

Handelshøgskolen

## **Jakten på inntekten**

*En teoretisk analyse i optimering av en monopolists inntekter ved salg av to produkter med avhengighet til samme ressurs*

---

**Mikael Arnesen**

*Masteroppgave i økonomi og administrasjon- desember 2014*

## **I Forord**

Med denne oppgaven settes det et punktum ved min studenttilværelse, og symboliserer starten på en ny ukjent ferd ut i arbeidslivet. Ferden fra starten på studentlivet frem til avslutningen av denne oppgaven har vært lang og innholdsrik, med mange opp- og nedturer underveis.

Jeg vil gjerne først og fremst takke min samboer og min lille sønn for å ha hatt en stor tålmodighet med meg, og vært til stor støtte i de tunge periodene. Jeg vil også takke alle på kontoret, som har bidratt til at dagene har blitt fylt med mye latter og godt humør.

Mine veiledere, Anita Michalsen og Jan Ynge Sand må også takkes for den gode jobben de har gjort med å gi meg den motivasjon, kritikk og tilstedeværelse som har vært nødvendig for å komme meg gjennom denne oppgaven.

Masteroppgaven har vært utfordrende og berikende, studenttilværelsen er med dette over og nye kapitler i livet skal skrives.

Tromsø, 30.11.2014

Mikael Arnesen

## II Sammendrag

Å kunne maksimere sine inntekter er en svært viktig del i kampen for å overleve i ett marked, og for å levere de forventinger til resultat og lønnsomhet som forventes av interessenter. I bransjer hvor det eksisterer endelige salgshorisonter, begrenset kapasitet og mulighet for prisdifferensiering, er det mulighet for å maksimere inntekter gjennom å allokere kapasitet riktig, og variere priser i salgshorisonten (dynamisk prising).

I oppgaven presenteres en økonomisk modell med utgangspunkt i Hurtigruten ASAs cruisevirksomhet langs norskekysten, som viser hvordan en monopolist som selger to produkter med avhengighet til samme ressurs kan få optimale inntekter. Det fremlegges også et beslutningstre for allokeringsproblem ved to klasser, basert på Phillips (2008) som viser hvordan kapasitet kan allokeres for å oppnå optimale inntekter.

Modellene viser at det kan lønne seg å øke antall salgsperioder i de tilfellene som diskuteres i oppgaven. De viser også at det kan lønne seg å reservere kapasitet til det kundesegmentet med høyest betalingsvillighet når kapasitet forventes å selges ut.

## III Innhold

<b>1. BAKGRUNN OG PROBLEMSTILLING</b> .....	<b>1</b>
1. INNLEDNING.....	1
1.2 PROBLEMSTILLING.....	3
1.3 STRUKTUR FOR OPPGAVEN.....	3
<b>2. OM REVENUE MANAGEMENT</b> .....	<b>4</b>
2.1 HISTORISK UTVIKLING AV REVENUE MANAGEMENT.....	4
2.2 GENERELT OM REVENUE MANAGEMENT.....	6
2.3 REVENUE MANAGEMENT I CRUISEBRANSJEN.....	8
2.3 OM HURTIGRUTEN.....	10
2.4 VIRKSOMHETEN NORSKEKYSTEN.....	12
2.5 KONSEPTENE.....	14
<b>3. TEORI</b> .....	<b>16</b>
3.1 PRISING.....	16
3.1.1 Perfekt konkurranse.....	16
3.1.2 Monopol.....	17
3.1.3 Prising med begrenset kapasitet.....	18
3.1.4 Prisingsmekanismer.....	19
3.1.4 Prisdifferensiering.....	20
3.1.5 Dynamisk prising.....	23
3.2 ETTERSPORSEL.....	26
3.2.1 Lineær etterspørsel.....	27
3.3 KAPASITETSALLOKERING.....	29
3.2.1 Expected Seat Marginal Revenue.....	33
<b>4 MODELL</b> .....	<b>36</b>
4.1 HURTIGRUTENS NÅVÆRENDE PRISINGSMODELLE.....	36
4.2 OPTIMERING AV PRIS OG KAPASITET FOR TO PRODUKTER MED AVHENGIGHET TIL SAMME RESSURS.....	38
4.2.1 Optimering av kapasitet og pris simultant over én periode.....	39
4.2.2 Optimale inntekter ved salg i to perioder.....	44
4.2.3 Salg i to perioder hvor etterspørsel er høyere enn kapasitet tilgjengelig.....	51
4.3 NUMERISK EKSEMPEL.....	56
4.3.1 Optimering av kapasitet og pris simultant over én periode.....	56
4.3.2 Optimale inntekter ved salg i to perioder.....	58
<b>5. DRØFTING OG KONKLUSJON</b> .....	<b>61</b>
5.1 HVORDAN KAN PRISENE OPTIMERES MED HENSYN TIL AT DET ER TO PRODUKTER SOM BENYTTET SAMME RESSURS?.....	61
5.2 HVORDAN KAN RESSURSENE ALLOKERES MELLOM PRODUKTENE FOR Å OPTIMERE INNTEKTER?.....	62
5.3 SVAKHETER VED MODELLENE.....	64
5.4 Konklusjon.....	65
<b>KILDER</b> .....	<b>66</b>

## IV Figurliste

Figur 1: Prising med kapasitetsbegrensning (Phillips, 2005).....	19
Figur 2: Billettpris som en funksjon for uker før avgang (Talluri og van Ryzin, 2005).....	23
Figur 3: En monopolists etterspørselskurve med økning i produksjon Q .....	28
Figur 4: En monopolists tilpasning ved lineær etterspørsel .....	29
Figur 5: Beslutningstre for allokeringssproblem ved to klasser (lavpris og fullpris) (Phillips, 2005). ...	32
Figur 6: Normal utvikling i etterspørsel for en sesong. (Hurtigruten) .....	37
Figur 7: Variasjon i antall bestillinger i løpet av to sesonger. (Hurtigruten) .....	38
Figur 8: Beslutningstre for allokering av kapasitet for short voyage og voyage.....	55

## V Tabeller

Tabell 1 Hurtigrutens markedssegmenter, kilde: Hurtigruten, 2011. S.12-13. ....	13
---	----

# 1. Bakgrunn og problemstilling

## 1. Innledning

Langs vår vidstrakte kyst har vi blitt møtt av ett kjent syn i generasjoner. Hurtigruten har trosset vær og vind for å frakte mennesker til store innfartsårer så vel som små kystsamfunn langt ut i havgapet. I dag er Hurtigruten ett yndet cruise for turister fra hele verden, men også for nordmenn som vil se mer av vår fantastiske natur. Produktet Hurtigruten tilbyr er helt i ypperste verdensklasse av hva som gjelder cruise, og er blitt belønnet med en rekke priser både nasjonalt og internasjonalt for dette. Dette gjør Hurtigruten attraktiv også for investorer som ser muligheter i å få avkastning ved å investere i Hurtigruten. Vi kunne blant annet nylig lese at TDR Capital, et britisk oppkjøpsfond, var interesserte i å kjøpe opp Hurtigruten (e24.no). Oppkjøpsfond er kjente for å kjøpe opp selskaper med det mål å skape en mer lønnsom drift, for så å selge seg ut med gevinst. Derfor vil en slik eier sette krav til lønnsomheten Hurtigruten leverer. utfordringene med å skape lønnsom drift for Hurtigruten har til tider vært svært store, hvor de etter børsnoteringen i 2006 har slitt med å skape overskudd og lønnsom drift. Det var faktisk ikke før i 2013 at Hurtigruten har klart å gå med overskudd i løpet av ett helt driftsår, etter at det i 2012 ble satt fokus på å forbedre lønnsomheten. Dette er svært interessant når en kan anse Hurtigruten som en monopolist i det markedet de opererer i, lokal –og cruisetransport.

En monopolist har markedsrett, og med det muligheten til å styre og sette pris som den selv ønsker. For å få høyest mulig inntekter er det i teorien velkjent at monopolisten kan prisdifferensiere mellom ulike kundesegmenter for å kunne trekke mest mulig av kundenes betalingsvillighet til egen vinning. De mest brukte og mest realistiske metodene for å hente ut dette overskuddet har lenge vært å differensiere mellom kundegrupper, en 3. grads prisdifferensiering, eller differensiere mellom produktene hvor kundene fritt velger produkt som passer lommeboka og behovet best, kalt 2. grads prisdifferensiering (Varian, 1989). Samtidig er det i nyere teori vist seg at en utnyttelse av tidsaspektet ved prising er effektivt på grunn av i betalingsvilje i løpet av salgssesongen hos konsumentene. Denne formen for prising kalles dynamisk prising, og er effektiv i bransjer hvor salgshorisonten er endelig,

kapasitet er begrenset og prisdifferensiering er mulig. Derfor er dynamisk prising godt implementert i bransjer som blant annet fly –, hotell og cruisebransjen, og er blitt en viktig brikke for å kunne drive lønnsomt (Smith et al. 1992).

I Norge har vi lang tradisjon for å drive med frakt av mennesker langs sjøens veier, enten det være seg som rent transportmiddel, eller som rekreasjonsmiddel slik som cruise. Her står Hurtigruten som en bauta i norsk skipshistorie, og har drevet med nettopp frakt av personer - og gods langs norskekysten i over 100 år. Store deler av denne perioden har Hurtigruten hatt en avtale med staten om å levere gods –og transporttjenester langs kysten av Norge, en avtale som er gjeldende også i dag. Denne avtalen innebærer at Hurtigruten må levere disse tjenestene langs kysten av Norge, fra Bergen i sør til Kirkenes i nord, 365 dager i året, med 11 skip. Dette skaper utfordringer for Hurtigruten som konvensjonelle cruiseselskap ikke opplever, de er pålagt å seile daglige ruter langs kysten av Norge. Dette gjør at Hurtigruten i deler av sesongen sliter med lav kapasitetsutnyttelse på sine skip, og seiler med mange tomme lugarer. Kapasitetsutnyttelsen kan variere svært mye, og i en typisk høysesong i 2013, i 3.kvartal var kapasitetsutnyttelsen på 82%. Mens 1.kvartal samme år, i en typisk lavsesong, var en kapasitetsutnyttelse på ca. 46% (Hurtigruten, 2013). Resultatet av den lavere kapasitetsutnyttelsen er betydelig lavere inntekter, noe som for en presset økonomi i Hurtigruten er betydningsfull. I tillegg selges reisene, altså kapasiteten om bord på skipene, grovt sett som to produkter, kortreiser (short voyage) og distansereiser (voyage). Disse produktene benytter den samme kapasiteten, og gir en utfordring i forhold til hvordan Hurtigruten skal allokere kapasitet i mellom produktene. Å utnytte betalingsvilligheten til kundene gjennom en form for dynamisk prising, samt allokere kapasitet mellom produktene på best mulig måte, er essensielt for å kunne maksimere inntektene.

Etter en gjennomgang av aktuell teori innenfor økonomi, er det ikke funnet noen økonomiske modeller som beskriver dette problemet, dette bringer meg derfor over på problemstillingen jeg har valgt å sette meg for denne oppgaven.

## 1.2 Problemstilling

Etter en gjennomgang av aktuell teori innenfor økonomi, er det ikke funnet noen økonomiske modeller som beskriver noen modell som viser hvordan optimal tilpasning for en monopolist som selger to produkter som er avhengig av samme begrensede kapasitet. En mangel på dette gjør at jeg har valgt å formulere følgende problemstilling:

Hvordan kan en monopolist som selger to produkter som er avhengig av samme ressurs finne optimale tilpasning?

### Forskningsspørsmål:

1. Hvordan skal prisene optimaliseres med hensyn på at det er to produkter som bruker samme ressurs?
2. Hvordan kan ressursene (kapasiteten) allokeres mellom produktene for å oppnå en optimal inntekt?

## 1.3 Struktur for oppgaven

Oppgaven er delt opp i seks kapitler. I kapittel to presenteres en generell beskrivelse av revenue management, dens anvendelse generelt og i cruisebransjen, samt en beskrivelse av Hurtigruten. I kapittel tre blir aktuell teori beskrevet innenfor prising, etterspørsel og kapasitetsallokering. I kapittel fire presenteres tre modeller som viser optimalisering av pris og kapasitet for voyage og short voyage. I kapittel fem drøftes modellen, og i kapittel seks presenteres konklusjon.



## **2. Om revenue management**

Jeg vil i dette kapitlet presentere revenue management på grunn av den sentrale rollen denne praksisen har for inntekstmaksimeringsproblemer. Det vil først fortelles om historien til revenue management, før det vil dreies over på en generell gjennomgang av hva revenue management er, og hvordan den brukes i cruisebransjen i dag. Jeg vil også presentere en beskrivelse av Hurtigruten som bedrift.

### **2.1 Historisk utvikling av Revenue Management**

Utgangspunktet for utviklingen av revenue management er nært knyttet til en enkelt industri, nemlig flyindustrien. Den nære tilknytningen virksomhetspraksisen har til industrien er det få andre virksomhetspraksiser som kan vise til (Talluri og van Ryzin, 2005).

I flyindustrien er revenue management kjent som yield management, og oppsto for alvor da den amerikanske kongressen deregulerte flymarkedet gjennom "the Airline Deregulation Act of 1978". Dereguleringen førte til en større mulighet for flyselskapene og selv sette priser, ettersom staten før dette satt strenge reguleringer basert på standardiserte pris og profittmål. Reaksjonen fra bransjen var innovasjoner og raske endringer innad i industrien, med blant annet introduksjon av datakontrollerte reservasjonssystemer og globale distribusjonssystemer for billetter.

En annen viktig faktor ved dereguleringen og den frie prissettingen var oppstarten av lavprisselskaper i industrien. Disse selskapene var til forskjell fra de etablerte selskapene bygd opp fra grunnen av med tanke på en enklere og mer strømlinjeformet produksjons- og organisasjonsstruktur som ga lavere kostnader enn de etablerte aktørene. Et utfall av dette var naturlig nok muligheten til å tilby billigere billetter, noe som viste seg å være en døråpner for et helt nytt segment kunder, de fritidsreisende. Gjennom å sette ned prisene på flybilletter viste det seg, noe ikke de etablerte aktørene var klar over tidligere, at billettprisene på flyreiser var meget priselastiske. Fritidsreisende viste seg å være villig til å bytte fra konvensjonelle transportmidler som tog, bil og buss, til fly. Etterspørselen fra dette nye markedssegmentet økte dermed voldsomt, og enkelte lavprisselskaper gjorde seg store inntekter på denne tiden (Talluri og van Ryzin, 2005). En av de lavprisaktørene som gjorde

seg størst suksess på fritidsreisendeselementet var PeopleExpress som startet opp i 1981. Selskapet vokste i et enormt tempo, og viste seg som en alvorlig konkurrent i markedet for fritidsreisende på de rutene de etablerte aktørene var tilstedeværende da de opererte med billettpriser som var 50 til 70 % lavere enn de store selskapene. Med slike konkurransefortrinn kunne PeopleExpress vokse raskt, og hadde allerede etter tre års drift i 1984, oppnådd ett operativt overskudd på 60 millioner dollar (Talluri og van Ryzin, 2005). Store fortrinn når det gjaldt billettpriser til tross, PeopleExpress og de andre lavprisselskapene hadde vanskeligheter med å ta markedsandeler i segmentet for forretningsreisende. De etablerte aktørene hadde her fordeler som blant annet et større antall avganger på de enkelte rutene, et høyere nivå på service og etablerte og velrennomerte merkenavn. Dette var alle fordeler som særlig det lukrative markedssegmentet med forretningsreisende foretrak, noe vi også ser foretrekkes i dag.

En strategi for å minske tapene de etablerte aktørene ble påført i fritidsreisendeselementet ble sett på som nødvendig å iverksette. En ren rovpriseringsstrategi, (det vil si at dominerende bedrifter tar unaturlig lave priser), for å presse de nye lavprisaktørene ut av markedet var ikke noe alternativ, og sett på som suicidal. De etablerte aktørene ville alle påføres store tap gjennom å presse prisene under marginalkostnadene sine, mens lavprisaktørene ville kunne fortsette å drive profitabelt på grunn av mye lavere kostnadsstruktur. American Airlines viste seg å ha den beste løsningen på utfordringen gjennom å se det uførløste potensialet for profitt som lå i ubenyttet setekapasitet på flyvningen. De innså at store deler av kostnadene på flygningene var faste kostnader (for eksempel kapitalkostnader, lønn, drivstoff og flyplassavgifter). På grunn av dette var marginalkostnadene på seteproduksjonen nær null, og mulighetene for å konkurrere på pris med lavprisselskapene på den ubenyttede kapasiteten var et faktum.

For American Airlines var det to nøkkelfaktorer til suksess ved å bruke denne strategien: Den ene var å effektivt kunne identifisere ubenyttede seter på flyvningene sine. Den andre var å kunne diskriminere med hensyn på pris mellom kundeselementene. Hvis de risikerte at det ble lekkasje fra kundene som betalte fullpris til de nye lavprissillettene ville hele innsatsen være forgjeves. Dette ble løst gjennom henholdsvis å benytte kapasitetskontrollerte priser og strenge kjøpsrestriksjoner (Talluri og van Ryzin, 2005). Kjøpsrestriksjoner for å kunne diskriminere med hensyn på pris er helt essensielt for å kunne bedrive revenue management praksiser. I American Airlines tilfelle kunne dette gjøres enkelt gjennom å identifisere

behovene til kundene med høyere betalingsvillighet hadde, og på denne måten sperre de billigere billettene for dette segmentet. For å kunne kapasitetskontrollere priser effektivt var det nødvendig for American Airlines å utvikle et intelligent system for å kunne få ut det fulle potensialet av å kapasitetskontrollere hver eneste flyavgang. Dette systemet fikk navnet *Dynamic Inventory Allocation and Maintenance Optimizer system (DINAMO)*, og er kjent som det første storskala revenue management systemet som ble utviklet (Phillips, 2005). Systemet ble for fullt implementert i 1985, og konkurrentene, spesielt PeopleExpress, fikk merke dette godt. PeopleExpress gikk fra all-time high resultat i 1984, til å gå konkurs med et tap på over over 160 millioner dollar i 1986, året etter at DINAMO ble implementert.

Fra 1988 og de neste tre årene estimerte American Airlines de målbare fordelene ved å bruke revenue management praksiser til å utgjøre 1,4 milliarder dollar i rent overskudd. Siden den gang har revenue management blitt en integrert del av flybransjen og sett på som kritisk for å kunne drive lønnsom virksomhet (Smith et al., 1992). Noe vi i høyeste grad kan aktualisere til dagens flybransje, hvor konkurransen i mange markeder er sterk, og hvor suksess betinges av å kunne presse mest mulig ut av potensielle inntekter.

Andre bransjer har etter den suksessen flybransjen har nytt, begynt å adoptere revenue management. Først ut var hotell –og bilutleiebransjen, hvor Marriot og Hertz var pionerer. I disse bransjene er det også gjort en del forskning og utviklet en del teorier som har fått et godt fotfeste innenfor revenue management praksisen. Neste bølge med bransjer som adopterte revenue management var innenfor cruise, passasjertog, og ulike fraktttransportører (Phillips, 2005), hvor forskningen etter hvert har begynt å modnes.

## **2.2 Generelt om revenue management**

Revenue management er en måte for bedrifter og strategisk håndtere allokering av tilgjengelig kapasitet til forskjellige prisklasser for å maksimere inntektene. Gjennom en grundig forståelse av kundenes verdifunksjoner og atferd, kan bedriftene designe produkt- og tjenesteklasser for ulike kundesegmenter ved å bruke passende kombinasjoner av egenskaper som pris, fasiliteter, kjøpsrestriksjoner og distribusjonskanaler (Chiang et al., 2007). På denne måten kan bedriften utnytte ulike kunders kjøpsatferd eller betalingsvillighet til å optimalisere

profitt. Bedrifter som har én eller flere av følgende karakteristikker er skikket til å benytte seg av revenue management (Netessine og Shumsky, 2002; Phillips, 2005):

- Bedriften har begrenset kapasitet som kan betegnes som ferskvare på grunn av at det er dyrt eller umulig å lagre den. En kan for eksempel ikke lagre ubenyttede lugarer på en cruisebåt siden disse allerede er en del av skipet. Alternativet kan være å bytte ut hele skipet til et mindre skip slik at kapasitet fylles opp, men dette vil være forbundet med skyhøye kostnader som ikke lar seg dekke inn for én enkelt reise.
- Bedriften kan endre tilgjengelighet på produkt-/tjenesteklasser over tid når fremtidig etterspørsel er usikker. Hvis det er usikkert om hvor mange businesspassasjerer som kommer til å benytte seg av en flyavgang kan flyselskapet holde igjen kapasitet gjennom å beskytte disse fra lavpriskunder.
- Bedriften kan differensiere mellom kundesegmenter, og hvert kundesegment har ulike etterspørselskurver. Gjennom kjøpsrestriksjoner og tilbakebetalingsbetingelser kan en bedrift segmentere markedet mellom businessreisende og fritidsreisende.
- Samme kapasitetsenhet kan benyttes til å levere mange ulike produkter eller tjenester. Samme flysete kan selges som økonomiklasse og som businessklasse, hvor forskjell i pris betalt ligger i restriksjonene beskrevet ovenfor.

Revenue management foregår på tre nivåer; strategisk, taktisk og bookingkontroll (Phillips, 2005).

På *strategisk nivå* innebærer det at bedriften identifiserer kundesegmenter og skaper produkter og tjenester som er rettet mot de segmentene. I flybransjen er det vanlig å segmentere kundegrupper opp i to klasser, økonomiklasse for de med lavere betalingsvillighet og businessklasse for de med høyere betalingsvillighet.

På *taktisk nivå* handler det om å kalkulere og bestemme grenser for hvor mye av et produkt eller tjeneste som skal selges til en gitt pris for hvert kundesegment over en gitt salgsperiode. Et produkt er sammensatt av én eller flere ressurser, hvor ressurser defineres som de attributtene produktet benytter seg av. Det vil si at en ressurs på for eksempel et rutefly mellom Tromsø og Oslo vil være setene på flyet, hvor selve produktet på flyreisen mellom Tromsø og Oslo er flyvningen. Hvert produkt vil kunne bestå av flere ulike prisklasser som er basert på de kundesegmentene bedriftene møter. Videre består taktisk nivå av tre komponenter (Phillips, 2005):

1. Kapasitetsallokering – Hvor mange kunder i de ulike segmentene og derfor i de ulike prisklassene skal få lov til booke?
2. Nettverksledelse – Hvordan skal bookinger håndteres på tvers av nettverket med ressurser, for eksempel bookinger bestående av flere netter på hotell?
3. Overbooking – Hvor mange bookinger skal totalt aksepteres for et produkt når det eksisterer usikkerhet rundt fremtidige kanselleringer og unnlatte oppmøter?

*Bookingkontroll* er selve sanntidssystemet i revenue management og tar seg av alle bestillingsforespørsler gjennom kriterier bedriften har satt for om forespørslene skal godkjennes eller avvises. Reservasjonssystemet inkluderer en bestillingsgrense for hver prisklasse for hvert produkt. Dette betyr at når en forespørsel mottas, sjekker reservasjonssystemet hva bestillingsgrensen for den gjeldende prisklassen og aksepterer om det viser seg å være tilgjengelig kapasitet.

### **2.3 Revenue management i cruisebransjen**

Cruisebransjen har hatt en god vekst siden begynnelsen av 90-tallet i verden sett under ett. Hvor det tidligere har vært tradisjonelle cruisedestinasjoner som Karibia og Middelhavet, ser vi nå også vekst til utradisjonelle destinasjoner i hele verden, også Norge. Her har det vært en god vekst i cruisetrafikk de senere år, og senest i 2013 var det en vekst på 18% fra året før (Cruise Norway, 2013). Det antydes også av eksperter at bransjen er en av de hurtigst voksende segmentene innenfor reiselivssektoren (Ji og Mazzarella 2006). På tross av dette har det blitt viet til dels liten oppmerksomhet innenfor revenue management forskning sammenlignet med liknende bransjer som hotell og flybransjen.

Cruisebransjen har mange av de karakteristikkene som kjennetegner bransjer som benytter revenue management, men skiller seg ut i forhold til de andre med hensyn på en rekke karakteristikk. Ji og Mazzarella (2006); Maddah et al. (2010) diskuterer ulike egenskaper innenfor dette som skiller seg ut fra de tradisjonelle revenue management sektorer (fly –og hotellbransjen) og som er kritiske for effektiv håndtering av inntekter. Disse forskjellene er: (1) høyere ombordsalg, (2) returnerende gjester, (3) høyere beleggsprosent, (4) lengre planleggingstid, (5) kundesegmentering, (6) kanselleringspolitikk, (7) mindre periode-

/sesongbasert prisendring, (8) tangible verdiforskjeller mellom lugarkategorier, (9) mindre relativ prisspredning (10) gjestepricing (11) multiple kapasitetsbegrensninger og bølgeperioder i etterspørsel. Jeg vil videre utdype de egenskapene som ansees som mest relevant for utgangspunktet som er satt for oppgaven.

*Høyere ombordsalg* – En stor andel av inntekter i cruisebransjen skjer om bord på skipene fra blant annet salg av alkohol, restauranter, opplevelsesturer og andre varer og tjenester. Potensialet her er stort i forhold til mange andre bransjer, ettersom passasjerene tilbringer lengre perioder om bord, og har begrensede muligheter til å konsumere ovennevnte andre steder.

*Kundesegmentering* – Sammenlignet med fly- og hotellindustrien som har et stort innslag av forretningsreisende, domineres cruiseindustrien av fritidsreisende. Dette skaper en helt annen etterspørsel, på grunn av fritidsreisende kunders lavere betalingsvillighet og krav om mindre fleksibilitet. Resultatet er at fritidsreisende tenderer mot å booke cruisereiser lenger tid i forveien mot avgang, og er mer prisbevisst. Hvorav forretningsreisende ønsker en større fleksibilitet og er villige til å betale ekstra prispåslag for denne. Derfor tenderer forretningsreisende mot å bestille på et tidspunkt nærmere avgang.

*Kanselleringspolitikk* – Fristen for å kansellere en reise med cruise er som regel ganske langt i forkant av avreise, rundt to måneder, i motsetning til hotellbransjen hvor den gjerne er nede i 24 timer. Utfallet av denne politikken gjør at cruisebransjen nyter en større grad av forutsigbarhet i forhold til unnlatte oppmøter (< 1 prosent) (Ji og Mazarella, 2006) sammenlignet med for eksempel hotellbransjen.

*Tangible verdiforskjeller mellom lugarkategorier* – I cruisebransjen opereres det med flere prisklasser innenfor hvert produkt enn det gjør innenfor flybransjen. Hvor det i flybransjen vanligvis er mellom 1 og 3 ulike klasser, er det i cruisebransjen mellom 5 og 10 (Phillips, 2005). Det er også en forskjell i forhold til tangible verdiforskjeller mellom lugaralternativene og de assosierte prisene. Dette kan for eksempel være forskjeller i størrelse på lugarene, eller om de er utvendig (med utsikt) eller innvendig (uten utsikt). Ji og Mazarella (2006) argumenterer for at de nevnte funksjonene ovenfor gir vesentlig større tangible verdiforskjeller enn det som tilbys i flybransjen, hvor det som regel skilles mellom service før, under og etter reisen samt økt benplass mellom setene. I tillegg skal det nevnes at den

prisforskjellen som ligger mellom lugaralternativene med karakteristikk som ligger nære hverandre er begrenset. Resultatet av dette kan lede til etterspørselssubstitusjon når en lugarkategori er solgt ut og kan gjøre det enklere og selge opp i prisklasse (Maddah et al. 2010). I flybransjen er disse forskjellene mye større i forhold til pris, og karakteristikkene er ikke så store at en fritidsreisende med lavere betalingsvillighet er villig til å kjøpe seg opp i prisklasse hvis den får forespørsel om booking i lavprisklassen avvist.

*Gjesteprising* – Til forskjell fra hoteller tar cruiseskip betalt per gjest og ikke per rom eller lugar. Virkningen av dette er at prisen to personer vil betale for en lugar vil være to ganger prisen av voksne reisende. På grunn av kostnaden ved å ikke fylle opp lugaren, det vil si at kun én person benytter seg av den, vil det som regel kreves dobbel beleggsprosent pluss ett tilleggsgebyr som straff. Ett tillegg utover de to voksne vil som regel gi rabatterte priser, som for eksempel egne familiepriser hvor det inngår 2 voksne og ett barn (Biehn, 2006).

*Bølgeperiode i etterspørsel* – Hoveddelen av reservasjonene i cruiseindustrien gjøres innenfor en tidsperiode. Hos Hurtigruten er denne fra midten av april til oktober, noe som skaper utfordringer i forhold til utarbeidelse av etterspørselsprognoser.

## **2.3 Om Hurtigruten**

På bakgrunn av at jeg tar utgangspunkt i Hurtigruten når jeg vil presentere modellen, vil jeg i dette avsnittet presentere Hurtigruten som bedrift.

Hurtigruten ASA driver reiseliv- og transportvirksomhet i Norge og utlandet. Hovedvirksomheten har historisk sett dreid seg om person- og godstransport langs kysten av Norge, som også er hovedvirksomheten i dag. Ruta langs norskekysten ble til i 1893 grunnet ønske fra den norske regjering med dampskipskonsulent August Kriegsmann Gran i spissen om en hurtiggående sjørute mellom syd og nord i landet. Ruten skulle ha regularitet, seile hele året, være hurtiggående og frakte personer, post og gods langs vår langstrakte kyst. Utfordringen med å seile denne tok kaptein Richard With på strak arm. Den ble derfor operativ 2. juli 1893, i begynnelsen fra Trondheim i sør til Hammerfest i nord på sommerstid, og fra Trondheim til Tromsø på vinterstid. Gjennom opprettelsen av denne hurtiggående ruten

mellom syd og nord i landet ble transporttiden for blant annet post kortet ned fra fem måneder til bare noen dager, og navnet Hurtigruten gjorde seg gjeldende så til de grader.

Siden ble ruten utvidet i både antall anløp og lengde; først ble ruten forlenget til å starte fra Bergen, og i 1914 ble den utvidet i nord helt til Kirkenes. Det er foretatt daglige seilinger siden 1936 (foruten krigsårene 1940-1945), da strekningen langs norskekysten var utsatt for angrep fra tyske ubåter og krigsskip, som følge av dette gikk det tapt mange skip og menneskeliv. Etter 1990 frem til 2003 er store deler av flåten modernisert (som er den mest omfattende i Hurtigrutens historie), og det ble blant annet skiftet ut 9 av 11 skip med nye moderne skip, som var mer tilrettelagt for turisme i det nye årtusenet (Hansen, 2014). I 2005 fusjonerte de to rederiene som drev Hurtigruten langs norskekysten, Ofoten og Vesterålens Dampskipsselskap (OVDS) og Troms Fylkes Dampskipsselskap (TFDS). Gjennom fusjonen ble det nye selskapet Hurtigruten ASA opprettet, og i 2006 ble det børsnotert.

I dag er det 11 skip som seiler langs norskekysten hver dag, samt ett skip (MS Fram) som fungerer som ett fullverdig cruise og seiler i polare farvann. I 2013 hadde konsernet ca. 3,3 milliarder kroner i totale driftsinntekter med et driftsresultat før skatt på 25,4 millioner kroner (Hurtigruten, 2013). Selskapet delsubsidieres av den norske stat, gjennom en avtale om leveranse av transport av gods og personer til 34 havner langs kysten av Norge på ruten mellom Bergen og Kirkenes, 7 dager i uken hele året. I 2011 ble en ny avtale mellom staten og Hurtigruten forhandlet frem med start fra 2012 og en varighet frem til 2019 med en totalramme på 5,12 milliarder kroner (i 2011 kroneverdi) (Boarding.no, 2011). I 2012 ble det satt i gang en effektiviseringsprosess i selskapet for å gjøre det mer lønnsomt, samt skape en enhetlig kultur. Denne prosessen ga allerede i 2013 positive resultater, og kunne vise til en underliggende resultatforbedring for driften på 83 millioner kroner (Hurtigruten, 2013). I forbindelse med denne prosessen besluttet selskapet å flytte hovedkontoret fra Narvik til Tromsø etter mange års delt administrasjon, som har resultert i en mer kostnadseffektiv organisasjonsstruktur.

Hurtigrutens visjon er: ”Ekte opplevelser i unike farvann”. Gjennom denne visjonen vil Hurtigruten være et ledende reiselivsselskap med base i Nord-Norge, hvor de skal gi gjestene aktive og ekte opplevelser i unike farvann, basert på lokal kultur og storslått natur (Hurtigruten, 2013). Disse opplevelsene skal gis gjennom å tilby reiser i polare farvann og langs norskekysten. I denne ånden har Hurtigruten en kjernevirksomhet som omfatter



norskekysten og explorer-produkter/MS Fram, og er definert som bedriftens fokusområder. Explorer-produkter/MS Fram består av cruise med explorerskipet MS Fram i Antarktis, ved Spitsbergen, Grønland og i Europa. Virksomhetsområdet norskekysten vil bli nærmere forklart i neste kapittel, da denne oppgaven fokuserer på denne virksomheten. I tillegg til dette har Hurtigruten virksomhet på Spitsbergen som ikke innbefatter cruisevirksomheten ved MS Fram. Dette inkluderer en rekke opplevelsprodukter fra kortere dagsturer på ski til lengre ekspedisjoner, samt 100% eierskap i datterselskapet Spitsbergen Travels konsernet. Av annen virksomhet innbefattes en eierandel på 71,3% i busselskapet Cominor AS.

## 2.4 Virksomheten norskekysten

Virksomheten langs norskekysten er den virksomheten som omsetter mest i Hurtigruten ASA. I 2013 var omsetningen på 2,847 milliarder kroner (inkluderer avtalen med den norske stat), som utgjør en andel på ca. 86% av de totale inntektene for konsernet. Totalt antall gjestedøgn var i samme periode på 1 038 403, som utgjorde en kapasitetsutnyttelse på 60% (Hurtigruten, 2013). Hurtigruten har i per i dag 11 skip som seiler langs norskekysten, syv dager i uken, hele året. Hver havn får besøk to ganger hver dag, en fra nordgående og en fra sørgående rute.

Hurtigruten har en målsetning om at produktet norskekysten er og skal være et produkt i verdensklasse med meget høy kundetilfredshet. Dette har de også fått anerkjennelse for internasjonalt gjennom å ha vunnet en rekke prestisjefylte kåringer som blant annet ”Verdens beste båtreise” gjennom Lonely Planets Blue list i 2006, ”Best Specialist Cruise Company” i Travel Weekly Globe Awards i 2007, 2009, 2010 og 2012 og ”Årets reiselivsprodukt” i Hospitality Sales & Marketing Association Internationals (HSMIAI) Grand Travel Award (Hurtigruten, 2013).

Hurtigruten norskekysten retter seg mot følgende markedssegmenter:

Ferie- og fritidsreisende	Omfatter turister fra Norge og utlandet
Kurs- og konferanse	Retter seg mot næringslivet, offentlig sektor og foreninger hovedsakelig i Norge
Distansetraffikk	Omfatter primært privatpersoner med behov for transport langs kysten av Norge

Tabell 1 Hurtigrutens markedssegmenter, kilde: Hurtigruten, 2011. S.12-13.

I denne oppgaven vil det fokuseres på områdene ferie- og fritidsreisende, kurs- og konferanse og distansetraffikk, da disse innebærer transport av passasjerer, og godstransport vil derfor ikke inkluderes videre.

Det tilbys en rekke ulike lengder (dvs. produkter) på reisene langs norskekysten hos Hurtigruten på grunn av funksjonen som lokaltransportør i tillegg til cruisetransportør. En kan velge reiser som krever alt fra kun én overnatting til hele rundreiser som krever 11 overnattinger totalt. Siden variasjonen av produkter er så stor, har Hurtigruten kategorisert disse inn i tre hovedgrupper: Rundreise (voyage, >5 overnattinger), kortreiser (short voyage, <5 og >1 overnattinger) og lokaltransport (local transport, <1 overnatting).

En voyagereise innebærer opphold på Hurtigruten over fem dager og er reiser som går innom begge snuhavnene, (det vil si Bergen og Kirkenes) i løpet av reisen. Lengden på en voyagereise er derfor mellom 5 og 11 dager. Dette produktsegmentet representerer totalt flest gjestedøgn om bord på skipene, hvor det i 2011 utgjorde ca. litt i overkant av 700 000 gjestedøgn av totalt ca. 1,1 million gjestedøgn (Hurtigruten, 2011). Gjennom disse reisene vil passasjerene få oppleve hele norskekysten fra Bergen og opp til Kirkenes og alle de små og store samfunnene som ligger langs denne kystlinjen. Det gir også en unik mulighet til å komme i kontakt med lokalbefolkningen og kulturen på grunn av alle havnene skipene anløper ved, som er med på å skape et unikt produkt kontra konkurrerende cruiserederier, som er Hurtigrutens største konkurrenter når det gjelder dette produktet. Særlig har konkurransen langs norskekysten blitt betydelig i de senere år, hvor det har vært en økning i antall cruiseanløp på 45,2% fra 2005 til 2013 (Cruise Norway, 2013). Tidligere har Hurtigruten hatt et fortrinn i forhold til at den opererer langs norskekysten året rundt, hvor andre konkurrerende cruiserederier har tilbudt cruise i sommermånedene. I de senere år har dette endret seg til og gjelde store deler av sesongen, og spesielt i vintermånedene i forbindelse med nordlyset. Derfor er en sterkere differensiering fra konkurrentene en viktig del av målene for dette produktet i tiden fremover (Hurtigruten, 2013).

Kortreiser defineres som mer enn én overnatting, og inntil fem sammenhengende overnattinger på en reise. Innenfor denne gruppen skilles det mellom to typer reisende, kurs –

og konferanse –og kortferiereisende. Kurs- og konferansereiser skal være tilbud som skiller seg ut fra utvalget som tilbys i dette segmentet, med hovedfokus på nasjonale kunder innenfor næringsliv, foreninger og offentlig sektor. Alle skipene som går i rute langs norskekysten har fasiliteter for å gjennomføre kurs og konferanser. Her er det sterk konkurranse fra hoteller samt kurs- og konferansesenter. Kortferiereisende omfatter turister fra både Norge og utlandet som har behov for en kortere cruisereise. Innen dette segmentet møter Hurtigruten konkurranse på de samme områdene som for rundtureisende, det vil si turoperatører i Norge og resten av verden.

Lokaltransport defineres som en reise som legger beslag på lugar for inntil én overnatting på en reise, og klassifiseres som nyttetransport. Aktuelle konkurrenter for denne gruppen produkt er fly-, buss- og fergeoperatører samt togtransport og personbiltransport (for eksempel leiebiler) som opererer på den aktuelle strekningen. Gjennom sine daglige avganger og høye regularitetsfaktor, (det vil si antall avganger som gjennomføres av oppsatte avganger) på 95,2% i 2013 (Hurtigruten, 2013), er Hurtigruten en reliabel ruteoperatør som gir stor sikkerhet i forhold til forutsigbarhet for avganger og ankomster. I tillegg kan Hurtigruten tilby en høyere komfort på sine reiser sett i forhold til konkurrenter innenfor kollektivtransport.

Kortreiser og lokaltransport utgjør den største kundegruppen for Hurtigruten med rundt 80% av det totale antallet reisende, og utgjør rundt 21% av de totale passasjerinntektene (Hurtigrute, 2011).

## **2.5 Konseptene**

For å øke etterspørselen fra reisende og spesielt rundturpassasjerer og kortreisepassasjerer har Hurtigruten utviklet ett konsept for reisene for hver årstid. På våren er lyset og oppvåkningen av natur og dyrelivet etter en lang vinter i fokus, og kalles for ”the arctic awakening”. Sommermånedene har historisk vært de månedene med best belegg, hvor midnattsolen har vært den store attraksjonen, som også er hovedfokus for konseptet for disse månedene. Om høsten er det alle de vakre fargene naturen gir i fokus for konseptet ”autumn gold”. I vintermånedene fra november til april har Hurtigruten hatt utfordringer med meget lav belegg på reisene sine, hvor det i 2007 var et belegg så lavt som rundt 10% i november og januar. Gjennom å fokusere på den unike naturen og nordlyset har Hurtigruten totalt endret denne

trenden, og kunne i 2011 vise til et belegg i november og januar på godt over 30%, kontra rett i overkant av 20% i 2009 (Hurtigruten, 2009; Hurtigruten, 2011). Virkningen av å konseptualisere sesongene har gitt et økt fokus på de spesielle forholdene som kjennetegner de ulike årstidene. Det kan ikke argumenteres for at dette alene har forårsaket økningen i belegg, heller at det er en medvirkende årsak til økningen.

## 3. Teori

Jeg vil i dette kapitlet presentere aktuell teori rundt problemstillingen jeg har satt meg. Jeg vil først starte med teori innenfor prising og optimering av inntekter med hensyn på kapasitet og pris, før det vil presenteres teori om dynamisk prising. Deretter vil jeg vil presentere teori innenfor etterspørsel og kapasitetsallokering.

### 3.1 Prising

Bedrifter har mange verktøy de kan benytte seg av for å regulere salg og etterspørsel, hvor en av de mest effektive av disse på kort sikt er pris. Operasjonen ved å sette riktig pris er en prosess som krever gode ferdigheter innenfor det økonomiske fagfeltet og erfaring. I første omgang må inntektene dekke de kostnadene som er forbundet med produktet for at bedriften i det hele tatt skal ha muligheten til å dekke driften kortsiktig. For at bedriften skal ha livets rett må også inntektene gi en fortjeneste i tillegg, som gjerne bør være representabel for den risikoen bedriften tar i markedet ved å selge produktet, men ikke være for høy slik at potensielle kunder skremmes vekk.

Hvordan bedrifter setter sine priser avhenger av konkurransesituasjonen i markedet, hvor ytterpunktene monopol og perfekt konkurranse benyttes for å beskrive dette på generelt grunnlag.

#### 3.1.1 Perfekt konkurranse

I et marked med perfekt konkurranse vil bedrifter fungere som pristakere, som vil si at bedriften selv ikke bestemmer prisen på produktet eller tjenesten den selger. I stedet vil prisen bestemmes gjennom interaksjonen mellom alle bedriftene og konsumentene i markedet hvor produktet eller tjenesten selges. Derfor karakteriseres et marked med perfekt konkurranse som et marked med mange små tilbydere relativt til størrelsen på den totale markedsetterspørselen for produktet eller tjenesten (Pepall et al., 2012). På bakgrunn av dette vil bedrifter i dette markedet optimere sine inntekter gjennom å velge et kvantum  $q$  slik at inntektene for den siste enhet solgt, eller marginalinntekten  $MR$ , er lik kostnaden for å selge den siste enheten,

eller marginalkostnaden  $MC$ . Dette er den generelle maksimeringsbetingelsen uavhengig av konkurranseform, men siden bedrifter i perfekt konkurranse kan selge så mye de vil til markedspris, vil hver ny enhet solgt generere inntekter som er eksakt lik markedsprisen. Av denne grunn vil marginalinntektsfunksjonen være;  $MR(q) = p$ . Likt er det for marginalkostnader, fordi totale kostnader er avhengig av kvantum  $q$  solgt vil funksjonen for marginalkostnader også avhenge av kostnader som følger;  $MC(q)$ . På bakgrunn av dette vil følgende funksjon for optimering av inntekter i et marked med perfekt konkurranse gjelde:

$$p = MC(q)$$

### 3.1.2 Monopol

En bedrift defineres som en monopolist ved at den opptrer som en prissetter i markedet, ved at den har markedsrett ved å kunne bestemme pris gjennom kvantum tilbudt. Dette betyr at gjennom å tilby et høyere eller lavere kvantum har den mulighet til å respektivt oppnå lavere eller høyere pris, eller som følger; å øke salget fra  $q_1$  til  $q_2$  vil senke prisen fra  $p_1$  til  $p_2$ . Dette gjør at monopolisten står ovenfor en prisfunksjon  $p(q)$ , som ofte beskrives som det lineære forholdet,  $p = a - bq$ . Hvis vi i tillegg vet kostnadsfunksjonen, kan vi sette opp profittfunksjonen til monopolisten som følger:

$$\pi(p) = (p - c)q(p)$$

hvor  $\pi(p)$  er bedriftens profitt. De marginale kostnadene monopolisten har ved produksjon er gitt som  $c$ .

For å finne optimal pris  $p^*$  kan vi løse profittfunksjonen ved å derivere med hensyn på pris ( $p$ ), og setter lik null. Den deriverte av  $\pi'(p)$  med hensyn på  $p$  er gitt ved

$$\pi'(p) = q'(p)(p - c) + q(p) = 0 \tag{3.1.1}$$

Løst med hensyn på  $p$  vil gi optimal  $p^*$  og gi følgende prismaksimerende funksjon:

$$q(p^*) = -q'(p^*)(p^* - c) \tag{3.1.2}$$

Uttrykk 3.1.2 kan skrives om til følgende

$$p^* q'(p) + q(p^*) = cq'(p^*) \quad (3.1.3)$$

Dette uttrykket forteller oss en viktig betingelse for maksimering av inntekter i et monopolistisk marked, marginalinntekter (på høyre side) må være lik marginalkostnader (på venstre side).

For å sjekke hvordan konsumet av produkter eller tjenester vil reagere på en prisendring, kan vi måle priselastisiteten som er forbundet med produktet. Denne sier os hvor stor prosentvis endring det vil være i konsum ved en endring i pris. Priselastisiteten er også den vanligste målingen av sensitiviteten til etterspørsel med hensyn på pris. Priselastisiteten måles ofte som prosent endring i etterspørsel i forhold til prosent endring i pris, og kan skrives som følgende uttrykk:

$$\epsilon = \frac{\frac{\Delta q}{Q}}{\frac{\Delta p}{P}} = \frac{\Delta q}{\Delta p} \left( \frac{P}{Q} \right) \quad (3.1.4)$$

hvor  $\epsilon$  er elastisiteten til prisendringen fra  $p_1$  til  $p_2$ . Dette vil gi oss ett negativt forhold når vi har med en lineær etterspørsel å gjøre, det vil si at etterspørsel alltid vil endres i motsatt retning i forhold til pris. For eksempel vil en elastisitet på -1,3 bety at ved en prisøkning på 10%, vil vi få en etterspørselsreduksjon på 13% ( $10\% * 1,3$ ).

### 3.1.3 Prising med begrenset kapasitet

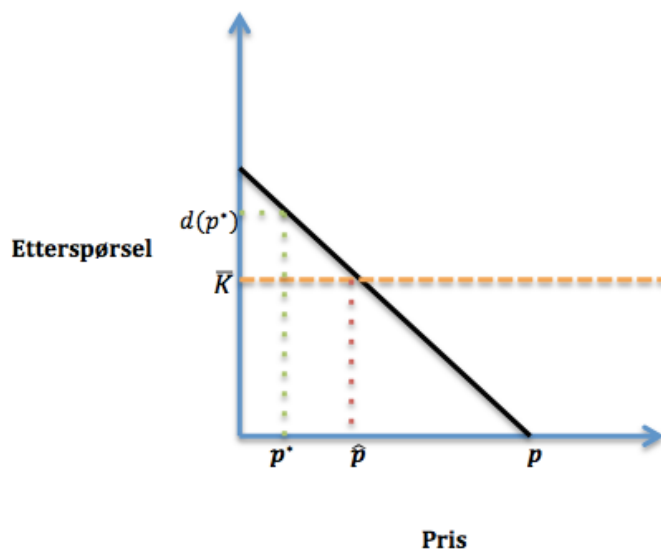
Begrensing av kapasitet er noe som tilfaller de aller fleste bransjer i en form og en del av tiden. I bransjer hvor kapasitetsbegrensning er en del av hverdagen (for eksempel, fly- og cruisebransjen), er det viktig å ta hensyn til denne dimensjonen. Hvis en bedrift ønsker å maksimere inntekter med hensyn på kapasitetsbegrensning vil en måtte løse følgende optimaliseringsproblem (phillips, 2005):

$$\max \pi = q(p)(p - c)$$

med hensyn til

$$q(p) \leq \bar{K}$$

Hvor  $\bar{K}$  er den begrensede kapasiteten. Om vi tar den optimale prisen vi viste i likning 3.1.2 for pris uten begrensning og lar den være  $p^*$ , og bedriften får en etterspørselsulikhet som sier  $q(p) > \bar{K}$ , vil den måtte gjøre grep og øke pris på produktet for å maksimere inntektene. Dette problemet kan sees i figur 1. Her vises begrensningen i kapasitet som en rett linje som kutter etterspørselslinja, hvor bedriften kun kan tilby kvantum under denne begrensningen. Gjennom å ta optimal pris  $p^*$  vil etterspørsel  $q(p)$  overstige kapasitet. Når dette skjer er bedriften avhengig av å finne en pris som er eksakt lik kapasitetsbegrensningen, en *runout pris* (Phillips, 2005). I figur 1 er denne prisen markert som  $\hat{p}$ , og lokalisert hvor prisresponskurven krysser kapasitetsbegrensningen, den vil derfor være gitt hvor  $q(\hat{p}) = \bar{K}$ .



Figur 1: Prising med kapasitetsbegrensning (Phillips, 2005)

### 3.1.4 Prisingsmekanismer

Bedrifter må også bestemme seg for hvilken prisingsmekanisme de ønsker, her finnes det mange ulike metoder, hvor disse kan deles inn i to kategorier; prissettingsmekanismer og prisoppdagelsesmekanismer (Elmaghraby og Keskinocak, 2003). For prissetningsmekanismer er det bedriften selv som setter pris, og varen eller tjenesten selges til "take-it-or-leave-it"-



pris. Dette er den vanligste måten å prise varer og tjenester på for bedrifter. Når bedriften benytter prisoppdagelsesmekanismer blir prisene bestemt av kundene selv gjennom budprosesser som for eksempel ved auksjoner. Denne formen for prissetting har blitt mye brukt de senere år gjennom oppblomstringen auksjonshandler på internett som blant andre eBay, netthandelen.no og qxl.no.

I bransjer hvor det er store svingninger i etterspørsel og stor grad av produkter og tjenester som fungerer som ferskvare, det vil si bransjer hvor varer ikke lar seg lagre i noen særlig grad, finner vi mange eksempler på at en variasjon av pris kan være med på å øke inntekter og kapasitetsutnyttelse. Eksempler på dette er fly- hotell- og cruisebransjen som er referert til tidligere, men også andre bransjer som for eksempel innenfor moteklær har innsett nytten av å kunne sette riktig pris til riktig tid. I disse bransjene er derfor tid og pris korrelerte, og på grunn av dette vil det være naturlig å benytte dynamisk prising som prisingsmekanisme prisdiskriminering for å optimere inntektene, som også støttes opp av blant andre Chiang et al. (2010):

*”The objective of pricing is to answer the question of how to determine the price for various customer groups and how to vary prices over time to maximize revenues or profit.”* (Chiang et al. 105:2010)

### **3.1.4 Prisdifferensiering**

For å identifisere kundene må bedriften ha mer informasjon om disse enn det som antas hvis en operer med en statisk pris, for å få en forståelse av hvordan etterspørselskurven i markedet er oppbygd. Når etterspørselskurven for de ulike segmentene er kjent, vil bedriften være i stand til å identifisere betalingsvilligheten som eksisterer, og kan dermed gå i gang med å opprette priser basert på betalingsvilligheten til segmentene. På denne måten kan bedriften ta ut konsumentoverskuddet til egen vinning, og få større overskudd enn ved å ha en statisk prisingsstrategi.

Tilgjengeligheten på denne informasjonen varierer fra bransje til bransje, og fra bedrift til bedrift. Noen bedrifter har velutviklede kundeanalyssystemer i bransjer hvor kundene tenderer til å i stor grad være anonyme. Dette er en løsning på problemet som gir stor grad av

informasjon av individuelle kunder, noe blant annet COOP Norge benytter seg av gjennom deres bonuskortsystem. På denne måten vil COOP Norge ha informasjon om hva den enkelte kunde handler, hvor mye og til hvilket tidspunkt, som den kan benytte seg til å tilpasse varesortiment og tilbud. Når bedriften har identifisert kundene kan den gå i gang med å gruppere kundene opp i ulike segmenter basert på likheter mellom dem for eksempel geografisk tilhørighet, økonomisk velstand, yrke, utdanning eller dele opp alle kunder individuelt. I tillegg må den forhindre arbitrasje mellom kundene og kannibalisering av produktgruppene så langt det lar seg gjøre. Arbitrasje forekommer på grunn av de sterke insentivene som oppstår ved prisdifferensiering for kunder eller tredjeparter til å finne en måte å kjøpe lavere prisede produkter ment for kunder med lav betalingsvillighet og selge dette til kunder med høyere betalingsvillighet, til en pris under markedspris. Kannibalisering forekommer i de tilfeller hvor konsumenter med høy betalingsvillighet finner en måte å infiltrere og kjøpe produkter som er priset lavere ment for konsumenter med lavere betalingsvillighet. I de tilfeller hvor prisdifferensiering er mulig kan det settes arbitrasjehinder eller restriksjoner som forhindrer kannibalisering.

Det eksisterer ulike måter å prisdifferensiere mellom konsumenter på. Varian (1989) har kategorisert disse inn i tre ulike typer: (1) 1.grads-, 2.grads- og 3.grads prisdifferensiering. 3. grads prisdifferensiering baserer seg på å dele opp markedet i segmenter eller grupper hvor hvert segment eller gruppe betaler ulike priser for det eksakt samme produktet eller tjenesten. Denne typen rene gruppepriser kan være for eksempel studentpriser, honnørpriser, familiepriser og egne priser for lojale kunder. For at en slik differensiering skal være mulig må fire kriterier holde (Phillips, 2005):

- Det må eksistere en entydig indikator for at gruppe-medlemsskap skal være gyldig
- Gruppe-medlemsskap må være i sterk korrelasjon med prissensitivitet
- Produktet/tjenesten bør ikke lett kunne byttes mellom kunder i markedet, på tvers av segmentene
- Segmenteringen må være kulturelt og lovlig akseptert

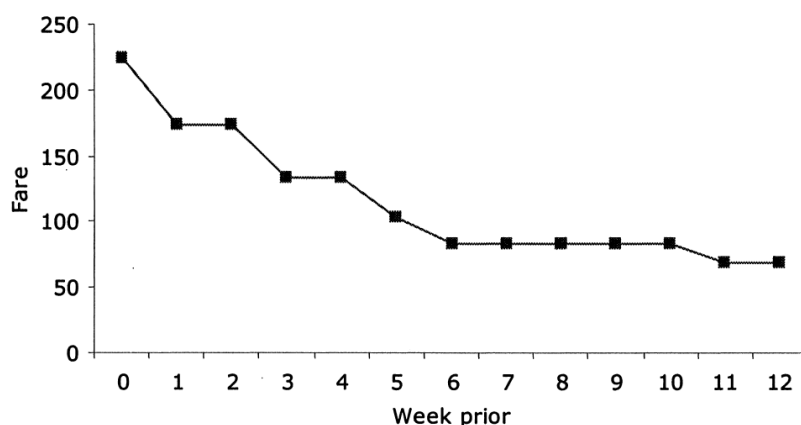
En annen form for 3. grads prisdifferensiering er geografisk prising, hvor en tar ulik pris basert på hvor konsumentene er lokalisert. Dette er vanlig når bedrifter selger i flere geografiske markeder, som for eksempel hos McDonalds vil en Big Mac koste ulikt i Norge og Romania.

I de tilfeller hvor det er mulig å individuelt tilpasse priser til hver enkelt kunde opereres det med 1. grads prisdifferensiering, og er den absolutt mest effektive prisingen når bedrifter operer med markedsrett. En slik form for prising kalles derfor av den grunn perfekt prisdiskriminering. Hver enkelt individs konsumentoverskudd vil utnyttes av bedriften til egen vinning, samtidig som markedet unngår effektivitetstap når det gjelder differanse mellom betalingsvillighet og faktisk pris betalt. Dette er mer en teoretisk kuriositet da det vil være nærmest umulig for en bedrift å kunne ha en så fullstendig informasjon at den kan vite hver enkelt konsumentens betalingsvillighet. En annen innfallsvinkel på 1. grads prisdifferensiering vil derfor være en to-delt tariff, hvor kunden betaler et fast beløp som medlemsavgift og får tilgang til å kjøpe varer eller tjenester, for så å betale et beløp pr. Produkt eller tjeneste som konsumeres. Et godt eksempel i markedet denne prisingen benyttes ekstensivt er i fornøylesparker, hvor en betaler en fast pris for å slippe inn, og så et beløp for å benytte seg av fasilitetene. For å forhindre arbitrasje mellom kundene kan det gjerne settes restriksjoner med hensyn på alder eller andre former for karakteristikker.

Når det ikke er mulig å dele inn kundene inn i grupper eller skille de basert på geografi, kan bedrifter prisdifferensiere produktene gjennom å lage ulike produktversjoner eller lage menyer av produkter kundene selv kan velge av, en differensieringsmåte Varian (1989) betegnet som 2. grads prisdifferensiering. Ved menyprising avhenger prisen betalt av antall produkter som inngår i menyen, og kundene møter likhet i prisingssystemet, men betaler ulik pris avhengig av mengde kjøpt. I denne formen for prising er det vanlig og operere med kvantumsrabatter når antall produkter øker (Varian, 1989). I produktversjonering etablerer bedrifter produkter/tjenester som har minimale forskjeller, men som lar selger bruke disse forskjellene til å utnytte prissensitiviteten til kundene. Denne versjoneringen kan involvere å utvikle underlegne og overlegne versjoner av produktene/tjenestene. Versjonering av produkter og tjenester kan også være tidsbasert, og er vanlig og benytte seg av i blant annet fly –og cruiseindustrien ved at kunder med lav betalingsvillighet kan kjøpe billige billetter lang tid i forveien, mens kunder med høy betalingsvillighet kan bestille kort tid forveien med mulighet for fleksibilitet i form av ombooking og lignende.

### 3.1.5 Dynamisk prising

Dynamisk prising er priser som endrer seg basert på endring i etterspørsel, prisendringer i markedet og andre eksterne faktorer som tid på sesongen, tidspunkter på dag og vær. Dynamisk prising er derfor sterkt knyttet opp mot tidsdimensjon, kontra en tradisjonell statisk prisingstilnærming der prisen som settes benyttes over en lang tidshorisont. Dynamisk prising basert på prisendringer i markedet ser vi en økende tendens til bruk av blant annet i elektronikkbransjen, hvor markedet har fått økt konkurranse gjennom inntredelsen av internettbaserte butikker og skapt stor pris konkurranse. Av denne grunn har enkelte aktører begynt å operere med prisgarantier hvor de matcher laveste pris i markedet, uansett om det er i fysiske butikker eller på internett. I flybransjen har dynamisk prising vært benyttet lenge, men ofte i kombinasjon med kapasitetsallokering basert på ett sett med produktklasser og totalprising, det vil si baserer pris på opprinnelsessted og destinasjon. Hos lavprisselskaper for eksempel RyanAir og EasyJet derimot, er det blitt en trend å benytte seg av dynamisk prising basert på en destinasjon til destinasjonsbasis (Talluri og van Ryzin, 2005). Disse selskapene benytter en prisingsstrategi hvor de tilbyr en lav pris lang tid før avgang slik at kunder med lav betalingsvillighet og lave kostnader for å binde seg skal ha et insentiv for å bestille lang tid i forveien. På denne måten sikrer flyselskapene etterspørsel på avgangene tidlig, og får en større forutsigbarhet for kapasitetsutnyttelsen. Da kunders betalingsvillighet øker jo nærmere en kommer avgang (Bitran og Mondschein, 1997) tenderer flyselskapene å øke prisene på billettene frem mot avgang, se figur 2.1.



Figur 2: Billettpris som en funksjon for uker før avgang (Talluri og van Ryzin, 2005)

Mulighetene for å benytte dynamisk prising for å øke inntekter og profitt er blitt gjort tilgjengelig i en lang rekke nye bransjer, hvor det tidligere har blitt ansett som kostbart å

bedrive på grunn av kostnader forbundet med administrativt arbeid og markedsføring ved prisendringer. Særlig på grunn av markedsføringen for å nå ut til massene med denne informasjonen da denne måtte gå gjennom dyre kanaler som aviser og TV. Etter inntredelsen av internett har disse kanalene mistet sin enerådende posisjon, og sosiale medier har i stor grad vært med på å endre dette, samt gjort det mulig å kommunisere hyppigere og kostnadseffektivt med kunder om blant annet pris. Kostnadene forbundet med prisendringer har derfor i mange bransjer sunket dramatisk, til et nivå som ikke ansees som et hinder for en dynamisk prisingstrategi (Bitran og Caldentey, 2003). I tillegg har det vært krevende og kostbart å innhente informasjon som behøves for å bedrive effektiv dynamisk prising på grunn av de omfattende informasjonsteknologiske operasjonene som behøves til slike prosesser. Dette utstyret har vært dyrt å utvikle, samt at maskinvare som skal kunne prosessere denne informasjonene har vært kostbar. En rivende utvikling på denne fronten de senere år har bidratt til at kostnadene har gått ned for slik teknologi, og flere bedrifter har fått mulighet til å investere i dette. Mulighetene for å innhente store mengder informasjon om for eksempel etterspørsel, lagerbeholdning og konkurrenters strategier (for eksempel pris), og behandle dette i nåtid er store. I tillegg er informasjonstilgjengeligheten til kundene blitt større på grunn av utviklingen av internett, hvor kunder har muligheten til å sjekke og sammenlikne priser ved å benytte seg av nettstedet som Prisjakt.no, Finn.no og Expedia.com. Resultatet av dette er at bedrifter har et større press for å justere prisene på sine produkter og tjenester for å matche konkurrentene i markedet med hensyn på pris, og er enda en grunn til at det er behov for å kunne justere prisene dynamisk.

Grunnet den fastsatte kapasiteten, forgjengelige lagerbeholdning, (det vil si varer som ikke kan lagres), endelige salgshorisonen, lave marginale kostnader og høye oppstartskostnader er også cruisebransjen godt egnet for å bruke dynamisk prising (Sun et al. 2010). I cruisebransjen vil bruk av dynamisk prising innebære å variere prisene på lugarene over tid basert på forventet etterspørsel og gjenværende kapasitet innenfor en endelig salgshorison. I revenue management litteraturen er denne formen for prising beskrevet av blant annet Ladany og Arbel (1991) Gallego og van Ryzin (1994), Zhao og Zheng (2000) og Bitran og Caldentey (2003). Ladany og Arbel (1991) var de første som utforsket en optimal prising for cruisebransjen. De utarbeider en modell som tar hensyn til et optimalt antall markedssegmenter og de korresponderende prisene tilhørende disse, samt en antakelse om at det eksisterer en lineær etterspørsel for hele året. Gallego og van Ryzin (1994) presenterer en modell for å optimalisere dynamisk prising for varelager med stokastisk etterspørsel over en

endelig tidshorisont. Bitran og Caldentey (2003) utforsker forskningen som er gjort rundt dynamisk prising og deres relasjoner til revenue management, og presenterer en modell som er generell nok til å dekke den forskningen som er gjennomgått i artikkelen. Bitran og Caldentey (2003) nevner også forhold som må bestemmes for å sikre at prisingspolitikken er konsistent med industripraksiser. Disse forholdene er som følger:

- **Begrenset sett av priser.** Selger kan i mange tilfeller bare velge priser ut fra en begrenset liste med tillatte priser, det vil si  $P_t = \{p_1, p_2, \dots, p_k\}$ . Grunnene til dette varierer ut fra et markedsføringshensyn som kunders persepsjon av priser til administrative forenklinger i form av enkeltheten ved å kunne implementere å kontrollere en prisliste.
- **Maksimalt antall prisendringer.** De fleste bedrifter begrenser antall prisendringer som tillates innenfor en gitt salgshorisont. Begrensningene settes på bakgrunn av kostnader forbundet med prisendringer, og kundemisnøye på grunn av stadig endring av priser. Her må det poengteres at ny teknologi innenfor revenue management-systemer har bidratt til å senke kostnadene, samt at naturlige definisjoner av markedssegmentene for eksempel segmenter basert på tid for bestilling i forkant av cruise eller alderskompensasjoner for kunder, er vanligvis gode barrierer for å forhindre misnøye bland kunder (Ladany og Arbel, 1991).
- **Opp- og nedjustering av pris og promosjoner.** En vanlig praksis i mange industrier er å følge en forhåndsbestemt bane for prisutviklingen over tid. Dette kan som nevnt tidligere blant annet være oppjustering av pris slik de gjør det i lavprisflyselskaper. Generelt kan en si at en oppjusteringspolitikk lønner seg i bransjer hvor kunders betalingsvillighet øker jo lenger ut i salgshorisonten en kommer, som i flybransjen. På motsatt side vil en nedjusteringspolitikk lønne seg i bransjer hvor kunders betalingsvillighet avtar utover i salgshorisonten for eksempel motebransjen. Det er sjeldent en slik prispolitikk markedsføres av naturlige årsaker, og kunder må selv søke informasjon om denne typen politikk. Promosjoner på en annen side er tiltak gjort av bedriften selv for å fremme salg gjennom å nedjustere pris over en gitt periode.

- **Felles prisbegrensninger.** Disse kan oppstå naturlig i situasjoner hvor det samme produktet tilbys på ulike lokasjoner som har uavhengig etterspørsel. I slike tilfeller kan det argumenteres at produktet i lokasjon  $k$  er forskjellig fra produktet i lokasjon  $l$  fordi de møtes av ulike etterspørselsprosesser i de to markedene, og som et resultat av dette kan det settes ulike sett med priser på hver lokasjon. (Bitran og Caldentey, 2003). Dette er en form for geografisk diskriminering som det i praksis forsøkes å unngå så langt det lar seg gjøre på grunn av risiko for tap av omdømme og forsuret rykte (Bitran et al. 1998). Felles prisbegrensninger kan også oppstå over tid for eksempel ved at bedrifter driver med monoton prising gjennom opp- eller nedjustering av pris. I praksis prøver bedrifter å unngå prising som kan oppleves som urettferdig fra kundenes side, da dette også er skadelig for bedriftens image og rykte. Sett at to passasjerer med identisk lugal ved siden av hverandre på reisen Tromsø – Kirkenes har betalt ulike priser for samme reisen. Dette kan ha en negativ innvirkning spesielt på den passasjereren som har kjøpt den dyre billetten. For å minimere dette problemet foreslår Bitran og Caldentey (2003) og ha en prispolitikk som innehar betingelsen:  $p_t - p_s \leq \varepsilon$ , for alle  $t, s \in [0, T]$ , hvor  $\varepsilon$  er en øvre grense for variabiliteten av prisingspolitikken.
- **Kostnadsbasert prising.** Som nevnt tidligere i kapitlet er det vanlig å ta hensyn til kostnader bundet til produktet eller tjenesten når priser skal settes. Bitran og Caldentey (2003) nevner ledelsens insentiver til å oppnå satte marginer og klassiske økonomiske teorier om marginalkostnader som grunner til at dette er vanlig praksis. I denne sammenhengen nevner Bitran og Caldentey (2003) at en slik prising ikke bør praktiseres, og en heller bør fokusere på å maksimere inntekter gjennom prispolitikk uten å ta hensyn til kostnader etter at kapasitet er bestemt.

## 3.2 Etterspørsel

I dette kapitlet vil jeg beskrive hvordan etterspørselsproblemer håndteres i revenue management, samt hvilken type etterspørsel Hurtigruten møter i markedene den operer i.

Etterspørsel kan defineres som den mengden en konsument er villig til å kjøpe av et gode gitt en spesifikk pris på ett gitt tidspunkt i en periode (for eksempel dag eller år). Holder man alle

andre faktorer som påvirker kjøp konstant, får vi kvantum etterspurt. Av denne grunn spiller konsumentens reservasjonspris en sentral rolle i hvordan etterspørselen opptrer. Reservasjonsprisen er den høyeste prisen en konsument er villig til å betale for et gode, hvor de kun er villig til å kjøpe godet hvis reservasjonsprisen er lavere eller lik produktet eller tjenestens pris. Reservasjonsprisen varierer fra konsument til konsument, og er påvirket av faktorer som blant annet konsumentens kjøpekraft, det vil si budsjett, og preferanser (for eksempel personer som liker natur, rolige omgivelser og sjø er villige til å betale mer for en tur med Hurtigruten enn personer som liker hektisk storbyliv). Konsumenters atferd har også en innvirkning på hvordan etterspørselen utvikler seg, og i aller høyeste grad hvor kompleks etterspørselsfunksjonen blir. Derfor betraktes konsumentene og deres atferd som myopisk eller strategisk når konsumentene skal beskrives teoretisk. En myopisk (eller ikke strategisk) konsument vil velge å kjøpe et gode så snart dets pris er lik eller lavere enn konsumentens reservasjonspris, uten å ta fremtidige prising av godet i betraktning. En strategisk (eller rasjonell) konsument vil derimot ta fremtidig prisutvikling i betraktning når den skal gjøre et valg om kjøpe eller avstå fra kjøp (Elmaghraby og Keskinocak, 2003). I forenklede etterspørselsmodeller forutsettes det at konsumentene opptrer myopisk, mens en modell som tar hensyn til strategiske kunder vil komme mye nærmere virkeligheten, da de tar hensyn til et større sett faktorer.

### **3.2.1 Lineær etterspørsel**

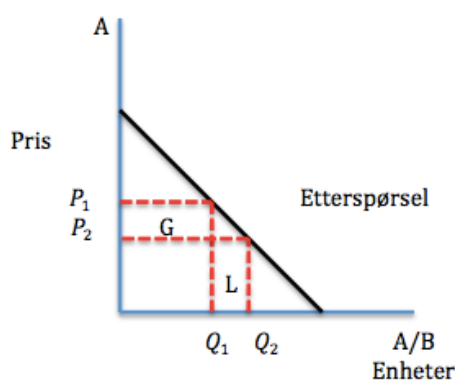
Jeg vil her beskrive en lineær etterspørselskurve for en monopolist, som ofte benyttes som utgangspunkt for etterspørsel når det skal gjøres forenklinger i modeller.

Når en betrakter etterspørselen bedrifter møter, gjøres det ofte forenklinger av denne ved å samle alle konsumentenes etterspørsel til en aggregert etterspørsel, selv om det eksisterer transaksjonsnivådata for å kunne modellere med individuelle konsumentetterspørsler. Denne etterspørselen kan defineres på produkt-, bedrifts- eller markedsnivå, avhengig av hvilken type modell en ønsker å lage. Hvis etterspørselen skal defineres på produktnivå, som for eksempel for short voyage reiser hos Hurtigruten, er det kanskje nødvendig å inkorporere for eksempel interaksjon med etterspørselen etter andre produkter, det vil si krysselastisitet i modellen.



Utviklingen av etterspørsel er ulik avhengig om man operer i de to ytterpunktene monopolistisk marked eller marked med perfekt konkurranse. Hvis en bedrift operer i et marked med perfekt konkurranse vil den ikke kunne justere etterspørselen i noen grad, det vil si gjennom pris eller kvantum, fordi den på grunn av størrelsen ikke har nok markedsrett til å kunne gjøre dette, og har dermed en rolle som pristaker. Den vil da innta denne rollen ved å sette pris  $P = MC(Q)$ , hvor MC er marginalkostnaden og Q er kvantum, som også av naturlige årsaker forbundet med konkurranse vil være likt for resten av bedriftene i markedet.

Som monopolist vil bedriften kunne påvirke etterspørselen gjennom å påvirke pris som prissetter. Hvis bedriften ønsker å øke produksjonen vil prisen synke, fordi den er nødt å ta en pris som tilfredsstillende en større andel av konsumentene i markedet for å få solgt det høyere kvantumet, se figur 3. Dette kan beskrives gjennom å ta utgangspunkt i at  $\Delta Q = Q_2 - Q_1$ , og  $\Delta P = P_1 - P_2$ . Helningen til monopolistens inverse etterspørselskurve kan i dette tilfellet beskrives som  $\frac{\Delta P}{\Delta Q}$ . Når denne kurven beskrives som en lineær relasjon får vi likningen  $P = A - BQ$ , som har en helning lik uttrykket  $\frac{\Delta P}{\Delta Q} = -B$ . Som beskrevet over vil dette bety at en økning i produsert kvantum  $\Delta Q$  vil bety en nedgang i prisen  $\Delta P$  lik  $-B\Delta Q$ . Siden totale inntekter defineres av pris pr. enhet multiplisert med totalt kvantum solgt, kan vi skrive totale inntekter som en funksjon av bedriftens produksjonsvalg, det vil si  $R(Q) = P(Q)Q = AQ - BQ^2$ .

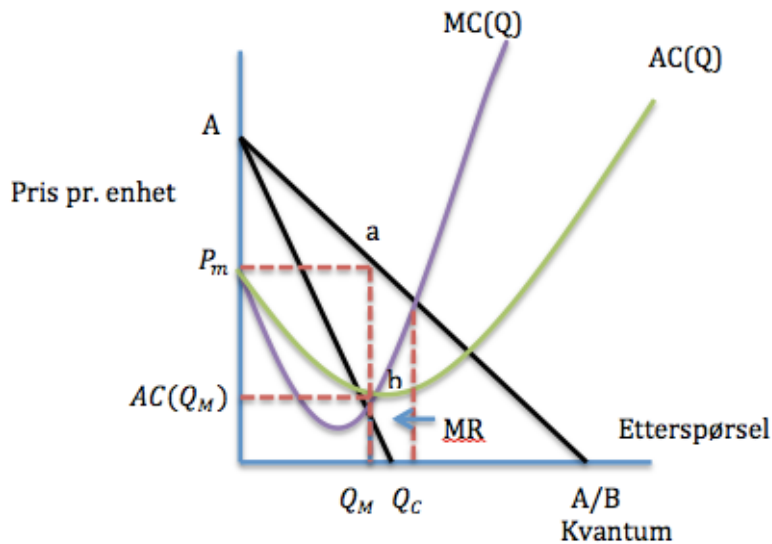


Figur 3: En monopolists etterspørselskurve med økning i produksjon Q

Ved å derivere den totale inntektsfunksjon finner vi de marginale inntektene, som er de ekstra inntekten bedriften får fra å øke salget Q med én enhet minus inntekter tapt som følge av reduksjon i pris på produktene solgt før reduksjonen i pris fant sted. De marginale inntektene kan uttrykkes gjennom likningen:

$$MR(Q) = A - 2BQ$$

Av denne likningen kan vi se at helningen på marginalinntektene vil være dobbelt så bratt som helningen på den inverse etterspørselskurven, og beskriver det presise forholdet mellom marginalinntekter og pris. Forholdet vises i figur 4, som viser at helningen til etterspørselen og marginalinntektene MR, starter i samme punkt a. Videre ser vi at marginalinntekten, som er uttrykt som  $-2B$  i likningen for marginalinntekter, heller dobbelt så mye som etterspørselen, som er uttrykt med helning  $-B$  i likningen for den inverse etterspørselen.



Figur 4: En monopolists tilpasning ved lineær etterspørsel

Vi ser også av figuren at tilpasningen i forhold til kvantum er forskjellig i et monopolistisk marked og et marked med perfekt konkurranse. Som nevnt tidligere vil en bedrift i et marked med perfekt konkurranse tilpasse seg hvor  $P=MC(Q)$ , noe som gir kvantum solgt  $Q_C$  i figur 4. I motsetning vil en monopolist tilpasse seg etter den profittmaksimerende regelen marginal inntekt lik marginalkostnad,  $MR(Q) = MC(Q)$ , som gir kvantum  $Q_M$  og pris  $P_M$ .

### 3.3 Kapasitetsallokering

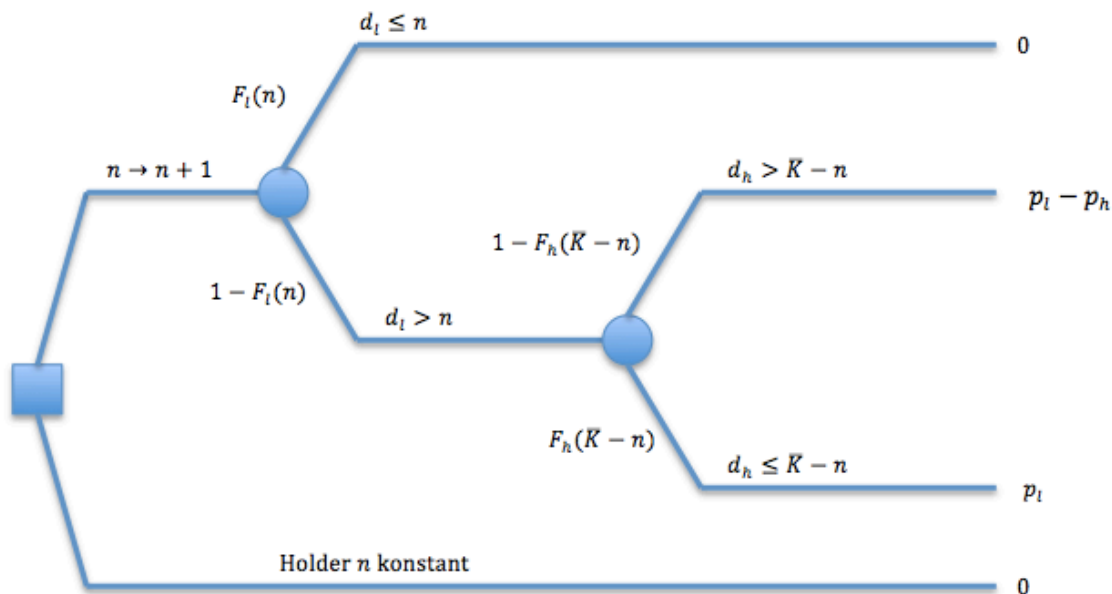
Kapasitetsallokering, også kalt lagerstyring, oppstår når bedrifter har utfordringer vedrørende begrenset kapasitet. Hvor kraftig denne begrensningen er avhenger av om den defineres som

hard eller myk kapasitetsbegrensning (Phillips, 2005). Harde kapasitetsbegrensninger er begrensninger der kapasiteten ikke kan justeres eller vil være så kostbar at det ikke lar seg rettfærdiggjøres å utvide kapasitet på kort sikt, som for eksempel å øke antall rom på hoteller eller seter på fly. Myke kapasitetsbegrensninger er begrensninger hvor det er mulig å utvide kapasitet på kort sikt. I tilfeller med begrenset kapasitet, som ikke lar seg utvide på kort sikt er det viktig å allokere kapasiteten slik at man kan maksimere inntektene gjennom å bestemme hvor mye av ressursene, som for eksempel flyseter, hotellrom eller lugarer som skal gjøre tilgjengelig for konsumentene innenfor de ulike prisklassene (Phillips, 2005).

Det kan skilles mellom to hovedformer for kapasitetsallokering, enkelressurskapasitetsallokering og nettverkskapasitetsallokering. Det vil ikke gås igjennom teori for nettverkskapasitetsallokering i denne oppgaven på grunn av at den tar hensyn til salg av produkter som benytter flere ressurser (som for eksempel flyreiser med flere flyforbindelser frem til destinasjonsmål). Nettverkskapasitetsallokering er derfor ikke relevant for den problemstillingen som er satt.

Enkelressurskapasitetsallokering er en allokering av samme ressurs til kunder i forskjellige klasser, for eksempel på et fly som skal fra Tromsø til Oslo og to seteklasser; økonomi (lavprispasasjerer) og business (fullprispasasjerer). Allokeringen av kapasiteten mellom to produkter kalles i revenue management teorien for to-klasse problemet, og har sin opprinnelse i flybransjen. Littlewood (1972) var først ute med å presentere en måte å løse dette problemet gjennom det som i senere tid er kalt Littlewoods regel. Denne tar utgangspunkt i at det eksisterer to klasser, lavpris og høypris, hvor etterspørselen er sekvensiell og lavpriskunder etterspør først, deretter ankommer etterspørselen fra høypriskundene. Kapasiteten er begrenset og allokeringproblemet forløper seg som følger: Hvor mange lavpriskunder (om noen) skal tillates å bestille billetter? Eller motsvarende, hvor mange seter (om noen) skal beskyttes for fullpriskunder? Lavpriskunder betaler en pris  $P_l > 0$  og høypriskunder betaler en høyere pris  $P_h > P_l$ . I datasystemer gjøres denne allokeringen som en sekvensiell algoritme ved at en finner optimal  $n^*$ , som er optimal bestillingsgrense for fullprispilletter, ved å løse følgende likning:  $1 - F_f(\bar{K} - n^*) = \frac{p_l}{p_h}$ . Den høyre siden beskriver sannsynligheten,  $1 - F_f$ , for at etterspørsel etter fullprispilletter vil overgå beskyttelsesnivået  $(\bar{K} - n^*)$ . Regelen fastslår at, for å maksimere forventede inntekter, bør sannsynligheten for at etterspørsel etter fullprispilletter skal overgå beskyttelsesnivå være lik prisforholdet,  $\frac{p_l}{p_h}$  (Littlewood, 1972).

Dette to-klasseproblemet kan vises gjennom et beslutningstre, hvor en har total kapasitet  $\bar{K}$ .  $F_h(x)$  er sannsynligheten for at etterspørsel etter fullprisenbilletter er mindre eller lik  $x$ , og  $F_l(x)$  er sannsynligheten for at etterspørsel etter lavprisenbilletter er mindre eller lik  $x$ . Bestillingsgrensen settes til  $n$ . Valget i dette problemet står mellom å øke bestillingsgrensen for lavprisenbilletter med ett sete eller ikke. Hva vil da endringen i forventede inntekter være hvis vi øker bestillingsgrensen fra  $n$  til  $n+1$ ? Hvis etterspørsel etter lavprisenbilletter  $p_l$  er mindre enn eller lik  $n$  vil det ikke være noen effekt på forventede inntekter på grunn av at all kapasitet som selges til lavprisenkunder også er tilgjengelig for fullprisenkunder. Netto endring i forventede inntekter ved å øke bestillingsgrensen for lavprisenbilletter vil være null, som vises i den øverste greina i figur 5. Det er kun når etterspørsel etter lavprisenbilletter er større eller lik  $n$ , vist som  $1 - F_l(n)$ , en vil få et resultat som skaper interesse. Ved å øke bestillingsgrensen fra  $n$  til  $n+1$  vil innvirkningen på inntektene avhenge av etterspørselen etter fullprisenbilletter. Hvis etterspørselen er større enn beskyttelsesnivået  $\bar{K} - n$ , som er gitt ved sannsynligheten  $1 - F_h(\bar{K} - n)$ , vil det å bestillingsgrensen for lavprisenkunder med  $n+1$  gi avkall på en fullprisenkunde. Dette kalles utvanning (Phillips, 2005), og vil gi en endring i totale inntekter på  $p_l - p_h < 0$ . Hvis derimot etterspørselen etter fullprisenbilletter er mindre enn beskyttelsesnivået  $\bar{K} - n$ , vil det være lønnsomt å akseptere minst én ekstra lavprisenkunde. En vil da få økte inntekter tilsvarende  $p_l$ .



Figur 5: Beslutningstre for allokeringproblemet ved to klasser (lavpris og fullpris) (Phillips, 2005).

Denne algoritmen kan forenkles til et uttrykk basert på valget om å allokere kapasitet til lavprisbilletter eller ikke gjennom likningen:

$$\begin{aligned}
 E[h(n)] &= F_l(n) + [1 - F_l(n)]\{[1 - F_h(\bar{K} - n)](p_l - p_h) + F_h(\bar{K} - n)p_l\} \\
 &= [1 - F_l(n)]\{p_l - [1 - F_h(\bar{K} - n)]p_h\}
 \end{aligned}
 \tag{3.3.1}$$

Hvor  $F_h(n)$ , er sannsynlighet for at etterspørsel etter fullprisbilletter er mindre eller lik  $n$  og  $F_l(n)$  er sannsynligheten for at etterspørselen etter lavprisbilletter er mindre eller lik  $n$ .  $\bar{K}$  er total kapasitet og  $n$  er bestillingsgrense. Nøkkeluttrykket i likning 3.3.1 er  $p_l - [1 - F_h(\bar{K} - n)]p_h$ . Så lenge dette uttrykket er større enn null er det lønnsomt å øke kapasitet på lavprisbilletter. Hvis vi fokuserer kun på uttrykket  $1 - F_h(\bar{K} - n)$  forteller dette oss sannsynligheten for at etterspørsel etter fullprisbilletter skal overstige beskyttelsesnivået. Er beskyttelsesnivået satt høyt, (det vil si bestillingsgrense for lavprisbilletter er liten) er også verdien av uttrykket lite. Dette vil øke jo mer en øker bestillingsgrensen for lavprisbilletter. Hvis  $p_l < [1 - F_h(\bar{K} - n)]p_h$ , vil det ikke lønne seg å allokere noen kapasitet til lavprisbilletter og en bør spare kapasitet for fullprisbilletter. Hvis det derimot er slik at  $p_l > [1 - F_h(\bar{K} - n)]p_h$ , vil det lønne seg å minst allokere én enhet kapasitet til lavprisbilletter (Phillips, 2005).

Littlewoods regel kan også kalkulere optimal bestillingsgrense for lavprisbilletter når fullprisbilletter er normalfordelt. Gitt ved likningen:  $F_h(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu_h}{\delta_h}\right)$ , hvor  $\Phi(x)$  er standard kumulativ normalfordeling og  $\delta_h$  er standardavviket og  $\mu_h$  er gjennomsnittet til etterspørselen av fullprisbilletter. Littlewoods regel forutsetter så at vi vil finne verdien av  $b$ , slik at vi får:  $\Phi\left(\frac{c-n-\mu_h}{\delta_h}\right) = 1 - \frac{p_l}{p_h}$ . Optimal bestillingsgrense for lavprisbilletter  $n^*$  vil av denne grunn være oppfylt ved:

$$n^* = \left[ \bar{K} - \delta_h \Phi^{-1}\left(1 - \frac{p_l}{p_h}\right) - \mu_h \right] \quad (3.3.2)$$

Og optimalt beskyttelsesnivå for fullprisbilletter være oppfylt ved:

$$y^* = \min \left[ \mu_h + \delta_h \Phi^{-1}\left(1 - \frac{p_l}{p_h}\right), \bar{K} \right] \quad (3.3.3)$$

hvor  $\Phi^{-1}(x)$  er den inverse kumulative normalfordelingen. Noen viktige karakteristikk ved funksjonene viser for det første at  $\Phi^{-1}\left(1 - \frac{p_l}{p_h}\right)$  er en synkende funksjon av billettprisen, noe som betyr at  $n^*$  er en økende funksjon av billettprisen. Merk at hvis  $\Phi^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ , som betyr at  $p_l = \frac{p_h}{2}$  forutsetter at  $n^* = \bar{K} - \mu_h$ ; hvilket betyr at det er optimalt å sette et beskyttelsesnivå som er eksakt likt forventet etterspørsel etter fullprisbilletter når forholdet mellom billettprisene er  $\frac{1}{2}$ . Gitt at forholdet er  $\frac{p_l}{p_h} < \frac{1}{2}$  er det optimalt å beskytte en høyere andel av fullprisbilletter enn vi forventer å bli etterspurt. Hvis det er motsatt  $\frac{p_l}{p_h} > \frac{1}{2}$ , er det optimalt å beskytte færre billetter.

### 3.2.1 Expected Seat Marginal Revenue

En kapasitetsallokering med to prisklasser er i teorien god med hensyn til å finne optimal kapasitetsfordeling for å optimalisere inntekter, men i realiteten opereres det i de fleste bransjer med et høyere sett med prisklasser. Ta for eksempel flybransjen, hvor det er skille mellom lavprisbilletter og fullprisbilletter, men hvor det eksisterer flere ulike sett med priser innad i de to prisklassene, og varieres gjennom for eksempel kampanjer og lignende.

En inkludering av flere prisklasser er blant annet gjort av Belobaba (1987) der han gjør en forlengelse av Littlewoods regel og introduserer begrepet ”expected seat marginal revenue” (EMSR). Dette er en form for nøstet allokering av prisklasser, som betyr at alle prisklassene som eksisterer i bedriften nummereres ved at den høyeste prisklassen får det laveste nummeret og den laveste prisklassen det høyeste nummeret. Med nøstet bestillingskontroll av prisklassene er bestillingsgrensene alltid økende (Phillips, 2005), det vil si;  $p_1 \geq p_2 \geq \dots p_n$ . De høyere prisklassene har tilgang til kapasiteten i de lavere prisklassene, men ikke motsatt, hvilket beskytter kapasiteten i de høyere prisklassene mot å selge ned kapasitet til de lavere prisklassene. Når en skal analysere en denne typen modell tar man følgende antakelser (Phillips, 2005)

- Etterspørsel i hver prisklasse er en uavhengig tilfeldig variabel, hvor etterspørselen denoteres i prisklasse  $i$  av  $d_i$ . Etterspørselen i prisklasse  $i$  følger en sannsynlighetsdistribusjon  $f_i(x)$  definert som integralet  $x \geq 0$ , hvor  $f_i(x)$  er sannsynligheten for at etterspørselen for prisklasse  $i$  vil være  $x$ .  $f_i(x)$  indikerer at sannsynligheten at  $d_i \leq x$ .
- Etterspørsel ankommer i økende prisklasserekkefølge. Det vil si, passasjerer med lavest betalingsvillighet og betaler  $p_n$ , bestiller først, og så følger de høyere prisklassene slik at de passasjerene med høyest betalingsvillighet og betaler  $p_1$  bestiller sist. Altså  $p_1 > p_2 > \dots > p_n$ .
- Det eksisterer ikke kanselleringer eller ikke-oppmøtene.

For bedriften som mottar bestillingsforespørlene vil den i den første perioden kun motta forespørsler fra kunder med lavest betalingsvillighet, de som betaler  $p_n$ . Etter avslutning på perioden vil bedriften ha mottatt og akseptert et antall bestillinger  $x \geq 0$  fra disse kundene. I neste periode vil kunder med betalingsvillighet for neste prisklasse  $p_{n-1}$  bestille helt til siste periode hvor kunder med høyest betalingsvillighet  $p_1$  bestiller. Problemet til bedriften i begynnelsen av hver periode  $j$  er hvor mange bestillinger av type  $j$  den skal akseptere, og den vet allerede hvor mange bestillinger den allerede har akseptert, uttrykt  $\sum_{i=j+1}^n x_i$ . På grunn av forutsetningen om at det ikke eksisterer kanselleringer eller ikke-oppmøter er den ubenyttede kapasiteten,

$$\bar{K} = \left[ \bar{K} - \sum_{i=j+1}^n x_i \right] \quad (3.3.4)$$

Denne kapasiteten er gjenstående i begynnelsen av periode  $j$ . Bedriften vet også etterspørselsdistribusjonen for fremtidige bestillingsperioder. Gitt informasjonen ovenfor ønsker bedriften å finne maksimalt antall bestillinger fra klasse  $j$  den skal akseptere for å maksimere forventede inntekter. Dette kvantumet kaller vi *bestillingsgrense for klasse  $j$*  og angir det som  $n_j$ . I en slik modell vil bedriften bare kalkulere en bestillingsgrense i begynnelsen av hver periode på grunn av at den bare vil motta bestillinger i en prisklasse under hver periode. På denne måten kan bedriften vente å se hvor mange bestillinger som ankommer i perioden før den bestemmer seg for bestillingsgrense for den høyere prisklassen i neste perioden.

Et problem med denne fremgangsmåten er at den ikke tar hensyn til kanselleringer, da beskyttelsesnivåene ikke oppdateres og bestillingsklasser der bestillingsgrensen er fylt opp er stengt. For å inkrementere hensynet til kanselleringer utviklet blant annet Lee og Hersh (1993) en dynamisk løsning på nøstet allokering av ressurser. Denne metoden kan kalles en reversibel prosess på grunn av at den holder bestillingsklasser åpen gjennom å oppdatere systemet når det forekommer bookinger og kanselleringer, slik at klasser som har vært fulle kan åpnes igjen ved eventuelle kanselleringer. En dynamisk modell krever heller ikke noen antakelse om ankomstmønster for bookingene i de ulike bestillingsklassene, hvilket en vanlig nøstet modell gjør der den antar en sekvensiell bestillingsankomst (Lee og Hersh, 1993). Ji og Mazzarella (2007) foreslår å inkorporere både en nøstet og dynamisk allokering metode for å optimalisere resultater, og utarbeider en metode som gjør dette med hensyn til cruisebransjens lagringskapasiteter for ressurser.



## 4 Modell

Jeg vil i dette kapitlet presentere en modell som vil hjelpe å belyse hvordan en monopolist kan optimalisere kvantum og pris når den selger to produkter som er avhengig av samme ressurs. Jeg vil først presentere en kort beskrivelse av hvordan Hurtigruten i realiteten setter priser og kapasitet. Basert på problemstillingen vil jeg presentere tre modeller som tar utgangspunkt i Hurtigruten, ved at jeg vil belyse hvordan en monopolist kan optimalisere kapasitet og pris når det kun eksisterer salg av to produkter som er avhengig av den samme ressursen. Modellene vil bygge på hverandre ved at jeg i første modell presenterer en modell for simultan optimering av pris og kapasitet for produktene over én periode. I neste modell vil jeg utvide salgshorisonten til to perioder. I de to første modellene vil det antas at etterspørselen er mindre eller lik total kapasitet tilgjengelig. I den tredje modellen vil jeg optimere kapasitet og pris over to perioder, men anta at etterspørselen er større enn total kapasitet tilgjengelig.

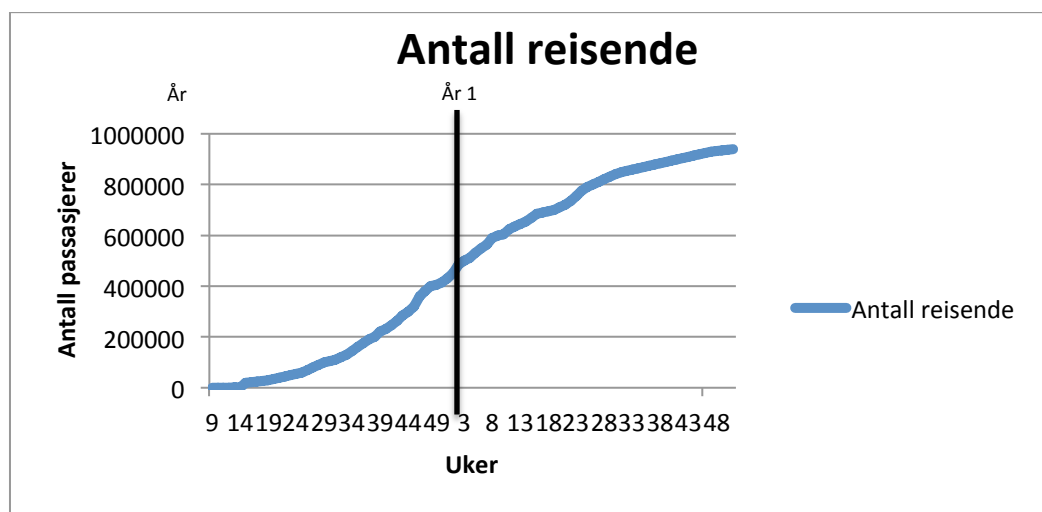
Produktene jeg vil ta utgangspunkt i fra Hurtigruten er voyage og short voyage, som er valgt på bakgrunn av at disse reisene beslaglegger den største delen av kapasiteten om bord på skipene, hvor kapasitet er definert som antall passasjerer tillatt ombord. Jeg velger derfor å se bort fra lokaltransport som ikke normalt benytter lugarer siden produktet defineres som reiser opptil 1 dag.

Modellene som presenteres er med på å belyse et poeng som er viktig med tanke på videre forskning på området, ved at variasjon av prising over flere perioder for å oppnå maksimering av inntekter. Den dynamiske prisingen vil dra nytte av forventet etterspørsel og gjenværende kapasitet til å maksimere inntekter ytterligere, og likeså et fokus på allokering av kapasitet også kan være med på å øke inntektene. Jeg vil til slutt presentere et numerisk eksempel av modellen.

### 4.1 Hurtigrutens nåværende prisingsmodell

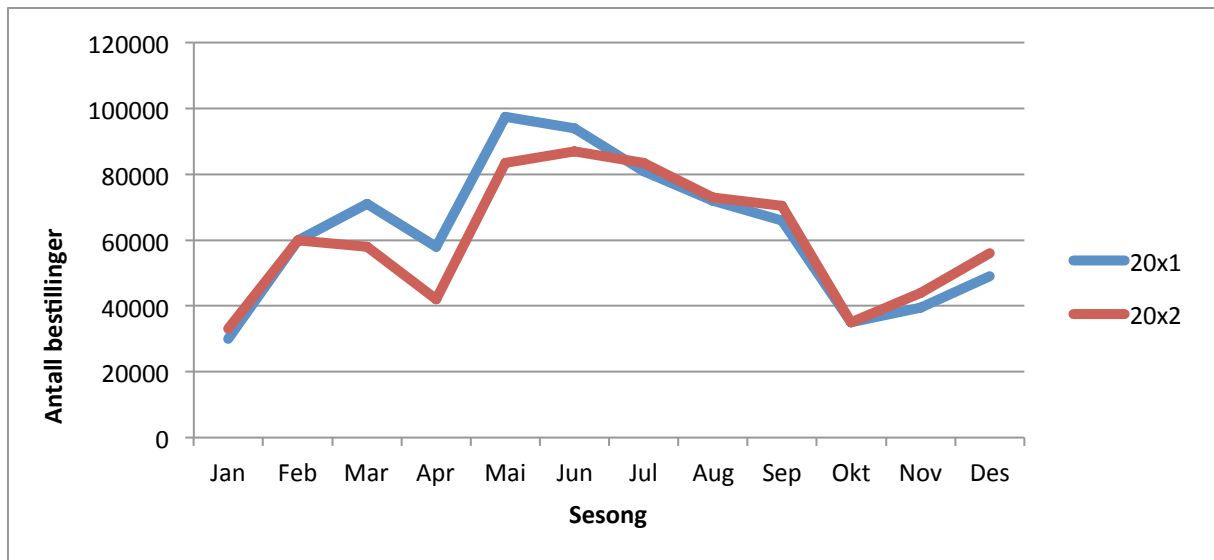
Hurtigruten selger sine reiser for produktet norskekysten over flere perioder, hvor de starter med salg av de lengste reisene, voyagereiser. Dette skaper en høyere sikkerhet i forhold til kapasitetsutnyttelse og allokering av kapasitet, fordi disse reisene legger beslag på kapasitet fra 6-11 dager. Salgsstart for voyagereiser åpnes for normalt salg 12 måneder før sesongen

starter, noe som betyr at det vil åpnes for salg av reiser for sesongen 2015 i januar 2014. Salget for short voyage åpnes normalt 12 måneder før avreise, som betyr at en reise som skjer 20. mai 2015, ble åpnet for salg 20. mai 2014. I figur 6 kan vi se hvordan salget for alle reiser utvikler seg for en hel sesong, fra det åpnes for salg for voyagereiser 12 måneder før sesongstart, frem til sesongslutt året etter. På grunn av at Hurtigruten har seilinger hver dag hele året skaper dette utfordringer i forhold til variasjon i etterspørsel, som varierer fra å være langt under tilgjengelig kapasitet på avgangene (spesielt i vintermånedene november og januar), til å være langt over tilgjengelig kapasitet (spesielt i sommermånedene juni og juli). For å kunne stimulere etterspørsel i større grad benytter Hurtigruten seg også av kampanjer, hvor pris trekkes ned. Når kampanjer benyttes er etterspørselsutvikling på et uønsket nivå som for eksempel kan skyldes for høy startpris på produktene, makroøkonomiske forhold, konkurrenter og innsats fra produkt-/markedsførings- eller salgsvdelingene. Stimulering av etterspørselen er ikke noe det vil sees på videre i modellen jeg utvikler, men er et viktig moment for Hurtigrutens del når det gjelder etterspørselsutfordringene de står ovenfor.



Figur 6: Normal utvikling i etterspørsel for en sesong. (Hurtigruten)

Etterspørselen Hurtigruten møter er også preget av enkelte bølgeperioder gjennom året, som beskrevet av blant andre Biehn (2006), hvor det i Hurtigrutens tilfelle er topper i etterspørselen i februar-mars og juni-juli, mens det er bunner i oktober-januar og april, se figur 7.



Figur 7: Variasjon i antall bestillinger i løpet av to sesonger. (Hurtigruten)

I figur 7 er det sammenliknet to vilkårlige år hos Hurtigruten, beskrevet som 20x1 og 20x2.

## 4.2 Optimering av pris og kapasitet for to produkter med avhengighet til samme ressurs

Jeg vil i dette avsnittet presentere tre modeller som viser optimalisering av pris og kapasitet for voyage og short voyage. I den første vil optimeringen av kapasitet og pris skje simultant over én periode. Deretter vil jeg utvide modellen ved å vise den med en salgshorisont på to perioder,  $t=0$  og  $t=1$ . I periode  $t=0$  vil det kun være salg av voyagereiser, og i periode  $t=1$  vil det være salg av både voyage- og short voyagereiser. Salget av voyagereiser starter først på grunn av at det antas at passasjerer som etterspør disse reisene har mindre behov for fleksibilitet i forhold til avreisetidspunkt, og vil derfor etterspørre reisene på ett tidligere tidspunkt enn passasjerer som etterspør short voyage. Ettersom det selges voyagereiser over to perioder antas det også at kundene som etterspør er myopiske, og ikke vil la eventuelle prisoppganger eller nedganger påvirke valg om å kjøpe eller avstå fra kjøp på grunn av dette. De som etterspør short voyage antas å bestille reisene tettere opp mot avreise på grunn av ett større behov for fleksibilitet i forhold til avreisetidspunkt. De to første modellene vil være laget med utgangspunkt i problemstillingen Hurtigruten står ovenfor når det gjelder overskuddskapasitet. Det vil si at den i store deler av sesongen møter en etterspørsel som er lavere enn den totale kapasiteten tilgjengelig. Den siste modellen som vises vil baseres på de

periodene der det er høyere etterspørsel enn kapasitet tilgjengelig. Den vil ta utgangspunkt i modellen jeg presenterer for salg over to perioder, men vil ytterligere utvide denne til å inkludere ett beskyttelsesnivå for short voyage-reiser. Dette gjøres på bakgrunn av at en åpning av salg uten restriksjoner vil selge ut hele den tilgjengelige kapasiteten til voyage i periode  $t=0$ . Siden det antas at priser for short voyage er høyere enn priser for voyage pr. overnatting, vil det gi høyere inntekter pr. overnatting hvis en andel av total kapasitet tilgjengelig reserveres for short voyage.

Alle modellene baseres på at Hurtigruten opptrer som en monopolist, og i den forbindelse vil jeg utlede optimeringen basert på standard optimering for en monopolist samt optimering ved begrenset kapasitet slik det er gjort i Phillips (2005). Notasjonen vil variere fra det som tidligere er presentert for å vise en modell tilpasset problemet vi står ovenfor. I og med at de fleste og største kostnadspostene som for eksempel drivstoff, lønn, administrasjonskostnader og havneavgifter allerede er satt før avreise, ansees disse som faste. Det antas derfor at de variable kostnadene forbundet med reisene minimale, og vil i modellen settes lik null,  $MC=0$ .

#### 4.2.1 Optimering av kapasitet og pris simultant over én periode

Her vil det presenteres en modell hvor jeg velger å vise optimering av pris og kapasitet simultant over én enkelt periode. Det vil si at begge produktene voyage og short voyage åpnes og selges i samme periode. For å forenkle modellen antas det at etterspørselen som møtes i markedet er lineær, hvor etterspørselen etter voyage og short voyage anses som uavhengig av hverandre, og vi kan si at kundene kommer fra to ulike markedssegmenter. I periode  $t=1$  vil etterspørselen se ut som følger:

**Periode  $t=1$ :**

$$Q_1^v = a_v - b_v p_1^v \quad (4.1)$$

$$Q_1^{sv} = a_{sv} - b_{sv} p_1^{sv} \quad (4.2)$$

hvor  $a_v, a_{sv}, b_v, b_{sv} > 0$

Kvantumsfunksjonene  $Q_1^v$  og  $Q_1^{sv}$  er kvantum for henholdsvis voyage og short voyage, og prisene for produktene vist ved  $p_1^v$  og  $p_1^{sv}$ , er en funksjon av kvantum solgt av voyage og

short voyage. Siden Hurtigruten benytter lugarer som kapasitet, og kapasitet i Hurtigrutens tilfelle er kvantumet av produkter som kan selges, kan  $Q$  tolkes som kapasiteten (lugarer) den har tilgjengelig. På grunn av dette velges det å tolke kvantum  $Q$  som kapasitet  $K$ . Den lineære etterspørselen kan da skrives som:

$$K_1^v = a_v - b_v p_1^v \quad (4.3)$$

$$K_1^{sv} = a_{sv} - b_{sv} p_1^{sv} \quad (4.4)$$

Hvor  $K_1^v$  er kapasitet allokert til voyage, og  $K_1^{sv}$  er kapasitet allokert til short voyage. Kapasiteten på skipene til Hurtigruten er begrenset, som medfører en beskrening i forhold til salg, som maksimalt kan være lik kapasiteten tilgjengelig. Den totale kapasiteten defineres som  $\bar{K}$  i modellen. Maksimering av inntektene mhp. kapasitet avhenger derfor av at følgende er oppfylt:

$$\bar{K} \geq K_1^v + K_1^{sv} \quad (4.5)$$

Prisen for produktene vil være en funksjon av kvantum solgt, og kan derfor skrives som de inverse etterspørselsfunksjonene:

$$p_1^v = \frac{a_v - K_1^v}{b_v} \quad (4.6)$$

$$p_1^{sv} = \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b_{sv}} \quad (4.7)$$

Siden vi ønsker å maksimere inntektene for Hurtigruten vil vi få følgende optimeringsproblem i denne modellen:

$$\max_{K_1^v, K_1^{sv}} R = p_1^v K_1^v + p_1^{sv} K_1^{sv} \quad (4.8)$$

gitt at

$$\bar{K} \geq K_1^v + K_1^{sv}$$

Setter vi inn (4.6) og (4.7) inn i (4.8) får vi:

$$\max_{K_1^v, K_1^{sv}} R = \left( \frac{a_v - K_1^v}{b_v} \right) K_1^v + \left( \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b_{sv}} \right) K_1^{sv}$$

gitt at

$$\bar{K} \geq K_1^v + K_1^{sv}$$

På grunn av at vi ønsker maksimere inntektsfunksjonen mht. kapasitetsbetingelsen, kan vi formulere en Lagrange-funksjon for å finne ut hvor mye kapasitet vi hhv. allokere til  $K_1^v$  og  $K_1^{sv}$ .

$$\mathcal{L} = \left( \frac{a_v - K_1^v}{b_v} \right) K_1^v + \left( \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b_{sv}} \right) K_1^{sv} - \lambda [K_1^v + K_1^{sv} - \bar{K}] \quad (4.9)$$

På grunn av at den svake ulikheten  $\bar{K} \geq K_1^v + K_1^{sv}$  settes som bibetingelse i Lagrange-funksjonen får vi et ikke-lineært programmeringsproblem kalt Kuhn-Tucker (Sydsæter et.al, 1996). Kuhn-Tucker hjelper oss å finne aktuelle løsninger for bibetingelsen ved at vi får bestemt fortegnet på multiplikatoren  $\lambda$ , noe som gir oss færre løsningskandidater fra bibetingelsen. I vår Lagrange-funksjon vil vi få to aktuelle løsningskandidater, gitt ved:

- 1)  $\bar{K} = K_1^v + K_1^{sv}$
- 2)  $\lambda = 0$  om  $\bar{K} > K_1^v + K_1^{sv}$

Vi velger å sette den ene løsningskandidaten for når hele kapasiteten selges ut, vist i (1), som vil gi oss en multiplikator  $\lambda$  ved å løse Lagrangefunksjonen mht.  $K_1^v$  og  $K_1^{sv}$ . Denne løsningskandidaten kan vi også betrakte som en aktiv bibetingelse siden vi setter den som en likhet. Vi vil også få en løsningskandidat ved muligheten for at hele kapasiteten ikke selges ut, vist i (2), og vi kan kalle denne en inaktiv bibetingelse på grunn av ulikheten.

**(1)** I den første, aktive bibetingelsen impliserer vi at hele kapasiteten selges ut, og vi vil få en optimering som følger:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_1^v} = \left( \frac{a_v - K_1^v}{b_v} \right) + K_1^v \left( -\frac{1}{b_v} \right) - \lambda = 0 \Leftrightarrow K_1^v = \frac{a_v - \lambda b_v}{2} \quad (4.10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_1^{sv}} = \left( \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b_{sv}} \right) + K_1^{sv} \left( -\frac{1}{b_{sv}} \right) - \lambda = 0 \Leftrightarrow K_1^{sv} = \frac{a_{sv} - \lambda b_{sv}}{2} \quad (4.11)$$

Setter uttrykk fra (4.10) og (4.11) inn i bibetingelsen:

$$\bar{K} = \left( \frac{a_v - \lambda b_v}{2} \right) + \left( \frac{a_{sv} - \lambda b_{sv}}{2} \right) \quad (4.12)$$

Ved å løse ut (4.12) mht.  $\lambda$  får vi:

$$\lambda = \frac{a_v + a_{sv} - 2\bar{K}}{(b_v + b_{sv})} \quad (4.13)$$

Setter (4.13) inn i (4.10) og (4.11) og får følgende funksjoner for  $K_1^v$  og  $K_1^{sv}$ :

$$\ddot{K}_1^v = \frac{2\bar{K}b_v + (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \quad (4.14)$$

og

$$\ddot{K}_1^{sv} = \frac{2\bar{K}b_{sv} - (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \quad (4.15)$$

Vi ser av tilpasningen at kapasiteten for voyage og short voyage vil allokeres ulikt ettersom variablene  $a_v$ ,  $a_{sv}$  og  $b_v$ ,  $b_{sv}$  er ulike. Hvis  $a_v > a_{sv}$  vil vi få en høyere allokering av kapasitet til voyage,  $\ddot{K}_1^v > \ddot{K}_1^{sv}$ , og motsatt hvis  $a_{sv} > a_v$ .

Setter inn uttrykkene fra (4.14) og (4.15) inn i (4.6) og (4.7) og får uttrykk for  $p_1^v$  og  $p_1^{sv}$ , som gir oss den optimale tilpasningen for pris når hele kapasiteten skal selges ut:

$$\ddot{p}_1^v = \frac{a_v - \left( \frac{2\bar{K}b_{sv} - (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \right)}{b_v} = \frac{2a_v b_v + a_v b_{sv} + a_{sv} b_v - 2\bar{K}b_v}{2(b_v^2 + b_v b_{sv})} \quad (4.16)$$

og

$$\ddot{p}_1^{sv} = \frac{a_{sv} - \left( \frac{2\bar{K}b_{sv} - (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \right)}{b_{sv}} = \frac{2a_{sv} b_{sv} + a_{sv} b_v + a_v b_{sv} - 2\bar{K}b_{sv}}{2(b_{sv}^2 + b_v b_{sv})} \quad (4.17)$$

Tilpasningen for pris for voyage og short voyage vil både være avhengig av størrelsen på  $a_v$  og  $a_{sv}$  og  $b_v$  og  $b_{sv}$ , som viser at prisene vil tilpasses ulikt. De optimale uttrykkene for pris og kapasitet i periode  $t=1$  kan vi sette inn i inntektsfunksjonen (4.8) som gir oss den optimale inntekten:

$$R = \left[ \left( \frac{2a_v b_v + a_v b_{sv} + a_{sv} b_v - 2\bar{K} b_v}{2(b_v^2 + b_v b_{sv})} \right) \left( \frac{2\bar{K} b_v + (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \right) \right] + \left[ \left( \frac{2a_{sv} b_{sv} + a_{sv} b_v + a_v b_{sv} - 2\bar{K} b_{sv}}{2(b_{sv}^2 + b_v b_{sv})} \right) \left( \frac{2\bar{K} b_{sv} - (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \right) \right] \quad (4.18)$$

(2) I den andre inaktive bibetingelsen vil ikke hele kapasiteten selges ut,  $\lambda = 0$  om  $\bar{K} > K_1^v + K_1^{sv} + K_0^v$ , setter opp førsteordensbetingelsen som følger:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_1^v} = \left( \frac{a_v - K_1^v}{b_v} \right) + K_1^v \left( -\frac{1}{b_v} \right) = 0 \Leftrightarrow K_1^v = \frac{a_v}{2} \quad (4.19)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_1^{sv}} = \left( \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b_{sv}} \right) + K_1^{sv} \left( -\frac{1}{b_{sv}} \right) = 0 \Leftrightarrow K_1^{sv} = \frac{a_{sv}}{2} \quad (4.20)$$

$$\lambda = 0 \text{ om } \bar{K} > K_1^v + K_1^{sv} \quad (4.21)$$

Den inaktive bibetingelsen gir en mulig løsningskandidat også her, siden alle betingelsene gir gyldige løsninger så lenge:

$$\bar{K} > \left( \frac{a_v}{2} \right) + \left( \frac{a_{sv}}{2} \right) \quad (4.22)$$

Hvis (4.22) er gyldig, vil (4.19) og (4.20) gjelde som optimal løsning for kapasitet når total kapasitet ikke selges ut:

$$\tilde{K}_1^{sv} = \frac{a_v}{2} \quad (4.23)$$

og

$$\tilde{K}_1^v = \frac{a_{sv}}{2} \quad (4.24)$$

Når kapasitet ikke fylles opp vil ikke allokeringen mellom produktene spille noen rolle, og derfor får vi ikke avhengighet mellom  $a_v$  og  $a_{sv}$  slik vi gjorde i (4.15) og (4.16).

Kapasitetsuttrykkene i (4.24) og (4.25) settes så inn i (4.6) og (4.7) vil vi få uttrykk for pris basert på at pris kun settes for å gi optimale inntekter, og ikke for å selge ut kapasitet slik vi viste når bibetingelsen var aktiv. Vi får følgende optimale prisfunksjoner:



$$\tilde{p}_1^v = \frac{a_v - \left(\frac{a_v}{2}\right)}{b_v} \Leftrightarrow \frac{a_v}{2b_v} \quad (4.25)$$

og

$$\tilde{p}_1^{sv} = \frac{a_{sv} - \left(\frac{a_{sv}}{2}\right)}{b_{sv}} \Leftrightarrow \frac{a_{sv}}{2b_{sv}} \quad (4.26)$$

Gitt at den inaktive bibetingelsen holder, vil vi ha optimale nivåer for kapasitet i  $\tilde{K}_1^v$  og  $\tilde{K}_1^{sv}$ , samt for pris i  $\tilde{p}_1^v$  og  $\tilde{p}_1^{sv}$ , som ved å sette inn i (4.8), vil gi følgende uttrykk når kapasitet ikke selges ut:

$$R = \left[ \left(\frac{a_v}{2b_v}\right) \left(\frac{a_v}{2}\right) \right] + \left[ \left(\frac{a_{sv}}{2b_{sv}}\right) \left(\frac{a_{sv}}{2}\right) \right] = \frac{a_v^2}{4b_v} + \frac{a_{sv}^2}{4b_{sv}} \quad (4.27)$$

#### 4.2.2 Optimale inntekter ved salg i to perioder

I denne modellen vil jeg vise hvordan optimale inntekter vil bli hvis Hurtigruten velger å selge produktene over to perioder,  $t=0$  og  $t=1$ . I periode  $t=0$  vil det kun selges voyagereiser, på grunn av antakelse om at passasjerer som etterspør voyage har mindre behov for fleksibilitet i forhold til avreise, og kan starte etterspørselen tidligere enn short voyagepassasjerer. Jeg vil med denne modellen også vise at ved å utvide salgshorizonten med en periode vil øke inntektene for Hurtigruten. Dette er som forklart tidligere den praksisen Hurtigruten opererer med, slik at denne modellen utarbeides på grunnlag av å vise effektiviteten ved å selge over flere perioder. Etterspørsel etter voyage og short voyage antas å være uavhengig av hverandre slik det er antatt tidligere. På grunn av at salg av voyagereiser foregår over to perioder vil etterspørselsfunksjonen til voyage påvirkes av dette i periode  $t=1$ . Vi vil starte med å finne optimal tilpasning for kapasitet og pris i periode  $t=0$ :

##### Periode $t=0$ :

Gitt definisjonen for kvantum i modellen for simultan optimering har vi følgende etterspørselsfunksjon for kapasitet for voyage:

$$K_0^v = a_v - b_v p_0^v \quad (4.28)$$

Da kan vi skrive invers etterspørsel som:

$$p_0^v = \frac{a_v - K_0^v}{b_v} \quad (4.29)$$

Ettersom vi velger å selge over to perioder i denne modellen, vil utfallet av maksimeringen mht. at solgt kapasitet ligger innenfor total tilgjengelig kapasitet se som:

$$\bar{K} \geq K_1^v + K_1^{sv} + K_0^v \quad (4.30)$$

Og vi vil ha følgende optimeringsproblem:

$$\max_{K_0^v} R = p_0^v K_0^v \quad (4.31)$$

I periode  $t=0$  er hele kapasiteten  $\bar{K}$  tilgjengelig, men ut fra antakelsen om at etterspørselen er lavere enn tilgjengelig kapasitet, samt at det åpnes for salg av short voyage i  $t=1$ , antar vi at  $K_0^v < \bar{K}$ . Optimal kapasitet for periode  $t=0$  vil vi finne ved å sette opp inntektsfunksjonen og sette inn uttrykk for  $p_0^v$  fra (4.29):

$$\max_{K_0^v} R = \left( \frac{a_v - K_0^v}{b_v} \right) K_0^v$$

Og derivere mht.  $K_0^v$ :

$$\frac{\partial R}{\partial K_0^v} = \frac{a_v - 2K_0^v}{b_v} = 0 \Leftrightarrow K_0^{v*} = \frac{a_v}{2} \quad (4.32)$$

Når vi kjenner den optimale tilpasningen for kapasitet, kan vi sette (4.32) inn i (4.29) for å finne optimal pris:

$$p_0^v = \frac{a_v - \frac{a_v}{2}}{b_v} \Leftrightarrow p_0^{v*} = \frac{a_v}{2b_v} \quad (4.33)$$

Ved å sette (4.32) og (4.33) inn i (4.31) vil vi komme frem til følgende inntekter:

$$R_0 = p_0^{v*} K_0^{v*} \Leftrightarrow R_0^* = \frac{a_v^2}{4b_v} \quad (4.34)$$

I neste periode vil etterspørselen etter short voyage også begynne. Dette vil gjøre optimaliseringen mer interessant på bakgrunn av den begrensede kapasiteten, samt at det vil være etterspørsel etter to produkter som benytter den samme kapasiteten.

### Periode t=1

I denne perioden åpnes det også for salg av short voyage, slik at optimeringen av kapasitet og pris vil skje simultant for short voyage og voyage. På grunn av salget av voyage i periode t=0, vil etterspørselen etter voyage være påvirket av dette ved at  $K_0^{v*}$  settes inn i funksjonen for  $K_1^v$ . Siden det antas uavhengig etterspørsel mellom produktene, vil ikke etterspørselen etter short voyage påvirkes av dette salget. Vi får da følgende etterspørselsfunksjoner for kapasitet for voyage og short voyage i periode t=1:

$$K_1^v = a_v - K_0^{v*} - b_v p_1^v \quad (4.35)$$

og

$$K_1^{sv} = a_{sv} - b_{sv} p_1^{sv} \quad (4.36)$$

Og den inverse etterspørselen kan skrives som følger:

$$p_1^v = \frac{a_v - K_0^{v*} - K_1^v}{b_v} \quad (4.37)$$

og

$$p_1^{sv} = \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b_{sv}} \quad (4.38)$$

Utfallet av maksimering av inntekten med hensyn på kvantum er valgt kapasitet gitt at den totale kapasiteten ligger innenfor tilgjengelig kapasitet,  $\bar{K} - K_0^{v*}$ , eller:

$$K_1^v + K_1^{sv} \leq \bar{K} - K_0^{v*}$$

Når vi skal optimalisere inntektene vil vi på grunn av den svake ulikheten i bibetingelsen vise to måter å optimalisere inntektene på, og vil følge notasjonen fra modellen for simultan optimering over én periode. I den første er betingelsen at kapasitet fylles, hvor det forenkles

ved at pris settes passivt for å fylle opp kapasiteten. Dette skjer ved at pris settes residualt; dvs. ikke som en beslutningsvariabel i seg selv, men som en løsning etter at vi har valgt den observerbare kapasiteten for henholdsvis voyage og short voyage. I den andre er betingelsen at kapasitet ikke fylles opp, og vi vil da optimere mht. både kapasitet og pris.

Vi har følgende optimeringsproblem:

$$\max_{K_1^v, K_1^{sv}} R = p_1^v K_1^v + p_1^{sv} K_1^{sv} \quad (4.39)$$

gitt at

$$\bar{K} \geq K_1^v + K_1^{sv} + K_0^{v*}$$

Setter vi inn uttrykkene (4.38) og (4.39) i (4.40) får vi:

$$\max_{K_1^v, K_1^{sv}} R = \left( \frac{a_v - K_0^{v*} - K_1^v}{b_v} \right) K_1^v + \left( \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b_{sv}} \right) K_1^{sv}$$

gitt at

$$\bar{K} \geq K_1^v + K_1^{sv} + K_0^{v*}$$

Vi kan da sette opp Lagrange-funksjonen på samme grunnlag som beskrevet i modellen for optimering i én periode:

$$\mathcal{L} = \left( \frac{a_v - K_0^{v*} - K_1^v}{b_v} \right) K_1^v + \left( \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b_{sv}} \right) K_1^{sv} - \lambda [K_1^v + K_1^{sv} + K_0^{v*} - \bar{K}] \quad (4.40)$$

Vi benytter samme notasjon som i modellen for simultan optimering over én periode for bibetingelsen, der vi setter den opp som ett Kuhn-Tucker problem.

- 1)  $\bar{K} = K_1^v + K_1^{sv} + K_0^{v*}$
- 2)  $\lambda = 0$  om  $\bar{K} > K_1^v + K_1^{sv} + K_0^{v*}$

Vi fortsetter notasjonen fra tidligere modell, hvor (1) vil gi en løsningskandidat basert på at hele kapasiteten selges ved at vi får en verdi for multiplikatoren  $\lambda$  ved å løse ut Lagrangefunksjonen mht.  $K_1^v$  og  $K_1^{sv}$ . Denne løsningskandidaten kaller vi den aktive betingelsen. (2) gir oss en løsningskandidat hvor kapasitet ikke selges ut, som vi kaller den inaktive betingelsen.

(1) I den første, aktive bibetingelsen impliserer vi at hele kapasiteten selges ut, og vi vil få en optimering som følger:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_1^v} = \left( \frac{a_v - K_0^{v*} - K_1^v}{b_v} \right) + K_1^v \left( -\frac{1}{b_v} \right) - \lambda = 0 \Leftrightarrow K_1^v = \frac{a_v - K_0^{v*} - \lambda b_v}{2} \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_1^{sv}} = \left( \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b_{sv}} \right) + K_1^{sv} \left( -\frac{1}{b_{sv}} \right) - \lambda = 0 \Leftrightarrow K_1^{sv} = \frac{a_{sv} - \lambda b_{sv}}{2} \quad (4.42)$$

Setter (4.41) og (4.42) inn i bibetingelsen for hele kapasitet solgt ut:

$$\bar{K} = \left( \frac{a_v - K_0^{v*} - \lambda b_v}{2} \right) + \left( \frac{a_{sv} - \lambda b_{sv}}{2} \right) + K_0^{v*} \quad (4.43)$$

Ved å løse ut (4.43) mht.  $\lambda$  får vi:

$$\lambda = \frac{a_v + a_{sv} + K_0^{v*} - 2\bar{K}}{(b_v + b_{sv})} \quad (4.44)$$

Uttrykket for  $\lambda$  gir oss multiplikatoruttrykket som benyttes for å fylle opp hele kapasiteten tilgjengelig. Som vi ser er dette multiplikatoruttrykket forskjellig fra det vi fikk i (4.13) på grunn av at vi startet salget i periode  $t=0$  av voyage, og  $K_0^{v*}$  vil ha en effekt på både funksjonen for voyage og short voyage. Vi setter inn (4.44) i (4.41) og (4.42) og får følgende funksjoner for  $K_1^v$  og  $K_1^{sv}$ :

$$\hat{K}_1^v = \frac{a_v - K_0^{v*} - \left( \frac{a_v + a_{sv} + K_0^{v*} - 2\bar{K}}{(b_v + b_{sv})} \right) b_v}{2} = \frac{2\bar{K} b_v - 2K_0^{v*} b_v - K_0^{v*} b_{sv} + (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \quad (4.45)$$

og

$$\widehat{K}_1^{sv} = \frac{a_{sv} - \left( \frac{a_v + a_{sv} + K_0^{v*} - 2\bar{K}}{b_v + b_{sv}} \right) b_{sv}}{2} = \frac{2\bar{K}b_{sv} - K_0^{v*}b_{sv} - (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \quad (4.46)$$

Effekten av  $K_0^{v*}$  er større i funksjonen for  $\widehat{K}_1^v$  enn i  $\widehat{K}_1^{sv}$  på grunn av at voyage benytter samme etterspørsel i begge periodene. Effekten av dette vil være en reduksjon i  $\widehat{K}_1^v$  i forhold  $\check{K}_1^v$  fra likning (4.14).

Setter vi inn (4.45) og (4.46) inn i (4.37) og (4.38) får vi:

$$\hat{p}_1^v = \frac{a_v - K_v^{0*} - \left( \frac{2\bar{K}b_v - 2K_0^{v*}b_v - K_0^{v*}b_{sv} + (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \right)}{b_v} = \frac{2a_v b_v + a_v b_{sv} + a_{sv} b_v - K_0^{v*} b_{sv} - 2\bar{K}b_v}{2(b_v^2 + b_v b_{sv})} \quad (4.49)$$

og

$$\hat{p}_1^{sv} = \frac{a_{sv} - \left( \frac{2\bar{K}b_{sv} - K_0^{v*}b_{sv} - (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \right)}{b_{sv}} = \frac{a_{sv} b_{sv} + a_{sv} b_v + a_v b_{sv} + K_0^{v*} b_{sv} - 2\bar{K}b_{sv}}{2(b_{sv}^2 + b_v b_{sv})} \quad (4.50)$$

For optimering av pris vil også  $K_0^{v*}$  ha en effekt både for voyage og short voyage. For voyage vil  $K_0^{v*}$  ha en negativ virkning, slik at pris vil reduseres i (4.49) i forhold til uttrykket vi fikk i (4.16). Dette kommer av at kundene som allerede har bestilt voyagereiser i  $t=0$  har høyere betalingsvillighet enn de kundene som bestiller voyagereiser i  $t=1$ . For shortvoyage vil  $K_0^{v*}$  ha motsatt virkning ved den øker prisen  $\hat{p}_1^{sv}$  i forhold til  $\check{p}_1^{sv}$  som vi fant i (4.17). Noe som skjer på grunn av at det behøves færre short voyagepassasjerer for å fylle opp kapasiteten på grunn av salg i  $t=0$ . De optimale uttrykkene for pris og kapasitet i periode  $t=1$  kan vi sette inn i inntektsfunksjonen (4.40) som gir oss den optimale inntekten i periode  $t=1$ :

$$R = \left[ \left( \frac{a_v b_{sv} + a_{sv} b_v + K_0^{v*} b_v - 2\bar{K}b_v}{2(b_v^2 + b_v b_{sv})} \right) \left( \frac{2\bar{K}b_v - 2K_0^{v*}b_v - K_0^{v*}b_{sv} + (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \right) \right] + \left[ \left( \frac{a_v b_{sv} + a_{sv} b_v + a_v b_{sv} + K_0^{v*} b_{sv} - 2\bar{K}b_{sv}}{2(b_{sv}^2 + b_v b_{sv})} \right) \left( \frac{2\bar{K}b_{sv} - K_0^{v*}b_{sv} - (a_v b_{sv} - a_{sv} b_v)}{2(b_v + b_{sv})} \right) \right] \quad (4.51)$$

(2) I den andre inaktive bibetingelsen vil ikke hele kapasiteten selges ut,  $\lambda \geq 0$  (= 0 hvis  $\bar{K} > K_1^v + K_1^{sv} + K_0^v$ ), og setter opp førsteordensbetingelsen som følger:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_1^v} = \left( \frac{a_v - K_0^{v*} - K_1^v}{b} \right) + K_1^v \left( -\frac{1}{b} \right) = 0 \Leftrightarrow K_1^v = \frac{a_v - K_0^{v*}}{2} \quad (4.52)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial K_1^{sv}} = \left( \frac{a_{sv} - K_1^{sv}}{b} \right) + K_1^{sv} \left( -\frac{1}{b} \right) = 0 \Leftrightarrow K_1^{sv} = \frac{a_{sv}}{2} \quad (4.53)$$

$$\lambda = 0 \text{ om } \bar{K} > K_1^v + K_1^{sv} + K_0^v \quad (4.54)$$

Den inaktive bibetingelsen gir en mulig løsningskandidat også her, siden alle betingelsene gir gyldige løsninger så lenge:

$$\bar{K} > \left( \frac{a_v - K_0^{v*}}{2} \right) + \left( \frac{a_{sv}}{2} \right) + K_0^{v*} \quad (4.55)$$

Hvis (4.55) er gyldig vil (4.52) og (4.53) gjelde, og vil gi følgende optimale tilpasninger for kapasitet i periode t=1:

$$\dot{K}_1^{sv} = \frac{a_{sv}}{2} \quad (4.56)$$

og

$$\dot{K}_1^v = \frac{a_v - K_0^{v*}}{2} \quad (4.57)$$

Uttrykkene for kapasitet i (4.56) og (4.57) settes så inn i (4.38) og (4.39) og vil gi oss uttrykk for optimal pris. Denne prisen vil være basert på at pris kun settes for å gi optimale inntekter, og ikke for å selge ut kapasitet slik vi viste når bibetingelsen var aktiv. Vi får da de følgende optimale prisfunksjonene

$$\ddot{p}_1^v = \frac{a_v - K_0^v - \left( \frac{a_v - K_0^{v*}}{2} \right)}{b_v} \Leftrightarrow \frac{a_v - K_0^{v*}}{2b_v} \quad (4.58)$$

og

$$\ddot{p}_1^{sv} = \frac{a_{sv} - \left( \frac{a_{sv}}{2} \right)}{b_{sv}} \Leftrightarrow \frac{a_{sv}}{2b_{sv}} \quad (4.59)$$

Vi ser her at det naturlig nok blir høyere priser enn når pris settes for at kapasitet skal selges ut, når det antas at etterspørsel er lavere enn total kapasitet.  $\ddot{p}_1^{sv}$  optimeres på lik måte som den ble i (4.26), mens  $\ddot{p}_1^v$  vil bli noe mindre enn i (4.27) på grunn av at det er solgt kapasitet av voyage i periode t=0. Siden det selges voyagereriser over flere perioder, ser vi at prisen vil

være ulik fra periodene. For å forhindre at voyagepassasjerer som har bestilt i periode  $t=0$  kansellerer bestilling i periode  $t=0$  og bestiller lavere prisede billetter i periode  $t=1$ , må det eksistere en form for begrensning på billettene som selges i periode  $t=0$ . Dette kan gjøres ved at det i periode  $t=0$  settes en grense for når voyagebillettene kan kanselleres vederlagsfritt, som vil være før salg i periode  $t=1$  starter. Hvis billettene kanselleres etter dette tidspunktet, altså når salg i periode  $t=1$  er startet, vil det måtte betales et kanselleringsgebyr som utgjør en sum høyere enn differansen mellom  $\hat{p}_1^v/\hat{p}_1^v$  og  $p_0^{v*}$ .

Gitt at den inaktive bibetingelsen holder, vil vi ha optimale nivåer for kapasitet i  $\dot{K}_1^v$  og  $\dot{K}_1^{sv}$ , samt for pris i  $\dot{p}_1^v$  og  $\dot{p}_1^{sv}$ , som vi kan sette inn i (4.40) og få optimale inntekter gitt at totalt kapasitet  $\bar{K}$  ikke fylles opp;  $\bar{K} > \dot{K}_1^v + \dot{K}_1^{sv} + K_0^{v*}$ .

$$R = \left[ \left( \frac{a_v - K_0^{v*}}{2b_v} \right) \left( \frac{a_v - K_0^{v*}}{2} \right) \right] + \left[ \left( \frac{a_{sv}}{2b_{sv}} \right) \left( \frac{a_{sv}}{2} \right) \right] = \frac{a_v^2 - 2a_v K_0^{v*}}{4b_v} + \frac{a_{sv}^2}{4b_{sv}} \quad (4.60)$$

### 4.2.3 Salg i to perioder hvor etterspørsel er høyere enn kapasitet tilgjengelig

På grunn av at Hurtigruten i virkeligheten står ovenfor en etterspørsel som varierer i stor grad, vil jeg vise hvordan inntekter kan optimaliseres når det møtes en etterspørsel som er usikker og varierer for begge produktene. Med variasjon i etterspørsel antar jeg at Hurtigruten i enkelte perioder har total etterspørsel som er større enn tilgjengelig kapasitet  $\bar{K}$ , og i andre perioder lavere, slik det er antatt i de tidligere modellene jeg har utarbeidet. I perioder med høyere total etterspørsel enn total kapasitet tilgjengelig vil valget om hvordan kapasitet skal allokere være essensielt for å kunne maksimere inntektene. Ettersom det antas at prisen på short voyage reiser er høyere enn voyage reiser vil det lønne seg å allokere en andel av kapasiteten til short voyage. Vi kjenner igjen denne notasjonen fra flybransjen, hvor det holdes av kapasitet til businessreisende, som etterspør flyreiser på et senere tidspunkt enn fritidsreisende. Nettopp slik vi antar i vår modell hvor voyagepassasjerer etterspør reisene på et tidligere tidspunkt enn short voyagepassasjerer. Modellen jeg tar utgangspunkt i for å vise dette allokeringproblemet er beslutningstre-fremgangsmåten slik den er presentert i Phillips (2005), men med noen endringer i notasjonen for å tilpasse den til problemet vi står ovenfor. Salget av voyage og short voyage vil som vist tidligere foregå over to perioder,  $t=0$  og  $t=1$ . I første periode,  $t=0$ , vil vi se på hvordan Hurtigruten setter pris og kapasitet for voyage basert



på at etterspørselen etter voyage er større enn total kapasitet  $\bar{K}$ . Vi antar på grunn av dette at hele kapasiteten som settes for voyage selges ut i periode  $t=0$ . For å maksimere inntektene setter vi ett beskyttelsesnivå for kapasiteten til short voyage, som vil åpne for salg i periode  $t=1$ . Med beskyttelsesnivå for short voyage mener vi at det vil være en gitt kapasitet som reserveres for short voyagereiser av den totale kapasiteten tilgjengelig. Dette beskriver vi som  $K_1^{sv} = \bar{K} - n$ , hvor  $n$  er bestillingsgrensen som i vårt tilfelle settes for voyage.

Vi vil deretter vise hvordan bytteforholdet mellom voyage og short voyage vil påvirke den forventede inntekten hvis vi allokere én ekstra lugar (kapasitet) til voyage når etterspørselen etter voyage er større enn bestillingsgrensen  $n$  som settes. Det vil si at vi øker bestillingsgrensen for voyage fra  $n \rightarrow n + 1$ . Dette vil illustreres i et beslutningstre. De ulike utfallene vil baseres på sannsynligheten,  $F$ , for at etterspørselen etter short voyage er større, mindre eller lik beskyttelsesnivået ( $\bar{K} - n$ ).

Hvis en har en etterspørsel som overgår total kapasitet  $\bar{K}$ , kan det lønne seg å sette et beskyttelsesnivå for short voyage for å maksimere inntekten gitt at  $p_1^{sv} > p_0^v$ . Beskyttelsesnivået er som kjent gitt ved;  $K_1^{sv} = \bar{K} - n$ . Kapasiteten som selges for voyage i periode  $t=0$  vil være avhengig av størrelsen på bestillingsgrensen  $n$  som vil være gitt, og av denne grunn løses i modellen. Siden vi antar etterspørselen for voyage er større enn total kapasitet tilgjengelig  $K_0^v > \bar{K}$  og har en bestillingsgrense for voyage som er  $n < \bar{K}$ , kan vi definere kapasitet solgt for voyage i periode  $t=0$  som  $K_0^v = n$ . Vi vet fra likning (4.28) at vi har følgende etterspørselsfunksjon for voyage i periode 0:

**Periode 0:**

$$K_0^v = a_v - b_v p_0^v$$

hvor  $K_0^v = n$ , som gir oss:

$$n = a_v - b_v p_0^v \tag{4.61}$$

Siden  $n$  vil være en kjent størrelse vil vi kun sitte igjen med den ukjente størrelsen for  $p_0^v$ . Løser vi ut (4.61) mht.  $p_0^v$  vil vi ha løsningen for pris som tilsvarer den nye kapasiteten  $n$ . Ny pris  $\check{p}_0^v$  vil da være gitt ved følgende:

$$\check{p}_0^v = \frac{a_v - n}{b_v} \quad (4.62)$$

Vår inntektsfunksjon for periode  $t=0$  vil være gitt ved

$$R_0 = \check{p}_0^v n \Leftrightarrow \left(\frac{a_v - n}{b_v}\right) n = \frac{a_v n - n^2}{b_v} \quad (4.63)$$

hvor,  $0 < n < \bar{K}$

### Periode 1:

På grunn av antakelsen om at voyage selges helt ut i periode  $t=0$ , vil vi kun selge short voyage i periode  $t=1$ . Kapasiteten tilgjengelig på grunn av salg i foregående periode vil være gitt ved;  $K_1^{sv} = \bar{K} - n$ . Siden  $K_1^{sv}$  vil settes ulikt fra simultan optimering, velger vi å definere denne verdien av  $K_1^{sv}$  som,  $\check{K}_1^{sv}$ . Dette gjør at vi som i periode  $t=0$  vet kapasiteten som skal selges, og  $n$  er derfor en eksogent gitt variabel i funksjonen. Gitt at etterspørselen etter short voyage er større eller lik beskyttelsesnivået som settes, vil vi få samme notasjon for å finne pris som i periode  $t=0$ :

$$\check{K}_1^{sv} = a_{sv} - b_{sv} p_1^{sv} \quad (4.64)$$

hvor,  $\check{K}_1^{sv} = \bar{K} - n$

Prisen vil vi finne ved å regne ut (4.64) mht.  $p_1^{sv}$ , som gir oss den nye prisen for short voyage tilpasset kapasiteten som er satt:

$$\check{p}_1^{sv} = \frac{a_{sv} - \check{K}_1^{sv}}{b_{sv}} \quad (4.65)$$

I denne perioden vil inntektene være gitt ved:

$$\check{R}_1 = \check{p}_1^{sv} \check{K}_1^{sv} \Leftrightarrow \left( \frac{a_{sv} - \check{K}_1^{sv}}{b_{sv}} \right) (\check{K}_1^{sv}) = \frac{\check{K}_1^{sv} a_{sv} - \check{K}_1^{sv2}}{b_{sv}} \quad (4.66)$$

Når etterspørselen etter voyageresier er større enn  $n$  vil resultatet av å allokere ekstra kapasitet fra  $n \rightarrow n + 1$  resultere i én ekstra voyagepassasjer. Effekten av å allokere den ekstra kapasiteten til voyage er avhengig av sannsynligheten for at etterspørselen etter short voyage er større, mindre eller lik beskyttelsesnivået  $K_1^{sv} = \bar{K} - n$  som settes. Er etterspørselen etter short voyage større enn beskyttelsesnivået vil netto effekt gi en utvanning av inntektene. Det vil si et tap i inntekter på,  $\check{p}_0^v - \check{p}_1^{sv} < 0$ , på grunn av antakelsen om at  $\check{p}_1^{sv} > \check{p}_0^v$ . Sannsynligheten for at etterspørselen etter short voyage er større enn beskyttelsesnivået er gitt ved:

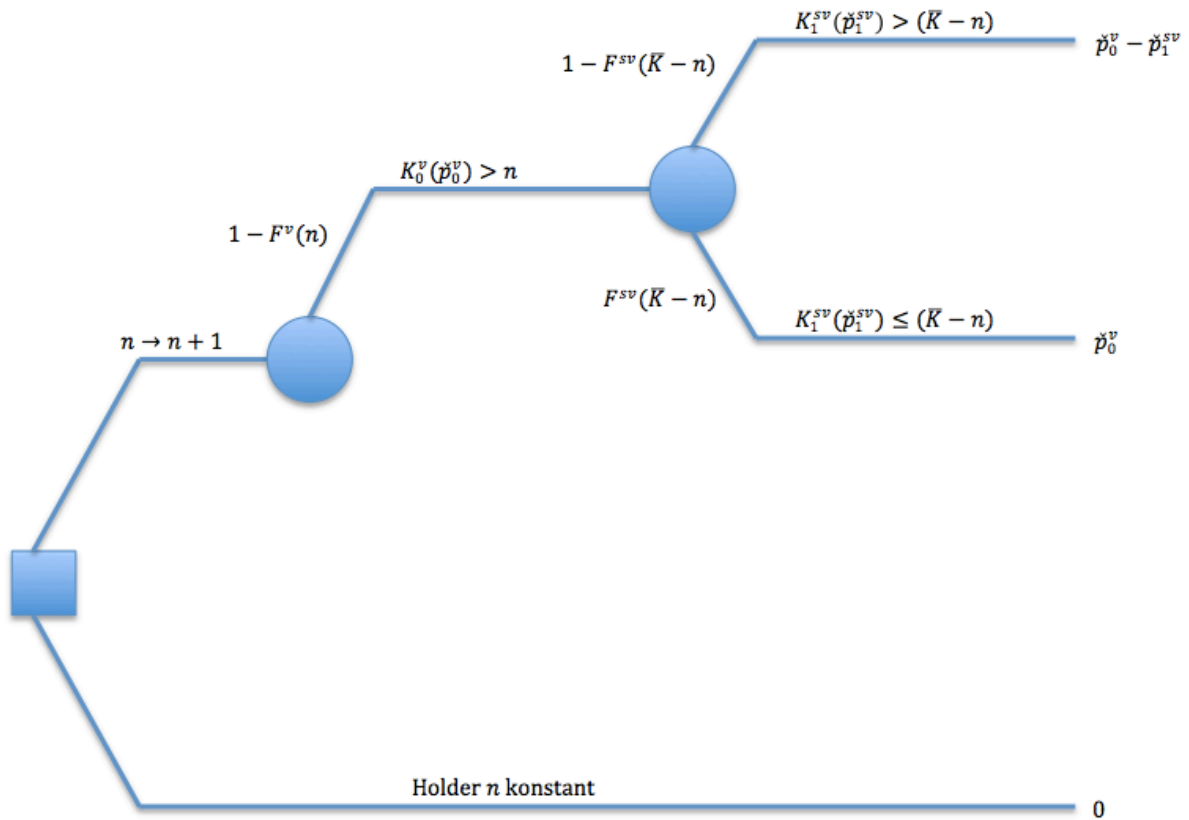
$$1 - F^{sv}(\bar{K} - n) \quad (4.68)$$

Hvis sannsynligheten for at etterspørselen etter short voyage er mindre enn beskyttelsesnivået;  $F^{sv}(\bar{K} - n)$ , vil allokeringen av én ekstra kapasitet til voyage gi den økte inntekten  $\check{p}_0^v$ .

Vi kan sette opp den forventede endringen i inntekter,  $E$ , ved å endre bestillingsgrensen fra  $n \rightarrow n + 1$  gitt de sannsynlighetsvektede summene av mulige utfall ved  $h(n)$ :

$$\begin{aligned} E[h(n)] &= [1 - F^v(n)]\{[1 - F^{sv}(\bar{K} - n)](\check{p}_0^v - \check{p}_1^{sv}) + F^{sv}(\bar{K} - n)\check{p}_0^v\} \\ &\Leftrightarrow [1 - F^v(n)]\{\check{p}_0^v - [1 - F^{sv}(\bar{K} - n)]\check{p}_1^{sv}\} \end{aligned} \quad (4.69)$$

Hvis  $\check{p}_0^v - [1 - F^{sv}(\bar{K} - n)]\check{p}_1^{sv} > 0$  er det lønnsomt å øke bestillingsgrensen for voyageresier. Vi kan altså trekke den slutningen av hvis:  $\check{p}_0^v < [1 - F^{sv}(\bar{K} - n)]\check{p}_1^{sv}$ , vil det ikke være lønnsomt å øke bestillingsgrensen. De mulige utfallene vises i figur 4.3:



Figur 8: Beslutningstre for allokering av kapasitet for short voyage og voyage

Treet viser oss utfall av å øke  $n$  i den øvre grenen, som vil gi to utfall; sannsynlighet for at etterspørsel etter voyagereiser  $K_0^v(\check{p}_0^v)$  er større enn bestillingsgrensen  $(1 - F^v(n))$ , eller mindre eller lik bestillingsgrensen  $(F^v(n))$ . Hvis etterspørselen etter voyagereiser er  $F^v(n)$ , vil endring i inntekter være 0 på grunn av at kapasitet ikke vil selges ut. Hvis etterspørsel etter voyagereiser er større enn, vil størrelsen på endring i inntekter avhenge av to forhold; om etterspørsel etter short voyagereiser  $K_1^{sv}(\check{p}_1^{sv})$  er større enn beskyttelsesnivået  $1 - F^{sv}(\bar{K} - n)$ , eller om det er mindre eller likt beskyttelsesnivået  $F^{sv}(\bar{K} - n)$ . Hvis større vil det gi en redusert inntekt med  $\check{p}_0^v - \check{p}_1^{sv}$ , på grunn av at den ekstra kapasiteten som allokeres til voyage vil gå på bekostning av en short voyagepassasjer. Hvis etterspørselen er mindre eller lik beskyttelsesnivået vil inntekter øke med  $\check{p}_0^v$ .

### 4.3 Numerisk eksempel

I dette avsnittet vil jeg vise modellene jeg har utarbeidet med numeriske data, slik at effekten av det jeg har vist vil komme bedre frem. Etterspørselsdataene jeg har i eksemplet er fritt basert på Hurtigrutens etterspørsel, og modellert slik at det vi får gyldige lineære etterspørselsfunksjoner. Kapasiteten til Hurtigruten avhenger av hvilke skip som seiler, hvor det er stor variasjon fra de skipet som har lavest kapasitet (MS Lofoten, kapasitet: 410) til skipene med størst kapasitet (MS Midnattssol og MS Finnmarken, kapasitet: 1000). Derfor er kapasitet satt fritt innenfor dette intervallet. Alle inntekter og priser som oppgis vil være oppgitt i NOK.

Vi har da følgende data:

$$\bar{K} = 900, \quad K_0^v = 1088 - 0,12p_0^v, \quad K_1^v = 1088 - K_0^v - 0,12p_0^v, \quad K_1^{sv} = 73 - 0,0084p_1^{sv}$$

hvor vi kan se at vi antar at  $a_v(1088) > a_{sv}(73)$ , dvs.  $K_1^v > K_1^{sv}$ .

#### 4.3.1 Optimering av kapasitet og pris simultant over én periode

Siden vi bare selger over én periode vil kapasitetsfunksjonen til  $K_1^v$  ikke være påvirket av noen  $K_0^v$ . På bakgrunn av data vi har oppgitt for  $K_1^v$  og  $K_1^{sv}$  får vi følgende invers etterspørsel:

$$p_1^v = 9066 - \frac{K_1^v}{0,12}, \quad \text{og} \quad p_1^{sv} = 8690 - \frac{K_1^{sv}}{0,0084}$$

Setter vi inn data for kapasitet og pris i lagrangefunksjonen (4.9), løsningskandidatene for bibetingelsen når  $900 \geq K_1^v + K_1^{sv}$  og får følgende funksjoner for  $K_1^v$  og  $K_1^{sv}$ :

$$K_1^v = 544 - 0,06\lambda$$

og

$$K_1^{sv} = 36,5 - 0,0042\lambda$$

(1) Løser ut ved full utnyttelse av kapasiteten og får:

$$\ddot{K}_1^v = 843, \quad \text{og} \quad \ddot{K}_1^{sv} = 57$$

Ser at allokeringen av kapasitet blir  $\ddot{K}_1^v > \ddot{K}_1^{sv}$  på grunn av at  $a_v > a_{sv}$  slik vi argumenterte for i modellen.

Satt inn i  $p_1^v$  og  $p_1^{sv}$  gir de optimale prisene:

$$\ddot{p}_1^v = 2042, \quad \text{og} \quad \ddot{p}_1^{sv} = 1857$$

Her ser vi at  $\ddot{p}_1^v > \ddot{p}_1^{sv}$ . Dette kommer av at etterspørselen etter short voyage er mindre, dvs.  $a_{sv} < a_v$ , som gjør at  $\ddot{p}_1^{sv}$  vil påvirkes i større grad enn  $\ddot{p}_1^v$  av å sette en pris som fyller opp kapasiteten.

Setter vi inn data for pris og kapasitet i (4.18) får vi følgende inntekter:

$$\ddot{R} = 1\,827\,255$$

(2) Løser ut når kapasitet ikke fylles opp og får:

$$\tilde{K}_1^v = 544, \quad \text{og} \quad \tilde{K}_1^{sv} = 36,5$$

setter inn  $\tilde{K}_1^v$  og  $\tilde{K}_1^{sv}$  i  $p_1^v$  og  $p_1^{sv}$  og får:

$$\tilde{p}_1^v = 4533, \quad \text{og} \quad \tilde{p}_1^{sv} = 4345$$

Her får vi  $\tilde{p}_1^v > \tilde{p}_1^{sv}$ , slik vi gjorde i eksemplet over. Siden vi optimerer uten noe multiplikator for å fylle opp kapasitet, får vi et stort utslag i begge. Dette skyldes at etterspørselen er såpass lav i forhold til den totale kapasiteten tilgjengelig, at multiplikatoren  $\lambda$  blir såpass stor (i negativ forstand) for å sette pris til et nivå som fyller opp kapasiteten. Dette går mest utover  $p_1^v$  på grunn av at  $a_v > a_{sv}$ , som i dette tilfellet er vesentlig større.

Satt inn i (4.28) får vi følgende inntekter når kapasitet ikke er fylt opp:

$$\tilde{R} = 2\,624\,000$$

Som vi ser er  $\tilde{R} > \tilde{R}$ . Det viser at det ikke lønner seg å dumpe priser for å fylle opp kapasitet, men heller sette optimale priser på bakgrunn av den etterspørselen Hurtigruten møter.

### 4.3.2 Optimale inntekter ved salg i to perioder

#### \* Periode t=0:

Vi benytter fortsatt samme data for etterspørsel og total kapasitet. Invers etterspørsel for voyage vil være:

$$p_0^v = 9066 - \frac{K_0^v}{0,12}$$

Dette gir følgende verdier  $p_0^v$  og  $K_0^v$  for periode t=0:

$$K_0^{v*} = 544$$

og

$$p_0^{v*} = 4533$$

Optimaliseringen for voyage i periode t=0 vil bli lik slik vi så når vi solgte produktene over én periode. Dette gir følgelig følgende inntekter når vi setter  $K_0^{v*}$  og  $p_0^{v*}$  inn i (4.35):

$$R_0^* = 2\,465\,408$$

#### \* Periode t=1:

Invers etterspørsel vil være:

$$p_1^v = 4533 - \frac{K_1^v}{0,12}, \quad \text{og} \quad p_1^{sv} = 8690 - \frac{K_1^{sv}}{0,0084}$$

Setter vi inn data for kapasitet og pris i lagrangefunksjonen (4.41), løsningskandidatene for bibetingelsen når  $900 \geq K_1^v + K_1^{sv} + 544$ , og får følgende funksjoner for  $K_1^v$  og  $K_1^{sv}$ :

$$K_1^v = 272 - 0,06\lambda$$

og

$$K_1^{sv} = 36,5 - 0,0042\lambda$$

(1) Løser ut ved full utnyttelse av kapasiteten og får:

$$\hat{K}_1^v = 316, \quad \text{og} \quad \hat{K}_1^{sv} = 40$$

Satt inn i  $p_1^v$  og  $p_1^{sv}$  gir de optimale prisene:

$$\hat{p}_1^v = 1900, \quad \text{og} \quad \hat{p}_1^{sv} = 3929$$

Som vi ser vil  $\hat{p}_1^v(1900) < \ddot{p}_1^v(2042)$ , som skjer på grunn av at det allerede er solgt voyagereiser i periode  $t=0$ , som forårsaker en reduksjon i etterspørselsfunksjonen til  $K_1^v$  ved at  $a_v$  reduseres i periode  $t=1$ . Ettersom  $a_v$  er lavere vil  $p_1^v$  måtte senkes ytterligere for å sette en pris som fyller opp kapasitet. Pris for short voyage ved salg i to perioder kontra kun én periode blir  $\hat{p}_1^{sv}(3929) > \ddot{p}_1^{sv}(1857)$ , som skyldes at det behøves et lavere salg av short voyage i periode  $t=1$  når det selges over to perioder, siden det allerede er solgt en del av den totale kapasiteten i periode  $t=0$ .

Setter vi inn data for pris og kapasitet i (4.51) får vi følgende inntekter:

$$\hat{R} = 757\,560$$

(2) Løser ut når kapasitet ikke fylles opp og får:

$$\dot{K}_1^v = 272, \quad \text{og} \quad \dot{K}_1^{sv} = 36,5$$

Satt inn i  $p_1^v$  og  $p_1^{sv}$  gir de optimale prisene:

$$\ddot{p}_1^v = 2266, \quad \text{og} \quad \ddot{p}_1^{sv} = 4345$$



Resultatet av at vi har solgt kapasitet i periode  $t=0$  kommer godt frem når vi optimerer pris uten hensyn for å kun fylle opp kapasitet. Vi får da  $\tilde{p}_1^v(2266) < \tilde{p}_1^v(4533)$ , igjen på grunn av at  $a_v$  reduseres, slik at den optimale prisen også må reduseres tilsvarende. Totalt selges det ut mer kapasitet for voyage ved å selge i to perioder (816) kontra over én periode (544) når det ikke settes priser mht. å fylle opp kapasitet. Dette skjer på grunnlag av at vi fortsatt har en etterspørsel fra voyagekunder i periode  $t=1$ , men disse har en betalingsvillighet som er lavere enn kundene som har reservert reiser i periode  $t=0$ . Ved å sette ned pris i neste periode vil vi også selge til en større del av kundene, ved å prisdiskriminere mht. tidsdimensjonen. Her er det selvsagt antakelse om at kundene opptrer myopisk, slik at de ikke tar hensyn til at prisene kan settes ned eller opp (eller ned).

Setter vi inn verdiene for pris og kvantum i (4.60) gir det oss følgende inntekter når optimering av pris og kapasitet ikke fyller total kapasitet:

$$\ddot{R} = 774\,944,5$$

Totale inntekter uten å fylle opp kapasitet er:  $R_0^* + \ddot{R} = 3\,240\,352,5$  NOK, som er høyere enn totale inntekter ved å sette pris kunstig for å fylle opp kapasitet:  $R_0^* + \hat{R} = 3\,222\,968$  NOK. Forskjellen på sette pris for å fylle opp kapasitet og optimal pris uten å fylle opp kapasitet er mye mindre i en modell hvor vi selger over to perioder kontra over én periode. Bakgrunnen for dette er nettopp slik det ble argumentert med ovenfor, at det i periode  $t=1$ , allerede har blitt solgt ut en del av total tilgjengelig kapasitet til voyage. Dette salget har blitt optimert uten å ta hensyn til at kapasitet skal selges ut, og vi får derfor høye inntekter i denne perioden. I periode  $t=1$  er det mye mindre andel av kapasitet igjen som skal fylles opp, og differansen på størrelsen for ledig gjenværende kapasitet er mye mindre;  $\bar{K}(900) - K_0^{v*}(544) = 356$ , enn når hele kapasiteten skal fylles ved salg i én periode;  $\bar{K} = 900$ . Vi ser også at inntektene blir større ved å selge over to perioder (3 240 352,5 NOK) kontra over én (2 624 000 NOK).

## 5. Drøfting og konklusjon

I dette kapitlet vil det diskuteres rundt modellen som er presentert, og implikasjoner forbundet med denne. Det vil også diskuteres rundt de utfordringene Hurtigruten står ovenfor i dag mht. overskuddskapasitet, allokering av kapasitet mellom voyage og short voyage og variasjon i etterspørsel i løpet av sesongen.

### 5.1 Hvordan kan prisene optimeres med hensyn til at det er to produkter som benytter samme ressurs?

I teorien ble det beskrevet hvordan en dynamisk form for prising er med på å maksimere inntektene når en møter en variasjon i etterspørselen som for eksempel kan være resultat av tidspunkt i salgssesongen. Dette er en svært sentral problemstilling Hurtigruten står ovenfor, som har utfordringer med å fylle opp tilgjengelig kapasitet særlig i vintersesongen fra oktober til april. Gjennom modellene som er presentert er det forsøkt å få frem potensialet for å optimere pris og inntekter ved å selge over flere tidsperioder, som ikke i seg selv kan defineres som dynamisk prising. Det er i stedet vist en form for statisk prising som endrer seg fra periode  $t=0$  til  $t=1$  basert på betalingsvilligheten til den resterende kundemassen for voyage. Dette er gjort ved at salget av produktene er delt opp i to perioder, og viser at en utvidelse av salgshorisont er med på å øke inntektene, samt øke det totale salget. Økningen i salget kommer på bakgrunn av at voyagereiser er solgt over to perioder, hvor det i periode  $t=1$  settes en lavere pris for å trekke de kundene med lavere betalingsvillighet til å bestille. Dette er gjort med antakelse om at kundene er myopiske, og ikke vil ta med i betraktning at det kan være en prisoppgang eller prisnedgang i løpet av salgshorisonten. For å unngå at kundene ytterligere utnytter at det er en prisnedgang på voyagereiser i periode  $t=1$ , foreslås det å sette tidsbegrensning på kansellering av voyagereiser bestilt i periode  $t=0$  til før salget av voyagereiser i periode  $t=1$  starter. Kanselleringer som skjer etter dette må betale et kanselleringsgebyr som utgjør en større differanse enn prisen mellom voyagereiser i  $t=0$  og  $t=1$ . En konklusjon kan dermed trekkes ut fra resultatet vi har fått. Det vil lønne seg å øke antall salgsperioder, slik at pris kan tilpasses mer dynamisk, ved at flere salgsperioder er med på å øke både inntektene og kapasitetsutnyttelsen. Særlig ansees er potensialet for å øke inntekter og kapasitetsutnyttelse for short voyage som stort, siden det kun er vist salg over én

periode for dette produktet. Innslaget for salget bør ikke starte før periode  $t=1$  på grunn av allokeringproblematikken som vil diskuteres lenger ned, men heller utvide salgshorizonten fra  $t=1$  og utover.

Med den notasjonen som er gjennomgått med fokus på å endre pris over flere perioder for å tilpasse pris etter betalingsvilligheten til kundene som etterspør produktene er vi inne på en form for prisdiskriminering. Den formen som er fremstilt er uten noen barrierer mellom prisnivåene annet enn kanselleringsbetingelsene som er foreslått. Det anbefales derfor at videre forskning ser på muligheten for en introduksjon av prisdiskriminering i modellen, i tillegg til flere salgsperioder som er diskutert. Her kan det sees på en form for versjonering av produktene, introdusert av Varian (1989). Versjoneringen bidrar til å gjøre en del av produktene overlegne og en del underlegne, ved at det tidlig ut i bestillingshorizonten tilbys billige billetter for voyage og short voyage. Disse billettene vil være attraktive for kunder med lavere betalingsvillighet, mens de vil være mindre attraktive for kunder med høyere betalingsvillighet ved at de vil ha begrensninger innbakt. Begrensningene kan for eksempel være begrensning på mulighet til å kansellere eller booke om billettene uten å måtte betale et gebyr. For short voyage kan det være like betingelser når der bestilles tidlig, samtidig som det foreslås en begrensning på romreservasjoner, slik at dette ikke kan velges av kundene selv, for å gjøre kapasitetsallokeringen enklere, som vil diskuteres senere. Kunder med høyere betalingsvillighet kan kjøpe overlegne versjoner av voyage og short voyage til en høyere pris, hvor det ikke eksisterer slike begrensninger som er presentert. På denne måten kan en på en mer rettferdig måte øke salget også i virkeligheten, hvor kundene er strategiske og tar med prisoppgang og nedgang i betraktningen når de skal bestille reiser.

## **5.2 Hvordan kan ressursene allokere mellom produktene for å optimere inntekter?**

I modellen vises det at ved å allokere kapasitet mellom produktene med hensyn til etterspørselen som møtes vil være med på å øke potensialet for økte inntekter ved å regulere bestillingsgrense og beskyttelsesnivå for kapasiteten. Dette skjer gjennom å sette ett beskyttelsesnivå for det produktet som har høyest prisnivå, som i oppgaven ble antatt å være short voyage. Etterspørsel etter short voyage antas også å ankomme på et senere tidspunkt enn etterspørsel etter voyage, noe som vises ved at voyage starter salget i periode  $t=0$ , mens short

voyage starter salget i periode  $t=1$ . Short voyagepassasjerer kan med sin senere ankomst av etterspørsel sammenliknes med businesspassasjerer i flybransjen, som betaler ekstra for å kunne bestille billetter senere, med større muligheter for fleksibilitet for avreise inkludert i prisen som betales. Denne analogien kan trekkes over i vårt tilfelle med Hurtigruten, hvor short voyagepassasjerer bestiller på et senere tidspunkt enn voyagepassasjerer på grunn av større behov for fleksibilitet. På grunn av at short voyagepassasjerer antas også å ha høyere betalingsvillighet per overnatting, men ikke totalt sett for hele reisen. Vil inntekspotensialet økes ved å ha ett beskyttelsesnivå for kapasiteten til short voyage når Hurigruten møter en etterspørsel fra både voyage- og short voyagepassasjerer som er større enn tilgjengelig kapasitet. Dette beskyttelsesnivået for short voyage, og likeså bestillingsgrensen for voyage, kan så justeres gjennom å kalkulere sannsynligheten for hvordan etterspørselen skal bli i forhold til disse. Hvis etterspørselen etter voyage viser seg å være høyere enn bestillingsgrensen  $n$ , vil det lønne seg å øke kapasiteten til voyage. Noe som er lønnsomt så lenge etterspørselen etter short voyage er lavere enn det nye beskyttelsesnivået som oppstår ved å sette en økt bestillingsgrense for voyage.

Implikasjoner for denne notasjonen er at det ligger utfordringer i å utnytte total kapasitet for hele reisen fra Bergen – Bergen, ettersom en gitt short voyage reise legger beslag på kapasiteten mellom 1 og 5 dager. En short voyagereise vil da bare fylle opp deler av den totale reisen, som fører til at Hurtigruten er avhengig av flere solgte produkter av short voyage for å fylle opp kapasiteten mellom Berge-Bergen. Samtidig er det enkelte strekninger som er mindre populære i reiseruten, som for eksempel strekningen Kjøllefjord – Ørnes, kontra strekningen Bergen – Tromsø. Det vil naturlig nok være vanskeligere å fylle oppe kapasitet på de mindre attraktive strekningene, noe som skaper utfordringer for å fylle opp kapasitet for short voyage for hele ruten. For at det i realiteten skal være mulig å utføre denne formen for kapasitetsallokering må det gjøres en innsats for å gjøre de mindre populære strekningene mer attraktive for potensielle short voyagepassasjerer. Det bør også sees på å finne et optimalt tidspunkt å gjøre short voyagereisene tilgjengelig på, slik at usikkerheten i forhold til kapasitetsallokeringen og etterspørselen blir så liten som mulig. En løsning på å minske usikkerheten i forhold til kapasitetsallokering foreslås ved å sette begrensning på lugaralternativer for passasjerene som bestiller short voyageriser, slik det ble foreslått gjennom versjonering av produktene. På denne måten kan det kompenseres for usikkerheten med tanke på å fylle opp kapasitet hele distansen for short voyage ved å legge til ett pristillegg for å kunne velge lugarer.

For videre forskning anbefales også å se på en kapasitetsallokering som tar hensyn til at det eksisterer flere ulike prisklasser. Ett utgangspunkt kan derfor være EMSR, introdusert av Belobaba (1987), som er en nøstet form for allokering av kapasitet, hvor høyere prisklasser alltid har tilgang til kapasitet i lavere prisklasser, men ikke motsatt. Ettersom short voyage gir høyere inntekter pr. natt foreslås det at det fortsettes med samme notasjon som i modellene introdusert i denne oppgaven, hvor det alltid er tilgjengelig kapasitet for short voyage etter at dette produktet har startet salget. For at dette skal være mulig å utføre i realiteten bør det

### **5.3 Svakheter ved modellene**

På bakgrunn av at modellene som er vist i oppgaven er på ett grunnleggende nivå i forhold til hva som skal forklares i virkeligheten, har den en del svakheter i forhold til realitetsbeskrivelsen. Modellen tar ikke hensyn til kunders strategiske valg før konsum, eller at etterspørselen endres i sesongen. På grunn av endringer i etterspørselen sitter Hurtigruten, samt andre aktører som er i markeder med endringer i etterspørsel og fastsatt kapasitet, ofte igjen med overskuddskapasitet på grunn av for lav etterspørsel. Andre deler av sesongen er det motsatt, det er for lite kapasitet til å dekke etterspørsel. Når modellen ikke tar hensyn til dette blir den for lite nyansert i forholdet til det realistiske bildet. Videre forskning bør forsøke å implementere dette inn i modellen for å bedre kunne beskrive hvordan en optimering av kapasitet og inntekter bør settes.

Som modellen insinuerer vil det ikke lønne seg å sette prisene for å blindt fylle opp kapasitet, men heller fokusere på å sette riktige priser i forhold til den etterspørselen man møter. Å finne riktige priser vil være avhengig av å ha omfattende analyser av kundenes betalingsvillighet og bestillingstidspunkt/etterspørsel. Slik det er nevnt i kapittel 4, vil det anbefales å sette priser basert på etterspørselen en møter, og ikke ”dumpe” prisene for å fylle opp kapasiteten. Det anbefales i videre forskning at en ser på kapasitetsallokeringsmodeller som Expected Seat Marginal Revenue (Belobaba, 1987) for å få mer nøyaktige beregninger i forhold til pris og kapasitet. Andre implikasjoner i forhold til modellene som er foreslått er at inntjening ved ombordsalg ikke er tatt med i modellen. Derfor anbefales det at det sees på effektene av

ombordsalg i videre forskning, og de mulighetene de økte inntektene gir ved å fokusere på å fylle opp kapasitet gjennom å sette pris passivt slik jeg viste i modellen.

## 5.4 Konklusjon

Hovedformålet med denne oppgaven har vært å fremstille en modell som viser optimal tilpasning for en monopolist som selger to produkter som er avhengig av samme ressurs. For å vise dette har det blitt fremstilt tre modeller som hovedsakelig bygger på de samme prinsippene, med ulike variasjoner. I den første vises det en simultan optimering av kapasitet og inntekter for produktene voyage og short voyage. I neste modell åpnes det for salg av voyage over flere perioder,  $t=0$  og  $t=1$ . I den tredje, og siste modellen som fremstilles er det tatt utgangspunkt i Phillips (2005) sin fremstilling av beslutningstre for allokeringssproblem ved to klasser. Her vises det hvordan beskyttelsesnivå og bestillingsgrense kan settes for produktene for å optimere inntektene når etterspørselen er høyere enn tilgjengelig kapasitet. Dette er vist ettersom aktører som opererer i markeder med variasjon i etterspørsel og begrenset kapasitet, står ovenfor dette problemet i løpet av en salgssesong.

Modellen for optimering av inntekter ved salg i to perioder, viser at ved å utvide salgsperioden for voyage fra 1 til 2 perioder, vil resultere i økt salg samt økte inntekter. Dette indikerer at å øke total salgsperiode vil lønne seg, både med hensyn til å selge mer kapasitet samt å øke inntektene.

## **Kilder**

Belobaba, Peter. P. (1987) Survey paper – Airline yield management an overview of seat inventory control. *Transportation science*, Vol. 21, Nummer. 2.

Belobaba, Peter. P. (1989) Application of a Probabilistic Decision Model to Airline Seat Inventory Control. *Transportation science*, vol. 37, nummer. 2.

Biehn, Neil. (2006). A cruise ship is not a floating hotel. *Journal of revenue and pricing management*, Vol. 5, Nummer. 2, pp. 135-142.

Bitran, Gabriel., R., og Mondschein, Susana. (1997). Periodic Pricing of Seasonal Products in Retailing. *Management Science*. Vol. 43, No. 1, pp. 64-79.

Bitran, Gabriel., Caldentey, René., og Mondschein, Susana. (1998). Coordinating Clearance Markdown Sales of Seasonal Products in the Retail Chains. *Operation research*. Vol. 46, pp. 609-624.

Bitran, Gabriel., og Caldentey, René. (2003). An Overview of Pricing Models for Revenue Management. *Manufacturing and Service Operations Management*. Vol. 5, No. 3, pp. 203-229.

Boarding.no. (2011). Hegnar fornøyd med Hurtigruteavtalen. Hentet 14. april 2014. <http://www.boarding.no/art.asp?id=45627>.

Boyd, Andrew. E. (1998). Airline alliance revenue management. *OR/MS Today*, Vol. 25, pp. 28-31

Chiang, Wen-Chuan., Chen, Jason. C.H., og Xu, Xiaojing. (2007). An overview of research on revenue management: current issues and future research. *Journal of revenue management*, Vol. 1, No. 1, pp. 97-128.

Cruise Norway. (2011). Anløpsstatistikk og prognose for cruise langs norskekysten for Cruise Norway 2011. Hentet 18 mars 2013. <http://www.cruise-norway.no/viewfile.aspx?id=3286>.

Cruise Norway. (2013). Anløpsstatistikk og prognose for cruise langs norskekysten for Cruise Norway 2013. Hentet 18 mars 2013. <http://www.cruise-norway.no/viewfile.aspx?id=3862>.

E24.no. (2014). Britisk fond vil kjøpe Hurtigruten: Vil bla opp for nye skip. Hentet 10. november 2014. <http://e24.no/boers-og-finans/hurtigruten/dette-er-london-fondet-som-vil-kjoepe-hurtigruten/23325024>.

Elmaghraby, Wedad., og Keskinocak, Pinar. (2003). Dynamic pricing in the presence of inventory considerations: Research overview, current practices, and future directions. *Management science*, vol. 49, No. 10, pp. 1287-1309.

Gallego, Guillermo., van Ryzin, Garret. (1994). Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons. *Management science*, Vol. 40, Nummer. 8, pp. 999-1020.

Hansen, Carina. 2014. Generell historie om Hurtigruten. Hentet 4. april 2014. <http://www.hurtigruten-web.com/historie.html>.

Hurtigruten. (2011). Årsrapport for Hurtigruten Group ASA 2011. Hentet 20 februar 2013. [http://www.hurtigruten.com/Documents/PDFs/PR\\_IR/2011/Årsrapport/HRG\\_nor\\_2011\\_iPDF.pdf](http://www.hurtigruten.com/Documents/PDFs/PR_IR/2011/Årsrapport/HRG_nor_2011_iPDF.pdf)

Hurtigruten. (2012). Årsrapport for Hurtigruten Group ASA 2012. Hentet 20 februar 2013. <http://www.hurtigruten.com/no/Utils/IR-/Rapportering/Rapportering/arsrapporter/no/arsrapport-2012/>

Hurtigruten. (2013). Årsrapport for Hurtigruten Group ASA 2013. Hentet 16 mai 2013. <http://www.hurtigruten.com/no/Utils/IR-/Rapportering/Rapportering/arsrapporter/no/arsrapport-2013/>



Ji, Lu., og Mazzarella, Joseph. (2006). Application of modified nested and dynamic class allocation models for cruise line revenue management. *Journal of revenue and pricing management*, Vol. 6, Nummer. 1, pp. 19-32.

Ladany, Shaul. P., og Arbel, Avner. (1991). Optimal cruise-liner passenger cabin pricing policy. *European journal of operational research*, Vol. 55, pp. 136-147.

Lee, Tak. C., og Hersh, Marvin. (1993). A model for dynamic airline seat inventory control with multiple seat bookings. *Transportation science*, Vol. 27, Nummer. 3, pp. 252-256.

Maddah, Bacel., Moussawi-Haidar, Lama., El-Taja, Muhammad., Rida, Hussein. (2010). Dynamic cruise ship revenue management. *Journal of revenue and pricing management*, Vol. 6, Nummer. 1, pp. 19-32.

Maglaras, Constantinos., Meissner, Joern. (2006). Dynamic pricing strategies for multiproduct revenue management. *Manufacturing & service operations management*, Vol. 8, Nummer. 2, pp. 136-148.

McGill, Jeffrey. I., og van Ryzin, Garret. J. (1999). Revenue management: Research overview and prospects. *Transportation science*, Vol. 33, Nummer. 2, pp.

Netessine, Serguei., og Shumsky, Robert. (2002). Introduction to the theory and practice of yield management. *INFORMS Transaction on education*, Vol. 3, Nummer. 1, pp. 34-44.

Sydsæter, Knut., Seierstad, Atle., og Strøm, Arne. (1996). *Matematisk Analyse – Bind 2*. Universitetsforlaget, 3. Utgave, 4. Opplag.

Pepall, Lynne., Richards, Dan., og Norman, George. (2008). *Industrial Organization: Contemporary Theory and Empirical Applications*. 4. Utgave. Blackwell Publishing Ltd.

Phillips, Robert. L. (2005). *Pricing and revenue optimization*. Stanford university press.

Smith, B. C., Leimkuhler, J. F., & Darrow, R. M. (1992). Yield Management at American Airlines. *Interfaces*, Vol. 22, Nummer. 1, pp. 8-31.

Talluri, Kalyan. T., og van Ryzin, Garret. J. (2005). The Theory and Practice of Revenue Management. Springer Science+Business Media, Inc.

Varian, Hal., R. (1989). Price Discrimination. Handbook of Industrial Organization, Vol.1, PP. 597-694.