplæring vil de sammen kunne gi en helhetlig begynneropplæring. Hoff-Jenssen et al. (2020, s. 154) påstår at det er nødvendig å ha en vid forståelse, da det er en forutsetning for smal begynneropplæring. Det åpner også opp for et bredere meningsinnhold, og vil legge til rette for at begynneropplæringen kan ta inn over seg skolens doble samfunnsmandat.

Becher (2018, s. 62) påpeker at utformingen av miljøet på skolen som institusjon, kan gi faglig og sosial støtte som har varig betydning. Vygotsky (1978, s. 87) poengterer også

samspeillet mellom mennesket og tingene som nødvendig for utviklingen av begreper og tenking. Læringsprosesser som involverer kroppen, fysiske redskaper og materiale er viktig på samme måte som språket er viktig innenfor det sosiokulturelle læringssynet (Becher, 2018, s. 63). Ofte sitter elever sammen i grupper på to og to eller fire og fire, og klasserommet gir et inntrykk av samarbeid og fellesskap i læringsprosesser (Becher, 2018, s. 69). At elevene sitter sammen kan gjøre samhandling enklere, men makten til å styre samhandling blant elevene ligger hos læreren som ifølge Becher (2018, s. 70) ofte ikke legger opp til samhandling. Ofte ønsker læreren at det skal være arbeidsro i klasserommet, som ikke legger opp til samhandling mellom elevene. Dersom elevene sjeldent samarbeider når de sitter sammen blir de et individ i den sosiale gruppen. Pulter og stoler er dominerende i et klasserom som gjør at det blir lite rom for andre forestillinger om barnet og hva barnet trenger for å utfolde seg for å lære (Becher, 2018, s. 84). Gulvplass, avgrensede kroker og materiale til å utvikle en mindre lek gir elevene mulighetsrom. Skolestarterne trenger variasjon, bevegelse, romslighet, mulighet for avgrensning og lekende aktivitet som man må legge til rette for i klasserommet innenfor de rammene man har (Becher, 2018, s. 85). Lyttekroken er ofte brukt i norske førsteklasserom gjennom at benker er satt sammen i en firkant eller som en tribune foran tavlen (Becher, 2018, s. 70). Fordelen med lyttekroken er at det kan gi en følelse av fellesskap, man er nær læreren og snakker om noe viktig, kroppen får sitte på en annen måte, eleven kan oppleve å sitte med en venn, elevene lærer og opplever noe sammen (Becher, 2018, s. 70).

I begynneropplæringen og generelt i skolehverdagen er det viktig å bygge gode relasjoner med elevene. Autonomistøttende undervisning bidrar til positive relasjoner med elevene. Det legger i tillegg også til rette for samarbeid, selvstendige valg og utfordrer elevenes tenkning (Fjell & Olaussen, 2012, s. 15). Gjennom å drive autonomistøttende undervisning blir elevene utfordret til å bruke språket sitt. Dette bidrar til å utvikle ordforrådet til elevene som er viktig i begynneropplæringen. Når elevene får språklige erfaringer vil dette kunne føre til å styrke språkkompetanse, som videre vil kunne endre språkadferden til elevene (Selås, 2017, s. 184). Læreren må legge til rette for at elevene skal få bruke språket sitt og få erfaringer med språk. Dette kjennetegnes med at læreren gjerne stiller spørsmål fremfor å korrigere elevene. Slik kommunikasjon kan ses på som autonomistøttende, slike utsagn gir informasjon som utfordrer (Fjell & Olaussen, 2012, s. 15). Det er tilbakemelding i form av konstruktive spørsmål, hint om problemløsning, spørsmål om hva eleven tenker og ønsker, og oppmuntring til å tro på å mestre. I motsetning til autonomistøttende kommunikasjon står kontrollerende

kommunikasjon. En kontrollerende motivasjonsstil er styrende i forhold til aktiviteten og gir løsninger, fremfor å utfordre elevene til tenking (Fjell & Olaussen, 2012, s. 15). Læreren som kontrollerer, viser og forteller hva som er riktig fremfor at eleven må prøve selv, gir direktiver om hva som må og skal gjøres og stiller kontrollerende spørsmål. Dette bidrar til lite eller ingen refleksjon blant elevene. Et klasserom preget av kontrollerende kommunikasjon kan være med på å hemme språkstimulerende aktiviteter. Læreren må vurdere når kontroll er nødvendig og ikke. Fjell og Olaussen (2012, s. 15) viser til forskning om at lærere domineres av en kontrollerende motivasjonsstil. Bakgrunnen for dette kan være at lærere er utsatt for et press som påvirker kontrollen for å forsikre seg om at man har gjort alt som forventes.

Innenfor matematikkfaget finnes det lite forskning som bruker begrepet begynneropplæring. Skorpen (2009, s. 7) setter søkelys på begynneropplæring knyttet til arbeidsformer i matematikk i grunnskolen. Begynneropplæringa omfattet her all aktivitet på småskoletrinnet. I den første matematikkopplæringen vil ikke alltid elevene uttrykke tankene sine i tråd med det formelle matematiske språket (Eriksen et al., 2018, s. 187). Som matematikklærer har man et ansvar for å forstå resonnementer og potensiale i det som uttrykkes av elevene. Man må interessere seg for, analysere, tolke og forså elevenes faglige tenkning. Dette er grunnleggende for å kunne møte og utfordre elevene i deres videre læring, samt kan det knyttes til dybdelæringsperspektivet (Eriksen et al., 2018, s. 178). Læreren må forholde seg spørrende, nysgjerrig og undersøkende til det elevene uttrykker for å få frem deres faglige tenkning. Johnsen-Høines (2020, s. 44) trekker frem at lærere er vant til å fortelle, formidle, si hvordan ting henger sammen og hvordan ting skal gjøres til elevene. Dette må man fortsatt gjøre, men også være lyttende til elevene for å fremme språkbruk blant elevene. Gjennom å gjenta, utdype og utvide utsagn kan elevene motiveres til å tenke videre. I utforskende undervisning er det viktig å stille tilleggsspørsmål og gi oppgaver som lar elevene følge deres løsningsvei (Artigue & Maaß, 2013, s. 782).

Utforskende aktiviteter inviterer til muntlig aktivitet i klasserommet. Språket har en viktig rolle i elevens læringsprosess når det handler om utforskende læring, begrepsutvikling og tallbegrep (Johnsen-Høines, 2020, s. 37). For at elevene skal kunne utforske må man skape et læringsmiljø der det er trygt å dele tanker, der det er rom for å svare feil og at diskusjon blir en naturlig del av undervisningen (Karlsen, 2014, s. 21). For å skape et miljø der elevene er vant til å begrunne spørsmål og stille spørsmål, må læreren være bevisst på hvordan innspill fra elevene behandles. Karlsen (2014, s. 21) eksemplifiserer at det kan være grep som å berømme at elevene deler sine tanker med andre, fremfor å rose riktig svar. Spørsmål som

læreren stiller, er også av betydning. «Hvorfor blir det slik?» og «Hvordan har du tenkt her» åpner opp for både ulike svar og samtale videre. Elevene må bli vant til å få slike spørsmål for å kunne begrunne svarene sine, noe som skal føre til at elevene skal kunne begrunne svaret sitt uten at læreren må be om det (Karlsen, 2014, s. 21).

I begynneropplæringen er det viktig å introdusere elevene for matematikk på en engasjerende og meningsfull måte. Læreren må være nysgjerrige i elevenes resonnering og få de til å tenke og resonnerer videre. Dette kan ses i sammenheng med utforskende matematikkundervisning.

## **2.4 Utforskende matematikkundervisning**

Inquiry-based mathematics og inquiry-based education har de siste årene fått mer oppmerksomhet og begrepene har hatt økende frekvens i utdanningspolitikk og i læreplaner (Artigue & Maaß, 2013, s. 797). Inquiry-based mathematics, - learning og -education er begreper som blir brukt i mye av internasjonal litteratur og forskning. På norsk kan dette oversettes til spørrebasert matematikk, - læring og – undervisning. I tillegg blir begrepene utforskende og undersøkende matematikk brukt om hverandre om samme tema. I denne oppgaven kommer vi til å forholde oss til betegnelsen utforskende undervisning.

Det finnes flere definisjoner og beskrivelser av utforskende undervisning. Skånstrøm og Blomhøj (2016, s. 89) beskriver utforskende undervisning som der læreren setter scenen for undervisningen, skaper rom for dialogisk samspill i klassen, stiller åpne og nysgjerrige spørsmål, inspirerer og støtter, utbygger og sammenkobler elevenes erfaringer og opprettholder elevene i systematisk undersøkelse. Keselman (2003) definerer utforskende undervisning som en undervisningsmetode der elever arbeider som forskere. Dette gir en rikere og mer vitenskapelig erfaring enn det lærebøker gir. Ifølge Artigue og Maaß (2013, s. 279) handler utforskende undervisning om å lære seg å spørre, samt bli introdusert til matematiske og vitenskapelige måter å undersøke. I likhet med Keselman (2003) beskriver også Artigue og Maaß (2013, s. 279) at undersøkende undervisning handler om at elevene lærer hvordan forskere jobber og de blir utstyrt med strategier for videre læring. Felles for betegnelsene om hva utforskende undervisning er, er at de alle trekker frem former for samhandling. Det er mange likhetstrekk mellom definisjonene som finnes, men det er ikke noen enkel begrepsavgrensning eller definisjon som alle forholder seg til.



Utforskende undervisning har ifølge Artigue og Blomhøj (2013, s. 798) pedagogisk utsprang i John Deweys læringssyn og utviklingen av begrepet *reflekterende undersøkelse*, opprinnelig *reflective inquiry*. Dewey ser på læring som en adaptiv prosess der erfaringer bidrar til å skape sammenhenger mellom opplevelser og ideer, gjennom kontrollert og reflekterende prosess (Dewey, 1938). Denne prosessen beskrives som reflekterende undersøkelse. Dewey beskriver at læring skjer gjennom handling i den reflekterende undersøkelsen. Handlingen er ikke i seg selv roten til læring, men prosessen gjennom reflekterende undersøkelse skaper læring (Dewey, 1938). Han mente også at reflekterende undersøkelse var nøkkelen til å bevege seg utenfor skillet mellom å vite og å gjøre, og derfor en ny måte å se menneskelig adferd på. Elevene får gjennom reflekterende undersøkelse erfaringer og utvikler generelle sinnsvaner for læring som er en vesentlig funksjon for videre læring (Dewey, 1938). Aktivitetene i seg selv utgjør ikke læring, men aktiviteten må ha et innhold elevene kan lære. I tillegg må elevene selv være aktive i egen læring og ikke ha en passiv rolle som mottaker av informasjon fra omgivelsene (Dewey, 1938).

Blomhøj (2016, s. 155) påpeker at det finnes noen avgjørende krav til undersøkende matematikkundervisning, og at dette kan sammenfattes i tre følgende punkter. Det første punktet i et undersøkende undervisningsopplegg krever at det er noe som skal undersøkes. Det vil si at det må etableres spørsmål eller forundring som utgangspunkt for undervisningen. Disse spørsmålene eller forundringen skal være styrende for elevenes arbeid og for den etterfølgende felles faglige læringen som skal foregå i klassen. Det andre punktet sammenfatter betydningen av at det etableres faglige og pedagogiske forutsetninger for elevenes undersøkende arbeid. Det tredje punktet går ut på elevenes resultater og refleksjoner som kan gi grunnlag for oppbygningen av felles faglig kunnskap blant elevene. Disse tre punktene fører til en naturlig tredelt struktur for undervisningsopplegget bestående av iscenesettelse, elevenes undersøkende arbeid og felles refleksjon og faglig læring (Blomhøj, 2016, s. 156).

Den første fasen er iscenesettelse av undervisningsopplegget. Iscenesettelsen skal inneholde en introduksjon av utfordringen eller problemet til elevene (Blomhøj, 2016, s. 156). Dette må formidles på en måte at alle elevene forstår utfordringen, altså det må etableres et felles språk med elevene om utfordringen. Videre må det etableres et didaktisk miljø for arbeidet. De tidsmessige og praktiske rammene rundt arbeidet må formuleres til elevene og læreren må klargjøre hvilke produktkrav, vurderingsformer og kriterier som kreves av arbeidet de skal gjøre.

Fase to er elevenes selvstendige undersøkende arbeid. Dette krever at elevene får tilstrekkelig med tid, frihet og støtte til å kunne arbeide selvstendig med utfordringen (Blomhøj, 2016, s. 156). Elevene trenger støtte for å etablere samarbeid med andre elever. Videre trenger de også å bli støttet og utfordret i tenkemåten sin gjennom dialog med andre. Dette krever forberedelse på forhånd i form av konstruksjon av eksemplarisk dialog.

Den tredje fasen er felles refleksjon og faglig læring. I denne fasen skal elevenes erfaringer og resultater systematiseres og gjøres felles (Blomhøj, 2016, s. 156). Videre skal elevenes faglige poenger utpekes, og det skal bygges opp en felles faglig kunnskap med et felles fagspråk. For at denne kunnskapen skal «læres» må læreren finne forbindelser og koblinger til tidligere etablert kunnskap. Til slutt skal det også pekes ut nye mulige spørsmål og undersøkelser til videre arbeid.

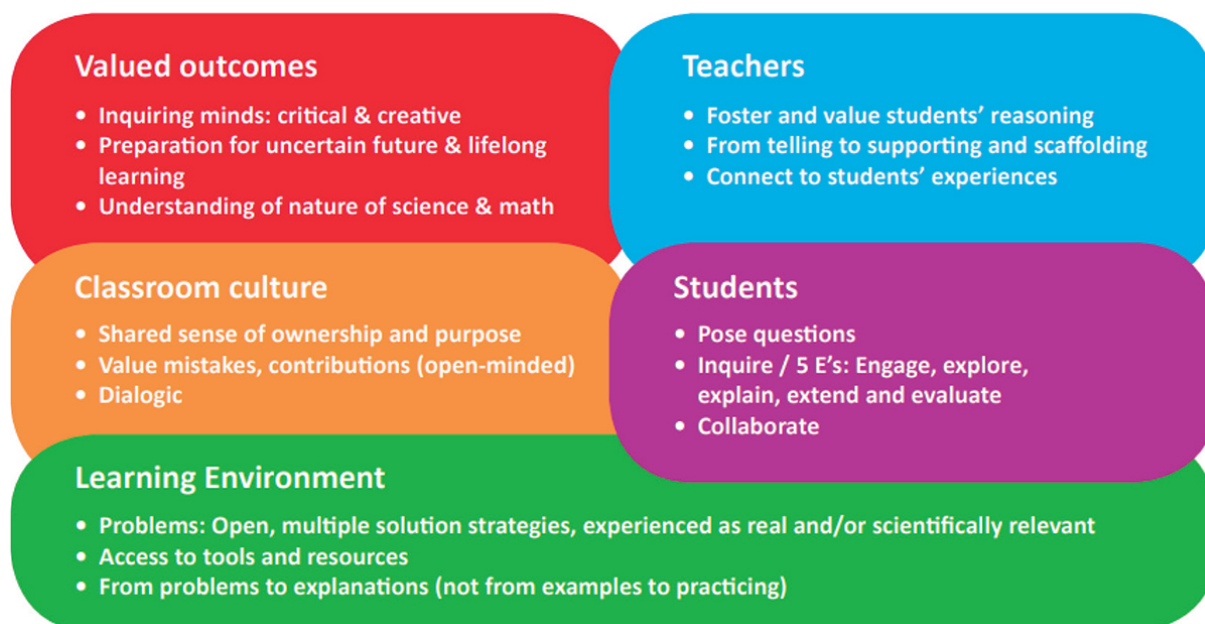
I tillegg til denne tredelte strukturen for gjennomførelse av undersøkende undervisningsopplegg, påpeker Blomhøj (2016, s. 157) en rekke elev- og læreraktiviteter som kan ses på som karakteristiske for undersøkende matematikkundervisning som tabellen viser oversikt over.

<b>Karakteristiske elevaktiviteter</b>	<b>Karakteristiske læreraktiviteter</b>
Stille faglige spørsmål	Iscenesette undersøkende aktiviteter
Avgrense og strukturere	Inspirere til en undersøkende holdning og tilgang til matematikk
Observere systematisk	Formidle og anvende felles læringsmål
Måle og kvantifisere	Bygge på og utbygge elevenes erfaringer
Klassifisere	Støtte elevenes eierskap til problemer og prosjekter
Utvikle definisjoner	Skape rom for dialogisk samspill i klassen
Beregne og lage overslag	Oppmuntre til spørsmål og refleksjon
Innføre og anvende symboler	Stille åpne og nysgjerrige spørsmål til elevenes arbeid
Anvende algebra	Bemerke og sette pris på elevenes faglige ideer og resonnementer
Resonnere og bevise	Verdsette forsøk og feil som grunnlag for læring
Representere og visualisere	Fremme samarbeid mellom elevene
Danne og undersøke hypoteser	

Eksperimentere	Påpeke og allmenngjøre sentrale begreper og metoder
Tolke og vurdere resultater	Evaluere elevenes faglige læring
Kommunisere faglig	Evaluere forløp og utvikle egen praksis

Tabell 1 - karakteristiske aktiviteter

Det er viktig å påpeke at de karakteristiske aktivitetene presentert i tabell 1, vil forekomme i andre undervisningsformer enn i utforskende undervisning, som for eksempel tradisjonell i undervisning. Når flere av disse aktivitetene forekommer til at det kan være med på å karakterisere undervisningen som utforskende (Blomhøj, 2016, s. 157). Å endre matematikkundervisningen fra tradisjonell matematikkundervisning, og til utforskende undervisning betyr at både lærere og elever må venne seg til å lære og undervise på nye måter (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 10). PRIMAS (promoting inquiry in mathematics and science education across Europe) er et internasjonalt prosjekt hvor formålet er å promotere implementeringen og å bruke undersøkende undervisning i matematikk og naturfag. Det er utviklet en modell som viser kjennetegn ved utforskende undervisning som figur 2 illustrerer (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 8). Kjennetegnene er delt inn i ulike kategorier som vi har oversatt fra engelsk til norsk som vi vil se nærmere på: *Læringsutbytte, klasseromskultur, elevaktiviteter, lærerrollen og elevene.*



Figur 2 - PRIMAS modell

Målet med utforskende matematikkundervisning er et elevene skal oppnå konseptuell forståelse av matematiske verktøy, samt utvikle ferdigheter og kompetanse innenfor faget.

Dette er det ønskede *læringsutbyttet* (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 7). Gjennom utforskende undervisning vil elevene kunne forberedes for en uforutsigbar fremtid og livslang læring, gjennom at elevene blir mer kritiske og kreative. Et mål med utforskende matematikkundervisning er at elevene skal få en større interesse og positiv innstilling til matematikkfaget.

*Klasseromskultur* burde bygge på å være dialogisk (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 7). Den bør bære preg av en delingskultur hvor alle sine faglige poeng og synspunkt blir representert og verdsatt av læreren. Det må også etableres en kultur for at feil ses på som en læringsmulighet, og at man åpner opp for innspill og bidrag i klasserommet.

*Elevaktiviteter* kan også oversettes til læringsmiljø. Denne delen av PRIMAS-modellen innebærer elevaktiviteter som burde være åpne, samt virkelighetsnære og relevante oppgaver. Det trekkes også frem at elevene burde ha tilgang på verktøy under elevarbeidet. Målet er å gå fra problem til forklaring (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 7). Oppgaver og materialer skal gi mulighet til å ta avgjørelser selv, men oppgaven og verktøyene i seg selv vil ikke garantere at undervisningen blir utforskende. Perspektivet på læring kan skape en ny læringskultur i klasserommet.

*Lærerrollen* i det utforskende arbeidet innebærer å fremme og koble sammen elevenes resonnementer (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 7). Gjennom dette vil elevene kunne tilegne seg ny kunnskap og bygge videre på kunnskapen sin. Lærerens rolle går mer ut på å stille spørsmål som kan hjelpe elevene i deres tenking fremfor å fortelle elevene hva de skal gjøre og hvordan. Gjennom at læreren stiller spørsmål må elevene resonnere og forklare tankene sine.

*Elevene* i utforskende undervisning burde være aktive i undervisningen (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 7). Med dette menes det at de er aktive gjennom å stille spørsmål, tar beslutninger, forutsier, utforsker alternative metoder, diskuterer, samarbeide, forklarer, utdyper, oppsummerer og kommuniserer resultater.

Utforskende matematikkundervisning skiller seg fra det som omtales som tradisjonell matematikkundervisning. Tradisjonell matematikkundervisning kjennetegnes ved at den er lærebokstyrt. Undervisningsformen er gjerne bygd opp med at læreren introduserer dagens tema, viser eksempler på tavlen og elevene jobber gjerne videre med oppgaver i boka (Alseth et al., 2003). Utforskende undervisning blir av Keselman (2003, s. 198) definert som en

undervisningsmetode der elevene settes i en posisjon som forskere, i tillegg er også samhandling et fellestrekk for mange definisjoner om hva utforskende undervisning er.

Begrepet utforskning har som nevnt tidligere fått en sentral plass i LK20 (Kunnskapsdepartementet, 2017b). LK20 fremhever at utforskende matematikk innebærer å se sammenhenger, mønster og finne frem til en felles forståelse (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). Ifølge Artigue og Blomhøj (2013, s. 808) innebærer utforskende matematikk også om å stille utdypende spørsmål, problemløsning, modellere, søke etter ressurser og ideer, undersøke, analysere dokumenter og data, eksperimentere, gjøre antakelser, teste, forklare, resonnere, argumentere, bevise, definere, strukturere, koble sammen, representere og kommunisere. Ved å sammenfatte begrepene blir det tydelig at utforskning i matematikk i stor grad vektlegger prosessen fremfor svaret. Gjennom beskrivelsen av hva utforskende matematikk innebærer ses problemløsning på som en del av utforskning på samme måte som Karlsen (2014, s. 33) beskriver det.

Oppgavene i lærebøkene kjennetegnes gjerne med at de er like i strukturen og legger stor vekt på å vise hvordan man finner det riktige svaret. Strukturen på matematikkboksjangeren er gjenkjennbar og man vet hvordan det ønskes at elevene skal gå inn i den (Johnsen-Høines, 2020, s. 145). Noen elever vil oppleve problemer med å knekke denne sjangeren, og matematikk kan derfor oppleves som vanskelig. I motsetning til tradisjonell matematikkundervisning, fokuserer man på å stille seg spørsmålet hvorfor og se sammenhenger gjennom å jobbe utforskende med matematikk. Ifølge Johnsen-Høines (2020, s. 179) må elevene oppdras til utforskende arbeidsmåter over tid. Elevene må vennestil å arbeide med å finne nye måter å tenke på, finne svar og nye spørsmål. Gjennom å arbeide utforskende vennestil at det kan være flere tenkemåter og svar. Sett i sammenheng med dette kan utforskende matematikk bygge på den relasjonelle forståelsen til elevene, mens de tradisjonelle undervisningsformene knyttes til instrumentell forståelse. Skemp (1976) skiller mellom instrumentell og relasjonell forståelse i matematikk. Instrumentell forståelse innebærer at man lærer regler og formler som skal hjelpe elevene med å løse oppgavene (Skemp, 1976). Relasjonell forståelse innebærer å se sammenhenger, samt bygge begrepsmessige strukturer. Her går man mer i dybden for å vite hvordan en oppgave skal løses og hvorfor det blir sånn (Skemp, 1976). Fordelen med å oppnå en relasjonell forståelse er at det bygger opp mentale strukturer som fører til at elevene kan lage uendelig mange forskjellige planer for å komme seg fra et sted til et annet. Instrumentell forståelse derimot følger instruksjoner som de har lært seg for å komme seg fra spesifikke startposisjoner til

endepunktet (Skemp, 1976). Da kan elevene mangle forståelse for underliggende relasjoner mellom stegene og endepunkt i en oppgave, og blir derfor avhengig av veiledning får å lære seg måter å komme frem på.

I utforskende matematikkundervisning er det helt grunnleggende at elevene samhandler for å jobbe utforskende. Å stille åpne og nysgjerrige spørsmål til elevenes arbeid er også viktig, og at skal elevene kan reflektere rundt disse spørsmålene. Dette gjør at matematiske samtaler er en viktig del av utforskende matematikkundervisning.

## 2.5 Matematisk samtale

I Blomhøjs tredelte struktur skal den tredje fasen føre til felles refleksjon og faglig læring (Blomhøj, 2016, s. 156). Dette innebærer at elevenes erfaringer og resultater systematiseres og gjøres felles, utpeker faglige poenger i elevenes arbeid, bygger opp felles faglig kunnskap med et felles fagspråk, koble sammen ny kunnskap med tidligere etablert kunnskap og utpeke nye mulige spørsmål og undersøkelser. For å oppnå dette kan man ha en matematisk samtale med elevene.

En matematisk samtale kan forekomme i flere ulike former. I denne oppgaven kommer vi til å ta utgangspunkt i matematiske samtaler mellom læreren og elev eller i form av en helklassesamtale. I en matematisk samtale kan læreren bruke ulike samtaletyper. Hvilken samtaletype det er, vil påvirkes av flere ulike faktorer. En faktor er blant annet hvilket perspektiv på læring og kunnskap en læreren har, vil påvirke hvordan læreren leder samtalen (Johnsen-Høines & Herheim, 2016, s. 7). Det vil også kunne påvirkes av hvilket mål som er for de ulike aktivitetene som blir gjennomført i klasserommet. I samtalen undersøker, utforsker, lytter, argumenterer deltakerne og formulerer hypoteser og prøver ut matematiske sammenhenger for å forstå og for å få en dypere innsikt i det elevene skal lære (Johnsen-Høines & Herheim, 2016, s. 9).

Johnsen-Høines og Alrø (2016, s. 124) påpeker at de korte samtalesekvensene er sterkt til stede i klasseromssamtaler. Disse samtalene følger ofte en IRF-struktur, som karakteriseres ved at læreren stiller et spørsmål, elevene svarer og læreren evaluerer svarene. Denne samtaleformen er gjenkjennbar for de fleste elever og lærere, som gjør at dens posisjon i klasserommet blir sterk. Selv om denne samtaleformen er gjenkjennbar for elever og lærere og kan føles trygg å gjennomføre, vil det ikke nødvendigvis trygge elevene. Det kan føre til at elevene opplever det som disiplinierende og autoritært (Johnsen-Høines & Alrø, 2016, s. 124).

Et av kjennetegnene ved en slik samtaleform, er at læreren stiller spørsmål som hen selv vet svaret på (Johnsen-Høines & Herheim, 2016, s. 10).

Andre ganger vil den matematiske samtalen være utforskende og undersøkende hvor deltakerne ønsker å finne ut av noe de ikke vet svaret på. Brendefur og Frykholm (2000, s. 126) beskriver fire ulike nivåer av kommunikasjonsmønstre man kan kjenne igjen fra klasserommet. Disse er ensrettet kommunikasjon, medvirkende kommunikasjon, refleksiv kommunikasjon og rik kommunikasjon. Av disse fire kommunikasjonsmønstrene passer både ensrettet kommunikasjon og medvirkende kommunikasjon under definisjonen av IRF. Ensrettet kommunikasjon preges av at læreren dominerer samtalen ved å forelese, stille lukka spørsmål og gi elevene få muligheter til å kommunisere sine ideer, strategier og tenkning (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126). Medvirkende kommunikasjon kjennetegnes ved at elevene i større grad får dele sine tanker og strategier, men læreren vurderer og korrigerer likevel elevenes innspill med hva som er riktig svar (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 127). Drageset (2016, s. 170) påpeker at det er stor forskjell mellom ensrettet kommunikasjon og medvirkende kommunikasjon, som viser at det derfor kan være variasjoner innenfor IRF. Derfor kan ikke IRF stemples som negativt i seg selv, men kvaliteten vil påvirkes av hvilken type evaluering læreren kommer med på elevenes respons. IRF viser seg å være et vanlig samtalemønster i klasserommet, men det er viktig at læreren er klar over at det finnes andre typer samtalemønstre som kan gi elevene bedre læringsmuligheter (Drageset, 2016, s. 171).

Dette viser Brendefur og Frykholm (2000, s. 126) med sine kommunikasjonsmønstre som er delt i fire hierarkiske nivåer. Ensrettet og medvirkende kommunikasjon er de laveste nivåene preget av mye dialog fra lærerens side, mens de to neste nivåene er preget av mer dialogisk samspill mellom elevene og læreren. Refleksiv kommunikasjon er et nivå opp fra medvirkende kommunikasjon fordi elevene ikke bare får dele sine tanker, løsninger og strategier, men også utnytter seg av elevenes innspill i den matematiske samtalen i stedet for at læreren kommer med korrigeringer (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 127). Ved å utnytte elevenes tanker, løsninger og strategier i den matematiske samtalen ved å diskutere, utfordre og reflektere over innspillene vil dette kunne føre til at elevene utvikler større matematisk forståelse.

Rik kommunikasjon er det øverste nivået av kommunikasjonsmønstre (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 128). Denne type kommunikasjon innebærer mer enn bare interaksjon

mellom elever og lærere, da formålet er å skape dypere matematisk forståelse oss elevene. Når læreren også får innsikt i elevenes tankemønstre, vil dette føre til at læreren forstår elevenes tankeprosesser, styrker og begrensninger som vil styrke lærerens videre undervisning. Dette samtalemønsteret krever elever som er aktive og utforskende og lærere som utfordrer og spør mer enn dem forklarer og definerer (Drageset, 2016, s. 171). På denne måten kan man argumentere for at et rikt kommunikasjonsmønster egner seg til en utforskende undervisning.

Samtalen vil også påvirkes av hva som er målet med å gjennomføre samtalen. Kazemi og Hintz (2019, s. 29) påpeker at åpen strategideling er en vanlig måte å starte en matematisk samtale på i et klasserom. Den gir mulighet for å utvikle reglene en trenger for å ha et miljø for produktive matematiske samtale (Kazemi & Hintz, 2019, s. 29). Samtalestrukturen egner seg for å modellere hvordan elevene burde snakke til hverandre. Elevene lytter og bidrar på ulike måter for å løse et problem. Kazemi og Hintz (2019, s. 30) utdyper at læreren sin jobb er å invitere elevene til å dele i samtalen. Målet med åpen strategideling er å fremheve at det finnes et bredt spekter med metoder å løse den samme oppgaven på, i tillegg til å bygge på elevenes repertoar av strategier (Kazemi & Hintz, 2019, s. 30). Åpen strategideling gir mulighet for å etablere normer i et klasserom, samt øve på grunnleggende samtale- og lyttetrekk. På denne måten lærer elevene å snakke om ideene sine, i tillegg til å engasjere seg i hverandres ideer. Dette kan gi elevene en forståelse av at de trenger støtte for å vite hva og hvordan de skal dele (Kazemi & Hintz, 2019, s. 35). I samtalen kan læreren gi støtte til det elevene ved å anerkjenne og gi oppmerksomhet til det elevene sier. Den andre samtaletypen Kazemi og Hintz (2019, s. 53) beskriver er målrettet samtale. Målrettet samtale fungerer for å styre elevene mot bestemte matematiske ideer og læringsmålet for timen.

Smith og Stein (2018, s. 3) påpeker at i samtalen i etterkant av en matematisk oppgave er det viktig at det er en balanse mellom elevforklaringer og lærerens kontroll. Elevene må få mulighet til å selvstendig formidle sine tanker, samtidig som læreren må ta en aktiv rolle for å sørge for at de ulike innspillene fra elevene blir sett i sammenheng. Dersom læreren ikke er bevisst på dette kan samtalen preges av *show-and-tell*. Med dette menes det at elevene deler strategier og løsninger, men at de ikke blir bygd videre på eller blir vurdert opp mot hverandre (Smith & Stein, 2018, s. 6).

Dette belyser viktigheten av å planlegge samtalen i forkant slik at samtalen kan preges av muntlig kommunikasjon som skaper læring. Det kan derimot være utfordrende å planlegge en



slik samtale. Smith og Stein (2018, s. 9) presenterer fem praksiser som kan hjelpe læreren med dette arbeidet. De fem praksisene er å forutse, observere, velge ut, bestemme rekkefølge og se sammenhenger. Å *forutse* handler om at læreren på forhånd av undervisningsøkten ser for seg og lager en liste over de ulike strategiene elevene kan komme til å bruke, løser oppgaven på flere forskjellige måter, vurderer hvordan de ulike strategiene kan fremme ulike matematiske ideer og vurderer hvilke spørsmål eller hint man kan gi elevene for at de skal komme på riktig spor (Smith & Stein, 2018, s. 10). Å *observere* vil si å følge nøye med på elevenes matematiske tenkning og løsningsstrategier mens de jobber med oppgaven (Smith & Stein, 2018, s. 11). Læreren må i denne fasen gå aktivt rundt i klasserommet å få med seg hvilke elever som har brukt de ulike strategiene, stiller spørsmål som synliggjør hvordan de har tenkt og hjelper elevene videre i arbeidet. Etter læreren har fått en oversikt over de ulike strategiene som blir brukt og av hvilke elever, må læreren *velge ut* og *bestemme rekkefølgen* på strategiene slik at flest mulig elever får tilgang til sentrale matematiske ideer (Smith & Stein, 2018, s. 13). Da er det en fordel å starte med konkrete strategier, som flertallet av elevene muligens har brukt, og over til mer abstrakte strategier. Til slutt handler det om å *se sammenhenger* mellom de ulike strategiene og knytte det til sentrale matematiske ideer (Smith & Stein, 2018, s. 14).

## 2.6 Samtaletrekk

I tillegg til å bruke de fem praksisene Smith og Stein (2018) belyser, finnes det også andre trekk læreren kan bruke for å styrke den matematiske samtalen. Chapin et al (2009, s. 12) beskriver fem samtaletrekk som kan være med på å skape mer muntlig aktivitet i den matematiske samtalen, i tillegg til å støtte elevenes matematiske tenkning og læring. De fem samtaletrekkene er gjenta, repetere, resonnere, tilføyse og tenketid.

Samtaletrekket å gjenta brukes for å oppklare og tydeliggjøre en elevs matematiske resonnement (Chapin et al., 2009, s. 13). Læreren kan *gjenta* hele eller deler av en elevs utsagn, for så å be eleven bekrefte eller respondere til det læreren sa. På denne måten kan læreren både hjelpe til å tydeliggjøre elevens tankegang, men også gjøre den tilgjengelig for flere elever. Å *repetere* er likt samtaletrekket å gjenta, men skiller seg ut med at læreren skal få en elev til å gjenta eller omformulere det en annen elev har sagt (Chapin et al., 2009, s. 15). På denne måten kan læreren øke sannsynligheten for at flere elever klarer å henge med i samtalen og at det matematiske poenget blir tilgjengelig for flere elever. Å *resonnere* vil si å få elever til å sammenligne sitt resonnement med en annen elevs resonnement (Chapin et al.,

2009, s. 16). Læreren kan spørre eleven om hen er enig eller uenig, og hvorfor. Poenget med å bruke dette samtaletrekket er å få elevene til å forklare, utrede, tolke og tydeliggjøre sine tanker med å forklare hvorfor eleven er enig eller uenig med en annen elevs resonnering. For å få flere elever inkludert i samtalen kan samtaletrekket *tilføye* brukes ved å spørre elevene om noen har noe de ønsker å tilføye i samtalen. Det siste samtaletrekket handler om å gi elevene tenketid. Det vil si at elevene må få tilstrekkelig med *tenketid* etter læreren har stilt et spørsmål. Når læreren har stilt et spørsmål er det viktig å ikke peke ut den første eleven som rekker opp hånden til å svare på spørsmålet, men gi alle elevene mulighet til å tenke seg om.

I tillegg til disse fem samtaletrekkene, har Kazemi og Hintz (2019, s. 34) lagt til to samtaletrekk, *snu og snakk* og *endre din måte å tenke på*. *Snu og snakk* vil si at elevene skal snakke sammen med læringspartner, mens læreren aktivt går rundt og lytter hva elevene sier til hverandre. Dette kan være med på å hjelpe læreren til å velge ut hvem som skal si noe i samtalen i etterkant. *Endring av tenkemåte* handler om å gi elevene mulighet til å endre tanker etter hvert som de har oppdaget noe nytt i løpet av samtalen.

Før læreren skal komme i gang med å implementere samtaletrekk i de matematiske samtalene sine, må det etableres en klasseromskultur med regler for hvordan samtalene skal foregå (Chapin et al., 2009, s. 11). Reglene må fremheve at elevene må behandle hverandre med respekt, det innebærer at elevene må lytte til hverandre og at det ikke er rom for noen nedsettende kommentarer eller lyder mens andre elever prater. Både Chapin et al. (2009, s. 11) og Kazemi og Hintz (2019, s. 34) påpeker at det å lage en liste eller plakat i klasserommet med punkter om hva som forventes av elevene kan være en god ide. Da kan denne plakaten brukes for å minne elevene på reglene som gjelder for den matematiske samtalen. Det kan være nødvendig å minne elevene på disse reglene hver dag før det til slutt blir en rutinemessig del av klasseromskulturen.

## **2.7 Oppgaver som inviterer til utforskning**

For å skape engasjement blant elevene er det viktig at læreren tenker gjennom hvilken type oppgave man bruker i undervisningen. Ifølge Karlsen (2014, s. 21) får vi elever som er villig til å utforske, ved å legge vekt på deres motivasjon. Dette oppnår man gjennom lærerens holdninger og engasjement, og gjennom lærerens valg av oppgave. En oppgave som er åpen med mulighet for flere svar og/eller flere fremgangsmåter vil ofte bidra til å motivere, enn hva en lukket oppgave med ett riktig svar vil kunne gjøre (Karlsen, 2014, s. 21). I tillegg er det ofte lettere å diskutere oppgaver og løsninger dersom oppgaven har en viss grad av åpenhet.

Oppgaver kan gjøres mer åpne gjennom at læreren stiller spørsmål som «hva hvis ...» eller «hva hvis ikke ...» (Karlsen, 2014, s. 37). Den type oppgave som egner seg å bruke til et utforskende opplegg går ofte under begrepene problemløsning, åpne oppgaver og rike oppgaver.

At problemløsningsoppgaver egner seg i utforskende opplegg kan ses i sammenheng med at de står sammen i et av kjerneelementene i matematikk (Kunnskapsdepartementet, 2019, s. 2). I kjerneelementer blir problemløsning beskrevet som en metode for å løse et problem man ikke kjenner til fra før. Karlsen (2014, s. 34) beskriver problemløsningsoppgaver som et problem dersom man på forhånd ikke har en oppskrift for å løse problemet. I tillegg bør problemet være noe som elevene kan relatere seg til, slik at de ønsker å løse problemet. Ettersom elevene har ulike nivå i matematikk, vil ikke en oppgave som er utfordrende for en elev nødvendigvis ses på som et problem for andre elever. Av den grunn kan det være en fordel at oppgaven har en viss grad av åpenhet. Åpne oppgaver kjennetegnes ved at de har ulike svar (Karlsen, 2014, s. 36). En slik oppgave kan for eksempel være at elevene får svaret, men må lage oppgaven selv. Dette er det motsatte av en oppgave med ett svar og en fremgangsmåte. En oppgave kan også karakteriseres som åpen dersom den kan løses på flere ulike måter, dette innebærer også å løse den ved hjelp av ulike representasjonsformer eller konkrete. I tillegg til problemløsningsoppgaver og åpne oppgaver beskriver Karlsen (2014, s. 37) også rike oppgaver som egner seg å bruke i utforskende undervisning. Rike oppgaver skal ha lav inngangsterskel og være lett å forstå, samtidig oppleves som utfordrende. Oppgaven må i tillegg kunne løses på flere ulike måter, med ulike strategier og ved bruk av ulike representasjoner. Slike oppgaver skal kunne brukes i matematiske samtaler, for at man videre kan oppdage nye interessante problemer. På denne måten kan læreren få frem viktige matematiske ideer.

Wæge og Nosrati (2018, s. 83) beskriver rike oppgaver som LIST-oppgaver. Disse oppgavene kjennetegnes ved at de har lav inngangsterskel og stor takhøyde. At oppgavene har lav inngangsterskel vil si at oppgaven skal være enkel å komme i gang med. Uansett nivå skal alle kunne arbeide med samme oppgave og samtidig oppleve mestring. Stor takhøyde innebærer at oppgaven skal kunne åpne for kreativt arbeid med avansert matematikk (Matematikksenteret). Eneste begrensning for valg av oppgave er rommets takhøyde og hvor høyt du kan gå (Wæge & Nosrati, 2018, s. 83). Denne formen for oppgaver gir mulighet til å jobbe med utfordrende matematikk, samt gir rom for bruk av forskjellige løsningsstrategier.

Wæge og Nosrati (2018, ss. 83-84) fremhever tre fordeler med å jobbe med LIST-oppgaver i klasserommet:

1. Gjennom LIST-oppgaver jobber hele klassen sammen, samtidig som alle jobber på sitt nivå innenfor den samme åpne oppgaven. Dette kan påvirke klasseromskulturen positivt. Dette bidrar også til at diskusjonene som skjer i plenum oppleves som meningsfulle gjennom at alle elevene kan bidra på sitt vis. Elevene lærer og kan oppleve å bli inspirert av hverandres fremgangsmåter og resonnement (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84)
2. Arbeid med LIST-oppgaver gir elevene mulighet til å vise hva de kan fremfor hva de ikke kan. Ved at takhøyden er stor kan læreren også oppleve å bli overrasket over hvor mye elevene forstår og behersker matematikk (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84).
3. LIST-oppgaver gir elevene mulighet til å tenke på sofistikerte måter. Matematisk tema og innhold kan være forholdsvis enkelt, men likevel krever sofistikert nivå på tenkningen for å kunne løse dem (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84)

Brukt riktig kan LIST- oppgaver kan fremme sentrale arbeidsmåter. Cuoco et al. (1996, s. 380) beskriver noen av disse arbeidsmåtene. For det første burde elevene være *oppfinnere*. Dette kan bidra til at elevene vil begynne å se etter forskjellige tilfeller av samme matematiske struktur. I tillegg til å være oppfinnere bør de også være *utforskere*. Med utforsker menes det at elevene burde vende og plukke ideer fra hverandre og sette de sammen igjen gjennom å se hva som skjer når noe blir tatt ut eller å sette sammen deler på en ny måte (Cuoco et al., 1996, s. 381). Elevene burde *mønstersniffere*, for å oppnå det må man fremme en glede hos elevene ved å finne mønster. I tillegg trekker de frem at elevene burde være *beskrivere*. Med det menes det at elevene skal være i stand til blant annet beskrive steg i en prosess, å finne notasjon og å argumenter (Cuoco et al., 1996, s. 378-379).

### 3 Metode

Vi vil i dette kapittelet gjøre rede for og begrunne forskningsdesignet vårt og metodiske valg vi har tatt underveis i forskningsprosessen. Metoden er bestemt av problemstillingen som er:

*Hva vil det si å jobbe utforskende i matematikkundervisningen på 1. trinn?*

Gjennom et kvalitativt forskningsdesign har vi vært i en 1. klasse for å observere utforskende matematikkundervisning. Vi har samarbeidet med en mannlig lærer som er faglærer på trinnet. I tillegg til denne læreren, jobber det også to kvinnelige lærere som er kontaktlærere på trinnet. Det er den mannlige læreren vi har fokus på i dette prosjektet, mens de to andre lærerne har vært til stede under undervisningen og deltatt i deler av undervisningen.

Prosjektet startet med at vi og læreren planla tre utforskende undervisningsøkter. Læreren gjennomførte de tre undervisningsøktene, mens vi observerte. I etterkant av hver undervisningsøkt hadde vi en oppsummerende samtale om økten. I tillegg til å observere, gjennomførte vi to oppgavebaserte intervju med en gruppe elever og intervjuet læreren.

Vårt prosjekt vil være innenfor et sosialkonstruktivistisk kunnskapssyn, som bygger på at kunnskap blir skapt i sosiale settinger (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 50). Dermed vil forskerens forståelse av den sosiale, kulturelle og historiske settingen som vi lever i påvirke vår oppfatning og forståelse. Vi er bevisste på at vår relasjon med forskningsdeltakerne påvirker resultatet vi har fått. Både elevene og læreren vil bli påvirket av vår tilstedeværelse og vi som forskere vil bli påvirket av omgivelsene. Gjennom observasjon av lærerens undervisningspraksis dannet vi oss et bilde av hans forståelse av utforskende matematikkundervisning. Vi kan ikke med full sikkerhet si at slik er det, men at dette er vår oppfatning av det. I og med at dette er vår oppfatning, vil den kunne endres når ny kunnskap kommer til. Gjennom å intervju læreren fikk vi en beskrivelse av hans syn på utforskende matematikkundervisning på 1. trinn. Intervjuet har bidratt til en større forståelse av hans perspektiv på temaet, noe som underbygger observasjoner vi har gjort av hans undervisningspraksis.

Forskningsdesignet vårt er kvalitativt med casestudie som forskningsmetode.

Datainnsamlingsmetodene vi har brukt er observasjon, oppgavebasert intervju og intervju.

Disse metodene vil vi beskrive videre. Deretter skal vi forklare analyseprosessen, før vi går

nærmere innpå nærmere validitet, relabilitet og forskningsetiske retningslinjer knyttet til prosjektet.

### 3.1 Kvalitativ tilnærming

På bakgrunn av vårt prosjekt og problemstillingen «*hva vil det si å jobbe utforskende i matematikkundervisningen på 1. trinn?*» valgte vi å ha en kvalitativ tilnærming til prosjektet.

Gjennom en kvalitativ tilnærming har vi forsøkt å finne ut av hvordan utforskende matematikkundervisning kan se ut på 1. trinn. Vi har også fått mulighet til å få en dypere forståelse for hva utforskende matematikkundervisning kan være på 1. trinn.

For å undersøke problemstillingen har vi gått i dybden på et mindre utvalg. Postholm og Jacobsen (2018, s. 89) beskriver at kvalitative metoder «*innhenter informasjon om virkeligheten gjennom ord og språk*». Virkeligheten kan bli beskrevet gjennom rene nedskrivninger av hva folk sier eller i form av at forskeren beskriver det han observerer. Vi har hatt en utforskende tilnærming til forskningsfeltet, noe som har gitt oss mulighet til å undersøke spørsmål vi ikke hadde forestilt oss på forhånd (Gleiss & Sæther, 2021, s. 30). Gjennom et kvalitativt forskningsdesign har forskeren mulighet til å undersøke uforutsette observasjoner og spørsmål, fordi det har lav grad av forhåndsstrukturering og er fleksibelt.

Ettersom vi går i dybden i en klasse for å undersøke utforskende matematikk ble det naturlig for oss å gjennomføre en casestudie. Casestudie er en studie som studerer en case, eller et tilfelle, og som er avgrenset i tid og sted (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 63). I en casestudie kan forskeren velge å generelt belyse en sak ved å velge en enkelt klasse for å belyse dette (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 64). Utvalgsriteriet vil da være den casen man har tilgang til og som kan gi god informasjon om dette fenomenet. Det var hensiktsmessig for oss å være i en klasse for å få dypere innsikt og informasjon om hvordan utforskende matematikkundervisning foregår. Videre påpeker Christoffersen og Johannessen (2012, s. 110) at kjennetegn ved en casestudie er at forskeren henter inn mye informasjon fra en case over kortere eller lengere tid gjennom detaljert og omfattende datainnsamling. Det vil være en fordel å gjennomføre casestudien ved å samle inn data ved bruk av flere forskjellige metoder for å skaffe seg mye og detaljert data.

## 3.2 Datainnsamling

Datainnsamlingen ble gjennomført på en middels stor skole i en kommune i Nord-Norge. Vi ønsket å inngå et samarbeid med denne skolen, fordi vi begge hadde vært i praksis der tidligere og hadde fått et bra inntrykk av skolen. For å få til et ønsket samarbeid sendte vi ut henvendelse til rektor, som gjerne ses på som dørvakten for å inngå et samarbeid (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 135). Vi sendte informasjon om prosjektets innhold og mål, og rektoren satt oss i kontakt med 1. trinn på denne skolen. Klassen besto av 30 elever, 14 jenter og 16 gutter. I klassen var det store forskjeller på elevenes faglige nivå i matematikk. På teamet som besto tre lærere, samarbeidet vi med den mannlige læreren. Han har jobbet lenge på skolen og uttrykte en stor interesse for matematikkfaget. Tidligere har han jobbet mest på mellomtrinnet og vært en bidragsyter for at lærerne på skolen skal bruke problemløsning og utforskning i undervisningen.

Vi begynte samarbeidet mot slutten av september 2022. Da hadde elevene gått på skolen i litt over en måned. I november begynte vi å samle inn data, og de tre første dagene brukte vi til å bli kjent med elevene uten å gjennomføre observasjoner. Bakgrunnen for dette var at elevene skulle bli vant til oss slik at deres oppførsel i minst mulig grad skulle bli påvirket av vår tilstedeværelse under observasjonen (Dalland, et al., 2021, s. 131).

### 3.2.1 Observasjon

Vi gjennomførte observasjon for å få et innblikk i hvordan utforskende matematikkundervisning kan se ut i en 1. klasse. Ifølge Christoffersen og Johannessen (2012, s. 62) egner observasjon seg for å få direkte tilgang til det forskeren skal undersøke. Problemstillingen har på forhånd definert hva vi skal observere, men underveis under observasjonene valgte vi å følge nye aspekter ved situasjonene som vi synes var interessante. Dette var aspekter som vi på forhånd ikke hadde sett for oss. Denne formen for observasjon beskrives av Gleiss og Sæther (2021, s. 104) som semistrukturert. Gjennom observasjon har situasjoner gitt gode beskrivelser av det som foregår i klasserommet og har gitt oss en direkte tilgang til naturlige settinger av hva elevene og læreren gjør i klasserommet (Dalland et al., 2021, s. 136).

Vi har gjennomført observasjon av første orden, som vil si at vår primære oppgave har vært å observere i klasserommet (Bjørndal, 2017, s. 33). Under undervisningen har vi vært ikke-deltakende observatører, men da elevene arbeidet med oppgavene har denne rollen endret seg til å være delvis deltakende observatør (Dalland et al., 2021, s. 136). Bakgrunnen for at vi

valgte å gå aktivt rundt da elevene jobbet var at det ga oss muligheten til å sette oss ned med dem og få informasjon om hvordan de samarbeidet, diskuterte og resonnererte (Dalland et al., 2021, s. 137).

For å notere ned observasjonene våre utformet vi et observasjonsskjema. Vi valgte å ha både åpne og lukkede kategorier. I praksis vil det si at de lukkede kategoriene undersøker hva som skjer i situasjonen som observeres, mens de åpne kategoriene er rettet mot hvordan noe skjer (Gleiss & Sæther, 2021, s. 105). Øverst i skjemaet er det ulike kategorier som er rammer for økta som kan påvirke observasjonene våre, se vedlegg 1. Videre har vi delt skjemaet inn i de tre fasene av utforskende undervisning som Blomhøj beskriver. Vi delte skjemaet inn slik at vi fikk notert ned observasjoner av både læreren og elever, da vi ønsket å fokusere på begge perspektivene.

I etterkant av hver undervisningsøkt som ble gjennomført satt vi av tid til å skrive en sammenhengende logg hver for oss. Loggen ble strukturert ulikt avhengig av hva vi loggførte. Loggen var fin å bruke for å samle tanker etter undervisningsøktene fylt av mange inntrykk. Det viktigste med loggen for oss var å bevare ideer og tanker til analysen. Gjennom å skrive logg kan en få dypere forståelse av hendelser gjennom skriftlig refleksjon (Bjørndal, 2017, s. 64). Vi har skrevet en form for strukturert logg som minner om *beskrivelses-, fortolknings- og refleksjonslogg* som blir beskrevet i Bjørndal (2017, s. 68). Spesielt med denne formen for logg er at den gir rom for beskrivelser, i tillegg til fortolkning og refleksjon, men skiller mellom beskrivelser og tolkninger er tydelig. I tillegg til å skrive logg i etterkant av undervisningsøktene som vi observerte hadde vi oppsummerende møter med læreren. Vi noterte ned stikkord på disse møtene.

### **3.2.2 Oppgavebasert intervju**

Vi gjennomførte også to oppgavebaserte gruppeintervju. På hver gruppe var det 3 elever. I et oppgavebasert gruppeintervju fokuserer forskeren på å observere og tolke elevenes matematiske atferd (Goldin, 2012, s. 517). Det vil i tillegg kunne gi innsikt i hva elevene kan, tenker og hvordan de begrunner de matematiske løsningene sine. Under det oppgavebaserte intervjuet skulle elevene jobbe med en utforskende matematikkoppgave. Mens elevene jobbet var vi aktivt med i samtalen og ønsket å få bedre innsikt i hvordan elevene tenkte mens de løste oppgaven. Ettersom vi deltok i aktiviteten sammen med elevene, var vår observasjonsrolle under det oppgavebaserte intervjuet fullt deltakende observatør (Dalland et al., 2021, s. 137). Bjørndal (2017, s. 77) påpeker at den observasjonen forskeren gjør når man



samtidig praktiserer som pedagog har noen klare begrensninger, som for eksempel at forskeren ikke har mulighet til å observere seg selv utenfra. På bakgrunn av dette tok vi i bruk videoopptak av det oppgavebaserte intervjuet for få å mest mulig ut av intervjuet. Fordelen ved å ta i bruk videoopptak er muligheten til å observere samme hendelse flere ganger, i tillegg til å spole frem og tilbake (Gleiss & Sæther, 2021, s. 113).

### **3.2.3 Intervju**

Ettersom vi ønsket å få innsikt i læreren på trinnet sine tanker og erfaringer med utforskende matematikkundervisning, er kvalitativt intervju en velegnet metode for å få innsikt i dette. Kvalitative intervjuer er en fleksibel metode som gjør det mulig for forskeren å samle inn detaljerte og fyldige beskrivelser og vil kunne brukes i de fleste situasjoner (Christoffersen & Johannessen, 2012, s. 77). Vi formulerte spørsmål på forhånd av intervjuet i en intervjuguide, men hadde samtidig mulighet til å endre på rekkefølgen av spørsmålene, stille oppfølgingsspørsmål og formulere nye spørsmål underveis i intervjuet. Denne fleksibiliteten var noe vi ønsket for intervjuet, slik at det ikke skulle bli lagt for stramme føringer for samtalen. Vi ønsket å være åpne for å få dypere innsikt i uventet informasjon som kunne være nyttig for vår problemstilling, men samtidig ha en balanse med noen spørsmål vi ønsket å få dypere innsikt i. På bakgrunn av dette har vi gjennomført et semistrukturert intervju (Gleiss & Sæther, 2021, s. 79).

Spørsmålene til intervjuguiden formulerte vi både på et teoretisk grunnlag og på bakgrunn av observasjoner. Dette vil si at vi har hatt en abduktiv tilnærming, som er en blanding av empiri og teori (Gleiss & Sæther, 2021, s. 79). Intervjuet baserte seg på observasjonene vi gjorde i løpet av de ulike undervisningsøktene og spørsmål som vi hadde sett for oss at vi ønsket å stille på forhånd. Ettersom vi ønsket å ta utgangspunkt i spørsmål som dukket opp underveis i innsamlingsperioden valgte vi å gjennomføre intervjuet den siste dagen. Dette ga oss mulighet til å endre intervjuguiden vår etter hvert som vi observerte. Intervjuguiden ble sendt til læreren i forkant. Bakgrunnen for dette var at vi oppfattet læreren som spent intervjuet, så for å trygge han i den situasjonen valgte vi å sende han det på forhånd. Vi hadde også en tanke om at dette ville gi en form for maktbalanse gjennom at han ble trygget i en situasjon der vi som intervjuere skulle stille spørsmål og styre samtalen. I tillegg sitter vi som forskere på et fortolkningsmonopol, som vil si at vi har overtaket i maktforholdet mellom forsker og informant ettersom at vi tolker det som blir sagt (Gleiss & Sæther, 2021, s. 93).

### 3.3 Analyseprosess

Analyseprosessen startet da vi begynte å se mønster i datamaterialet vårt. Det ble naturlig at dette satt i gang etter første observasjonsøkt, fordi vi etter hver økt hadde en oppsummerende samtale med læreren på trinnet. Under denne samtalen oppsummerte vi økten og snakket om deler av økta som utpekte seg. Gleiss og Sæther (2021, s. 171) beskriver analyse som en prosess som begynner lenge før man setter seg ned med datamaterialet, og fortsetter til analysedelen er ferdig skrevet. Funn og konklusjoner henger sammen med problemstillingen, valg av teori, metode og utvalg. Da vi analysere datamaterialet vårt tok vi utgangspunkt i kategorier fra datamaterialet vårt og kategorier som er utviklet på grunnlag av teorien og forskningslitteraturen vi har lest. Vi har derfor brukt en abduktiv analysemetode (Gleiss & Sæther, 2021, s. 171). Vi som forskere pendler kontinuerlig mellom teori, våre egne perspektiver og datamaterialet. Vi vil forsøke å gi en detaljert beskrivelse av hvordan vi i praksis har utarbeidet analysen vår.

Vi har valgt å ta utgangspunkt i en fenomenologisk analyse som består av en analyseprosess med tre steg (Girogi, 1985, sitert i Postholm og Jacobsen, 2018, s. 160):

1. Lese for å få en oppfatning av helheten
2. Utvikling av meningsenheter eller koder
3. Transformering av deltakernes uttalelser til psykologisk fenomenologiske uttrykk

Det første steget i analyseprosessen innebærer å få et helhetsinntrykk av datamaterialet (Postholm & Jacobsen, 2018, s. 160). Etter hver observasjonsøkt har renskrev vi observasjonene fra undervisningen hver for oss i hvert sitt dokument. Vi noterte ned både dialoger og observasjoner av ting som skjedde i klasserommet. I tillegg til å renskrive observasjonene, skrev vi også ned ting vi syntes var interessante fra økten hver for oss. Etter vi hadde skrevet det ned, snakket vi sammen om økta med læreren fra trinnet. For å få en oversikt over datamaterialet fra det oppgavebaserte gruppeintervjuet transkriberte vi videoene av begge intervjuene. Vi noterte hovedsakelig dialogen mellom oss og elevene, men også ting som kunne være relevante for oppgaven. For eksempel noterte vi ned elevenes bruk av konkreter og kroppsspråk. Under intervjuet noterte en av oss ned det læreren sa, og i etterkant satt vi oss ned og renskrev notatene. Vi har på bakgrunn av problemstillingen valgt å fokusere på både elevene og læreren. Siden vi har data fra undervisningsøkter, oppgavebaserte intervju og intervju av læreren så vi et behov for å få oversikt og se sammenheng mellom dataen vår.

Neste steg i analyseprosessen var å utarbeide koder i datamaterialet vårt. Dette gjorde vi ved å gå gjennom tekst og dele den i mindre deler gjennom koder. Dette beskrives som en normal prosess for å utarbeide koder (Cohen et al., 2018, s. 668). Kodene vi har utformet baserer seg på funn i datamaterialet og teori. Dette beskrives av Gleiss og Sæther (2021, s. 174) som empirinær form og tematisk form for koding. Empirinær form baserer kodene på det som forskeren legger merke til i datamaterialet, mens tematisk form baserer seg på temaer fra teori. Da vi begynte arbeidet med å utarbeide koder startet vi med 10 koder og endte opp med 36 koder. De 36 kodene sorterte vi i tre overordnede kategorier som er *oppgaver*, *planlegging*, *gjennomføring* og *kultur*. Kodene som er utarbeidet ligger i vedlegg 2. Et eksempel på en kode under kategorien *planlegging og gjennomføring* er «*oppmuntre til spørsmål og refleksjon*», og et av utsagnene vi har ført inn fra læreren i denne koden er «*hvordan tenkte du da du fant ut av det var 5 sykler?*». Tabell 2 viser et eksempel på en kode under hver av de tre kategoriene.

Kategori	Kode:	Beskrivelse av kode	Eksempel
Kultur	Verdsette forsøk og feil som grunnlag for læring	Læreren påpeker at det er elevenes fremgangsmåter og strategier som er viktig for at elevene skal lære seg å jobbe utforskende	«Jeg er ikke så opptatt av svaret dere har fått, men måten dere kom frem til svaret»
Planlegging og gjennomføring	5 praksiser, observere	Læreren går aktivt rundt i klasserommet og observerer hvordan elevene har jobbet med oppgaven for å planlegge den matematiske samtalen og få innblikk i hvordan elevene har tenkt.	Læreren går rundt i klasserommet og noterer ned på et ark hvordan elevene har tenkt, hvilken strategi og løsning de har brukt
Elevenes respons på oppgavene	Rik	Oppgaver som har lav inngangsterskel og kan løses ved bruk av ulike strategier	Hilseoppgaven

Tabell 2 – koder

I utgangspunktet hadde vi valgt å fokusere på både læreren og elevene. Underveis i prosessen med kodingen ble vi oppmerksomme på at vi hadde størst fokus på læreren under observasjonene. De fleste av kodene vi endte med omhandler lærerens arbeid for å kunne gjennomføre utforskende matematikkundervisning på 1. trinn. I tillegg omhandler noen av kodene elevenes respons på de ulike oppgavene. Dette la føringer for fokuset vårt videre i analysen. Vi har valgt å fokusere på hva læreren gjør i den utforskende matematikkundervisningen, og på hvilken måte dette påvirker elevene.

Tredje og siste steg i analyseprosessen er å skrive og formidle analysen. Vi har valgt å ta utgangspunkt i de tre kategoriene vi fikk gjennom kodingen vår. Under kategorien planlegging og gjennomføring vil vi i hovedsak besvare forskningsspørsmålet: *hvordan kan læreren legge til rette for og gjennomføre utforskende undervisning?* og under kategorien elevenes respons på oppgavene vil vi i hovedsak besvare forskningsspørsmålet: *hvordan jobber elevene med de ulike utforskende matematikkoppgavene?* Strukturen i analysekapittelet vårt følger de tre hovedkategoriene gjennom at vi presenterer et utvalg av empirien, videre fortolker og diskuterer vi under hver kategori.

### **3.4 Reliabilitet**

Ifølge Gleiss og Sæther (2021, s. 202) handler reliabilitet om påliteligheten av undersøkelsen som er gjort. Vi må sannsynliggjøre hvor pålitelig vår data er gjennom å vurdere dataen opp mot tilfeldige faktorer som kan ha påvirkning på resultatet. På bakgrunn av at vi har et sosialkonstruktivistisk kunnskapssyn er vi opptatt av at datamaterialet og forskningsprosessen er til å stole på (Gleiss & Sæther, 2021, s. 203). Vi ønsker å være åpen om prosessen, og at forskningsprosessen vår har spor etter forskerens subjektivitet.

I et klasserom og på skolen er det mye som skjer som vil kunne påvirke resultatene våre. Det er ingen dager som er like, og mange faktorer vil kunne påvirke det som skjer i klasserommet. På bakgrunn av dette vil det være mange tilfeldige faktorer som vi kan ha oversett som vil påvirke resultatene våre. Dagsformen til elevene og læreren, samt tid på dagen vil kunne ha noe å si for det vi observerer i klasserommet. Metodene vi har brukt for å samle inn data vil også kunne ha en påvirkning på elevene (Gleiss & Sæther, 2021, s. 111). Observasjon som metode kan påvirke læreren og elevens atferd i klasserommet. I tillegg har vi også tatt i bruk video under det oppgavebaserte gruppeintervjuet. Ifølge Gleiss og Sæther (Gleiss & Sæther, 2021, s. 115) kan filming oppleves som en kunstig situasjon for elevene og skape usikkerhet. Vi forsøkte å redusere sjansen for en kunstig situasjon gjennom å være i klasserommet og bli

kjent med elevene i tre dager før vi begynte med datainnsamlingen. Det er likevel umulig å sikre at datainnsamlingen ikke påvirket klasseromssituasjonen. Under selve undervisningsøktene i klasserommet filmet vi ikke, men noterte ved bruk av observasjonsskjema. Sjansen for at vi kan ha oversett noe er derfor stor (Gleiss & Sæther, 2021, s. 113). Gjennom at vi var to som noterte vil sjansen for at vi bemerket oss forskjellige ting være større. Vi har fått med oss ulike ting, noe som har bidratt til å styrke reliabiliteten. Videoen vi tok fra det oppgavebaserte gruppeintervjuet ga oss mulighet til å gå gjennom datamaterialet flere ganger. Dette bidrar til å redusere sjansen at vi har oversett noe (Gleiss & Sæther, 2021, s. 113). Vi har brukt triangulering av metoder for å samle inn data. Vi observerte undervisningsøkter, gjennomførte to oppgavebaserte gruppeintervju, i tillegg til å intervju lærer. Bruk av flere ulike metoder kan bidra til å styrke reliabiliteten gjennom at vi kan diskutere flere perspektiver opp mot hverandre (Gleiss & Sæther, 2021, s. 203).

Intervjuguiden som læreren fikk på forhånd av intervjuet kan ha påvirket reliabiliteten på intervjuet. Læreren kom tydelig forberedt til intervjuene, noe som kan ha påvirket svarene læreren ga, og derav svekke validiteten. I og med at vi har benyttet oss av semistrukturert intervju og kunne stille oppfølgingsspørsmål, bidrar dette til reliabilitet styrkes gjennom at vi fikk en dypere innsikt i det læreren sa. Dersom vi satt med en følelse av at læreren svarte på et spørsmål med et svar som «vi ville ha», kunne vi stille oppfølgingsspørsmål for å kunne avdekke hva læreren faktisk mener. Dette er ifølge Gleiss og Sæther (2021, s. 80) en fordel med semistrukturert intervju.

Vi ønsket i utgangspunktet å samle inn data av både lærer og elever. Observasjonsskjema la opp til at vi noterte ned begge parter under de utforskende matematikkøktene. I etterkant har vi arbeidet med dataen og lagt mest fokus på hva den mannlige læreren gjorde og hvordan dette påvirket elevene. Med å ha fokus på den ene læreren, så er det en del data knyttet til elevene og deres perspektiv som ikke kommer frem. I tillegg til at vi fokuserte på å observere en lærer, var det to lærere til i klasserommet. Disse lærerne var med i iscenesettelsen og arbeidsfasen. Under arbeidsfasen gikk de aktivt rundt og snakket med elevene. Vi valgte å fokusere på hva den ene læreren gjorde under arbeidsfasen, og hadde ikke kontroll på hva de to andre lærerne snakket med de andre elevene om. Dette kan påvirke reliabiliteten gjennom at vi ikke har kontroll på hvordan de andre to lærerne hjalp elevene videre med oppgavene og spørsmål elevene har stilt. Elevene kan ha fått mye veiledning som vi ikke har kontroll på for å løse oppgavene.

Et annet aspekt ved reliabilitet, er i hvor stor grad resultatet er avhengig av hvem som tolker dataen (Kleven & Hjordemaal, 2018, s. 101). I en kvalitativ forskning som dette er vår tolkning av datamaterialet subjektiv. Slutninger og resultatet vi har fått av dataen er det ikke sikkert at vi hadde delt dersom noen andre hadde tolket dataen. Bakgrunnen og interessen til forskeren påvirker spørsmål som stilles, valg som tas underveis i prosessen og hvordan dataen tolkes Gleiss & Sæther (2021, s. 49). Vi som forskere må reflektere rundt vårt eget utgangspunkt i møte med forskningsfeltet. I vårt tilfelle har vi en interesse for utforskende matematikk. Vår forståelse av begrepet utforskende matematikk påvirker forskningsprosessen og utforming av problemstilling gjennom hva vi valgte å fokusere på i forkant av og underveis i forskningsprosessen. Vår posisjonalitet har også lagt føringer for hvordan vi har tolket dataen. Gjennom samarbeid med læreren og oppfølging av veileder inkluderer vi flere perspektiver som kan styrke reliabiliteten på oppgaven vår.

### **3.5 Validitet**

Der reliabilitet handler om kvaliteten på forskningsprosessen og undersøkelsen som er gjort, handler *validitet* om gyldigheten til forskerens slutninger. Ifølge Gleiss og Sæther (2021, s. 204) handler validiteten til en studie om kvaliteten på datamaterialet som er innsamlet og konklusjonene som trekkes på bakgrunn av dataen. Når vi videre diskuterer validiteten på dataen vår, handler det om å vurdere gyldigheten av resultatene våre. Kleven og Hjordemaal (2018) beskriver tre ulike former for validitet som er *begrepsvaliditet*, *indre validitet* og *ytre validitet*.

*Begrepsvaliditet* handler om graden samsvar mellom det teoretiske begrepet og begrepet slik vi lykkes å operasjonalisere det (Kleven & Hjordemaal, 2018, s. 97). Dette innebærer at man kritisk må forholde seg til hvordan sentrale begreper er operasjonalisert for å kunne vurdere i hvilken grad man måler det man ønsker å måle. I vårt prosjekt er det mest sentrale begrepet utforskende matematikk. Utforskende matematikk er et begrep som kan inneholde mye og det eksisterer ikke noen klar definisjon av begrepet. Dette har vi vært bevisst på, derfor fikk læreren i intervjuet spørsmål om å definere begrepet. Dette var slik at vi fikk hans definisjon på det i bakhodet. Kleven & Hjordemaal (2018, s. 97) understreker at man aldri vil få fullt samsvar mellom det teoretiske begrepet og det man har operasjonalisert. Observasjonene vi har gjort vil typisk bare si en liten del av begrepet utforskende matematikkundervisning. For å styrke begrepsvaliditeten i forskningen vår har vi på forhånd tatt utgangspunkt i flere indikatorer på utforskende matematikk. Disse indikatorene er bygget på Blomhøjs (2016)

bekrivelse av karakteristiske elevaktiviteter og læreraktiviteter. Ved hjelp av disse har vi fått undersøkt hvordan læreren kan lede utforskende undervisning og hvordan elevene på 1. trinn responderer og arbeider med det.

*Indre* validitet handler om i hvilken grad man kan stole på årsakssammenhengen mellom variablene som har blitt tolket (Kleven & Hjordemaal, 2018, s. 116). I denne sammenhengen handler det om årsakssammenheng mellom det vi har sett og slutningene vi har tatt på bakgrunn av det. På bakgrunn av dette stiller vi oss spørsmål om hvilke andre forklaringer som finnes til det vi har sett. Årsakssammenheng kan ikke observeres, så dette må sannsynliggjøres. I et klasserom er det mye som skjer, og mange faktorer kan spille en rolle på det vi har observert. På bakgrunn av dette kan man ikke utelukke at det kan ha vært faktorer vi overså som kan ha vært årsaken til det vi så. Vi har gjennom intervju av lærer forsøkt å styrke den indre validiteten. Den indre validiteten kan styrkes gjennom at vi har inkludert lærerens stemme og perspektiver i våre tolkninger av dataen. I etterkant av undervisningsøkter reflekterte vi i sammen med læreren. Gjennom refleksjon med han fikk vi ofte en bekreftelse på at det vi hadde sett stemte overens med hans opplevelse av undervisningen.

*Ytre* validitet handler om overførbarhet, graden av sikkerhet vi kan overføre funnene våre til en annen kontekst (Kleven & Hjordemaal, 2018, s. 133). Innenfor kvalitativ forskning er generaliserbarhet en utfordring, fordi det i utgangspunktet ikke er generaliserbart. Vår forståelse av dataen vil kunne farge resultatene våre. Vi har vært opptatt av å formulere tykke beskrivelser, i tillegg til gjennomsiktede beskrivelser. Fordelen med dette i vår kvalitative forskning er at leseren av forskningen kan vurdere om elementer i forskningen kan være overførbare til deres situasjon (Kleven & Hjordemaal, 2018, s. 133).

### **3.6 Forskningsetiske hensyn**

Da vi hadde kommet i kontakt med en skole som ønsket å samarbeide med oss gikk vi i gang med å sette oss inn i sentrale forskningsetiske prinsipper. Som forsker på lærerutdanningen, er det de forskningsetiske retningslinjene for samfunnsvitenskap og humaniora vi forholder oss til (NESH, 2021). Retningslinjene formidler forskningsetiske hensyn som vi har forholdt oss til gjennom hele prosessen. NESH (2021, s. 16) har formulert forskningsetiske retningslinjer som pålegger at man gir tilstrekkelig informasjon til deltakerne, der det kommer tydelig frem hva det innebærer for dem å delta. Da vi hadde kommet i kontakt med lærere som ville bidra til vårt prosjekt fylte vi ut en søknad til NSD (norsk senter for forskningsdata). Dette er vi

pliktig til ettersom vi har innhentet og behandlet data som kunne knyttes til enkeltpersoner. Vi er ansvarlige for å behandle personlig informasjon konfidensielt, og det stilles krav til hvordan informasjon lagres (NESH, 2021). Etter godkjent søknad fra NSD, fikk elever og foresatte et samtykkeskjema med informasjon om prosjektet, deres rettigheter om de takket ja til å være med og hva det innebærer å delta i forskningsprosjektet.

Gleiss & Sæther (2021, s. 43) beskriver tre forskningsetiske prinsipper som vi må forholde oss til: 1) informert samtykke, 2) konfidensialitet og anonymisering og 3) unngå negativ konsekvenser for deltakerne. Informert samtykke er at det skal være frivillig, informert, utvetydig og dokumenterbart (Gleiss & Sæther, 2021, s. 44). Elevene og foresatte ble både gjennom samtykkeskjema og muntlig forespørsel om å delta i forskningsprosjektet vårt. Selv om foresatte hadde samtykket, fikk elevene mulighet til å si nei til å delta. Konfidensialitet går ut på at man ikke skal avsløre informasjon om personlige forhold som forskningsdeltakerne har gitt (Gleiss & Sæther, 2021, s. 45). Dette har vi gjort ved å begrense tilgangen på datamaterialet og anonymisere forskningsdeltakere, for at det ikke skal være mulig å spore informasjon tilbake til en bestemt person. For å sikre anonymiteten til læreren som blir nevnt i analysen og drøftingen, velger vi å omtale han som Per. Det tredje prinsippet er at ingen skal ta skade av å delta på forskningen. Vi har hatt fokus på dette ved å naturlig komme inn i deres skolehverdag uten å gjøre drastiske endringer. Vi har brukt tid på å bli kjent med både lærerne og elevene i et forsøk på at det skal falle de naturlig at vi observerer og samhandler med dem. Vår rolle ovenfor forskningsdeltakerne er ikke å felle dommer, men å undersøke en problemstilling (Gleiss & Sæther, 2021, s. 46).

## **4 Presentasjon og analyse av oppgavene**

Før vi presenterer analyse og resultater av datamaterialet vi har samlet inn, skal vi i denne delen beskrive nærmere de ulike oppgavene vi har tatt i bruk i undervisningen og argumentere for hvorfor de er utforskende. I prosjektet vårt har vi gjennomført fire oppgaver med elevene. De tre første oppgavene, hilseoppgaven, trehjuls sykkeloppgaven og svaret er 8-oppgaven, ble brukt i de tre undervisningsøktene. Den siste oppgaven, godterioppgaven, ble brukt under de to oppgavebaserte intervjuene. For å finne oppgaver som egnet seg å bruke til vårt forskningsprosjekt søkte vi på forskjellige nettsider for å finne inspirasjon til gode oppgaver. Alle oppgavene har brukt vi endret på, slik at det skulle passe til elevenes matematiske nivå. Ettersom vi ikke kjente elevene veldig godt da vi valgte ut oppgaver, ble oppgavene endret på i samarbeid med læreren på trinnet. I tillegg endret vi oppgavene til å handle om de ulike



karakterene man møter i sangprogrammet Maskorama på NRK. Programmet går ut på at kjendiser som er gjemt bak spektakulære kostymer og masker opptrer med et musikalsk nummer. Så skal seerne, sammen med et ekspertpanel, gjette seg frem til hvilke kjendiser som gjemmer seg bak hvilket kostyme. På slutten av hvert program ryker en deltaker ut av programmet, og det blir avslørt hvem som gjemmer seg bak kostymet. Vi oppdaget første dag vi var i klasserommet for å bli kjent med elevene, at dette var noe de var veldig opptatt av og tenkte derfor at dette kunne være med på å fenge elevene.

Johnsen-Høines (2020, s. 43) påpeker fordelene ved å ta utgangspunkt i det grunnleggende didaktiske perspektivet at læring utgår fra det elevene kan, tenker på og stiller spørsmål ved. Gjennom å legge til rette for dette kan det stimulere til at elever utforsker, reflekterer og søker sammenhenger.

#### **4.1.1 Hilseoppgave**

Den første oppgaven vi gjennomførte ble inspirert av en oppgave hentet fra matematikk.org, se vedlegg 3. For å tilpasse denne oppgaven til klassen ble det gjort noen endringer.

Oppgaveteksten elevene ble introdusert for var:

*«Rabagasten skal feire bursdag. Han har invitert Snømonsteret, Zombien og Ulven. Før de skal spise kake skal de leke hilse-leken, men alle sammen får bare lov å hilse på hverandre en gang. Hvor mange hils blir det da?»*

Vi valgte å bruke denne oppgaven fordi den har en lav inngangsterskel, det vil si at den er lett å forstå for flere elever, samtidig som den er utfordrende. Elevene hadde i forkant lekt en lek i engelsk som handlet om å hilse på hverandre. Dette kan ha vært med på å gjøre oppgaven mer forståelig for flere av elevene. Oppgaven kan løses på ulike måter, for eksempel ved å bruke representasjoner i form av bilder eller at elevene bruker seg selv og hilser på hverandre.

En måte de kan løse den på, er ved å legge frem en og en gjest. Først legger de frem en gjest, som ikke har noen å hilse på. Så legger de frem en gjest til, da må disse to gjestene hilse på hverandre, slik at det blir 1 hils. Etter dette legger de frem en til gjest som må hilse på de to som allerede ligger fremme, slik at det blir + 2 hils. Denne måten kan elevene fortsette med til de ikke har flere gjester som skal legges frem, så må de addere sammen alle hilsningene for å få det totale antallet. En annen måte de kan løse oppgaven på, er ved å starte med å legge frem alle gjestene. Først hilser en gjest på de resterende gjestene, før den legges vekk. Elevene

skriver ned 3 hils. Så lar de en annen gjest hilse på de som fortsatt ligger fremme, og skriver ned + 2 hils og legger denne gjesten også vekk. Slik kan de fortsette til det ikke er flere gjester igjen. Elevene kan også løse oppgaven ved å bruke et symbol for hver gjest, og notere det ned slik at de hilser på hverandre en gang. Dette er noen av måtene elevene kan løse oppgaven på, men det kan også finnes flere fremgangsmåter som vi ikke har sett for oss. Dette viser også at elevene kan bruke ulike representasjoner for å løse oppgaven. Derfor kan man argumentere for at dette er en rik oppgave. Den vil også ha muligheten til å forenkles for elever som sliter med å komme i gang, ved å ha et mindre antall gjester som skal hilse på hverandre. På samme måte kan oppgaven også utvides for elever som blir tidligere ferdig, ved å tilføre flere gjester for å se om elevene ser et mønster i dette.

Når elevene skal finne ut av hvor mange hilsninger det blir mellom gjestene, så jobber de blant annet med kombinatorikk, mønster og algebraisk tenkning. De kan finne et mønster i hvor mange hilsninger det er i forhold til hvor mange gjester det er som skal hilse. Hva skjer med antall hilsninger om det blir flere eller færre gjester. Denne oppgaven treffer flere av kompetansemålene i læreplanen. De kompetansemålene etter 2.trinn vi velger å trekke frem er de vi tenker passer best under denne oppgaven, og det er «utforske tall, mengder og telling i lek, natur, billedkunst, musikk og barnelitteratur, representere tallene på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene» og «kjenne igjen og beskrive repeterende enheter i mønstre og lage egne mønstre» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

#### **4.1.2 Trehjulssykkeloppgave**

Oppgaven vi brukte i økt nummer to ble også inspirert av en oppgave som er hentet fra matematikk.org, se vedlegg 4. For å tilpasse oppgaven til elevene endret vi oppgaveteksten til å bare inneholde trehjulssykler. Oppgaveteksten elevene ble introdusert for var:

*«Rabagasten er i parken med trehjulssykkelen sin. Det er mange andre trehjulssykler her. Totalt teller han 15 hjul. Hvor mange trehjulssykler er det Rabagaster ser i parken?»*

Denne oppgaven har også en lav inngangsterskel, fordi elevene kan enkelt komme i gang med denne oppgaven med å bruke en trehjulssykkle som elevene fysisk kan telle hjulene på, eller med å starte med et mindre antall hjul. For eksempel at læreren stiller spørsmål til elevene som «hvor mange hjul er det på en sykkel?» og «hvor mange sykler kan det være om det er 6 hjul?». På denne oppgaven har alle elevene mulighet til å jobbe med samme oppgave samtidig

som de opplever mestring. Oppgaven har en stor grad av fleksibilitet og kan oppleves som utfordrende, og egner seg derfor til å utvide arbeidet med mer avansert matematikk. Utvidelsen vi ga til de elevgruppene som ble tidlig ferdig var: «*Neste dag dro Rabagasten i parken på nytt igjen. Denne dagen telte han 16 hjul i parken, men i dag var det både trehjulssykler og tohjulssykler i parken. Hvor mange sykler kan Rabagasten ha sett?*». Denne oppgaven kan også karakteriseres som en rik oppgave. Den har lav inngangsterskel, samtidig som den har stor takhøyde. Elevene kan bruke flere forskjellige metoder for å løse oppgaven. For eksempel ved hjelp av tellebrikker som legges i grupper på 3, som en representasjon på en sykkel. Tellebrikkene kan også legges over bilder av en sykkel for samme representasjon. Ved å legge frem 3 og 3 brikker må elevene sjekke underveis om de har funnet frem 6 hjul. Elevene kan også finne frem 15 tellebrikker med en gang, og gruppere de i grupper med 3 brikker i hver gruppe og deretter se hvor mange grupper det blir. Det finnes flere ulike strategier å bruke og elevene kan bruke ulike representasjoner som tellebrikker, tegning og skriving.

Denne oppgaven tillater elevene til å blant annet jobbe med divisjon og multiplikativ tenkning. Om elevene bruker en direkte modell, som for eksempel tegning eller klosser, så vil de kunne jobbe med multiplikativ struktur (Solem et al., 2018, s. 148). De har en direkte modell som de kan telle på og kan dermed overføre dette fra praktiske situasjoner til matematiske modeller. Dette kan bidra til å utvikle elevenes multiplikative tenkning. Når elevene jobber med denne oppgaven jobber de blant annet med disse kompetansemålene etter 2. trinn: «utforske tall, mengder og telling i lek, natur, billedkunst, musikk og barnelitteratur, representere tallene på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene» og «eksperimentere med telling både forlengs og baklengs, velge ulike startpunkter og ulik differanse og beskrive mønstre i tellingene» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

### **4.1.3 Svaret er 8-oppgave**

I den tredje oppgaven skulle elevene lage regnefortellinger. Oppgaven gikk ut på at elevene skulle finne ut av flere forskjellige måter å komme frem til tallet 8 på.

*«Svaret er 8, men hva er spørsmålet?»*

I denne oppgaven skal elevene finne ut forskjellige kombinasjoner som er det samme som tallet 8 ved bruk av forskjellige fortellinger, som er svaret. Dette åpner opp for at det finnes flere ulike svar på oppgaven, som gjør at oppgaven kan karakteriseres som en åpen oppgave.

Elevene kan også bruke flere forskjellige metoder for å finne ut av hvilke kombinasjoner av tall de kan bruke. For eksempel kan man ha 8 tellebrikker eller 8 perler på en snor, å finne ut av hvordan man kan fordele dem på ulike måter. Elevene kan også løse det med hoderegning, og skrive ned ulike regnestykker de vet utgjør tallet 8. Dette gjør at oppgaven har lav inngangsterskel, fordi elevene kan starte på et enkelt nivå som å fordele 8 tellebrikker på ulike måter. Samtidig har oppgaven også høy takhøyde, fordi elevene kan komme frem til mer avanserte kombinasjoner ved bruk av for eksempel halvering og subtrahering av tall som blir det samme som 8. På bakgrunn av dette er oppgaven også en rik oppgave.

I denne oppgaven jobber elevene med regnefortelling og får elevene få lage matematiske historier om regnestykker både muntlig og skriftlig. Når elevene jobber med denne oppgaven, jobber de blant annet med forståelsen av likhetstegnet. Dette gjør de gjennom at oppgaven legger opp til at elevene kan skrive på begge sidene av likhetstegnet. Blant annet blir oppgaven presentert som  $8=$ . Gjennom arbeid med likhetstegnet kan elevene få en relasjonell forståelse av likhetstegnet. Denne oppgaven bygger blant annet på disse kompetansemålene etter 2. trinn: «eksperimentere med telling både forlengs og baklengs, velge ulike startpunkter og ulik differanse og beskrive mønstre i tellingene» og «utforske tall, mengder og telling i lek, natur, billedkunst, musikk og barnelitteratur, representere tallene på ulike måter og oversette mellom de ulike representasjonene» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

#### 4.1.4 Godterioppgave

I det oppgavebaserte intervjuet brukte vi en oppgave som er inspirert av en oppgave hentet fra mattelist.no, se vedlegg 5. Oppgaven ble endret fra å dele bamser, til å dele godteri.

Bakgrunnen for at vi valgte å endre oppgaven, var for å se hva som skjer om elevene får bruke konkreter som samsvarer med oppgaveteksten. I tillegg valgte vi å fortsette å bruke Maskorama figurene da dette var noe som hadde fengst elevene. Oppgaveteksten vi presenterte var:

*«Rabagasten og Ulven skal dele lørdagsgodteriet sitt. Ulven er litt grådig, så Rabagasten vil vite hvor mye godteri de kan dele likt, uten at det blir noe til overs som ulven tar.»*

Denne oppgaven kan løses på flere ulike måter. Svaret på oppgaven er alle partall som finnes, noe som gjør at oppgaven kan karakteriseres som åpen. Det finnes ulike måter å komme frem til dette på. Elevene kan bruke konkreter som de fordeler mellom to personer. Det elevene må

oppdage da, er hvilket antall av konkreter de må ha for å kunne fordele det likt mellom to personer. Noen elever vil finne noen av tallene de kan dele likt på to personer ved bruk av hoderegning. Andre elever vil ta i bruk representasjoner som tegning, skriving og konkreter som tellebrikker og godteribiter. Oppgaven er som nevnt hentet fra MatteLIST, som er et nettsted lærere kan bruke for å finne typiske LIST oppgaver. Denne oppgaven kan kjennetegnes som en LIST oppgave fordi den har lav inngangsterskel og stor takhøyde. Oppgaven har lav inngangsterskel, fordi det er mulig for alle å starte på oppgaven ved å undersøke de minste tallene. Bruk av konkreter i denne oppgaven kan også være med på å gjøre det lettere å oppfatte problemet. Samtidig har oppgaven stor takhøyde, da den gir mulighet for å utforske videre en generell regel på hvilke tall som kan deles likt på to. Oppgaven kan også utvides til å finne ut av hvilke antall man kan dele om man er flere som skal ha godteri, for eksempel tre personer. På bakgrunn av dette kan man også si at denne oppgaven er en rik oppgave.

Når elevene jobber med denne oppgaven, jobber de med forståelsen av divisjon. De utforsker mønster som oppstår når man dividerer ulike tall på 2 og kan få en forståelse for partall og oddetall. Kompetansemål fra LK20 etter 2. trinn som elevene jobber med i oppgaven er blant annet «utforske og beskrive generelle egenskaper ved partall og oddetall» og «eksperimentere med telling både forlengs og baklengs, velge ulike startpunkter og ulik differanse og beskrive mønstre i tellingene» (Kunnskapsdepartementet, 2019).

## 5 Funn og diskusjon

Vi vil i dette kapitlet presentere resultatene fra analysen ved å bruke deler av datamaterialet som underbygger påstandene vi kommer med. Kapitlet er strukturert etter de tre kategoriene vi utarbeidet i analyseprosessen:

1. Kultur
2. Planlegging og gjennomføring
3. Elevenes respons på oppgavene

I hvert kapittel vil vi presentere situasjoner fra datamaterialet og videre diskutere resultatene våre opp mot relevant teori. Kapittel 5.2 besvarer i hovedsak forskningsspørsmålet: *hvordan kan læreren legge til rette for og gjennomføre utforskende undervisning?* Kapittel 5.3 besvarer i hovedsak forskningsspørsmålet: *hvordan jobber elevene med de ulike utforskende matematikkoppgavene?*

## 5.1 Kultur

I Intervjuet med Per forteller han om forskjeller han opplever med å gjennomføre utforskende matematikkundervisning på mellomtrinnet i forhold til 1. trinn.

*Per: På mellomtrinnet jobber vi gjerne mot å nå et matematisk mål. Jeg mener at på 1. trinn handler det mer om å bygge en læringskultur for utforskning mer enn den faktiske utforskningen.*

I utsagnet forteller Per at utforskning på 1. trinn handler mer om å bygge en læringskultur for utforskning mer enn den faktiske utforskningen. Vi opplevde at det han sa var i samsvar med mye av det vi hadde observert i de utforskende matematikkundervisningene. Dette er på bakgrunn av at det er mye som må ligge til grunn for å kunne utforske og at man gjennom utforskning kan nå matematiske mål. Vi opplevde at Per bygget på en læringskultur for utforskning gjennom at han inspirerer elevene til en utforskende holdning og gi de tilgang til matematikk. Et eksempel på dette er at han bruker utsagn som «*i dag skal vi være forskere*» og «*spennende at dere bruker ulike metoder, men har fått samme svar*». Gjennomgående har han en positiv holdning til matematikkfaget som han utstråler til elevene.

I klassen er det to grupper, men i samlingene samles de i en felles lyttekrok bestående av tre benker. Elevene sitter på benken og på gulvet foran smartboarden. Under de utforskende undervisningsøktene samlet klassen seg i lyttekroken under iscenesettelsen og den felles refleksjonen. Under arbeidsfasen ble elevene delt inn i grupper på tvers av de to gruppene. De ulike gruppene fikk pekt på et område de skal arbeide. Noen grupper sitter rundt noen bord, andre grupper sitter på gulvet rundt benken i lyttekroken. Midt i klasserommet er det plassert en pult med flere ulike representasjoner og konkreter som elevene står fritt til å gå å hente og ta i bruk. Alle gruppene var innom pulten med ulike representasjoner i løpet av arbeidsfasen. Elevene fikk prate sammen uten at det legges noen føringer om at støynivået må holdes nede.

Under intervjuet sier Per «*Det kan tenkes at det finnes en metode som er mest effektiv, men poenget er at elevene skal gruble og samtale for å komme frem til en metode som funker for dem*». Dette kan ses i sammenheng med at Per flere ganger i løpet av undervisningen verdsetter forsøk og feil som grunnlag for læring. Dette gjør han blant annet i den matematiske samtalen hvor han påpeker flere ganger til elevene at det er ikke så nøye hva vi har svart på oppgaven, men hvordan de har tenkt og hvilken metode de har brukt. Dette utdyper han også senere i intervjuet. I de matematiske samtalene fokuserer Per på at elevene

skal dele sine metoder til svaret og gjøre de tilgjengelig for resten av klassen uten å understreke at noen metoder fungerer bedre enn andre.

*Per: Jeg ønsker å tilrettelegge for ulike representasjoner for å forklare en løsning. Jeg velger å ha fokus på at svaret er ikke så interessant, men metoden. Jeg er ikke interessert i svaret, men hva gjorde du, hva tenkte du for å komme frem til det svaret. Elevene skal arbeide sammen for å bli vant til å forklare hva de tenker og har gjort.*

I hver økt satt også Per elevene sammen i grupper for at de skulle samarbeide. Eksempler på at han gjør dette er at han sier ting som for eksempel «*kan du forklare til de andre på gruppen din hva du har tenkt?*», «*ser dere hva hen har gjort her?*» og «*kan dere prøve å snakke sammen om hvordan dere kan finne ut av problemet?*». Ettersom elevene nylig har begynt på skolen er det naturlig at de ikke er vant til å samarbeide om oppgaver, og derfor er det viktig at læreren jobber for å fremme elevenes evne til å samarbeide.

Etter hver undervisningsøkt satt Per seg ned sammen med oss og evaluerte forløpet og egen praksis. Da vi gjorde dette snakket vi om hvordan økten hadde gått. Vi stilte oss spørsmål som hva vi var fornøyde med, hvordan responderte elevene på de ulike momentene, kunne noe vært endret for å forbedre økten og lignende. Dette førte til at det bestandig ble gjort små endringer til neste undervisningsøkt. Dersom vi så noe som fungerte bra ønsket vi å ta det med videre, eller om det var noe som måtte endres på til neste økt.

### **5.1.1 Diskusjon av kultur**

Gjennom analysearbeidet vårt kommer det frem at en del av utforskende matematikk på 1. trinn handler om å lage en kultur for utforskning. Da vi samlet inn data i denne klassen hadde elevene gått på skolen i underkant av 3 måneder. Når elevene begynner på skolen skal de bli kjent med skolen, lærerne og med hverandre. Derfor handler mye av skolestarten om dette, og ikke bare om faglig læring. Dette kan ses i sammenheng med det Hoff-Jenssen et al. (2020, s. 145) deler inn i vid og smal begynneropplæring. Den smale tilnærmingen kan forstås som opplæring i fag, mens vid tilnærming legger vekt på opplæring i kunnskaper og ferdigheter som ikke er beskrevet i kompetansemålene. Ifølge Hoff-Jenssen et al. (2020, s. 154) er det nødvendig å ha en vid forståelse da det er en forutsetning for smal begynneropplæring. Dette kan ses i sammenheng med at etablering av klasseromskulturen er en vid form for begynneropplæring som må ligge til grunn før elevene skal kunne utforske og nå et faglig mål

som kan ses i sammenheng med smal form for begynneropplæring. På bakgrunn av dette kan man si at utforskning på 1. trinn handler om å etablere en klasseromskultur for utforskning mer enn den faktiske utforskningen.

Det ble gjort praktiske tilpasninger under de utforskende undervisningsøktene som kan ses i sammenheng med vid form for begynneropplæring. Elevene forflytter seg i klasserommet og holder ingen faste plasser under de utforskende undervisningsøktene. For elevene som vanligvis har en kort oppmerksomhetstid ble dette en form for tilpasning. Lytttekroken ble brukt både under iscenesettelsen og den felles refleksjonen. For elevene kan aktiv bruk av lytttekroken gi en følelse av fellesskap, samt at det har noen fordeler som at man er nær læreren og snakker om noe viktig, kroppen får sitte på en annen måte, elevene kan oppleve å sitte med en venn, elevene lærer og opplever noe sammen (Becher, 2018, s. 70). Vi opplevde også at det var lettere for læreren å få elevenes oppmerksomhet i lytttekroken, siden elevene var nært læreren og så direkte mot smartboarden som ofte ble brukt. Da elevene arbeidet fikk de mulighet til å sette seg som de ønsket i ulike områder av klasserommet. Det gir elevene mulighetsrom gjennom at de får utnytte ulike deler av klasserommet og gulvplass.

Klasserommet domineres av pulter og stoler som kan ha påvirket valget om hvordan de velger å sette seg. Ifølge Becher (2018, s. 84) er organiseringen av klasserommet av betydning for å gi andre forestillinger om barnet og hva barnet trenger. I disse situasjonene kunne mer gulvplass gitt elevene et større mulighetsrom. De fleste satt seg rundt noen bord, men noen grupper valgte å sette seg rundt benkene i lytttekroken.

Konkretene som står midt i klasserommet står elevene fritt til å bruke når de trenger. Dette bidrar til å gi elevene bevegelse og variasjon under arbeidsfasen. Konkreter kan bidra til mer aktiv og engasjert læring, samt mulighet til å samarbeide, eksperimentere og utforske. At elevene får bevegelse og variasjon i undervisningen er ifølge Becher (2018, s. 85) spesielt viktig for elevene i begynneropplæringen. Det legges ingen føringer på støynivået i klasserommet under arbeidsfasen. Elevene får rom til å prate og det legges opp til samhandling mellom elevene gjennom at de er organisert i grupper. At elevene sitter sammen gir ifølge Becher (2018, s. 69) et inntrykk av samarbeid og fellesskap i læringsprosesser.

Et av kjennetegnene i modellen som Maaß og Reitz-Koncebovski (2013, s. 8) presenterer er klasseromskultur. Det handler om at klasseromskulturen burde være dialogisk, samt at det er preget av en delingskultur der alle sine faglige poeng og synspunkt blir representert og verdsatt av læreren. Det må også etableres en kultur for at feil ses på om en læringsmulighet,



og at man er åpen for innspill og bidrag i klasserommet (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 8). Vi opplevde at Per bygget på en læringskultur for utforskning gjennom at han inspirerte til en utforskende holdning og ga elevene tilgang til matematikkfaget. Dette gjør han gjennom å inspirere elevene til å være forskere og har generelt en positiv holdning til matematikkfaget.

Elevene blir under arbeidsfasen utfordret til å forklare hva de har gjort og tenkt til de andre på gruppen sin. Ifølge PRIMAS-modellen skal elevene være aktive i undervisningen. De skal være aktive gjennom å stille spørsmål, ta beslutninger, utforske alternative metoder, diskutere, samarbeide, forklare, utdype, oppsummere og kommunisere resultat (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 7). Per utfordrer elevene til å forklare tankene sine og hva de har gjort for å få elevene til å være mer aktive under utforskningen. Det kan tolkes til at det er veien mot at elevene selv skal være aktive og skape en kultur for å stille spørsmål, dele og feile. Johnsen-Høines (2020, s. 179) påpeker også at elevene behøver tid for å venne seg til å bruke utforskende arbeidsmåter. Elevene trenger å bli vant til å arbeide med å finne nye måter å tenke på, finne svar og nye spørsmål.

I den siste fasen av undervisningen og underveis i arbeidsfasen er Per opptatt av at han selv er aktiv og at han stiller spørsmål for at elevene skal delta aktivt i samtalen på gruppen og i de matematiske samtalene. Dette samsvarer med slik PRIMAS-modellen beskriver lærerrollen under det utforskende arbeidet. Lærerrollen går ut på å stille spørsmål som kan hjelpe elevene i deres tenkning fremfor å fortelle hva de skal gjøre og hvordan (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 7). I de matematiske samtalene fokuserer Per på at elevene skal dele metodene de har brukt, og samtalestrukturen minner om åpen strategideling som Kazemi og Hintz (2019, s. 29) beskriver. Fordelen med åpen strategideling er at det gir mulighet for å utvikle reglene en trenger for å ha et miljø for produktive matematiske samtaler (Kazemi & Hintz, 2019, s. 29). Åpen strategideling kan også bidra til å etablere en delingskultur i klassen gjennom at Per fokuserer på at alle elevene skal fortelle metodene de har brukt.

Per velger å fokusere på å verdsette svarene til elevene fremfor å vurdere metodene som er mest effektiv. Ifølge Karlsen (2014, s. 21) må man etablere et læringsmiljø for å kunne utforske. Læringsmiljøet som må etableres innebærer at det er trygt å dele tanker, skape rom for å svare feil og at diskusjon er en naturlig del av undervisningen. Det innebærer å skape et miljø der elevene er vant til å begrunne spørsmål og stille spørsmål, og læreren må være bevisst på hvordan innspill fra elevene behandles (Karlsen, 2014, s. 21). Vi observerte at Per gjorde dette blant annet gjennom å berømme at elevene delte sin metode, fremfor å rose svaret

til elevene. Han understrekte også i hver undervisningsøkt at han ikke er opptatt av svaret elevene har fått, men metodene de har brukt for å løse oppgavene. Per stilte elevene spørsmål som er betydningsfulle i arbeidet med å gjøre elevene vant til å få spørsmål for å begrunne svarene sine. Ved å få elevene til å begrunne svarene sine vil de bli så vant til det at de videre vil kunne gi begrunnelser uten å bli bedt om det (Karlsen, 2014, s. 21).

Etter hver økt brukte Per tid til å sette seg ned for å evaluere økten. Han forklarte dette med at han evaluerte sin egen praksis for å kunne møte elevene der de er på best mulig måte. Per tenker gjennom hva han kan gjøre for å tilpasse undervisningen til elevene sitt nivå. Han gikk aktivt rundt i klasserommet da elevene arbeidet for å få innsikt i hva elevene får til og ikke. Dette vil også kunne gi Per en indikasjon på hvor langt elevene kan «strekke seg» for å kunne planlegge undervisningen videre på elevenes nivå. Elevenes utvikling og læring vil alltid inneholde elementer av uforutsigbarhet som en ikke kan forutse på forhånd (Vygotsky, 1978, s. 90). Per ønsker å velge oppgaver med lav inngangsterskel, men som kan utvides. Dette samsvarer med beskrivelsen av LIST- oppgaver, som innebærer å ha lav inngangsterskel og stor takhøyde (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84). Arbeid med LIST- oppgaver kan være med på å påvirke klasseromskulturen positivt, ettersom alle elevene jobber med samme oppgave, men på sitt nivå. Dette bidrar også at alle elevene kan bidra i den matematiske samtalen i etterkant. Dette kan gjøre at diskusjonene i plenum i etterkant også oppleves som meningsfullt da elevene kan bidra med sitt resonnement (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84). Det kan bidra til læring og elevene kan oppleve å bli inspirert av hverandres fremgangsmåter og resonnement (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84).

Per er også opptatt av at elevene skal arbeide sammen med oppgavene. Dette begrunner han blant annet med at de skal bli vant til å forklare til hverandre hva de tenker og har gjort. Dette kan ses i sammenheng med at Per forbereder elevene på å på best mulig måte kunne utforske. Utforskende undervisning støtter samarbeidslæring gjennom at elevene jobber med utforskende oppgaver der de må bruke kunnskapen til hverandre (Artigue & Maaß, 2013, s. 782). Innenfor sosiokulturell læringsteori er medelever en viktig læringsressurs, da arbeid i en sosial sammenheng skaper læring (Lillejord, 2013, s. 181).

## **5.2 Planlegging og gjennomføring**

Da vi så gjennom datamaterialet vårt ble vi bevisste på at planlegging er en viktig del for å kunne gjennomføre utforskende matematikkundervisning. Undervisningen som ble gjennomført fikk en naturlig tredelt struktur som Blomhøj (2016, s. 155) beskriver. Vi velger

derfor å trekke frem hva læreren sier og gjør ut fra observasjoner om planlegging og gjennomføring av de tre fasene iscenesettelse, arbeidsfasen og felles refleksjon. Kodene vi utarbeidet under kategorien planlegging er de vi tar utgangspunkt i under.

### 5.2.1 Planlegging av undervisning

Under intervjuet påpekte Per at det er viktig å tenke gjennom hvilken type oppgave man velger når man skal gjennomføre utforskende matematikkundervisning.

*Per: Gjerne skal elevene jobbe med oppgaver som er rike eller åpne som ikke har bare en metode eller ett svar. Ofte så er oppgaver elevene jobber med så like at de bare kan herme, men det gjør de ikke når det gjelder utforskning. Jeg liker å ha fokus på at det ikke nødvendigvis er en metode. Det kan tenkes at det finnes en metode som er mest effektiv, men poenget er at elevene skal gruble og samtale for å komme frem til metoden som funker for dem. Jeg vil at de skal ha fokus på hva de gjorde og hvordan de kom frem til svaret fremfor å fokusere på svaret de fikk. Slik de for eksempel gjorde på hilseoppgaven.*

Under intervjuet sa han også «tradisjonelt har det vært vanlig å jobbe med nøtter, men jeg opplever at de fleste ikke er utforskende. Ofte så er ikke nøtter knyttet til et matematisk emne». Dette viser at Per har reflektert over hva en utforskende oppgave skal inneholde for at elevene skal kunne jobbe utforskende. Han mener at de fleste oppgavene som havner under kategorien nøtter, ikke har et matematisk emne, noe som påvirker hvilket utbytte elevene får av å jobbe med en slik oppgave. Videre i intervjuet sa Per også hva læreren må tenke over etter at oppgaven som skal brukes i undervisningen er valgt.

*Per: Jeg kjenner jo også på en skvis mellom at det er mye som skal gjøres som lærer. Jeg må bruke mye tid på 1. trinn til å finne oppgaver som er tilpasset elevene og planlegge en undervisningsøkt som engasjerer. Det tar tid å forutse svar som eventuelt dukker opp, utvidelser av oppgaver, hint/ spørsmål som kan stilles for å få elevene videre uten å gi svaret. Det er også viktig å planlegge oppgaver som har en enkel inngangsport så alle elevene forstår, men med mulighet for både utvidelse og forkortelse.*

I intervjuet påpeker Per at det er viktig å bruke tid på å planlegge en utforskende undervisningsøkt. Per beskriver at han kjenner på et press om at det er mye som skal gjøres i en hverdag som lærer. Det Per legger i planlegging er først og fremst å finne en oppgave som kan tilpasses elevene, i tillegg til at den skal engasjere. Videre trekker han frem at det er viktig å forutse svar og metoder elevene kan bruke i oppgaven. Til hver undervisningsøkt hadde Per med et ark der han hadde skrevet ned løsninger og metoder han hadde forutsett at elevene kunne bruke. Han sier også at det er viktig at oppgavene har en lav inngangsterskel og mulighet til utvidelse. Da vi planla oppgavene med Per brukte vi tid på å finne tilpasninger som gjorde at oppgavene hadde lav inngangsterskel, i tillegg til utvidelse. Til slutt påpeker han også at det er viktig å planlegge hint og spørsmål som han kan stille elevene som kan hjelpe dem videre i oppgaven, uten at han gir svaret.

### **5.2.2 Iscenesettelsen**

I iscenesettelsen av oppgaven er det viktig å engasjere elevene, slik at de blir motivert for videre arbeid. Dette påpeker også Per i intervjuet. Han legger også til at han opplevde at Maskorama som tema fungerte overraskende bra, og at det ga et boost for videre arbeid.

*Per: Jeg synes også det er viktig å engasjere elevene, men det er også utfordrende å få det til. Maskorama tema som vi brukte på oppgavene fungerte overraskende bra. Jeg opplevde at det ga et boost som la et grunnlag for å jobbe utforskende.*

Da vi planla undervisningen ønsket vi å finne et tema vi kunne bruke gjennom hele perioden for å engasjere elevene til utforskning. Første dagen da vi var på skolen for å bli kjent med klassen, overhørte vi at det var mye snakk om Maskorama programmet. På bakgrunn av at karakterene er kledd i spektakulære kostymer og masker, er det ikke en nødvendighet at elevene kjente til programmet på forhånd. Derfor bestemte vi oss for å bruke flere av karakterene fra programmet inn i undervisningen. I tillegg til Maskorama temaet, la Per til flere elementer i iscenesettelsen.

I den første økten da elevene ble introdusert for hilseoppgaven var temaet bursdag. Lærerne la til at Per hadde hatt bursdag og kledde på seg bursdagshatter og krone. Lærerne latet som at de hadde blitt invitert i bursdag til Per for å feire han. De fortalte at i bursdagen hadde Per lyst til å leke samme leken som de hadde lekt i engelsktimen forrige uke. Dette tolket vi at lærerne gjorde for å bygge på elevenes tidligere erfaringer. De beskrev denne hilse leken som noe annerledes, for nå skal de bare hilse på hverandre en gang. De tre lærerne begynte å hilse på

hverandre, men blir fort avbrutt av elevene da de skal til å hilse på hverandre en andre gang. Dette kan tolkes til at elevene gjennom introduksjonen skjønnte prinsippet med oppgaven. Lærerne gikk da videre til å ta frem bilder av Maskorama figurene. Dette førte til jubel og begeistring blant elevene, noe som kan tyde på at temaet engasjerte elevene. Videre forklarte Per oppgaven for elevene. Vi observerte at elevene fulgte nøye med på forklaringen og vi fikk bekreftet i etterkant at de hadde forstått oppgaven. Engasjementet gjenspeilet arbeidsfasen.

I den andre undervisningsøkten vedvarte elevenes engasjement rundt temaet Maskorama. Elevene ble i denne økten introdusert for trehjulssykkel-oppgaven med at Per kom syklende inn på en trehjulssykkel med en hjelm på hodet og en refleksevest. Elevenes responderer på dette med å gispe, rope og klappe. Per introduserer så elevene for oppgaven de skal løse og tok opp Maskorama figurene igjen. Noen av elevene responderte med å si «yes!», men vi tolket at begeistringene ikke var like stor sammenlignet med den første økten.

Den tredje undervisningsøkten skulle elevene arbeide med tallet er 8- oppgaven. Økten ble introdusert med et åttetall klippet ut i papp. Per forteller at de skal arbeide med en oppgave som har hundre, nei tusen, nei million, eller faktisk uendelig med løsninger. Han påpeker også at uendeligtegnet ser ut som et åttetall som ligger. Videre gir Per noen eksempler på regnefortellinger, hvorav den ene handler om at Rabagasten har bursdag. Noen av elevene responderer med å si at rabagasten allerede har hatt bursdag. Under iscenesettelsen er elevene urolige, de prater med hverandre og sliter med å sitte i ro. Vi opplevde at iscenesettelsen ikke var like engasjerende denne gangen.

### **5.2.3 Arbeidsfasen**

I arbeidsfasen er det viktig at elevene får tilstrekkelig med tid, frihet og støtte til å kunne arbeide selvstendig med utfordringen. Læreren sin oppgave i denne fasen er å støtte elevenes arbeid, stille spørsmål og gi hint som fører til refleksjon for videre arbeid (Blomhøj, 2016, s. 156). I intervjuet snakker Per om hvordan man skal hjelpe elevene mens de arbeider med en oppgave.

*Per: Jeg vet at lærere kan oppleve å kvie seg for utforskende undervisning, fordi man kan føle at man ikke har kontroll gjennom at det kommer metoder som de ikke har kontroll på. Man må vende seg til å jobbe utforskende og at elever må forklare hvordan de har tenkt hvis lærer ikke skjønner. Min oppgave som lærer er å holde litt igjen og ikke hjelpe elevene videre på feil måte.*

Det han sier om hans oppgave som lærer når elevene jobber er å ikke hjelpe dem for mye, kan tolkes til at Per på forkant av undervisningen har planlagt hvilke typer spørsmål han kan stille elevene mens de jobber med en oppgave. Han påpeker at læreren også må vende seg til å jobbe utforskende. Dette kan ses i sammenheng med at læreren skal hjelpe elevene, men ikke for mye. I tillegg til å stille spørsmål til hva elevene har tenkt, for å sette seg inn i deres resonnering og skjønne hva elevene har tenkt.

Da elevene jobbet i grupper med oppgavene, observerte vi at Per gikk rundt til samtlige grupper og hadde med seg et ark han noterte på. Da han kom til en gruppe, så stilte han åpne og nysgjerrige spørsmål til elevenes arbeid for å sette seg inn i hvilken metode de har brukt og hvordan de har resonnerert seg frem til dette. Et eksempel på dette er fra da elevene jobbet med hilseoppgaven.

*Per: Hva har dere funnet ut?*

*Elev 1: Det blir seks hils når det er fire i bursdagen*

*Per: Hvordan kom dere frem til det svaret?*

*Elev 2: Først kom det en i bursdagen, da ble det ett hils, så kom det en til. Da hilste den på de to som var der. Så kom det en til som hilste på de tre som var der.*

*Elev 2: Da ble det til sammen seks hils*

*Per: Hva skjer hvis det kommer en til gjest i bursdagen?*

Han bemerket også elevenes faglige ideer og resonnering. Ett eksempel på dette er hentet fra økten hvor elevene arbeidet med trehjulssykkeloppgaven og Per stoppet opp med en av gruppene.

*Per: Okei, her ser jeg at dere er inne på noe interessant. Kan dere forklare meg hva dere har tenkt?*

*Elev 1: Ja, jeg tenkte sånn at hvis det er 15 hjul som var i parken så trenger vi 15 hjul \*peker på de 15 tellebrikkene som er runde og formet som et hjul\**

*Elev 2: Ja også sa han at det var 3 hjul på hver sykkel*

*Elev 1: Og da tenkte jeg at det legges sammen 3 hjul som en sykkel. Så da blir det 1, 2, 3, 4, 5 sykler som var i parken.*

*Per: Det var en interessant måte å tenke på, det hadde jeg ikke tenkt på selv.*

Videre stilte han flere spørsmål som var åpne og nysgjerrige for å få innsikt i hvordan elevene har tenkt, eksempler på dette er «*hvorfor tror dere det er 5 hils?*» og «*hvordan tenkte dere da dere fant ut det var 5 sykler?*». I tillegg til dette, stilte han også spørsmål som oppmuntret elevene til å stille egne spørsmål og reflektere over deres eget arbeid som «*kan dere finne en måte å lage et system på hvem som har hilst på hverandre?*», «*hvordan vet dere at alle gjestene har hilst på hverandre?*» og «*finnes det flere mulige løsninger?*». Da han hadde vært oss en gruppe, så stoppet han opp å skrev ned hvilken metode de hadde brukt i korte trekk på arket sitt før han gikk videre til neste gruppe. Da han hadde sett de ulike metodene som elevene hadde brukt, tenkte han seg ut en rekkefølge han ville presentere de ulike metodene i. Han spurte deretter de ulike gruppene om de kunne forklare metoden sin til resten av klassen.

#### **5.2.4 Felles refleksjon**

Felles refleksjonen ble gjennomført i form av en helklassesamtale i de tre undervisningsøktene. Under intervjuet av Per stilte vi han spørsmål om hva han legger i begrepet matematisk samtale.

*Per: Ja med det så mener jeg at man gjennom matematisk samtale kan finne ut noe sammen med elevene. I utgangspunktet ville jeg stilt spørsmål som «er det alltid sånn» som kan legge til rette for en god samtale for å utforske videre og komme frem til et eventuelt bevis. På 1. trinn blir det ikke helt den samtalen, men mer fokus på metodene elevene har brukt for å påpeke og vise at oppgaver kan løses på mange forskjellige måter.*

Dette får frem Pers tanker om at den matematiske samtalen på 1. trinn blir noe annerledes enn den ville vært i forhold til om elevene er eldre og mer vant til å ha en matematisk samtale. Hans mål med den matematiske samtalen ville vanligvis vært å utforske ulike prinsipper, mens på 1. trinn ønsker han at elevene får en forståelse for at oppgavene kan løses på ulike måter. Videre stilte vi han også spørsmål om han bruker å planlegge den matematiske samtalen i forkant.

*Per: Som lærer må du ikke sette deg ned når elevene jobber, men gå rundt når elevene jobber med gode oppgaver og hvis noen har skjønnet noe så hører jeg på det og legger gjerne til noe. Når du går rundt får du med deg interessante ting som elevene tenker, det er gjerne dette man ønsker å få frem i en matematisk samtale. Planlegger de ikke på forhånd, men når elevene jobber med oppgaver.*

*Per: Jeg har tidligere lest meg opp på Kjersti Wæge og samtaletrekk. Når man kjenner til samtaletrekkene godt nok, er det enklere å bruke disse spontant. I starten er det viktig å tenke over i forkant hvordan man kan bruke dem i samtalen. Etter hvert som læreren blir vant til det kommer det uten planlegging.*

Det Per svarer her kan vise til at han tidligere har brukt å planlegge de matematiske samtalene i forkant, som for eksempel ved å bruke samtaletrekk. Han nevner at han har lest seg opp på de ulike samtaletrekkene man kan bruke i en samtale, og at han i starten måtte tenke over hvordan man kan bruke disse i løpet av en samtale. Etter hvert som han er blitt vant til dem, ligger det naturlig for han å bruke disse uten å måtte tenke over det i forkant. Han nevner også at han ikke planlegger en matematisk samtale i forkant, men at han gjerne tar det spontant om han observerer at elevene har tenkt noe interessant. For å fange dette opp er læreren avhengig av å gå rundt mens elevene jobber, og ikke bare sette seg ned.

Gjennomføringen av den matematiske samtalen i de tre øktene følger mer eller mindre en lik struktur. De tre samtalene begynte med at Per påpekte til elevene at de var gode til å holde ut og stå i problemet. Han presiserte også at han er interessert i de ulike metodene elevene har brukt, fremfor svaret på oppgaven. Videre trakk han frem de ulike gruppene. Han startet alltid med den mest generelle metoden før han gikk over på de mer avanserte metodene. I samtalen benyttet han seg av noen av samtaletrekkene. Det samtaletrekket som ble brukt mest var *gjenta*. Et eksempel på dette er fra den første økten:

*Elev 1: Først hilste den ene på alle, så tre, så hilste den andre på resten, så to, og den tredje på en. Den siste er hilst på av alle*

*Per: For rabagasten hilste på alle tre gjestene, så hilste ulven på alle gjestene, men ikke rabagasten for han hadde han hilst på, så han hilste 2. Så viste dere at snøroboten hilste, men han hilste bare på 1 siden han var bitt hilst på av ulven og rabagasten. Zombien hilste ikke på noen, siden alle hadde hilst på han allerede. Så derfor fikk dere  $3+2+1$ ?*

*Elev 2: Rabagasten fikk først en gjest da ble det ett hils, så fikk han to gjester da ble det to hils til, så kommer den tredje gjesten da blir det tre hils til, så seks hils*



*Per: Denne gruppen begynte med at det kom en gjest om gangen og telte hils videre. Da første kom så ble det ett hils, så kom en til som hilste på alle, så to hils til. Da er vi på tre hils, så kom den tredje gjesten som hilste på alle tre. Slik kom den gruppen frem til seks hils. Fikk dere besøk av en gjest til?*

Vi observerte også at samtalegrepene *tilføye* og *tenketid* ble brukt. I følgende utdrag ble disse samtalegrepene brukt.

*Elev 1: Vi begynte å skrive bokstaver for de som hilste. Da rabagasten hilste på ulven skrev vi R-U, så hilste zombien på snøroboten, så hilste ulven på snøroboten, så hilste rabagasten på snøroboten, så hilste zombien på ulven, så da fant vi ut hvor mange hils det ble.*

*Per skrev kombinasjonene deres på tavla. R-U, Z-S, U-S, R-S, Z-U*

*Elev 2: Men det er bare 5 hils der, det skal jo være 6.*

*Per: Hvordan kan vi finne ut av om noen mangler å hilse på hverandre? Er det noen andre som klarer å se?*

*\*Per venter en stund til flere elever har fått tid til å tenke, før han gir ordet til elev 3\**

*Elev 3: Rabagasten og zombien har ikke hilst*

*Per: Hvordan så du det?*

*Elev 3: Fordi R og Z stod ikke sammen*

Under de ulike samtalene observerte vi at elevene ble urolige i kroppen mot slutten av samtalen. Noen snudde seg andre vei, mens andre begynte å leke med konkretene de hadde med seg. Dette var mest synlig i den tredje økten. Dette kan ses i sammenheng med at dette var en økt hvor alle gruppene fikk komme frem og fortelle sin regnefortelling.

Selv om elevene nødvendigvis ikke sitter helt i ro og følger med fremover, vil det ikke bety at de ikke får med seg noe av det som blir sagt. Det kan derimot påvirke hvor mye de får med seg. At elevene sliter med å holde fokus under hele samtalen var også noe Per påpekte under intervjuet.

*Per: Det kan være utfordrende å utvide et problem og holde engasjementet oppe for at elevene skal være utholdende nok. Spesielt den matematiske samtalen i etterkant er preget av elever som er utålmodige og ikke klarer å følge med. Samtalen må ofte være effektiv og det kan føre til at jeg som lærer styrer samtalen.*

Under samtalen så vi at Per var den som pratet mest og styrte samtalen. I intervjuet påpeker han selv at samtalen må være effektiv i denne klassen, noe som fører til at han som lærer ofte styrer samtalen. Dette kan ses i sammenheng med at elevene fort blir utålmodige og sliter med å følge med.

### **5.2.5 Diskusjon av planlegging og gjennomføring**

Gjennom intervjuet og observasjoner av Per har vi fått en oppfatning av at han bruker mye tid på planlegging i forkant av den utforskende undervisningen. Han gjør mange grep underveis i undervisningsøktene som samsvarer med deler av teorien om utforskende undervisning. I planleggingen bruker Per tid på å velge ut en oppgave som han tilpasser nivået i klassen. Han er opptatt av at oppgavene skal ha en lav inngangsterskel og at den skal kunne både forkortes og utvides. Disse egenskapene på oppgavene som han beskriver kan ses i sammenheng med LIST-oppgaver (Matematikksenteret). Gjennom at Per bruker denne formen for oppgaver gjør han det mulig at hele klassen jobber sammen, samtidig som at alle jobber på sitt nivå innenfor den samme oppgaven. Ifølge Wæge og Nosrati (2018, s. 84) vil LIST-oppgaver bidra til at diskusjoner i plenum oppleves som meningsfulle gjennom at elevene får bidra på sin måte. Ved å velge denne formen for oppgavene gir Per elevene mulighet til å vise hva de kan fremfor hva de ikke kan. Som lærer kan man oppleve å bli overrasket over hvor mye elevene forstår ved at takhøyden på oppgaven er stor. Å bruke tid på å velge oppgave er også viktig for å skape engasjement blant elevene. Karlsen (2014, s. 21) utdyper at vi får elever som er villig til å utforske gjennom å legge vekt på motivasjon. Dette kan oppnås gjennom lærerens holdninger og engasjement, samt lærerens valg av oppgave.

Per påpeker at planleggingen i forkant av utforskende undervisning er tidkrevende og han kan kjenne på presset om at det er mye som skal gjøres i en hverdag som lærer. Dette kan ses i sammenheng med at lærere nødvendigvis ikke prioriterer å bruke tiden sin på å planlegge utforskende undervisning, men heller velger å gjennomføre et undervisningsopplegg som krever mindre planlegging. Blomhøj (2016, s. 153) påpeker at utforskende matematikkundervisning brukes mer som et unntak i undervisningen fremfor at det blir brukt som normalen. Per legger også til at det mer tidkrevende å finne gode utforskende oppgaver på 1. trinn sammenlignet med mellomtrinnet, så han er alltid på jakt etter oppgaver som passer til 1. trinn. Dette kan tyde på at planlegging av utforskende undervisning krever mer av læreren på 1. trinn, i forhold til på mellomtrinnet. Dette er på bakgrunn av at mange av

oppgavene i utgangspunktet ikke er tilpasset 1. trinn, noe som gjør at det krever tilpasninger i større grad.

De utforskende undervisningsøktene fikk en naturlig tredelt struktur som Blomhøj (2016, s. 156) beskriver som iscenesettelse, elevenes undersøkende arbeid og felles refleksjon og faglig læring. Iscenesettelsen handler om at elevene skal få en introduksjon av problemet eller utfordringen. Elevene må forså utfordringen og etablere et felles språk om utfordringen (Blomhøj, 2016, s. 156). For Per er en viktig del av iscenesettelsen å engasjere elevene for utforskning. Dette ble gjort gjennom valg av oppgave og at hver iscenesettelse hadde en story med Maskorama figurer, i tillegg til å bygge på elevenes tidligere erfaringer.

Ifølge Skånstrøm og Blomhøj (2016, s. 89) er det læreren som setter scenen for den utforskende undervisningen og dette skjer blant annet gjennom å sammenkoble elevenes erfaringer. Det samsvarer også med Dewey som ser på læring som en adaptiv prosess der blant annet erfaring bidrar til å skape sammenhenger mellom opplevelser og ideer, gjennom en kontrollert og reflekterende prosess (Dewey, 1938). Maskorama som tema fungerte overraskende bra, noe som Per også presiserer under intervjuet. Vi opplevde likevel at engasjementet fra den første undervisningsøkten til den siste undervisningsøkten var dalende. Responsen da Maskoramafigurene ble presentert endret seg fra første til siste undervisningsøkt. Det kan være flere faktorer som påvirket engasjementet da iscenesettelsene var ulike, men elevene ble tydelig mer vant til at Maskoramafigurene ble introdusert. I tillegg var iscenesettelsen på hilseoppgaven og trehjulssykeloppgaven preget av flere visuelle elementer med bursdagshatter og læreren som kom syklende inn på en trehjulssykel. De visuelle elementene kan ha gjort oppgavene mer konkret for elevene, noe som kan ha gjort det lettere å skjønne i tillegg til at elementene kan ha ført til et økt engasjement. I iscenesettelsen av svaret er 8-oppgaven ble regnefortellinger på ark vist til klassen. Iscenesettelsen var ikke like visuell som hilseoppgaven og trehjulssykeloppgaven. Det kan tenkes at de visuelle momentene Per la til i iscenesettelsen bidro til engasjement gjennom at det bygde på erfaringene til elevene og det ble mer tilgjengelig for at elevene kunne skape sammenhenger mellom opplevelser og ideer. Dette samsvarer med Dewey (1938) som ser på læring som en adaptiv prosess der erfaringer bidrar til å skape sammenhenger mellom opplevelser og ideer.

I arbeidsfasen er Per tydelig på at hans oppgave som lærer er å lytte til det elevene sier for å skjønne hva de har tenkt og ikke hjelpe elevene for mye. Ut fra våre observasjoner tolker vi at det Per legger i å ikke hjelpe elevene for mye, er å gi spørsmål og hint som kan hjelpe de

videre uten at han gir elevene svaret. Maaß og Reitz-Koncebovski (2013, s. 10) beskriver hvordan læreren og elevene må vende seg til nye måter å undervise og lære på. Lærerrollen innebærer å fremme og koble elevenes resonnement. Lærerens rolle går også ut på å stille spørsmål som kan hjelpe elevene i deres tenking, fremfor å fortelle hva elevene skal gjøre og hvordan. Når læreren stiller spørsmål, må elevene forklare og resonnerer tankene sine (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 7). Dette samsvarer med det Per beskriver som sin rolle og observasjoner vi har gjort av han i arbeidsfasen. Skånstrøm og Blomhøj (2016, s. 89) beskriver også hvordan læreren sin oppgave i utforskende undervisning er å sette scenen, skape rom for dialogisk samspill i klassen og stille åpne og nysgjerrige spørsmål. Artigue og Maaß (2013, s. 279) definerer hvordan utforskende undervisning blant annet handler om å lære seg å spørre. Dette innebærer at både læreren og elevene stiller spørsmål til arbeidet.

Per så et behov for at han måtte gå innom gruppene for å få elevene til å forklare hva de hadde tenkt og gjort. Per kom med flere autonomistøttende utsagn som ga informasjon som utfordrer fremfor å fortelle elevene hva de skulle gjøre i arbeidet med oppgaven. Dette gjorde han i form av å stille konstruktive spørsmål, gi hint, spørsmål om hva elevene tenkte, og oppmuntring til å tro på å mestre. Dette bidro til større grad av refleksjon blant elevene. Refleksjon vil gi språklige erfaringer som vil kunne bidra til å styrke språkkompetansen og endre språkadferden til elevene (Selås, 2017, s. 184). Elevene stilte ikke spørsmål rundt hverandres tanker eller løsninger, gjennom at Per spurte elevene la han til rette for at de fikk bruke språket sitt og få erfaring med språk. I tillegg fikk han innsikt i elevenes tanker. Det kan tenkes at elevene ikke stiller spørsmål til hverandres tanker og løsninger, fordi de ikke er vant til å jobbe på denne måten. Da vi gjennomførte observasjonene hadde elevene gått på skolen i knapt tre måneder, som er en viktig faktor som underbygger det. Per utfordrer likevel elevene med å stille spørsmål til deres tanker og arbeid. Vi har en tanke om at nysgjerrigheten og spørsmålene Per stiller til elevenes arbeid kan smitte over på elevene. Elevene må lære seg å være nysgjerrige og stille spørsmål til hverandres arbeid i utforskende undervisning. At Per stiller de fleste spørsmålene, kan være veien mot en utforskende undervisning gjennom at elevene blir vant til å forklare til hverandre hva de har tenkt og gjort.

Blomhøj (2016, s. 157) beskriver en rekke læreraktiviteter som kan ses på som karakteristiske for utforskende matematikkundervisning. Tabell 1 illustrerer læreraktivitetene. Flere av de karakteristiske læreraktivitetene kan trekkes til det Per gjorde og sa underveis i de utforskende undervisningsøktene. Under undervisningsøktene til Per tolket vi at han brukte 11 av de 14 karakteristiske læreraktivitetene. Blant annet så oppmuntret Per til spørsmål og refleksjon

gjennom å stille spørsmål som får elevene til å reflektere over og stille spørsmål til eget arbeid: «*hvordan tenkte du da du fant ut at det var fem sykler*». Når flere av de karakteristiske læreraktivitetene forekommer sammen kan det bidra til å karakterisere undervisningen som utforskende (Blomhøj, 2016, s. 157). De karakteristiske aktivitetene vil forekomme i andre undervisningsformer enn bare utforskende undervisning. Vi kan på bakgrunn av dette påstå at Per har gjort undervisningsøktene mer utforskende gjennom at han har tatt i bruk flere karakteristiske læreraktiviteter.

Per brukte tid til å gå innom alle gruppene underveis i arbeidsfasen. I etterkant noterte han ned på et ark hvilken metode hver av elevgruppene hadde brukt. Han fortalte at han så for seg en rekkefølge han ville elevene skulle presentere sin metode i den matematiske samtalen i etterkant av arbeidsfasen. Han spurte også elevene om han kunne trekke de frem i samtalen. Dette kan ses i sammenheng med at han planlegger og forbereder seg på den matematiske samtalen som ble gjennomført i den siste fasen: felles refleksjon. Forberedelsen Per gjør kan ses i sammenheng med det Smith og Stein (2018, s. 6) beskriver som fem praksiser. Forberedelser til samtalen kan gjøre at den i større grad preges av muntlig kommunikasjon som skaper læring (Smith & Stein, 2018, s. 9). Først og fremst *forutser* Per løsninger som elevene kan komme frem til i forkant av undervisningen. Disse skrev han det på et ark som han hadde med seg inn i undervisningsøkten. Han hadde også forberedt spørsmål og hint han ville gi for å hjelpe elevene videre i oppgaven. Underveis da elevene jobbet gikk han rundt og *observerer* elevenes matematiske tenkning og løsningsstrategier. Per er under hele arbeidsfasen opptatt med å følge med på hva alle gruppene gjør. Han stoppet opp hos gruppene for å hjelpe de videre og satt seg inn i gruppens løsningsmetode. Videre skrev Per som nevnt ned løsningsstrategiene til elevene underveis på et ark. I denne fasen *valgte han ut og bestemte rekkefølgen*. Den siste praksisen handler om å *se sammenhenger* mellom de ulike strategiene og knytte det til sentrale matematiske ideer (Smith & Stein, 2018, s. 14).

Smith og Stein (2018, s. 14) legger til at den siste praksisen handler om å knytte strategiene til sentrale matematiske ideer. Denne delen ble ikke gjennomført i de matematiske samtalene. Fokuset i samtalene ble å presentere strategier. Dette begrunner Per med at han har erfart at det er vanskelig å komme frem til et bevis i samtalene på 1. trinn. I stedet har han valgt å fokusere på metodene elevene har brukt for å påpeke og vise at oppgaver kan løses på flere forskjellige måter. Per har en tanke om at en matematisk samtale handler mye om å finne ut noe sammen med elevene. Han ville i utgangspunktet stille spørsmål som «*er det alltid sånn?*» for å kunne utforske videre sammen med elevene og komme frem til et eventuelt

bevis. Elevene har som sagt bare gått på skolen knapt tre måneder da observasjonene ble gjennomført, og de har ikke gjennomført mange matematiske samtaler i forkant. At Per velger å fokusere på å dele strategier i samtalen fremfor å komme frem til et bevis eller knytte strategiene til matematiske ideer tolker vi som en form for tilretteleggelse. Målet med samtalen var ikke å finne et bevis eller knytte strategiene til matematiske ideer. Ifølge Johnsen-Høines og Herheim (2016, s. 9) vil perspektivet på læring og kunnskap læreren har påvirke hvordan læreren leder samtalen. Det kan være en start mot at de senere kan knytte strategier til matematiske ideer.

Samtalen Per ledet kan sammenlignes med det Kazemi og Hintz (2019, s. 29) beskriver som åpen strategideling. Bakgrunnen for at han velger å bruke åpen strategideling kan ses i sammenheng med at samtaletypen gir mulighet for å utvikle reglene man trenger for å etablere et miljø for en produktiv matematisk samtale (Kazemi & Hintz, 2019, s. 29). Samtaletypen egner seg for å modellere hvordan elevene burde prate og lytte til hverandre. Per inviterer elevene til å delta og dele sine tanker og resonnering rundt egen strategi i samtalen, i tråd med slik Kazemi og Hintz (2019, s. 30) anbefaler at læreren gjør i matematiske samtaler. Målet med åpen strategideling er å fremheve at det finnes et bredt spekter med metoder å løse samme oppgave på, i tillegg til å bygge på repertoaret av strategier til elevene. I forkant av hver matematisk samtale begynte Per med å fortelle til elevene at han er mest opptatt av metodene elevene har brukt, og ikke så opptatt av svarene. I løpet av samtalen blir det også nevnt av Per at det er spennende at det er så mye forskjellige strategier. Åpen strategideling kan bidra til å etablere normer i et klasserom for å kunne gjennomføre matematiske samtaler. Samtaletypen kan sies å være tilpasset 1. trinn som er helt i startfasen av deres skolegang og det er mye de skal lære seg. Når elevene har lært seg å samtale om oppgaver kan læreren gå over til å styre en målrettet samtale.

På bakgrunn av at fokuset i den matematiske samtalen er å dele strategier, preges samtalen noe av *show-and-tell* som Smith og Stein (2018, s. 3) beskriver. Elevene deler strategier og løsninger, men de blir i liten grad bygd videre på eller vurdert opp mot hverandre. Ifølge Smith og Stein (2018, s. 3) burde samtalen i etterkant av en matematisk samtale ha en balanse mellom elevforklaringer og lærerens kontroll. Likevel forsøkte Per å la noen av elevenes utsagn bygge på hverandre, med å si at *«denne gruppen løste oppgaven på en annerledes måte, kan dere komme opp å fortelle»*. Derfor kan man på den ene siden si at deler av den matematiske samtalen bryter noe med hvordan litteraturen fremstiller at en matematisk

samtale skal være, men det er viktig å huske på at dette er 1. trinn og de trenger opplæring og drahjelp for å komme inn i det og bli vant til å delta i matematiske samtaler.

*Show-and-tell* blir av Smith og Stein (2018, s. 3) beskrevet som en negativ ting i samtalen fordi elevene sine strategier og løsninger blir presentert, men ikke bygd videre på eller vurdert opp mot hverandre. Vi opplever at samtalen blir styrt på nivået der elevene er nå, som er å kunne dele sine strategier for resten av klassen. På bakgrunn av dette opplever vi ikke *Show-and-tell* som noe som ødelegger samtalen på noen måte, fordi intensjonen til Per er at elevene vil bygge på strategier og vurdere de opp mot hverandre når elevene er vant til å samtale om strategier. Dette beskriver Per også i intervjuet med at han vanligvis ville stilt spørsmål som «er det alltid sånn?» som kan ses i sammenheng med målrettet samtale og bygge videre på eller vurdere strategier opp mot hverandre.

Per er bevisst på samtaletrekkene han kan bruke i den matematiske samtalen, og han beskriver at det ligger naturlig for han å bruke dem når det passer seg ettersom at han er kjent med dem. Per benytter seg av noen av samtaletrekkene som Chapin et al (2009, s. 12) beskriver.

Samtaletrekkene han tar i bruk er gjenta, tilføy og tenketid. Samtaletrekkene er brukt for å skape mer muntlig aktivitet i den matematiske samtalen. *Gjenta* er det samtaletrekket Per tar i bruk mest. Da elevene hadde fortalt sin løsningsmetode gjentok han deler av eller hele utsagnene til elevene. Han bruker det for å oppklare og tydeliggjøre elevenes resonnement for flere elever. Per bruker også *tilføy* og *tenketid*. *Tilføy* bruker han i forsøk på å prøve å få flere elever til å bidra i samtalen gjennom å spørre om noen ønsker å tilføy noe. *Tenketid* får elevene hver gang Per stiller et spørsmål gjennom at han gir elevene mulighet til å tenke seg om før han gir noen ordet. De tre av fem samtaletrekkene bærer preg av at det er Per som styrer samtalen. Det er Per som gjentar, spør om noen har noe å tilføy og gir elevene tenketid. Dette kan ses i sammenheng med det Per sier i intervjuet om at samtalen på 1. trinn ikke blir helt den samme som teorien fremstiller, og at det er mer fokus på metodene elevene har brukt for å vise og påpeke at oppgaver kan løses på mange forskjellige måter.

Den matematiske samtalen Per styrte bar preg av at den er lærerstyrt. Dette sier Per også i intervjuet, som han begrunner med at samtalen må være effektiv på 1. trinn for å klare å holde engasjementet oppe. Kommunikasjonsmønsteret i de matematiske samtalene kan argumenteres for at er en blanding mellom medvirkende og refleksiv kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126). Medvirkende kommunikasjon kjennetegnes ved at elevene får dele sine tanker og strategier, men læreren vurderer og korrigerer likevel elevens

innspill (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 127). Når kommunikasjonsmønsteret preges av refleksiv kommunikasjon, er dette opp ett nivå fra medvirkende kommunikasjon, for da utnytter læreren seg av elevenes innspill og kommer ikke med korrigeringer. I de matematiske samtaler Per gjennomfører styrer han mye av samtalen, men vi kan likevel ikke si at han korrigerer eller vurderer elevenes svar. Han påpeker alltid hvordan elevene har tenkt for å komme frem til et svar. Slik som under hilseoppgaven, da det en gruppe som hadde brukt en spennende metode for å komme fram til antall hils, men manglet likevel ett hils. Dette korrigerer ikke Per, men noen av de andre elevene oppdaget at det var ett hils for lite. Da fikk Per elevene til å reflektere videre på hvordan vi skal klare å finne ut av hvem som mangler å hilse på hverandre og hvordan man kunne lage en systematikk i bokstavrepresentasjonen.

Refleksiv og rik kommunikasjon innebærer at læreren diskuterer, utfordrer og reflekterer over innspill elevene kommer med og det vil kunne føre til en større matematisk forståelse. For å få til dette krever det at elevene er aktive og utforskende og læreren utfordrer dem mer enn dem forklarer og definerer (Drageset, 2016, s. 171). At Per fører samtaler som er mellom medvirkende og refleksiv kommunikasjon er han selv bevisst på, og begrunner det med at det er tilpasset nivået elevene er nå, da de ikke har gjennomført mange matematiske samtaler. Han viser en bevissthet rundt at det finnes andre typer samtalemønstre som kan gi elevene bedre læringsmuligheter, men gir inntrykk av at det er over nivået elevene er på nå. Det kan tyde på at medvirkende og refleksiv kommunikasjon kan være veien mot rik kommunikasjon. På bakgrunn av dette er det nødvendigvis ikke samtaler av lavere kvalitet da den matematiske samtalen har en nytteverdi for nivået elevene er på nå. Elevene er i en fase hvor de skal etablere en arbeidsmetode som er delvis ny for dem. Dette krever at elevene blir vant til å jobbe på denne måten gjennom at de selv er aktive. Elevene sliter med å være utholdende og interesserer seg for de andre elevenes sine metode som gjør at Per må ta styringen i samtalen for å gjenta elevenes metoder og effektivisere samtalen. Dette kan fungere som en start til mer åpne samtaler.

### **5.3 Elevenes respons på oppgavene**

I denne delen skal vi trekke frem hvordan elevene responderte på de ulike oppgavene vi gjennomførte under datainnsamlingen. Dette vil vi gjøre gjennom å se nærmere på kodene som vi utarbeidet i analysearbeidet: representasjoner, løsninger og strategier, samarbeid og behov for veiledning og støtte. Det vi ønsket å finne ut av er om elevene så tidlig som i 1. klasse klarer å være utforskende i møte med utforskende oppgaver, og hvordan de responderer



i møte med oppgavene. Vi opplevde at elevene responderte ulikt på de forskjellige oppgavetyper. Vi hadde på forhånd sett for oss at de rike oppgavene ville oppleves som mer utfordrende enn de åpne oppgavene.

### **5.3.1 Representasjoner**

I de ulike oppgavene hadde elevene ulike typer representasjoner tilgjengelige. Før hver oppgave fikk elevene beskjed om at på det ene bordet i klasserommet lå det forskjellige representasjoner de kunne bruke da de arbeidet med oppgaven, og at de kunne gå og velge ut hva de ville bruke. Felles for alle oppgavene var at det lå fremme ulike typer tellebrikker, ark og blyant. I noen av oppgavene var representasjonene mer konkrete og visuelle enn andre. Under hilseoppgaven hadde elevene bilder av de ulike figurene og under trehjulssykeloppgaven hadde de bilder av trehjulssykler tilgjengelig. Mange av elevene valgte å bruke bildene da de skulle løse oppgavene, men de fleste gruppene valgte i tillegg å bruke tellebrikker, ark og blyant for å kunne holde oversikt. Under arbeidet med disse to oppgavene ble det klart for oss at å bruke bilder av gjenstander ikke nødvendigvis er visuelt nok for alle elevene. Noen ville hatt bedre utnytte av fysiske konkreter, som for eksempel små trehjulssykler som elevene fysisk kunne ha telt alle tre hjulene på. Dette ble veldig synlig da en gruppe valgte å tegne hjul på ark. Først tegnet de tre hjul, og disse hjulene var tegnet med alle detaljer som et sykkelhjul har, for så å tegne en runding rundt dette.

I godterioppgaven derimot, fikk elevene tilgang på fysiske godteribiter som de kunne bruke da de skulle fordele bitene likt. Konkretene i denne sammenhengen har vært visuelle da det ble veldig tydelig for elevene hva som skulle deles. På den andre siden har ikke godteribiten nødvendigvis noen flere egenskaper enn det en tellebrikke ville hatt i denne sammenhengen utenom at det ble tydelig for elevene hva det er som skal deles. I tillegg opplevde vi det som et uromoment med godteri på bordet da elevene skulle jobbe.

Under tallet er 8-oppgaven var det mer åpent hvilke representasjoner elevene kom til å få bruk for i løpet av oppgaven, ettersom de skulle lage sin egen regnefortelling. De aller fleste elevene valgte å kun ta i bruk ark og blyant for å skrive ned regnefortellingen sin på, vi observerte kun en gruppe som brukte tellebrikker for å lage regnefortellinger.

### 5.3.2 Løsninger og strategier

I de ulike oppgavene brukte elevene ulike strategier for å finne en løsning, og i oppgavene hvor det var rom for flere løsninger kom elevene også med varierte svar. Under intervjuet påpekte Per var overrasket over responsen på hilseoppgaven og svaret er 8-oppgaven. Bakgrunnen for dette var at han trodde hilseoppgaven i utgangspunktet var for vanskelig for elevene og at flere ville slite med den. Svaret er 8-oppgaven hadde Per høyere forventninger til at elevene skulle klare, men den viste seg å være vanskeligere enn først antatt.

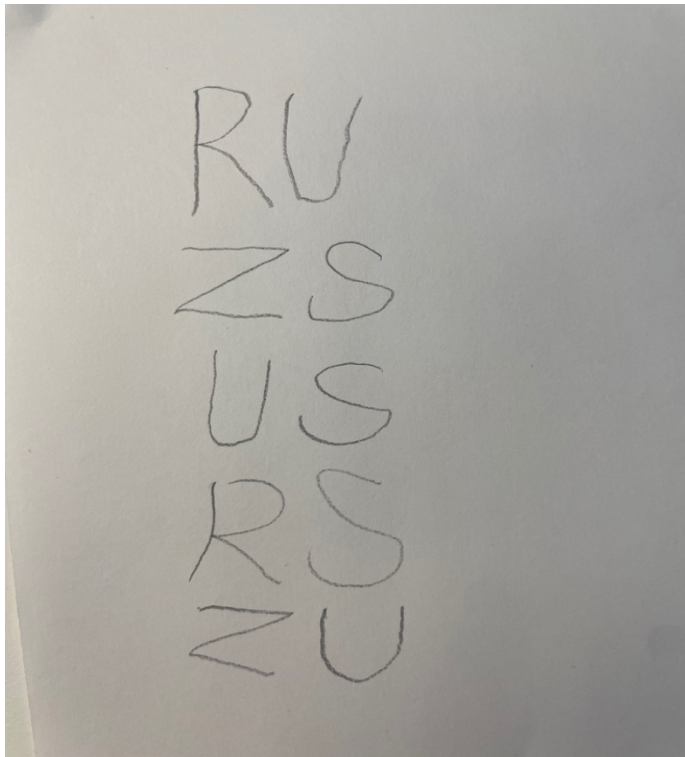
*Per: Jeg var overrasket over at elevene tok hilseoppgaven så bra. Jeg så for meg at det var en vanskelig oppgave som det også var, men elevene var utholdende. Det overrasket meg at de fleste gruppene løste den.*

*Per: Noe annet som overrasket meg var at svaret er 8-oppgaven var så utfordrende for enkelte. Jeg hadde på forhånd en tanke om at dette ville være en oppgave som elevene hadde en forutsetning for å løse. Jeg lurer på om oppgaven var for åpen?*

Under hilseoppgaven brukte elevene flere ulike strategier for å strukturere hvilke figurer som hadde hilst på hverandre. Den strategien de aller fleste gruppene brukte var å bruke bildene av maskoramafigurer som hilste på hverandre mens de noterte ned antall hiltsninger. Innenfor denne strategien fantes det flere varianter. En gruppe la frem alle fire gjestene, og lot en av gjestene hilse på de resterende tre gjestene og noterte ned 3 hils før de la denne gjesten vekk. Så hilste neste gjest på de resterende før den ble lagt vekk, og de noterte ned + 2 hils. De gjorde de det samme med den neste og noterte ned + 1 hils, til slutt adderte de sammen antall hils og fikk 6 totalt. En annen gruppe la frem en gjest og noterte ned 0 hils, la frem en gjest til, og noterte ned + 1 hils og la frem enda en til gjest og noterte ned + 2 hils. Dette gjorde de frem til de hadde lagt frem alle fire gjestene. Her kunne også en av elevene fortelle at denne metoden kunne man bruke om man fikk flere gjester også.

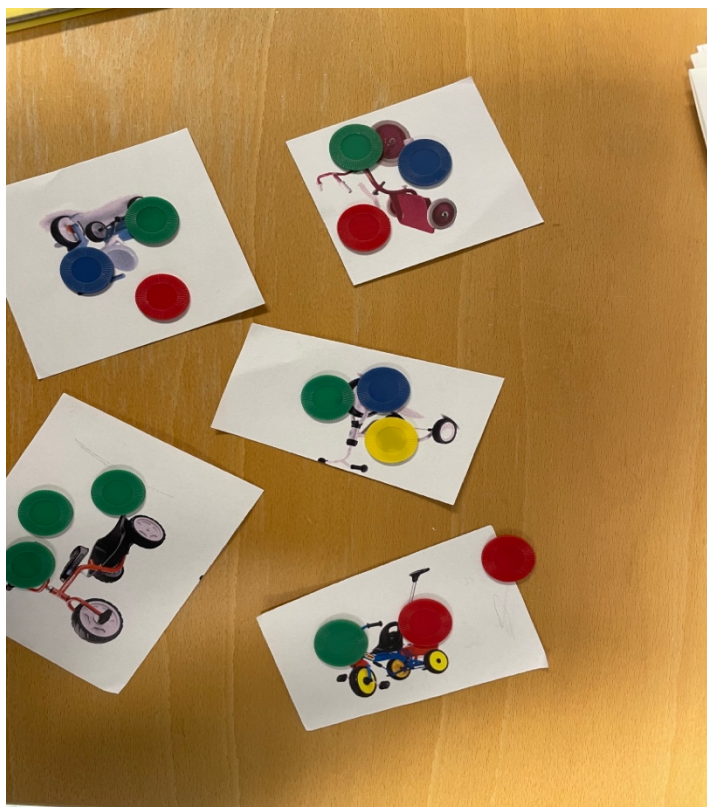
Det var også en til gruppe som begynte med denne strategien, men de hadde problemer med å klare å holde oversikt over hvilke figurer som hadde hilst og ikke. En elev på gruppa foreslo da å skrive ned forbokstaven til hver av figurene som hadde hilst på hverandre. Da Rabagasten og Ulven hadde hilst på hverandre skrev de ned RU, se figur 3. Som figuren viser hadde de kun skrevet ned fem av seks muligheter. I samtalen fikk denne gruppen presentere strategien sin for de andre. Per etterspurte til slutt hvor mange hils de hadde fått. Flere på gruppa så da at de manglet en kombinasjon som var Zombien og Rabagasten. Dette beviser at

å bruke bokstaver for å representere karakterene hjalp de å få oversikt over hvem som hadde hilst med hvem, og hvem som ikke hadde hilst.



*Figur 3 - antall hils*

Trehjulssykkeloppgaven har likhetstrekk med hilse-oppgaven. Begge oppgavene har en løsning, men det finnes flere ulike metoder for å komme frem til løsningen. Også i denne oppgaven brukte elevene flere ulike metoder for å komme frem til svaret. De aller fleste gruppene brukte ark og blyant for å holde oversikt. De noterte ned ulike varianter med grupperinger som inneholdt tre objekter i hver gruppe. Noen noterte ned tre tellestreker, andre tegnet tre hjul og tegnet en sirkel rundt dette for å representere en sykkel. Noen grupper brukte også bildene av trehjulssyklene, men brukte de på ulike måter. Noen grupper telte hjulene på bildene helt til de var kommet frem til 15, og så da hvor mange bilder de hadde brukt til å telle. Noen andre grupper la frem bilder, og la ned tre tellebrikker over hver sykkel helt til de hadde telt 15 tellebrikker og kunne telle hvor mange sykler det var da, se figur 4. I tillegg til flere ulike metoder på disse to oppgavene, så har de også til felles at alle elevene fant en metode og en løsning, selv om det ikke var «det rette» svaret.



Figur 4 - trehjulssykler

Svaret er 8- og godterioppgaven har likhetstrekk med at de var åpne og dermed gir mulighet for flere løsninger. Svaret er 8-oppgaven resulterte i flere ulike regnefortellinger. De fleste elevene lagde fortellinger som hadde enkle kombinasjoner av addisjon som var lik 8. Noen få grupper brukte subtraksjon, mens en gruppe skilte seg ut med å bruke halvering. De begynte med 32 elever som var i barnehagen, så ble halvparten hentet og da var det 16 barn igjen. Så ble halvparten av det hentet igjen, så da var det 8 barn igjen.

Godterioppgaven ble gjennomført med tre elever og oss som forskere, så elevene hadde mulighet til tett oppfølging mens de jobbet sammen om oppgaven. Det at vi satt sammen med elevene mens de jobbet, kan ha ført til at det ble enda enklere for dem å henvende seg til oss med sine resonnement fremfor medelevene. Oppgaven ble som nevnt gjennomført i to runder med ulike elever, og begge gangene startet vi med en oppsummerende fase og pratet om de andre oppgavene de hadde løst. Det vi la spesielt merke til var at alle elevene husker og kan gjenfortelle metoden de brukte, selv om de nødvendigvis ikke var den på gruppa som ledet resten av gruppa inn på metoden de brukte. Et eksempel på dette er da elevene oppsummerte hilseoppgaven. Vi spurte elevene om de husket den første oppgaven vi jobbet med mens vi var der og da svarte elevene kjapt at det var den oppgaven som handlet om å hilse på hverandre og de kunne fortelle navnene på de figurene som skulle hilse. Elevene

forteller også at de husker hvilken metode de hadde brukt for å finne ut av hvor mange hilsninger det ble til sammen. Vi gikk en runde rundt slik at alle tre elevene får forklart hvordan de hadde tenkt. En av elevene var med på gruppa som under hilse-oppgaven hadde brukt symboler for å holde oversikt over hvem som hadde hilst. Eleven kunne gjenfortelle og vise til oss hvordan man brukte denne metoden, til tross for at det var gått to uker siden de hadde jobbet med denne oppgaven.

Da elevene begynte med godterioppgaven var det på begge gruppene en elev som hadde et umiddelbart svar på oppgaven. Etter at elevene kom med et svar så vi en tendens til at medelevene slo seg til ro med svaret og at gruppen søkte en bekreftelse fra oss. Vår oppgave ble å få elevene til å reflektere videre på om det finnes flere løsninger og få de til å bevise hvorfor deres svar kan deles på to. Målet med oppgaven var at elevene skulle oppdage et mønster i hvilke tall som kan deles likt på to. Under er et utdrag fra en del av samtalen med den ene gruppen.

*Student: Så vi lurer på hvilke antall som kan deles likt. Jeg hørte du sa 10 elev 1.*

*Elev 1: Ja, det blir 5 og 5*

*Student: Så da vet vi at det kan deles likt. Er det flere antall som kan deles likt?*

*Elev 1: 20, 100*

*Student: Hvordan blir det om de deles likt?*

*Elev 1: 20 kan deles i 10 og 100 kan deles i 50*

*Student: Kan man finne et system på hvilke tall som kan deles likt?*

*\*studenten ser på flere av elevene for å få respons, elevene blir stille\**

*Student: Elev 1 sa at 10, 20 og 100 kan deles likt, men er det mer?*

*Elev 1: 1000*

I denne samtalen ser man at det kun er en elev som svarer på spørsmålene som vi stiller i samtalen, til tross for at det ble stilt åpne spørsmål. Det blir også tydelig at elevene er avhengige av at læreren stiller flere spørsmål for å reflektere videre på om det finnes flere løsninger.

### 5.3.3 Samarbeid

Under de ulike oppgavene var samarbeidet til elevene ulikt. Da vi analyserte elevenes samarbeid i de ulike oppgavene, valgte vi ut noen grupper hver for å få en dypere innsikt i disse gruppene i stedet for å se på alle gruppene. Under hilseoppgaven og trehjulssykkeloppgaven observerte vi at samarbeidet fungerte gjennomgående bra i de ulike gruppene. Årsaken til dette kan være fordi alle gruppene kom i gang med oppgaven da de satt seg ned sammen, ettersom det var minst en elev på alle gruppene som hadde en ide om hvordan de kunne komme i gang med oppgaven. På en av disse gruppene hadde en elev et forslag på hvordan de kunne telle hvor mange hilsninger det ble og visste det frem til medelevene med å bruke tellebrikker. Resten av gruppa skjønnte ikke hva hen mente, og da tilpasset eleven seg med å forklare på en my måte og brukte i tillegg bildene av de ulike figurene for å vise. Da forsto resten av gruppa hva eleven mente, og deltok i å notere ned hilsningene for å få rett antall.

En annen gruppe startet også med å bruke en metode, men slet med å holde oversikt over metoden de brukte. En elev foreslo å prøve på en ny måte, og sammen fant de frem til en ny metode de kunne bruke som gjorde at de klarte å holde oversikt over hvor mange hilsninger det ble. På en annen gruppe derimot foreslo en elev hvor mange sykler hen trudde det var i parken, da responderte resten av gruppa med å si «*okei, skriv det ned*». Gruppa klarte ikke å prate sammen om hvordan strategi de kunne bruke for å løse oppgaven. Dette viser at samarbeidet på alle gruppene ikke fungerte i disse oppgavene. Bakgrunnen for dette kan være at elevene fokuserte på å finne svaret på oppgaven, fremfor å fokusere på at gruppa sammen skal komme frem til en strategi som skal hjelpe de å finne svaret.

Da elevene jobbet med godterioppgaven var det tre elever som satt på grupperom med oss to studenter. Dette kan ha påvirket elevene og hvordan de samarbeidet, ettersom det kan ha vært enklere for dem å henvende seg til oss i stedet for å diskutere med hverandre. Likevel forsøkte vi å stille spørsmål som skulle få elevene til å prate sammen da de jobbet med oppgaven, i stedet for å stille spørsmålene direkte til oss. Dette fungerte ikke i den graden vi ønsket, og elevene fortsatte likevel å henvende seg mest til oss i denne oppgaven.

I det oppgavebaserte intervjuet så valgte vi å starte med å snakke med elevene om deres strategier under hilseoppgaven og trehjulssykkeloppgaven, for å se hva de satt igjen med etter de øktene og husket. Under den samtalen var elevene selvstendige og var interessert og stilte spørsmål til hverandre mens elevene viste frem hvordan de hadde tenkt og gjort. Alle elevene

kunne vise frem og fortelle strategien deres gruppe hadde brukt for å løse oppgavene. Elevene viste engasjement gjennom å stille spørsmål og kommentere da de andre fortalte strategien de hadde brukt, og alle elevene viste interesse for å fortelle strategien de selv hadde brukt.

Under svaret er 8-oppgaven opplevdes samarbeidet som utfordrende i de aller fleste gruppene, som kan ha sammenheng med at elevene hadde et større behov for veiledning fra læreren under arbeidet med oppgaven. Da elevene satt seg sammen i gruppene for å begynne med regnefortellingene, satt de aller fleste elevene og skrev ned på sitt eget ark uten å prate med resten av gruppa. Lærerne gikk rundt og forsøkte å få elevene til å samarbeide med å gi de hint eller veiledning på hva de kunne lage en regnefortelling om, for å engasjere elevene til å lage en felles regnefortelling. Dette gikk i noen av gruppene etter mye veiledning fra lærerne, men i noen av gruppene fungerte det likevel ikke. Et eksempel på dette er en gruppe som etter lærerveiledning ikke begynte å snakke sammen for å lage en regnefortelling. En av elevene satt å skrev ned for seg selv en regnefortelling hen hadde tenkt ut, men ville ikke fortelle eller inkludere de andre elevene på gruppa i denne regnefortellingen. Den andre eleven satt å lekte med noen av konkretene, mens den tredje forsøkte å spørre de andre elevene om oppgaven, men fikk lite respons tilbake. Hvordan elevene samarbeidet i gruppene under de ulike oppgavene, kan ses i sammenheng med hvordan deres behov for veiledning og støtte var fra læreren.

#### **5.3.4 Behov for veiledning og støtte**

Under de utforskende undervisningsøktene var behovet for veiledning og støtte ulikt. Per forteller i intervjuet at han opplevde en forskjell på sin oppgave for å hjelpe elevene videre på spesielt hils oppgaven og svaret er 8-oppgaven.

*Per: Jeg var overrasket over at så mange fikk til hils oppgaven og jeg opplevde at samarbeidet mellom gruppene fungerte bra. Min oppgave denne økten ble å gå rundt å få elevene til å fortelle hva de tenkte og få de til å resonnerer over det de har gjort.*

*Per: Underveis da elevene arbeidet med svaret er 8-oppgaven måtte jeg gå mye rundt for å hjelpe elevene videre med oppgaven. Dette måtte jeg gjøre gjennom å gi hint til elevene. I tillegg slet elevene innad i gruppene med å samarbeide. Noen var så opphengt i sin egen regnefortelling at de ikke samarbeidet med resten.*

I observasjonen av de utforskende undervisningsøktene og i det oppgavebaserte intervjuet opplevde vi også at behovet for hjelp og veiledning var ulikt avhengig av oppgavene elevene arbeidet med. Som Per påpeker i intervjuet var det hilseoppgaven og svaret et 8-oppgaven som stod mest i kontrast til hverandre. Slik Per beskriver sin oppgave på hilseoppgaven var det å få elevene til å fortelle og beskrive hva de hadde tenkt og få de til å resonnerer over det de hadde gjort. Et eksempel på dette er:

*Per: Hvordan har dere tenkt på denne oppgaven?*

*Elev 1: Vi har brukt bildene til å telle hvor mange ganger de har hilst*

*Per: Hva kom dere frem til?*

*Elev 2: Vi har prøvd flere ganger, men vi kom frem til 5....nei 7 hils?*

*Elev 1: Eller 6?*

*Per: Kan dere finne en måte å få kontroll på antall hils?*

Etter denne samtalen lot Per elevene prøve seg videre for å finne en strategi for å strukturere antall hils som de telte. Slik opplevde vi at flere av samtalen med elevene var denne økten.

Svaret er 8-oppgaven opplevdes som litt mer kaotisk på bakgrunn av at elevene søkte etter læreren for hjelp til tross for grundige instruksjoner og eksempler i iscenesettelsen. Vi var fem voksne i klasserommet som gikk aktivt rundt for å hjelpe elevene videre. I tillegg slet elevene med samarbeidet innad i gruppene slik Per beskriver. Et eksempel på dette fra arbeidsfasen:

*Elev 1: Hva kan jeg skrive om?*

*Per: Har dere pratet på gruppen om hva dere kan lage en regnefortelling om der svaret blir 8?*

*Elev 1: Men jeg vet ikke*

*Per: Hva tenker dere andre?*

*Elev 2: Jeg prøver å skrive om biler, men vet ikke hvilke tall jeg kan bruke?*

*Per: Kan dere sammen prøve å lage en regnefortelling om biler?*

*Elev 2: Kan jeg bruke 4 og 4?*

Per prøvde i samtalen å få elevene til å samtale med hverandre for å kunne lage en regnefortelling. Elevene fokuserte på å stille Per spørsmål rettet til sin individuelle regnefortelling. Noen grupper klarte å samarbeide om å lage en regnefortelling etter



veiledning fra læreren, men som vist i samtalen ovenfor gikk det ikke med alle gruppene. Det vises også i samtalen at eleven velger regnestykket  $4 + 4$  til å lage regnefortellingen. Dette er på flere måter det enkleste eller vanligste regnestykket elevene kan komme på da tallet skal være lik 8, ettersom det er et partall og da er det ofte enklest å addere halvparten pluss halvparten

Trehjulssykeloppgaven har likhetstrekk med hilseoppgaven i form av hvilken veiledning elevene trengte under arbeidsfasen. Elevene var i litt større grad avhengig av hjelp fra læreren, men var likevel nokså selvstendig i arbeidet. Elevene kom generelt godt i gang med oppgaven, men noen trengte støtte for å komme seg videre. I flere situasjoner holdt det at Per fikk elevene til å prate sammen om hva de tenkte. Et eksempel på dette så da Per observerte en gruppe elever skrive for seg selv:

*Per: Jeg ser dere har begynt å tegne litt sykler og hjul. Hva har dere tegnet?*

*Elev 1: Jeg prøver å tegne ned et par sykler*

*Per: Elev 2, du har også tegnet ned hjul. Kan du prøve å fortelle hva du har tenkt?*

*Elev 2: Jeg har tegnet ned alle hjulene som rabagasten ser i parken også satt jeg en ring rundt tre hjul*

*Elev 1: Så da er en sykkel på en måte tre hjul?*

I dette utdraget kommer det frem at da Per får elevene til å forklare for hverandre hva de har tenkt og gjort, fører til at elevene forstår hva hverandre har gjort. Det blir tydelig at elev 1 ble interessert i å høre hva elev 2 har gjort, og at dette kan føre til at de kan samarbeide videre for å regne ut antall hjul.

Godterioppgaven som ble gjennomført gjennom oppgavebasert gruppeintervju har likhetstrekk med svaret er 8-oppgaven, gjennom at elevene trengte støtte kontinuerlig og henvendte seg mye til oss som veiledere fremfor mot hverandre. Da vi stilte elevene spørsmål, endte dette i et svar fra elevene. Spørsmålene vi stilte elevene var med hensikt om å få elevene til å reflektere videre på om det finnes flere forskjellige svar, om de kunne se et mønster i hvilke tall man kunne bruke og få de til å prøve å diskutere dette sammen. Likevel henvender elevene seg til oss etter hvert løsningsforslag de gir. Dette er på samme måte som svaret er 8-oppgaven en oppgave med mange svar, noe som kan være en faktor til hvorfor samtalen ble slik.

### 5.3.5 Diskusjon av elevenes respons på oppgavene

Opgavene som er brukt i undervisningen kan begrunnes med teori at de er utforskende. Selv om oppgavene er utforskende, er det ikke nødvendigvis slik at elevene på 1. trinn vil respondere med å jobbe utforskende med oppgavene. Vi ser en sammenheng i hvordan elevene responderte på de rike oppgavene og hvordan de responderte på de åpne oppgavene.

Som det kommer frem i vårt datamateriale hadde elevene tilgang på ulike representasjoner mens de jobbet med oppgavene. I de to rike oppgavene hadde elevene blant annet tilgang på bilder av figurene og av trehjulssykler. For noen av elevene kan det ha vært tilfelle at konkretene i denne sammenhengen ikke ble visuelle nok. Ettersom noen av elevene fikk problemer med å se sammenhengen i at bildet av trehjulssyklene også har tre hjul, og dermed kunne man telle seg frem til antall hjul ved å bruke bildene. De fleste elevene tok heller i bruk ark og blyant og tegnet opp grupper som inneholdt tre hjul, i tillegg til at en gruppe måtte tegne disse hjulene på detaljnivå. Dette viser til at konkretene som blir brukt i oppgavene kan ha noe å si for elevenes utbytte, men samtidig fant de representasjoner som fungerte for dem i hille- og trehjulssykeloppgaven med å ta i bruk konkreter som tellebrikker eller tegning.

Godterioppgaven hadde elevene fysiske godteribiter de kunne bruke. Dette kan ha vært et uromoment i form av at elevene fikk et ønske om å spise det selv, men på den andre siden kan det ha vært med på å vekke deres rettferdighetssans. Under svaret er 8-oppgaven brukte et fåtall av elevene konkreter da de skulle lage regnefortellinger, noe som kan ha vært en årsak til hvorfor elevene hadde problemer med å komme i gang med oppgaven. Dette kan ses i sammenheng med det Eriksen (2018, s. 189) påpeker, at representasjonsformer skal fungere som støtte for den enkeltes tankeprosesser og de skal kommunisere med andre. Ettersom elevene ikke tok i bruk verken fysiske konkreter eller tegning, kan dette ses i sammenheng med at de slet med å se hvordan de kunne lage et regnestykke og dermed ikke kom i gang like selvstendig. Også Maaß og Reitz-Koncebovski (2013, s. 7) påpeker at det er viktig at elevene har tilgang på verktøy under elevarbeidet, det skal hjelpe elevene til å ta avgjørelser selv. Det vil ikke kunne garantere at undervisningen blir utforskende, men vil kunne være en faktor for å hjelpe elevene med å jobbe utforskende.

I arbeidet med de rike oppgavene, så ser vi at det var et stort spekter av elevenes ulike strategier for å komme fram til en løsning. I tillegg kom alle elevene i gang med oppgaven. Selv om elevene nødvendigvis ikke ble helt ferdig med svaret eller hadde rett svar, så fant de en strategi de kunne bruke. Dette kan ses i sammenheng med at begge oppgavene har hatt lav

inngangsterskel. Når en oppgave har lav inngangsterskel skal den være enkel å komme i gang med for alle elevene, uansett hvilket nivå de er på (Matematikksenteret). Samtidig skal de også oppleve mestring. Dette kan ses i sammenheng med hvorfor elevene holdt veldig godt ut i arbeidet med de rike oppgavene. For om alle elevene har følt mestring da de har jobbet med oppgaven, er det også motiverende å fortsette å prøve videre og ikke gi opp. I tillegg har også de rike oppgavene hatt stor takhøyde, ettersom elevene har kunne jobbet med oppgaven kreativt på et mer avansert nivå (Matematikksenteret). Dette ser man blant annet med den gruppen som har valgt å ta i bruk symboler for å løse hilseoppgaven. At oppgavene har hatt lav inngangsterskel og stor takhøyde kan også ha sammenheng med Pers observasjoner av økten, ettersom han også påpekte i intervjuet at han syntes elevene hadde vært utholdende i møte med de rike oppgavene.

Det kom også fram under det oppgavebaserte gruppeintervjuet at elevene to uker senere husket hvilken strategi de hadde brukt på disse oppgavene, selv om det nødvendigvis ikke var den personen på gruppa som tok initiativ til metoden. Dette kan ses i sammenheng med elevenes proksimale utviklingszone. Det legger vekt på at elevene ofte må utføre en handling i samspill med andre, før de kan utføre den alene (Vygotsky, 1978, s. 84). Det kan også støttes av Deweys (1938) syn på læring. Ettersom elevene har snakket om denne metoden i den matematiske samtalen, har de også vært med på å reflektere over metoden og hva som gjør at den fungerer. Dette kan føre til at elevene faktisk lærer strategien, og kan derfor være med på å forklare hvordan elevene husker dette i etterkant. Samtidig som det viser at elevene kan ha oppnådd dybdelæring, gjennom at de gradvis har utviklet kunnskap og forståelse av strategier, og at de kan bruke denne kunnskapen i nye situasjoner alene (Utdanningsdirektoratet, 2019b).

De to åpne oppgavene har også ifølge teorien hatt lav inngangsterskel, men likevel slet elevene med å komme i gang på disse oppgavene. I tillegg har de hatt stor takhøyde, og dette vises tydelig med gruppen som valgte å ta i bruk halvering av høye tall for å lage regnefortelling. Det at oppgavene har vært åpne og dermed gitt mulighet for flere ulike svar, vil ifølge Karlsen (2014, s. 21) ofte være med på å bidra til å motivere elevene mer enn med en lukket oppgave. Det at begge disse oppgavene har vært åpne med nesten uendelig med løsninger, kan ha påvirket elevene til å bli usikre på hvordan de starter med oppgaven. Per påpekte også under intervjuet at en av hans tanker om at denne oppgaven var utfordrende for flere av elevene, kan ha vært at oppgaven var for åpen. Dette kan ha påvirket motivasjonen for oppgaven, og dermed gjort det vanskeligere å komme i gang. På denne måten kan oppgavens åpenhet vært en faktor for hvordan elevene responderte på de åpne oppgavene.

Elevenes samarbeid var også annerledes i de rike og i de åpne oppgavene. Under de rike oppgavene fungerte samarbeidet mellom elevene gjennomgående bra, med noen få unntak. Elevenes samarbeid kan ses i sammenheng med at elevene kom i gang med oppgavene uten å behøve ekstra veiledning fra læreren, ettersom oppgavene kan ha hatt en passende inngangsterskel. I tillegg var det noen elever som tilpasset seg resten av gruppa med å forklare hva hen tenkte på en ny måte og med hjelp av konkreter. Da resten av gruppa forsto hva eleven mente og videre deltar i prosessen mot å løse problemet, viser dette til godt samarbeid. Samarbeid er viktig i utforskende undervisning og kan derfor ses i sammenheng med sosiokulturell læringsteori som fremhever at læring skjer ved å arbeide i en sosial kontekst (Lillejord, 2013, s. 178). Læringsteorien vektlegger at læring først skjer i en sosial sammenheng, før det senere blir etablert kunnskap oss barnet selv.

Samarbeidet under de åpne oppgavene opplevde vi som vanskeligere å etablere. Under svaret er 8-oppgaven var samarbeidet vanskelig å få til, på tross av at lærerne forsøkte å etablere et samarbeid i gruppen. En av årsakene til dette kan være, som nevnt tidligere, at elevene slet med at oppgaven var så åpen som den var. Om elevene selv ble usikre på hvordan de skulle gå frem, kan dette ha ført til at det ble vanskeligere for dem å prate sammen om oppgaven. Under godterioppgaven var det som nevnt ikke mye samarbeid da de skulle jobbe. Dette kan ha vært påvirket av faktorer som at vi var på et grupperom, vi var to voksne som satt ved bordet under hele arbeidsfasen og at de ble filmet. Dette kan ha påvirket elevene i stor grad og gjort det naturlig for dem å henvende seg til oss, og ikke til medelevene. Ser man bort fra den unaturlige konteksten, kan det ha vært det samme i denne oppgaven, at oppgaven er veldig åpen og derfor gjort elevene usikre. Dette kan ses i sammenheng med at elevene ble veldig spørrende til oss og søkte bekræftelse til hver påstand de kom med.

Samarbeidet deres i disse øktene kan også ses i sammenheng med deres behov for veiledning og støtte fra læreren. Under de rike oppgavene så vi at lærerens rolle innebar å få elevene til å reflektere videre, slik som Maaß og Reitz-Koncebovski (2013, s. 8) argumenterer for at lærerens rolle skal være under utforskende undervisning. Elevene oppsøkte lærerne i liten grad i disse øktene, noe som førte til at læreren klarer å innta en rolle som stiller spørsmål til elevene for å få de til å forklare hva de har tenkt og gjort, for å få de til å reflektere videre i oppgaven. En slik lærerrolle kan ses i sammenheng med en autonomistøttende kommunikasjon. Autonomistøttende kommunikasjon kjennetegnes av at læreren stiller spørsmål framfor å korrigere elevene, gir hint og stiller spørsmål om hva de tenker (Fjell &

Olaussen, 2012, s. 15). Skånstrøm og Blomhøj (2016, s. 89) påpeker også viktigheten av at læreren stiller åpne og nysgjerrige spørsmål til elevene i utforskende undervisning.

I de åpne oppgavene så vi at lærerens rolle endret seg fra å være spørrende til elevenes arbeid, til å instruere elevene i større grad. Elevene oppsøkte lærerne i mye større grad under de åpne oppgavene og hadde et større behov for veiledning på hvordan de kunne gå videre. Lærerne forsøkte å stille åpne spørsmål og gi hint for å få elevene inn på riktig retning med arbeidet, slik som blant annet Smith og Stein (2018, s. 10) påpeker. Da dette ikke fikk den responsen lærerne ønsket fra elevene, endret rollen seg til å forklare og instruere elevene i større grad. Dette kan ses på som det motsatte av den rollen det er ønskelig at læreren skal ha i utforskende matematikkundervisning. Likevel kan det ha vært nødvendig for læreren i akkurat denne sammenhengen å innta en slik lærerrolle for å møte elevenes behov.

Når læreren skal endre undervisningen fra tradisjonell matematikkundervisning og til utforskende undervisning kreves det at både lærere og elever må venne seg til å lære og å undervise på nye måter (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 10). Johnsen-Høines (2020, s. 179) påpeker også at elevene må oppdras til utforskende arbeidsmåter over tid. De må venne seg til å arbeide med nye måter å tenke på, finne ulike tenkemåter, flere svar og stille nye spørsmål. Ettersom elevene i denne sammenhengen har gått på skolen i så kort tid, er det ikke like stor fokus på å endre undervisningen fra en måte og til en annen, men det vil likevel dreie seg om å lære seg å jobbe utforskende. Akkurat i denne sammenhengen kan datamaterialet tyde på at elevene har vært mer utforskende i de rike oppgavene enn i de åpne oppgavene. Elevene har vært aktive i undervisningen der de har jobbet med de rike oppgavene. De har samarbeidet med hverandre, diskutert løsninger, forklart og utdypet metoder de har brukt og kommunisert i fellesskap. Dette beskrives av Maaß og Reitz-Koncebovski (2013, s. 8) som faktorer som gjør at elevene er utforskende og aktive i undervisningen. At elevene responderte slik på de rike oppgavene og ikke på de åpne, kan være på bakgrunn av at oppgavene var for åpne. Når elevene ikke er vant til å jobbe utforskende enda, kan oppgavens åpenhet vært en faktor for at de responderte med å ikke være like aktive i undervisningen.

## 5.4 Sammenfatning

I analysen har vi drøftet de tre viktigste funnene våre basert på datamaterialet vårt: kultur, planlegging og gjennomføring og elevens respons på oppgavene. Vi har kommet frem til at gjennomføring av utforskende matematikkundervisning på 1. trinn er påvirket av mange faktorer. For å belyse problemstillingen har vi undersøkt følgende forskningsspørsmål: *hvordan kan læreren legge til rette for og gjennomføre utforskende undervisning?* og *hvordan jobber elevene med de ulike utforskende matematikkoppgavene?*

Kultur var et funn som tidlig i studien viste seg å være en viktig forutsetning for utforskende undervisning på 1. trinn. Funnet viser at for Per handler det mer om å etablere en læringskultur for utforskning enn den faktiske utforskningen, og at det er grunnleggende for at elevene etter hvert skal kunne utforske. Det kan ses i sammenheng med vid begynneropplæring, som handler om å legge vekt på opplæring i kunnskaper og ferdigheter som ikke er beskrevet i kompetansemålene (Hoff-Jenssen et al., 2020, s. 154). Etablering av klasseromskultur kan ses på som en vid form for begynneropplæring som må ligge til grunn for at elevene skal kunne utforske og nå et faglig mål.

Per gjør praktiske tilpasninger under undervisningsøktene som vi oppfatter at kan bidra positivt på læringskulturen og utforskning som bygger på vid begynneropplæring. Blant annet settes det ingen føringer for støynivået mellom elevene. Det er rom for at elevene får prate, og elevene er organisert i grupper som gir et inntrykk av samarbeid og fellesskap i læringsprosesser (Becher, 2018, s. 69).

Per gjør flere grep som kan ses i sammenheng med å etablere en klasseromskultur for utforskning under undervisningsøktene. Vi opplevde at Per bygget på læringskulturen i klasserommet for utforskning blant annet gjennom at han inspirerer elevene til å være forskere og har generelt en positiv holdning til matematikkfaget. Han utfordrer elevene til å forklare hva de tenker og forklare hva de har gjort høyt. At Per utfordrer elevene til å snakke og dele kan tolkes som veien mot at elevene selv skal være mer aktive og etablere en kultur for å dele og feile. Ifølge Johnsen-Høines (2020, s. 179) trenger elevene tid til å venne seg til å bruke utforskende arbeidsmetoder. De må bli vant til å arbeide med å finne nye måter å tenke på, finne svar og nye spørsmål.

Det andre hovedfunnet handler om lærerens betydning under planlegging og gjennomføring. Vi opplevde at læreren hadde en helt sentral rolle spesielt på 1. trinn under utforskningen. Per

er tydelig på at han bruker mye tid på å planlegge undervisningsøktene blant annet gjennom å velge oppgaver som er utforskende og tilpasset 1. trinn. Ifølge Per er det mer tidkrevende å finne oppgaver på 1. trinn sammenlignet med mellomtrinnet. Dette samsvarer med vår oppfattelse i forkant av forskningen. Per bruker mye tid på å velge oppgaver, og oppgaver han velger kan som nevnt ses i sammenheng med LIST-oppgaver. Dette gir elevene mulighet til å vise hva de kan, og læreren kan også oppleve å bli overrasket over hvor mye elevene forstår ved at takhøyden på oppgavene er stor (Wæge & Nosrati, 2018, s. 84).

De utforskende undervisningsøktene fikk en naturlig tredelt struktur som Blomhøj (2016, s. 156) beskriver som iscenesettelse, undersøkende arbeid og felles refleksjon. Planleggingen av iscenesettelsen oppfattes som viktig på 1. trinn for å sette scenen for den utforskende undervisningen. Iscenesettelsen av utforskende undervisning handler for Per om å engasjere elevene for utforskning. Dette gjorde han gjennom både valg av oppgave og at han hadde Maskorama tema, samt bygge på elevenes tidligere erfaringer. Vi erfarte at iscenesettelse som innebar visuelle elementer kunne bidra til et større engasjement. I tillegg kan det tenkes at å bygge på elevenes erfaringer bidro til engasjement, gjennom at det ble tilgjengelig for elevene å skape sammenhenger mellom opplevelser og ideer.

I arbeidsfasen er Per tydelig på at hans oppgave er å lytte til elevene for å få innblikk i deres tanker, stille elevene spørsmål og gi hint til elevene for å veilede de videre. For å implementere utforskende undervisning må både læreren og elevene vende seg til nye måter å undervise og lære på (Maaß & Reitz-Koncebovski, 2013, s. 10). Gjennom at Per stiller elevene spørsmål kan det hjelpe deres tenkning gjennom at de må forklare og resonnerer tankene sine. Per bidro til refleksjon blant elevene gjennom å stille konstruktive spørsmål, gi hint, spørsmål om hva elevene tenkte og oppmuntring til å tro på å mestre. At elevene reflekterer vil gi språklige erfaringer som kan føre til å styrke språkkompetansen og endre språkadferden deres (Selås, 2017, s. 184).

Utforskende undervisning handler ifølge Artigue & Maaß (2013, s. 279) blant annet om å lære seg å spørre fra både læreren og eleven sin side. Vi opplevde at det var Per som stilte spørsmål og stilte seg nysgjerrig til elevenes arbeid under arbeidsfasen. Dette kan tolkes som at elevene ikke er vant til å stille spørsmål, men gjennom at Per bruker tid på det blir de vant til arbeidsmetoden. At Per stiller de fleste spørsmålene, kan være veien mot en utforskende undervisning gjennom at elevene blir vant til å forklare til hverandre hva de tenker og har gjort, og blir nysgjerrige på hverandres tenking. Dette kan føre til at elevene får frihet til å

utforske et emne eller problem på en selvstendig måte slik Artigue og Blomhøj (2013, s. 797) beskriver utforskende undervisning.

Den felles refleksjonen som ble gjennomført som en matematisk samtale forberedte Per seg både i forkant av undervisningen og under arbeidsfasen. Forberedelsen Per gjør kan ses i sammenheng med det Smith og Stein (2018, s. 6) beskriver som fem praksiser. Han forutså, observerte, valgte ut og bestemte rekkefølge. Den siste praksisen som handler om å se sammenhenger mellom de ulike strategiene og knytte det til sentrale ideer valgte han å ikke ta i bruk i samtalen. Dette begrunner han med at han har erfart at det er vanskelig å komme frem til et bevis på 1. trinn. På bakgrunn av dette velger han å fokusere på metodene elevene har brukt og vise at oppgaver kan løses på mange ulike måter i samtalen. Samtalen han førte beskrives av Kazemi og Hintz (2019, s. 29) som åpen strategideling. Bakgrunnen for at han velger å bruke åpen strategideling kan ses i sammenheng med at samtaletypen gir mulighet for å utvikle reglene en trenger for å ha et miljø for en produktiv matematisk samtale (Kazemi & Hintz, 2019, s. 29). Samtaletypen egner seg for å modellere hvordan elevene burde prate og lytte til hverandre, samt etablere normer i et klasserom for å gjennomføre matematiske samtaler. Når elevene har lært seg å samtale om oppgaver kan læreren gå over til å styre en målrettet samtale.

Den matematiske samtalen Per styrer bærer preg av at den er lærerstyrt. Han forklarer hvordan han opplever at samtalen på 1. trinn ikke blir den samme som teorien fremstiller, og han velger å fokusere på strategiene elevene har brukt for å påpeke og vise at oppgaver kan løses på mange forskjellige måter. Han begrunner det også med at samtalen på 1. trinn må være effektive for å holde engasjementet oppe. Kommunikasjonsmønsteret i samtalen er preget av en medvirkende kommunikasjon og refleksiv kommunikasjon (Brendefur & Frykholm, 2000, s. 126). Vi tolker det som at medvirkende og refleksiv kommunikasjon kan være veien mot rik kommunikasjon. På bakgrunn av dette er det nødvendigvis ikke samtaler av lavere kvalitet da den matematiske samtalen har en nytteverdi for nivået elevene er på nå.

Hvordan elevene responderte på de ulike oppgavene er det tredje funnet i denne oppgaven. Vi oppdaget dette etter å ha analysert datamaterialet vårt, og så etter hvert en sammenheng i hvordan de hadde respondert på de oppgavene som var rike i forhold til de oppgavene som var åpne. Det er flere ulike faktorer som spiller inn på om elevene arbeider utforskende eller ikke. I denne sammenhengen så vi at bruk av konkreter i arbeid med oppgavene kan være en faktor. Dette støttes også av Eriksen (2018, s. 189) som påpeker at representasjonsformer



fungerer som støtte i tankeprosesser og av Maaß og Reitz-Koncebovski (2013, s. 8) som påpeker at verktøy eller representasjoner er viktig for elevene å ha tilgang til i utforskende arbeid.

Videre så vi også forskjeller på elevenes løsninger og metoder i de rike og de åpne oppgavene. Under de rike oppgavene kom alle elevene godt i gang med oppgaven og fant en metode som fungerte for dem, noe som kan ha sammenheng med at oppgavene har hatt en lav inngangsterskel slik at alle elevene kunne komme i gang med oppgavene. Oppgavene har samtidig hatt stor takhøyde, slik at elevene kunne jobbe kreativt og finne avanserte løsninger. I de åpne oppgavene ser vi derimot at oppgavens inngangsterskel kan ha vært vanskeligere for elevene ettersom de slet med å komme i gang med oppgaven. Sett i sammenheng med at oppgaven har uendelig med løsninger, kan ha ført til at elevene ble usikre på hvordan de skulle ta fatt på oppgaven og dermed ført til at de ikke kom ordentlig i gang. Oppgavene har også hatt stor takhøyde, da vi så en gruppe som klarte å lage en mer avansert regnefortelling enn de andre gruppene.

For det tredje var også elevenes samarbeid annerledes i de ulike oppgavene, noe som kan ha blitt påvirket av oppgaven og hvordan de responderte på den. I de rike oppgavene var oppgaven på et nivå som gjorde at elevene kom godt i gang, var utholdende i arbeidet med og dermed fungerte samarbeidet bra. De åpne oppgavene kan ha blitt for åpne for elevene og dermed ført til at samarbeidet ble vanskeligere for elevene.

Til slutt var også elevenes behov for veiledning og støtte større i møte med de åpne oppgavene i forhold til de rike oppgavene. Under de rike oppgavene kunne læreren innta en rolle som stilte spørsmål til elevenes arbeid for å få de til å forklare hva de har gjort og tenkt, og dermed reflektere videre i arbeidet. Dette påpekes av Maaß og Reitz-Koncebovski (2013, s. 8) som en ønsket lærerrolle under utforskende undervisning. I tillegg blir denne type kommunikasjon til elevene mens de arbeider påpekt av både Fjell og Olaussen (2012, s. 15) og Skånstrøm og Blomhøj (2016, s. 89) som viktig for elevenes utforskende arbeid. I de åpne oppgavene endret denne lærerrollen seg på bakgrunn av elevenes behov. De oppsøkte læreren i mye større grad og lærerens spørsmål og hint for å hjelpe elevene videre i arbeidet så ikke ut til å fungere.

## 6 Avsluttende kommentarer

I det følgende delkapittelet skal vi først svare på problemstillingen vår, for så å beskrive våre refleksjoner over hva som ville vært interessant å undersøke videre

### 6.1 Utforskende matematikkundervisning på 1. trinn

Formålet med denne studien har vært å besvare problemstillingen «*Hva vil det si å jobbe utforskende i matematikkundervisningen på 1. trinn?*». Våre tre funn er basert på en analyse av tre undervisningsøkter, et intervju av læreren og oppgavebaserte gruppeintervju med elever. Våre tre funn er: å etablere en læringskultur for utforskning, lærerens planlegging og grep under gjennomføringen av utforskende matematikkundervisning og at elevene responderer ulikt på undervisningen avhengig av oppgavetype.

Sett i sammenheng viser disse funnene at i dette spesifikke prosjektet må det legges til rette for å bygge en kultur for utforskning for å kunne gjennomføre utforskende matematikkundervisning på 1. trinn. Videre er det viktig at læreren planlegger undervisningen godt, og det kan tyde på at Blomhøys tre faser kan være et godt verktøy å bruke i planleggingsfasen. Det er også viktige grep og tilpasninger som lærer må gjøre underveis i gjennomføringen av utforskende undervisning. Flere av tilpasningene som lærer gjør i vår forskning legger til rette for utvikling av utforskende undervisning på 1. trinn. Til slutt er det også viktig å tenke over hvilke oppgaver man velger å bruke i undervisningen. I vårt prosjekt var det mye som tydet på at på 1. trinn kan det være en fordel å velge rike oppgaver for å få elevene til å jobbe utforskende med oppgavene. Det læreren gjør i planleggingen og gjennomføringen, er med på å etablere en læringskultur for utforskning videre.

### 6.2 Veien videre

I løpet av vårt forskningsprosjekt har vi fått en større forståelse av hvor viktig det kan være å etablere en læringskultur i klassen for å kunne drive med utforskende undervisning. Vi har også fått en dypere forståelse av hvordan utforskende matematikkundervisning på 1. trinn kan se ut. Erfaringen og kunnskapen vi har fått gjennom masterprosjektet vårt er noe vi vil ta med oss når vi selv skal ut i skolen som lærere høsten 2023.

Etter dette masterprosjektet sitter vi igjen med nye og flere spørsmål som det hadde vært interessant å undersøke nærmere. Det første er hvordan den utforskende matematikkundervisningen ser ut i den samme 1. klassen nå, ettersom det nærmer seg skoleslutt. Da vi var å gjennomførte prosjektet i klassen så hadde elevene kun gått på skolen i

tre måneder. I tillegg til at elevene nå har gått lengre på skolen, og dermed kan ha etablert en tydeligere klassekultur, kan de også ha blitt vant til å jobbe utforskende i matematikkundervisningen. Derfor ville det vært interessant å komme tilbake nå og sett på spørsmål som: Hvordan responderer elevene på ulike utforskende oppgaver? Hvordan samhandler elevene med hverandre? Og hvordan er kommunikasjonen i den oppsummerende fasen?

I tillegg har dette prosjektet sine begrensninger ved at vi kun har undersøkt hvordan utforskende matematikkundervisning ser ut i denne ene 1. klassen. Derfor ville det vært interessant å observere og gjennomføre de samme oppleggene i flere klasser for å se om det gir de samme funnene eller andre funn. Ved å gjøre det i flere 1. klasser kunne vi fått større innsikt i hva utforskende matematikkundervisning er på 1. trinn. Dersom vi hadde fått samme funn av dette, ville det kunne vært med på å si noe om noen av funnene i denne oppgaven er overførbare eller om det hadde tilført nye synspunkter på utforskende matematikkundervisning på 1. trinn.

Til slutt tenker vi også at det ville vært spennende å prøve ut flere forskjellige oppgaver i undervisningen med 1. trinn. I funnene våre tyder det på at åpne oppgaver opplevdes som utfordrende for elevene sammenlignet med de rike oppgavene. På bakgrunn av dette ville det vært interessant å gjennomføre flere åpne og rike oppgaver i klassen vi var i, og i andre klasser. Dette ville kunne bidra til å finne ut om rike oppgaver generelt fungerer bedre på 1. trinn, eller om også åpne oppgaver kan fungere slik at elevene jobber utforskende med oppgavene. Ved å teste ut flere oppgaver vil det gi et større innblikk i hva som kjennetegner oppgaver som fører til at elevene jobber utforskende.

## 7 Referanser

- Alrø, H., & Skovsmose, O. (2002). *Dialogue and Learning in Mathematics Education: Intention, Reflection, Critique*. Kluwer Academic Publishers.
- Alseth, B., Breiteig, T., & Brekke, G. (2003). *Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering*. Telemarksforskning.
- Artigue, M., & Blomhøj, M. (2013). Conceptualizing inquiry-based education in mathematics. *I ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 45(6), (s. 797-810).  
<https://doi.org/10.1007/s11858-013-0506-6> .
- Artigue, M., & Maaß, K. (2013). Implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching: a synthesis. 45(69), (s. 779-795). DOI: 10.1007/s11858-013-0528-0.
- Becher, A. A. (2018). Er klasserommet tilpasset skolestarteren? Materialet, kropp og fysisk miljø i første klasse. I K. Palm, & E. Michaelsen, *Den viktige begynneropplæringen* (s. 57-86). Universitetsforlaget.
- Bjørndal, C. R. (2017). *Det vurderende øyet: observasjon, vurdering og utvikling i pedagogisk praksis* (3. utg.). Gyldendal akademisk.
- Blomhøj, M. (2016). *Fagdidaktikk i matematikk*. Frydenlund.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000). Promoting Mathematical Communication in the Classroom: Two Perspective Teachers' Conceptions and Practices. *Journal of Mathematics Teacher Education* 3, s. 125-153.  
<https://doi.org/10.1023/A:1009947032694>
- Chapin, S., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom Discussions: Using math talk to help students learn* (2. utg.). Math Solutions.
- Christoffersen, L., & Johannessen, A. (2012). *Forskningsmetode for lærerutdanningene*. abstrakt forlag .
- Cohen, L., Manion, L., & Morris, K. (2018). *Research Methods in Education* (8. utg.). Routledge.

- Cuoco, A., Goldenberg, P., & Mark, J. (1996). Habits of Mind: An Organizing Principle of Mathematics Curricula. I *Journal of mathematical behavior* 15 (s. 375-402). Education Department Center.
- Dalland, C., Bjørnstad, E., & Andersson-Bakken, E. (2021). Observasjon som metode i barnehage- og klasseromsforskning. I C. Dalland, & E. Andersson-Bakken, *Metoder i klasseromsforskning* (s. 125-149). Universitetsforlaget.
- Dewey, J. (1938). *Logic: The theory of inquiry*. Henty Holt and company.
- Drageset, O. (2016). Korleis lærerar leier en matematisk samtale. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring-analytiske perspektiv* (s. 169-180). Caspar forlag .
- Eriksen, E., Solem, I. H., & Ulleberg, I. (2018). På jakt etter elevenes algebraiske tenkning. I K. Palm, & E. Michaelsen, *Den viktige begynneropplæringen* (s. 187-211). Universitetsforlaget.
- Fjell, K., & Olaussen, B. S. (2012). Utvikling av lærer-elev-relasjoner i klasserommet: læreroppfatning sammenlignet med en teoribasert analyse. I *Tidsskrift et FoU i praksis*. 6(2) (s. 9-31).
- Gleiss, M. S., & Sæther, E. (2021). *Forskningsmetode for lærerstudenter- å utvikle ny kunnskaao i forskning og praksis*. Cappelen Damm Akademisk.
- Goldin, G. (2012). A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interviews in Mathematics Education Research. I A. E. Kelly, & R. A. Lesh, *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (s. 517-545). Taylor and Francic.
- Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practicing Representation. I P. D. Kappan, 78(5) (s. 361-367).
- Helland, T. (2013). Vi lærer gjennom livet. I T. Helland, S. Lillejord, T. Manger, & T. Nordahl, *Livet i skolen 1* (s. 273-308). Fagbokforlaget.
- Hoff-Jenssen, R., Bjerke, M. O., & Afdal, H. W. (2020). Begynneropplæring - et kjent, men uklart begrep: en analyse av læreres perspektiver. I *Nordisk tidsskrift for pedagogikk og kritikk*. Volum 6. (s. 143-157).

- Johnsen-Høines, M. (2020). *Begynneropplæringen: matematikdidaktikk- barnetrinnet*. Caspar forlag.
- Johnsen-Høines, M., & Alrø, H. (2016). Trenger en å spørre for å være spørrende? I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring- analytiske perspektiv* (s. 123-140). Caspar forlag.
- Johnsen-Høines, M., & Herheim, u. (2016). Innledning: Samtaler danner rom for læring. I R. Herheim, & M. Johnsen-Høines (Red.), *Matematikksamtaler: Undervisning og læring-analytiske perspektiv* (s. 7-21). Caspar forlag.
- Karlsen, L. (2014). *Tenk det! Utforskning, forsåelse og samarbeid - elever som tenker sjæl i matematikk: ungdomstrinnet*. Cappelen Damm Akademisk.
- Karseth, B., Kvamme, O., & Ottesen, E. (2020). *Fagfornyelsens læreplanverk: Politiske intensjoner, arbeidsprosesser og innhold (EVA2020, Rapport 1)*. Det Utdanningsvitenskapelige fakultet, Universitetet i Oslo.
- Kazemi, E., & Hintz, A. (2019). *Målrettet samtale: Hvordan strukturere og lede gode, matematiske diskusjoner*. (K. B. Birkeland, Overs.) Cappelen damm akademisk. (Opprinnelig utgitt 2014).
- Keselman, A. (2003). Supporting inquiry learning by promoting normative understanding of multivariable causality. I *Journal of Research in Science Teaching*, 40 (s. 898-921). <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/tea.10115>.
- Kleven, T., & Hjørdemaal, F. (2018). *Innføring i pedagogisk forskningsmetode*. Fagbokforlaget .
- Kunnskapsdepartementet. (2017a). *Rammeplan for barnehagen: Forskrift om rammeplan for barnehagens innhold og oppgaver*. Udir: <https://www.udir.no/contentassets/7c4387bb50314f33b828789ed767329e/rammeplan-for-barnehagen---bokmal-pdf.pdf>
- Kunnskapsdepartementet. (2018). *Retningslinjer for utforming av nasjonale og samiske læreplaner for fag i LK20 og LK20S*.

- Kunnskapsdepartementet. (2019). *Læreplan i matematikk (MAT01-05)*. Fastsatt som forskrift. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.
- Kunnskapsdepartementet. (2017b). *Overordnet del- verdier og prinsipper for grunnopplæringen*. Fastsatt som forskrift ved kongelig resolusjon. Læreplanverket for Kunnskapsløftet 2020.
- Lillejord, S. (2013). Læring som en praksis vi deltar i. I T. Manger, S. Lillejord, T. Nordahl, & T. Helland (Red.), *Livet i skolen 1- Grunnbok i pedagogikk og elevkunnskap: Undervisning og læring* (2. utg., s. 177-208). Fagbokforlaget.
- Maaß, K., & Reitz-Koncebovski, K. (Red.). (2013). *Inquiry-based learning in maths and science classes: What it is and how it works-examples-experiences*. Pädagogische Hochschule Freiburg. <https://primas-project.eu/>
- Matematikkenteret. (u.d.). *Om MatteLIST*. Mattelist: <https://www.mattelist.no/om-mattelist>
- NESH. (2021). *Forskningsetiske retningslinjer for samfunnsvitenskap og humanoria*. Hentet fra <https://www.forskningsetikk.no/retningslinjer/hum-sam/forskningsetiske-retningslinjer-for-samfunnsvitenskap-og-humaniora/>.
- NOU 2014:7. (2014). *Elevenes læring i fremtidens skole: Et kunnskapsgrunnlag*. Hentet fra Kunnskapsdepartementet: <https://www.regjeringen.no/no/dokumenter/NOU-2014-7/id766593/?ch=9>
- Palm, K., & Michaelsen, E. (2018). *Den viktige begynneropplæringen: en forskningsbasert tilnærming*. Universitetsforlaget.
- Palm, K., Becher, A. A., & Michaelsen, E. (2018). Den viktige begynneropplæringen. I K. Palm, & E. Michaelsen, *Den viktige begynneropplæringen* (s. 13-28). Universitetsforlaget.
- Postholm, M., & Jacobsen, D. (2018). *Forskningsmetode for masterstudenter i lærerutdanning*. Cappelen damm akademisk.
- Selås, M. (2017). Språksimulering. I M. Selås, & A.-K. Helland, *Språkmøte i barnehagen* (s. 181-220). Fagbokforening.

- Skånstrøm, M., & Blomhøj, M. (2016). Det kommer an på... I T. E. Rangnes, & H. Alrø, *Matematikk læring for framtida: festskrift til Marit Johnsen-Høined* (s. 87-99). Caspar forlag.
- Skemp, R. R. (1976). *Relational understanding and instrumental understanding*. *Mathematics teaching*, 77(1), 20-26.
- Skropen, L. B. (2009). Nokre spesielle trekk ved arbeidet med matematikkfaget i begynneropplæringa. I *Nordic Studies in Mathematics Education*. 14(3) (s. 7-32).
- Smith, M., & Stein, M. (2018). *5 practices for Orchestrating Productive mathematics Discussions* (2. utg.). National Council Of Teachers O.
- Solem, I. H., Alseth, B., & Nordberg, G. (2018). *Tall og tanke 1: Matematikkundervisning på 1. til 4. trinn* (2. utg.). Gyldendal.
- Universitetet i Oslo. (2022). *Læring gjennom å utforske*. FIKS- Forskning, innovasjon og kompetanseutvikling i skolen:  
<https://www.uv.uio.no/forskning/satsinger/fiks/kunnskapsbase/elevaktive-arbeidsformer/lering-gjennom-a-utforske/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019a). *Hva er kjerneelementer?* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-kjerneelementer/>
- Utdanningsdirektoratet. (2019b). *Hva er nytt i læreplanverket?* <https://www.udir.no/laring-og-trivsel/lareplanverket/stotte/hva-er-nytt-i-lareplanverket/>
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The Development of Higher Psychological Processes*. Harvard University Press.
- Wæge, K., & Nosrati, M. (2018). *Motivasjon i matematikk*. Universitetsforlaget.



## Vedlegg

### Vedlegg 1: Observasjonsskjema

Observasjonsskjema				
Tidspunkt for økta:	Rommet (størrelse, plassering av elever/oss, utsyr):	Hva skal elevene etter økta:	Hva gjorde elevene før økta:	Hvor mange lærere:
				Hvor mange elever:
Iscenesettelse	Tid:			Annet:
	Hva gjør lærer:			
	Hvordan responderer elevene:			

Arbeidsfasen	Tid:		Annet:
	Samarbeid mellom elever:		
	Bruk av konkrete:		

Felles refleksjon	Tid:		Annet:
	Hva gjør lærer:		
	Hvordan responderer elevene:		

## Vedlegg 2: Koder

Kultur	Implementering
	Verdsette forsøk og feil som grunnlag for læring
	Påpeke og allmenngjøre sentrale begreper og metoder
	Fremme samarbeid mellom elever
	«Læringskultur for utforskning»
	Inspirere til utforskende holdning og tilgang til matematikk
	Skape rom for dialogisk samspill
	Evaluere forløpet og egen praksis

Planlegging og gjennomføring	Iscenesettelse
	Valg av oppgave
	Tilpasninger
	Forutse
	Spørsmål/hint
	7 samtaletrekk
	Utvidelse og forkortelse
	Inspirere til utforskning
	Oppmuntre til refleksjon og spørsmål
	Oppdage og allmenngjøre sentrale begreper og metoder
	Stille åpne og nysgjerrige spørsmål til elevenes arbeid
	Bemerke elevers faglige ideer og resonnement
	Observere
	Velge ut
	Bestemme rekkefølge
	Se sammenhenger
	Åpen strategideling
	Samtaletrekk:
	Gjenta
	Tilføy
Tenketid	

Elevenes respons på oppgaver	Åpen
	Rik
	Samarbeid
	Konkreter
	Lav inngangsterskel
	Stor takhøyde
	Behov for veiledning og støtte

## Vedlegg 3: Mange håndtrykk

- Forside
- Fakta
- Oppgaver
- Læringsressurser
- Våre andre nettsted
- Om oss

### Tekstnøtt: Mange håndtrykk

Oppgaven:

I et middagsselskap er det  $n$  gjester som ikke kjenner hverandre. Før gjestene går til bords, håndhilser de på hverandre.

Hvor mange håndtrykk må til før alle har hilst på hverandre?

[Vis løsningsforslag](#)



## Vedlegg 4: Sykler i parken

- Forside
- Fakta
- Oppgaver
- Læringsressurser
- Våre andre nettsted
- Om oss

### Tekstnøtt: Sykler i parken

Oppgaven:



I parken er det mange sykler. Noen er vanlige, mens andre er trehjulssykler. Helmina Lovise teller alle hjulene. Til sammen er det 45 hjul i parken. Hun ser også at det er tre ganger så mange vanlige sykler som trehjulssykler. Hvor mange trehjulssykler er det i parken?


[Vis løsningsforslag](#)

## Vedlegg 5: Dele bamser

### Dele bamser

Lukk Fullskjerm

Stikkord: Partall Oddetall Divisjon



Emma og Theo skal dele noen bamser. Hvilke antall bamser kan de dele likt, uten at det blir noen til overs?

Kan de dele én bamse likt? Kan de dele to bamser likt? Tre bamser? Fire bamser, osv.?

Hva legger du merke til med de tallene Emma og Theo kan dele likt? Det kan hjelpe deg å bruke ei tallinje og merke av de tallene som kan deles likt på tallinja. Finner du et mønster?

Kan du bruke et 100-kart?

# Vedlegg 6: Meldeskjema fra NSD

25.04.2023, 13:05

Meldeskjema for behandling av personopplysninger



[Meldeskjema](#) / [Utforskende matematikkundervisning](#) / Vurdering

## Vurdering av behandling av personopplysninger

**Referansenummer**  
782537

**Vurderingstype**  
Standard

**Dato**  
02.11.2022

**Prosjekttittel**  
Utforskende matematikkundervisning

**Behandlingsansvarlig institusjon**  
UiT Norges Arktiske Universitet / Fakultet for humaniora, samfunnsvitenskap og lærerutdanning / Barentsinstituttet

**Prosjektansvarlig**  
Geir Olaf Pettersen

**Student**  
Lisa Lampe Hagberg

**Prosjektperiode**  
24.10.2022 - 01.09.2023

**Kategorier personopplysninger**  
Alminnelige

**Lovlig grunnlag**  
Samtykke (Personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a)

Behandlingen av personopplysningene er lovlig så fremt den gjennomføres som oppgitt i meldeskjemaet. Det lovlige grunnlaget gjelder til 01.09.2023.

[Meldeskjema](#)

**Kommentar**  
klar for vurdering 6.1a med foresatte når oppdatert infoskriv, samt om lærers taushetsplikt

**OM VURDERINGEN**  
Personverntjenester har en avtale med institusjonen du forsker eller studerer ved. Denne avtalen innebærer at vi skal gi deg råd slik at behandlingen av personopplysninger i prosjektet ditt er lovlig etter personvernregelverket.

Personverntjenester har nå vurdert den planlagte behandlingen av personopplysninger. Vår vurdering er at behandlingen er lovlig, hvis den gjennomføres slik den er beskrevet i meldeskjemaet med dialog og vedlegg.

**VIKTIG INFORMASJON TIL DEG**  
Du må lagre, sende og sikre dataene i tråd med retningslinjene til din institusjon. Dette betyr at du må bruke leverandører for spørreskjema, skylagring, videosamtale o.l. som institusjonen din har avtale med. Vi gir generelle råd rundt dette, men det er institusjonens egne retningslinjer for informasjonssikkerhet som gjelder.

**TYPE OPPLYSNINGER OG VARIGHET**  
Prosjektet vil samle data fra 2 utvalg. Utvalg 1 består av skoleelever på 1.trinn, i alderen 5-7 år. Utvalg 2 består av lærere for 1.trinn. Prosjektet vil behandle alminnelige kategorier av personopplysninger om begge utvalgene frem til 01.09.2023.

**LOVLIG GRUNNLAG UTVALG 1 & 2**  
Prosjektet vil innhente samtykke til behandlingen av personopplysninger fra de foresatte til barna i utvalg 1, og fra de registrerte i utvalg 2. Vår vurdering er at prosjektet legger opp til et samtykke i samsvar med kravene i art. 4 og 7, ved at det er en frivillig, spesifikk, informert og utvetydig bekreftelse som kan dokumenteres, og som den registrerte/foresatte kan trekke tilbake.

Lovlig grunnlag for behandlingen vil dermed være registrertes/foresattes samtykke, jf. personvernforordningen art. 6 nr. 1 bokstav a.

<https://meldeskjema.sikt.no/63245b7f-ad2d-40d6-ab6c-e5ad4805b6c8/vurdering>

1/3

**PERSONVERNPRINSIPPER**

Personverntjenester vurderer at den planlagte behandlingen av personopplysninger vil følge prinsippene i personvernforordningen om:

lovlighet, rettferdighet og åpenhet (art. 5.1 a), ved at registrerte/foresatte får tilfredsstillende informasjon om og samtykker til behandlingen

formålsbegrensning (art. 5.1 b), ved at personopplysninger samles inn for spesifikke, uttrykkelig angitte og berettigede formål, og ikke viderebehandles til nye uforenlige formål

dataminimering (art. 5.1 c), ved at det kun behandles opplysninger som er adekvate, relevante og nødvendige for formålet med prosjektet

lagringsbegrensning (art. 5.1 e), ved at personopplysningene ikke lagres lengre enn nødvendig for å oppfylle formålet

**DE REGISTRERTES RETTIGHETER**

Personverntjenester vurderer at informasjonen om behandlingen som de registrerte/foresatte vil motta oppfyller lovens krav til form og innhold, jf. art. 12.1 og art. 13.

Så lenge de registrerte kan identifiseres i datamaterialet vil de ha følgende rettigheter: innsyn (art. 15), retting (art. 16), sletting (art. 17), begrensning (art. 18) og dataportabilitet (art. 20).

Vi minner om at hvis en registrert/foresatt tar kontakt om sine/barnets rettigheter, har behandlingsansvarlig institusjon plikt til å svare innen en måned.

**TAUSHETSPLIKT**

Utvalg 2 i prosjektet vil ha taushetsplikt som lærere, og det må derfor ikke fremkomme opplysninger i intervjuene som er underlagt taushetsplikt.

**FØLG DIN INSTITUSJONS RETNINGSLINJER**

Personverntjenester legger til grunn at behandlingen oppfyller kravene i personvernforordningen om riktighet (art. 5.1 d), integritet og konfidensialitet (art. 5.1 f) og sikkerhet (art. 32).

Ved bruk av databehandler (spørreskjemaløyper, skylagring, videosamtale o.l.) må behandlingen oppfylle kravene til bruk av databehandler, jf. art 28 og 29. Bruk leverandører som din institusjon har avtale med.

For å forsikre dere om at kravene oppfylles, må dere følge interne retningslinjer og eventuelt rådføre dere med behandlingsansvarlig institusjon.

**MELD VESENTLIGE ENDRINGER**

Dersom det skjer vesentlige endringer i behandlingen av personopplysninger, kan det være nødvendig å melde dette til oss ved å oppdatere meldeskjemaet. Før du melder inn en endring, oppfordrer vi deg til å lese om hvilke type endringer det er nødvendig å melde:

<https://www.nsd.no/personverntjenester/fylle-ut-meldeskjema-for-personopplysninger/melde-endringer-i-meldeskjema>. Du må vente på svar fra oss før endringen gjennomføres.

**OPPFØLGING AV PROSJEKTET**

Personverntjenester vil følge opp ved planlagt avslutning for å avklare om behandlingen av personopplysningene er avsluttet.

Kontaktperson hos oss: Anne Marie Try Laundal

Lykke til med prosjektet!



## Vedlegg 7: Samtykkeerklæring

### Vil du delta i forskningsprosjektet

#### *” utforskende matematikkundervisning på 1. trinn ”?*

Dette er et spørsmål til deg om å delta i et forskningsprosjekt hvor formålet er å finne ut av hvordan utforskende matematikkundervisning kan implementeres på 1. trinn. I dette skrivet gir vi deg informasjon om målene for prosjektet og hva deltakelse vil innebære for deg.

#### **Formål**

Formålet med dette masterprosjektet er å finne ut av hvordan utforskende matematikkundervisning kan implementeres på 1. trinn. Utforskning er en viktig og sentral del av fagfornyelsen og det er viktig å begynne med dette tidlig i skoleløpet. Problemstillingen for vårt masterprosjekt er «Hvordan kan utforskende matematikkundervisning implementeres på 1. trinn?».

#### **Hvem er ansvarlig for forskningsprosjektet?**

UiT Norges arktiske universitet er ansvarlig for prosjektet.

#### **Hvorfor får du spørsmål om å delta?**

Vi ønsker å bruke 1. trinn for å samle inn data til dette masterprosjektet. Derfor får du/dere spørsmål om eleven ønsker å delta i prosjektet.

#### **Hva innebærer det for deg å delta?**

Metoden vi skal bruke for å samle inn data er observasjon. Dette innebærer at vi vil notere ned observasjoner gjort i løpet noen undervisningssekvenser. I tillegg til dette ønsker vi også å gjennomføre et oppgavebasert gruppeintervju med noen elever hvor det vil være tatt i bruk video. Et oppgavebasert intervju vil si at elevene skal løse en oppgave sammen i mindre grupper med lærer til stedet for at lærer får innsikt i hva elevene gjør og tenker. Videoen skal være til hjelp for oss i etterkant, slik at vi kan analysere og observere hvordan elevene jobber utforskende.

Hvis eleven velger å delta i dette prosjektet, innebærer det at vi samler inn data om hvordan eleven responderer på undervisningen.

#### **Det er frivillig å delta**

Det er frivillig å delta i prosjektet. Hvis du velger å delta, kan du når som helst trekke samtykket tilbake uten å oppgi noen grunn. Alle dine personopplysninger vil da bli slettet. Det vil ikke ha noen negative konsekvenser for deg hvis du ikke vil delta eller senere velger å trekke deg.

Forskningen gjennomføres i forbindelse med ordinær matematikkundervisning i klasserommet. Dersom eleven ikke ønsker å delta i observasjon, vil eleven likevel delta i undervisningen, men vil ikke samle inn data om eleven. Dette gjelder også oppgaven hvor vi ønsker å filme, da vil elevene bli delt inn i grupper. Elevene som ikke ønsker å bli filmet vil likevel delta, men ikke bli filmet eller samlet inn data om.

#### **Ditt personvern – hvordan vi oppbevarer og bruker dine opplysninger**

Vi vil bare bruke opplysningene om deg til formålene vi har fortalt om i dette skrivet. Vi behandler opplysningene konfidensielt og i samsvar med personvernregelverket.

- De som vil ha tilgang til dataen er oss studenter, veileder og biveileder.
- Dataene vil bli lagret i Office 365 og OneDrive skytjeneste til UiT- Norges arktiske universitet. Dataene er beskyttet av to-faktors autentisering slik at ingen uvedkommende får tilgang til personopplysninger.

Elevene som er med i prosjektet vil ikke kunne gjenkjennes i publikasjon av masteroppgaven,

**Hva skjer med personopplysningene dine når forskningsprosjektet avsluttes?**

Når prosjektet avsluttes, den 01.09.2023 vil datamaterialet som er samlet inn slettet.

**Hva gir oss rett til å behandle personopplysninger om deg?**

Vi behandler opplysninger om deg basert på ditt samtykke.

På oppdrag fra UiT Norges arktiske universitet har Personverntjenester vurdert at behandlingen av personopplysninger i dette prosjektet er i samsvar med personvernregelverket.

**Dine rettigheter**

Så lenge du kan identifiseres i datamaterialet, har du rett til:

- innsyn i hvilke opplysninger vi behandler om deg, og å få utlevert en kopi av opplysningene
- å få rettet opplysninger om deg som er feil eller misvisende
- å få slettet personopplysninger om deg
- å sende klage til Datatilsynet om behandlingen av dine personopplysninger

Hvis du har spørsmål til studien, eller ønsker å vite mer om eller benytte deg av dine rettigheter, ta kontakt med:

- UiT Norges arktiske universitet ved student Lisa Lampe Hagberg (90825343) og Anne-Rebekka Eriksen (94171671). Eller veileder Geir-Olaf Pettersen (77660359).
- Vårt personvernombud: Joakim Bakkevold, 776 46 322.

Hvis du har spørsmål knyttet til Personverntjenester sin vurdering av prosjektet, kan du ta kontakt med:

- Personverntjenester på epost ([personverntjenester@sikt.no](mailto:personverntjenester@sikt.no)) eller på telefon: 53 21 15 00.

Med vennlig hilsen

Geir-Olaf Pettersen  
(Veileder)

Anne-Rebekka Eriksen og Lisa Lampe Hagberg