www.hifm.no

HIF-Rapport

2002:1

Matematikkhistorie i grunnskolens lærebøker:

en kritisk vurdering

Bjørn Smestad

HØGSKOLEN I FINNMARK

Høgskolen i Finnmark

	PUBLIKASJON: **HiF-Rapport 2002:1** **ISBN:** 82-7938-063-9 **ISSN:** 0805-1062
Publikasjonens tittel: Matematikkhistorie i grunnskolens lærebøker: en kritisk vurdering	**Antall sider:** 61 **Dato:** 20.2.2002 **Pris:** kr 55,- ekskl. mva
Forfatter: Bjørn Smestad	**Avdeling:** Avdeling for nærings- og sosialfag
Godkjent av: Otto Bekken Torgeir Onstad	
Oppdragsgiver:	**Prosjekt:**
Utdrag:	
Vi bestiller ____stk av publikasjonen: Navn:____ Adresse/postnr:____ Publikasjonen kan også bestilles ved henvendelse til Høgskolen i Finnmark, tlf 78 45 02 20 (Trykkeriet) / 78 45 05 00 (Servicetorget) eller pr e-post trykkeri@hifm.no	

Innhold

Kapittel 1

Forord

Etter at L97 la en del vekt på matematikkhistorie, bestemte jeg meg for å undersøke de nye lærebøkene for å se hva de gjorde ut av dette. Dette ble nok et noe større arbeid enn jeg opprinnelig forestilte meg, og jeg må få takke min arbeidsgiver, Høgskolen i Finnmark, for tid til dette.

Underveis har jeg presentert deler av dette ved flere anledninger, nærmere bestemt ved ICME 9 i Tokyo 2000, ved HPM 2000 i Taipei, ved matematikkutdannerkonferansen på Røros i 2000 og i et seminar ved Høgskolen i Agder i Kristiansand i 2001. Derfor er det naturlig å takke alle som har latt meg stikke hodet fram, og i tillegg alle de som har lyttet og kommet med konstruktive tilbakemeldinger og kritikk.

Jeg har også spredt førsteutkast av denne rapporten til så mange som mulig, og må takke for tilbakemeldingene. Spesielt vil jeg få takke Torgeir Onstad ved ILS, Universitetet i Oslo og Otto Bekken ved Høgskolen i Agder for grundige og nyttige kommentarer. (Men som man pleier å si: gjenstående feil er naturligvis mitt ansvar.)

Takk også til Det Norske Samlaget, Cappelen Undervisning og NKS for frieksemplarer av bøker. Takk videre til vårt bibliotek ved Høgskolen i Finnmark, samt Gunnerusbiblioteket og biblioteket ved Høgskolen i Sør-Trøndelag (Rotvoll).

Jeg planlegger å fortsette med å være interessert i problemstillingene i denne rapporten. Tilbakemeldinger er derfor fortsatt høyst velkomne.

Bjørn Smestad
Alta, 21/2-2002

Kapittel 2

Hva og hvorfor matematikkhistorie?

Jeg velger å bruke følgende definisjon av historie: "Historie er en fortelling om fortiden som både er sann[1] og betydningsfull."[2] Med matematikk mener jeg det som i dag anses som matematikk og det som tidligere har blitt ansett som matematikk.[3] Matematikkhistorie kan derfor bli en fortelling (eller fortellinger) om fortidens matematikk som er både sann og betydningsfull.

Kan utnyttelse av matematikkhistorie ha en positiv effekt på elevers matematikklæring? Etter min mening er svaret ja, og jeg synes det er fruktbart å se på følgende inndeling:

Fakta

Matematikkhistorie kan

- forklare hvorfor vi bruker de definisjoner, navn og symboler som vi gjør.
- forklare hvordan formler opprinnelig ble utledet.

Ferdigheter

Matematikkhistorie kan

- vise elevene et mangfold av algoritmer, og slik bedre forståelsen av deres egne algoritmer.

[1]Med at noe er "sant" vil jeg mene objektivt sant i Paul Ernests betydning, det vil si at det er blitt vurdert og akseptert av de gruppene av mennesker i samfunnet som driver med slik vurdering og akseptering av slike fortellinger.

[2]Alan Kimball i http://darkwing.uoregon.edu/~kimball/ways.htm.

[3]Poenget med denne "definisjonen" er bare å presisere at jeg ikke ønsker å utelukke alt som ikke regnes som matematikk i dag, eller alt som ikke ble regnet som matematikk på den tiden det ble gjort. Definisjonen avklarer riktignok ikke om strikkemønstre er matematikk, men det er det heller ingen andre definisjoner jeg kjenner til som gjør.

Begrepsstrukturer

Matematikkhistorie kan

- vise elevene hvordan begreper har utviklet seg, og slik knytte begreper sammen.
- gi elevene mulighet til å se kontraster mellom ulike begreper.

Strategier

Matematikkhistorie kan

- gi mulighet til å sammenlikne gamle og moderne metoder.

Holdninger

Matematikkhistorie kan

- belyse matematikkens rolle i et samfunn. Matematikkhistorien kan vise eksempler på at matematikk har vært viktig.
- vise at matematikk er et resultat av generasjoners arbeid. Matematikk er altså dynamisk, ikke statisk.
- vise elevene at vanskeligheter er en naturlig del av utviklingen.
- gi matematikken et menneskelig ansikt.

Annet (knyttet til andre fag eller generell del av læreplanen)

Matematikkhistorie kan

- øke respekten for tidligere kulturers nivå.
- utvikle evnene til å bruke kilder, bibliotek, internett og til å skrive essay.
- gi mulighet til tverrfaglig arbeid med andre lærere.

Jeg vil legge vekt på at man neppe når alle disse målene samtidig. Derfor vil det være av interesse å definere hvilke mål man legger mest vekt på. Kanskje er også noen av målene vanskeligere å nå enn andre; jeg regner det for eksempel som relativt enkelt å "gi matematikken et menneskelig ansikt" ved å fortelle anekdoter om matematikere, men en del vanskeligere å "vise elevene hvordan begreper har utviklet seg". Jeg vil senere se på hvilke av disse målene lærebokforfatterne tilsynelatende gjør forsøk på å nå.

2.1 Et eksempel: Geometri

For å klargjøre hva jeg mener med de forskjellige målene som er satt opp, vil jeg eksemplifisere i forhold til temaet geometri.

Fakta

Matematikkhistorie kan

- forklare hvorfor vi bruker de definisjoner, navn og symboler som vi gjør.
  - definisjoner: Hvorfor har vi valgt å la det være 360 grader i en sirkel, og 10 centimeter i en desimeter? Slike forklaringer kan muligens gjøre det lettere å huske?
  - navn: Dette kan dreie seg om etymologien til ord som geometri, periferivinkel osv. Det kan også dreie seg om navn på teoremer, for eksempel Pytagoras' setning. Fordelen med å ta med slike forklaringer er at de inngår i en helhet som kan gjøre delene lettere å huske.
  - symboler: Det er ikke så mange symboler det er snakk om i geometri. Bokstaven π er et eksempel, som vi bruker fordi det greske ordet for periferi begynner med π (skjønt det var William Jones som tok symbolet i bruk i denne sammenhengen).
- forklare hvordan formler opprinnelig ble utledet
  - Det er ofte vanskelig å forstå hvor en formel kommer fra, og hvordan folk har kommet på bevisene som vi bruker i dag. I geometri kan dette gjelde areal- og volumformler, for eksempel. Å trekke inn hvordan de opprinnelig ble utviklet, kan hjelpe.

Ferdigheter

Matematikkhistorie kan

- vise elevene et mangfold av algoritmer, og slik bedre forståelsen av deres egne algoritmer.
  - Dette kan f. eks. dreie seg om måter å konstruere ting på med passer og linjal.

Begrepsstrukturer

Matematikkhistorie kan

- vise elevene hvordan begreper har utviklet seg, og slik knytte begreper sammen.
  - i forbindelse med geometri kan eksempler være forholdet mellom vinkelmåling, tidsmåling og babylonsk tallsystem, eller forholdet mellom irrasjonale tall og geometri.
- gi elevene mulighet til å se kontraster mellom ulike begreper.
  - forskjellige tiders vinkelbegrep.
  - forskjellige målebegreper.
  - euklidsk vs. ikke-euklidsk geometri.

Strategier

Matematikkhistorie kan

- gi mulighet til å sammenlikne gamle og moderne metoder.
  - Jeg har problemer med å finne gode eksempler på dette innen geometri.

Holdninger

Matematikkhistorie kan

- belyse matematikkens rolle i et samfunn. Matematikkhistorien kan vise eksempler på at matematikk har vært viktig.
  - jordmåling, navigasjon, byggekunst (blant annet pyramider, akvedukter og tunneller), kunst og religion er eksempler her.
- vise at matematikk er et resultat av generasjoners arbeid. Matematikk er altså dynamisk, ikke statisk.
  - et eksempel kan være en gjennomgang av menneskehetens forsøk på å finne gode tilnærminger til forholdet mellom omkrets og diameter i en sirkel.
- vise elevene at vanskeligheter er en naturlig del av utviklingen.

  - et veldig lett illustrerbart eksempel er forsøkene på å tegne i perspektiv, hvor det finnes "gode" eksempler på prøving og feiling.

- gi matematikken et menneskelig ansikt.
  - å fortelle om livet til noen av matematikerne vi kjenner til, for eksempel Arkimedes, kan være virkningsfullt.

Annet (knyttet til andre fag eller generell del av læreplanen)

Matematikkhistorie kan

- øke respekten for tidligere kulturers nivå.
  - pyramidebygging er et eksempel på hva man kan få til med litt geometri (og noen titusener arbeidere).
- utvikle evnene til å bruke kilder, bibliotek, internett og til å skrive essay.
  - elevene kan settes til å svare på hva som var motivasjonen til forskjellige matematikere, eller finne ut hva f. eks. geometrien har vært brukt til.
- gi mulighet til tverrfaglig arbeid med andre lærere.
  - musikk (Pythagoras), forming (gylne snitt, symmetrier, tesselasjoner, perspektivtegning), norsk (essayskriving), historie (pyramidene, matematikkens rolle i forskjellige kulturer), fysikk (Arkimedes).

Kapittel 3

Kravene i læreplanen

Matematikkdelen av L97 innledes slik:

> Mennesket har fra de tidligste tider vært opptatt av å utforske verden omkring seg, for å sortere, systematisere og karakterisere ulike observasjoner, erfaringer og inntrykk og for å trenge inn i tilværelsens gåter og finne forklaringer på naturgitte sammenhenger. Utviklingen av matematikk bygger på menneskets trang til utforskning, strukturering og oversikt. Gjennom matematiske aktiviteter utvikles kunnskaper og ferdigheter som gir redskaper for dette.
>
> Matematikk har lange historiske tradisjoner og har alltid vært en viktig del av vår kultur. Den har hatt stor betydning for blant annet ingeniørkunst, arkitektur og økonomi og har dannet grunnlag for mange tekniske nyvinninger opp gjennom tidene og for utformingen av samfunnet og vårt daglige miljø. Matematikk har også hatt stor betydning for utviklingen av andre fag og vitenskaper.
>
> Matematikk har mange uttrykksformer og er under stadig utvikling. Matematikk er vitenskap, kunst, håndverk, språk og verktøy. Resonnement, fantasi og opplevelser er viktige elementer i faget. Skolefaget matematikk skal søke å gjenspeile denne bredden og denne utviklingen.

Disse fagre ord gjenspeiles i at et av de seks felles mål for faget er

> at elevene utvikler innsikt i matematikkens historie og fagets rolle i kultur og vitenskap.

Hvordan gjenspeiles så dette i målene for de enkelte trinnene? For småskoletrinnet og mellomtrinnet er svaret enkelt: Ikke i det hele tatt. Mens for ungdomstrinnet nevnes det at

> De skal få noe kunnskap om hovedtrekk ved noen forskjellige kulturers tallsystemer.

og at

> Elevene skal oppleve estetiske sider av geometrien gjennom praktiske eksempler i arkitektur, kunst og håndverk og se dette i en kulturell og historisk sammenheng.

Går vi enda et skritt ned, og ser på hovedmomentene for de enkelte klassetrinnene, er det noe mer å hente: I tredje klasse skal elevene

> prøve forskjellige måter å skrive tall, f. eks. romertallene opp til 40, og samtale om ideene bak skrivemåtene.

I sjette klasse skal elevene

> erfare ulike kulturers måte å skrive tall på og bakgrunnen for dette.

I sjuende klasse skal de

> søke informasjon om sekstitallsystemet i historisk perspektiv og se sammenhengen med tid – døgn, timer, minutter og sekunder – med vanlig gradinndeling av sirkelen og av jordkloden.

I åttende klasse skal de

> møte enkelte utvalgte trekk i forbindelse med tallregningens historie, f. eks. forskjellige tallsystemer.

I tiende klasse skal de faktisk gjøre tre ting:

> arbeide noe med spennende sammenhenger fra tallenes verden, f. eks. tall med spesielle egenskaper, den rolle tallmystikk kan spille i enkelte kulturer, eller den tiltrekning tallgåter kan ha,
>
> møte eksempler på tall og algebra i kulturell og historisk sammenheng

og

> arbeide med geometri i sammenheng med estetikk i f. eks. natur, kunst, håndverk og arkitektur og i et historisk perspektiv.

En minimumsløsning fra en vrangvillig lærer blir at elevene er innom matematikkhistorie i kun fem av grunnskolens ti år, og da bare tallsystemer, litt tallmystikk og en smule geometri i historisk perspektiv i 10. klasse. Jeg vil påstå at denne vrangvillige læreren vil ha problemer med å påstå at målet om

> at elevene utvikler innsikt i matematikkens historie og fagets rolle i kultur og vitenskap

nås med denne minimumsløsningen.

Kapittel 4

Matematikkhistorie i lærebøkene

4.1 Innledning

I det L97 ble innført var dette situasjonen i norsk skole: mange av de som underviste i matematikk hadde ingen matematikkutdanning fra høgskolenivå. Mange av de resterende hadde kun fem vekttall.[1] Det er derfor ingen grunn til å tro at den jevne matematikklærer hadde særlig innsikt i på matematikkens historie. Ved innføringen av L97 ble det ikke iverksatt storstilte etter- eller videreutdanningsprogrammer i matematikkhistorie. Lærerne i grunnskolen var i tillegg såpass hardt belastet med arbeid at det var lite realistisk å tro at de ville etterutdanne seg på egen hånd. Videre er det grunn til å tro at det fantes relativt lite stoff om matematikkhistorie rundt på norske skoler og skolebiblioteker, og ingen innsats ble gjort for å forbedre den situasjonen. Alt dette tilsier at dersom matematikkhistorie skulle komme inn i skolen i noen vesentlig grad, måtte lærebøkene (inkludert lærerveiledningene) inneholde en god del matematikkhistorie. Min undersøkelse av lærebøkene i grunnskolen er derfor ikke motivert ut fra en formening om at lærebøkene er den viktigste "kunnskapskilden" for elevene, men derimot ut fra en oppfatning av at gjennomsnittseleven neppe vil komme i kontakt med særlig mye matematikkhistorie om ikke i det minste lærebøkene er gode på området.

Jeg har sett på alle lærebøker for grunnskolen etter L97, dvs. både grunnbøker, oppgavebøker og lærerveiledninger til verkene Abakus, Regnereisen, Matematikk, Pluss, Mega, Tusen millioner, Matematikk åtte ni ti, Delta, nye Fakta, Matematikktakk, Felix Fabula og Grunntall. Fremgangsmåten har vært å se gjennom alle bøkene og registrere alt som har med matematikkhistorie å gjøre i alle bøkene. Deretter er materialet analysert ut fra forskjellige synsvinkler, og det er resultatene av disse analysene dette kapitlet består av.

I undersøkelsen har jeg bare sett på eksplisitt bruk av matematikkhistorien. Implisitt bruk, for eksempel til å strukturere fagstoffet eller ved bruk av det

[1] Se Lie, Kjærnsli, Brekke: "Hva i all verden skjer i realfagene?", ILS 1997.

genetiske prinsipp,[2] er ikke vurdert.

4.2 Hvor mye er med (kvantitativt)?

Den aller enkleste analysen av materialet består av å måle hvor mye matematikkhistorisk stoff som finnes i lærebøkene. Dette kan kanskje virke for banalt til at det er noe poeng å ta det med i det hele tatt, men bare ved første øyekast. Riktignok er det slik at man kan få til ganske mye på få sider, samtidig som det å bruke mange sider på et emne ikke er noen garanti for at elevene lærer noe. Men i utgangspunktet må det være slik at det er enklere å nå målet om at "elevene utvikler innsikt i matematikkens historie" jo mere plass man setter av til dette temaet.

Man kan også peke på at forskjellige temaer krever forskjellig plass (og også forskjellig arbeidsinnsats). Det er ikke tilfeldig at pensum på historie grunnfag er betydelig større enn pensum på 20 vekttall matematikk. I den grad matematikkhistorien i bøkene presenteres som tekst og ikke reflekteres i oppgaver, vil det være slik at elevene bruker enda mindre tid på matematikkhistorien enn det sideantallet skulle tilsi. (Det er dessuten et åpent spørsmål om elevene faktisk leser teksten i matematikkbøkene, eller om de går direkte på oppgavene).

De nakne tallene viser at gjennomsnittslæreverket har litt over fire sider matematikkhistorie (i elevboka/grunnboka) de fire første årene til sammen. På mellomtrinnet kommer vi opp i 18,7 sider, mens vi på ungdomstrinnet går ned til 13,3 sider. Altså ialt ca. 36 sider matematikkhistorie på ti år.

Totalt har jeg funnet 193,6 sider matematikkhistorie i elevenes lærebøker, av ialt 15623 sider, dvs. ialt ca. 1,2 %. I oppgavebøkene er tallet 43,9 sider av ialt 5990 sider, dvs. ca. 0,7 %.

Differansene er store mellom de forskjellige verkene, noe følgende tall viser (tallene gjelder elevbøkene, oppgavebøkene er ikke tatt med):

Småskoletrinnet:

1. Felix Fabula 1,5 %
2. Abakus 0,6 %
3. Pluss 0,6 %
4. Matematikktakk 0,5 %
5. Tusen millioner 0,4 %
6. Delta 0,3 %

[2] Se Reidar Mosvold: Det genetiske prinsipp i matematikkdidaktikk, Hovedoppgave i matematikkdidaktikk, Høgskolen i Agder 2001.

7. Regnereisen 0,1 %

Mellomtrinnet:

1. Matematikktakk 4,3 %
2. Tusen millioner 2,3 %
3. Pluss 1,8 %
4. Delta 1,0 %
5. Regnereisen 0,9 %

Ungdomstrinnet:

1. Grunntall 1,8 %
2. Matematikk 1,7 %
3. Matematikk åtte ni ti 1,4 %
4. Mega 1,1 %
5. nye Fakta 0,9 %

Dette tallmaterialet alene gir ikke grunnlag for å si så mye. Dersom en stor del av de 36 sidene er forslag til prosjekter eller andre typer elevaktiviteter som kan gi elevene innsikt i matematikkhistorie, kan dette gå bra. Men dersom disse 36 sidene utnyttes på en dårlig måte, med tvilsomme anekdoter og lite gjennomtenkte elevaktiviteter, kan de fort være verdiløse. En analyse av dette følger.

Jeg må også få understreke at mer matematikkhistorie ikke nødvendigvis fører til mindre matematikk. Dersom matematikkhistorien støtter opp under og videreutvikler matematikkunnskapene til elevene, kan man godt ha en situasjon hvor lærebøkene har 10 % matematikkhistorie og nær 100 % matematikk.

Til slutt bør jeg nok si noe om usikkerhet: Ved gjennomgangen av de 21613 sidene kan jeg naturligvis ha oversett noe, eller jeg kan ha vurdert noe som ikke å være matematikkhistorie som andre vurderer som matematikkhistorie (og omvendt). Jeg velger likevel å tro at slike feil er få og at de vil gjøre lite utslag på de oppsummerende tallene ovenfor. For de kvalitative analysene nedenfor, tror jeg slike feil vil gjøre enda mindre utslag.

4.3 Hvilke emner har lærebokforfatterne valgt?

Jeg skal her gi en kort oppsummering av hvilke temaer som behandles historisk i bøkene. For at jeg skal ta det med her, er det en forutsetning at temaet er nevnt med mer enn én setning i elevbok eller oppgavebok.

I første klasse er ingen temaer behandlet historisk.

I andre klasse nevnes gamle mål i et av læreverkene.

I tredje klasse er det fem av læreverkene som behandler romertall. Noen tar i tillegg for seg andre tallsystemer (både mayatall, babylonske tall, egyptiske tall og aztekertall er nevnt, i tillegg til hebraisk og arabisk tallsystem). Pakistansk fingerbentelling og det tjekkiske ulvebeinet er nevnt i et verk, og et verk tar for seg geometriske mønstre og pyramider.

I fjerde klasse tar to av verkene for seg romertall (deriblant Regnereisen, som ikke tok for seg det i tredje klasse). Et annet verk tar for seg solur og Kaprekars konstant.

I femte klasse er det tre verk som tar for seg gamle mål, og like mange tar for seg kalenderen. Romertall er fremdeles populært, og nevnes i to verk. To verk tar for seg pyramider, ellers er meteren, Kaprekars konstant, ornamenter og egyptiske tall (inkl. brøk) med.

I sjette klasse tar alle for seg romertall (igjen), fire verk tar for seg egyptiske tall, tre tar for seg mayatall, to tar for seg babylonske tall, mens alle tar for seg tidligere måter å skrive våre tall på. Fire verk tar for seg gamle mål. Ellers nevnes både det tsjekkiske ulvebeinet, SI-systemet, pyramider, kinesiske tall, hebraiske tall, solur og en egyptiske multiplikasjonsalgoritme. I sjette klasse inntrer dessuten matematikerne for alvor, siden Pluss finner det for godt å nevne en hel del av dem, de fleste i forbindelse med at de fant opp et eller annet. Nærmere bestemt nevnes Widmann (addisjonstegnet), Chuquet (0), Leibniz (divisjonstegn, binært tallsystem), Snellius (desimalkomma), Nightingale (statistikk), Newton (veieredskaper), Euklid, Fibonacci (brøkstrek), Kovalevskij, Cardano, Pascal (lommeregner), Fermat (sannsynlighetsregning), Copernicus, Arkimedes og Descartes (koordinatsystem).

I sjuende klasse er gamle tallsystemer av ymse slag fortsatt populært (alle verkene har med noe). Arkimedes nevnes i to verk, ellers behandles elektroniske klokker, kompass, pi (W. Jones), Anders Celsius, Pascal og hans trekant, tallet 7, Eratosthenes' sold, Abel, broderier og gamle mål og antallsbetegnelser.

I åttende klasse er fremdeles tallsystemer (og da spesielt romertall) nevnt i alle verkene. Gamle mål nevnes i tre verk. Et par verk tar for seg beregning av π, abakus nevnes i to verk, ellers nevnes egyptiske brøker, Euklid, Fahrenheit/Celsius, SI-systemet, jødenes tall (666), Fibonacci og geometri.

I niende klasse behandles Pytagoras og hans setning i alle verk. Tre verk nevner det gylne snitt og like mange tar for seg pyramider. To verk sier noe om geometriske mønstre. Ellers er følgende temaer nevnt i et verk hver: Fahrenheit/Celsius, SI-systemet, kvadratrot, brøk i det gamle Egypt, likningsløsning, blindeskrift, trekanten som symbol, sannsynlighetsregning, Arkimedes og volumet av en kule, geometri, jenter og matematikk og statistikk.

I tiende klasse er fremdeles tallsystem det som behandles av flest verk, denne gang fire. Symbolet 0 behandles i to verk, i likhet med temaet arkitektur, tallmystikk, indiske matematikkoppgaver og Arkimedes, Pytagoras, Fibonacci og Diofant. For øvrig nevnes følgende temaer i et verk hver: tallsymbolikk, algebra, matematikk i Babylon, Fermats siste teorem, desimaltall, Pascal og Pascals trekant, π, uendelighet, geometri i kunst, ordet million, ordet myriade, semiregulære romfigurer, Cavalieris prinsipp, Hypatia, Bibelen, Viète, Descartes, Gauss, diverse symboler, Euklid, Versica Pisces, matematikkoppgaver i propagandaøyemed, negative tall og Thales.

Oppsummering Kort oppsummert kan vi si at læreverkene de første årene stort sett begrenser seg til å behandle tallsystemer historisk. Dette temaet fortsetter man å repetere helt opp i tiende klasse. Fra og med sjette klasse behandles et stort antall temaer, med påfallende manglende "enighet" om hva som er sentralt (med unntak av gamle mål, som er sterkt inne fra femte klasse og oppover, i tillegg til tallsystemer). Hvis det er slik at en rimelig andel av disse ideene er gode, bør lærebokforfatterne snarest sette i gang med å stjele ideer fra hverandre!

Uheldigvis er det vel like sannsynlig at ideene stort sett ikke er så skrikende gode. Jeg ser det som et svakhetstegn at man ikke har noen felles "kanon" – det gjenspeiler den manglende tradisjon for å holde på med matematikkhistorie i skolen, og det gjenspeiler manglende debatt og informasjonsutveksling om hvilke opplegg som fungerer best. Et mål må være at når nye matematikkbøker skal skrives om fem til ti år, skal de kunne øse av en felles kunnskapsbase om hva som ihvertfall er relativt gode ideer.

4.4 Hvordan presenteres det?

4.4.1 Hvem er den aktive – elev eller lærer (eller bok)?

Som (sosial-)konstruktivist mener jeg at elevene selv må konstruere sin kunnskap. I regning vil det si at elevene selv bør danne sine egne algoritmer, og de bør selv beskrive dem. Læring er lite effektiv hvis den går ut på at læreren forteller og eleven lytter (selv om læreren synes at han får til "dialog"). Innspill utenfra er først nyttige hvis eleven selv har jobbet med problemstillingen (slik at eleven kan "diskutere med" istedenfor "godta" innspillet utenfra). I matematikkhistorien gjelder noe liknende. Det er elevene som selv danner "sin egen" matematikkhistorie. Den må naturligvis være basert på det (matematikk-)samfunnet vet om matematikkens utvikling, men den må også være basert på elevenes egne interesser og oppfatninger. På samme måte som et arbeid i historie bør være basert på elevenes oppfatning av samfunnet i dag, bør et arbeid i matematikkhistorie være basert på en matematisk problemstilling som elevene har jobbet med og undrer seg over. (Spørsmål av typen "Hvorfor må vi jobbe med geometri?" kan enten besvares med "Departementet har bestemt det" eller "Kanskje du kan prøve å finne ut hvorfor folk begynte med geometri, og hvem som bruker geometri i dag?" Ofte kan nok det andre svaret være mest fruktbart.)

Disse relativt skråsikre påstandene setter fingeren på flere problemer. Et hovedproblem er kildetilfanget; for elever som ikke behersker engelsk er det fint lite å hente på nettet og andre steder om matematikkens historie.[3] Et annet problem er hva som da blir lærebøkenes rolle. Fra matematikkhistorielæringssynspunkt er det lite interessant med små innledninger om matematikkhistorie før "selve matematikken" kommer, det bør heller være avslutningsavsnitt etter hvert tema som gir noen pekere på hvordan elevene kan finne svar på en del "frequently asked questions" om temaets historie. (Her har jeg altså sett bort fra at et slikt innledningsavsnitt kan fungere motiverende for læringen av selve matematikken.)

Ut fra disse betrakningene kan jeg stille flere spørsmål:

1. Oppfordrer lærebøkene til at elevene skal stille spørsmål om matematikkens utvikling?

2. Gir lærebøkene holdepunkter for hvor elevene kan finne svar på slike spørsmål?

3. Fungerer teksten i lærebøkene som spore til å lete mer eller som "endelig svar"?

4. Knyttes matematikkhistorien i lærebøkene til matematikkstoff som elevene har jobbet med eller til stoff de skal jobbe med (eller henger det i løse luften)?

Og en kjapp gjennomgang av hva som finnes av matematikkhistorie i lærebøkene gir følgende svar:

1. Bare det at lærebøkene skriver en del om matematikkens utvikling kan jo åpne øynene til elevene for at det her er spørsmål som det er mulig å stille. Lykkes bøkene i dette, har man jo kommet ganske langt. Ut over det er kanskje ikke lærebøkene så flinke – flere steder nedenfor kommenterer jeg også at lærebøkene svarer på spørsmål som elevene aldri ville ha stilt. Jeg finner ingen steder helt gode eksempler på at elevene oppfordres til å opptre spørrende i forhold til matematikkhistorien. Et eksempel kan være "Vil du finne ut meir om Pytagoras, kan du søkje på Internett eller bruke oppslagsverk".[4] Som hovedregel er det vel slik at enten nevnes ikke matematikkhistorien i

[3] Steinar Thorvaldsens "Matematikkens kulturhistorie" (www.hitos.no/lutd/mahist) er et såpass viktig unntak at det bør nevnes her.

[4] Grunntall 9 s. 169.

det hele tatt, eller det fortelles fra den. Elevenes egne spørsmål åpnes det i liten grad for.

Et typisk eksempel er vel gjennomgang av andre tallsystemer. Standardmåten å gjøre det på er å først gjennomgå hvordan tallsystemet fungerer, deretter settes elevene til å regne en masse. Ingen oppmuntringer til å stille spørsmål, ingen pekere videre ut i verden.

2. Generelt er svaret helt klart nei. Hvis elevene på egen hånd stiller spørsmål, gir ikke lærebøkene noen hint om hvor man kan finne svar på dem. Derimot er det noen få tilfeller hvor lærebøkene stiller spørsmål og gir anvisninger til hvor svarene kan finnes – det kommer jeg tilbake til nedenfor.[5]

3. Det finnes tilløp til å la teksten være en spore til å lete mer. Et eksempel: "Før i tida brukte folk brøk til å angi mål og vekt mye oftere enn vi gjør nå. Kjenner dere noen gamle enheter for lengdemål som ikke følger desimalsystemet? Andre enheter også?"[6] Men det er vel rimelig å si at det store flertallet av tekster er ganske lukkede.

4. Veldig lite av matematikkhistorien henger i løse luften. Det er nok en tendens til at matematikkhistorien kommer som innledende "kuriosa", men det er slett ikke gjennomgående.

4.4.2 Hvordan prøver man å nå målene?

Jeg vil nå gå gjennom de forskjellige målene jeg selv har satt opp for matematikkhistorie i grunnskolen, og gi eksempler[7] på ting fra lærebøkene som kan bidra til å nå disse målene. Samtidig vil jeg prøve å vise hva som kunne vært endret for å oppnå enda høyere måloppnåelse. Riktignok kan man si at det er underlig å "evaluere" lærebøkene ut fra mine mål, men de målene jeg har satt opp er bygget på tidligere opplistinger av mål for matematikkhistorien, og det må antas at liknende mål har vært kjent for forfatterne. (Læreverkene gir i liten grad forfatternes begrunnelser/mål for å behandle matematikkhistorien som de gjør.)

Matematikkhistorie kan forklare hvorfor vi bruker de definisjoner, navn og symboler som vi gjør.

Definisjoner:

[5] Se s. 39—.

[6] Regnereisen 6b s. 85.

[7] Det er ikke min påstand at listene nedenfor gir et komplett bilde av innholdet i lærebøkene.

- Fot, favn, tommer etc. er måleenheter som det flere steder fortelles om.[8] Dette er helt sentralt for å få innsikt i måling. Vi ser at begrepet måling, definisjonen og navnet henger nøye sammen.

- "Metersystemet ble først innført i Frankrike i 1793. Vi sluttet oss til dette i 1875 – omtrent samtidig med Sverige. (...) I begynnelsen ble en meter definert som en timilliondel av avstanden fra polen til ekvator. Seinere ble referansen en meterprototyp, ei stang av en legering av platina og iridium, som ble framstilt i 1799 og oppbevart i Paris. (...)"[9] Siden man snakker en del om hvor definisjonene på en fot, en tomme etc. kommer fra, synes jeg det er naturlig å også si hvor definisjonen av en meter kommer fra. (Dette er riktignok fra en lærerveiledning, så det er vel tvilsomt om så mange elever får høre om det.)

- "Metersystemet ble utformet i Frankrike omkring 1790. Da ble det bestemt at et kilogram skulle være massen av 1 liter reint (destillert) vann med temperatur 4°C. (...)"[10] Dette temaet skulle forøvrig kunne være et glimrende utgangspunkt for tverrfaglighet: hva har temperaturen med saken å gjøre, for eksempel? (Igjen er sitatet tatt fra en lærerbok.)

- Bakgrunnen for at vi definerer en grad som $\frac{1}{360}$ av hele sirkelen, spekuleres det om i et verk.[11]

Navn:

- "Ordet "geometri" er gresk og tyder opphavleg "måling av jordstykke"".[12] Dette er en lynkort opplysning, som forteller hva geometri (blant annet) er blitt brukt til.

- I forbindelse med Pytagoras' setning, sier de fleste verkene noen ord om personen Pytagoras, for å gi mening til navnet.[13] I forbindelse med Fibonaccitallene, nevnes ofte Fibonacci,[14] og i forbindelse med Pascals trekant nevnes gjerne Pascal.[15]

[8] Regnereisen 2b s. 32, Regnereisen 5a s. 64, Regnereisen 5 lærer s. 2:27, Mega 8a s. 117, Tusen millioner 6a s. 145, Matematikk åtte-ni-ti 8 s. 178—9, Delta 5a s. 74, Delta 6b s. 92, Nye fakta 8b s. 36.

[9] Regnereisen lærer 5 s. 2:28. Liknende i Tusen millioner 5b s. 133.

[10] Regnereisen lærer 5 s. 2:47.

[11] Matematikktakk 7 s. 104—5.

[12] Grunntall 8 s. 159. Tilsvarende i Abakus 4 lærerbok s. 112, Mega 8a s. 113, Tusen millioner 5a s. 139, Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 133, Nye fakta 8a s. 119.

[13] F. eks. Matematikk 9 s. 150, Mega 9b s. 101, Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 154, Nye fakta 9b s. 93, Nye fakta 10a s. 91.

[14] F. eks. Matematikk 9 s. 28, Pluss 6a s. 138, Mega 10a s. 77, Nye fakta 8a s. 43.

[15] Pluss 6b s. 37, Pluss 7b s. 243, Nye fakta 10 oppgavebok s. 24.

- "Muhammad al-Khwarizmis arbeid har hatt så stor betydning at ordet algebra kommer fra al-jabr, et av ordene i tittelen på boka hans."[16] Matematikken inneholder en del ord som er ganske kryptiske ved første øyesyn. Jeg synes det virker fornuftig å si noen ord om al-Khwarizmi og samtidig få fram det menneskelige aspektet (og kanskje respekt for den arabiske kultur,[17] selv om det nok krever mer enn en halvside for å gjøre varig inntrykk...).

- Selve ordet "romertall" blir naturligvis forklart en del steder.[18] Det skulle bare mangle.

- Personene Celsius, Fahrenheit og Kelvin nevnes en del steder som forklaring på navnene vi bruker på temperaturskalaene.[19]

- "Ordet *million* kommer fra italiensk og betyr "ett stort tusen". Det kom i bruk på 1200-tallet, men forekom ikke i det norske språket før på 1300-tallet."[20] Dette er et ord som elevene ofte kommer borti, og det er mulig at det da er fint at de en gang får høre om hvor det kommer fra.

- Hvorfor vi kaller månedene det vi gjør, tas et sted opp i forbindelse med at man skal se på kalenderen.[21] Det synes jeg er greit.

Symboler:

- Flere verk forklarer hvor våre sifre kommer fra.[22] En del elever lurer på hvorfor tallene skrives som de gjør, og da kan de få en tidlig oppfatning av at symbolene er noe vi velger, og at de har blitt utviklet gjennom mange år.

- Et verk forsøker å forklare hvorfor romertallene ser ut som de gjør, uten særlig hell.[23]

---

[16]Grunntall 10 s. 56.

[17]Noen vil riktignok insistere på å kalle al-Khwarizmi en persisk matematiker, basert på at han muligens var født i det persiske kulturområdet.

[18]F. eks. Pluss 3b s. 51, Mega 8a s. 30.

[19]Regnereisen 7 lærer s. 2:22—23, Pluss 4a s. 79, Pluss 4 idebok s. 41, Pluss 7b s. 190, Mega 8b s. 186, Mega 9b s. 176, Tusen millioner 7a s. 19.

[20]Matematikk 10 oppgaver s. 105.

[21]Matematikktakk 5 s. 163.

[22]Regnereisen 1 lærerbok s. 48, Regnereisen 6b s. 172, Regnereisen 6 lærerbok s. 3:73, Matematikk 8 s. 11, Matematikk 8 lærerbok s. 19—20, Pluss 3a s. 8, Pluss 6b s. 74, Pluss 6 lærerbok s. 48, Mega 10a s. 78, Tusen millioner 6b s. 32, Tusen millioner lærerbok 7 s. 31, Matematikk åtte-ni-ti 10 s. 46—47, Delta 6b s. 31. Abakus 4 lærerbok s. 110 har en forklaring jeg annensteds påstår er tvilsom.

[23]Tusen millioner lærerbok 7 s. 32. Regnereisen 4 lærerbok forklarer bokstavene C, M, L og D med betraktelig større hell.

- Hvorfor vi betegner et tall med nettopp bokstaven π, gjør de fleste verkene forsøk på å forklare. Som jeg kommer inn på annensteds, er de fleste av disse forsøkene misvisende eller direkte gale.[24]

- I tillegg er det en hel bråte opplysninger om hvem som oppfant de forskjellige symbolene vi bruker,[25] uten noen begrunnelse for hvorfor de valgte disse symbolene. Et unntak er bakgrunnen for bruk av symbolet $\sqrt{\ }$, som læreboka nevner kan komme av bokstaven r.[26]

Oppsummerende kan jeg vel si at bakgrunnen til en god del av de underlige definisjonene, navnene og symbolene vi bruker i matematikken blir forklart. I en del tilfeller ser vi også at denne bakgrunnen er høyst relevant for det faglige innholdet. I andre tilfeller er den ikke det, som for eksempel når det gjelder Pytagoras' setning, men det forekommer meg helt absurd om elevene skulle lære Pytagoras' setning uten at noen nevnte hvem Pytagoras var. Alt i alt er det meste som sies som har med dette målet å gjøre, relativt fornuftig (men det er da vel kanskje heller ikke det vanskeligste målet å nå).

Matematikkhistorie kan forklare hvordan formler opprinnelig ble utledet

Jeg har ikke funnet eksempler på dette i lærebøkene. Imidlertid vil jeg anta at det er en god del tilfeller hvor formler blir forklart ved historiske metoder, uten at historien gjøres eksplisitt. For dette målet isolert sett, er det greit nok.

Matematikkhistorie kan vise elevene et mangfold av algoritmer, og slik bedre forståelsen av deres egne algoritmer

I matematikktimene etter L97 skal elevene i størst mulig grad utvikle sine egne algoritmer. Mer innsikt i algoritmene kan de få ved å sammenlikne hverandres algoritmer (slik kan også noen elever forbedre algoritmene sine). Men vi kan også bruke historien slik: matematikkhistorien gir et stort utvalg av interessante algoritmer som det kan være lærerikt å sammenlikne med elevenes egne (og det er artig når elevenes algoritmer har sine motstykker i historien). Samtidig får man fram at matematikken er noe som utvikler seg og man kan trekke fram enkeltmennesker. Det vil være en overdrivelse å si at lærebøkene flommer over av slike framstillinger, men noen eksempler finnes:

- "Nå skal vi se hvordan egypterne regnet med sine hieroglyfer. Egypterne la sammen og trakk fra på den samme måten som vi gjør. Men de multipliserte på en annen måte:

[24] Se s. 51.

[25] Se f.eks. Mega 10a s. 79.

[26] Matematikk 9 grunnbok s. 26. Se s. 47 (her) for mer om dette.

26·41	
13·82	82
12·82	
6·164	
3·328	328
2·328	
1·656	656
	1066

Prøv å forklare hva de gamle egypterne gjorde. Regn andre multiplikasjonsstykker på den samme måten. Kan vi bruke metoden til de gamle egypterne når vi skal dividere?"[27] Her innser kanskje elevene at det er mange måter å multiplisere på som gir riktige svar, samtidig som de får kjennskap til at forskjellige kulturer ofte finner forskjellige måter å gjøre ting på.

- "Du hadde kanskje ei kuleramme då du var mindre? Det er eit vanleg leiketøy for oss, men tidlegare blei kuleramme brukt til å rekne på, ikkje minst ved kjøp og sal. Kuleramme, eller **abakus**, som ho og blir kalla, blei brukt i Vest-Europa fram til 1600-talet. I fleire land i Austen og i Russland har ho blitt brukt i forretningane heilt fram til i dag."[28] Boka fortsetter med å vise hvordan man kan regne på abakusen, og gir deretter en del oppgaver hvor elevene skal regne med abakus. Dette må riktignok bli litt meningsløst hvis elevene ikke har tilgang til abakus,[29] men ellers gir dette innsikt i en annen måte å legge sammen tall på enn vår standardalgoritme.

- I et verk presenteres likningsløsning fra Rhindpapyrusen og fra Tartaglia (med metodene *regula falsi* og *regula de tri*).[30] Dette kan være velkomne innsmett særlig for elever som "ikke liker x'er". Igjen oppnår man samtidig å få fram at våre algoritmer bare er et utvalg av et vell av mulige algoritmer.

- I et verk presenteres Herons metode for utregning av kvadratrot.[31]

Mer betenkelig enn at det er litt tynt med slike eksempler, er at mange av de eksemplene som finnes, er høyst misvisende. Framstillingen av romernes metoder for å behandle tall, gir ofte inntrykk av at romerne brukte våre algoritmer, men med sine egne symboler for tall. Jeg tar med et eksempel på det samme med egyptisk tallsystem:

[27] Matematikktakk 6 s. 99. Eksemplet følges opp med oppgaver og kommentarer på s. 101, i Tikktakk trening 6 s. 59 og i lærerveil s. 55.

[28] Grunntall 8 s. 241. Abakus nevnes også i Tusen millioner 6 lærerbok s. 13 og Matematikktakk 5 lærerbok s. 6.

[29] Med en pose brune bønner (eller liknende) og noen streker på et ark, kan man riktignok etterlikne andre varianter av abakus.

[30] Matematikk 9 s. 79—82.

[31] Dette ifølge en lærebokforfatter. Til tross for at jeg bare hadde en håndfull bøker å lete i, må jeg innrømme at jeg ikke klarte å finne dette eksemplet.

- "Samanlikn addisjon og subtraksjon i det egyptiske talsystemet. Kva er lettast å rekne ut? Kva trur de at det kjem av? Samanlikn med talsystemet vårt? Kva tykkjer de om den måten egyptarane rekna på?"[32] Problemet er at boka ikke presenterer egypternes måte å regne på – den setter bare opp regnestykker med egypternes tallsymboler (og våre regnesymboler). Dermed blir elevene sittende i den tro at egypterne regnet på samme måte som oss, men med andre symboler, og at det derfor ble veldig krøkkete. Det er ikke bra...

Av andre ting som kunne vært tatt med, kan nevnes al-Khwarizmis løsning av visse andregradslikninger.

Matematikkhistorie kan vise elevene hvordan begreper har utviklet seg, og slik knytte begreper sammen

Jeg har funnet to eksempler som i det minste viser *at* begreper har utviklet seg, selv om de ikke går langt i å fortelle om *hvordan* de har utviklet seg:

- Tallsystemer og tidsregning: "Babylonsk matematikk oppstod i det området som tidlegare heitte Mesopotamia. I dag heiter det Irak. Der hadde dei eit talsystem som tok utgangspunkt i talet 60. I dag bruker vi **sekstitalssystemet** mellom anna når vi bruker klokka. Det er 60 sekund i 1 minutt og 60 minutt i 1 time."[33]

- Tall og geometri: "Pytagoras levde omkring år 570—500 f. Kr. Pytagoreerne var svært opptatt av at alt skulle uttrykkes med tall. Etter hvert fant en del matematikere ut at ikke alle forhold kunne uttrykkes som et forhold mellom to tall. Et eksempel på dette er forholdet mellom diagonalen i et kvadrat og siden i kvadratet."[34]

Matematikkhistorie kan gi elevene mulighet til å se kontraster mellom ulike begreper[35]

Gjennom historien har de matematiske begrepene forandret seg, og det er grunn til å tro at det å kjenne til tidligere tiders forståelse av matematiske begreper kan bidra til bedre forståelse for begrepene (jf. teorier om forgrunn-bakgrunn).[36]

[32] Pluss 6b s. 78.

[33] Grunntall 8 s. 250, jf. Grunntall 10 s. 17—20. Liknende i Regnereisen 7b s. 160 og i Mega 10a s. 74.

[34] Mega 10a s. 102.

[35] Dermed får vi også kastet lys over ulike aspekter ved våre begreper. Arbeid med matematikkhistorien kan også gi grunnlag for å danne normer for godt og mindre godt, gode begrunnelser etc.

[36] En kortversjon av min forståelse av dette med forgrunn-bakgrunn: alle begreper vil vi se mot en "bakgrunn" som består av alt annet vi vet/kan (enkelte ting mer fremtredende enn

For eksempel hadde man i tidligere tider et helt annet tallbegrep enn vi har i dag.[37] Ved å se på tidligere tiders tallbegrep, vil man derfor kunne sette vårt eget tallbegrep i relieff. Det samme kan man si om funksjonsbegrepet, om stambrøker i forhold til våre brøker, og om vinkelbegrepet.[38] Jeg har ikke funnet eksempler på dette i lærebøkene i grunnskolen — kanskje det er spesielt nyttig å arbeide med dette på et høyere nivå enn grunnskolen?

Matematikkhistorie kan gi mulighet til å sammenlikne gamle og moderne metoder

Alle metodene som trekkes fram i lærebøkene har kommet til oss fra tidligere tider. Det som er viktig her er at man viser fram alternative metoder. Jeg har bare plukket ut de hvor det historiske aspektet er eksplisitt. Alle eksemplene faller under kategorien algoritmer, og er derfor nettopp nevnt.

- Regning på kuleramme/abakus som alternativ til våre algoritmer: Mange lærebøker tar for seg dette.[39]
- Egyptisk multiplikasjonsmetode som alternativ til vår algoritme.[40]
- Regula falsi og regula de tri som alternativ til våre standardmetoder for likningsløsning.[41]

Dette synes jeg virker som tre fornuftige eksempler, som jeg synes med fordel kunne ha vært med i alle læreverk på aktuelle årstrinn – i dag er det bare ytterst få læreverk som har dem med.

Matematikkhistorie kan belyse matematikkens rolle i et samfunn. Matematikkhistorien kan vise eksempler på at matematikk har vært viktig

Jeg starter med et glimrende eksempel på hva lærebokforfatterne kan gjøre:

---

andre). Å se andres begreper vil gjøre noe med bakgrunnen slik at vi ser vårt eget begrep tydeligere. For eksempel: hvis jeg fokuserer på begrepet "kontinuitet", vil nødvendigvis det jeg vet om funksjoner ligge (framtredende) i bakgrunnen. Tidligere tiders definisjoner av kontinuitet vil også ligge der og klargjøre mitt eget kontinuitetsbegrep.

[37] Tallbegrepet har utvidet seg, både ved nye klasser av tall (desimaltall, irrasjonale tall, komplekse tall) og ved at vi i dagliglivet oftere møter (og dermed i større grad har oppfatninger om) store tall (for eksempel en milliard kroner eller bytes) og små tall (som atomers størrelse etc).

[38] For å lese om den historiske utviklingen til vinkelbegrepet, se Mosvold (2001).

[39] Grunntall 8 s. 241—243, Matematikk 8 s. 30, Matematikktakk 5 lærer s. 6—7. Tusen millioner 6 lærer s. 72 kommer også inn på kulerammer.

[40] Matematikktakk 6 s. 99—101 og tilhørende oppgavebok s. 59.

[41] Matematikk 9 s. 79—82.

- "Vi ser på Florence Nightingale som grunnleggjaren av den moderne sjukepleia, men ho var også ein av dei første kvinnelege statistikarane i verda. Ho såg på statistikk som ein måte å endre samfunnet på, og ho var med på å gjere statistikk til eit eige fag på universitetet i Oxford i England. Ho prøvde å hjelpe sjuke og lidande menneske i verda ved at ho viste kor mange det var av dei. Sjølv laga ho statistikkar som førte til ein ny måte å behandle sjuke på i heile verda."[42]

Her brukes altså Florence Nightingales motivasjon for å drive med statistikk for å forklare hvorfor statistikk kan være viktig i et samfunn. Tilsvarende har veldig mange andre matematikere praktiske begrunnelser for å holde på med matematikken de holder på med, men disse kommer sjelden fram i lærebøkene. I stedet blir matematikkens rolle i tidligere samfunn gjerne knyttet til tallmystikk og litt kunst. Dessuten består ikke matematikkens historie bare av matematikere, men også av folk som bruker matematikk. Kanskje matematikkbrukerne gjennom historien burde fått større plass i lærebøkene? (Matematikk handler om mer enn å tegne figurer i sanden!)

La meg for sammenlikningens skyld vise noen eksempler på hva som sies om geometri:

- "Ordet "geometri" er gresk og tyder opphavleg "måling av jordstykke". Også i dag bruker ein uttrykket i samanheng med landmåling og utarbeiding av kart."[43]

- "Utviklingen av geometri startet i Egypt. Hvert år ble Nilen oversvømt, og de måtte måle opp jordstykkene sine på nytt. Etter hvert overtok grekerne utviklingen. Ordet *geometri* kommer fra gresk og betyr jordmåling." – og i margen: "Prosjekt. Finn ut hvordan egypterne målte opp jordstykkene sine."[44]

- "Geometri er en gammel vitenskap. Ordet geometri er gresk og betyr *jordmåling*. De første sporene av geometrisk arbeid er funnet i Egypt, i området ved Nilen. Det var viktig for egypterne å kunne måle jordarealer. Etter oversvømmelser langs Nilen skulle alle ha like mye jord som før, og da hadde de bruk for måleredskaper og målemetoder når de skulle fordele de dyrkbare områdene etter en flom. Grekerne lærte geometri av egypterne, og mange kjente greske matematikere ble opptatt av geometri. Både i kunst og arkitektur ble det brukt geometriske prinsipper."[45]

- "Mye av geometrien har sin opprinnelse i området rundt Nilen i Egypt. Det hendte ofte at Nilen gikk over sine bredder og laget store oversvømmelser

[42] Pluss 6a s. 97, se også Pluss 6 idebok s. 25.
[43] Grunntall 8 s. 159.
[44] Tusen millioner 5a s. 139.
[45] Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 133.

som visket ut all oppmerkingen mellom eiendommene. For å merke opp eiendommene på nytt etter oversvømmelsene utviklet egypterne etter hvert kunnskaper om geometri. Ordet *geometri* betyr jordmåling."[46]

Det kan naturligvis diskuteres hvor ordrik man skal være i en lærebok, men jeg vil vel si at dette ikke er stedet å være sparsommelig. Her har man anledning til å nå mange mål på en gang: man får fortalt hvor vi har det merkelige ordet "geometri" fra, hvorfor man begynte med geometri, man har stoff til oppgaver, man viser andre kulturers rolle (et sjeldent innsmett av afrikansk matematikk...), man kan fortelle om at matematikk er noe som har utviklet seg med flere kulturer involvert... Videre åpner det for å gå videre til å fortelle hvorfor geometri er viktig i dag. I et slikt perspektiv synes jeg at det første sitatet ovenfor er vel knapt. (Imidlertid kan det diskuteres om dette bør legges fram som en ren tekst, som en kombinasjon av tekst og oppgaver eller på annen måte.)
Noen andre eksempler:
Sannsynlighetsregning:

- "Sannsynlighetsregningen oppstod på 1500-tallet. Matematikere prøvde da å regne ut vinnersjansene i forskjellige terningspill. De utviklet mange avanserte metoder for å finne hvor stor sjanse en hadde til å vinne.

  På 1700-tallet ble sannsynlighetsregningen tatt i bruk innenfor forsikring. Et forsikringsselskap ga matematikeren Abraham de Moivre et oppdrag av denne typen:

  En person på 30 år skulle få utbetalt en fast sum per år fra han var 65 år til han døde. Grunnlaget for dette var en stor pengesum som han skulle betale til forsikringsselskapet. Hvor stor måtte denne pengesummen være?

  For å svare på det måtte Abraham de Moivre blant annet vite hvor mange ganger forsikringsselskapet måtte regne med å betale den faste summen per år etter at denne personen var fylt 65. Med andre ord: Hva var den sannsynlige levealderen for en person på 30 år? Det fant de Moivre ut ved å studere befolkningsstatistikker.

  Innbetalingsbeløpet ble så fastsatt slik at banken tjente litt penger hvis personen oppnådde gjennomsnittlig levealder. Hvis personen levde mye lenger enn gjennomsnittet, ville banken tape penger på forsikringen. Hvis personen døde tidligere enn gjennomsnittet, tjente forsikringsselskapet mye på forsikringen.

  Dersom forsikringsselskapet forsikret mange personer på denne måten, ville selskapet tjene penger på ordningen."[47]

[46]Nye fakta 8a s. 119.
[47]Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 8.

- "Mange mener at sannsynlighetsregningen oppstod da franskmannen Blaise Pascal blant annet skulle finne vinnersjansene i et terningspill som ikke var fullført. Han skulle bestemme hvordan to spillere skulle dele pengepotten hvis de avsluttet spillet før en av dem hadde vunnet." Boka fortsetter så med en oppgave som bygger på dette.[48]

Igjen ser vi at man forteller om matematikernes motivasjon for å utvikle matematikken og samtidig får sagt noe om matematikkens rolle i samfunnet. Begge sitatene er fra samme læreverk, og jeg har altså ikke funnet tilsvarende formuleringer i noe annet verk. Det synes jeg er beklagelig.

Jeg tar med noen flere eksempler, i et forsøk på å få fram litt av mangfoldet i lærebøkene:

Om tall:

- "Menneska har til alle tider hatt trong til å telje."[49]
- "Når eller hvor tallene oppstod, er usikkert. En tror at tallene først ble brukt for å telle. Etter hvert ble det behov for å regne med tallene, ikke minst når de begynte å handle med varer. Gjennom historien har metodene for tall og tallbehandling variert. Vi har valgt ut noen eksempler fra matematikkens historie som har betydning for oss i dag."[50]
- "På teikninga vil vi vise at vikingane brukte teljestrekar til hjelp når dei handla med kvarandre."[51]

Om likninger:

- "I fleire tusen år har menneske arbeidd med likningar for å løyse praktiske problem. I dag bruker ein likningar og ulikskapar på mange område i samfunnet som økonomi og teknologi eller for å løyse gåter. I likningar er det noko som er likt, og i ulikskapar er det noko som ikkje er likt."[52]

Om kunst:

- "Geometri har hatt ein sentral plass i matematikken i fleire tusen år. Også kunstnarar har vore oppteke av geometriske tilhøve."[53]

[48]Matematikk åtte-ni-ti 9 oppgavebok s. 10.
[49]Grunntall 8 s. 239.
[50]Grunntall 10 s. 10.
[51]Delta 6b s. 2. Jeg har riktignok vanskelig for å tro at vikingene ikke vanligvis fant noe enklere å sette merker i enn svære kampesteiner (slik den tilhørende tegningen viser).
[52]Grunntall 9 s. 73.
[53]Grunntall 9 s. 167.

- "Det gyldne snittet har vært brukt i kunst og arkitektur i mange tusen år."[54]

- "Læren om perspektiv sies å stamme fra de store kunstnerne i det 15. hundreåret. Blant de fremste skapere nevnes Leonardo da Vinci og Albrecht Dürer. De italienske arkitektene Filippo Brunelleschi og Leone Alberti får æren av å ha oppdaget lovene for perspektivtegning."[55]

- "Siden langt tilbake i tiden, har mennesker formet geometriske mønstre. De har skåret geometriske figurer inn i horn og bein. I veving, i keramikk, på våpen og rustninger, på smykker, i dekorasjon på klær og i bygging av hus – i alle samfunn, fra steinalderen og fra gamle Hellas, blant eskimoene på Grønland og folk på sydhavsøyene, i Kina og i Afrika – over hele jorda finner vi kunst og geometri. Det betyr ikke at alt om geometriske former og kunst allerede er funnet ut. Nei, det er overraskende at også enkle geometriske former og mønstre stadig blir oppdaget, og at dette ikke synes å ha noen slutt."[56]

Om tallmystikk:

- "I eldre tider ble enkelte tall tillagt en spesiell betydning. Man mente disse tallene hadde en "dypere" symbolsk mening. Disse "mystiske" tallene varierte fra kultur til kultur, og litt av dette finner vi også i dag. Tallet 13 er f eks et ulykkestall i vår kultur, mens det i andre kulturer har vært et hellig tall."[57]

Om arkitektur:

- "Vi kan stille oss spørsmål som: – Hvordan grep geometrien inn i arkitekturen ved gjenoppbyggingen av Europa?"[58]

- "Den geometriske stilen var den dominerende retningen i gresk kunst i perioden 1000-700 f. Kr. Også i arkitektur er det mye geometri. Tingene er tilpasset innenfor et mer eller mindre geometrisk fastlagt system som særlig er kjennetegnet ved symmetri om en midtakse. Dette kan du se i området fra Amaliehaven, via Amalienborg slott, til Fredrikskirken. (...) Geometrien har fortsatt en sentral plass innen kunst og arkitektur."[59]

[54] Grunntall 10 s. 337. Etterfølges av noen eksempler: Keopspyramiden i Egypt, FN-bygningen i New York og Parthenontemplet i Athen.

[55] Matematikk 8 lærerbok s. 43.

[56] Matematikk 9 s. 147.

[57] Grunntall 10 s. 46. Etterfølges av et par sider med eksempler på hva slags symbolikk som har vært (og er) knyttet til tallet 7.

[58] Grunntall 10 s. 127.

[59] Grunntall 10 s. 335.

- "De eldste pyramidene i Egypt ble laget ca. 2700 år f.Kr. Allerede på den tiden hadde egypterne utviklet en matematikk som gjorde det mulig å oppføre disse byggene."[60]

- "Kunstnere og arkitekter må ha gode kunnskaper i geometri. I mange europeiske byer fins det store bygninger som ble bygd for mange hundre år siden. Hvordan klarte de å konstruere disse bygningene på den tida? Hvorfor lagde de noen bygninger runde (...) mens andre var firkantet? Vi kan stille mange spørsmål om flotte og spennende bygninger rundt om i verden."[61]

Om statistikk:

- "Arbeid med statistikk har blitt gjort langt tilbake i historien. Hovedhensikten var vanligvis å få inn skatt og få tak i soldater.

  På 1600-tallet ble dette arbeidet utvidet. Da begynte den engelske handelsmannen John Graunt (1620-1674) å samle inn data om befolkningen. Disse dataene ordnet han på en oversiktlig måte, slik at de kunne fortelle ham noe om befolkningen.

  Tidlig om morgenen satt han og studerte de ukelistene som prestene offentliggjorde over sine sognebarn. Der stod det

  - hvor mange som var født
  - hvor mange kvinner det var
  - hvor mange menn det var
  - hvor mange som var døde og hva som var dødsårsaken

  Graunt brukte prosentregning og regning av gjennomsnitt til å sammenlikne disse dataene. Sammenlikningene ble gjort fra årstid til årstid, fra år til år og mellom de ulike bydelene i London.

  Resultatene ble brukt av myndighetene under deres byplanlegging.

  Resultatet av arbeidet hans ble utgitt i en bok i 1662.

  På slutten av 1600-tallet førte matematikeren og astronomen Sir William Halley arbeidet videre og utarbeidet de første forsikringstabellene ut fra statistiske data."[62]

Vi ser altså at det er et rikt mangfold av områder hvor man kan si noe om matematikkens rolle i samfunnet (og rike muligheter til å utdype det litt mer enn det som ofte gjøres i lærebøkene).

---

[60] Mega 10a s. 73.

[61] Matematikk åtte-ni-ti 10 s. 146.

[62] Nye fakta 9 oppgavebok s. 101.

Matematikkhistorie kan vise at matematikk er et resultat av generasjoners arbeid. Matematikk er altså dynamisk, ikke statisk

I tilknytning til dette kan vi stille følgende spørsmål: framstiller lærebøkene det som at matematikken er blitt til gradvis over en lang tidsperiode, eller framstiller de det som at den er blitt "oppfunnet" av noen kloke menn for noen tusen år siden? (Den matematikkhistorien som ble fortalt til engelske kostskolebarn på 1800-tallet, må ha gitt et inntrykk av at matematikk er et statisk fag som ble oppdaget av Euklid, for å sette det litt på spissen).

Man kan skille mellom to vektlegginger: vekten på at matematikken er gammel, og vekten på at matematikken er blitt endret. Noen eksempler:

- "I fleire tusen år har menneske arbeidd med likningar for å løyse praktiske problem."[63]
- "Geometri har hatt ein sentral plass i matematikken i fleire tusen år."[64]
- "Som alt annet har også bruken av tall forandret seg gjennom historien. Vi skal se litt på noen av metodene som har vært brukt tidligere, og hvordan det har påvirket tallbehandlingen i dag."[65]
- "Det vi i dag forstår med algebra er å regne med bokstaver i stedet for tall. Algebraens spede begynnelse stammer fra de gamle egypterne for mer enn 3500 år siden. På 800-tallet e. Kr. skrev den arabiske matematikeren Muhammad al-Khwarizmi en bok som hadde tittelen "Hisab al-jabr wa'l muqabalah". Muhammad al-Khwarizmis arbeid har hatt så stor betydning at ordet algebra kommer fra al-jabr, et av ordene i tittelen på boka hans. Algebra ble på den tiden brukt om det vi i dag kaller likninger.

  Siden har algebra fått et bredere innhold. I dag brukes algebra i alle områder av matematikken."[66]

Sett under ett synes jeg lærebøkene bidrar greit til å vise at matematikken er et fagområde i stadig utvikling, selv om det vel ikke er gjort til noe hovedpoeng i noen av verkene.

Matematikkhistorie kan vise elever at vanskeligheter er en naturlig del av utviklingen

Matematikkhistorien er en gyllen mulighet til å vise elevene at det er greit å synes at matematikk til tider kan være vanskelig. Selv store kulturer og flinke folk kan

[63] Grunntall 9 s. 73. At jeg har plukket fire eksempler fra samme læreverk, er i nærheten av å være en tilfeldighet.

[64] Grunntall 9 s. 167.

[65] Grunntall 10 s. 9.

[66] Grunntall 10 s. 56. At "algebra" den gang ble brukt om det vi i dag kaller likninger, er ikke riktig.

støte på problemer og gjøre feil. Tilsvarende er det uheldig hvis man framstiller det som om matematikk er et fag for ufeilbarlige "overmennesker". Hvordan er så lærebøkene sett fra dette perspektivet?

Først alt jeg har klart å finne om dette i lærebøkene:

- "Null er et merkelig tall som har forvirret matematikerne i flere hundre år. Det betyr "ingenting", og de mente derfor at de ikke hadde bruk for det. Det var først på 1200-tallet at den italienske matematikeren Fibonacci fastslo at null kunne brukes som "plassholder" (siffer) i et tall."[67]

- "Menneskene ble tidlig klar over at det var ca. 3 ganger så langt rundt en sirkel som tvers over sirkelen, og at dette er likt for alle sirkler. Men 3 er litt for lite og ganske unøyaktig, og brukes helst ved overslag. Vi må kunne finne dette tallet mer nøyaktig! (...) Opp gjennom tidene har mennesker gjort store anstrengelser for å finne tallet π så nøyaktig som mulig. (...)"[68]

- "På 1500-tallet forsøkte den italienske matematikeren og fysikeren *Galileo Galilei* (1564-1643) å sammenlikne uendelige mengder med hverandre. Han fikk noen underlige resultater, så han sluttet med å si: "Uendelighet er i selve sitt vesen ubegripelig for oss." En annen stor matematiker, tyskeren *Karl Friedrich Gauss* (1777-1855), sa: "Jeg protesterer mot at en bruker begrepet uendelig mengde, som aldri kan tillates i matematikken."

  De største matematikerne har brynt hjernene sine med problemer som handler om uendelighet og uendelige mengder. (...)"[69]

Tre slike eksempler til sammen i alle læreverkene er ikke imponerende. Og ofte skriver lærebøkene at matematikere "oppdaget" eller "fant" diverse – tilsynelatende helt umotivert.[70] Jeg mener at elevene ville tjent på at det oftere kom fram litt om hvilke problemer de slet med, gjerne hvor lenge de slet med dem osv. Ellers blir kontrasten til elevene selv litt for stor...

Sannsynlighetsregning er et eksempel på et område hvor det burde vært mulig å vise fram noen av problemene matematikerne slet med før de omsider klarte å løse dem.[71] Et annet er perspektivtegning, hvor kunstnerne slet en stund, og gjorde en del iøynefallende feil,[72] før de endelig fikk det til.[73] Et tredje gjelder

---

[67] Grunntall 10 s. 34. Jeg reserverer meg riktignok mot det historiske innholdet i dette sitatet.

[68] Matematikk 10 s. 196.

[69] Matematikk 10 s. 232.

[70] "Arkimedes oppdaget at lengden av omkretsen av en sirkel delt på lengden av diameteren alltid ble det samme tallet, 3,14. Tallet kalte han π (pi)." (Delta 7 oppgavebok s. 83).

[71] For eksempel tvilte selveste D'Alembert på om det kunne være rett at sannsynligheten for å få kron på to myntkast kunne være $\frac{3}{4}$ (se Todhunter (1865) s. 258).

[72] Feilene er iøynefallende for oss, som er vant til å se perspektivtegninger. For samtiden var feilene ikke på noen måte enkle å oppdage og rette på.

[73] Se for eksempel Giottos "Jesus Before the Caïf" fra 1305, jf.

negative tall og irrasjonale tall – det har vært perioder hvor man diskuterte om disse eksisterte.[74]

Matematikkhistorie kan gi matematikken et menneskelig ansikt

Det kreves mer for å gi matematikken et "menneskelig ansikt" enn å oppgi et og annet navn. Kanskje må vi kreve at det sies noe om matematikerens liv og egenskaper ut over nasjonalitet og leveår? Finner vi eksempler på slikt i lærebøkene?[75]

- "La oss gjøre et langt hopp. *Tartaglia*, som levde i Italia på 1500-tallet, var en av sin tids mest kjente matematikere. Navnet Tartaglia var et kallenavn som han hadde fått. Det betyr stammeren. Han hadde talevansker etter at han som ung gutt ble truffet av et sabelhogg under franskmennenes angrep."[76]

- "Denne regelen blir kalt den *pytagoreiske læresetningen*, eller Pytagoras' setning. Den har fått navn etter den greske matematikeren og vismannen *Pytagoras*, som levde rundt år 550 f. Kr."[77]

- "Pytagoras var en gresk matematiker som levde ca. 570-500 f. Kr. Han var født på øya Samos og var antakelig elev av Tales fra Milet. Tales var en av pionerene innenfor den greske matematikken. I 529 f. Kr. bosatte Pytagoras seg i en gresk koloni i Sør-Italia. Han hadde mange elever, og de laget etter hvert et nærmest hemmelig forbund. De som ble medlem av dette selskapet, måtte avlegge ed på at de ikke skulle avsløre forbundets hemmeligheter."[78]

- "Dette resultatet kalles *Fermats siste teorem*. Fermat levde i Frankrike i 1601-1665. Han var jurist, men han elsket tall og brukte all sin fritid på å studere matematikk."[79]

- "Leonardo fra Pisa, også kalt Leonardo Fibonacci, levde på 1200-tallet. Han var en meget dyktig matematiker. Han reiste mye i Middelhavsområdet

---

http://www.ski.org/CWTyler_lab/CWTyler/Art%20Investigations/PerspectiveHistory/Perspective.BriefHistory.html.
Dette må naturligvis ikke forveksles med kunstnere som brukte "galt" perspektiv for å få fram en effekt, som for eksempel van Gogh.

[74]Ergo har det også vært perioder hvor man syntes at det var interessant å diskutere om matematiske objekter "eksisterer". Slikt hører til et annet matematikksyn enn mitt.

[75]Jeg innrømmer naturligvis at mye av matematikken i lærebøkene er skapt av folk vi ikke kjenner navnene på. Videre er det mange av matematikerne vi kjenner navnene på, vi ikke vet stort mer enn nettopp navnene på. Likevel gjenstår en del matematikere av relevans for grunnskolens pensum.

[76]Matematikk 9 s. 80.

[77]Matematikk 9 s. 150.

[78]Mega 9b s. 101.

[79]Matematikk 10 s. 46.

som ung. I Egypt, Sevilla, Hellas og Syria kom han i kontakt med østlig og arabisk matematikk. Han ble overbevist om at den indisk-arabiske måten å skrive tall på var enklere og bedre enn den romerske, og dette skrev han om i bøker. (...)"[80]

- "Bruken av brøkstrek finn vi først hos Leonardo Pisano Fibonacci (om lag 1200), som var ein matematikar som voks opp i Algerie. Her fekk Fibonacci grundig kjennskap til arabisk matematikk. Da han kom tilbake til Pisa, offentleggjorde han hovudverket sitt, "Liber abaci" (1202), som i fleire hundre år var førebilete for lærebøker i matematikk. Det var også med på å gjere bruken av arabiske tal kjend i Europa. Ein reknar Fibonacci som den framste matematikaren i mellomalderen."[81]

- "Matematisk lå Europa i dvale i det meste av middelalderen, men til gjengjeld var det stor matematisk aktivitet i andre deler av verden, særlig i Kina, India og arabiske land. En italiener var her et hederlig unntak. Han het Leonardo Pisano og hadde kallenavnet Fibonacci som han er kjent under. Fibonacci levde på 1200 tallet og hadde hatt arabiske lærere. (...)"[82]

- "Leibniz var filosof og matematikar. Han var svært evnerik og arbeidde både med filosofi, historie, politikk og teologi. Han var den første som brukte divisjonsteiknet : slik vi kjenner det."[83]

- "Willebrord Snellius var frå Nederland. Han vart fødd i ca. 1580 og døydde i 1626. Han var både matematikar og fysikar. Han var professor i Leiden. I fysikk er han kjend for å ha oppdaga lysbrytinga. Han var den første matematikaren som tok i bruk komma når han arbeidde med desimaltal. Det skjedde i 1608."[84]

- "Vi ser på Florence Nightingale som grunnleggjaren av den moderne sjukepleia, men ho var også ein av dei første kvinnelege statistikarane i verda. Ho såg på statistikk som ein måte å endre samfunnet på, og ho var med på å gjere statistikk til eit eige fag på universitetet i Oxford i England. Ho prøvde å hjelpe sjuke og lidande menneske i verda ved at ho viste kor mange det var av dei. Sjølv laga ho statistikkar som førte til ein ny måte å behandle sjuke på i heile verda."[85]

- "Euklid var ein gresk matematikar som levde frå om lag 330 til 275 f. Kr. Han blir kalla far til geometrien. Han studerte i Aten og var seinare leiar

[80] Matematikk 10 oppgavebok s. 86.
[81] Pluss 6b s. 4.
[82] Mega 10a s. 77.
[83] Pluss 6a s. 31.
[84] Pluss 6a s. 71.
[85] Pluss 6a s. 97.

for matematikkfaget på universitetet i Alexandria, som var det aller første universitetet i verda. Dette universitetet vart det viktigaste for grekarane i 1000 år.

Euklid har hatt utruleg mykje å seie for utviklinga i matematikken. Han skreiv ti store arbeid. Det viktigaste arbeidet er *Elementa*, som mellom anna inneheld læra om plangeometri. (...)"[86]

- "Euklid grunnla geometrien, som er den matematiske vitenskapen om rommet. Han var gresk matematiker og levde på 300-tallet f. Kr. Han arbeidet i Alexandria i Egypt og skrev boka Elementa. (...)"[87]

- "Sonja Kovalevskij vart fødd i Moskva i 1850. Ho var matematikar og forfattar og studerte på ulike universitet i Europa, det vil seie på dei få stadene som var opne for kvinner.

  Kovalevskij vart med tida professor ved høgskolen i Stockholm, og ho ligg gravlagd i Stockholm.

  Sonja Kovalevskij har vorte kalla "det mest glitrande matematiske geniet blant kvinner gjennom dei siste to hundreåra"."[88]

- "Sannsynsrekninga vart grunnlagt av Girolamo Cardano (1501-76), ein italiensk lege og matematikar. Cardano var kanskje den mest framståande matematikaren på 1500-talet, enda han sjølv rekna matematikken som ein hobby. (...)"[89] Om Cardano kunne det sies en del mer – for eksempel at han i en årrekke var en ivrig gambler, som visstnok på grunn av sin kjennskap til sannsynlighetsregning vant mer enn han tapte.[90]

- "Arkimedes var ein av dei største matematikarane i oldtida. Han vart fødd i 287 f. Kr. i Syrakus, ein gresk koloni på austkysten av Sicilia. Han studerte i Alexandria, men levde det meste av livet i Syrakus, oppteken av matematiske og fysiske studiar. I 212 f. Kr. vart han drepen av ein romersk soldat mens han heldt på med å løyse geometriske problem i sanden. (...)"[91]

- "Ifølge sagnet var det siste Arkimedes sa til en romersk soldat: "Tråkk ikke på sirklene mine!" Kort etter drepte soldaten Arkimedes."[92]

- "René Descartes var fransk filosof og matematikar. Som ung levde han som adelsmann i Paris, men seinare reiste han mykje, og han budde også mange

[86]Pluss 6a s. 183.
[87]Mega 8a s. 113.
[88]Pluss 6b s. 21.
[89]Pluss 6b s. 32.
[90]Se http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/~history/Mathematicians/Cardan.html.
[91]Pluss 6b s. 109.
[92]Mega 8b s. 227.

år i utlandet. Som filosof er den mest kjende utsegna hans: "Eg tenkjer, altså er eg til." (...) Det matematiske hovudverket til René Descartes er "La Géométrie" frå 1637. Han var også den som innførte koordinatsystema, og det fekk mykje å seie for den moderne matematikken."[93]

- "Niels Henrik Abel (1802-1829), en av verdens største matematikere. Ble utnevnt til professor i Berlin. Samlede verker utgitt på fransk 1839 og 1881."[94]

- "En av de første kvinnelige matematikerne var fransk og het Sophie Germain. Hun ble tidlig interessert i matematikk, men foreldrene prøvde å hindre henne fra å studere faget. De mente hun ville ta skade av det, og at ingen ville gifte seg med henne.

  Men Sophie lurte seg til å lese om natten når foreldrene sov, og til slutt måtte de la henne studere.

  Hun hadde kontakt med andre store matematikere på den tiden, blant annet Gauss, men hun brukte falskt navn for å bli tatt alvorlig.

  Hun kalte seg "M. le Blanc"."[95]

En del av disse sitatene er akkompagnert av fotografier eller tegninger av matematikerne. I tillegg er det naturligvis en del tegninger av anonyme grekere, romere etc. – uten at jeg er sikker på om effekten av disse er særlig stor.[96]

I tillegg til disse 19 sitatene, er det to kommentarer[97] i lærerveiledningene om tilsvarende ting. Tatt i betrakning at dette er fordelt på 5—7 læreverk og 10 forskjellige årstrinn, er kanskje ikke antallet imponerende. Men blant de 19 ser vi ihvertfall tilløp til ting som kan få elevene til å innse at matematikere er interessante mennesker som alle andre.

Det må legges til at en del av disse sitatene dukker opp i delkapitlet nedenfor om feil i lærebøkene.

Matematikkhistorie kan øke respekten for tidligere kulturers nivå

Veldig mye av det lærebøkene skriver om matematikkhistorie kan påvirke elevenes syn på tidligere kulturer. Nå er det ikke alle temaer som i like stor grad bidrar til å "øke respekten for tidligere kulturers nivå" – for eksempel er det tvilsomt om elevene blir imponert av å se at pakistanere gjennom historien har holdt på med

[93]Pluss 6b s. 136.

[94]Pluss ekstrabok 7 s. 42.

[95]Nye fakta 9a s. 75.

[96]"Portretter av tidligere matematikere plassert i en lærebok er tenkt å skulle gjøre matematikken mer human. Men mange av disse menneskene virker fremmede, og portrettene viser en avstand" (Bob Burn 1998 s. 11, sitert i Reidar Mosvold 2001 s. 17). Mennesker trenger kanskje en kontekst for å være menneskelige?

[97]Matematikk 9 lærer s. 28 og Matematikk 10 lærer s. 53.

å telle på fingrene. Men noen av temaene, så som pyramidene, blir fokusert en del, kanskje også med dette målet i tankene. Generelt synes jeg også at det kunne vært mer fokus på hva forskjellige kulturer klarte å få til pga matematikken sin.

Videre er det grunn til å kritisere de tilfellene hvor det fremstilles som at romertallene gjorde det vanskelig å regne (dette kommer jeg tilbake til senere).[98]

Matematikkhistorie kan utvikle evnene til å bruke kilder, bibliotek, internett og til å skrive essay

Nå kan det naturligvis sies at dette målet kan nås greit ved litt fantasi fra læreren – slike oppgaver behøver ikke stå i lærebøkene. Men på den annen side gjør det jo ikke akkurat så mye om det står noen gode idéer i lærebøkene eller lærerveiledningene, for å gjøre ting lettere for en stresset lærer...

Vi kan se på disse oppgavene fra to synsvinkler: Hvor omfattende er saksområdet som elevene skal finne ut noe innenfor (og hvor presist er det oppgitt hva de skal være på utkikk etter)? Og hvor mye hjelp får de til å velge hvor de skal lete? Jeg vil si at oppgaver som ber elevene kikke på et svært omfattende saksområde, uten at det presiseres noe særlig hva de skal lete etter, og uten at de får noen hint om hvor de kan begynne å lete, fort kan bli håpløse (eller i det minste svært tidkrevende). Tilsvarende kan man tenke seg at hvis elevene får oppgitt et svært snevert tema, noen svært konkrete problemstillinger eller et startsted å lete, vil det være noe enklere å komme i gang.

For å ta det siste først: det er relativt få oppgaver som gir konkrete råd til hvor eller hvordan elevene kan lete, ut over generelle formuleringer av typen "Bruk Internett, leksikon eller CD-ROM for...". Unntakene er så få at jeg kan gjengi alle:

- "http://dokpro.nio.no:80/umk gir en oversikt over gamle mål."[99]
- "Du kan finne mer om betydningen av forskjellige tall ved å søke på "tallmystikk" på Internett eller ved å slå opp i et oppslagsverk, f. eks. en bibelordbok, og studere eksemplene der."[100]
- "Mer om Thales kan du finne i leksikon, i matematikkhistoriske bøker eller på Internett: Se på den matematikkhistoriske siden http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk:80/~history/ og klikk deg videre mot Thales: http://www-groups.dcs.st-and.ac.uk:80/~history/Mathematicians/Thales.html"[101]
- "På Internett kan du finne mange steder der det er ført ulike bevis for den pytagoreiske læresetningen. På figuren til venstre har vi vist et eksempel som finnes på en side kalt "Pythagoras' Haven". Her kan du klikke deg

[98] Se s. 45.
[99] Matematikktakk 7 s. 131.
[100] Matematikk åtte-ni-ti 10 s. 50.
[101] Matematikk 10 lærerbok s. 53.

gjennom beviset. Gå ut på nettet og prøv å finne denne siden. Hvis den er tatt bort, kan du finne en annen ved å søke på "Pythagoras". Vær klar over at da kan du finne alt fra hjemmesiden til en katt til bevis for pytagoras!"[102]

Når det gjelder det med å presisere hva man er ute etter, kan følgende to oppgaver være en bra illustrasjon:

- "Bruk Internett eller oppslagsverk og finn opplysningar om Pierre de Fermat."[103]
- "Bruk Internett, leksikon eller CD-ROM og finn ut når Johann Widmann levde."[104]

Den første er usigelig generell – elevene får ingen pekepinn på hva med Fermat som liksom skal være interessant. Den andre er voldsomt spesifikk – svaret på oppgaven er to firesifrede tall. Min mening er at det er nødvendig for lærebokforfatteren og/eller læreren å gjøre seg opp en mening om hva som er målet med oppgaven. Etter å ha funnet ut det, vil det da ofte være fornuftig å innsnevre oppgaven noe. Oppgaven om Fermat kunne man for eksempel innsnevre ved å konsentrere seg om hva han var mest opptatt av i matematikken, eller å gi en kort skisse av livet hans. Oppgaven om Widmann er (som jeg også påpeker annensteds) meningsløs – det må da gå an å finne mer interessante ting ved Johann Widmann enn hans fødsels- og dødsår!

Det er ikke mange oppgaver av Widmann-typen, men derimot er det mange av Fermat-typen. Man spør om Fibonacci,[105] Blaise Pascal,[106] Pytagoras,[107] Florence Nightingale,[108] Girolamo Cardano,[109] Sonja Kovalevskij,[110] Euklid,[111] Hypatia,[112] Isaac Newton,[113] Arkimedes,[114] Gauss,[115] Pierre Simon de Laplace,[116] Fahrenheit[117] og Celsius.[118] Tilsvarende oppgaver finnes når det gjelder temaer,

[102]Mega 10a s. 98.
[103]Pluss 6b s. 35. En liknende oppgave på s. 32 i samme bok.
[104]Pluss 6a s. 4.
[105]Nye fakta 10 oppgavebok s. 24, Pluss 6b s. 4.
[106]Pluss 6b s. 32 og 37, Nye fakta 10 oppgavebok s. 24.
[107]Grunntall 9 s. 169, Nye fakta 10a s. 91, Mega 9b s. 101, Mega 10a s. 98.
[108]Pluss 6a s. 97.
[109]Pluss 6b s. 32.
[110]Pluss 6b s. 21.
[111]Pluss 6a s. 183, Matematikk 10 s. 46, Mega 10a s. 102.
[112]Mega 10a s. 76, Matematikktakk 7 lærer s. 62.
[113]Pluss 6a s. 160, Matematikk 10 s. 46.
[114]Matematikk 10 s. 46.
[115]Matematikk 10 s. 46.
[116]Pluss 6b s. 32.
[117]Tusen millioner 7a s. 19.
[118]Tusen millioner 7a s. 19.

hvor bare et tema er oppgitt uten nærmere begrensninger: "Tallsystemer",[119] "π – hvorfor akkurat dette tallet?",[120] Aleksandria,[121] "andre kvinnelige matematikere",[122] romertall,[123] og det gylne snitt.[124]

Mitt poeng er ikke at elevene ikke kan få noe ut av slike oppgaver, men at dette er en type oppgaver som læreren utmerket klarer å lage selv – det er bare å si et navn eller tema fra pensum, så har man et prosjekt. Det er mye vanskeligere å gi oppgaver som er litt mer gjennomtenkte og hvor elevene med stor sannsynlighet kommer borti noe som bidrar til matematikklæring, og her trenger lærerne hjelp av læreverkene.

Eksempler på oppgaver hvor elevene ledes mer i en bestemt retning, er følgende:

- Et verk anbefaler prosjekter om Arkimedes, Pascal, Newton, Abel og fortsetter "Hva vet vi om deres liv, om deres oppvekst, skolegang og hva deres arbeid i matematikken bestod av?"[125]
- "Prosjekt: Undersøk pyramidenes historie. Lag en plakat til klasserommet som inneholder opplysninger om størrelser, hvorfor og hvordan pyramidene ble bygd og hvilken betydning pyramidene har i dag."[126]
- "Et annet prosjekt kan være å finne ut mer om Pytagoras, om hans liv og om pytagoreernes oppdagelser i matematikk. Hva fant de ut om matematikk og musikk? Hvorfor hadde de ordspråket "alt er tall"?"[127]

Min konklusjon blir at det blir litt for mye hummer og kanari i lærebøkene, en del av forslagene blir litt for lettvinte.

Det finnes massevis av andre prosjektideer og oppgaver som som jeg ikke går inn på her, men som jeg (for spesielt interesserte) har tatt med i et tillegg bakerst i rapporten.

Matematikk kan gi mulighet til tverrfaglig arbeid med andre lærere

I en del tilfeller foreslår lærebøkene eksplisitt tverrfaglige opplegg knyttet til matematikkhistorie. Dette finnes naturlig nok først og fremst i lærerveiledningene. Følgende forekommer:

[119] Mega 10a s. 74.
[120] Matematikk 8 lærerbok s. 72.
[121] Mega 10a s. 103.
[122] Nye fakta 9a s. 75.
[123] Matematikk åtte-ni-ti 10 s. 48.
[124] Mega 10a s. 75.
[125] Matematikk 10 lærerbok s. 15.
[126] Nye fakta 9a s. 83.
[127] Matematikk 10 s. 46.

- Etterkrigstiden fra 1945 til 1970 (med vekt på geometriens rolle i gjenoppbyggingen av Europa, med "alle" fag)[128]
- Kalenderen (med samfunnsfag)[129]
- "En dag hos aztekerne" (med samfunnsfag, KRL og kunst og håndverk)[130]
- "Brøkregning i historien" (med samfunnsfag)[131]
- Gamle måleenheter (med samfunnsfag)[132]
- Romertall (med norsk, samfunnsfag og historie)[133]
- Arkimedes (med naturfag)[134]
- Symmetri (med kunst og håndverk)[135]
- Geometriske former (med kunst og håndverk)[136]
- Pyramidenes historie (med samfunnsfag)[137]

I tillegg er det naturligvis mange muligheter for en oppmerksom lærer, selv om de ikke står eksplisitt nevnt i læreboka. Og man vil ofte via matematikkhistorien komme borti emner fra andre fag, uten at det er naturlig å gjøre et stort prosjekt ut av det. Men det kan jeg ikke gå nærmere inn på her.

Meningsløse oppgaver

Selv om jeg har nevnt en del meningsløse oppgaver allerede, føler jeg for å ha med et eget avsnitt om det, for å fokusere spesielt på dem. Her er noen eksempler:

> "Matematikeren Blaise Pascal var en av de første som arbeidet med sannsynlighetsregning. Han ble født i 1623 og døde i 1662. a)

[128] Grunntall 10 s. 127.
[129] Abakus 4 lærerbok s. 79 og Tusen millioner 5 lærerbok s. 73.
[130] Regnereisen 6 lærerbok s. 9:9. Liknende prosjekter om forskjellige kulturer foreslås i Matematikktakk 6 lærerbok s. 47 og Matematikktakk 7 lærerbok s. 61.
[131] Matematikk 8 lærerbok s. 56.
[132] Matematikk 8 lærerbok s. 56 og Matematikk åtte-ni-ti 8 lærerbok s. 49.
[133] Pluss 5 lærerbok s. 12.
[134] Pluss 6 idébok s. 53.
[135] Tusen millioner 5 lærerbok s. 7.
[136] Matematikk åtte-ni-ti 10 s. 146.
[137] Nye fakta 9a s. 83.

> Hvor gammel ble Pascal? b) Hvor mange år er det siden Pascal ble født? c) Hvor mange år er det siden Pascal døde?"[138]

Denne typen oppgave undrer meg. Hvilken læring er det denne oppgaven vil bidra til? Det er nok ikke å trekke fra hverandre firesifrede tall, for dette er en niendeklassebok. For meg er det helt umulig å tro at denne oppgaven vil bidra til (positiv) utvikling av elevenes faktakunnskaper, ferdigheter, begrepsstrukturer, strategikunnskaper eller holdninger. Oppgaven forekommer meg rett og slett, som overskriften antyder, meningsløs. Det kan legges til at den neste oppgaven i samme bok er en tilsvarende oppgave som handler om Abraham de Moivre.

Det andre ytterpunktet representeres av denne typen oppgave:

> "Blaise Pascal laga den første lommereknaren. Bruk Internett eller oppslagsverk og finn ut meir om Pascal."[139]

Som tidligere nevnt mener jeg at elevene nok bør styres litt mer (dersom man ikke har *veldig* mye tid til rådighet). Eller er det likegyldig om elevene blir sittende å lese om Pascals trekant, programmeringsspråket Pascal, litteratur, religion eller andre av de oppslagene de kan få? På meg virker det rett og slett litt lettvint å lage slike oppgaver og tro at ved at elevene slippes ut på internett vil det nødvendigvis foregå læring.

Flere eksempler:

> "Bruk Internett, leksikon eller CD-ROM og finn ut når Johann Widmann levde."[140]

Hvorfor det? I teksten over oppgaven fremgår det at Widmann levde i 1489, så det er altså de eksakte fødsels- og dødsår man antar at elevene vil finne det interessant å lete etter på nettet. Personlig antar jeg ikke det.

> "Bruk oppslagsverk og eventuelt Internett til å finne navnet på matematikere som arbeidet med sannsynlighetsregning på 1600- og 1700-tallet."[141]

Igjen får jeg følelsen av at dette er for lettvint. Vel å merke for forfatterne eller læreren, ikke for eleven. Hvorfor er det interessant å finne *navnene* på matematikere? Hva skal elevene gjøre med disse navnene hvis de finner dem? Skal

[138] Matematikk åtte-ni-ti 9 oppgavebok s. 8. I Mega 8a s. 62 står liknende oppgaver, som for eksempel: "Aristoteles ble Platons elev da han var 17 år gammel. Det var i år -367. Aristoteles døde da han var 62 år gammel. a) I hvilket år ble Aristoteles født, og i hvilket år døde han?", men disse oppgavene involverer i det minste regning med negative tall.

[139] Pluss 6b s. 37.

[140] Pluss 6a s. 4.

[141] Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 10.

eleven gjøre en oppgave uten å vite poenget, og deretter få en rød R eller g uten helt å vite hvorfor det var riktig eller galt, ligner det hele litt for mye på en type matematikkundervisning som vi prøver å forlate.

Så mitt yndlingseksempel:

> "René Descartes var fransk filosof og matematikar. Som ung levde han som adelsmann i Paris, men seinare reiste han mykje, og han budde også mange år i utlandet. Som filosof er den mest kjende utsegna hans: "Eg tenkjer, altså er eg til". Drøft denne utsegna. Kva trur de Descartes meinte?"[142]

Denne oppgaven egner seg langt bedre som grunnlag for en doktoravhandling i filosofi enn som matematikkoppgave for sjetteklassinger. Men for begge målgrupper gjelder det at det er umulig å tolke utsagnet uten å kjenne noe om sammenhengen det står i. Dessuten mener mange at det heller bør oversettes til "Eg tvilar, altså er eg til". Igjen føler jeg at man setter elevene i aktivitet for aktivitetens egen skyld, ikke ut fra noen gjennomtenkt plan om hva elevene bør få ut av det.

4.5 "Pascal laga den første lommereknaren" og andre feil

Nobody's perfect.[143] Ei heller forfatterne av lærebøker i matematikk for grunnskolen. Ikke alle feil er like alvorlige, noen kan kanskje til og med forsvares ut fra at "sannheten" blir for komplisert. (Hvor nøyaktige lærebøker bør være er for øvrig en evig debatt.) Jeg har valgt å dele feilene opp i flere kategorier. De mest alvorlige er feil som er egnet til å skape eller forsterke dype misoppfatninger hos elevene. En del steder ser vi også anakronismer og utslag av etnosentrisitet. Mindre viktige er kanskje feil som gjelder hvilke personer som gjorde hva når etc. En fjerde kategori er myter som viderebringes som om de var beviste sannheter. En femte kategori er forenklinger og unøyaktigheter som neppe bidrar til å hindre elevenes læring. Jeg kommer med eksempler fra hver enkelt kategori nedenfor.

4.5.1 Feil som kan fremme misoppfatninger

Den kanskje aller mest blatante feil i hele undersøkelsen forekommer i følgende sitat: "Blaise Pascal laga den første lommereknaren".[144] Det problemet at Pascal ikke laget den første regnemaskinen kan vi la ligge her. Men den vanvittige

[142] Pluss 6b s. 136.

[143] Dette er jo også sluttreplikken fra den geniale filmen "Some like it hot". Oops, dette var visst en helt irrelevant fotnote. Beklager.

[144] Pluss 6b s. 37.

feiloppfatning av teknologiens utvikling som kan styrkes av en påstand om at noe nær våre dagers lommeregnere fantes på 1600-tallet, burde unngås. Regnemaskinene som ble laget på denne tiden var mekaniske, veldig primitive etter våre forhold og ville ha krevd *store* lommer.[145]

I et par verk uttrykkes det at det er tungvint å regne med romertall.[146] Å komme med en slik påstand er sterkt misvisende om man ikke med det samme påpeker at de som brukte romertall hadde abakus til å hjelpe seg med. Det kan ellers virke som om romerne var dumme som brukte romertall. Når man konstruerer eksempler av typen "V+V+V=III·V=XV=15"[147] får man fram hvor vanskelige romertall kan være hvis man går inn for det. (Litt bedre, men fremdeles ikke brukbart, er "XVIII + XXIV = XVIII + XXIIII = XXXVIIIIIII = XLII"[148] En tegning som viser en elev som prøver å regne "XXVI + X =" under hverandre etter vår algoritme, er heller ikke god sett fra en slik synsvinkel.[149])

Når vi først er inne på romertall, kan jeg sitere til skrekk og advarsel: "Romertall er egentlig ikke tall, men bokstaver som symbol for tall",[150] og i et annet verk (denne gang i en lærerveiledning) "Elevene bør bli bevisstgjort på at romertallene ikke egentlig er tall, men bokstaver som symboler for tall. De egner seg derfor ikke til å regne med."[151] Jeg vil understreke at våre "tall" heller ikke "egentlig" er tall, men kruseduller som symboliserer tall. Og hva som egner seg til å regne med er avhengig av strukturen i tallsystemet, ikke av at de romerske krusedullene tilfeldigvis også brukes som bokstaver.

En mindre feil, som dog kan få elevene til å tro at islamsk og kristen tidsregning er nesten like, er følgende: "Denne boka er skriven i året 1997 e. Kr. (...) Etter islamsk tidsrekning ville boka vore skriven i året 1375, fordi muslimane startar si tidsrekning med året då profeten Muhammad rømde frå Mekka til Medina. Dette skjedde 622 år etter at Jesus blei født."[152] Som kjent bruker ikke den islamske kalenderen like lange år som oss, og 1997 i vår tidsregning er ca. 1418 i islams kalender.

---

[145]Pascals Pascaline var $36cm \times 13cm \times 8cm$, og kunne addere og subtrahere. Se http://www.cee.hw.ac.uk/~greg/calculators/pascal/About_Pascaline.htm.

[146]"Noen elever har sikkert interesse av å prøve å regne med romertallene. De vil da få erfare hvor tungvint det er med tall som er notert på denne måten" (Regnereisen lærerbok 7 s. 3:12), "I dette kapitlet forsøker vi å sammenligne ved å vise hvor tungt det er å regne med romertall" (Pluss 6 lærerbok s. 48).

[147]Matematikktakk 5 s. 158.

[148]Mega elevbok 8a s. 31.

[149]Tusen millioner 6b s. 36.

[150]Grunntall 10 s. 10.

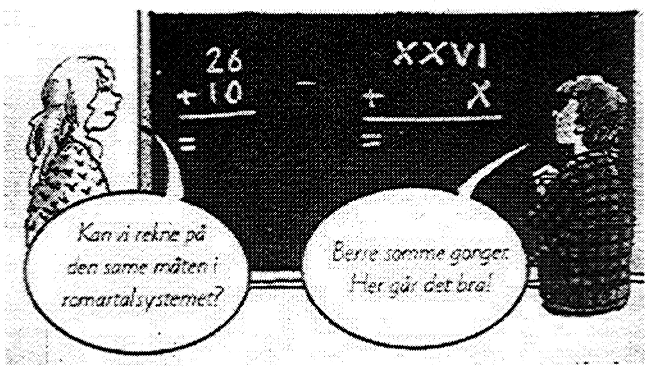
[151]Tusen millioner 7 lærerbok s. 32.

[152]Tusen millioner 5b s. 12.

4.5.2 Anakronismer og etnosentrisitet

Det er svært vanlig å gi oppgaver av typen "X+X=".[153] Dette er en anakronisme. Romerne brukte ikke våre tegn for pluss og minus. Tilsvarende anakronismer forekommer i forbindelse med de andre tallsystemene. Det er vanskelig å si hvor alvorlig dette er, men det er helt klart uheldig hvis elevene danner seg den oppfatning at de gamle kulturfolkene gjorde alt som oss, bare at de hadde andre symboler for tall.

Mega elevbok 10a s. 73.



Tusen millioner 6b s. 36.

Matematikktakk 5 s. 158.

Det er mulig at jeg er for ømfintlig, men jeg reagerer når jeg ser spørsmål av

[153]Abakus 3b s. 88, 93 og 96, Regnereisen 6b s. 173—174, Regnereisen oppgavebok 7b s. 18, Matematikk 8 oppgavebok s. 28, Pluss 6b s. 76—78, 94, 98, 103, 188, Mega 8a s. 31, Mega 10a s. 73, Matematikk åtte-ni-ti 8 s. 28, Matematikk åtte-ni-ti oppgavebok 8 s. 40, Matematikk åtte-ni-ti oppgavebok 10 s. 56, Delta 6b s. 30, Matematikktakk 5 s. 157—8, Tikktakk trening 5 s. 78—9, Tikktakk trening 7 s. 142, Felix Fabula matematikkboka 3 s. 58, Felix Fabula ekstraboka 3 s. 56, Grunntall 10 s. 11, Tusen millioner 3a s. 19, Tusen millioner 7b s. 175. Abakus og Regnereisen nevner i lærerveiledningen at dette ikke er historisk riktig.

typen "Kva for tal i vårt talsystem står desse gamle egyptiske tala for?"[154] eller "Hva mener danskene når de sier "treds"?"[155] Jeg liker mye bedre formuleringer hvor det går fram at vårt tallsystem og de andres tallsystem er likeverdige uttrykk for det samme tallet. Danskene mener nok "treds" når de sier "treds". Vi ville sagt "seksti" hvis vi mente det samme. Det er dette jeg kaller etnosentrisitet, men som andre muligens ville kalle en bagatell...

4.5.3 Mer uviktige feil

I lærebøkene er det massevis av gale opplysninger. Et eksempel er den tidligere nevnte "Blaise Pascal laga den første lommereknaren".[156] Det alvorligste her er at man bruker ordet "lommereknar", ikke at man tar feil av hvem som laget den første regnemaskinen. (Den første var nok sannsynligvis Schickard, han hadde tegningene klare i 1624, et år etter Pascals fødsel.[157]) Men når vi først synes det er et poeng å fortelle elevene hvem som først laget noe eller hvem som først brukte et bestemt matematisk tegn, bør vi vel prøve å være så nær sannheten som mulig?

Flere eksempler:

- "[Brøkstreken] kom først på 1200-tallet og opphavsmannen er trolig Leonardo Fibonacci fra Pisa".[158] Flere kilder oppgir at han lånte denne skrivemåten fra araberne.[159]

- "Symbolet $\sqrt{\ }$ har oppstått i Tyskland. Det blir gjettet at det kommer av bokstaven r, som kan stå for radix (rot)".[160] Den første vi kjenner til som brukte tegnet (med den horisontale linjen øverst) var Rene Descartes (i 1637). Han var ikke tysker. Christoff Rudolff brukte tegnet i 1525 uten en slik horisontal linje. Han var født i Polen og jobbet hele livet i Wien som i dag ligger i Østerrike. Det virker tvilsomt at symbolet kommer fra bokstaven r, og blant annet Florian Cajori argumenterer mot en slik teori.[161] I et annet verk påstås at rottegn først ble brukt i 1629.[162] Denne misoppfatningen skyldes kanskje at det var i 1629 Albert Girard foreslo å plassere tretallet (i tredjeroten) der vi fremdeles plasserer det i dag.

---

[154] Tusen millioner 6b s. 34 og s. 39 og s. 40. Liknende formuleringer i Tusen millioner 6b s. 36 og 38, Tusen millioner 6 ekstrabok s. 57—8, Tusen millioner 7 ekstrabok s. 4—5 og 8.

[155] Grunntall 10 s. 15. Tilsvarende i Grunntall 8 s. 248 og 255.

[156] Pluss 6b s. 37. Påstanden gjentas s. 105.

[157] Se http://www.csc.liv.ac.uk/~ped/teachadmin/histsci/htmlform/histsci_temp/lect3.html, hvor det henvises til Bruno von Freytag Löringhoff Hammers Litterae ad Kepplerum.

[158] Matematikk 8 lærerbok s. 52 og Pluss 6b s. 4.

[159] Se http://members.aol.com/jeff570/fractions.html.

[160] Matematikk 9 grunnbok s. 26.

[161] Se http://members.aol.com/jeff570/operation.html.

[162] Mega elevbok 10a s. 79.

- "I 1489 innførte Johann Widmann teikna + og − til bruk i rekneoperasjonar."[163] Dette er feil, Widmann brukte + og − kun til å betegne overskudd og underskudd, ikke til regneoperasjoner.[164]

- "Men det tok lang tid før 0 vart nytta i Europa. Vi veit at franskmannen Nicolas Chuquet brukte 0, og det skjedde omtrent samstundes med at Widmann byrja å bruke + og - i rekneoperasjonar."[165] Hvis dette skal forstås slik at Chuquet var den første europeeren som brukte symbolet 0, er det feil. Den første europeeren vi kjenner til som brukte det var Abraham ben Meir ibn Ezra (1092-1167). Dessuten gikk Fibonacci inn for bruken av 0 i *Liber abbaci* (1202).[166]

- "Null er et merkelig tall som har forvirret matematikerne i flere hundre år. Det betyr "ingenting", og de mente derfor at de ikke hadde bruk for det. Det var først på 1200-tallet den italienske matematikeren Fibonacci fastslo at null kunne brukes som "plassholder" (siffer) i et tall."[167] Riktignok gjorde Fibonacci litt av hvert, men det er helt urimelig å gi ham noen sentral plass i denne sammenhengen. Null ble brukt som plassholder mellom 1500 og 2000 år før Fibonacci.[168] (Fibonacci var nok muligens den første europeiske ikke-muslimen som argumenterte for bruk av 0, men det kan vi vel ikke legge vekt på.)

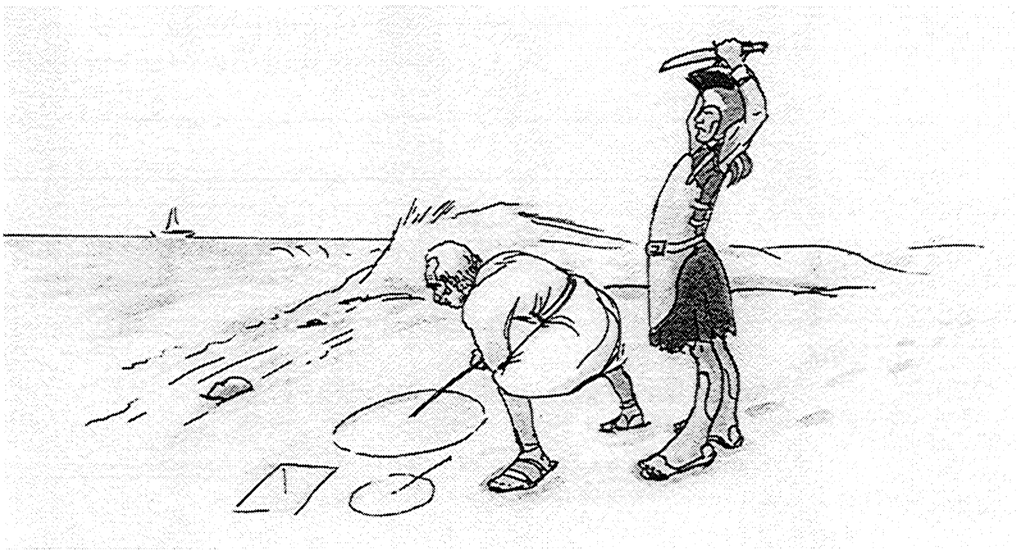
- "[Willebrord Snellius] var den første matematikaren som tok i bruk komma når han arbeidde med desimaltal. Det skjedde i 1608."[169] Dette er feil, komma ble brukt av Jobst Bürgi i 1592 og av Christopher Clavius i 1593.[170]

- "Pytagoras var en gresk filosof og matematiker som fant en sammenheng mellom sidene i en rettvinklet trekant".[171] Det hadde vært greit å nevne at setningen var kjent for babylonerne 1000 år tidligere (selv om det muligens var Pytagoras som var den første som beviste den).

- Det påstås at parenteser først ble brukt i 1580,[172] men Tartaglia brukte dem allerede i 1556.[173]

[163] Pluss 6a s. 4.
[164] Se http://members.aol.com/jeff570/operation.html.
[165] Pluss 6a s. 4.
[166] Se http://members.aol.com/jeff570/constants.html.
[167] Grunntall 10 s. 34.
[168] Se http://members.aol.com/jeff570/constants.html.
[169] Pluss 6a s. 71 og Pluss 7 idebok s. 14.
[170] Se http://members.aol.com/jeff570/fractions.html.
[171] Grunntall 10 s. 168.
[172] Mega elevbok 10a s. 79.
[173] Se http://members.aol.com/jeff570/grouping.html.

4.5.4 Myter



Figur 4.1: Pluss 7b s. 229.

I matematikkhistorien finnes det en del "sannheter" som ikke har godt nok grunnlag i kildene. Et eksempel er omstendighetene rundt Arkimedes' død. Når elevene får vite at "I 212 f. Kr. vart han drepen av ein romersk soldat mens han heldt på med å løyse geometriske problem i sanden."[174] går lærebokforfatterne inn i en lang tradisjon med å bringe videre denne myten. Men den blir ikke sann av den grunn.[175]

Flere eksempler:

- "På tegningen nedenfor kan man se at sifrene oppstod ved å telle vinkler."[176] (se figur 4.2). Jeg har ikke klart å finne noe historisk belegg for dette. En studie av hvordan sifrene har utviklet seg så langt vi kjenner til, taler mot denne teorien. Muligens er det for snilt å kalle dette en myte, det er vel nærmere en feil.

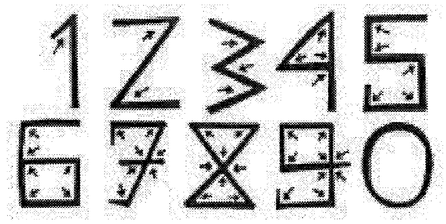
- "Euklid grunnla geometrien."[177] Dette kunne kanskje like gjerne vært plassert som en forenkling eller en unøyaktighet. Jeg synes ihvertfall at dette er misvisende. For det første strides de lærde om Euklid i det hele tatt er en

[174] Pluss 6b s. 109. Her er gjengitt en tegning fra Pluss 7b s. 229 som gjengir det samme.

[175] Selv Plutark har tre versjoner av historien, hvorav én ikke inkluderer at han holdt på med å løse geometriske problemer i sanden. Se http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematicians/Archimedes.html.

[176] Abakus lærerbok 4 s. 110.

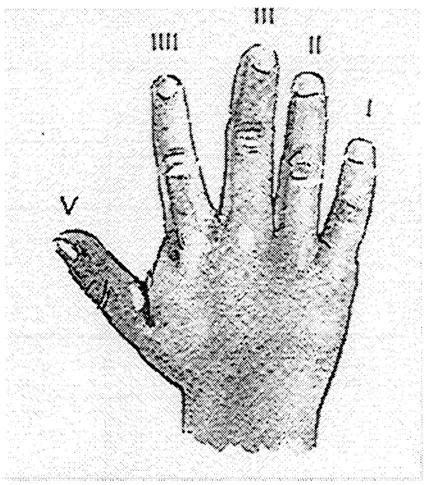
[177] Mega elevbok 8a s. 113.



Figur 4.2: Abakus 4 lærerbok s. 110.

historisk person. Selv om han skulle være en historisk person, er det ikke opplagt at han har skrevet *Elementene* (eller at det i det hele tatt er én person som har skrevet den). Og uansett er de fleste enige om at Euklid ikke oppdaget eller beviste særlig mange av resultatene i boka (muligens ingen).[178] Euklids bidrag må derfor hovedsaklig være organiseringen. Å påstå at Euklid grunnla geometrien blir da å legge veldig vekt på den aksiomatisk-deduktive organisering, i strid med de vektlegginger L97 har når det gjelder geometrien.

- "De vil da se at det blir en V-åpning mellom de fire fingrene og tommelen. Det er grunnen til at den femte fingeren ble merket med en V."[179] Matematikkhistorikere vil sikkert være svært interessert i hvilke kilder som gir grunnlag for å uttale seg med så stor sikkerhet om romertallenes bakgrunn.



Figur 4.3: Tusen millioner 7 lærerbok s. 32.

[178]Se http://www-groups.dcs.st-andrews.ac.uk/history/Mathematicians/Euclid.html.
[179]Tusen millioner 7 lærerbok s. 32.

- Jeg er fristet til å nevne enda en myte, selv om den ikke har så mye med matematikk å gjøre: "Allerede 500 år f. Kr. visste greske vitenskapsmenn at jorda var kuleformet. Likevel hevdet kirken i Europa lenge at jorda var flat, og straffet folk som hevdet noe annet. De vitenskapsmennene som var dristige nok til å si at jorda var kuleformet, levde et farlig liv og kunne bli straffet med døden."[180] Myten om at kirken i Europa lenge hevdet at jorda var flat, avlives i boken "Inventing the flat earth: Columbus and modern historians" av Jeffrey Burton Russell. En annen bok er enda mer på villspor: "Nicolaus Copernicus levde på 1500-talet. Før hans tid var det ei vanleg oppfatning at Jorda var flat, og at Jorda var sentrum i universet. Han oppdaga både at Jorda var rund, og at Sola er sentrum i solsystemet vårt."[181]

Skal slike myter viderebringes, synes jeg ihvertfall tre krav bør stilles: det må opplyses at de ikke er historisk korrekte, de må være relevante og de må være politisk "ufarlige". En myte som stempler kristne som uvitenskaplige oppfyller heller ikke det siste av disse kravene.

4.5.5 Forenklinger og unøyaktigheter

Mest for kompletthetens skyld tar jeg også med en del unøyaktigheter i lærebøkene. Det er naturligvis et spørsmål hvilket presisjonsnivå man skal ha når man forholder seg til barn. Men det må være et poeng at ihvertfall læreren må vite at læreboka er upresis, for at ikke unøyaktighetene skal gli over i direkte vranglære.

Et enkelt eksempel er påstanden om at egypterne bare brukte brøker med teller 1.[182] Muligens ville ikke elevene ha noen stor glede av å få vite at de også brukte brøken 2/3, men det gjorde de altså.

Flere eksempler:

- "På den måten fant [Arkimedes] et tall som ligger svært nær omkretsen av sirkelen."[183] Arkimedes fant først og fremst et *intervall* som han *visste* at omkretsen lå innenfor.

- "Arkimedes var greker, og π er den greske bokstaven for p (perimeter eller periferi er greske ord for omkrets)."[184] Stort sterkere kan man ikke antyde at Arkimedes brukte symbolet π som vi gjør det i dag (riktignok er det et

[180] Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 186.
[181] Pluss 6b s. 67.
[182] Matematikk 8 elevbok s. 187. Matematikk nevner i lærerveiledningen at også 2/3 ble brukt.
[183] Matematikk 8 elevbok s. 281.
[184] Matematikk 8 elevbok s. 281. Liknende antydninger finnes i Matematikk 10 grunnbok s. 196—197 og Mega elevbok 8b s. 227 og s. 236.

verk som sier dette rett ut[185]). Men bokstaven π ble først brukt til dette av William Jones i 1706.[186] Videre pågår det en diskusjon om det er riktig å kalle alle som levde i den greske kulturkrets for "grekere" – Arkimedes var jo for eksempel fra Syrakus på Sicilia, men da begynner jeg vel å bli i overkant pirkete...

- "I matematikken blir dette tallet kalt pi og blir skrevet π. Dette ble først beskrevet av W. Jones 1706 i en engelsk lærebok".[187] Her kan vi ha den motsatte effekten: at elevene tror at tallet π ikke ble studert før i 1706. Tallet π ble jo behandlet av Arkimedes, selv om han ikke kalte det "π".

- "Denne interessante "trekanten" av tall ble laget av en fransk matematiker, Blaise Pascal, som levde på 1600-tallet. Derfor blir den kalt "Pascals trekant"".[188] Her kunne det godt vært nevnt at Pascals trekant ble laget lenge før Pascal.

- "Grekerne utviklet nå en geometrisk algebra, det vil si at de kunne illustrere algebraiske metoder ved hjelp av geometriske metoder".[189] Dette er en høyst omdiskutert måte å se det på, og det burde kanskje vært nevnt.

- "Algebra ble på den tiden brukt om det vi i dag kaller likninger."[190] Ordet al-jabr var et hverdagsord, som al-Khwarizmi tok i bruk for å betegne en spesiell operasjon i forbindelse med løsning av likninger. Senere ble ordet riktignok brukt om likningsløsning, men neppe noen gang om likninger som sådan.[191]

4.5.6 Sluttkommentar

Hva var poenget med denne gjennomgangen? Et poeng var å rette søkelyset mot at lærebøkene tar feil, som en påminnelse om at en kritisk holdning alltid har sine fordeler. Mange av misoppfatningene som forekommer i lærebøkene er naturligvis også vanlige ellers, og det kan derfor være et poeng i seg selv å få rettet søkelyset mot dem. Til slutt vil jeg pirke borti den følelsen mange sitter med nå: "Spiller det egentlig så stor rolle om elevene lærer at parenteser ble brukt i 1580 og ikke i 1556?" Da vil jeg svare: Spiller det ingen rolle om det er riktig, spiller det kanskje ingen rolle om det står der i det hele tatt? Eller omvendt: bruker vi matematikkhistorien på en måte som hjelper elevene til å danne seg

[185] Delta 7 oppgavebok s. 83: "Arkimedes oppdaget at lengden av omkretsen av en sirkel delt på lengden av diameteren alltid ble det samme tallet, 3,14. Tallet kalte han π (pi)."

[186] Se http://members.aol.com/jeff570/constants.html.

[187] Pluss 7a s. 170.

[188] Pluss 7b s. 243.

[189] Mega elevbok 10a s. 102.

[190] Grunntall 10 s. 56.

[191] Takk til Torgeir Onstad for å tipse meg om dette.

gode faktakunnskaper, ferdigheter, begrepsstrukturer, strategier og holdninger, så har det sannsynligvis også betydning at vi bygger på en korrekt historie.

4.6 Oppfylles læreplanens mål?

Jeg må gjenta at svaret på dette spørsmål naturligvis ikke er avhengig av lærebøkene alene. Men gitt situasjonen som er beskrevet i innledningen til dette kapitlet, er det ikke til å unngå at lærebøkene må spille en sentral rolle om læreplanens mål på dette området skal oppnås.

Undersøkelsen har vel avslørt både positive og negative sider ved lærebøkene, og det er ingen tvil om at det gjøres mye fornuftig i dem. Men hovedinntrykket som sitter igjen er at det er for lite matematikkhistorisk stoff i lærebøkene, i de fleste verk og på de fleste klassetrinn. I tillegg er stoffet av varierende kvalitet. Noe av årsaken til dette kan være at det ble et voldsomt arbeidspress på lærebokforfatterne for å få ferdig lærebøkene da reformen kom – det er vel derfor håp om at de neste lærebøkene som kommer blir bedre på dette området.

Kapittel 5

Veien videre

Hva nå?

Personlig synes jeg det er en hel del å ta fatt i. Det er viktig å være kreativ og finne gode ideer og spre dem. Like viktig er det å ta fatt i de gode ideene som faktisk finnes i lærebøker, i læreres praksis og i norsk og internasjonal litteratur, og få samlet, utprøvd og evaluert dem. Det er nok mange lærere i grunnskolen som kunne tenke seg å inkludere matematikkhistorie. Hvis alle disse skal få muligheten til det uten å være nødt til å finne opp kruttet alle sammen, må det idéinnsamling og idéspredning til. Her ligger det en stor jobb.[1]

[1] I denne rapporten har jeg i liten grad kommet inn på de forskjellige måtene matematikkhistorien kan integreres i matematikkundervisningen på. Dette tas grundig opp i Fauvel/van Maanen 2000.

Kapittel 6

Tillegg

Her er de prosjektideene o. l. som ikke er sitert tidligere i rapporten:

- "Finn ut hva som menes med disse uttrykkene: a) Sjumilsstøvler, b) Den sjuende himmel, c) De sju dødssynder. Hva menes med: a) Oldtidens sju vise. b) Oldtidens sju underverk. I de fleste kirker finnes en sjuarmet lysestake. Finn bakgrunnen for det".[1]
- Idé om prosjekt om arkitekturens betydning i gjenoppbyggingen av Europa.[2]
- "Kalenderen har ikke alltid vært slik som den er nå. Les om det i et leksikon."[3]
- "Les for eksempel i et leksikon om gamle engelske myntenheter, pund, shilling og pence. Hvor stor brøkdel av et engelsk pund var en shilling før 15. februar 1971? Hva med pence? Hvordan er det nå?"[4]
- Idé om prosjekt: "En dag hos aztekerne"[5]
- Idéer til prosjekter: "Tallsystemer", "Vakre tall", "Tall i folketro – mystikk og tall"[6]
- Ideer til prosjekter: "Brøker i gamle Egypt – bare stambrøker?", "Brøkregning i historien", "Gamle målenheter – der desimaltall ikke passer"[7]

---

[1] Grunntall 10 s. 48.
[2] Grunntall 10 s. 127—8.
[3] Regnereisen 5b s. 55.
[4] Regnereisen 6b s. 85.
[5] Regnereisen 6 lærerbok s. 9:9.
[6] Matematikk 8 lærerbok s. 38.
[7] Matematikk 8 lærerbok s. 56.

- Idé til prosjekt: "Brøk i det gamle Egypt. Hvordan løste egypterne noen slike matematiske problemer?"[8]
- Idéer til prosjekter: "Pascal og pascals trekant", "Et menneske bak matematikken"[9]
- "Bruk leksikon, Internett osc. og finn ut mer om romertall."[10]
- "Bruk leksikon, CD-ROM eller Internett og finn ut når Leibniz levde. Er han kjend for andre ting enn å vere den første som brukte divisjonsteiknet?"[11]
- "Bruk Internett eller oppslagsverk. Søk eller slå opp på vegereiskapar (søkjeord: veieredskap). Fortel kva de finn ut, og lag eit oversyn over ulike vegereiskapar. Kan de forklare prinsippa for korleis ei skålvekt er konstruert?"[12]
- "Kva tyder eit heliosentrisk verdssystem i motsetning til eit geosentrisk verdssystem? Bruk CD-rom, leksikon eller Internett for å finne svar på det. Prøv samstundes å finne ut meir om Nicolaus Copernicus."[13]
- "Bruk Internett, CD-rom eller leksikon og finn ut om vårjamndøgn og haustjamndøgn."[14]
- "Bruk CD-rom, leksikon eller Internett og finn ut kvifor det er 24 timar i eit døgn."[15]
- "Kva heiter måleininga for vekt i USA? Bruk CD-rom, leksikon eller Internett og forklar korleis målesystemet der verkar."[16]
- "Bruk CD-rom, leksikon eller Internett og finn ut når den første datamaskinen vart oppfunnen. Kven fann opp denne maskinen?"[17]
- "Bruk Internett eller oppslagsverk og finn ut meir om Arkimedes. De kan også slå opp på eller søkje på Arkimedes' lov."[18]
- "Søk: Versica Pisces"[19]
- "Søk: Tut-Ankh-Amon"[20]

---

[8] Matematikk 9 s. 50.
[9] Matematikk 10 s. 123.
[10] Pluss 5a s. 22.
[11] Pluss 6a s. 31.
[12] Pluss 6a s. 160.
[13] Pluss 6b s. 67.
[14] Pluss 6b s. 69.
[15] Pluss 6b s. 69.
[16] Pluss 6b s. 103.
[17] Pluss 6b s. 105.
[18] Pluss 6b s. 109.
[19] Mega 10b s. 96.
[20] Mega 10b s. 97.

- "Prosjekt: Finn ut hvordan egypterne målte opp jordstykkene sine"[21]
- "Prosjekt: Finn ut mer om pyramidene. Hvordan ble de bygd? Hvor lang tid tok det å bygge dem? Osv."[22]
- Idé til prosjekt: "Bruk oppslagsverk, gjerne Internett, for å finne frem til ulike tallsystemer. Sammenlikn tallsystemene med vårt eget titallsystem."[23]
- "Det kan være et aktuelt prosjekt å finne ut mer om Fibonacci og hvilke oppdagelser han gjorde."[24]
- "Det kunne jo bli et lite prosjekt i samarbeid med historielæreren å undersøke litt mer om enheter og bakgrunnen for bruken av dem, gjerne også kombinert med enheter som er i bruk i andre land. Diskuter også fordelen ved å standardisere enhetene."[25]
- "Bruk oppslagsverk og eventuelt Internett til å finne navnet på matematikere som arbeidet med sannsynlighetsregning på 1600- og 1700-tallet."[26]
- "Thales og Euklid er kjente greske matematikere fra oldtida. Finn fram til andre kjente matematikere og hva de spesielt var kjent for. Bruk gjerne Internett."[27]
- "Undersøk i bøker eller finn informasjon om Keopspyramiden på Internett ved å bruke søkeordet "kheopspyramiden" (engelsk: Kheops pyramid). Finn svar på disse spørsmålene: a) Hvor mange steinblokker gikk det med til byggingen?, b) Hvilken vinkel er det mellom grunnflaten og sideflaten?, c) Undersøk om pyramiden er plassert på en bestemt måte i forhold til himmelretningene."[28]
- "Bruk søkeordet "Rhind papyrus" og let på Internett etter stoff om den. Hvor mange deler består Rhind-papyrusen av? Hva er hovedinnholdet i Rhind-papyrusen?"[29]
- "En annen kjent matematisk papyrus er Moskva-papyrusen. Bruk søkeordet "Moscow Egyptian papyrus" og se om du kan finne ut noe om denne papyrusen."[30]

---

[21] Tusen millioner 5a s. 139.
[22] Tusen millioner 5a s. 154.
[23] Tusen millioner 6 lærerbok s. 69.
[24] Tusen millioner 6 lærerbok s. 74.
[25] Matematikk åtte-ni-ti 8 lærerbok s. 49.
[26] Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 10.
[27] Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 133.
[28] Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 165.
[29] Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 165.
[30] Matematikk åtte-ni-ti 9 s. 165.

- "I Norge er det opp gjennom årene brukt forskjellige enheter for volum. Bruk Internett eller oppslagsverk og søk etter gamle enheter. Lag en plakat som du kan henge opp i klassen."[31]
- "Undersøk hva slags enhet oljeindustrien bruker for volum når de selger olje. Hvorfor tror du denne enheten ble valgt?"[32]
- "Finn ut noko om indianarane sin kamp for rettane sine i Guatemala. Kven var f. eks. Rigoberta Menchu?"[33]
- "Velg en eller flere av opplysningene i teksten foran og undersøk om du kan finne ut mer om disse opplysningene."[34] Teksten foran handler om tallsystemer.
- "Studer hvordan Sola og planetene beveger seg, ved hjelp av ECU-programmet (Det kan hentes ned fra http://www.nova-astro.com/)."[35]
- Prosjektidé: "Lage ei talutstilling, der ein kan vise talsystem frå ulike kulturar", "Finne ut meir omkring den islamske kulturen"[36]
- "På www.ssb.no kan dere finne statistikk på navn og fødselsdatoer."[37]
- "Bruk Internett. Finn ut mer om det gåtefulle 60-tallsystemet."[38]
- "På www.museumsnett.no kan dere finne mer enn 800 norske museer."[39]
- "Undersøk dei mest vanlege for- og etternamna til dømes i elevoversikta på skulen eller i ein telefonkatalog."[40]
- Prosjektidé: "Forskjellige kulturers utvikling sammenliknet med matematikkens"[41]
- "Bruk naturen og oppslagsverk til å finne eksempler på femkanter og sekskanter i naturen. De greske matematikerne som var samlet rundt skolen til den kjente Pytagoras, hadde pentagrammet (femkanten) som sitt hemmelige symbol."[42]

---

[31] Matematikk åtte-ni-ti 9 oppgavebok s. 127.
[32] Matematikk åtte-ni-ti 9 oppgavebok s. 127.
[33] Delta 6b s. 29.
[34] Delta 7b s. 10.
[35] Matematikktakk 6 s. 105.
[36] Matematikktakk 6 lærer s. 47.
[37] Matematikktakk 7 s. 28.
[38] Matematikktakk 7 s. 105.
[39] Matematikktakk 7 s. 125.
[40] Matematikktakk 7 lærer s. 26.
[41] Matematikktakk 7 lærer s. 61.
[42] Felix Fabula 4 lærerbok s. 134.

Kapittel 7

Referanser

Burn, Robert P. (1998) Matematikkens historie – blindspor eller skattekiste, *Tangenten* 2, s. 10—14.

Fauvel, John/van Maanen, Jan (2000) History in Mathematics Education. The ICMI Study, Dordrecht.

Lie, Kjærnsli, Brekke (1997) Hva i all verden skjer i realfagene?, ILS 1997.

Mosvold, Reidar (2001) Det genetiske prinsipp i matematikkdidaktikk, hovedoppgave i matematikkdidaktikk, Høgskolen i Agder.

Russell, Jeffrey Burton (1991) Inventing the flat earth: Columbus and modern historians, New York.

Todhunter, Isaac (1865) A history of the mathematical theory of probability from the time of Pascal to that of Laplace, Cambridge.

Mine tidligere publikasjoner om temaet

Smestad, Bjørn (2000a) Geometrihistorie i grunnskolen, i Strømskag Måsøval/ Rønning: Geometri – mer enn passer, linjal og blyant. Rapport fra konferanse for lærerutdannere i matematikk 25.—28. september 2000, Quality hotel, Røros.

Smestad, Bjørn (2000b) The introduction of history of mathematics in Norwegian schools, i Horng & Lin (red.): Proceedings of the HPM 2000 Conference History in Mathematics Education: Challenges for a new millennium, Taipei.

Smestad, Bjørn (2000c) History of mathematics in Norwegian textbooks, Presentation by distribution ved ICME9, Tokyo.

Alle tre er også med i

Smestad, Bjørn (2001): Matematikkdidaktiske småskriv 1999-2001, HiF-Notat 2001:11, Alta.