UiT NORGES ARKTISKE UNIVERSITET

Språkets betydning i matematikkfaget
elevers lesestrategier og løsingsstrategier i arbeid med tekstoppgaver

—

Zdravko Kubat

Masteroppgave i spesialpedagogikk og tilpasset opplæring
Avdeling for pedagogiske og humanistiske fag
Campus Alta
Desember 2014

E: Det var så mye tekst.

L: Hvilke tekstoppgaver er litt lettere å løse?
E: Ikke så mye tekst og med tall.

L: Hvis det hadde vært flere tall i oppgaven, ville det vært lettere å løse den?
E: Ja.

E: (leser opp tekstoppgaven). **Det er nesten ikke noen tall her!**

E: Teksten er så vanskelig. Jeg forstår teksten, men jeg vet ikke hva jeg skal gjøre, vet ikke hvordan jeg skal regne ut.

L: Hvorfor synes du oppgaven er vanskelig?

E: Jeg vet ikke helt. Det er litt for mye informasjoner.

UNIVERSITETET I TROMSØ

Forord

Med denne masteroppgaven fullfører jeg mastergradsstudiet i spesialpedagogikk og tilpasset opplæring ved Universitetet i Tromsø, campus Alta.

Arbeidet med masteroppgaven har vært svært lærerikt, vanskelig, interessant og preget av lange perioder av intenst arbeid, men absolutt verdt det. Jeg opplever at arbeidet med oppgaven har gitt meg en faglig vekst, og jeg ser frem til å bruke den nye kunnskapen videre i jobben min. I den forbindelse er det flere som fortjener en stor takk for å ha bidratt på ulike måter under prosessen med gjennomføring av masteroppgaven.

Først og fremst vil jeg rette en stor takk til min veileder Trond Lekang som har kommet med konstruktive tilbakemeldinger og faglig støtte under denne prosessen. Du har gjennom hele prosessen vært tilgjengelig med gode veiledninger og innspill.

En spesiell takk til lærerne som la til rette for og lot meg gjennomføre undersøkelsen i klassen deres, og ikke minst til elevene som stilte opp i undersøkelsen og lot meg få innsikt i deres matematiske verden. Jeg vil også rette en stor takk til ledelsen og kollegaene ved ”min skole” som har vært til støtte når jeg trengte det. Jeg vil også takke Lene for å ha hjulpet til med korrektur.

Og sist og mest: En stor takk til min familie for støtte og oppmuntring dere har vist meg gjennom hele denne prosessen.

Zdravko Kubat

Fauske, desember 2014

INNHOLD

FORORD

1 INNLEDNING ... 9

1.1 Bakgrunn for valg av teama ... 9

1.2 Temaets aktualitet ... 10

1.3 Avgrensning, problemstilling og formål ... 10

1.4 Oppgavens oppbygning ... 12

2 TEORETISK BAKGRUNN ... 14

2.1 Kompetanse og grunnleggende ferdigheter i matematikk ... 14

2.2 Matematisk språk ... 16

2.3 Lesekompetanse i matematikk ... 18

2.4 Oppgaver i matematikk ... 18

2.4.1 Tekstoppgaver i matematikk ... 20

2.5 Problemløsing i matematikkopplæringen ... 22

2.6 Strategibegrep i matematikk ... 23

2.7 Faser i tekstoppgaveløsing ... 24

2.8 Lesestrategier i tekstoppgaveløsing ... 24

2.9 Lesestrategier som utgjør teoretisk rammeverk for undersøkelsen ... 26

2.9.1 Skille ut relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing ... 26

2.9.2 Spørsmål-styrt lesing ... 26

2.9.3 Analyse av semantiske trekk ... 27

2.9.4 Enkel sammenligning ... 27

2.9.5 Gripe til tall ... 27

2.9.6 Velge opplysningen ut fra dens plassering ... 28

2.9.7 Gjenlesing ... 28

2.10 Løsingsstrategier som utgjør teoretisk rammeverk for undersøkelsen ... 30

2.10.1 Forenkle gitte verdier eller dele opp problemet i flere kjente deler ... 30

2.10.2 Bruke en tabell eller et diagram ... 31

2.10.3 Tegne en figur eller visualisere problemet ... 31

2.10.4 Oppdage et mønster ... 31

2.10.5 Gjette en løsning og sjekke om den stemmer ... 32

2.10.6 Foreta en systematisk undersøkelse eller lage en organisert liste ... 33

2.10.7 Omformulere problemet eller tenke baklengs ... 33

2.10.8 Begynne med å løse et enklere spesialtilfelle eller en del av problemet 34
2.10.9 Tenke logisk og trekke korrekte konklusjoner 34
2.10.10 Bruke en modell for å løse problemet 34
2.11 Tilpasset opplæring knyttet til arbeidet med tekstoppgaver 36
3 METODE 42
3.1 Vitenskapsteoretisk tilnærming 42
3.2 Kvalitativ metode 43
3.3 Forskningsdesign 45
3.3.1 Kvalitativt forskningsintervju 46
3.3.2 Kvalitativt forskningsintervju i matematikk 47
3.3.3 Oppgavebasert intervju 48
3.3.4 Deltakende observasjon 49
3.3.5 Metodetriangulering 50
3.4 Studiens utvalg 50
3.5 Valg av oppgaver 51
3.6 Planlegging og gjennomføring av undersøkelsen 52
3.7 Transkripsjon av intervjuer 52
3.8 Analyse av datamaterialet 53
3.9 Etikk 54
3.10 Undersøkelsens reliabilitet, validitet og overførbarhet 56
4 FUNN 59
4.1 Lesestrategier 60
4.1.1 Skille ut relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing 60
4.1.2 Spørsmål-styrt lesing 62
4.1.3 Analyse av semantiske trekk 62
4.1.4 Gjenlesing 64
4.1.5 Se etter nøkkelord 66
4.2 Løsingsstrategier 67
4.2.1 Dele opp problemet i flere kjente deler 67
4.2.2 Tegne en figur eller visualisere problemet 69
4.2.3 Oppdage et mønster 72
4.2.4 Gjette en løsning og sjekke om den stemmer 72
4.2.5 Foreta en systematisk undersøkelse eller lage en organisert liste 75
4.2.6 Omformulere problemet eller tenke baklengs 76
4.2.7 Begynne med å løse et enklere spesialtilfelle eller en del av problemet 76

5 DRØFTING 78
5.1 Lesestrategier 78
5.1.1 Skille ut relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing 78
5.1.2 Spørsmål-styrt lesing 79
5.1.3 Analyse av semantiske trekk 79
5.1.4 Gjenlesing 81
5.1.5 Se etter nøkkelord 83
5.2 Oppsummering av lesestrategier 85
5.3 Løsingsstrategier 86
5.3.1 Dele opp problemet i flere kjente deler 86
.5.3.2 Tegne en figur eller visualisere problemet 87
5.3.3 Oppdage et mønster 89
5.3.4 Gjette en løsning og sjekke om den stemmer 89
5.3.5 Foreta en systematisk undersøkelse eller lage en organisert liste 92
5.3.6 Omformulere problemet eller tenke baklengs 92
5.3.7 Begynne med å løse et enklere spesialtilfelle eller en del av problemet 93
5.4 Oppsummering av løsingsstrategier 94
5.5 Hvordan legge til rette for arbeid med tekstoppgaver i matematikk 95
6 OPPSUMMERING OG KONKLUSJON 99
6.1 Oppsummering av funn 99
6.2 Konklusjon 102
7 LITTERATURLISTE 104

Vedlegg

1 - Presentasjon av oppgaveløsninger

2 - Presentasjon av oppgaver

3 - Informasjonsbrev og samtykkeerklæring

4 - Godkjenning fra Norsk samfunnsvitenskapelige datatjeneste

5 – Eksempel på tegn modell-metoden

1 INNLEDNING

1.1 Bakgrunn for valg av teama

Temaet for dette prosjektet er elevers bruk av lesestrategier og løsingsstrategier de benytter seg av når de løser tekstoppgaver i matematikk.

Gjennom mitt flerårige arbeid som matematikklærer i grunnskolen har jeg erfart hvor utfordrende en tekstoppgave kan være for en elev, med tanke på både å lese og forstå oppgaven, og å løse oppgaven. Det er flere årsaker til at tekstoppgaver er vanskelige for mange elever. Det kan for eksempel dreie seg om at elevens leseferdigheter ikke er gode nok, de er ikke tilstrekkelig for å kunne forstå innholdet i den aktuelle oppgaven. Det er viktig at eleven har faglige bakgrunnskunnskaper om temaet, i tillegg til å ha grunnleggende ferdigheter i lesing (Øzerk, 2013). Et tynt repertoar av løsingsstrategier kan også være et hinder for at eleven lykkes med den aktuelle tekstoppgaven. Det kan være flere årsaker til at eleven ikke klarer å løse en tekstoppgave, i tillegg til de ovenfor nevnte. Dette kommer jeg nærmere inn på i et senere kapittel.

I studien ønsker jeg å se nærmere på de utfordringene elevene støter på når de jobber med tekstoppgaver. Jeg vil videre koble de empiriske funn opp mot eksisterende teori og relevant forskning jeg har gjort rede for i oppgaven, og trekke konklusjoner. Dette vil forhåpentligvis gi meg analytiske redskaper for å belyse noen aspekter ved elevenes tankegang når de løser tekstoppgaver. Med den nye kunnskapen i bagasjen kan jeg videre gjøre min undervisning i matematikk et hakk bedre til gjensidig glede og mestringsfølelse, for både eleven og meg som lærer. Jeg ønsker å dele det jeg mener er interessante funn med leseren, i håp om at mine tolkninger og refleksjoner over disse kan bidra til økt forståelse for hvilke didaktiske utfordringer læreren kan stå ovenfor i matematikkundervisningen.

Utgangspunktet for studien er prinsippet om enhetsskolen, som skal gi alle elever like muligheter til utvikling og deltakelse i samfunnet. Dette innebærer tilpasset og tilrettelagt opplæring ut fra den enkeltes behov og forutsetninger i skolen for alle. I studien er det språk, kunnskap og matematikk for alle som er sentralt.

1.2 Temaets aktualitet

I Læreplanverket for Kunnskapsløftet er lesing etablert som en av fem grunnleggende ferdigheter i grunnopplæringen ved siden av muntlige ferdigheter, det å kunne regne, uttrykke seg skriftlig, og det å kunne bruke digitale verktøy (Maagerø & Seip Tønnessen, 2006). I løpet av sin skolegang møter elevene mange typer tekst i ulike fag. De ulike teksttypene krever forskjellige tilnærminger.

Tekstoppgaver har en lang tradisjon innenfor skolematematikken (Nortvedt, 2012). De har tradisjonelt vært brukt både i undervisnings- og vurderingssammenheng for å måle elevenes kompetanse på prøver og eksamener. De brukes også på andre typer vurdering, både nasjonalt og internasjonalt. I Norge brukes tekstoppgavene i kartleggingsprøver og nasjonale prøver, og Norge deltar også i internasjonale komparative undersøkelser, som Pisa og TIMMS.

Matematiske tekstoppgaver er en egen sjanger i skolens fagtekster, og de er viktige både ut fra et læringsperspektiv og et leseopplæringsperspektiv (Maagerø & Skjelbred, 2010). De representerer samspillet mellom matematikk og reelle situasjoner og gir en grunnleggende erfaring i matematisering (Sowder, 1988). *Matematisering* refererer til prosessen med å gå fra et gitt problem i den virkelige verden til å omsette dette til et matematisk språk (Grønmo, 2005). Tekstoppgaver i matematikken setter krav til elevenes leseferdigheter (Reikerås 2006). Før oppgaven kan løses, må eleven lese og forstå teksten i oppgaven. Nortvedt (2011; 2013) har i sine studier observert at det er positiv korrelasjon mellom leseforståelse og oppgaveløsing. Roe & Taube (2006) og Vilenius-Tuohimaa m.fl (2008) har gjort tilsvarende funn. Ulike tekstaspekter i oppgaveteksten kan påvirke elevenes forståelse av oppgaveteksten og ha innvirkning på hvordan de løser oppgaven. Disse aspektene blir drøftet senere i teorikapitlet.

Temaet for denne oppgaven er valgt ut fra dets aktualitet og relevans for meg som læreren. Jeg mener at temaet ikke har tidsbegrenset aktualitet. Man kan neppe forestille seg at det blir utarbeidet læreverk i matematikk uten at det er noen som helst form for tekst.

1.3 Avgrensning, problemstilling og formål

Mitt utgangspunkt for oppgaven er interessen for elevenes forståelse når de leser matematiske tekster. Dette temaet er svært omfattende, og det var naturlig å avgrense oppgaven. Jeg har derfor i denne oppgaven valgt å avgrense meg til å skrive om tekstoppgaver innenfor aritmetikk.

Tekstoppgaver benyttes i matematikkundervisningen både til å trene på innlærte ferdigheter, trene på problemløsing og modellering og til å lære nytt stoff. Når elevene løser oppgavene må de først lese og analysere teksten, for å forstå teksten. I denne fasen må de trekke veksler på både lesestrategier, generelle strategier og matematikkfaglig kunnskap. Med utgangspunkt i forståelsen av teksten, danner eleven seg en mental modell av det matematiske problemet som ligger innbakt i teksten. Denne modellen kan utgjøre grunnlaget for å finne en løsning på det matematiske problemet (Nortvedt, 2012).

Elevene må kunne benytte ulike lesestrategier og løsingsstrategier når de løser tekstoppgaver. Hensikten med denne studien har dermed vært å få innsikt i hvordan elevene på 5.trinn går frem for å løse tekstoppgaver. Det blir lagt vekt på hvordan de leser oppgaveteksten, hvilke strategier de eventuelt anvender for å øke forståelsen av tekstoppgaver og hvilke metoder de bruker når de løser tekstoppgaver. Dette ønsker jeg å gjøre ved å studere elevenes strategier for lesing og løsing av tekstoppgaver.

Den overordnede problemstillingen jeg søker å belyse i denne oppgaven er:

Hva kjennetegner elevenes lesing og løsing av tekstoppgaver i matematikkfaget og hvordan tilrettelegge for arbeid med tekstoppgaver?

Hensikten med denne studien er todelt. For det første er jeg interessert i å se på hvordan elevene leser og forstår teksten i oppgaven før de tar fatt på å løse den. Jeg ønsker å se nærmere på hvilke lesestrategier de bruker når de leser tekstoppgaver. For det andre vil jeg se på hvilke løsingsstrategier de benytter seg av når de er kommet fram mot løsningsforslag. Elevenes utfordringer i arbeid med tekstoppgaver og hvordan læreren kan legge opp arbeid med tekstoppgaver ved å ta utgangspunkt i den enkelte elevs forutsetninger og ferdigheter, er overordnede undersøkelses mål som vil gjennomsyre hele prosjektarbeidet.

For å utdype og belyse denne problemstillingen har jeg utledet tre mer konkrete forskningsspørsmål:

1. *Hvilke strategier bruker elevene når de leser tekstoppgaver i matematikk?*
2. *Hvilke strategier bruker elevene når de løser tekstoppgaver i matematikk?*
3. *Hvordan legge til rette for arbeid med tekstoppgaver i matematikk?*

Arbeid med masteroppgaven gir meg mulighet til å bygge videre på min tidligere arbeidserfaring. Forhåpentligvis kan dette prosjektet gi meg verktøy for didaktisk tenkning og personlig faglig utvikling, og ikke minst en pekepinn på hvordan jeg kan legge opp til arbeid med tekstoppgaver og problemløsing slik at både elevene og jeg opplever glede og mestring.

1.4 Oppgavens oppbygning

Denne masteroppgaven omhandler strategier ved løsing av tekstoppgaver i matematikk. Oppgaven er delt inn i fem hoveddeler: *teori, metode, studiens funn, drøftin,* og *oppsummering og konklusjon.*

Kapittel 2 redegjør for studiens teoretiske rammeverk som skal være styrende for prosjektet. Kapitlet tar blant annet for seg matematisk språk, tekstoppgaver og problemløsing i matematikk. Deretter går det nærmere inn på lesestrategier og løsingsstrategier som danner bakgrunnen for de senere kapitlene. Tilpasset opplæring knyttet til arbeidet med tekstoppgaver skisseres avslutningsvis i kapitlet.

Kapittel 3 beskriver undersøkelsen og valg som er gjort i forbindelse med den. Det blir redegjort for forskningsdesignet og elevutvalget, og det gis en detaljert beskrivelse av forskningsprosessen. Videre blir det redegjort for hvordan intervjuene har blitt transkribert og analysemetoden presentert. Avslutningsvis blir de etiske aspektene ved undersøkelsen og oppgaven presentert og kommentert.

I kapittel 4 blir resultatene fra undersøkelsen presentert og kategorisert med utgangspunkt i studiens forskningsspørsmål: lesestrategier og løsingsstrategier. Resultatene blir også analysert.

I kapittel 5 blir resultatene tolket og drøftet opp mot teorien som ble presentert i kapittel 2. Etter hver kategori blir hovedfunn fra resultatene oppsummert. Kapitlet drøfter også de didaktiske utfordringene relatert til tilrettelegging av arbeid med tekstoppgaver.

Kapittel 6 oppsummerer studiens viktigste funn med utgangspunkt i den drøftingen som er blitt gjort. Kapitlet inneholder svar på forskningsspørsmålene og pedagogiske refleksjoner på funnene.

2 TEORETISK BAKGRUNN

I dette kapittelet blir det gjort rede for teorien som danner det teoretiske grunnlaget for og rammen rundt studien, og senere også diskusjoner. Kapitlet tar for seg lesestrategier og løsingsstrategier elevene benytter seg av når de løser tekstoppgaver i matematikk.
Når de arbeider med tekstoppgaven, trenger de både gode matematikkunnskaper og generelle lesestrategier som de kan trekke veksler på for å løse den. Det blir derfor gjort en kort redegjørelse for hva vil det si å ha forståelse og kunnskap i matematikk. Til slutt blir det sett på hvordan læreren kan legge opp til arbeid med tekstoppgaver og problemløsing i opplæringen.

En liten begrepsavklaring

Det kan være behov for en liten begrepsavklaring i starten av dette kapittelet. I denne oppgaven skilles det mellom ordene løsning og løsing (problemløsing). I likhet med Breiteig & Venheim (2003) bruker jeg ordet løsning når jeg tenker på produktet eller svaret, mens ordet problemløsing betegner prosessen og aktiviteten å løse oppgaven (s. 239). Andre begreper vil bli forklart fortløpende der det er naturlig i oppgaven.

2.1 Kompetanse og grunnleggende ferdigheter i matematikk

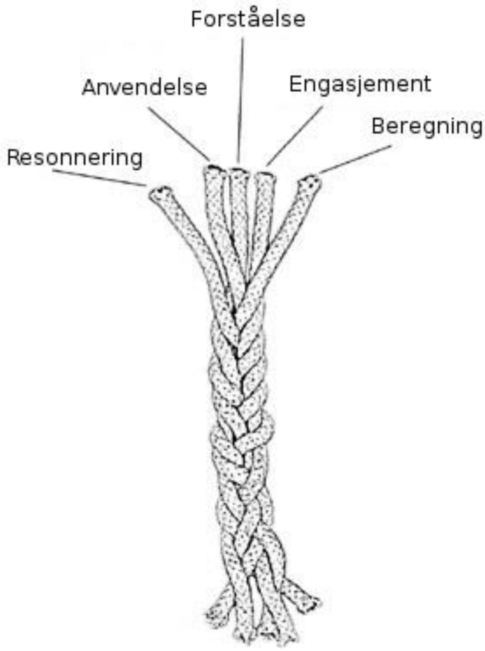
I læreplanene i matematikk for LK06 er det å utvikle grunnleggende ferdigheter i matematikk sammenfallende med det å utvikle kompetanse i matematikk (Alseth, 2009).

Beskrivelsen av den overordnede kompetansen i LK06 er nært knyttet til PISA sitt rammeverk for matematisk kompetanse og som i stor grad bygger på Niss sin beskrivelse av de åtte kompetansene (ibid.). Niss et al. (2002) har beskrevet matematisk kompetanse som sammensatt av åtte delkompetanser. Kompetansene kan vanskelig skilles fra hverandre, og matematisk aktivitet tar i bruk mange av kompetansene på en gang. De danner til sammen det som kalles en helhetlig matematisk kompetanse. De åtte kompetansene er: tankegangskompetanse, problemløsingskompetanse, modelleringskompetanse, resonnementskompetanse, representasjonskompetanse, symbol- og formalismekompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse.

I læreplanen i matematikk er disse kompetansene slått sammen til tre kompetanser: problemløsingskompetanse, kommunikasjonskompetanse og hjelpemiddelkompetanse (Olafsen & Maugesten, 2009; Alseth, 2009). *Problemløsingskompetanse* handler om å analysere, formulere og løse matematiske problemer og vurdere hvor gyldig løsningen er. Med *kommunikasjonskompetanse* menes det språklige aspektet som det å resonnere og kommunisere ideer og tanker i matematikk. H*jelpemiddelkompetanse* handler om å anvende hjelpemidler som for eksempel kuleramme, passer, lommeregner, pc og ulike måleinstrumenter (Olafsen & Maugesten, 2009, s. 10. egen kursiv).

Matematisk kompetanse kan også beskrives ved hjelp av en modell utviklet av Kilpatrick, Swafford & Findell (2001) som viser fem komponenter, og som til sammen utgjør helhetlig matematisk kompetanse. De fem komponentene[1] er: f*orståelse* (conceptual understanding), *beregning* (procedural fluency), *anvendelse* (strategic competence), *resonnering* (adaptive reasoning) og *engasjement* (productive disposition). Komponentene er gjensidig avhengige i et samspill hvor de støtter hverandre og utgjør til sammen matematisk kompetanse. Kilpatrick et al. (2001) påpeker at matematisk kompetanse ikke kan oppnås ved bare å fokusere på en eller to av de komponentene. Dette innebærer at elevene må utvikle alle fem samtidig. Den gjensidige avhengigheten og samspillet mellom de ulike komponentene kan illustreres ved hjelp av modellen nedenfor. Modellen er hentet fra bakgrunnsdokument for arbeid med regning på ungdomstrinnet og er en oversatt utgave av modellen som Kilpatrick og kollegaer presenterte i forskningsarbeidet sitt (2001, s. 117).

[1] Oversettelsene er hentet fra Udir (2014)



Figur 2.1 De fem delkompetansene som er sammenvevd i og avhengig av hverandre, og til sammen utgjør matematisk kompetanse

Forståelse refererer til å forstå matematiske begreper, representasjoner, operasjoner og relasjoner. Beregning innebærer evnen til å utføre prosedyrer, som involverer tall, størrelser og figurer, nøyaktig, effektivt og fleksibelt. Anvendelse er evnen til å formulere problemer matematisk og utvikle strategier for å løse problemer ved å bruke passende begreper og prosedyrer. Resonnering innebærer evnen til logisk tenkning, og å kunne forklare og begrunne løsninger til ulike problem, eller utvide fra noe kjent til noe som ikke er kjent. Engasjement går ut på å være motivert til å lære matematikk, se på matematikk som verdifullt og nyttig og ha tro på at innsats bidrar til økt læring i matematikk.

.

2.2 Matematisk språk

Maagerø & Skjelbred (2010) påpeker at i matematikk er lesing og skriving, i tillegg til muntlige ferdigheter, viktige aktiviteter når nytt fagstoff skal bearbeides og læres. Disse grunnleggende ferdighetene innebærer bruk av det matematikkfaglige språket. Læreplan i matematikk fellesfag (KD, 2013a, s.4) presiserer tydelig at eleven blant annet skal "bruke matematiske symbol og det formelle matematiske språket" og "ta i bruk et formelt symbolspråk og en presis fagterminologi". Det innebærer at elever skal lage tegninger, skisser, figurer, grafer, tabeller og diagrammer som er tilpasset mottakeren og situasjonen.

Flere har påpekt språkets betydning for innlæring av matematikk. Ifølge Herbjørnsen (2006) er det en nær sammenheng mellom matematisk og språklig utvikling. Wakefield (2000) hevder at det er mange kjennetegn ved matematikk som gjør at matematikken kan betraktes som et språkfag. I likhet med dem ser også Lunde (2008) på matematikk som et språkfag. Han går enda litt videre i begrunnelsen sin og presiserer at "matematikkundervisningen starter med språk, fortsetter med språk, utføres med språk, formidles til andre via språk og evalueres via språk" (Lunde, 2003, s. 38). Det gjør språkferdigheten hos eleven til den viktigste forutsetningen for å lære matematikk (Lunde, 2004). I likhet med de ovennevnte vektlegger Maagerø & Skjelbred (2010) språkets betydning i matematikkundervisning og påpeker at å lære matematikkfag er på mange måter å lære matematikkfagets språk.

Botten (2003), Karlsen & Maagerø (2010), Maagerø (2010), Maagerø & Skjelbred (2010) sier at det at matematikk har sitt eget språk innebærer at matematikken har en egen terminologi, noe som også læreplan i matematikk slår fast. Den matematiske terminologien inneholder termer som er av ulik karakter. Shuard & Rothery (1984) har identifisert tre typer av ord som brukes i skolematematikk: tekniske ord, leksikalske ord og hverdagsord.

Tekniske termer er ord og uttrykk som er typisk for matematikkfaget. Det er mange fagtermer på liten plass, og de blir gjerne definert eksplisitt og konsist i tekstene. Det matematiske fagspråket kjennetegnes dermed av en høy grad av *teknikalitet* (Maagerø & Skjelbred, 2010; Maagerø, 2010). Eksempler på fagtermene er addisjon, subtraksjon, multiplikasjon, divisjon, primtall, partall, algebra, logaritmer, nevner, sirkelbue, faktorisere, konstruere, geometrisk. Ifølge Shuard & Rothery (1984) er slik fagterminologi ikke en del av dagliglivets språk, og betydningen av termene må læres enten fra læreren eller fra matematisk bok og forstås for at tekstene ikke oppleves som meningsløse. Shuard & Rothery (1984) sier videre at ord og uttrykk som elevene bare møter i en matematisk sammenheng forårsaker lesevansker hos elevene, rett og slett fordi de ikke har erfaring med slike ord. I likhet med Høines (2006) understreker Hana (2013) at i innlæringen av det matematiske språket blir det avgjørende å knytte gode oversettelsesledd fra de nye ordene og uttrykksformene til uttrykk og ord som elevene er kjente med. Leksikalske ord er ord som har en tilsvarende betydning i fagspråk i matematikk som i hverdagsspråk, for eksempel fordi, flere, resten, helt. Fagtermer i matematikk kan være begreper fra dagliglivets språk og som får et nytt faglig innhold i matematikken, for eksempel kule, flate, punkt, linje, være lik, beregne, forkorte, dele. I matematikk blir slike begreper omdefinert og får et annet presist definert og faglig innhold. Ordenes mening forandres med og må forstås ut fra sammenhengen (Shuard & Rothery, 1984). Raiker (2002) og Herbjørnsen (2006) advarer mot bruk av upresist og upassende hverdagsspråk i matematisk sammenheng fordi den kan utvikle manglende matematikkforståelse og kan hindre elevens læring.

2.3 Lesekompetanse i matematikk

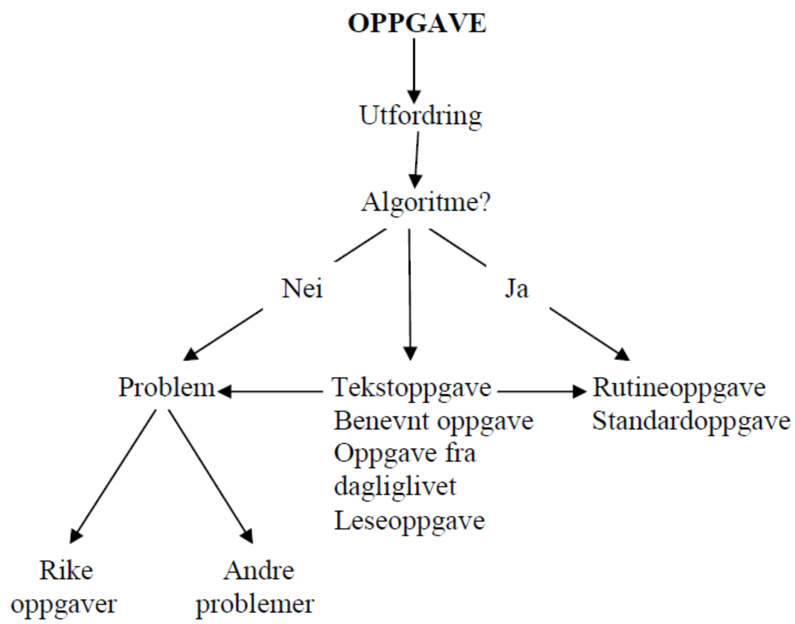
Lesingen i matematikk er knyttet til det matematiske språket og elevene må beherske dette språket for å kunne lese sammensatte tekster som består av både tall, diagrammer, formler, ulike matematiske symboler, definisjoner, forklaringer og eksempler (KD, 2013a). Dette viser at sammenhengen mellom lesing og regning i matematikkfaget opptrer i forskjellige kontekster. Både lesing og regning i matematikk innebærer for eksempel å kunne fortolke tegnsystemer og vite hva de representerer, og å lese oppgavetekster der skriften og tallene ofte opptrer sammen (Maagerø & Seip Tønnessen, 2006). Ostad (2010) understreker viktigheten av å ha kjennskap til termer som inngår i fagets terminologi, og som danner basis for oppgavenes syntaktiske struktur.

I matematikk er det generelt lite verbalspråk og mange andre meningsskapende ressurser som gjør tekstene tette og informasjonsrike (Maagerø & Skjelbred, 2010). Slike tekster stiller krav til elevene om en god lesekompetanse og krever en langsom og oppmerksom lesing for å få med seg alt. Ingen meningsskapende ressurs må oversees, og hver må forstås for at teksten blir tilgjengelig. Maagerø (2009) har derfor valgt å kalle matematiske tekster *langsomme tekster*. Maagerø & Skjelbred (2010) finner at en hyppig og tett bruk av fagtermer i matematiske tekster er en grunn til at tekstene kan være vanskelige å lese. Ut fra disse formuleringene ser vi at lesing i matematikk er en kompleks ferdighet.

2.4 Oppgaver i matematikk

Oppgaver og oppgaveregning har en sentral plass i matematikkundervisningen (Hana, 2013; Mellin-Olsen, 1996; Wæge, 2007; Skovsmose, 1998; Maagerø & Skjelbred, 2010). Maagerø & Skjelbred (2010) understreker betydningen av oppgaveløsingen både for utvikling av elevenes lese- og skrivekompetanse. Ulike typer oppgaver har ulike formål i undervisningssituasjon; de brukes for å øve, utforske, forklare. Crespo & Sinclair (2008) sier at oppgavene samtidig synliggjør for eleven hva matematikkfaget innebærer og hva som er verdt å vite og å gjøre.

Grevholm, Riesbeck & Taflin (2013) skriver at det finnes mange ulike beskrivelser og inndelinger av oppgavetyper som forekommer i skolematematikken. En vanlig måte har vært å klassifisere dem med hensyn til hvorvidt oppgaven er definert tekstlig eller ikke: ferdig oppstilte oppgaver uten tekst og tekstoppgaver (Maagerø & Skjelbred, 2010; Reikerås, 2009; Nortvedt, 2013). Taflin (2007) har i sin doktorgradsavhandling presentert en klassifisering av oppgaver i matematikk med ordet *oppgave* som en overordnet samlebetegnelse. Neste skjema er laget ved å kombinere skjemaet i Taflin (2007, oversatt til norsk av H. Strømsnes i Grevholm et al., (2013, s. 209) og skjemaet i Solvang (2005), og definerer forskjellen mellom ulike typer oppgaver.



Figur 2.2 Skjema for å definere forskjellen mellom ulike typer oppgaver i matematikk (fritt etter Solvang 2005, s. 135 og Taflin, 2007, s. 30)

Figuren over viser at hvis algoritmen er kjent, er en tekstoppgave en øvingsoppgave, og hvis den ikke er kjent, vil oppgaven oppfattes som et problem. Algoritme defineres som "en framgangsmåte, et sett med instruksjoner som ved et endelig antall operasjoner fører til at en gitt oppgave kan løses" (Solvang 2005, s. 134).

2.4.1 Tekstoppgaver i matematikk

I faglitteraturen blir tekstoppgaver i matematikk definert på ulike måter. I studiet har jeg valgt å støtte meg på Maagerø & Skjelbred (2010) sin beskrivelse. De sier at en tekstoppgave er en type oppgave der den matematiske problemstillingen er gitt med verbalspråk, og ofte også med andre meningsskapende ressurser som tall og matematiske symboler, og eleven må «oversette» til matematisk språk og formulere og strukturere oppgaven selv før den kan løses. Palm (2009) utvider denne bekrivelsen til å kunne være mulig å koble situasjonen i oppgaven til reelle fenomener, og sier at "textual descriptions of situations assumed to be comprehensible to the reader, within which mathematical questions can be contextualised" (s. 3).

Tekstoppgaver kan være utformet som lukkede eller åpne oppgaver. Åpne oppgaver er oppgaver med flere mulige løsninger, som ikke entydig fastslår hva som skal gjøres (Björkqvist, 2003). Hana (2013) argumenterer for at åpne oppgave bør benyttes mer i matematikklasserom fordi de initierer flere løsninger og framgangsmåter, og åpner for kreativitet, refleksjon og argumentasjon.

Ifølge Gerofsky (1999) utgjør tekstoppgaver i matematikk en egen sjanger, og de fleste tekstoppgaver følger en typisk tredelt struktur. Den første komponenten er *innledende komponent* hvor personer, objekter eller plasseringer blir introdusert og en situasjon blir satt opp. Dette er en kvalitativ situasjonsmodell som representerer det som skjer i teksten (Cook, 2006). Den andre komponenten er *informasjonskomponent* som gir informasjon som er nødvendig for å løse problemet. Gerofsky (1999) påpeker at denne komponenten noen ganger inneholder irrelevant informasjon som skal «lokke» uforsiktige. Dette er en kvantitativ problemmodell som representerer den numeriske strukturen av problemet (Cook, 2006). Den tredje komponenten er s*pørsmål* som skal løses ved å anvende matematisk(e) operasjon(er) på numeriske data presentert i den andre komponenten (Jimenez & Verschaffel, 2014).

Nortvedt (2012) identifiserer tre ulike bruksområder for tekstoppgaver i skolens matematikkundervisning: Øve opp og vurdere elevenes evner i praktisk regning, trene opp og vurdere elevenes ferdigheter i problemløsing og øve på modellering. Uavhengig av de tre bruksområdene og formålet med tekstoppgaven, må eleven lese oppgaven og forstå hva det spørres etter før den kan løses. Elevene må kunne benytte matematisk kompetanse og generelle strategier når de leser tekstoppgaver (Cook, 2006; Nortvedt, 2013). For å forstå en oppgave må eleven, gjennom å lese og analysere teksten, danne seg en mental modell av det matematiske problemet (Nortvedt, 2008). Denne prosessen krever aktivisering av forkunnskaper hos eleven relatert til oppgavekonteksten (Cook, 2006). Hvis eleven har lykkes med å forstå teksten, vil den mentale modellen utgjøre grunnlaget for å finne en løsning på problemstillingen (Nortvedt, 2008). Med utgangspunkt i modellen blir laget en plan for hvordan oppgaven kan løses og en løsingsstrategi valgt. Eleven må da selv komme fram til hvilke matematiske operasjoner som er nødvendige for å kunne løse problemet, og i tillegg bruke matematisk språk for å lage et uttrykk som forteller det samme som verbalteksten. Dette krever at eleven må bevege seg fra én modalitet til en annen; fra verbalspråket til det matematiske språket (Kaur & Blane, 1994; Maagerø & Skjelbred, 2010). Helt til slutt bør eleven vurdere hvorvidt løsningen han er kommet fram til høres rimelig ut, ut fra de beregningene som er gjort og med utgangspunkt i situasjonen som beskrives i oppgaven (Muir & Beswick, 2005; Nortvedt, 2013; Mason et al., 2010; Polya, 1971; Lester, 1985). Dette er viktig fordi det observeres at elevene ofte aksepterer et meningsløst svar uten å reflektere nærmere over det (Nortvedt, 2010; 2013). Avslutningsvis skal løsningen presenteres skriftlig både med matematiske symboler og sammenhengende tekst. LK06 understreker at det å kunne skrive i matematikk innebærer blant annet at eleven kan «bruke matematiske symbol og det formelle matematiske språket til å løse problem og presentere løsninger» (KD, 2013a, s. 4).

Parallelt med bruken av tekstoppgaver i skolesammenheng, har tekstoppgaver vært gjenstand for forskning der man har fokusert på hvordan ulike tekstaspekter influerer på oppgavenes vanskegrad og dermed påvirker elevenes oppgaveløsing (Ostad, 2010). Resultater fra flere undersøkelser viser at tekstoppgaver som kan løses med de samme aritmetiske operasjonene, men som er ulike med tanke på semantisk struktur, kan ha ulik vanskegrad (ibid.).

En av de aspektene ved tekstoppgaver som kan ha innvirkning på elevenes forståelse av oppgaveteksten og hvordan de løser oppgavene, er oppgavens autentisitet (Palm, 2008; 2009). De Lange (1995) bruker uttrykket «camouflage contexts» for å betegne tekstoppgaver der det matematiske problemet er forkledd i en oppgavekonstruert kontekst, en situasjon som etterligner situasjoner fra det virkelige liv.

De problemstillingene som vi står ovenfor i det virkelige livet, er som regel sammensatt av både relevant og irrelevant informasjon, og vi må være i stand til å skille fra hverandre. Ifølge Cook (2006) bør derfor også mange tekstoppgaver inneholde ekstra eller irrelevant informasjon. Et av de grunnleggende elementene i en vellykket problemløsing er nettopp evnen til å skille informasjon som er relevant for problemløsing fra irrelevant informasjon (ibid.). Cook (2006) påpeker at elever må derfor beherske forskjellige strategier for å skille mellom relevant og irrelevant informasjon.

Maagerø & Skjelbred (2010) fant i prosjektet sitt at flere elever skrev ned de informasjonene i teksten de syntes var viktige når de skulle løse tekstoppgaver. Det kom i intervjuet også fram at en elev så etter viktige ord i teksten som kunne hjelpe ham til å løse oppgaven. Ingen av elevene tegnet figurer i forbindelse med oppgaveløsing. Tekstoppgaver med mange matematiske tegn ble utpekt som vanskelige å løse. Da ble det mye å forholde seg til.

2.5 Problemløsing i matematikkopplæringen

Som nevnt i det ovenstående er problemløsing i matematikk en del av den matematiske kompetansen elevene skal utvikle på skolen.

I relevant faglitteratur foreligger mange definisjoner på begrepet problem og problemløsing. Kantowski (1981) definerer et matematisk problem som en oppgave hvor problemløseren ikke har en algoritme som vil garantere en riktig løsning. Den relevante kunnskapen som vedkommende besitter må settes sammen på en ny måte for å kunne løse problemet. Orton (2004) presiserer en slik prosess nærmere: "Problemløsing referer til en prosess der eleven kombinerer tidligere lærte kunnskaper, regler, teknikker, ferdigheter og begreper for å gi en løsning på en situasjon som vedkommende ikke tidligere har truffet på " (s. 24 – 25, egen oversettelse). Ifølge Duncker eksisterer et problem når et individ «har et mål, men vet ikke hvordan målet skal oppnås», (1945, s. 1, egen oversettelse). Individet må da sette i gang en tankeprosess for å få utarbeidet en plan for å oppnå målet. Problemet må transformeres til en rutineoppgave der vi har en algoritme (Solvang, 2005).

I faglitteraturen trekkes det fram at et problem er et individuelt relatert fenomen, dvs. en oppgave kan være et problem for en, men øvelse for andre (Grevholm et al., 2013; Kantowski, 1981; Blum & Niss, 1991; Mayer & Hegarty, 1996; Björkqvist, 2003). Med utgangspunkt i denne forståelsen av begrepene problem og problemløsing kan de tekstoppgavene som blir behandlet i denne studien betraktes som problemløsingsoppgaver - de kan være problemløsingsoppgave for én og rutineoppgave for annen.

Ifølge Lester (1996) er problemløsing i matematikk en kompleks prosess som det er vanskelig å undervise i. En rekke studier er utført med den hensikt å finne ut hvordan man best kan undervise i problemløsing og heuristiske tilnærmingsmåter, og ifølge Björkqvist (2003) er forskningsresultatene delvis motstridende. Med heuristiske tilnærmingsmåter eller strategier menes metoder eller framgangsmåter problemløseren benytter seg av for å løse problemer (Grevholm et al., 2013). Lester (1996, s. 87) gjennomgikk forskningslitteratur om problemløsing og oppsummerte fire viktigste resultater for undervisningen: Elevene må løse mange problemer for å øke problemløsingsevnen, denne utvikles sakte og over lang periode, elevene må tro på at læreren synes problemløsing er viktig og de fleste elevene tjener på systematisk undervisning i problemløsing.

2.6 Strategibegrep i matematikk

Ostad (2008; 2010) hevder at strategibegrep er et komplekst begrep som kan defineres enten i trang betydning eller i vid betydning. Enklest kan strategi defineres som en organisert aktivitet som er brukt for å løse en matematikkoppgave. I den vide betydningen omfatter strategi en rekke forskjellige delkomponenter og delprosesser som er involvert når en matematikkoppgave skal løses. Delkomponentene i slike prosesser er av kognitiv (erfaringsbegrunnet) og metakognitiv karakter.

Goldman (1989) deler matematikkstrategier i to kategorier: generelle strategier og oppgavespesifikke strategier. *De generelle strategiene,* også kalt metakognitive strategier, viser til hvordan elevene kan styre sine egne læringsprosesser og være bevisst på metoder i opplæringen og matematikkbøkene. Disse strategiene ligger til grunn for arbeidet med å oppnå gode matematikkunnskaper og effektiv oppgaveløsing (Ostad, 2008). *Oppgavespesifikke strategier* innbefatter de ulike løsningsmåtene eleven har til disposisjon når den aktuelle matematikkoppgaven skal løses (ibid.).

2.7 Faser i tekstoppgaveløsing

Koedinger & Nathan (2004) deler løsingsprosess av tekstoppgaver inn i to faser: en forståelsesfase og en løsingsfase. I forståelsesfasen skaper eleven forståelse av teksten og bygger en mental representasjon av de kvantitative og situasjonsbaserte sammenhenger i teksten som gjør det mulig for eleven å løse problemet. For å forstå teksten, må eleven anvende forskjellige lesestrategier for å skille mellom tekstelementer (Cook, 2006). I løsingsfasen anvender eller omformer eleven de kvantitative relasjoner som er representert både internt (mentalt) og eksternt (tekst og matematiske uttrykk) for å komme frem til en løsning. I løsingsprosesen foregår det et samspill mellom forståelsesfasen og løsingsfasen der de to fasene flettes inn i hverandre og vanligvis utføres ikke sekvensielt (Koedinger & Nathan, 2004). Funnene til Nortvedt (2008) peker i samme retning: Lesestrategier blir anvendt under løsingen av oppgaven.

2.8 Lesestrategier i tekstoppgaveløsing

Lesestrategi er å kombinere ulike lesemåter som er tilpasset teksten og formålet med lesingen (Mortensen-Buan, 2006). I arbeid med tekstoppgaver i matematikk vil dette innebære å lese for å forstå oppgaven, og forstå oppgaven for å kunne løse den. I faglitteraturen er en rekke lesestrategier omtalt, men ikke alle kan anvendes i et fag som matematikk, «fordi de matematiske tekstene inneholder helt andre utfordringer enn tekster i andre fag, og fordi elevenes forutsetninger for å lese slike tekster er annerledes» (Bjørkås, 2013).

Mortensen-Buan (2006) nevner kjennetegn på en god leser: han har evne til metakognisjon, han er motivert for oppgaven, han er forberedt på det arbeidet lesing krever og han har flere lesestrategier å velge mellom. Pressley, Goodchild, Fleet, Zajchowski & Evans (1989) trekker fram metakognitive ferdigheter hos gode lesere: de vet hvilken strategi som skal brukes, når og hvor den skal brukes, og hvordan den kan tilpasses til en bestemt tekst. Van den Broek & Kremer (2000) peker på at gode lesere har godt utviklet høyere ordens tenkning, som er nødvendig for å identifisere relasjoner innenfor en tekst. *Høyere ordens tenkning* refererer ifølge Elstad & Turmo (2006) til kunnskapstyper som aktiverer elevenes interne tankeprosesser i det de krever skapende tenkning, analyser og vurderinger.

Mayer & Hegarty (1996) og Hegarty et al. (1995) har identifisert to lesetilnærminger elevene bruker når de leser tekstoppgaver med aritmetiske utregninger: direkte oversettelse-strategi[2] og problemmodellering-strategi[3]. Mayer & Hegarty (1996) beskriver direkte oversettelse-strategi som en snarvei i løsingsprosessen som vektlegger et kvantitativt resonnement – beregne et numerisk svar, i motsetning til problemmodellering-strategi som vektlegger et kvalitativt resonnement – en rasjonell tilnærming til problemløsing basert på problemforståelse.

Mayer & Hegarty (1996) og Hegarty et al. (1995) påpeker at *direkte oversettelse-strategi* brukes av mindre gode lesere og problemløsere som baserer sin løsingstrategi på en kombinasjon av tall og nøkkelord fra teksten og ignorerer de fleste andre opplysninger som de anser for å være uviktig. Matematisk operasjon blir "diktert" av nøkkelordet: opptrer nøkkelordet "mer" skal eleven addere, mens nøkkelordet "mindre" forteller at elevene skal subtrahere (Hegarty et al.,1995; Sowder, 1995). Reed (1999) og Lithner (2000) bruker begrepet nøkkelordstrategi når de omtaler dette fenomenet.

Det er observert at denne strategien ofte fører til feil løsning på oppgaven (Mayer & Hegarty, 1996**.** Hegarty, Mayer & Green (1992) har observert at dette skjer spesielt dersom tekstoppgaven inneholder et relasjonsord som er inkonsistent med den aritmetiske regneoperasjonen som må utføres for å komme fram til riktig løsning, for eksempel når teksten inneholder ordet "mindre", men den nødvendige operasjonen er addisjon. Videre framgår det av studien at faglig svake elever oftere bruker feil regneoperasjon på inkonsistente enn på konsistente oppgaver. Samtidig observerer de at elevene som har høy prosentandel av riktige svar leser oppgaveteksten flere ganger enn de elevene som ikke får riktig svar.

Gode lesere og problemløsere bruker *problemmodellering-strategi* der de konstruerer en mental modell av den matematiske situasjonen beskrevet i teksten. Denne mentale modellen utgjør grunnlaget for utforming av en løsningsplan.

[2] Egen oversettelse av *direct translation strategy.*
[3] Egen oversettelse av *problem model strategy.*

Cummins, Kintsch, Reusser & Weimer (1988) fant i en studie at tekstforståelse er en viktig faktor som influerer oppgavens vanskegrad. Løsingsstrategier eleven velger å benytte, er avhengig av om og i hvilken grad teksten er forstått. Den helhetlige forståelsen av teksten er igjen påvirket av språket som brukes i tekstoppgaven. Tekstoppgaver som inneholder matematiske signalord som *flerre enn, til sammen, noen* som en ukjent størrelse, ser ut til å være vanskelig å løse. Littlefield & Rieser (1993) finner at tekstoppgaver som inneholder irrelevant informasjon kan være utfordrende for elevene.

2.9 Lesestrategier som utgjør teoretisk rammeverk for undersøkelsen

Nortvedt (2011a) har i sin doktorgradsavhandling lagt fram en klassifikasjon av lesestrategier som en også finner i annen litteratur på området, og som kan anvendes når man skal løse tekstoppgaver i matematikk. Disse utgjør rammeverket for studien min for å undersøke hvilke lesestrategier elevene bruker når de løser tekstoppgaver, og er omtalt nedenfor.

2.9.1 Skille ut relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing

Identifisering av relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing innebærer bruk av elevens høyere ordens kognitive ferdigheter i å idetifisere sammenhenger mellom tekstelementer under første lesing av oppgaveteksten. Elevens høyere ordens kognitive ferdigheter refererer til evne til å danne seg en mental representasjonen eller indre modell av de matematiske problemet som ligger innbakt i oppgaveteksten (Kjærnsli et al., 2004). Når sammenhenger mellom tekstinformasjoner er identifisert og dannet grunnlaget for å bygge en mental representasjon av teksten, vil videre arbeid med oppgaven være svært effektiv. Eleven husker nå hvor de relevante opplysningene og de nødvendige verdiene er plasseert, forholder seg kun til den relevante informasjonen, og tidlig begynner med å beregne svaret (Cook & Rieser, 2005; Cook, 2006).

2.9.2 Spørsmål-styrt lesing

Spørsmål-styrt lesing består av å lese oppgaveteksten, hvor leseren tar utgangspunkt i spørsmålet og sammenligner relevant og irrelevant informasjon opp mot hva det spørres etter i oppgaven (Cook & Rieser, 2005). Dette samsvarer med Nortvedt (2008) sitt funn som finner at strategien brukes av mange elever for å skille relevant fra irrelevant informasjon. Cook & Rieser (2005) fant at elevene som brukte denne strategien leste spørsmålet igjen relativt tidlig under løsingsprosessen, før de forsøkte å foreta utregning, og kikket tilbake på spørsmålet flere ganger. De brukte informasjon fra spørsmålet som en pekepinn for å finne ut hva som var relevant informasjon. Cook & Rieser (2005) fant at at denne lesestrategien ble benyttet av både svake og sterke lesere, med den forskjell at faglig sterke elever hadde en tendens til å benytte strategien oftere enn faglig svake elever. Alle elevene som benyttet denne strategiene fikk enten riktige svar på oppgavene eller hadde regnefeil i løsningen selv om to elever brukte irrelevant informasjon tidlig i utregningsprosessen.

2.9.3 Analyse av semantiske trekk

Analyse av semantiske trekk refererer til analyse av semantiske trekk ved kategorier i oppgaveteksten; personer, objekter, handlinger, størrelser (mengder) og spesifisert tidspunkt og tidsperiode. Semantikk refererer til betydningen til ord og betydningen til setninger.[4] Et ord kan ha forskjellige meninger avhengig av sammenheng. Elevene analyserer oppgavetekst og spørsmål med utgangspunkt i semantiske kategorier, sammenligner verdiene av semantiske kategorier i teksten med de verdiene i spørsmålet og identifiserer relevant informasjon som er nødvendig for å løse oppgaven (Cook, 2006). Cook (2006) fant at strategien oftere brukes av faglig sterke elever. Möllehed (2001) fant at mange elever ikke klarte å løse tekstoppgaver fordi de ikke fikk identifisert relasjoner mellom to eller flere kategorier.

2.9.4 Enkel sammenligning

Enkel sammenligning innebærer å velge noen av tallene fra tekst og også forsøke å skille mellom relevant og irrelevant tall. Det gjøres sammenligning mellom både relevant og irrelevant tall og mellom tall og noen deler av teksten (Cook & Rieser, 2005). Cook & Rieser (2005) fant at elevene som valgte denne strategien ikke helt klarte å skille mellom irrelevant og relevant informasjon og oppnådde dermed lave resultater i studien. Det ble observert at elevene så fram og tilbake i oppgaveteksten for å kunne skille mellom relevant og irrelevant informasjon uten å ha kikket på spørsmålet.

2.9.5 Gripe til tall

Å gripe til tall vil si at eleven velger tall fra oppgaveteksten uten å ta hensyn til tallenes relasjon til tekstelementer og tallenes betydning i forhold til problemstillingen. Reed (1999),

---

[4] Lokalisert på www.snl.no dato: 30.10.2014

Mayer & Hegarty (1996), Hegarty, Mayer & Monk (1995) har identifisert "gripe til tall" som årsak til feil løsning på tekstoppgaver.

2.9.6 Velge opplysningen ut fra dens plassering

Velge opplysningen ut fra dens plassering innebærer å identifisere tall eller annen informasjon som relevant for å løse oppgaven ut fra plassen de står på i oppgaveteksten. Cook (2006) fant at elevene ofte valgte første og siste tall som relevant. Littlefield og Rieser (1993) fant i sin studie, hvor elevene fikk tekstoppgavene som inneholdt to relevante tall og to irrelevante tall, at noen elever valgte de to første tallene i teksten som den relevante informasjon, mens andre valgte kun et tall med utgangspunkt i tallets plassering. Alle problemer som inneholdt irrelevant informasjon hadde to relevante tall og to irrelevante tall. Elevene hadde en tendens til å velge første tall som relevant, oftere en fjerde tall. Littlefield & Rieser (1993) fant at denne strategien er mindre effektiv for å identifisere relevant informasjon i oppgaveteksten, og refererer dermed til lav måloppnåelse, og brukes stort sett av fagligsvake elever.

2.9.7 Gjenlesing

Gjenlesing innebærer at eleven leser oppgavetekst om igjen når han eller hun er kommet til et punkt der teksten ikke er forstått, eller for å utdype innholdet og forståelsen etter å ha lest hele teksten (Pressley & Afflerbach, 1995). Nortvedt (2008) finner at gjenlesing brukes av både gode og dårlige lesere, og ifølge Pressley & Afflerbach (1995) kan de lese om igjen en del av teksten eller gjennom hele teksten. Nortvedt (2008) finner derimot at gjenlesingen forekommer oftere hos elever som ikke klarer å danne seg en mental modell av situasjonen i teksten. Grunnen til dette kan ifølge Cook (2006) være det at eleven enten ikke klarer å skjelne mellom relevant og irrelevant informasjon eller mangler domenespesifikke kunnskaper.

Ifølge Lester, Garofalo & Kroll (1989) finnes det ulike typer gjenlesinger. Fokuset kan være rettet mot tall (*number consideration*) og hva det spørres etter i oppgaven. Selvfølgelig retter eleven sin oppmerksomhet på tall også når tekstoppgaven blir lest kun én gang, men når oppgaven blir lest om igjen, setter eleven inn mer arbeid for å undersøke tallene. Eleven kan lese om igjen for også å finne nøkkelord i tillegg til tall og finne ut hva det spørres etter i oppgaven. Lester et al., (1989) hevder at det er godt dokumentert at denne strategien for å løse et problem brukes ganske ofte, og at det ofte er vellykket når den brukes til å løse tekstoppgaver. Lester et al., (1989) finner at når eleven løser rutineoppgaver, er det tilstrekkelig å lese oppgaveteksten én gang, men som oftest er dette ikke tilstrekkelig for mer komplekse oppgaver og oppgaver som ikke er gjenkjennbare. Da må de lese oppgaven flere ganger for å få en komplett forståelse av problemet, finne ut mening. I likhet med flere (Lester et al., 1989; Cook & Rieser, 2005; Cook, 2006) finner Nortvedt (2008) at hvis oppgaveteksten er kort og lett å forstå, er det ved første gangs lesing mulig å holde informasjon i arbeidsminnet lenge nok til å gjennomføre en løsingsprosess. Hegarty et al. (1995) peker på at lesing nødvendigvis ikke er en lineær prosess og gjenlesing kan forekomme i alle faser av oppgaveløsing, også etter at løsingsprosessen er avsluttet. Gjenlesing benyttes da til regulering og kontroll av løsingsprosessen (Pressley & Afflerbach, 1995; Nortvedt, 2008). Ifølge Nortvedt (2008) leser eleven om igjen for å forsikre seg at beregningen er i samsvar med forventet løsning, og for å se om det er behov for å justere den mentale modellen. Når eleven overvåker egne kognitive prestasjoner og vurderer dem fortløpende, refererer det til elevens metakognitive bevissthet (Roe, 2011). Roe (2011) sier videre at overvåking av sin egen leseprosess innebærer å være bevisst på hva som foregår under lesingen, hva som er forstått, og hva som er uklart. Slik fungerer overvåking av leseprosessen som en kvalitetskontroll av de andre lesestrategiene, og dermed også av hele leseforståelsen (ibid., s. 92-93).

Cook & Rieser (2005) fant i en studie at elevene som benyttet seg av "identifisering av relevant informasjon ved første gangs lesing" og "spørsmål-styrt" lesestrategier klarte å skille mellom relevant og irrelevant informasjon i teksten og oppnådde svært gode resultater. "Spørsmål-styrt" strategi brukes både av faglig svake og faglig sterke elever, mens "identifisering av relevant informasjon ved første gangs lesing" benyttes i mindre grad av faglig svake elever. Cook (2006) observerte at som oftest ble det benytet flere ulike lesestrategier på en og samme oppgave. De mest effektive elevene varierer strategiene sine ut fra mengden av irrelevant informasjon og oppgavens kompleksititet (Cook & Rieser, 2005).

Strategier "gripe til tall", "enkel sammenlikning" og "velge opplysningen ut fra dens plassering" er i forskningsstudier vanligvis forbundet med lav oppnåelse (Cook, 2006), og betegnes som overflate-nivå strategier (Nortvedt, 2011a; 2011b). Alexander (2003, s. 11) bruker begrepet *surface-level strategies* og presiserer at leseren ikke klarer å se sammenheng mellom tekstelementer og dermed får fragmentert informasjon fra oppgaveteksten som oftest ikke er tilstrekkelig til å finne løsning.

2.10 Løsingsstrategier som utgjør teoretisk rammeverk for undersøkelsen

Når eleven har konstruert en forståelse av de matematiske relasjonene i teksten, kan oppgaven forsøkes løst ved å velge en passende løsningsstrategi og foreta de nødvendige utregningene. Björkqvist (2003) beskriver løsingsstrategi som en bevisst kontroll av de mentale prosessene og den rekken av matematiske operasjoner som blir utført ved oppgaveløsing. Slik jeg forstår den, inkluderer definisjonen både den generelle og oppgavebaserte strategien.
Cummins et al (1988) fant at løsingsstrategi ble valgt ut fra tekstforståelsen, og tekstforståelsen ble igjen påvirket av språket som ble brukt i oppgaveteksten.

Innenfor faglitteraturen foreligger mange studier som omhandler forskjellige løsingsstrategier elevene benytter seg av når de løser tekstoppgaver. Som teoretisk ramme for løsingsstrategier i studien har jeg valgt å støtte meg på heuristiske strategier som ofte tilskrives Polya (1971), og som blant annet er omtalt hos Grevholm et al.(2013), Kongelf (2011), Posamentier & Krulik (1998; 2009), Fan & Zhu (2007). Et av målene med undersøkelsen har vært å finne ut hvilke av disse strategiene informanter velger å benytte seg av når de løser tekstoppgaver.

2.10.1 Forenkle gitte verdier eller dele opp problemet i flere kjente deler

Denne strategien brukes for å nærme seg noen enkle dagliglivsproblemer fra en annen vinkel (Grevholm et al., 2013). Den matematiske problemsituasjonen knyttes gjerne til forkunnskaper og tidligere erfaringer, og de gitte verdiene i problemet forenkles for å gjennomskue valg av regneoperasjon eller regne med størrelsene. Å innføre en hjelpestørrelse i form av en ny enhet kan forenkle oppgaven og gjøre den lettere å løse.

Problemet kan også betraktes som en helhet som kan deles opp i flere delproblemer (Polya, 1971; Solvang, 1984). De enkeltdelene blir nærmere undersøkt, forstått og løst hver for seg. Polya (1971) betegner denne prosessen *dekomponering* og påpeker at i mange tilfeller kan være nødvendig å dekomponere problemet for å få løst det, særlig hvis den aktuelle oppgaven er en flerstegsoppgave. Flerstegsoppgaver er tekstoppgaver som kan løses med to eller flere operasjoner (Nortvedt, 2013). Polya (1971) sier videre at når alle delene er forstått, blitt kjent og løst, blir de satt sammen igjen til en helhet og da blir det lettere å forstå hva oppgaven egentlig dreier seg om og å løse den. Denne delprosessen betegner Polya som *rekombinering*. Løsningene på delproblemene utgjør til sammen løsningen på det egentlige gitte problem (Solvang, 1984). Det er viktig å kontrollere om løsningene til sammen gir det de skal gjøre (Kongelf, 2011). Kongelf (2011) finner i en komparativ analyse av lærebøker i matematikk for ungdomsskolen at "å dele opp problemet i flere deler" er det mest eksemplifisert tilnærming til problemløsing i bøkene, og som oftest benyttes på flerstegsoppgaver.

2.10.2 Bruke en tabell eller et diagram

Et diagram eller en tabell er en form for visuell representasjon, som kan brukes for å strukturere problemet for å få bedre oversikt over det, og slik legge grunnlag for å kunne løse oppgaven (Diezmann & English, 2001). De understreker betydningen av å bruke diagram og tabell som et nyttig matematisk verktøy. Å tegne diagram som en heuristisk tilnærming til problemløsing er vanlig å benytte seg av når man løser geometriske problemer. Posamentier & Krulik (1998) påpeker at i noen tilfeller er det nødvendig å tegne diagram også når man løser ikke-geometriske problemer. De påpeker videre at det ikke alltid er så lett å se om et problem vil bli lettere løst ved å tegne diagram. Denne evnen kan trenes i utvikles med øvelse. Læreren bør derfor modellere hvordan diagrammer kan brukes effektivt til å registrere data.

2.10.3 Tegne en figur eller visualisere problemet

Det kan noen ganger være lettere å forstå problemsituasjon og finne framgangsmåte og riktig regnemetode ved å tegne opp figurer, tegninger og skisser for å visualisere opplysninger i tekstoppgaver (Kongelf, 2011). Posamentier & Krulik, (1998) omtaler denne tilnærmingen som "visuell representasjon" strategi. De understreker betydningen av at elevene benytter seg av visuell representasjon strategi, og at de får opplæring i hvordan diagrammer og figurer kan brukes effektivt for å registrere data og resultater. Fredheim (2014) påpeker at det er viktig å bevisstgjøre elevene at tegning i matematikk spiller en annen rolle enn i faget kunst og håndverk. I matematikk brukes tegning for lettere å få en forforståelse av tekststykkets problemstilling.

2.10.4 Oppdage et mønster

Noen problemer kan løses lettere ved å oppdage et slags mønster i det gitte problemet, basert på observasjon av fellestrekk, variasjoner eller forskjeller i problemet (Kongelf, 2011).

Mønstrene kan være geometriske, numeriske eller algebraiske (Polya, 1981). For å kunne lettere identifisere mønstre kan man for eksempel sette opp en tabell eller en liste over data (Grevholm et al., 2013; Posamentier & Krulik, 2009). Å finne et mønster kan ifølge Posamentier & Krulik (2009) noen ganger være ganske utfordrende, og andre ganger kan mønstre oppdages direkte. Elevene trenger erfaring i å undersøke data for å se om et mønster finnes. Den beste måten for elevene å få utviklet evne til å oppdage mønstre og sammenhenger er å øve på å finne mønstre i ulike problemsituasjoner.

2.10.5 Gjette en løsning og sjekke om den stemmer

Noen ganger finner man det ikke hensiktsmessig å benytte seg av gjettingen, hvis for eksempel den aktuelle oppgaven er en rutineoppgave. Imidlertid kan mange problemer bli bedre forstått og til og med løst med hjelp av prøving og feiling metode. Polya (1971; 1981) sier at alle elever gjetter seg fram når de løser problemoppgaver, men det er ulikt hvor rimelig antakelsene er. Mindre flinke elever har tendens til å komme med rene, ubegrunnede gjettinger, mens de gjettingene de flinke elevene foretar, er bygget på tidligere erfaringer og fornuftig analogi. De flinke elevene reflekterer over erfaringen gjettingen gir, sjekker om det stemmer og prøver seg på en ny kvalifisert gjetting. Selv om den første gjettingen som oftest ikke gir rett svar, kan man øke sin forståelse av problemet og få en idé for å løse det. Posamentier & Krulik (2009) påpeker at hver gjetting som følger er basert på resultatene fra tidligere gjettinger. Vi kan kalle det bevisst, kvalifisert gjetting[5] (Polya, 1981). Posamentier & Krulik påpeker at det er stor forskjell mellom "gjetting" og "intelligent gjetting" (1998, egen oversettelse).

En organisert liste eller en tabell kan brukes for å systematisere informasjonen fra hver etterfølgende gjetting. Prosessen fortsetter inntil eleven kommer fram til en gjetting som løser problemet. Polya (1981) anbefaler å la elevene gjette svaret eller en del av svaret i problemløsingen. Når eleven gjetter og setter fram en antakelse, forplikter han gjerne seg selv til å jobbe hardere med problemet, og dette vil samtidig motivere eleven for økt innsats i arbeid med problemet. Polya (1971) trekker fram betydningen av å ta seg tid til å reflektere over og se tilbake på hva som egentlig er gjort i løsingsprosessen, og kontrollere om dette er gjort riktig ved blant annet å se etter feil i løsningen og ved å vurdere løsningens rimelighet.

[5] Polya betegner det som "educated", "reasonable" guessing (1981, s. 118)

Funnene til Sowder (1995) viser at faglig svake elever oftere benytter seg av en form for "gjett og sjekk" metoden, de velger regneoperasjon ved ren gjetting.

2.10.6 Foreta en systematisk undersøkelse eller lage en organisert liste

En måte å nærme seg et problem på er å undersøke relasjonene i problemsituasjonen for å lage en systematisk liste over noen av eller alle mulighetene. Tabellen er ofte praktisk for å organisere en slik liste (Kongelf, 2011; Grevholm et al., 2013; Posamentier & Krulik, 1998; 2009). Posamentier & Krulik (2009) sier videre at en organisert liste ofte blir brukt i stedet for en tabell og har vanligvis en mindre form enn tabell. Dataene er som oftest presentert numerisk, men de kan også presenteres visuelt. Både organisert liste, tabell og visuell dataorganisering tjener samme formål, de blir brukt til å holde styr på dataene og vise veien mot løsningen. Organisert liste kan i noen problemer representere selve svaret på problemet. Posamentier & Krulik (2009) påpeker at denne tilnærmingen til problemløsing ofte kombineres med gjett og sjekk metoden.

2.10.7 Omformulere problemet eller tenke baklengs

Hvis vi ut fra teksten klarer å forutse hva svaret blir, eller hva som skal til for å finne svaret, kan det ofte være nyttig å tenke seg at problemet er løst og arbeide bakover, trinn for trinn, til vi kommer til de gitte betingelsene i problemet. Da kan vi være i stand til å reversere stegene og dermed finne en løsning på det opprinnelige problemet (Posamentier & Krulik, 1998). Solvang (2005) sier at "arbeide baklengs" strategi kan benyttes på delproblemer det gitte problemet består av for å se hvordan delproblemene skal løses. Noen problemer kan løses i flere steg der sluttresultatet eller sluttsituasjonen er kjent (Grevholm et al., 2013; Posamentier & Krulik, 2009).

Det kan være effektivt å arbeide bakover stegvis ved å anvende motsatt regneoperasjon. Hvis for eksempel framgangsmåten i problemet eller i et steg inneholder addisjon, kan vi tenke baklengs og bruke subtraksjon (Grevholm et al., 2013; Posamentier & Krulik, 2009). Posamentier & Krulik (2009) påpeker at elever må ha en rimelig forståelse av problemets struktur for å kunne benytte seg av "tenke baklengs" strategi. De hevder at de fleste har gjennom undervisning i matematikk blitt lært opp å ta utgangspunkt i betingelsene i problemet og arbeide seg stegvis framover mot løsningen på problemet. De påpeker at *tenke baklengs* strategi derfor kan være vanskelig for elevene å mestre. Det er derfor viktig å oppmuntre dem til å ta i bruk denne strategien. Når løsningen er funnet, er det særlig viktig å kontrollere om løsningen stemmer, og det kan gjøres ved å arbeide seg framover mot løsningen, for så å sjekke om man får samme svar (Posamentier & Krulik, 2009).

2.10.8 Begynne med å løse et enklere spesialtilfelle eller en del av problemet

En måte å gjøre et problem mer håndterlig er å endre det til et liknende, beslektet problem, men som kan være lettere å løse enn det opprinnelige problemet. Problemet kan også endres til et enklere problem ved å forenkle verdiene gitt i problemet (Posamentier & Krulik, 1998; 2009). Dette kan gi eleven bedre innsikt i hvordan problemet kan bli løst, og som oftest kan den samme metoden bli brukt til å løse det opprinnelige, mer komplekse problemet. I et komplekst problem er det ofte nyttig å sette delmål. Det opprinnelige problemet blir delt opp i flere deloppgaver, spesielle tilfeller som blir løst hver for seg, for så å konstruere en løsning for hele det opprinnelige problemet (Kongelf, 2011; Grevholm et al., 2013; Mason et al., 2010). Tilnærmingen til problemløsingen beskrevet ovenfor kalles spesialisering (Polya, 1971; Mason et al., 2010). Ifølge Mason et al. (2010) er hensikten med spesialisering å oppdage mønstre og sammenhenger for de spesielle tilfellene som kan generaliseres til å gjelde for andre problemer av samme type, ved for eksempel å sette opp en formel. Metakognisjon og evne til kritisk tenkning synes å være viktige ferdigheter eleven bruker i denne prosessen (Yeap & Kaur, 2008).

2.10.9 Tenke logisk og trekke korrekte konklusjoner

Selv om ethvert problem krever logisk tenkning og resonnement, er det noen problemer som krever bruk av det logiske resonnementet som den primære strategien for å kunne bli løst (Posamentier & Krulik, 2009). De presiserer at strategien for eksempel kan brukes på problemer som spør etter hvilken størrelse eller mengde av samme type produkt som gir beste kjøp per produkt, eller på problemer som består av flere delproblemer og som krever en logisk kjede av slutninger fram til problemet er løst.

2.10.10 Bruke en modell for å løse problemet

Denne strategien er en form for visuell tilnærming til problemløsing. Modellen kan eleven bygge av konkretiseringsmateriell, eller han kan tegne en tydelig modell av situasjonen i teksten (Grevholm et al., 2013). Modellen omfatter visuelle representasjoner som er laget av prikker, linjer eller andre lettfattelige symboler for å modellere informasjon om mengder, relasjoner eller endringer som er involvert i problemet (Fan & Zhu, 2007). På denne måten blir det lettere å forstå problemet og finne ut hva som må til for å komme fram til et svar (Grevholm et al., 2013).

Posamentier & Krulik (1998) påpeker at noen problemer er godt egnet til flere løsningsmetoder. De kan for eksempel løses med en kombinasjon av "løse et enklere problem", "visuell representasjon", "en organisert liste" og "lete etter mønstre". Elevene bør derfor få mulighet til å vurdere og diskutere alternative løsningsmetoder for et gitt problem. Vanligvis betyr det at de sammenligner sin løsningsmetode med medelevens metode, metoden som er gitt i læreboka og metoden som er presentert av læreren.

Som påpekt tidligere er problemløsing en sentral del av skolematematikken, som er forventet at elevene skal mestre. Det betyr at elevene gjennom erfaring må få mulighet til å utvikle sine heuristiske strategier for problemløsing. Dette støttes av blant annet Kongelfs (2011) arbeid, som i analysen av eksempler i matematikklærebøker for grunnskolen fant at de tre vanligste heuristiske tilnærmingsmøter for å løse problemer er "løse en del av problemet", "visualisere problemet" og "se problemet fra en annen vinkel", mens de kjente tilnærmingene som "se etter mønster" og "gjett og sjekk" metodene er sjelden representert i eksemplene. De fleste problemene kan løses ved en kombinasjon av to tilnærmingsmåter. I tillegg viser funnet at lærebøkene ikke omhandler de heuristiske tilnærmingene på en eksplisitt og systematisk måte. Silver (1985) har imidlertid påpekt at Polyas heuristiske tilnærmingsmåter gjelder *problemløsing*, ikke *undervisning i problemløsing*, og at systematisk undervisning i heuristiske strategier ikke vil gjøre elevene til bedre problemløsere, i motsetning til Lester (1996) som har uttrykt at de fleste elever vil tjene på systematisk undervisning i problemløsing.

I likhet med Sowder (1995) finner Greer (1994) at valget av regneoperasjon for å løse elementære tekstoppgaver ofte blir påvirket og styrt av tallene som er brukt i den aktuelle oppgaven. Kaur & Blane (1994) observerte at "finn tallene og utfør regneoperasjon" og "gjett og sjekk" strategier ble brukt av et betydelig antall elever på tvers av alle trinn.. Sowder (1995) anbefaler derfor et større bruk av tostegsoppgaver hvor det er vanskeligere å velge riktig regneoperasjon ved tilfeldighet. I likhet med Sowder (1995) finner flere at regneoperasjon ofte blir valgt ut fra nøkkelord som «hver», «til sammen» eller «mer enn» som opptrer i tekstoppgaver (Nortvedt, 2013; Nortvedt, 2012; Nortvedt (2011 b). Nortvedt (2012), Nortvedt (2013) og Hegarty et al. (1995) påpeker at i ettstegsoppgavene gir nøkkelord ofte informasjon om hvilken regneoperasjon som skal brukes til å løse oppgave. For eksempel forteller nøkkelordet "til sammen" om at eleven skal addere eller multiplisere, mens nøkkelordet "hver" antyder at eleven skal dividere. De blir brukt som operasjonsord. I flerstegsoppgaver, derimot, forteller nøkkelordene snarere om relasjoner mellom mengder og objekter eller personer (Nortvedt, 2012; Nortvedt, 2013; Hegarty et al., 1995; Hegarty et al., 1992). Hvis de blir lest og tolket som operasjonsord, vil dette føre til feil i elevens mentale matematiske modell og dermed blir resultatet av oppgaveløsingen også feil (Nortvedt, 2012; Nortvedt, 2013). Nortvedt (2013) påpeker at "å se etter nøkkelord" strategi kan i noen tilfeller benyttes også på flerstegsoppgaver hvis eleven kjenner igjen den matematiske struktur nøkkelordet opptrer i, og har erfaring med slike oppgaveformater fra før. Det krever at eleven reflekterer over om nøkkelordet refererer til matematisk operasjon som skal brukes eller om det refererer til relasjoner mellom mengder og personer.

2.11 Tilpasset opplæring knyttet til arbeidet med tekstoppgaver

Når jeg her omtaler tilpasset opplæring i arbeid med tekstoppgaver, tar jeg utgangspunkt i den forståelsen at tilpasset opplæring skal skje innenfor fellesskapet, i klasser eller grupper (St.meld. nr. 31).

St.meld. nr.31 slår fast at tilpasset opplæring er et gjennomgående prinsipp i hele grunnopplæringen. Dette innebærer at skolen skal legge til rette for at alle elever uansett evner og forutsetninger får utnyttet sitt potensial for læring. Kravet om at all opplæring skal være tilpasset evner og forutsetninger hos den enkelte elev er nedfelt i opplæringsloven § 1-3. I Kunnskapsløftets prinsipper (LK06) for opplæringen heter det:

> *Tilpasset opplæring innenfor fellesskapet er grunnleggende elementer i fellesskolen. Opplæringen skal legges til rette slik at elevene skal kunne bidra til fellesskapet og også kunne oppleve gleden ved å mestre og nå sine mål. Alle elever skal i arbeidet med fagene få møte utfordringer de kan strekke seg mot, og som de kan mestre på egen hånd eller sammen med andre. Det gjelder også elever med særlige vansker eller særlige evner og talenter på ulike områder. Når elever arbeider sammen med voksne og med hverandre, kan mangfoldet av evner og talenter bidra til å styrke både fellesskapets og den enkeltes læring og utvikling.*

St.meld. nr. 31 presiserer at " tilpasset opplæring kjennetegnes ved variasjon i bruk av arbeidsoppgaver, lærestoff, arbeidsmåter, læremidler og variasjon i organisering av og intensitet i opplæringen" (s. 73-74). Kunnskapsløftet trekker fram liknende viktige krav til undervisningen og skolemiljø. I den generelle delen av læreplanen står det blant annet: "Undervisningen må tilpasses ikke bare fag og stoff, men også alderstrinn og utviklingsnivå, den enkelte elev og den sammensatte klasse. Det pedagogiske opplegget må være bredt nok til at læreren med smidighet og godhet kan møte elevenes ulikheter i evner og utviklingsrytme". Her er det poengtert at alle elever skal gis utfordringer slik at de kan få tilfredsstillende utbytte av undervisningen.

Beskrivelsene ovenfor tilsier at tilpasset opplæring i matematikk kjennetegnes ved variasjon, noe som forutsetter at læreren tilrettelegger undervisningen til elevgruppen differensiert med utgangspunkt i den enkelte elevs læreforutsetninger, evner og opplæringsbehov og møter mangfoldet som hele elevgruppen representerer (Buli-Holmberg, 2008).

Som tidligere påpekt i oppgaven er det et stort fokus på oppgaveregning i matematikklasserom. Derfor blir det viktig at eleven får arbeide med oppgaver som passer til eget ståsted. Her må læreren ha evne til å fungere i relasjon til ulike elever. Samtidig må læreren beherske et bredt repertoar av problemløsingsstrategier og ha tilgang til varierende og formålstjenlige matematikkoppgaver (Björkqvist, 2003).

Tilpasset undervisning innebærer ikke at alle skal arbeide med forskjellige oppgaver, men at de skal kunne jobbe i sitt eget tempo og arbeide med oppgaver som passer til deres faglige ståsted. Det finnes mange typer oppgaver som er tilpasset eller kan tilpasses ulike elevgrupper. Åpne og rike oppgaver er spesielt velegnet til dette (Björkqvist, 2003; Hana, 2013). Ifølge Taflin (2007) er rike oppgaver på samme tid lett å forstå og å komme i gang med og meningsfulle ved at de støtter utviklingen av viktige matematiske ideer og løsingsstrategier. De skal kunne løses på flere ulike måter, med ulike strategier og representasjoner og kunne initiere en matematisk diskusjon som viser ulike strategier, representasjoner og matematiske ideer. Hana (2013) påpeker viktigheten av å presentere og diskutere løsingsmetoder og løsninger med hverandre. Både den som blir forklart og den som forklarer får læringsutbytte av det.

Hana (2013) peker på den uheldige praksis at elever som blir oppfattet som faglig "svake" oftest får flere rutineoppgaver og mindre av høyere ordens oppgaver å jobbe med, mens de elevene som blir oppfattet som faglig "sterke" får jobbe med flere kognitivt komplekse oppgaver. Det står i motsetningen til flere funn som har vist at elever som oppfattes som "svake" klarer å løse mer utforskende oppgaver dersom de får mulighet til det (Hana, 2013). Dette støttes av Lester (1996) som har påpekt at "de fleste elever tjener på systematisk undervisning i problemløsing".

Det er gjort mange studier som fokuserer på hvordan elevene kan trene opp de evner og ferdigheter som kreves for å løse tekstoppgaver i matematikk, og ulike undervisningsmetoder og tilnærminger er blitt foreslått. Mayer (1985, s. 125-126) har identifisert fire typer tiltak for forbedret undervisning i arbeid med tekstoppgaver. De tiltakene går ut på å videreutvikle elevenes lesestrategier og løsingsstrategier.

Det første tiltaket er *overføringstrening*, og den handler om å trene eleven i å forstå problemet og bygge en nøyaktig mental representasjon av problemet. Forskningen viser at manglende språklig forståelse av oppgaveteksten er ofte årsak til at problemet ikke blir løst (Mayer 1985). Ostad (2010) finner at oppgavens språklige struktur påvirker elevenes oppgaveløsing. Nortvedt (2013) finner at det er en klar sammenheng mellom leseforståelse og løsing av tekstoppgaver. Mayer (1985) foreslår å la elevene tegne bilder for å representere opplysninger i oppgaveformuleringen, å be dem omformulere oppgaven med egne ord, og overføre oppgaven til en annen kontekst ved å bruke andre ord. Nortvedt (2013) påpeker at det kan være hensiktsmessig å arbeide med hvordan nøkkelord brukes eller ikke brukes som operasjonsord i oppgaveteksten. Et annet eksempel på tiltak som fremmer problemløsingsevne kan være at eleven får mulighet til å øve på å overføre problemtekster til matematiske symboler, som for eksempel likninger, som representerer numeriske sammenhenger i oppgaven. Chinn (2013) foreslår å la elevene øve på oversettelse den andre veien, fra symboler til ord, slik at de får lære hvordan tekstoppgaver kan settes sammen.

Det andre tiltaket er *skjematrening*, og den er ment å gi eleven trening i å identifisere problemets matematiske struktur. Relevant forskning har vist at manglende kunnskap om problemtyper er den viktigste årsaken til vansker med problemløsing (Mayer, 1985). Metoden innebærer å blande ulike problemtyper i øvingene, be elevene identifisere ulike problemtyper, la dem velge ut relevant og irrelevant informasjon og be dem tegne eller formulere problemer.

Nortvedt (2013) påpeker at elevene vil ha stor fordel av å bygge seg opp et repertoar av oppgaveformater som de kan kjenne igjen.
Det tredje tiltaket er *strategitrening,* og den refererer til direkte instruksjon i hvordan et problem kan løses. Tiltaket omfatter å la elevene beskrive løsingsstrategiene sine og la dem sammenligne sine framgangsmøter og løsninger med løsninger som er stilt til disposisjon av "eksperter", de som har utarbeidet oppgaver. Tiltaket innebærer også direkte undervisning i heuristiske strategier for spesifikke problemer. Forskningen har funnet at elevene som blir undervist i og får øvd på problemløsingsteknikker får forbedret sin problemløsingsevne betydelig (Mayer, 1985; Sweller & Cooper, 1985).

Det fjerde tiltaket er *automatisering av algoritmer,* og den handler om å gi øving i grunnleggende algoritmer før man går videre til mer komplekse regnealgoritmer og regler. Evaluering av prestasjonene ved algoritmeregning slik at feil i delprosessene kan korrigeres og prestasjonen forbedres hører også med her. Mayer (1985) peker på at forskningen har funnet at feil i problemløsingen ofte skyldes elevenes manglende ferdigheter i algoritmeregning. Videre har forskningen vist at utvikling av avanserte problemløsingsstrategier krever at enklere algoritmer har blitt automatisert.

Holm (2012) framhever at de fleste elever bør bli instruert i strategier for å løse oppgaver. Elever med matematikkvansker trenger direkte instruksjon for å lære strategiene som kan benyttes som modeller for andre tilsvarende oppgaver. Ostad (2010) påpeker at elevens strategiopplæring foregår i verbal samhandling med en lærer, en "ekspert". Slik samhandling bidrar til at det skjer en gradvis overføring av problemløsingskompetanse fra læreren til eleven. Eleven tar i bruk en mer hensiktsmessig løsingsstrategi. En slik prosess der læreren synliggjør for eleven hvordan eleven kan gå fram for å løse den aktuelle oppgaven blir gjerne kalt kognitiv modellering ("stillasbygging"). Ostad (2010) understreker at en effektiv strategiopplæring innebærer modellering som en av de aller viktigste komponentene.

Udir (2014) eksemplifiserer hvordan læreren kan legge til rette for arbeid med tekstoppgaver i klassen. Læreren modellerer for klassen bruken av ulike lesestrategier ved at han leser langsomt og nøye for at en skal få med seg all informasjon, som er nødvendig for å danne seg en forståelse av situasjonen. Læreren tenker høyt om hvordan elementene i teksten henger sammen og trekker ut viktig informasjonen i teksten. Neste steg er å tegne en modell

på tavla som representerer situasjonen i oppgaven. Deretter løser læreren oppgaven på tavla og elevene er delaktige i løsingsprosessen. Avslutningsvis organiserer læreren elevene i par slik at de kan jobbe videre sammen om problemløsingsoppgaver ved hjelp av visualisering. Holm (2012) påpeker at det er viktig at elevene får bruke språket aktivt i arbeid med problemløsingsoppgaver, både i kommunikasjon med lærer, og med de andre elevene i klasserommet. Det vil ha en positiv virkning på både oppgaveløsingsprosess og resultatet.. Ved å omformulere tekstoppgavene og regneprosedyrene med egne ord, vil elevene kunne oppdage eventuelle misforståelser og ubegripelige uttrykk. Holm påpeker videre at et slikt fokus på språk og kommunikasjon i matematikkopplæringen er spesielt viktig for minoritetsspråklige elever som slik utvikler både matematikkompetanse og norsk språk
I læreplanen i matematikk står det at elevene "skal være med i samtale, kommunisere ideer og drøfte matematiske problemer, løsinger og strategier" (KD, 2013a).

En liknende metode for strategiopplæring finner vi hos Reid & Lienemann (2006).
Metoden kjennetegnes av den såkalte "tenke-høyt-teknikken". Metoden innebærer at læreren først viser alle stegene i strategien og samtidig beskriver og begrunner hva som utføres, fram til oppgaven er riktig løst. På denne måten får eleven sett og hørt hvordan "eksperten" tenker. Deretter hjelper læreren den enkelte eleven et stykke på vei der han tar da selv ansvar for deler av løsingsstrategien, mens eleven selv utfører det som han eller hun mestrer. Til slutt overlater læreren gradvis ansvaret til eleven, i takt med elevens økende kompetanse (Ostad 2010, s. 148).

Singapore har på ny kommet inn blant de første i matematikk i 2012 PISA.
Singaporemodellen eller den såkalte "tegn modell-metoden" har bidratt vesentlig til denne suksessen. "Tegn modell-metoden" er en visuell tilnærming til problemløsing som har vist seg å være et nyttig verktøy som hjelper elevene til lettere å holde oversikt over informasjonen som er gitt i oppgaveteksten, og bli bedre i stand til å identifisere mønster og sammenhenger mellom elementene i oppgaven, og samtidig blir de i stand til å forstå hvilke strategier de skal bruke for å løse oppgaven (Røsseland, 2008). Ifølge Røsseland (2008) kan en slik fremgangsmåte hjelpe elevene til å kontrollere egne tankeprosesser, særlig når oppgavene er utfordrende aritmetiske tekstoppgaver, såkalte *multistep* problemer (vedlegg nr. 3; eksempel på tegn modell-metode). Med multistep problemer menes flerstegsoppgaver som løses i flere steg ved hjelp av en kombinasjon av de fire regneartene (Reed, 1999). Tegn modell-metoden

tar utgangspunkt i en heuristisk innfallsvinkel til problemløsing og går ut på å tegne en modell som representerer nøkkelinformasjon i oppgaven (Ng & Lee, 2009). I Singapore lærer elevene en slik metode allerede tidlig på barnetrinnet. Fong (1994) sier at metoden har blitt populær i Singapore fordi den egner seg til å løse tekstoppgaver som tradisjonelt blir jobbet med bare på høyere trinn.

3 METODE

I dette kapitlet vil det bli redegjort for studiens vitenskapsteoretiske ståsted og den metodiske tilnærmingen som er brukt for å finne svar på oppgavens forskningsspørsmål. Det blir talt valg av forskningsdesign og hvordan innhentningen av data er gjennomført. Det blir beskrevet observasjons- og intervjuform som er benyttet i undersøkelsen. Deretter blir det redegjort for transkriberingsprosessen som en del av dataanalyseprosessen. Avslutningsvis i kapitlet blir studiens reliabilitet, validitet og etiske aspekter drøftet.

3.1 Vitenskapsteoretisk tilnærming

Mitt vitenskapsteoretiske ståsted i forhold til denne studien baserer seg på det konstruktivistiske paradigme, et perspektiv på læring som er framtredende innenfor den postmodernistiske retningen. Postmodernismen fokuserer på språket og den betydning det har for vår forståelse av virkeligheten. Det legges spesiell vekt på hvordan mennesker uttrykker seg. Utvikling av samtaler mellom forsker og forskningsdeltaker gjøres til gjenstand for analyse og fortolking (Thagaard, 2013).

Et konstruktivistisk perspektiv på kvalitative metoder framhever at forskningskunnskap er et resultat av relasjonen mellom forsker og forskningsdeltaker i sin naturlige kontekst, for eksempel gjennom intervjuprosessen jeg bruker i denne studien (Postholm, 2010; Thagaard 2013). Både forsker og forskningsdeltakere har innflytelse på den prosessen som gir grunnlag for kunnskapsutvikling, som er en epistemologisk tilnærming til utvikling av kunnskap og forståelse (Postholm, 2010; Thagaard 2013). Det betyr at det nære samarbeidsforholdet mellom meg og intervjupersonen, rammene rundt prosessene som det forskes på i sin naturlige kontekst, mitt utvalg av spørsmål og måten de er formulert og stilt på, og min tolking underveis i intervjuet vil påvirke svarene som blir gitt.

I tråd med mitt vitenskapsteoretiske ståsted tar jeg utgangspunkt i en fenomenologisk-hermeneutisk tilnærming i analyseprosessen av de innsamlede data, slik de er beskrevet hos Grønmo (2004) og Thagaard (2013). Både fenomenologisk og hermeneutisk tilnærming legger vekt på forskningsdeltakernes egen forståelse og fortolking av sine utsagn og handlinger. Meningen med handlingene og utsagnene må fortolkes i lys av forskningsdeltakernes intensjoner med handlingene.

Fenomenologiske forskningsanalyser legger stor vekt på å komme fram til en dypere forståelse av hvilken mening forskningsdeltakerne selv legger i sine handlinger (Grønmo, 2004). Dette gjør jeg ved å få innsikt i deltakernes erfaringer, opplevelser og oppfatninger. I tillegg legges det vekt på forskningsdeltakernes egen opplevelse og forståelse av konteksten. Postholm (2010) framhever at objektet som oppleves kan være både et fysisk og et mentalt objekt. I denne undersøkelsen vil det dreie seg om å få innsikt i elevens mentale opplevelser og fortolkninger knyttet til tekstoppgaveløsing. Jeg vil tilnærme meg materialet på en fortolkende måte og søker å finne en forståelse av den dypere meningen i intervjupersonens handlinger og utsagn, som er i tråd med Thagaard (2013).

I et hermeneutisk perspektiv legger forskeren større vekt på sin forståelse og fortolkning av et forskerdeltakers utsagn gjennom å fokusere på et dypere meningsinnhold enn det som umiddelbart er innlysende (Dalen, 2011). I oppgaven utgjør elevens utsagn som er nedskrevet som tekster, det materialet som skal fortolkes og forstås (ibid.). Meningen i intervjuuttalelser kan bare forstås i lys av den sammenheng den er en del av (Grønmo, 2004). Den enkelte uttalelsen forstås som en del av en mer omfattende helhet, men også helheten søkes tilpasset den enkelte delen. Denne vekselvirkningen mellom helhet og deler skaper en sirkelbevegelse mellom det som blir fortolket og konteksten og mellom det som blir fortolket og min forståelse (Nilssen, 2012). Denne fortolkningsprosessen omtales gjerne som den hermeneutiske sirkel. Fortolkningen i undersøkelsen blir basert på den transkriberte teksten og foregår på flere nivåer. Det blir lagt vekt på deltakernes direkte uttalelser og fortolkninger av det de gjør når de løser tekstoppgaven. I denne dialogen vil min egen for-forståelse, som for eksempel egne erfaringer og betraktningsmåter, samt resultater fra tidligere forskning påvirke fortolkningen (Grønmo, 2004). Denne fortolkningen av intervjudeltakernes fortolkning kalles gjerne dobbel hermeneutikk (ibid.).

3.2 Kvalitativ metode

Målet med forskningen i masteroppgaven har vært å undersøke hvilke lesestrategier og løsingsstrategier elevene på 5. trinn bruker når de løser tekstoppgaver i matematikk. For å kunne undersøke dette og for å kunne besvare studiens forskningsspørsmål er kvalitativ forskningsmetode best egnet for studiet.

Moen & Karlsdóttir (2011) trekker fram fire kjennetegn ved kvalitativ forskningsmetode, som jeg synes gjennomsyrer metoden som er benyttet i denne studien. Det første kjennetegnet er at kvalitativ metode tar for seg en lite, relativt ensartet og geografisk begrenset felt og går i dybden på det. Studien dreier seg om hvordan 5 elever som går i 5. klasse leser og løser tekstoppgaver i matematikk. Gjennom deltakende observasjon og intervju er det satt fokus på å avdekke hvordan de har tenkt og handlet under oppgaveløsingen, med vekt på språkmessige og matematikkmessige utfordringer.

Et annet kjennetegn ved kvalitativ forskningsmetode er forskerens nærhet til forskningsobjektet. Dette innebærer å studere menneskelige prosesser i sin naturlige setting (Postholm, 2010). Det er viktig å legge til rette for en god samtale ved blant annet å stille gode spørsmål og skape gode kontekster for intervjugjennomføringen (Sollid, 2013). I studien er det samlet inn kvalitativ datamateriale i form av *tekst* og *verbale utsagn* (mykdata) (Halvorsen, 2008) i et ansikt til ansikt intervju, som vil gi meg mulighet til å utvikle nokså grundige beskrivelser av elevens lese- og løsingsstrategier. En grundig beskrivelse av elevens tanker og handlinger basert på oppgaveløsing, observasjon under oppgaveløsingen og oppgavebasert intervju vil løfte fram og synliggjøre hans eller hennes perspektiv og forestillinger (Moen & Karlsdóttir, 2011). Guðmundsdóttir (2011) påpeker at perspektivene og forestillingene er oftest ubevisst, og hevder at det kun er forskernes systematiske datainnsamling og datatolkning som kan belyse det ubevisste, og dermed gjøre dem bevisst for informanten selv og tilgjengelig for andre. I denne undersøkelsen vil det dreie seg om å få innsikt i elevens forestillinger om og forståelse av løsing av tekstoppgavene.

Det tredje kjennetegnet ved kvalitativ forskningsmetode er at det først og fremst er informantenes stemmer som skal fram. Det er intervjupersoner som beskriver sine synspunkter (Guðmundsdóttir, 2011). Moen (2011) påpeker at forskeren ikke skal bare gjengi og beskrive det det informanten sier og gjør overflatisk sett, han skal også komme bak overflaten og få tak i synspunkter, refleksjoner, begrunnelser og holdninger som ligger til grunn for det vedkommende sier og gjør. Målet er å finne den dypere meningen som ligger i forskningsdeltakernes uttalelser (Moen & Karlsdóttir, 2011).

Det fjerde kjennetegnet ved kvalitativ forskning er tilnærmingens fortolkende karakter, som innebærer at forskeren er i en kontinuerlig fortolkningsmodus. Målsettingen er å oppnå en størst mulig helhetsforståelse av alle aspekter av de sosiale fenomener som studeres (Halvorsen, 2008). Målet med undersøkelsen har vært å få en dypere innsikt i elevens handlinger, samt få tak i refleksjonene og begrunnelsene som ligger til grunn for deres oppgaveløsingsstrategier. Thagaard (2013) framhever at fortolkning av slik innsamlede data spiller en sentral rolle i kvalitativ forskning. Hun legger til at de viktigste metodologiske utfordringer er knyttet nettopp til hvordan forskeren analyserer og fortolker de fenomenene som undersøkes (ibid.).

3.3 Forskningsdesign

Med utgangspunkt i problemstillingen og datatyper som blir samlet inn er det laget en plan for hvordan undersøkelsen kan legges opp for å innhente informasjon fra virkeligheten. Dette kalles gjerne et forskningsdesign (Thagaard, 2013). Forskningsdesignet omfatter undersøkelsens hva, hvem, hvor og hvordan: beskrivelser av hva undersøkelsen skal fokusere på, hvem som er aktuelle forskningsobjekter, hvor undersøkelsen skal gjennomføres og hvordan den skal gjennomføres.

I dette arbeidet har jeg valgt å bruke et kvalitativt forskningsdesign, i den form som Grønmo (2004) betegner som fleksibelt forskningsdesign. Dette forskningsdesignet kjennetegnes av fleksibilitet, ved at for eksempel forskningsspørsmål eller kategorier kan bli endret eller utviklet i løpet av datainnsamlingen hvis det viser seg at opplegget ikke fanger inn alle relevante data. Grønmo sier videre at kvalitative tilnærminger basert på fleksible design og en nær kontakt med kildene gir særlig gode muligheter for relevante tolkninger. Men oppleggets store grad av fleksibilitet kan bli problematisk (Grønmo 2004). Dersom opplegget blir mye endret underveis, kan man risikere å miste perspektivet som var utgangspunkt for undersøkelsen, og systematikken som lå til grunn for det metodiske opplegget.

I studiet er det benyttet kvalitativ metode i form av deltakende observasjon kombinert med oppgavebasert intervju. Gjennom observasjon og intervju får jeg mulighet til å studere elevens oppgaveløsing i sin situerte praksis, dvs. der en slik læringsaktivitet naturlig finner sted (Krumsvik, 2013). Krumsvik framhever at det å studere det situerte også kan gjøres ved å bruke teknologi. Det er gjort lydopptak av intervjuene, slik at intervjusituasjonen kunne gjenkalles ved transkripsjon og dataanalyse.

3.3.1 Kvalitativt forskningsintervju

Siden det er foretatt kvalitativt forskningsintervju i undersøkelsen, vil det i det følgende gitt en redegjørelse for hva som kjennetegner denne type intervju. Sollid (2013) beskriver forskningsintervju som en mer eller mindre strukturert samtale der formålet er å få belyst de problemstillingene og forskningsspørsmålene intervjueren har bestemt seg for å utforske. Hun presiserer at forskningsintervju er en interaksjonsprosess mellom den som intervjuer (intervjuer) og den som blir intervjuet (intervjuperson), og som består av flere faser; planlegging, gjennomføring og etterarbeid. Planleggingen er forarbeidet, mens etterarbeidet går ut på å transkribere intervjuet, analysere, verifisere og rapportere. Rapportering innebærer i denne sammenheng å skrive om funnene i masteroppgaven.

Faglitteraturen skiller mellom flere typer intervjuer med hensyn til hvordan de blir utformet, og det brukes ulike betegnelser. Fontana & Frey (1994) kategoriserer intervjuer i strukturerte, semistrukturerte og ustrukturerte. Det strukturerte intervjuet refererer til en intervjusituasjon der tema og spørsmålene som stilles til intervjupersonene er utformet i forkant av intervjuet. Det kvalitative aspektet ved denne intervjuformen er at intervjupersonen gis frihet til å utforme sine svar, der svarene som intervjupersonen presenterer viser hvordan vedkommende forstår sin situasjon (Thagaard, 2013).

Det semistrukturerte intervjuet karakteriseres ved en delvis strukturert tilnærming, og er den mest brukte framgangsmåten i kvalitative intervjuer (Thagaard, 2013). De temaene forskeren skal spørre om, er i hovedsak fastlagt på forhånd, og forslag til spørsmål er utformet, men rekkefølgen av temaene og spørsmålene bestemmes underveis. Denne intervjuformen kjennetegnes av en stor grad av fleksibilitet der forskeren følger intervjupersonens fortelling, men samtidig sørger for at de temaer som skal belyses, blir diskutert i løpet av intervjusamtalen (Thagaard, 2013). Videre sier Thagaard at svarene kan bli fulgt med oppfølgingsspørsmål og såkalte prober. Hensikten med oppfølgingsspørsmål er at intervjupersonen får anledning til å gi mer nyanserte svar og komme med utdypende kommentarer. Prober er en type oppfølgingsspørsmål i form av oppmuntrende utsagn som forskeren bruker for å signalisere interesse for det den intervjuede forteller, og at det samtidig er ønskelig med lange og detaljerte svar. Prober kan ha form av spørsmål eller kommentar som («ja…», «hm…») eller et nikk fra intervjueren.

Det ustrukturerte intervjuet kan betraktes som en uformell samtale mellom forsker og intervjuperson hvor hovedtemaene er bestemt på forhånd (Thagaard, 2013). Forskeren følger opp det intervjupersonen forteller i løpet av intervjuet og tilpasser spørsmålene til de temaene vedkommende bringer opp.

Intervjuformen som er benyttet i denne studien er delvis forhåndsstrukturert ved at jeg i forkant har formulert formålet med undersøkelsen og bestemt hvilke oppgaver elevene skal løse, samt ved at de skal tenke høyt under oppgaveløsingen (Goldin, 2000). Intervjuspørsmålene knyttet til oppgaveløsing har jeg ikke utarbeidet på forhånd, men spørsmålene ble mye styrt av tekstoppgavens struktur som ga ramme for oppgaveløsingsprosess, samt intervjuets forløp.

3.3.2 Kvalitativt forskningsintervju i matematikk

Forskningsintervjuer som gjennomføres for å finne svar på problemstillinger i skolematematikken kan skille seg fra forskningsintervjuene som søker å besvare problemstillinger som angår mer generell pedagogikk (Evens & Houssart, 2007). Ifølge Evens & Houssart kan vi skille mellom to typer forskningsintervjuer i matematikkdidaktikk.

Den første typen intervju, «affect-related», søker å belyse hvilke holdninger, tilnærminger og oppfatninger intervjuobjektet har i forhold til matematikken. Evens & Houssart (2007) trekker fram at slike intervjuer vanligvis er diskusjonsbasert (discussion-based). Den andre typen intervju er oppgavebasert intervju, «task-based», der fokus er på elevens arbeid med oppgaver. Innblanding fra intervjueren i slike intervjuer kan variere. Intervjuet kan bli lagt opp slik at eleven beskriver sin oppgaveløsing, uten innblanding eller med minimal innblanding fra intervjueren («talking aloud»). Intervensjon fra intervjueren kan være større ved at han stiller spørsmål til eleven i tillegg til at eleven tenker høyt mens han løser oppgaven («think aloud»). *Think aloud* metode gir et innblikk i problemløserens kognitive prosesser og er godt egnet for oppgaver som krever for problemer som krever mer enn en automatisk respons og derfor nødvendig litt tenking (Van Someren, Barnard & Sandberg, 1994).

3.3.3 Oppgavebasert intervju

Goldin (2000) beskriver et oppgavebasert intervju som en spesiell form for intervju hvor intervjuperson (oppgaveløser) og intervjueren er i et samspill eller interaksjon med en eller flere oppgaver. Intervjuet blir lagt opp på en slik måte at informanten samtidig både forholder seg til de spørsmålene intervjueren stiller og settingen oppgaveløsingen foregår i. Hvert enkelt oppgavebasert intervju er unik med tanke på interaksjon mellom informanten, intervjueren og oppgaven.

Det oppgavebaserte intervju gjør det mulig for forskeren å fokusere oppmerksomheten mer på informantens oppgaveløsingsprosess, i stedet for bare på mønstre av riktige og gale svar (ibid.). Snarere prøver intervjueren å observere, registrere og fortolke informantens mønstre i tenkemåter og tankegangen, herunder talte ord, skriftlig tekst, tegninger, handlinger osv. Hva som skal observeres, avhenger av forskningsdesign.

Denne datainnsamlingsmetoden blir den mest relevante for meg, da denne type intervju gir meg et kraftig verktøy til å få innsikt i elevens forståelse av viktige matematiske ideer og deres bruk av strategier til å løse problemer (Clarke, Roche & Mitchell, 2011). Eleven skal i en-til-en intervju løse oppgavene skriftlig på et ark og samtidig verbalisere sine tanker (si høyt hvordan han tenker mens oppgaveløsing pågår) mens han blir observert. Verbaliseringen foregår under og, i de fleste intervjuene jeg gjennomførte fortsatte den også en stund etter oppgaveløsingsprosessen er sluttet. Det er i tråd med Koichu & Harel (2007) som understreker at intervjuet kan være lagt opp på en slik måte at deltaker kan få verbalisere sine tankeprosesser under eller etter oppgaveløsingen. Hensikten med verbaliseringen under og umiddelbart etter oppgaveløsingen er å kunne fange opp tankeprosesser som inngår i samspillet mellom eleven og oppgaven. Det som blir sagt, blir tatt opp på lydbånd.

En slik datainnsamlingsmetode som oppgavebasert intervju har sine begrensninger (Goldin, 1997). Når oppgavebaserte intervjuer gjennomføres, spiller både den sosiale og psykologiske konteksten inn. Intervjueren kan være en person som er fremmed for eleven som blir intervjuet, noe som kan influere på interaksjonen mellom intervjueren og eleven. Intervjuet foregår i skolen og dermed kan eleven oppfatte oppgaven som en slags test som teller i den samlede vurdering i faget. Det kan hende at intervjuet finner sted når eleven er uoppmerksom, sulten, trøtt, distrahert eller glad. Eleven kan ha ønsket å gjennomføre intervjuet så fort som mulig for å gå tilbake til venner i klassen eller, på en annen side, kan se fram til intervjuet som et spennende og godt avbrekk fra undervisningsrutinene i klassen. Det å bruke lydopptak kan også påvirke informanten. Den matematiske konteksten, dvs. hvordan oppgavene er utformet kan også influere på oppgaveløsning.

3.3.4 Deltakende observasjon

Kvalitative observasjoner vil være en nærliggende metode når handlinger skal studeres i sin naturlige situasjon (Halvorsen, 2008). Gjennom å observere hva forskningsdeltaker gjør danner forskeren seg en mening hva han eller hun har sett. Denne meningen kan være forskjellig fra hva forskningsdeltaker sier at han gjør, og dermed kan også være forskjellig fra den meningen forskningsobjektet tillegger handlingen. Derfor kan det være nyttig å kombinere observasjon med intervju.

I undersøkelsen ble det brukt en form for deltakende observasjon der jeg kunne observere elevens oppgaveløsingsprosess på oppgavearket, men selve handlingen var ikke tilstrekkelig for å kunne dannet meg en mening om hvordan eleven forstod oppgaven og hvilke løsingsstrategier vedkommende brukte. For å kunne danne meg en mening om det observerte og vite mer om det ikke observerte, og å få synliggjort elevens tankegang, valgte jeg å gjennomføre et intervju som baserte seg på det jeg observerte om hvordan de løste oppgaven. Intervjuspørsmål ble utviklet på bakgrunn av det jeg observerte om hvordan de gikk fram til å løse oppgaven og ut fra det de uttalte under selve intervjuet, i tråd med det fleksible forskningsdesignet. Elevens uttalelser som kom fram i løpet av intervjuet, var også med på å gi retning for hva det måtte fokuseres på under observasjonen. Dermed ble skapt en interaksjon mellom observasjonen på den ene siden og intervjuet på den andre siden (Postholm, 2010).

Flere forskere har påpekt at det er en vag grense mellom observasjon og ustrukturert intervju, de går hånd i hånd (Fontana & Frey, 2000; Guðmundsdóttir, 2011). Goldin (2000) beskriver observasjon som en naturlig del av oppgavebaserte intervju.

Observasjonen startet når eleven fikk utdelt oppgaven og varte til intervjuets slutt. Det ble ikke tatt notater under observasjonene, men heller fokusert på elevens handlinger under oppgaveløsingen og på elevens refleksjoner rundt framgangsmåten i løpet av løsningsforløpet. Med utgangspunkt i dette ble intervjuspørsmålene utformet og videreutviklet.

3.3.5 Metodetriangulering

Å kombinere forskjellige data og metoder for å belyse samme problemstilling omtales gjerne som metodetriangulering (Grønmo, 2004; Halvorsen, 2008). Grønmo (2004) påpeker at kombinasjonen av metoder gir et bedre grunnlag for belysning av problemstillingen enn de enkelte metoden kan gjøre hver for seg. Halvorsen (2008) og Grønmo (2004) diskuterer flere strategier for å kombinere kvalitative og kvantitative data. En strategi innebærer å bruke kvalitative undersøkelser som oppfølgning av kvantitative, der den kvantitative undersøkelsen utgjør forberedelse til den kvalitative undersøkelsen. Kvalitative og kvantitative tilnærminger kan brukes parallelt under både datainnsamling og dataanalyse.

I denne undersøkelsen er det brukt en testundersøkelse som utgangspunkt for å gjøre studiens utvalg. Kvalitativ undersøkelse i form av observasjon og oppgavebaserte intervju ble benyttet som oppfølgning av kvantitative. Hoveddelen av undersøkelsen gikk ut på å observere elevens løsing av tekstoppgaver og samtidig la dem tenke høyt og fortelle hvordan de tenkte når de løste oppgavene. De kvantitative data som ble innsamlet på oppgaveark i form av numeriske data ga grunnlag for å stille spørsmål. Slik ble både kvantitative og kvalitative data samlet inn parallelt, og elevens oppgaveløsingen fordypet og konkretisert ved hjelp av de kvalitative data (Grønmo, 2004). Undersøkelsen ble basert på resultater av oppgaveløsingen, observasjonen og intervjuet. Metodetrianguleringen kan ha bidratt til å styrke tilliten til både metodene og resultatene i undersøkelsen (ibid.).

3.4 Studiens utvalg

Utvalget av forskningsdeltakere består av fem elever fra 5. trinn fra en grunnskole i Nordland. Det er to gutter og tre jenter. Undersøkelsen ble gjennomført i løpet av mai og juni måned 2013. De var til sammen 4 oppgaver som ble gitt forskningsdeltakere.

Med utgangspunkt i temaet og problemstillingen har jeg valgt å konsentrere meg om elevene på mellomtrinnet, og valget falt på en 5. klasse. Det er ikke noen sterke argumenter som ligger bak denne avgjørelsen. Lesing som grunnleggende ferdighet i matematikk og å lese for å løse problemer er aktuelle kompetansemål for alle trinn. Litteraturgjennomgang (Hurst, 2008; Goldin, 1997, 2000; Houssart & Evens, 2011; Evens & Houssart, 2007; Nortvedt, 2010; 2011a) viser at det er gjennomført mange studier med oppgavebasert intervju som forskningsmetode på ulike trinn, så jeg vil hevde at uansett hvilket trinn jeg hadde valgt, kunne jeg ha fått gjennomført et oppgavebasert intervju, naturlig nok med riktig valg av oppgaver.

Jeg tok kontakt med klassens kontaktlærer for å høre om jeg kunne få gjennomføre undersøkelsen blant noen av hennes elever, og hun sa seg villig til at jeg kunne komme. Jeg møtte opp i klassen og fortalte elevene om undersøkelsen om opplegget rundt den. Samtidig fikk de informasjonsbrev og samtykkeerklæring med seg hjem. Det var ni elever som sa ja til å være med på undersøkelsen, og som et par dager senere gjennomførte en fortest, ALP-testen (Malmer & Solem, 2005).

Resultatene på fortesten dannet grunnlaget for å gjøre et utvalg av elevene som jeg ville skulle delta i hoveddelen av studiet, der det ble benyttet observasjon og oppgavebasert intervju som datainnsamlingsmetode. Utvalget av de fem forskningsdeltakerne ble gjort etter egen vurdering basert på resultatene fra testen. Jeg ville ha en faglig sammensatt gruppe av de elevene som kunne bidra med i forhold til studiens problemstilling (Thagaard, 2013). Dermed er i denne studien gjort et strategisk utvalg (ibid.).

Skolen og elevene som deltar i undersøkelsen er anonymisert i oppgaven. De fem elevene får fiktive navn Hans, Teo, Rea, Malin og Nina. Alle de fem elevene har norsk som førstespråk.

3.5 Valg av oppgaver

I undersøkelsen er det benyttet to oppgavesett: Screening ALP-test som ble brukt som pre-test og tekstoppgaver som elevene løste under observasjonen og intervjuet.

Oppgavesettet[6] som ble gitt forskningsdeltakere i hoveddelen av undersøkelsen bestod av fire oppgaver. Oppgavene har forskjellig vanskegrad og er godt gjennomarbeidet og utprøvd, og passer godt for å belyse oppgavens forskningsspørsmål. For å løse oppgaven må eleven først lese og forstå teksten i oppgaven, skape mening i teksten for å kunne konstruere en mental

---

[6] Oppgavene er hentet fra matematikklæreverket Multi, med tillatelse fra medforfatteren Mona Røsseland

modell av det matematiske problemet, og deretter løse den ved å bruke sine matematiske kunnskaper og ferdigheter.

3.6 Planlegging og gjennomføring av undersøkelsen

Undersøkelsen ble gjennomført i løpet av mai og juni 2013. De ni elevene som sa ja til å delta i undersøkelsen, gjennomførte ALP-test i klasserommet sitt. Jeg fikk hjelp av deres lærer til å ordne et eget rom. Før de fikk utlevert testen, takket jeg dem for at de hadde sagt ja til å delta. Jeg informerte dem igjen om hva de var med på, at deltakelse var frivillig og at de kunne når som helst trekke seg fra undersøkelsen. De ble informert også om at de fikk den tiden de trengte for å gjennomføre testen. Av disse ni elevene valgte jeg fem som ble med videre i oppgavebaserte intervjuer.

Hele undersøkelsen, både under oppgaveløsingen og under intervjuet ble tatt opp på lydopptak. Dette er viktig med henblikk på senere dokumentasjon og analyse. Jeg som forskeren får nokså nøyaktig informasjon om hva som ble sagt, hvilke ord som ble brukt og hvor det kom pauser i oppgaveløsingen (Sollid, 2013). Pauser signaliserer hvor lenge en oppgaveløsingsprosess varer. Opptak er også nødvendig for å dokumentere hvordan jeg som forskeren selv har bidratt i samtalen.

3.7 Transkripsjon av intervjuer

Transkripsjon er en prosess der intervjusamtalen blir oversatt fra talespråk til skriftspråk (Kvale & Brinkmann, 2010). Da blir det lettere å få oversikt over samtalen, og et slikt materiale er bedre tilgjengelig for analyse (ibid.). Alle intervjuene i denne studien ble i etterkant transkribert av meg selv og kategorisert etter de oppgavene og elevene de gjaldt. Slik blir jeg enda mer kjent med datamateriale, og dermed styrke det interne intervjuets validitet (Krumsvik, 2014). Intervjuene er transkribert i sin helhet, så nøyaktig som mulig, slik at validiteten og reliabiliteten kunne bli ivaretatt.

Under transkripsjonen hadde jeg foran meg den oppgaven som det intervjuet som skulle transkriberes refererte til. Slik kunne jeg gjenkalle og følge intervjuforløpet og dermed lettere identifisere hvilket segment i oppgaveløsingsprosessen elevens utsagn refererte til. Jeg hørte gjennom opptaket flere ganger for å sikre meg at jeg hadde hørt og skrevet ned det eleven faktisk sa. Mens jeg transkriberte, erfarte jeg at jeg kunne se for meg den enkelte eleven og «høre» elevens stemme og reaksjoner under intervjusituasjonen. Dette understøttes av Kvale & Brinkmann (2010) som hevder at intervjueren vil huske og gjøre seg tanker om den sosiale og emosjonelle konteksten ved intervjusituasjonen. Ved å spille opptaket igjen og igjen, kunne jeg få svært mange detaljer fra det muntlige materialet. Under transkripsjonen var jeg klar over at transkripsjonen i seg selv var en begynnelse på en fortolkningsprosess, analysen av det som ble sagt, noe som Kvale & Brinkmann (2010) peker på. Thagaard (2013) og Guðmundsdóttir (2011) sier at analyse og tolkning faktisk starter allerede under første kontakten med undersøkelsens deltakere og fortsetter til forskningsrapporten er ferdig.

Siden elevene i undersøkelsen hadde fått jobbet med mange oppgaver, måtte jeg gjøre utvalg av oppgavene som var mest interessante i henhold til forskningsspørsmålene mine. De fire oppgavene med tilhørende intervjuene som er mest relevante, er tatt med i analysen i denne studien.

3.8 Analyse av datamaterialet

Forskeren analyserer i selve intervjusituasjonen og fortsetter å analysere når han transkriberer og jobber med transkripsjonene (Sollid, 2013). I intervjusituasjonen ble det stilt spørsmål som stimulerte intervjupersonens tenkning og refleksjon. Spørsmålene genererte nye spørsmål. Det betyr at datainnsamling og dataanalyse er gjentatte og dynamiske prosesser (Postholm, 2010).

I analysen av datamaterialet er det benyttet deduktiv tilnærmingsmåte. Dette innebærer at materialet analyseres med forhåndsdefinerte kategorier (Nilssen, 2012; Postholm, 2010). Kategoriene er hentet fra teorien og i denne studien er de delt inn i to hovedkategorier: lesestrategier og løsingsstrategier. Disse er igjen delt inn i underkategorier. Kategoriene blir knyttet opp mot funn i empiridelen. I drøftingen blir funn knyttet opp mot teori og drøftet.

Jeg startet analysen av transkripsjonene ved å lytte til opptakene og lese gjennom materialet flere ganger: Dette for å få et helhetsinntrykk. Datamaterialet ble gransket ord for ord, linje for linje og setning for setning for å identifisere meningsbærende enheter og sammenhenger i teksten og som kunne relateres til kategoriene (Sollid, 2013). Foran meg hadde jeg oppgaven som intervjuet var basert på. Samtidig som jeg tolket og analyserte både oppgaveløsing og elevens utsagn, forsøkte jeg å fortolke hvordan eleven tenkte. Formålet var å kunne se mulige korrelasjoner mellom hvordan eleven leste og løste oppgaven. Dermed kunne jeg identifisere hvilke lesestrategier og løsingsstrategier eleven anvendte og knytte dem til kategoriene. Teksten ble delt inn i mindre kategorirelaterte deler (Nilssen, 2012). Det er viktig her å ha i bakhodet at «enhver ytring må forstås i sin kontekst» (ibid., s. 106, sitat fra Bakthin) og forstå *hva* som blir sagt, *hvordan* det blir sagt og *hvorfor* det blir sagt. Dette var en av grunnene at jeg fortsatte å lytte til lydopptakene og se på oppgaveløsningene selv om jeg hadde transkripsjoner. Slik sett er ikke transkripsjonene som er grunnlaget for min analyse, men intervjuene.

Intervjuene ble analysert i tråd med hermeneutisk meningsfortolkning. Hermeneutikk handler om å fortolke intervjupersonens handlinger gjennom å få tak i hans mening (Thagaard, 2013). Handlingene blir overført til tekst ved å transkribere, og i tolkningsprosessen studerer forskeren på den mening teksten formidler (ibid.). Analyse- og tolkningsprosessen foregår på flere nivåer. Det er en kontinuerlig prosess i veksling mellom disse nivåene, og den foregår mellom forståelsen av deler av teksten, og forståelsen av teksten som helhet. Denne prosessen kalles den *hermeneutiske sirkel* (Kvale & Brinkmann, 2010).

I sitatene betegnes jeg som intervjuer med bokstaven L, og elevene med forbokstaven i det fiktive navnet sitt. Pauser på cirka 3 sekunder er markert med …. Pauser som er lengre en 3 sekunder er i sitatene markert med (stille) mellom utsagnene for å indikere situasjoner hvor informantene gjenleser oppgaven, tenker og reflekterer før de svarer. Aktiviteter som ikke kommer verbalt til uttrykk, er beskrevet i parentes. I tilfeller der det er utydelig tale, er det markert med XX. Når eleven leser opp oppgaveteksten høyt, står det (leser opp). Bruk av scaffolding (stillasbygging) er markert med utropstegn i parentes (!). Analysen vil farges av mine egne perspektiver og erfaringer, men målet er å møte datamaterialet mest mulig med et åpent sinn (Postholm, 2010).

3.9 Etikk

Sollid (2013) gjør oppmerksom at det er mange etiske dilemmaer som gjør seg gjeldende når kvalitativt forskningsintervju brukes som forskningsmetode. Thagaard (2013) framhever at de etiske dilemmaer er knyttet til ulike faser av forskningsprosessen. Sollid (2013) løfter tre viktige momenter fram i denne sammenhengen. For det første må forskeren innhente informert samtykke. Det innebærer at forskeren må informere potensielle intervjupersoner om prosjektet. I forkanten av prosjektets oppstart innhentet jeg samtykke fra både eleven og elevens foreldre (vedlegg nr. 3). De ble nøye informert om hva eleven, som eventuelt sa ja, ville bli med på og hva intervjuet skulle brukes til. Jeg informerte dem også at navnene på deltakerne i undersøkelsen blir anonymisert og at de vedkommende når som helst kan avbryte sin deltakelse i prosjektet uten at det får konsekvenser for dem. De ble også informert om at lydopptak og innhentet data ville bli slettet når oppgaven er gjennomført. Lydopptak og annet materiale som ble innhentet under undersøkelsen som deltakerne var med på, blir slettet når denne oppgaven er gjennomført. Måten jeg tok kontakt med informantene på og alle skrivene jeg sendte ut var godkjent av norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste, NSD (vedlegg nr. 4).

Et annet viktig moment er de asymmetriske maktforholdene som kan oppstå mellom forskeren og den som blir intervjuet. Kvale & Brinkmann (2010) framhever intervjuerens makt til å bestemme temaet for intervjuet, sette i gang og definere intervjusituasjonen og drive intervjuet framover. Intervjueren tar beslutninger om hvilke spørsmål som skal stilles, hvilke svar som skal følges opp og når samtalen avsluttes. Videre har intervjueren monopol på å fortolke intervjupersonens utsagn. På en annen side har eleven som intervjuperson kontroll over hva han ønsker å fortelle til meg. Kvale & Brinkmann (2010) bruker begrepet motkontroll om denne type intervjupersonens makt. I min undersøkelse var jeg klar over disse metodologiske problemene og prøvde å legge til rette for en intervjusituasjon som ikke skilte seg så mye ut fra den vanlige undervisningssituasjonen. Hensikt var at elevene kunne føle seg trygge nok til å ville dele tankeprosessene sine med meg. Intervjuene ble gjennomført i et mindre rom ved siden av elevens klasserom, som eller brukes av klassen som ekstra arbeidsrom. Det var viktig at intervjuene ble gjennomført på elevens hjemmebane, noe som var med på å gi trygghet til dem (Sollid, 2013).

Det tredje momentet går ifølge Sollid (2013) ut på at forskeren og intervjupersonen kan ha ulike begrunnelser for å delta i intervjuet. Jeg gjennomførte intervjuet for å få en dypere innsikt i og kunnskap om hvilke faglige utfordringer elevene støter på når de jobber med tekstoppgaver, og hvordan de går fram for å løse utfordringene. Elevene som var med i undersøkelsen, kunne på sin side ha et ønske om å hjelpe meg, men også andre begrunnelser kan gjøre seg gjeldende. Videre påpeker Sollid (2013) at det derfor i analysearbeidet er viktig å spørre hvorfor intervjupersonene spør, svarer og snakker som de gjør.

Det nevnte vil blant annet kunne skape utfordringer knytet til intervjuets pålitelighet. Dette blir tatt opp i det neste underkapitlet.

3.10 Undersøkelsens reliabilitet, validitet og overførbarhet

Undersøkelsens reliabilitet og validitet er begreper som har med intervjudatamaterialets kvalitet å gjøre.

Reliabilitet går ut på hvor pålitelig et datamateriale er, og refererer til spørsmålet om en gjentakelse av en undersøkelse, der de samme metodene er anvendt, ville komme fram til samme resultat hver gang (Thagaard, 2013; Sollid, 2013). Undersøkelsens reliabilitet i intervjuene kan bli truet under hele forskningsprosessen: under selve intervju, i transkribering og analysen (Kvale & Brinkmann, 2010). Kvale & Brinkmann (2010) understreker at kvaliteten på det originale intervjuet er avgjørende for kvaliteten på det senere arbeidet: analyse, verifisering og rapportering av intervjuet. Intervjureliabiliteten er relatert til spørsmålsformuleringer og spesielt bruk av ledende spørsmål, som kan være med på å bestemme innholdet i svaret (ibid.). Men som de videre peker på, er ledende spørsmål veldig velegnet for å sjekke intervjusvarenes reliabilitet og for å verifisere intervjuerens fortolkninger. Jeg har i intervjuene innimellom gitt elevene scaffolding. Streitlien (2009, s. 31) bruker begrepet "stillasbygging" eller "støttende strukturer" for å beskrive det pedagogiske prinsippet "scaffolding". Scaffolding referer til gradert støtte eller hint som læreren gir eleven slik at eleven kommer seg videre i oppgaveløsingen. Wood, Bruner & Ross (1976, s. 96) omtaler det slik: “Well executed scaffolding begins by luring the child into actions that produce recognizable-for-him solutions”. Nortvedt (2010) sier at scaffolding kan for eksempel gis i en situasjon der eleven har dannet en feil matematisk modell av situasjonen, enten på grunn av manglende leseforståelse eller manglende forkunnskaper, eller den kan gis til eleven som på grunn av en regnefeil kom til feil svar, selv om han har dannet hensiktsmessig mental matematisk modell. I begge tilfellene kan scaffolding hjelpe elevene med å komme til riktig svar. Wood et al. (1976) påpeker at intervjueren i så fall kan vurdere elevens kompetanse etter at oppgaven er løst. Ifølge Goldin (2000) er intervjuerens intervensjoner i form av scaffolding en naturlig og viktig del av oppgavebaserte intervjuer.

Meyer & Turner (2002) presenterer eksempler på hvordan lærer kan scaffolde elever: gi hint, stille ledetråd-spørsmål, stille åpne spørsmål eller tilby en del av løsningen[7].

Thagaard (2013) reiser spørsmålet hvorvidt repliserbarhet er et relevant kriterium i kvalitativ forskning. Datainnsamling i denne oppgaven bygger på en forskningslogikk, som igjen er basert på et konstruktivistisk ståsted, som framhever at kvalitative data utvikles i interaksjon mellom intervjueren og intervjupersonen (Holstein & Gubrium, referert i Thaggard 2013, s. 202). Videre sier Thagaard (2013) at ut fra en slik forskningslogikk er spørsmålet om repliserbarhet ikke relevant. I likhet med Thagaard hevder Sollid (2013) at det ikke er gitt at den samme kvalitative undersøkelsen kan gjentas i ulike kontekster, noe som impliserer et det ikke ar sikkert at elevene i min undersøkelse vil tolke og løse den samme oppgaven på samme måte i forskjellige sammenhenger. Og det er ikke gitt at vedkommende, selv om de løser oppgaven på samme måten i en ny sammenheng, vil begrunne tankegangen sin på samme måte som de gjorde tidligere i en annen sammenheng. Jeg kan heller ikke utelukke at jeg kan tolke elevens utsagn annerledes enn det eleven hadde tenkt, og heller ikke at andre kan lese dataene mine annerledes enn jeg tolker. For å imøtekomme kravet om reliabilitet har jeg gjort rede for hvordan forskningsprosessen har foregått og hvordan dataene er blitt utviklet, noe som ifølge Thagaard (2013) anses som helt avgjørende for å kunne vurdere kvaliteten på forskningen, og dermed også verdien av funnene.

Validitet handler om intervjuets gyldighet. I kvalitativ forskning handler det om hvorvidt en metode undersøker det den skulle undersøke (Kvale & Brinkmann, 2010). Med andre ord handler validitet om de funnene jeg kommer fram til, er gyldige i forhold til den virkeligheten jeg har studert (Thagaard, 2013). Kvale & Brinkmann (2010) framhever at å validere er å kontrollere for feilkilder. Det er viktig at forskeren går kritisk gjennom analyseprosessen og redegjør grundig for sine fortolkninger (Thagaard, 2013). Dette har jeg hatt fokus på gjennom hele forskningsprosessen. Jeg har gjennom hele forskningsprosessen hatt forskningsspørsmålene i fokus og valgt kvalitativt oppgavebasert intervju som en velegnet forskningsmetode som kan besvare min problemstilling. Spørsmålene som ble stilt til elevene under oppgaveløsingen og intervjuet ble utformet slik at svarene på dem kunne gi en valid beskrivelse av hvordan elevene tenkte da de løste oppgavene. Spørsmålet er i hvilken grad elevene kunne begrunne hvorfor de gjorde som de gjorde. Transkripsjonene og analysen har også blitt kontrollert.

[7] Min oversettelse.

Begrepet *overførbarhet* har en direkte tilknytning til forståelsen av ekstern validitet. Dette dreier seg om i hvilken grad den forståelsen forskeren utvikler innenfor rammen av et enkelt prosjekt, også kan være gyldig i andre sammenhenger (Thagaard, 2013). Det er knyttet til spørsmålet om resultatene i denne studien kan overføres til andre intervjupersoner enn det jeg forsker på og andre situasjoner (Kvale & Brinkmann, 2010). Jeg har i min studie fokusert på hvordan fem elever jobber med tekstoppgaver. Utvalget i studien er for lite til at innhentede data kan generaliseres til å gjelde for flere elever (ibid.). Funnene fra studien sier noe om de fem elevenes kompetanse til å lese og løse tekstoppgaver, og kun om det. Jeg har heller fått fram analyse av et lite utdrag av elevene (Sollid, 2013). Videre påpeker Sollid (2013) at forskningsintervjuet har tette bånd til ulike ikke-positivistiske forskningstradisjoner, noe som innebærer at metoden ikke kan brukes til å finne et endelig svar på et spørsmål. Jeg støtter meg også til Goldin (2000) som argumenterer for at mangel på generaliserbarhet ikke alltid utgjør en metodisk svakhet i studien. Han gir en nærmere beskrivelse av hvordan en går fram for å oppnå studiens *replicability* (egen kursiv), som kan kompensere for generaliserbarhet. Han presiserer at det er viktig at forskeren i detalj beskriver forskningsdesignet som er benyttet i studien; utvalg, valg av oppgaver, intervjusituasjon og – forløpet og analysen. På den måten kan andre forskere gjennomføre intervju med samme eller liknende forskningsdesign i en annen sammenheng.

4 FUNN

I dette kapitlet vil et utvalg av funnene fra studien bli presentert. Utvalget av hovedfunnene er vurdert ut fra hva som er mest mulig relevant med sikte på å kunne belyse oppgavens problemstilling. Datamaterialet som danner grunnlaget for oppgavens funn består av transkripsjoner av lydopptaket fra individuelle intervjuer med fem elever og deres skriftlige besvarelser av oppgavene. De individuelle intervjuene er basert på observasjon av elevene i arbeid med tekstoppgaver. Elevene som har deltatt i undersøkelsen har fått de fiktive navnene Hans, Teo, Rea, Malin og Nina. De enkelte elevene blir omtalt ved disse navnene når det blir gitt eksempler på beskrivelser av lese- og løsingsstrategier de enkelte har benyttet seg av.

I studien deltok fem elever. Hans og Teo fik jobbet med 3 oppgaver hver og løste alle. Nina, Rea og Malin jobbet med 4 oppgaver hver. Nina løste 3, Rea løste 2 og Malin løste 1 oppgave. Med utgangspunkt i observasjonen, intervjuene og resultatene vil jeg betegne Hans, Teo og Nina som matematikkfaglig sterke elever, og Rea og Malin som matematikkfaglig svake elever. En slik kvalifikasjon kan være uheldig fordi de oppgavene de har jobbet med ikke danner nok grunnlag for konklusjon om disse elevenes kompetanse i matematikk. Likevel velger jeg å bruke disse betegnelsene når jeg skal drøfte forskjellen mellom elevenes prestasjoner i oppgaveløsingen.

Innledningsvis i oppgaven reiste jeg følgende problemstilling som studien søkte å undersøke:

Hva kjennetegner elevenes lesing og løsing av tekstoppgaver i matematikkfaget og hvordan tilrettelegge for arbeid med tekstoppgaver?

Problemstillingen er operasjonalisert videre i tre forskningsspørsmål:

1. *Hvilke strategier bruker elevene når de leser tekstoppgaver i matematikk?*
2. *Hvilke strategier bruker elevene når de løser tekstoppgaver i matematikk?*
3. *Hvordan legge til rette for arbeid med tekstoppgaver i matematikk?*

For å gi svar på forskningsspørsmålene, vil jeg se på resultatene for elevenes bruk av lesestrategier og løsingsstrategier som kjennetegner deres oppgaveløsingsprosess i arbeid med tekstoppgaver. Funnene er knyttet opp mot to hovedkategorier av strategier og presentert individuelt i tilknytting til de ulike lesestrategiene og løsingsstrategiene som er benyttet i undersøkelsen. Det tredje forskningsspørsmålet blir belyst i drøftingskapitlet. Der vil empiriske funn som, i begynnelsen av kapitlet, blir drøftet og tolket opp mot teori, bli koblet opp mot teori om hvordan læreren kan legge opp til arbeid med tekstoppgaver i matematikk.

4.1 Lesestrategier

Leseforståelsen av oppgaven legger et viktig grunnlag for å kunne velge passende løsingsstrategi og for å lykkes videre i løsingsprosessen. Denne kategorien samler strategier som elevene har benyttet seg av for å tilnærme seg innholdet i tekstoppgaver. Kategorien lesestrategier består av fem underkategorier, fem lesestrategier som blir belyst på grunnlag av elevenes uttalelser fra intervjuer basert på observasjoner og skriftlige besvarelser. Elevene har ikke benyttet seg av følgende lesestrategier, og som er omtalt i teoridelen: "enkel sammenligning", "gripe til tall" og "velge opplysningen ut fra dens plassering". Det er gjort et godt utvalg av uttalelsene som anses som de mest pålitelige for å beskrive hvordan elevene tilnærmet seg oppgavene ved å benytte seg av de ulike lesestrategiene for å forstå oppgaveteksten.

4.1.1 Skille ut relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing

Strategien går ut på å identifisere informasjon som er relevant for å løse en tekstoppgave under første gangs gjennomlesing. Under observasjon og intervjuet kom det fram at strategien ble brukt av tre elever. Teo, Hans og Nina benyttet strategien på to av de oppgavene de jobbet med, mens Rea og Malin ikke benyttet seg av denne strategien.

.

Samtlige elever blir bedt om å lese opp oppgaven høyt for læreren, forklare hva oppgaven spør etter og hvilken informasjon vi får vite fra oppgaveteksten. Forklaringen vil vise hvorvidt de har forstått oppgaven eller ikke.

Strategien benyttes i oppgave 1 ved at de under første lesingen finner ut hva som er viktig informasjon og å finne ut hva de bør konsentrere seg om. På spørsmål om hva oppgaven spør etter, svarer Hans at vi må finne ut hvor mye penger Thea har. For å vite mer om eleven har greid å identifisere informasjon som er nødvendig for å løse oppgaven, spør læreren videre hva vi får vite i oppgaven, det som vi skal bruke når vi skal løse oppgaven.

Eleven svarer:

H: At Alex har dobbelt så mye mer enn Thea, og Ali har 4 kr mer enn Alex.

L: Hvor mange kroner har de til sammen?

H: 104 kr.

Ut fra dette konkluderer læreren at eleven har klart å finne ut hvilke informasjoner i teksten som er viktige for å kunne løse oppgaven, og ber ham om å fortsette å løse oppgaven. Eleven blir oppmuntret til å tegne skisse til oppgaven. Han tenker stille i sirka 1 minutt før han begynner å regne ut oppgaven på arket. Så blir han oppfordret til å tenke høyt under oppgaveløsingen. Han har ikke brukt noen form for visualisering av oppgaven. Oppgaven er løst riktig.

På samme måte som i oppgave 1, identifiserer Hans relevant informasjon under første gjennomlesing i oppgave 2. Følgende utdrag fra intervjuet viser hvordan han forstår situasjonen i oppgaven:

L: Hva må vi finne ut, regne ut?

H: Ta 186 minus 126.

Det første han vil gjøre, er å trekke 126 fra 186 for å finne ut hvor mye Tim har. Som utdraget viser, forstår Hans oppgaven og har klart for seg hvordan han kan gå videre for å løse oppgaven. Denne oppgaven er også løst riktig.

Malin klarer ikke å forstå oppgave 1 under første lesing. Heller ikke gjenlesingen ser ut til å hjelpe henne til å forstå oppgaven. Etter at hun har lest opp oppgave 1 høyt, blir hun stille. Det kan forstås som at hun leser om igjen og prøver å forstå oppgaven. Læreren venter en stund før han spør henne om oppgaven ser vanskelig ut. Hun samtykker og fortsetter å se på oppgaven. Læreren prøver å finne ut hvorfor hun synes oppgaven er vanskelig, men hun vet ikke hvordan hun skal formulere det. Han prøver en annen vri:

L: Er det for mange informasjoner i oppgaven?
M: Mm.
L: Kan du forklare med egne ord hva oppgaven spør etter?
M: Hvor mange penger Thea har.
L: Hva får vi vite i oppgaven?
M: *(leser oppgaven om igjen)* Det vet jeg ikke.

Det ser ut at Malin forstår hva det spørres etter i oppgaven, men hun greier ikke å forstå oppgaveteksten til tross for at hun leser oppgaven om igjen.

4.1.2 Spørsmål-styrt lesing

Spørsmål-styrt lesing innebærer å lese oppgaveteksten og identifisere relevant informasjon med utgangspunkt i spørsmålet. Strategien ser ut til å ha blitt benyttet av fire elever som har vært med i undersøkelsen, men den forekommer ikke like frekvent hos alle. Hans, Teo og Nina benytter strategien på samtlige oppgaver de jobber med, Rea benytter strategien på en oppgave, mens strategien ikke synes å ha blitt anvendt av Malin. Alle har fått løst oppgavene som strategien er anvendt på, unntatt Nina på oppgave 3, og feil svar skyldes regnefeil.

Strategien benyttes ved at de leser spørsmålet tidlig i oppgaveløsingsprosessen og retter oppmerksomheten mot spørsmålet også mens de foretar utregning. De klarer å gjenfortelle oppgaven med egne ord og presisere hva oppgaven spør etter. Relevant informasjon er identifisert med utgangspunkt i spørsmålet. I denne lesingsprosessen er spørsmålet ofte lest flere ganger, og flere elever ser tilbake på spørsmålet under oppgaveløsingen.

4.1.3 Analyse av semantiske trekk

Faktorer som er av betydning for å kunne løse oppgaven, er hvordan relasjoner mellom semantiske kategorier som personer, handlinger og mengder (størrelser) i oppgaveteksten er analysert. I oppgaveløsingene og under intervjuene er det kommet fram at strategien er mer utbredt blant de faglig sterke elevene enn blant de faglig svake.

På oppgave 1 brukes strategien av Hans, Teo og Nina ved at de identifiserer relasjonen mellom Ali, Alex og Thea, samtidig som de må identifisere relasjonen mellom de personene og mengdene som ligger innbakt i teksten. Ved å la elevene fortelle hva oppgaven går ut på og hva det spørres etter, gis det delvis eller helt innblikk i hvorvidt de har klart å identifisere relasjonen mellom personene, mengdene og handlingene. Følgende sekvens fra intervju med Teo kan illustrere dette:

> Vi skal finne ut hvor mye penger hun Thea har. Og så sier de at Alex, Thea og Ali har til sammen 104 kr, og Alex har dobbelt så mange penger som Thea, og at Ali har 4 kr mer enn Alex. Man skal regne ut hvor mye penger Thea har.

Utdraget viser hvordan han identifiserer relasjoner mellom tekstelementer, det vil si mellom personer og mengder. På spørsmålet om hvilke ord i oppgaven er viktige for å kunne løse oppgaven, sier han: "Nøkkelord er alle de her navnene: Alex, Thea, Ali, til sammen, dobbelt så mye, mer enn". Dette viser også at han har fått identifisert både personer og mengder i oppgaven og relasjoner mellom dem.

Oppgave 2 krever at eleven har forstått relasjon mellom to kategorier; personer (Chris og Tim) og tilhørende mengder (186 kr og 126 kr), men også relasjoner mellom Tim og Kai som er den tredje personen i oppgaven. På denne oppgaven er strategien benyttet av Hans, Teo og Nina.

I oppgave 3 er det innbyrdes relasjoner mellom personer og mengder, og det er kun en mengde som er kjent i tallform. De andre mengdene (størrelsene) er oppgitt i form av matematiske signalord som «tre ganger så dyr», «halvparten så mye», «mer enn». Av de tre elevene som har jobbet med denne oppgaven, er det Nina som benytter seg av strategien. Følgende utdrag fra intervjuet viser hvordan Nina identifiserer relasjoner mellom de ulike semantiske kategoriene i oppgaveteksten, og ut fra den forståelsen prøver hun, ved bruk av gjett og sjekk metoden, å resonnere seg fram til svar:

> Mariell sin sekk er tre ganger så dyr som Susann sin. Petter har halvparten så mye som Mariell. Jeg kom til 200 for Mariell, og halvparten av 200 er 100 som Petter har. Mariell har tre ganger så mye som Susann. 50, 100, 150, 200, det er tre ganger opp med 50. Og Petter betaler 50 kr mer for sin sekk enn Susann gjør for sin. Og han betaler 100 kr fordi det er halvparten av Mariell betaler og 50 kr mer enn Susann betaler.

Utdraget viser hvordan Nina identifiserer kategorier og relasjoner mellom dem og resonnerer seg fram til svar. Det tallet hun starter med gjetter hun feil og i tillegg gjør en regnefeil slik at løsningen blir feil. Rea og Malin fikk ikke til oppgaven, de syntes det var litt for mye informasjoner og kun ett tall.

På oppgave 4 benyttes strategien av alle elevene. Strategien brukes for å identifisere semantiske relasjoner mellom elever og blyanter (personer og objekter), blyanter og esker (objektet og objektet), og relasjon mellom May, esker og handlingen (hente). Rea og Malin bruker tegning for lettere å få identifisert relasjonene mellom kategoriene. Hans benytter seg av organisert liste for bedre å ha oversikt over dataene og identifisere relasjoner mellom kategoriene i oppgaven. Nesten alle oppgavene som lesestrategien er anvendt på, er løst. Unntak er oppgave 3.

4.1.4 Gjenlesing

Gjenlesing innebærer å lese oppgavetekst om igjen under oppgaveløsingen eller etter at oppgaveløsingen er avsluttet. Innsikt i om elevene benytter seg av gjenlesing er innhentet ved å observere hvor lang tid de bruker på å løse oppgaven, om de stopper underveis i oppgaveløsingsprosessen, ser på teksten og leser den om igjen, samt ved å tolke uttalelser gitt under intervju. Det er kommet fram at samtlige elever i undersøkelsen benyttet seg av strategien, noen ganger på alle oppgavene, og noen ganger kun på deler av oppgaven.

Teo uttaler at han først leser gjennom hele oppgaven én gang for å se hva oppgaven handler om og hva den spør etter. Deretter leser han oppgaven om igjen for å se nærmere på tall. Han beskriver det slik:

> Jeg leser først den en gang, og så leser jeg den [oppgaveteksten] og finner tall og finner ut hva det kan bli, og så skriver den ned som et regnestykke og finner et svar … Jeg leser for å se hva de vil jeg skal gjøre, så vet jeg hvordan jeg skal gjøre, om det er rett eller ikke.

Ifølge beskrivelsen leser han oppgaveteksten for å finne ut hva det spørres etter i oppgaven. Deretter leser han om igjen for å danne seg en mental modell av det matematiske problemet som ligger innbakt i oppgaven og for å finne ut hvilken løsingsmetode som kan benyttes for å løse oppgaven. Til slutt leser han oppgaven igjen for å kontrollere svaret.

Teo benytter strategien på oppgave 1 og 2 ved at han leser teksten om igjen under oppgaveløsingen og etter at oppgaven er løst for å kontrollere svaret mot betingelsene. Underveis evaluerer han sine tankeprosesser ved at han stopper i oppgaveløsing for å se om det hvordan han tenker er riktig, eller om tankeprosesser må justeres. Oppgave 4 blir delt i flere delproblemer, der hver del blir gjenlest flere ganger og løst.

I likhet med Teo sier Rea at hun leser gjennom hele oppgaven først. Hvis hun ikke lykkes i å forstå oppgaven, leser hun den om igjen, gjerne flere ganger, for å være helt sikker på om oppgaven er forstått. På spørsmål fra læreren om hvordan hun finner ut om hun har forstått oppgaven rett, sier hun:

> Enten jeg leser eller jeg kan prøve meg fram til svaret for å se om jeg forstår det, hvordan skal jeg finne ut svaret. .. Jeg bruker å lese det opp på nytt og prøver å komme fram til et annet svar og se om det er rett.

Det er to forhold i denne uttalelsen å merke seg. For det første leser hun teksten om igjen og prøver å forstå den matematiske situasjonen. For det andre begynner hun på utregning av oppgaven selv om oppgaven ikke er forstått i håp om at forståelsen kommer underveis.

På oppgave 2 benytter Rea strategien ved å lese oppgaveteksten for å finne ut hvilken informasjon som er viktig og hvor hun skal starte for å regne ut oppgaven. Under lesingen blir det fokusert på relasjonen mellom tall og nøkkelordet "mer enn", og denne delen blir lest flere ganger. Støtten fra læreren hjelper henne til å begynne på oppgaveløsing. Svaret på det regnestykket som hun setter opp blir ikke riktig, som læreren gjør oppmerksom på. Oppgaven leser hun om igjen. Når delsvar er til slutt funnet, er Rea usikker på hvem det av de to personene i oppgaven gjelder. For å finne ut av det, leser hun oppgaveteksten om igjen. Når hun til slutt finner sluttsvar, leser hun ikke om igjen for å sjekke om svaret er riktig. Rea leser oppgave 1 og 3 om igjen flere ganger og prøver å forstå situasjonen og danne en passende matematisk modell, men får ikke det til. Oppgaveteksten til oppgave 3 synes hun er vanskelig. Hun begrunner det slik: "Jeg forstår teksten, men jeg vet ikke hva jeg skal gjøre, vet ikke hvordan jeg skal regne ut". Hun synes det er litt for mye informasjoner i oppgaven og at hun ikke vet hvor hun skal begynne for å løse oppgaven.

Malin leser oppgave 1 og 2 om igjen flere ganger, men forstår likevel ikke oppgaven. På spørsmål fra læreren om hva hun får vite i oppgaven, svarer hun: "Det vet jeg ikke". Læreren følger opp svaret og spør om det er noe som virker forvirrende i oppgaveteksten. Hun svarer bekreftende, peker på tallene i oppgaven og sier at hun lurer på hva hun skal gjøre med tallene og hvilke regneoperasjon som skal utføres. Malin har lest gjennom oppgave 3, der opptrer kun ett tall og hennes umiddelbare reaksjon er: "Det er nesten ikke noen tall her!" Læreren spør om det ville ha vært lettere å løse den hvis det hadde ha vært flere tall i oppgaven, noe som hun svarer bekreftende på. Hun synes at tekstoppgaver med mye tekst er vanskelig å løse, og legger til at tekstoppgaver med "ikke så mye tekst og med tall" er lettere å løse. Hun har lest oppgaven om igjen, men lykkes ikke i å forstå oppgaven.

Etter å ha lest gjennom oppgave 1 én gang, får Nina oversikt over hvilken informasjon som er relevant, i hvilken rekkefølge skal informasjonen håndteres, og i hvilken rekkefølge de ulike delproblemene skal løses. For å prøve seg fram i denne prosessen, benytter hun av seg gjett og sjekk metoden. Oppgaven blir lest om igjen flere ganger der hun beveger seg gjennom de ulike delene i teksten. Hun veksler mellom å se på setningen som gir informasjon om sluttsituasjonen der det er oppgitt hvor mange kroner de tre personene i oppgaven skal ha til sammen, spørsmålet i oppgaven og mellom delproblemet som først skal løses. Underveis blir det vekslet mellom lesing og oppgaveløsing. Nina uttaler at hun pleier å lese hele oppgaven først før hun begynner på å løse den. Hun sier videre: "Hvis oppgaven er så vanskelig slik at jeg ikke forstår den, prøver jeg å se på den igjen og prøver å finne det eksemplet". Med eksemplet mener hun en liknende oppgave fra læreboka, og som hun har jobbet med før. På spørsmålet fra læreren om hvordan hun pleier å gå fram for å løse oppgaven hvis det er en oppgave som ikke kan sammenlignes med en oppgave fra læreboka, sier hun at oppgaveteksten blir lest om igjen opptil "tre ganger" der hun "ser på arket og grubler og til slutt må jeg vel rekke opp handa og spørre: hva er dette, hva mener de".

Hans benytter seg av strategien i oppgave 1 og 4. I løsingsprosessen i oppgave 4 kommer han til et punkt der han er usikker på om han tenker rett. Han ser tilbake på teksten for å finne ut mer av teksten og for å overvåke det han har funnet ut så langt.

4.1.5 Se etter nøkkelord

Denne strategien innebærer å lete etter nøkkelord som "hver", "til sammen" eller "mer enn" i tekstoppgaven og velge løsningsmetode ut fra elevens forståelse av nøkkelordets funksjon i oppgaveteksten. Under de oppgavebaserte intervjuene er det kommet fram at to elever har benyttet "å se etter nøkkelord" strategi. Strategien benyttes ved at de ser etter nøkkelord "mer enn" i oppgaveteksten. Et utdrag fra Ninas "høyt-tenking" under intervjuet i løsingen av oppgave 2 viser hvordan hun bevisst håndterer nøkkelordet *mer enn*:

> Her er det 186, penger som Chris har, så tok jeg minus med 126 fordi jeg har funnet ut hvis du ser etter svaret, hvis han har så mye penger og har så mye penger mer enn, er det sånn at jeg bruker, har funnet ut at man må bruke minus, og jeg fikk 60

> kr som Tim har. Og siden Kai har halvparten så mye penger som Tim, blir det 30 kr det Kai har.

Nøkkelordet "mer enn" gir informasjon om relasjonen mellom Chris og Tim og de tilhørende mengdene. Nina tolker nøkkelordet som et relasjonsord, ordet som gir informasjon om relasjoner mellom personer og mengder i oppgaven, og ikke som et opperasjonsord, ordet som forteller hvilken matematisk operasjon som skal brukes til å løse oppgaven. Hun henter fram sine forkunnskaper om slike typer oppgaver der nøkkelordet opptrer, og løser oppgaven riktig.

Strategien ser ut til å ha blitt benyttet også av Rea. Etter at hun har strevet en stund med å starte på oppgaven, velger læreren å gi hint om hva som er fornuftig å starte med i oppgaveløsingen. Hun leser oppgave igjen og setter opp et matematisk uttrykk som forteller det samme som verbalteksten, 186 – 126, regner ut og får 312 som svaret. Regnestykket som er satt opp er et subtraksjonsstykke, men svaret hun har fått er summen av de to tallene. Det er tydelig at hun ikke er trygg på hvilken regneoperasjon som skal brukes her, noe som kan tyde på at hun har benyttet en form for "se etter nøkkelord" strategien.

4.2 Løsingsstrategier

Når eleven har forstått oppgaven og dannet seg en mental modell av den matematiske situasjonen i oppgaven, lager han en plan for hvordan oppgaven kan løses og velger en hensiktsmessig strategi for å løse oppgaven. Denne kategorien samler heuristiske strategier som elevene har benyttet seg av når de løste tekstoppgaver. Kategorien løsingsstrategier består av sju løsingsstrategier som representerer sju underkategorier, og som i likhet med lesestrategier blir belyst på grunnlag av elevenes uttalelser fra intervjuer basert på observasjoner og skriftlige besvarelser. Her er det også gjort et godt utvalg av uttalelsene som anses som de mest relevante for å beskrive hvordan elevene benytter seg av ulike heuristiske tilnærmingsmåter til oppgaveløsing. Elevene har ikke benyttet seg av følgende løsingsstrategier, og som er omtalt i teoridelen: "bruke en tabell eller et diagram", "tenke logisk og trekke korrekte konklusjoner" og "bruke en modell for å løse problemet".

4.2.1 Dele opp problemet i flere kjente deler

Etter at eleven har lest og forstått oppgaven, er en vei å gå fram for å løse oppgaven å dele opp problemet i flere kjente deler som eleven klarer å løse. Alle de fire oppgavene som blir brukt i studien kan deles i deloppgaver som blir løst hver for seg, og deretter blir det opprinnelige problemet løst.

Under observasjonene kom det fram at samtlige elever benytter strategien og at nesten alle oppgavene som strategien er benyttet på, er løst. Unntak var oppgave 3, som ingen av de tre elevene, Rea, Malin og Nina som jobbet med denne oppgaven, løste den. Rea og Malin forstod ikke oppgaven og klarte dermed ikke å danne en mental modell av situasjonen. Nina forsøkte å løse oppgaven, men den mentale modellen av situasjonen hun dannet, var feil, og oppgaven ble ikke løst riktig.

I oppgave 1 benyttes strategien av Hans, Teo og Nina ved at de først finner ut hvor mye Alex og Thea har. Samtlige elever har benyttet seg av gjett og sjekk metoden på denne delen. Når de har løst denne delen av oppgaven, finner de ut hvor mange kroner Ali har ved å legge til 4 kroner på det Alex har. Beløpet som Thea har, finner de ved å halvere det Alex har. Hvis de delløsningene til sammen ikke stemmer med sluttresultatet som allerede er oppgitt i oppgaven, er det viktig at de går over og sjekker betingelsene for å finne feil.

På oppgave 2 er strategien benyttet av Hans, Teo, Rea og Nina. Rea benyttet strategien først etter hint fra læreren om hva i oppgaven hun kan begynne med å løse. Oppgaven blir delt i flere deloppgaver, der de først finner ut hvor mange kroner Tim har, og så ut fra det finne ut hvor mye Kai har.

I løsingen av oppgave 4 kan man starte med først å regne ut hvor mange blyanter som til sammen trengs å hentes, og så regne ut hvor mange esker det utgjør. Man kan også starte med å arbeide bakover ved først å finne ut hvor mange elever som kan forsyne seg med blyanter fra en eske, og deretter regne ut hvor mange esker som skal hentes for at 23 elever skal få 3 blyanter hver. Hans, Teo, Rea og Malin har løst oppgaven med å benytte "arbeide bakover" strategi, men Nina har valgt å løse oppgaven ved å jobbe forfra mot en løsning. På denne oppgaven er strategien benyttet av alle elevene, og alle klarte oppgaven.

4.2.2 Tegne en figur eller visualisere problemet

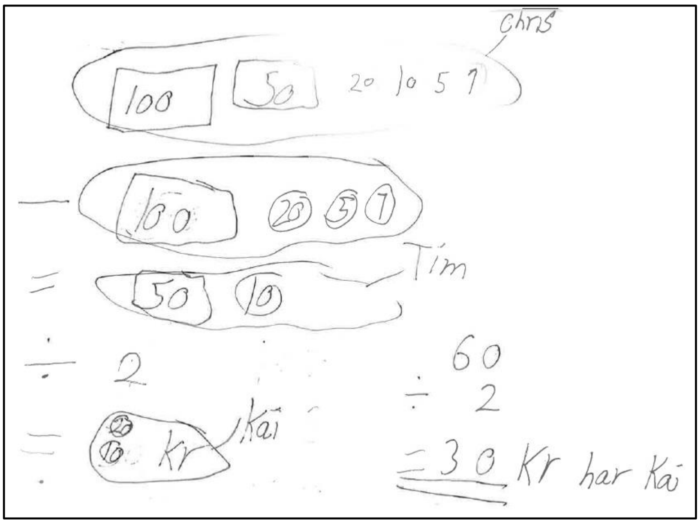
Denne strategien går ut på å bruke en form for å visualisere oppgaven for lettere å kunne løse oppgaven. Elevenes uttalelser i intervjuene viser at de ikke er vant til å bruke tegninger når de løser tekstoppgaver. Strategien er brukt av Teo på oppgave 2 og av Rea og Malin på oppgave 4. Teo og Rea har brukt tegning først etter at de har blitt oppmuntret fra læreren, mens Malin selv har valgt å visualisere situasjonen i oppgaveteksten.

Under løsing av oppgave 1 tenker Hans høyt mens han holder på med å løse oppgaven. Læreren observerer at han bruker en form for gjetting metoden og vurderer at han med fordel kan tegne en figur som framstiller problemet. På spørsmål om han ikke pleier å lage en tegning eller en skisse til teksten som vil hjelpe ham til mer effektivt å løse oppgaven, sier han at av og til pleier han å gjøre det. Læreren velger å vise hvordan man kan gå fram for å modellere og visualiserer oppgaven ved å bruke "tegn modell-metoden". Eleven sier at han "tenkte litt sånn i hodet" og sier videre at "hvis det blir vanskelig [å forstå oppgave], skriver jeg ned".

Det er observert at heller ikke Teo bruker tegning til å visualisere oppgaven. På oppgaven 1 gir han riktig svar. Læreren tar en eksempeloppgave og visualiserer den på et ark ved å bruke tegn modell-metoden, og eleven blir oppmuntret til å visualisere løsningen på den oppgaven han nettopp har løst. Teo sier "Det blir litt vanskelig da. Jeg har aldri gjort det før".
Han blir også oppmuntret til å lage en tegning til oppgave 2 etter at han har løst den og fått riktig svar. Utdraget fra intervjuet nedenfor viser at han ikke er helt sikker på hvordan han kan gå fram for å bruke denne metoden til å visualisere oppgaven. I stedet velger han sin måte å visualisere løsingsprosessen på.

> L: Kan du lage en modell, tegning som viser det?
>
> T: Det blir vanskelig. Men jeg kan vise med penger. (*tegner*).
>
> L: Hvis du ikke har fått til oppgaven, vil det tegningen hjelpe deg til å komme fram til svaret?
>
> T: Ja.
>
> L: Hvordan vil det hjelpe deg da?
>
> T: Å telle tall hvor mye jeg har, som 100, 50, ja… og legger på, nei… trekker fra. Så blir det, jeg må tegne 60. Så jeg finner ut at Tim har 60, og 60 delt på 2 er lik 30, sånn jeg skriver penger.

Tegningen viser en visualisert del av regneoperasjonene addisjon og divisjon som han bruker (figur 4.1).



Figur 4.1 Teo sin visualisering av oppgave 2

Nina har ikke benyttet seg av "visuell representasjon" strategi i undersøkelsen. Hun begrunner dette med at "[elevene] bruker ikke å tegne så mye lenger, så det er litt vanskelig".

Litt lenger ut i intervjuet oppsummerer hun det slik:

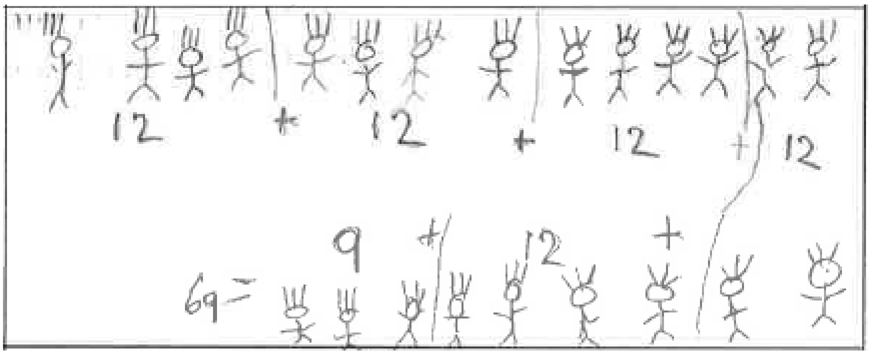
> Jeg bruker ikke å tegne oppgaven. Det skjer sjeldent at jeg gjør det. Jeg tror ikke at jeg gjør det uansett. Jeg bruker mest å tenke i hodet og prøver å forstå hva de mener og alt det der.

Hun legger vekt på viktigheten av å tenke over innholdet i oppgaven, å forstå oppgaven og finne ut hva oppgaven spør etter.

Malin har visualisert problemsituasjonen i oppgave 4 ved å tegne bokser med 12 tellestreker i hver (figur 4.2). Antall tellestreker tilsvarer antall blyanter i hver eske. Hun tegner først 4 esker som tilsvarer 48 blyanter. Det var 23 elever og alle elevene skal få 3 blyanter hver. Hun løser oppgaven riktig til slutt. Malin har blitt oppmuntret til å bruke tegning til de andre oppgavene, som hun ikke har fått til. På spørsmål fra læreren om en visualisering til oppgaven vil hjelpe henne fram i oppgaveløsingen, sier hun bare "vet ikke".

Figur 4.2 Malin sin visualisering av oppgave 4

I likhet med de andre elevene uttaler Rea at hun ikke er vant til å tegne til oppgaven når hun jobber med tekstoppgaver. I arbeid med oppgave 4 oppmuntrer læreren henne til å lage en tegning til oppgaven. Hun tegner 23 strekmenn og 3 tellestreker til hver strekmann. Hun teller så 12 tellestreker som tilsvarer 12 blyanter som blir en eske. En eske blir nok til 4 strekmenn som står for 4 elever. Slik fortsetter hun videre og finner at May skal hente 6 esker for at alle elever skal få 3 blyanter hver. Tegningen under viser hvordan hun tenker:



Figur 4.3 Rea sin visualisering av oppgave 4

Oppgave 3 har vist seg å være vanskelig å løse for de tre elevene som har jobbet med den. Læreren vil hjelpe Rea til å komme videre i løsingen ved å oppmuntre henne til å tegne oppgaven. Hun svarer at hun egentlig ikke vet hva hun skal tegne.

4.2.3 Oppdage et mønster

Strategien refererer til å kunne oppdage og analysere et mønster som gjentar seg og bruke det til hjelp i oppgaveløsing. Under oppgaveløsingen er det observert at strategien er brukt av Hans på oppgave 4 ved at han legger til grunn informasjonen fra oppgaven om at 1 elev skal få 3 blyanter, og finner ut at 2 elever følgelig skal få 6 blyanter, 3 elever skal få 9 blyanter og 4 elever skal få 12 blyanter, eller en hel eske. Da blir det blyanter til 8 elever i 2 esker, til 12 elever i 3 esker, til 16 elever i 4 esker, til 20 elever i 5 esker, og til 24 elever i 6 ekser. Hver gang øker antall elever med 4, mens antall blyanter øker med 12. Siden det er 23 elever, blir det nok å hente 6 esker. Han har laget en liste over numeriske data som viser hvordan han oppdager mønstre (se figur 4.4).

4.2.4 Gjette en løsning og sjekke om den stemmer

Gjette på løsning som en heuristisk strategi for å gå fram i oppgaveløsningsprosessen innebærer to delprosesser: selve gjettingen og å sjekke om gjettingen stemmer. Gjetting er benyttet av alle elevene som har deltatt i intervjuene, men på ulike oppgaver og med ulik hyppighet. Imidlertid sjekker ikke alle ut om gjettingen faktisk stemmer. På oppgaven 1 benyttes metoden i større grad enn på de andre oppgavene. Det er under intervjuet kommet fram at gjetting er brukt for å finne en løsning på en del av oppgaven, og det hjelper eleven til å komme seg videre i løsningsprosessen og finne løsning på hele oppgaven til slutt.

Følgende utdrag fra intervjuet i forbindelse med oppgave 1 viser hvordan Nina starter gjettingen:

> Jeg prøver å finne ut hvor mye Alex og Thea har sånn at jeg prøver å finne liksom de tallene de har, til å få 104.

Fra oppgaveteksten vet hun at Alex har dobbelt så mye som Thea, og Ali har 4 kr mer en Alex. Hun prøver å finne ut hvor mye de tre personene har ved å justere tallene opp og ned til hun får 104, men slik at forholdene mellom tallene igjen blir som det framgår av oppgaven. Etter at hun er kommet fram til svaret, forklarer hun sin gjetting:

> Jeg tenkte, Alex har dobbelt så mye som Thea; da begynte jeg liksom å finne liksom på masse tall, sånn finne halvparten og dobbelt på, og så kom jeg til 20 og så tok jeg 40, og så ble det 60 og 40 pluss 4, siden han Ali hadde 4 kr mer enn

Alex, og det ble 104 til sammen.

Å finne ut hvor mye Alex og Thea har, er det første steg i Ninas gjetting. Hun gjetter seg fram ved å velge et tiertall 40 som hun da halverer og får at Thea har 20 kroner. Hun adderer de to tallene og legger til 40 for å se om de andre delene av den helhetlige løsningen kan stemme. Når hun adderer 4 til 40 ser hun at gjettingen stemmer og at tallene hun har gjettet seg fram gir 104 kroner, altså det som Alex, Thea og Ali har til sammen.

Oppgave 3 viser seg å by på store utfordringer. Nina har gjettet seg fram til svaret, og sjekket om delsvarene var riktige. Hun tenker høyt under gjettingsprosessen, noe som gjør mulig for læreren å få innsikt i en del av hennes tankeprosesser. Det framgår at gjettingen som hun startet med, at Mariell sin sekk koster 200 kr, var feil. Underveis i løsingsprosessen gjør hun en regnefeil da hun kommer fram til at sekken til Susann, som er tre ganger så billig som sekken til Mariell, koster 50 kr. Hun klarer ikke å oppdage feilen, og som følge av det blir løsningen på oppgaven feil. Hun ser ikke tilbake på det hun har gjort og kontrollerer ikke om løsninger er riktig.

Et annet eksempel viser hvordan Rea løser oppgave 2. Etter at hun har lest oppgavetekst, tenker hun stille i ca. 2 minutter. På spørsmålet fra læreren hvor hun vil starte i oppgaven sier hun "Jeg vet egentlig ikke helt hvordan jeg skal regne ut det". Læreren gir henne den støtten som er nødvendig for at hun skal komme seg videre i oppgaveløsingen: "Hvis du tar det som Chris har?" Hun starter der og prøver å lage et regnestykke som skal representere verbalteksten, og skriver 186 – 126 = 312. Læreren gjør henne oppmerksom på regnefeil: "Tenkte du å addere eller subtrahere her?" Hun tenker en stund og svarer: "Å Trekke fra.. (subtraherer).. Det blir 60". Læreren lurer på hvem som har 60 kr. Svaret som er kommet viser at Rea ikke helt er trygg på hva det tallet hun har kommet fram til, representerer: "Kai har 60 kr… nei Tim har… Tim har 60 kr, og Kai har 30 kr". Denne sekvensen viser hvordan eleven med god hjelp fra læreren har gjettet seg fram til svaret. Det er ikke observert og heller ikke kommet fram i intervjuet at hun har sett tilbake på løsingsprosessen og sjekket om svaret er riktig.

Teo benytter seg av gjett og sjekk metoden i oppgave 1. Følgende utdrag fra intervjuet viser hvordan han går fram for å løse oppgaven.

> Jeg er nødt til å finne hvilke tall jeg skal ha for å få 104. Jeg fant ut at jeg er nødt til å ha 4 på den enerplassen fordi de hadde 104. Jeg tenkte at det kunne bli 50 eller noe der rundt 50, men jeg kom på at det gikk ikke, fordi jeg er nødt til å ha en ekstra. Så tenkte at det kunne gå 40 pluss 20, det blir 60, så får jeg 40-tall. Jeg vet at 6 pluss 4 er 10, så jeg vet at det blir 100, så har jeg igjen 4 og det blir 104. Så fant jeg ut at blir 20 kr Thea har.

Av oppgaveteksten framgår det at Ali har 4 kr mer enn Alex. Teo velger derfor å ta bort 4 kr slik at det blir 100 igjen. Siden det er tre personer som skal ha et visst beløp hver, ser han at de tre tallene må være mindre enn 50. Alex har dobbelt så mye som Thea, og han gjetter at det ene tallet er 40, det som Alex har. Da må Thea ha 20 kr, siden halvparten av 40 er 20. Summen av 40 og 20 er 60, og det er 40 igjen til 100. Han forenkler verdier og "vet at 6 pluss 4 er 10" og finner ut at det blir 100 til sammen. Til slutt legger han til 4 og får 104 og ser at gjettingen stemmer.

Malin bruker "gjett og sjekk" metoden i oppgave 4. Hun begynner oppgaveløsingen med å tegne 12 streker som hun tegner inn i en boks. Strekene representerer 12 blyanter, mens boksen representer en eske. Det er da 12 blyanter i en eske. Læreren spør: "Vet vi hvor mange blyanter de trenger til sammen?" "Nei", svarer hun. "Hvor mange esker skal vi ha?" "Det vet jeg ikke". Hun får fortsette å tegne til 4 bokser er tegnet. Hun stopper nå og teller hvor mange blyanter det er til sammen i de fire eskene. Hun sier at det blir 48 blyanter til sammen. På spørsmålet fra læreren om det blir nok blyanter til alle, tenker hun seg om en stund. "Nei", sier hun og tenker litt før hun skriver 69 ned på arket, og sier: "Så mange blyanter skal være her". Hun fortsetter å tegne til hun har tegnet 6 bokser og sier at så mange esker vi skal ha. Slik forklarer hun framgangsmåten sin:

> Jeg tok 23 pluss 23. Det blir 46 og pluss 23, det blir jo blir 69. Så tok jeg å telle hvor mange blyanter var i eskene, og så det blir dette nok antall esker til det.

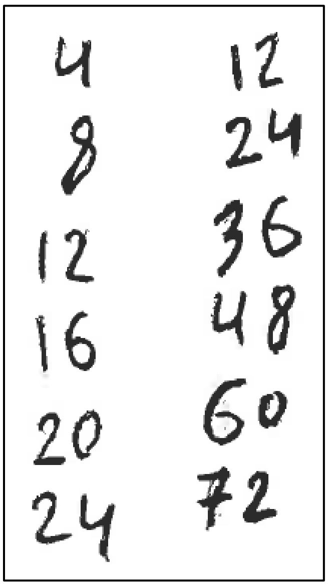
Beskrivelsen av framgangsmåten tyder på at hun først begynte med gjetting. Hun visste ikke hvor mange henholdsvis blyanter og esker det skulle være. Hun kom til tallet 48, og tenkte det var riktig svar. Hun tenkte blyanter, ikke esker, noe som impliserer at hun ikke holdt spørsmålet, det oppgaven spurte etter i arbeidsminnet. Etter at læreren ga hint (scaffolding) om at kanskje dette ikke var riktig, fant hun med hoderegning at det skulle være 6 esker det

May måtte hente. Wood, Bruner & Ross (1976) beskriver scaffolding som gradert støtte eller hint som læreren gir eleven slik at eleven kan komme seg videre i oppgaveløsingen.

4.2.5 Foreta en systematisk undersøkelse eller lage en organisert liste

Denne strategien innebærer å strukturere og organisere data i en tabell eller en liste for å få bedre kontroll over informasjon i oppgaveteksten. Under oppgaveløsingen og intervjuet er det kommet fram at denne metoden for å tilnærme seg løsningen er benyttet av to elever i løsing av oppgave 4. Hans og Rea velger å starte oppgaveløsingen med å finne ut hvor mange elever det er blyanter nok til i en eske. Med utgangspunktet i det fortsetter de å systematisere antall blyanter etter antall elever, helt til de har funnet ut hvor mange esker som trenges å hentes.

For å skaffe seg oversikt og lettere å håndtere opplysninger velger Hans å systematisere antall elever og tilhørende blyanter i to kolonner (figur 4.4).



Figur 4.4 Organisert liste til oppgave 4 laget av Hans

I hver eske er det 12 blyanter. Siden hver elev skal få 3 blyanter, er en eske nok til 4 elever. Den første kolonnen viser hvor mange elever som kan forsyne seg med blyanter fra 1, 2, 3, 4, 5, og 6 esker (den andre kolonnen). Den andre kolonnen viser antall blyanter som ligger i ulike antallene ekser. Til slutt kommer han fram til hvor mange esker May må hente til sammen.

Etter scaffolding fra læreren velger Rea å systematisere informasjoner fra oppgaveteksten ved å tegne strekmenn ("elever") og tilordne 3 tellestreker ("blyanter") til hver strekmann, for så å finne hvor mange esker det må hentes for at alle elevene kan få 3 blyanter hver. Hun prøver seg fram ved først å tegne kun streker, men ombestemmer seg og tegner strekmenn isteden. Slik forklarer hun framgangsmåten: "Jeg prøver å lage 23 strekmenn, så kan jeg ta 3 streker under hver og telle for å se hvor mange det blir, og finne ut hvor mange esker May må hente". Hun fortsetter løsingen ved å sette sammen 4 strekmenn som tilsvarer 12 blyanter, som igjen er lik én eske. Til sist teller hun grupper av strekmennene og finner hvor mange esker som skal hentes (se figur 4.3).

4.2.6 Omformulere problemet eller tenke baklengs

På bakgrunn av kun observasjon vil jeg ikke kunne få innsikt i hvordan eleven beveger seg mellom ulike deler og ulike nivåer i oppgaveteksten. Under intervjuene er det kommet fram at strategien blir benyttet av alle elever. Strategien er anvendt av Hans, Teo og Nina på oppgave 1, og av Hans, Teo, Rea og Malin på oppgave 4.

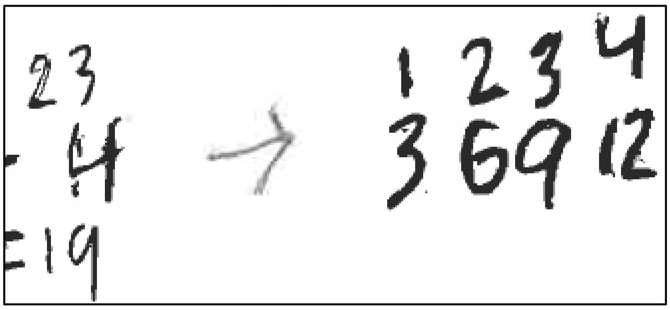
På oppgave 1 anvendes strategien ved at de regner ut hvor mange kroner Alex og Thea har ved å bruke "gjett og sjekk" metoden. Før de foretar gjetting velger de bevisst å se bort fra tallet 4 (enere), slik at de nå har ett hundretall som blir lettere å håndtere. De har arbeidet baklengs. Når de har funnet ut hvor mye Alex og Thea har, er det bare å legge 4 til det Alex har og få det som Ali har. Strategien anvendt på denne måten synes å kreve kunnskap om posisjonssystemet. Dette underbygges av blant annet Teos høyt-tenkning: "Jeg fant ut at jeg er nødt til å ha 4 på den enerplassen fordi de hadde 104".

Strategien er anvendt på oppgave 4 ved at elevene tar utgangspunkt i at alle elevene skal få 3 blyanter hver fra esker som inneholder 12 blyanter. De arbeider bakover og finner ut hvor mange elever kan forsyne seg med blyanter fra en eske. Neste steg er å finne ut hvor mange blyanter skal alle elevene ha til sammen, for så å finne ut hvor mange esker det blir til sammen.

4.2.7 Begynne med å løse et enklere spesialtilfelle eller en del av problemet

Strategien benyttes kun av Hans og bare i oppgave 4 ved at han først undersøker betingelsene i oppgaven og blir ledet fram til følgende delproblem: Hvor mange elever kan forsyne seg med blyanter fra en eske?

Han tar utgangspunkt i et mindre antall elever og finner ut hvor mange blyanter de trenger. Målet er å finne ut hvor mange elever det er nok til i en eske. Han vet at elevene skal få 3 blyanter hver og velger å starte der. Han lager en liste der han organiserer data for å se hvor mange blyanter 2, 3, og 4 elever skal ha til sammen og finner at det trenges 12 blyanter til 4 elever (figur 4.5). Han vet også at 12 blyanter tilsvarer en eske. Ut fra det forsøker han å finne ut hvor mange blyanter og esker trenges for et større antall elever, til han til slutt finner hvor mange esker det må hentes for at alle elevene skal få 3 blyanter hver.



Figur 4.5 Hans løser et enklere spesialtilfelle

5 DRØFTING

Formålet med oppgaven har vært å finne ut hvilke lese- og løsingsstrategier elevene benytter seg av for å løse tekstoppgaver i matematikk og hvilke utfordringer, knyttet til tilpasset opplæring, dette kan gi læreren. Problemstillingen er utgangspunkt for drøftingsdelen der empiri og teori kobles sammen. Drøftingskapitlet starter med problemstillingens første del, lesestrategiene elevene benytter seg av. Deretter følger drøfting av problemstillingens andre del, løsingsstrategiene de benytter seg av. Siste delen tar for seg de didaktiske utfordringene dette medfører med hensyn til tilrettelegging av arbeid med tekstoppgaver.

5.1 Lesestrategier

5.1.1 Skille ut relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing

Funnene i undersøkelsen viser at tre elever har identifisert relevant informasjon i oppgaveteksten ved første gangs gjennomlesing. Samtlige oppgaver som denne strategien er benyttet på, er løst riktig. Etter at eleven har lest oppgaven høyt, ber læreren vedkommende om å forklare hva oppgaven spør etter og hvilken informasjon i oppgaven som er relevant for å løse den. Det viser seg at eleven lykkes med å forstå teksten og starter med oppgaveløsing. Sammenhengen mellom tekstelementer er identifisert under første lesing av oppgaveteksten, og relevant informasjon er trukket ut. Eleven husker hvor den relevante informasjonen står i oppgaveteksten og forholder seg kun til den ved å kaste ett eller to blikk for å dobbeltsjekke og begynner med utregningen tidlig (Cook & Rieser, 2005; Cook, 2006). Ifølge Kilpatrick et al. (2001) krever dette godt utviklet forståelse, som er en del av elevs helhetlige matematiske kompetanse. Forståelsen refererer til evnen til å tolke og forstå ulike representasjoner og se sammenhengen mellom dem. Dette indikerer at eleven bruker høyere ordens kognitive ferdigheter til å danne seg en mental representasjon av teksten (Kjærnsli, 2004; Cook & Rieser, 2005; Cook, 2006). Cook & Rieser (2005) fant at elevene som benyttet seg av denne lesestrategien klarte å skille ut relevant informasjon i teksten og oppnådde svært gode resultater, og at strategien ble benyttet i mindre grad av faglig svake elever.

Funn i undersøkelsen synes å peke i samme retning ved at elevene som benytter seg av denne lesestrategien er svært effektive i løsingsprosessen og bruker kort tid på å løse oppgavene. Videre viser funnene at strategien er benyttet av faglig sterke elever.

Cook (2006) påpeker at et av de grunnleggende elementene i en vellykket problemløsing er evnen til å trekke ut informasjon som er relevant for problemløsing. Elevene må derfor beherske forskjellige strategier for å skille mellom relevant og irrelevant informasjon i oppgaveteksten (Cook, 2006; Mortensen-Buan, 2006). I tekstoppgaver opptrer ofte skriften og tallene sammen, det er en sammenheng mellom lesing og regning (Maagerø & Seip Tønnessen). Bevisste strategiske lesere vet hvilken strategi som skal brukes, når og hvor den skal brukes, og hvordan den kan tilpasses til en bestemt tekst (Pressley et al.,1989). Med bakgrunn i teori og funn kan det trekkes en slutning om at en vellykket problemløsing forutsetter et godt utviklet repertoar av ulike lesestrategier.

5.1.2 Spørsmål-styrt lesing

Denne lesestrategien synes å ha blitt benyttet av tre matematikkfaglig sterke elever og én matematikkfaglig svak elev. De leser spørsmålet tidlig i leseprosessen, sammenligner informasjonen med utgangspunkt i hva det spørres etter i oppgaven og ser ofte på spørsmålet mens de foretar utregning.

Cook & Rieser (2005) fant at elevene som brukte denne strategien leste spørsmålet om igjen før de forsøkte å gjennomføre utregning, og kikket på spørsmålet flere ganger under oppgaveløsing. Spørsmålet brukte de som en pekepinn for å finne ut hva som var relevant informasjon. De fant videre at denne lesestrategien var benyttet av både svake og sterke lesere, men oftere ble den benyttet av faglig sterke elever. I likhet med Cook & Rieser (2005) fant Nortvedt (2008) at strategien ble benyttet av mange elever for å skille ut relevant informasjon. Cook & Rieser (2005) fant at elevene som brukte strategien klarte nøyaktig å skille mellom relevant og irrelevant informasjon i teksten og oppnådde svært gode resultater, der alle elevene fikk enten riktige svar eller hadde regnefeil. Funnene i underøskelsen peker i samme retning ved at strategien oftere er benyttet av faglig sterke elever og at alle oppgavene er løst riktig, unntatt én oppgave, der feil løsning skyldes regnefeil.

5.1.3 Analyse av semantiske trekk

Funnene i undersøkelsen viser at "analyse av semantiske trekk" lesestrategi er brukt for å identifisere kategorier og relasjoner mellom dem, som for eksempel relasjoner mellom personer og mengder. Mengder blir uttrykt både numerisk og med verbalspråk som "tre ganger så dyr", "halvparten så mye", "mer enn", "dobbelt så mange". Cummins et al. (1988) påpeker at tekstoppgaver som inneholder slike signalord som en ukjent størrelse, kan være vanskelig for elevene å løse. Dette krever at størrelsene blir "oversatt" fra verbalspråket til det matematiske språket (Kaur & Blane, 1994; Maagerø & Skjelbred, 2010). Rea og Malin sier at det er litt for mye informasjoner i teksten og kun ett tall i sin forklaring for hvorfor det er vanskelig å løse oppgave 3. Det blir mye å forholde seg til. De klarer ikke å identifisere relasjoner mellom tekstelementer, og dermed får de fragmentert informasjon fra oppgaveteksten, noe som oftest ikke er tilstrekkelig for å finne løsning (Alexander, 2003). Dette kan tyde på at "tegn modell-metoden" kan være hensiktsmessig å benytte seg av her for lettere å kunne holde oversikt over informasjonen som er gitt i oppgaveteksten og bli bedre i stand til å identifisere relasjoner mellom kategoriene i oppgaven. Det vil, ifølge Cook (2006) hjelpe til å identifisere relevant informasjon som er nødvendig for å løse oppgaven.

Strategien er brukt av de faglig sterke elevene på alle oppgavene de har jobbet med, mens de faglig svake elevene har benyttet lesestrategien på én oppgave. Alle oppgavene, bortsett fra én, er riktig løst. Cook (2006) har funnet at strategien blir oftere brukt av faglig sterke elever enn faglig svake elever. Möllehed (2001) har funnet at mange elever ikke klarer å løse tekstoppgaver fordi de ikke klarer å identifisere relasjoner mellom to eller flere kategorier. Funn i undersøkelsen synes å peke i samme retning som de nevnte funnene; denne strategien blir i større grad benyttet av de faglig sterke elevene. Med bakgrunn i teori og funn kan det se ut som om det er hensiktsmessig for elevene å benytte "analyse av semantiske trekk" strategi for å identifisere semantiske kategorier og relasjoner mellom dem, og identifisere relevant informasjon i oppgaveteksten.

Denne lesestrategien er benyttet i ulike kombinasjoner med løsingsstrategier for å ha bedre oversikt over dataene og få identifisert relasjoner mellom kategoriene i oppgaven. Den er benyttet i en kombinasjon med visuell representasjon av to elever og i kombinasjon med organisert liste av en elev. Hegarty et al., (1995) påpeker at lesing kan forekomme også under planlegging og selve løsingen av oppgaven. I likhet med Hegarty et al., (1995) finner Nortvedt (2008) at lesestrategier og løsingsstrategier henger sammen med at elevene benytter lesestrategier også mens de løser oppgaven. Funnene til Koedinger & Nathan (2004) peker i samme retning; leseforståelsesfasen og løsingsfasen flettes inn i hverandre og utføres vanligvis ikke sekvensielt. Ut fra teori og empiri kan det trekkes en slutning om at det er hensiktsmessig å kombinere lesestrategier og løsingsstrategier i et samspill ved løsing av tekstoppgaver.

5.1.4 Gjenlesing

Funnene viser at strategien er benyttet av alle elevene i undersøkelsen. Teo leser oppgaveteksten om igjen for å se nærmere på tallene og for å danne seg en mental modell som samsvarer med den matematiske situasjonen som er beskrevet i teksten. Lester et al. (1989) finner at gjennom gjenlesing kan fokus være rettet mot tall, der eleven setter inn mer arbeid for å undersøke tallene, og det som oppgaven spør etter. Lester et al. (1989) finner at den sistnevnte strategien for å løse et problem brukes ganske ofte, og den er ofte vellykket når den anvendes på tekstoppgaver. Teo gjenleser hele oppgaven og deler av oppgaven under oppgaveløsingen for å overvåke og evaluere sine tankeprosesser. Oppgaven blir også gjenlest etter at den er blitt løst med den hensikt å sjekke svaret mot betingelsene i teksten. Pressley & Afflerbach (1995) finner at elevene leser oppgaven om igjen for å utdype innholdet og forståelsen og de kan lese om igjen en del av teksten eller gjennom hele teksten. Gjenlesing kan skje i alle faser i oppgaveløsing (Hegarty et al., 1995), der gjenlesingen blir benyttet til regulering og kontroll av løsingsprosessen (Pressley & Afflerbach, 1995; Nortvedt, 2008). Gjenlesingen kan forekomme også etter at løsingsprosessen er ferdig (Hegarty et al.,1995) for å forsikre seg at beregningen er i samsvar med den forventede løsningen (Nortvedt, 2008). Når Teo overvåker og evaluerer sine tankeprosesser refererer det ifølge Roe (2011) til elevens metakognitive bevissthet.

Gjenlesing er benyttet av begge de faglig svake elevene på alle oppgavene de har jobbet med. Rea leser om igjen for å forstå den matematiske situasjonen. Det er funnet at Rea leser om igjen deler av oppgaven der hun legger vekt på relasjonen mellom tallene og nøkkelordet "mer enn". Lester et al. (1989) har gjort et liknende funn i studien sin som viser at eleven kan lese om igjen for å finne nøkkelord i tillegg til tall og finne ut hva det spørres etter i oppgaven. Når Rea er kommet fram til et delsvar, må hun lese om igjen delen av oppgaven for å finne ut hva delsvaret gjelder. Dette synes å vise at relevant informasjon ikke er lagret lenge nok i arbeidsminnet til denne eleven for å få gjennomført hele løsingsprosessen. Funnene viser at hun ikke benytter gjenlesing for å kontrollere om sluttsvaret er riktig. I likhet med Malin leser Rea oppgave 3 om igjen flere ganger. Ifølge Lester et al. (1989) leser elever oppgaven flere ganger blant annet for å få en komplett forståelse av problemet. Selv etter gjentatte gjennomlesinger klarer Rea og Malin ikke å forstå oppgaven og danne seg en mental modell av situasjonen. De synes det er vanskelig å løse oppgaven når det er kun ett tall å forholde seg til. Maagerø & Skjelbred (2010) fant at derimot tekstoppgaver med mange matematiske tegn ble utpekt som vanskelige å løse.

Undersøkelsen synes å vise at Malin og Rea ikke klarer å oversette situasjonen til et matematisk språk og formulere et matematisk uttrykk som representerer den matematiske situasjonen i oppgaven. Dette er i samsvar med Nortvedt (2008) som finner at gjenlesing brukes oftere av elever som ikke klarer å danne seg en mental modell av situasjonen i teksten. Cook (2006) påpeker at grunnen til dette kan være at eleven enten ikke klarer å skille mellom relevant og irrelevant informasjon eller mangler domenespesifikke kunnskaper.

Studien synes å finne mønster i Ninas lesing av oppgaveteksten. Ulike deler av teksten blir lest om igjen flere ganger der hun beveger seg gjennom de ulike delene og veksler mellom å lese igjen sluttsituasjonen, spørsmålet og delproblemet som skal løses. Det blir vekslet mellom lesing og oppgaveløsing. Hun sier at dersom hun ikke kjenner igjen oppgaveformatet, det vil si at det ikke finnes eksemplet i læreboka, leser hun oppgaveteksten opptil "tre ganger", og hvis oppgaven da ikke blir forstått, ber hun læreren om hjelp.

I løsingen av oppgave 4 leser Hans teksten igjen for å finne ut om han tenker rett. Han prøver å finne ut mer av teksten og samtidig overvåker han det han har funnet ut så langt. Nortvedt (2008) påpeker at eleven leser om igjen blant annet for å se om det er behov for å justere den mentale modellen. Roe (2011) understrekker viktigheten av å overvåke leseprosess, da den er en kvalitetskontroll av alle de andre lesestrategiene – og dermed kontrollerer hele leseforståelsen.

Med bakgrunn i teori og funn presentert og drøftet ovenfor kan det trekkes en slutning om at gjenlesing er benyttet både av faglig sterke og faglig svake elever. Både faglig sterke og faglig svake elever ser ut til å benytte denne strategien som hovedstrategi når de leser tekstoppgaver. Faglig sterke elever benytter gjenlesingen i alle faser av oppgaveløsingen for å overvåke og evaluere sine tankeprosesser og for å kontrollere om svaret er riktig. De benytter gjenlesing også for å se om den mentale modellen eventuelt må justeres. Funnene viser at de veksler mellom å lese spørsmål, delproblem og sluttsituasjon. I likhet med faglig sterke elever leser faglig svake elever om igjen hele oppgaven eller deler av oppgaven. Funnene synes å vise at de leser igjen for å prøve å forstå oppgaven og danne seg en mental modell av den matematiske situasjonen. Funnene viser videre at faglig svake elever ikke benytter gjenlesingen til å kontrollere om svaret er riktig når de er kommet fram til et svar. I likhet med teori viser funn at elevene fokuserer på tall og nøkkelord når de leser teksten om igjen. De faglig svake elever peker på tekstoppgaver som inneholder kun ett tall som vanskelige å løse.

5.1.5 Se etter nøkkelord

Strategien synes å ha blitt benyttet av to elever, og de anvender den ulikt. Tekstoppgaven i undersøkelsen som nøkkelordet "mer enn" opptrer i, er en flerstegsoppgave som kan løses med to operasjoner. I oppgaven opptrer nøkkelordet som relasjonsord. Ulike forskningsfunn påpeker at i flerstegsoppgaver gir nøkkelord som oftest informasjon om relasjonen mellom mengder og personer eller objekter (Nortvedt, 2012; Nortvedt, 2013; Hegarty et al., 1995; Hegarty et al., 1992). I ettstegsoppgaver, derimot, vil nøkkelordet "mer enn" ofte signalisere at eleven skal addere (Hegarty et al., 1995). Da blir det brukt som operasjonsord (Nortvedt, 2013).

Nina ser etter nøkkelordet og reflekterer over dets funksjon i oppgavekonteksten. Hun vurderer ordets funksjon og relasjon i forhold til andre tekstelementer i oppgaven. Hun tolker ikke nøkkelordet som operasjonsord, som forteller hvilken matematisk operasjon som skal brukes til å løse oppgaven, men som relasjonsord. Van den Broek & Kremer (2000) peker på at dette krever godt utviklet høyere ordens tenkning hos leseren, som er nødvendig for å identifisere relasjoner innenfor en tekst, og understreker videre at dette kjennetegner gode lesere. I denne prosessen aktiveres elevenes interne tankeprosesser i det de krever skapende tenkning, analyser og vurderinger (Elstad & Turmo, 2006).

Det er tydelig at Nina bruker sine erfaringer om hvordan slike oppgaver kan leses og løses, der hun henter fram forkunnskaper og oppgavespesifikke strategier fra kunnskapslageret sitt. Oppgavespesifikke strategier rommer de ulike løsningsmåtene eleven har til disposisjon når en oppgave skal løses (Ostad, 2008). Målet med lesingen av tekstoppgaver i matematikk er å forstå den matematiske problemsituasjonen som ligger innbakt i teksten gjennom å analysere oppgaveteksten, og danne seg en mental modell av det matematiske problemet som vil utgjøre grunnlaget for å finne en løsning på problemet (Nortvedt, 2008). Cook (2006) påpeker at denne prosessen krever aktivisering av forkunnskaper hos eleven relatert til oppgavekonteksten. Ninas lesetilnærming kan sies å basere seg på problemmodellering-strategi som vektlegger et kvalitativt resonnement – en rasjonell tilnærming til problemløsing basert på forståelse av den matematiske situasjonen beskrevet i teksten (Mayer & Hegarty, 1996; Hegarty et al., 1995).

Etter at Rea har lest gjennom oppgaveteksten flere ganger og strevet en stund med å starte med oppgaveløsing. Når hun uttaler at hun egentlig ikke vet hvordan oppgaven skal regnes ut, kan dette tyde på at hun ikke klarer å danne seg en mental modell av det matematiske problemet. Læreren velger å gi henne støtte i form av scaffolding. Nortvedt (2010) påpeker at scaffolding kan gis hvis eleven har dannet en feil matematisk modell av situasjonen på grunn av manglende leseforståelse eller manglende forkunnskaper. Intervjueren kan i så fall vurdere elevens kompetanse etter at oppgaven er løst (Wood et al.,1976). Læreren har gitt hint om hva hun kan starte med i oppgaven for å løse den. Det matematiske uttrykket som hun har satt opp er et subtraksjonsstykke, men svaret hun kommer fram til har hun fått ved å addere tallene. Det kan være flere grunner til det, blant annet regnefeil. Ut fra det som er diskutert ovenfor kan det trekkes en slutning om at hun ikke er trygg på hvilken regneoperasjon som skal brukes her på grunn av nøkkelordet "mer enn" som er inkonsistent med den matematiske operasjonen som må gjennomføres for å komme fram til riktig løsning, da nøkkelordet signaliserer addisjon men egentlig kreves det subtraksjon for å løse problemet. Hegarty et al., 1992) har funnet at faglig svake elever oftere bruker feil regneoperasjon på inkonsistente enn på konsistente oppgaver.

Undersøkelsen synes å vise at Reas framgangsmåte i oppgaveløsing antyder en form for nøkkelordstrategi. Nøkkelordstrategi (Reed, 1999; Lithner, 2000) refererer til lesetilnærming i tekstoppgaveløsing der eleven utvikler en løsingsstrategi som innebærer å kombinere tall i oppgaven ved hjelp av matematisk operasjon som er diktert av nøkkelordet (Mayer & Hegarty, 1996; Hegarty et al., 1995). Mayer & Hegarty (1996) og Hegarty et al., (1995) bruker betegnelse direkte oversettelse-strategi når de beskriver lesetilnærmingen som vektlegger et kvantitativt resonnement – beregne et numerisk svar. Mayer & Hegarty (1996) og Hegarty et al. (1995) finner at direkte oversettelse-strategi benyttes av mindre gode lesere og problemløsere. Mayer & Hegarty (1996) har observert at denne strategien ofte fører til feil løsning på oppgaven.

Med bakgrunn i teori og funn presentert og drøftet ovenfor kan det trekkes en slutning om at "se etter nøkkelordet" strategi kan anvendes på to måter: a) å se etter nøkkelordet og reflektere over dets funksjon i oppgavekonteksten for å se om det refererer til en direkte handling (løsingsmetode), eller om det refererer til relasjoner mellom personer og mengder og b) å se etter nøkkelordet, for det forteller hvilken regneoperasjon som skal brukes til å løse oppgaven. Den sistnevnte tilnærmingsmåten til lesing av tekstoppgaver i matematikk omtales som nøkkelordstrategi.

5.2 Oppsummering av lesestrategier

Funnene i undersøkelsen viser at de faglig sterke elevene har et større repertoar av lesestrategier enn de faglig svake elevene. Et godt utviklet repertoar av lesestrategier er en forutsetning for å lykkes i problemløsing. De aller fleste oppgaver i undersøkelsen er løst ved å kombinere to eller flere strategier. I oppgaveløsing foregår det et samspill mellom forståelsesfasen og løsingsfasen, der det kombineres lesestrategier og løsingsstrategier i et samspill.

Funnene viser at "å trekke ut relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing", "spørsmål-styrt" lesing og "analyse av semantiske trekk" strategier er svært effektive for å trekke ut relevant informasjon ved oppgaveløsing. Den førstnevnte strategien benyttes kun av faglig sterke elever, mens de to andre strategiene i større grad benyttes av de faglig sterke elevene.

Gjenlesing er den strategien som oftest er benyttet både når det gjelder antall elever og antall oppgaver den er benyttet på. Strategien benyttes av både faglig sterke og faglig svake elever, og de leser om igjen hele oppgaven eller deler av oppgaven. Når de leser en del av oppgaven, fokuserer de nærmere på tall for å undersøke det i relasjon til det oppgaven spør etter.

Et av funnene i undersøkelsen viser at de faglig svake elevene leser igjen for å prøve å forstå oppgaven og danne seg en mental modell av den matematiske situasjonen, i motsetning til faglig sterke elever som leser igjen for å evaluere og overvåke sine tankeprosesser og eventuelt justere den mentale modellen. Funnet viser at selv om de svake elevene leser oppgaveteksten igjen flere ganger, klarer de ikke å forstå den matematiske situasjonen i oppgaven. Nåe en elev sier: "Teksten er så vanskelig. Jeg forstår teksten, men jeg vet ikke hva jeg skal gjøre, vet ikke hvordan jeg skal regne ut", tyder det på at hun forstår de enkelte ordene, men forstår ikke sammenhenger i teksten. Hun har ikke tilstrekkelig forståelse av oppgaveteksten som gjør at hun ikke kan forme en mental modell av den matematiske situasjonen som er beskrevet i teksten (Nortvedt, 2012).

De faglig sterke elevene leser igjen for å kontrollere svaret mot betingelsene i teksten. Et funn viser at en sterk elev leser igjen ved å bevege seg gjennom sluttsituasjonen, spørsmålet og delproblemet som skal løses.

Et annet funn i undersøkelsen viser at "å se etter nøkkelordet" strategi kan benyttes ved at eleven ser etter nøkkelordet og reflekterer over dets funksjon i oppgavekonteksten for å se om det er et operasjonsord eller et relasjonsord, og som nøkkelordstrategi der eleven ser etter nøkkelordet, for det signaliserer hvilken regneoperasjon som skal brukes til å løse oppgaven. Den første tilnærmingen til lesing anvendes av gode lesere og problemløsere, og den andre tilnærmingen benyttes av mindre gode lesere og problemløsere. Funnet viser at tekstoppgaver som inneholder inkonsistente nøkkelord kan være utfordrende å løse. Tekstoppgaver med mye informasjoner og med ett tall er det utpekt som vanskelige å forstå, og følgelig også vanskelig å danne seg en mental modell av det matematiske problemet for så å løse oppgaven.

Funnene viser at "analyse av semantiske trekk" lesestrategi blir kombinert med løsingsstrategiene "visuell representasjon" og "organisert liste". Et av funnene viser at "tegn modell-metoden" kan være hensiktsmessig å benytte seg av i løsingen av tekstoppgaver. Det vil hjelpe eleven til å identifisere relevant informasjon som er nødvendig for å løse oppgaven og lettere å kunne holde oversikt over informasjonen.

5.3 Løsingsstrategier

5.3.1 Dele opp problemet i flere kjente deler

Funnene har vist at noen av oppgavene i undersøkelsen er løst ved at de først blir splittet opp i flere delproblemer, og deretter blir delproblemer nærmere undersøkt og løst ett etter ett. Polya (1971) kaller denne prosessen dekomponering og påpeker at det ofte kan være nødvendig å dele problemer i flere deler for å få løst dem. Han sier videre at det særlig gjelder flerstegsoppgaver, noe som også Kongelf (2011) finner. Resultater i undersøkelsen synes å peke i samme retning ved at oppgavene som strategien er anvendt på, er alle flerstegsoppgaver.

Alle oppgavene strategien er anvendt på, er blitt løst, bortsett fra oppgave 3. Oppgaven er forsøkt løst av Nina som har delt oppgaven i flere deler og forsøkt å løse dem ved å gjette seg fram. Løsningene på delproblemene hun fikk var ikke riktige, noe som hun ikke oppdaget. Dette medførte at løsningen på det opprinnelige problemet ikke var riktig. Kongelf (2011) påpeker at det er viktig å kontrollere om løsningene til sammen gir riktig løsning på det opprinnelige problemet. Det er rimelig å anta at hvis hun hadde sjekket om alle betingelsene var oppfylt, ville hun kanskje oppdaget feil. Polya (1971) betegner den prosessen der de deloppgavene som er forstått eller løst blir satt sammen igjen som rekombinering.

Funnene viser at "å dele opp problemet i flere kjente deler" strategi i flere tilfeller blir kombinert med andre strategier som for eksempel "gjett og sjekk" og "tenke baklengs" metoden.

5.3.2 Tegne en figur eller visualisere problemet

Det er kommet fram i undersøkelsen at elevene ikke er vant til å "tegne seg fram" til en forståelse av tekstoppgavens problemstilling. Læreplan i matematikk (KD 2013a, s. 4) slår fast at elever skal lage tegninger, skisser, figurer, grafer, tabeller og diagrammer når de løser problemer og presentere løsninger. Studien til Maagerø & Skjelbred (2010) fant, i likhet med denne studien at elevene ikke tegnet figurer når de løste tekstoppgaver.

Malin er den eneste eleven som uoppfordret har benyttet seg av visuell representasjon strategi. Hun støtter seg til den visuelle representasjonen når hun gjetter seg videre i oppgaveløsingen Slik bruker hun flere løsingsstrategier for å løse problemet. Posamentier & Krulik (1998) påpeker at noen problemer kan løses med en kombinasjon av flere løsingsmetoder som for eksempel "løse et enklere problem", "visuell representasjon", "en organisert liste".

Hans sier at han noen ganger pleier å visualisere oppgaven, men det er ikke observert i undersøkelsen at han har gjort det. Når læreren visualiserer oppgaven på arket ved å bruke tegn modell-metoden, sier Hans at han "tenker sånn i hodet". Dette kan tyde på at han har laget en mental modell av situasjonen i teksten og ser en visuell representasjon av problemet for seg i hodet. Det forutsetter at han har forstått oppgaven først. Nortvedt (2008) ser på det å forstå teksten som helt avgjørende for å kunne danne seg en mental modell av det matematiske problemet, som igjen vil utgjøre grunnlaget for valg av løsningstrategi. Med utgangspunkt i modellen kommer eleven fram til hvilke regneoperasjoner det er hensiktsmessig å bruke. Verbalspråk må oversettes til matematisk språk (Maagerø & Skjelbred, 2010) for å lage et uttrykk som forteller det samme som verbalteksten (Nortvedt, 2008).

Når Teo blir oppmuntret til å visualisere oppgaveløsing, velger han å visualisere algoritme, framgangsmåten han har brukt for å løse oppgaven. Han visualiserer penger som tilsvarer de tallene i oppgaven. Det representerer den numeriske sammenhengen i oppgaven (Cook, 2006). Denne enkle formen for visualiseringen han bruker, viser regneoperasjonene addisjon og divisjon som er brukt i utregningen. Tegningen viser anvendelse av de matematiske operasjonene på numeriske data som er presentert i oppgaveteksten (Jimenez & Verschaffel, 2014). Det kan forstås slik at eleven har valgt den metoden han har erfaring med fra tidligere, men denne er imidlertid ikke en modell som representerer sammenhenger i oppgaven. Det kan tolkes slik at han allerede har forstått oppgaven og dannet seg en mental modell av problemsituasjonen før han har begynt å lage tegning, og dermed har tegningen ikke noe hensikt med mindre den brukes for å evaluere løsningen. Gjennom å tegne opp figurer, tegninger og skisser for å visualisere opplysninger i tekstoppgaver, vil elever lettere forstå den matematiske problemsituasjonen og finne riktig strategi for å løse oppgaven (Kongelf , 2011).

Nina uttaler at hun ikke pleier å tegne "så mye lenger", og tegne til oppgaven synes hun derfor vil være vanskelig. Det er uklart hva hun legger i "å tegne oppgaven". Det kan derfor være viktig å bevisstgjøre elevene på at tegning i matematikk har et annet formål enn tegning i faget kunst og håndverk (Fredheim, 2014). Hun "bruker mest å tenke i hodet og prøver å forstå hva de mener". Det kan være utfordrende når hun jobber med multistep oppgaver som skal løses i flere steg. Når Rea blir oppmuntret til å tegne til teksten, sier hun at hun egentlig ikke vet hva hun skal tegne. Posamentier & Krulik (1998) påpeker at det er viktig at elevene får opplæring i hvordan de kan benytte seg av "visuell representasjon" strategi i matematikk, og hvordan diagrammer og figurer kan brukes effektivt for å registrere data og resultater. En visuell tilnærming til problemløsing vil hjelpe eleven til lettere å holde oversikt over informasjonen som er gitt i oppgaveteksten (Udir, 2014). Eleven kan dermed velge en strategi for å løse oppgaven (Røsseland, 2008).

Studiens funn viser at elevene ikke er vant til å tegne til oppgaven når de løser tekstoppgaver. Det er kun én elev som uoppfordret velger å visualisere oppgaven med tegning. To elever har visualisert oppgaven etter oppmuntring fra læreren. Med bakgrunn i teori og funn kan det se ut som om det er hensiktsmessig å gi elevene erfaring i hvordan funksjonell tegning brukes for å visualisere oppgaven. Funnene synes å vise at faglig sterke elever ser for seg en visuell representasjon av problemet i hodet.

5.3.3 Oppdage et mønster

Funnene viser at strategien er brukt av Hans på oppgave 4. Han finner først ut at det er 4 elever som kan forsyne seg meg blyanter fra en eske som inneholder 12 blyanter når elever skal få 3 blyanter hver. Han oppdager at når vi dobler antall esker, dobler vi også antall elever og fortsetter slik til han finner hvor mange esker May trenger å hente for at alle de 23 elevene skal få 3 blyanter hver. Kongelf (2011) påpeker at et mønster kan identifiseres med utgangspunkt i fellestrekk i problemet. I oppgaveløsingen oppdager Hans fellestrekk ved kategoriene elever og blyanter; når antall elever dobles, fører det til en dobling av antall blyanter. Mønstre han har oppdaget er numerisk representert (Polya, 1981). Han har valgt å sette opp en liste over de numeriske data. Dette hjelper ham til lettere å identifisere mønstre (Grevholm et al., 2103; Posamentier & Krulik, 2009). Posamantier & Krulik (2009) påpeker at å finne et mønster kan være utfordrende og understreker at elevene trenger erfaring i å undersøke data for å se om et mønster og sammenhenger finnes. Funn i undersøkelsen synes å peke i samme retning ved at det kan være hensiktsmessig å legge til rette for opplæring som skal gi elevene erfaring i hvordan mønstre i problemløsingsoppgaver kan identifiseres.

5.3.4 Gjette en løsning og sjekke om den stemmer

Funnet viser at samtlige elever som har deltatt i undersøkelsen har benyttet "gjett og sjekk" metoden på visse oppgaver, men det er forskjell på hvilke oppgaver metoden benyttes i, og om den brukes på hele oppgaven eller kun på noen deler av oppgaven. Metoden blir i noen tilfeller utført ved at de gjetter på en løsning, men hopper over å sjekke om det de er kommet fram stemmer. Ifølge Polya (1971; 1981) gjetter alle elevene på en løsning når de løser oppgaver som ikke er rutineoppgave for dem, men det er ulikt hvor fornuftige gjettingene er.

Både Nina og Teo finner ut at det er fornuftig å benytte gjetting i oppgave 1. Nina vil prøve å gjette de tre tallene som til sammen skal være 104, som det framgår av oppgaveteksten. Hun er klar over relasjonene mellom personene i oppgaven og vet at hun må operere med tiertall når hun skal halvere og doble. Derfor ser hun bort fra tallet 4 i en stund. Teo gjetter nesten på samme måte som Nina og finner fort ut at 50 ikke vil passe der fordi "jeg er nødt til å ha en ekstra". Han justerer tallet en tier ned og prøver med at det en tallet er 40. Han halverer 40 og får det andre tallet 20. Tredje tallet må da være 44. Ved å sjekke numeriske relasjonene mellom personene ser han at gjettingen stemmer. En slik gjetting som beskrevet ovenfor kjennetegner ifølge (Polya, 1971; 1981) flinke elever. De reflekterer over det de er kommet fram, sjekker om gjettingen stemmer og prøver seg på en ny gjetting. Polya sier videre at selv om den første gjettingen ikke gir riktig svar, kan dette øke forståelse av problemet og prøve seg på en ny gjetting, som kanskje vil føre til at man får en idé for å løse oppgaven. Både Nina og Teo sjekket om gjettingen stemte, estimerte tall, sjekket om det stemte med betingelsene i oppgaven. Hver etterfølgende gjetting baserte de på resultatet fra forrige gjettinger (Posamentier & Krulik, 2009). Det er en slik gjetting kalles kvalifisert gjetting (Polya, 1981) eller intelligent gjetting (Posamentier & Krulik, 1998).

I oppgave 2, som er en flerstegsoppgave, gjetter Nina på en av de ukjente i problemsituasjonen. Det tallet hun har gjettet og valgt å starte oppgaveløsing med, er feilgjettet. Hun oppdager ikke gjettefeil og arbeider seg videre fram mot løsning. Videre i oppgaveløsingen er det blitt gjort en regnefeil som ikke er oppdaget. Som følge av både gjettefeilen og regnefeilen var sluttsvar ikke riktig. Til slutt kontrollerer Nina ikke om svaret er riktig i henhold til betingelsene i problemet. En slik gjett og sjekk metode kjennetegner gjerne mindre flinke elever (Polya, 1971; 1981). I det ovenstående er det beskrevet hvordan hun gjetter seg fram i oppgave 1, og det er referert til forskningslitteratur som sier at en slik gjetteprosess kjennetegner flinke elever. Derfor er det grunn til å anta at hvis hun ikke hadde gjort regnefeil, ville hun oppdaget gjettefeilen, sett tilbake og prøvd seg på en ny gjetting. Hun hadde også mulighet til å sjekke sluttsvar og dermed mulighet til å oppdage feil, noe hun ikke gjorde. Kanskje ville visualiseringen av problemsituasjonen ved bruk av for eksempel tegn modell-metoden hjelpe henne til lettere å ha oversikt over informasjoner og løse oppgaven?

En form for "gjett og sjekk" metode er benyttet av Rea i oppgave 2. Hun står fast og læreren gir henne scaffolding i form av hint om hvor i oppgaven hun kan starte (Meyer & Turner (2002), som ifølge Goldin (2000) er en naturlig og viktig del av oppgavebaserte intervjuer. Hun lager et riktig regnestykke som representerer situasjonen, 186 – 126 = 312. Det er et subtraksjonsstykke, men svaret er summen av de to leddene. Dette kan tyde på at hun har gjettet på regneoperasjon. Sowder (1995) har funnet at denne strategien benyttes ofte av faglig svake elever. En annen mulig forklaring på Reas feilutregning kan være at relasjonsord "mer enn" (signaliserer addisjon) i oppgaveteksten, som er inkonsistent med regneoperasjonen som skal brukes i løsingen (subtraksjon), har skapt forvirring hos eleven. Mayer & Hegarty (1996) og Hegarty et al. (1992) finner at når eleven baserer sin løsning på en kombinasjon av tall og nøkkelord fører dette ofte til feil løsning på problemet. Mayer & Hegarty (1996) har observert at den nevnte strategien oftere brukes av mindre gode lesere og mindre gode problemløsere, og de betegner strategien som direkte oversettelse-strategi. Med hjelp av scaffolding fra læreren er Rea kommet fram til riktig svar, men det er ikke observert at hun sjekker om svaret er riktig.

En annen elev som har fått støtte i form av scaffolding er Malin. Hun har benyttet "gjett og sjekk" metoden i oppgave 4, der hun visualiserer problemsituasjonen med tellestreker inne i bokser. Det framgår av feilsvar som hun er kommet fram til, at hun ikke har klart for seg hvor mange blyanter alle elevene skal ha til sammen.

Ut fra teori og empiri kan det trekkes en slutning om at alle elevene gjetter på en løsning når de løser oppgaver som ikke er rutineoppgave for dem. Funnene viser at "gjett og sjekk" metoden benyttes både på hele oppgaven og på deler av oppgaven. Funnene viser videre at noen elever gjetter, men hopper over å sjekke om det de er kommet fram stemmer. En og samme elev gjetter på svaret og sjekker om det stemmer i en oppgave, mens hun i en annen oppgave gjetter på svaret, men hopper over å kontrollere om svaret er riktig i henhold til betingelsene i problemet. På bakgrunn av funnene kan det trekkes en slutning om at det er hensiktsmessig å kombinere "gjett og sjekk" med "visuell representasjon" metoden.

5.3.5 Foreta en systematisk undersøkelse eller lage en organisert liste

Det er to elever som har valgt å organisere data for å få bedre oversikt over numerisk informasjon. I undersøkelsen er det kommet fram at data i oppgaveløsing blir organisert på to måter. Den ene måten er å lage en organisert liste. Hans undersøker betingelsene og løser et delproblem. Data i delproblemet blir organisert i en liste over antall blyanter i en eske og antall elever som kan forsynes fra en eske. Slik blir delproblemet løst. Med utgangspunkt i delløsningen han er kommet fram til blir data systematisert i to kolonner, i en forenklet tabell. Data kan organiseres i en tabell (Kongelf, 2011; Grevholm et al., 2013; Posamentier & Krulik, 1998; 2009), eller de kan bli systematisert og organisert i en liste isteden (Posamentier & Krulik, 2009).

Den andre måten å systematisere og organisere data på er benyttet av Rea. Hun har valgt å bruke tegning til å systematisere og organisere informasjon. Tegningen blir brukt for å få oversikt over alle mulighetene som kan være aktuelle for å løse oppgaven. Posamentier & Krulik (2009) påpeker at begge måtene å organisere data på blir brukt til å holde styr på dataene og vise veien mot løsningen. Funn i undersøkelsen synes å peke i samme retning ved at det er benyttet både organisert liste og tegning for å systematisere og organisere data.

5.3.6 Omformulere problemet eller tenke baklengs

Når strategien benyttes i undersøkelsen, starter elevene med det kjente. I oppgave 4 er det antall blyanter hver elev skal ha og antall blyanter i en eske, og i oppgave 1 er det tallet 4, i tillegg til at det er oppgitt sluttposisjon. Elevene arbeider seg bakover og løser en del av problemet, og fra dette utgangspunktet jobber de seg videre framover. Slik reverserer de stegene i oppgaveløsingen og finner en løsning på det opprinnelige problemet (Posamentier & Krulik, 1998). Solvang (2005) sier at det er vanlig å bruke strategien på deler av problemet. I løsingen av de to oppgavene er det benyttet flere heuristiske strategier kombinert med å arbeide baklengs, noe som ifølge Posamentier & Krulik (1998) og Kongelf (2011) er det vanlig å gjøre når et problem skal løses. Ovenfor er det påpekt at strategien er benyttet på oppgave 1 og 4. I begge oppgavene er det oppgitt sluttsituasjon, i oppgave 1 direkte og i oppgave 4 indirekte. Funn synes å vise at visse typer tekstoppgaver er egnet til visse strategier.

I undersøkelsen forklarer Teo hvordan han tenker når han arbeider bakover i oppgave 1: "Jeg fant ut at jeg er nødt til å ha 4 på den enerplassen fordi de hadde 104". Kunnskap om posisjonssystemet og evne til logisk resonnement ser ut til å være svært viktig for å løse denne oppgaven. For å kunne benytte seg av "tenke baklengs" strategi må eleven ha en rimelig forståelse av problemets struktur (Posamentier & Krulik, 2009). Her inngår både oppgavens språklige og numeriske komponent (Gerofsky, 1999), som igjen krever at eleven har både språklige og problemløsingsferdigheter for å løse oppgaven (Olafsen & Maugesten, 2009). Ostad (2010) refererer til funnene som viser at oppgavens språklige struktur influerer på dens vanskegrad og dermed påvirker elevenes oppgaveløsing. De fire tiltakene for forbedret undervisning i arbeid med tekstoppgaver foreslått av Mayer (1985) kan være et godt utgangspunkt for å utvikle elevens evner og ferdigheter i problemløsing. Ingen av de to faglig svake elevene klarte oppgave 1.

Funnene kan tyde på at "tenke baklengs" strategi oftere benyttes av faglig sterke elever. På bakgrunn av teori og funn kan det trekkes en slutning om at eleven må ha gode språklige og problemløsingsferdigheter for å kunne løse oppgaven.

Posamentier & Krulik (2009) påpeker at "tenke baklengs" strategi kan være vanskelig for noen elever å mestre fordi de er vant til å ta utgangspunkt i betingelsene i problemet og arbeide seg stegvis framover mot løsningen. De understreker derfor viktigheten av å oppmuntre elevene til å ta i bruk denne strategien. Når løsningen er funnet, er det særlig viktig å kontrollere om løsningen stemmer, og det kan gjøres ved å arbeide seg framover mot løsningen, for så å sjekke om man får samme svar (Posamentier & Krulik, 2009). Alle elevene som har benyttet seg av "tenke baklengs" strategi klarte oppgaven(e) strategien er anvendt på. Funnene kan tyde på at "tenke baklengs" strategi er en hensiktsmessig strategi å bruke i oppgaveløsing

5.3.7 Begynne med å løse et enklere spesialtilfelle eller en del av problemet

Denne strategien blir anvendt av en elev på oppgave 4. Han undersøker problemet og identifiserer flere identiske delproblemer og setter delmål. Løsingen av det opprinnelige problemet bygger på løsingen av et delproblem. Han løser delproblemet og får dermed bedre innsikt i hvordan det opprinnelige, mer komplekse problemet kan løses. Delløsningen danner grunnlaget for å sette opp en organisert liste over løste delproblemene som fører fram til riktig løsning. Kongelf (2011) og Grevholm et al. (2013) påpeker at når delproblemer blir løst, kan eleven konstruere en løsning for det opprinnelige problemet. Polya (1971) og Mason et al. (2010) kaller en slik metode for å tilnærme seg problemet spesialisering. Ved å løse de spesielle tilfellene vil eleven oppdage mønstre og sammenhenger som kan generaliseres til andre problemer av samme type. Yeap & Kaur (2008) trekker fram metakognitive ferdigheter og evne til kritisk tenkning som viktige faktorer i denne prosessen.

Funnene synes å vise at elevene ikke så ofte benytter seg av denne strategien. Dette kan sies å ha sammenheng med elevens metakognitive ferdigheter.

5.4 Oppsummering av løsingsstrategier

Funn fra undersøkelsen viser at det er flere løsingsstrategier som blir benyttet av de faglig sterke elevene enn de faglig svake. Løsingsstrategier som er blitt benyttet av kun de faglig sterke elevene er "å oppdage et mønster" og "spesialisering", men allikevel av kun én faglig sterk elev.

Funnene viser at strategien som er blitt benyttet av alle elevene er "å dele opp problemet i flere deler", med den forskjell at de faglig sterke elevene benytter den på flere oppgaver enn de faglig svake elevene. Strategien anvendes på flerstegsoppgaver, og i flere tilfeller kombineres den med andre heuristiske strategier som for eksempel "tenke baklengs" og "gjett og sjekk". Et annet funn viser at de faglig svake elevene kombinerer flere løsingsstrategier på en oppgave, minst 2 og opp til 5 strategier, mens de faglig sterke elevene i noen tilfeller har løst en oppgave ved å ha benyttet kun én løsingsstrategi. Dette kan forklares med at de faglig sterke elevene først prøver på en strategi, holder seg til den og utforsker alle muligheter innenfor den strategien før de prøver en ny strategi hvis den forrige ikke fører fram.

Et av funnene viser at elevene har lite erfaring med å tegne til oppgaven og med identifisere mønstre når de løser tekstoppgaver. Derfor kan det være hensiktsmessig å gi elevene erfaring i hvordan funksjonell tegning kan brukes for å visualisere oppgaven og hvordan mønstre i problemløsingsoppgaver kan identifiseres.

Funnene viser at "gjett og sjekk" metoden benyttes av alle elevene, både på hele oppgaven og på deler av oppgaven. Noen elever har en tendens til å gjette seg fram i oppgaveløsing, men hopper over å sjekke om det de er kommet fram stemmer. En elev kan gjette på svaret i en oppgave og sjekke om det stemmer, men i en annen oppgave der også gjetting er benyttet hopper eleven over å kontrollere om svaret er riktig. For å systematisere og organisere data benytter en elev en organisert liste og en annen benytter tegning.

Et av funnene viser at "tenke baklengs" strategi oftere benyttes av faglig sterke elever og blir som oftest anvendt på deler av problemet. Funnet viser at "tenke baklengs" alltid anvendes i kombinasjon med en eller flere andre løsingsstrategier. For å kunne benytte seg av "tenke baklengs" strategi, må eleven ha forståelse av oppgavens språklige og matematiske struktur. Et sentralt funn i denne undersøkelsen er at eleven må ha gode språklige og problemløsingsferdigheter for å kunne løse oppgaven. Visse tekstoppgaver er egnet til visse strategier, noe som krever at eleven har evne til å utvikle løsingsstrategi, velge den strategien som er mest hensiktsmessig for å løse den aktuelle oppgaven, og anvende den.

5.5 Hvordan legge til rette for arbeid med tekstoppgaver i matematikk

Utgangspunktet for å skrive dette delkapitlet er sentrale empiriske funn i undersøkelsen som ovenfor er drøftet og tolket i lys av teori, og som her vil bli koblet opp mot teori om hvordan læreren kan legge opp til arbeid med tekstoppgaver i matematikk.

Funnene fra studien viser at de fem elevene, som har vært med i undersøkelsen, er en matematikkfaglig sammensatt gruppe. De har ulike forutsetninger og ulike ferdigheter når det gjelder løsing av tekstoppgaver. Det krever at læreren legger opp til arbeid med tekstoppgaver slik at alle elevene får mulighet til å oppleve mestring. Utgangspunktet for tilrettelegging av opplæring i arbeid med tekstoppgaver er forståelsen at tilpasset opplæring skal skje innenfor fellesskapet, i klasser eller grupper (St.meld. nr. 31). Det innebærer at alle elever skal i arbeidet med fagene få møte utfordringer de kan strekke seg mot, og som de kan mestre på egen hånd eller sammen med andre. Det gjelder også elever med særlige vansker eller særlige evner og talenter på ulike områder (LK06).

Når elevene løser tekstoppgaver benytter de seg av både lesestrategiene og løsingsstrategiene som passer best til oppgaven de skal løse. For å lykkes i oppgaveløsingen må de besitte et visst repertoar av disse typene strategier. Funnene i undersøkelsen viser at de faglig svake elevene benytter seg av få lesestrategier og løsingsstrategier når de leser og løser tekstoppgaver. Det kan tyde på at de har et tynt repertoar av strategier som er hensiktsmessig å anvende i arbeid med tekstoppgaver. Cook (2006) påpeker at elever må beherske forskjellige lesestrategier for å skille mellom tekstelementer. Dette støttes av Mayer (1985) som har påpekt at manglende språklig forståelse av oppgaveteksten ofte er årsak til at oppgaven ikke blir løst. Funnene i min undersøkelse viser at lesestrategier "skille ut relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing", "spørsmål-styrt lesing" og "analyse av semantiske trekk" er svært effektive for å trekke ut relevant informasjon ved oppgaveløsing. Strategiene er i større grad benyttet av faglig sterke elever, og de klarte nøyaktig å skille mellom tekstelementer.

Hana (2013) påpeker at de faglig svake elevene klarer å løse mer utforskende, kognitive oppgaver dersom de får mulighet til det. Det er gjennom å løse mange problemer at de forbedrer sin problemløsingsevne (Lester, 1996). Lester påpeker videre at de fleste elever tjener på systematisk undervisning i problemløsing. Dette gjelder både faglig svake og faglig sterke elever. Ostad (2010) understreker at en effektiv strategiopplæring innebærer modellering som en av de aller viktigste komponentene. En slik prosess, som gjerne blir kalt kognitiv modellering ("stillasbygging"), innebærer at læreren synliggjør for elevene hvordan de kan gå fram for å løse den aktuelle oppgaven. For å legge til rette for en slik opplæring i oppgaveløsingsmetoder må læreren selv besitte et bredt repertoar av problemløsingsstrategier og ha tilgang til varierende og formålstjenlige tekstoppgaver (Björkqvist, 2003). Åpne og rike oppgaver er ofte velegnet til å benytte i matematikklasserom fordi de initierer flere løsninger og framgangsmåter, og åpner for kreativitet, refleksjon og argumentasjon. En slik oppgave er tilpasset eller kan tilpasses flere elever samtidig.

Udir (2014) eksemplifiserer hvordan læreren kan legge opp til arbeid med tekstoppgaver i klassen. En slik prosess innebærer at læreren må ”tenke høyt” om gangen i arbeidet. Reid & Lienemann (2006) betegner denne som "tenke-høyt-teknikken". Læreren modellerer for klassen bruken av ulike lesestrategier ved at han leser langsomt og nøye for at en skal få med seg all informasjon, som er nødvendig for å danne seg en forståelse av situasjonen. Læreren tenker høyt om hvordan elementene i teksten henger sammen og trekker ut viktig informasjonen i teksten. Neste steg er å tegne en modell på tavla som representerer situasjonen i oppgaven. Deretter løser læreren oppgaven på tavla. Elevene er delaktige i løsingsprosessen. Avslutningsvis organiserer læreren elevene i par slik at de kan jobbe videre sammen om problemløsingsoppgaver ved hjelp av visualisering. På denne måten får eleven sett og hørt hvordan "eksperten" tenker (Reid & Lienemann, 2006). Ostad (2010) påpeker at en gradvis overføring av problemløsingskompetanse fra læreren til eleven foregår i en verbal samhandling. Læreren hjelper den enkelte eleven et stykke på vei der han tar da selv ansvar for deler av løsingsstrategien, slik at eleven kan konsentrere seg om de komponentene han eller hun mestrer. Læreren overlater gradvis ansvaret til eleven, i takt med elevens økende kompetanse. Slik tar eleven i bruk en mer hensiktsmessig løsingsstrategi.

Det er viktig at læreren legger til rette for at elevene får trene opp de evner og ferdigheter som er nødvendige for å forstå problemet og bygge en nøyaktig mental representasjon av problemet. Læreren legger til rette for å gi eleven trening i å identifisere problemets matematiske struktur, gir ham direkte instruksjon i hvordan et problem kan løses og øving i grunnleggende algoritmer før man går videre til mer komplekse regnealgoritmer og regler.

De tiltakene for forbedret undervisning i arbeid med tekstoppgaver som er foreslått av Mayer (1985) kan være en bra måte å legge opp oppgaveløsing på. Funnene i undersøkelsen viser at faglig svake elever ikke klarer å forstå oppgaven og danne seg en mental modell av situasjonen, selv etter at de har lest oppgaven igjen. Funnene viser også at elevene ikke er vant til å tegne til oppgaven når de løser tekstoppgaver, noe som vil hjelpe dem til lettere å håndtere informasjonen i teksten. Mayer (1985) foreslår å la elevene lage tegninger for å representere informasjoner i oppgaveteksten. *Tegn modell-metoden* kan med fordel brukes her da det vil hjelpe elevene til bedre å holde oversikt over informasjonen i oppgaveteksten, og samtidig blir de i stand til å identifisere relasjoner mellom elementene i oppgaven. Dette vil igjen bidra til at de blir i bedre stand til å forstå hvilke strategier de skal bruke for å løse oppgaven (Røsseland, 2008). Elevene må få reformulere tekstoppgaven til sitt eget daglige språk og overføre oppgaven til en annen kontekst ved å bruke andre ord.

Funnene viser videre at faglig svake elever ikke klarer å oversette situasjonen til et matematisk språk og formulere et matematisk uttrykk som representerer den matematiske situasjonen i oppgaven. Et av funnene viser at eleven ser etter eksemplene i læreboka når hun skal løse en tekstoppgave som er en ikke-rutineoppgave. For å kunne kjenne igjen problemets matematiske struktur, er det viktig at elevene får trening i å blande ulike problemtyper og oppgaveformater i øvingene. Ved å be elevene identifisere ulike problemtyper, la dem plukke ut relevant informasjon og be dem tegne eller formulere problemer, vil det hjelpe dem til å bygge opp et repertoar av oppgaveformater som de kan kjenne igjen.

Funnene i undersøkelsen viser at de faglig sterke elevene har et større repertoar av løsingsstrategier enn de faglig svake elevene, men ifølge Lester (1996) vil alle elevene tjene på å bli undervist i problemløsingsstrategier. For å lykkes i problemløsing må elevene ha et repertoar av løsingsstrategier og vite hvilken strategi som passer best til oppgaven de skal løse. Evne til å utvikle løsingsstrategi, velge den strategien som er mest hensiktsmessig for å løse problemet, bruke den og tolke resultatet, er en del av helhetlig matematisk kompetanse (Kilpatrick et al., 2001). Læreren legger opp oppgaveløsingen slik at elevene får beskrive løsingsstrategiene sine og sammenligne sine framgangsmåter og løsninger med løsninger som er stilt til disposisjon av "eksperter", læreren eller læreboka. Direkte undervisning i heuristiske strategier for spesifikke problemer hører også med her. Disse oppgavespesifikke strategiene inkluderer de alternative framgangsmåtene elevene tar i bruk når den aktuelle matematikkoppgaven skal løses (Ostad, 2008).

Elevene som deltok i undersøkelsen brukte addisjon og subtraksjon for å løse oppgaver. Det var kun én elev som brukte også multiplikasjon på en oppgave, de andre elevene brukte gjentatt addisjon der. Det kan derfor være hensiktsmessig å gi dem øving i grunnleggende algoritmer før man går videre til mer komplekse regnealgoritmer og regler. Prestasjonene ved algoritmeregning skal evalueres slik at feil i delprosessene kan korrigeres, og dermed kan prestasjonen forbedres.

6 OPPSUMMERING OG KONKLUSJON

6.1 Oppsummering av funn

Hovedmålet med oppgaven har vært å få et innblikk i hvordan elever på 5. trinn går fram for å løse tekstoppgaver i matematikk ved å se på hvilke lesestrategier og løsingsstrategier de benytter seg for å løse oppgavene. For å få belyst dette, ble det gjennomført en pre-test, der ni elever deltok. Deretter gjennomførte jeg oppgavebaserte intervjuer med fem av elevene. Intervjuene ble gjennomført med én og én elev på elevens skole og i skoletiden. Elevene ble bedt om å løse flerstegs tekstoppgaver fra aritmetikkområdet. Tre elever har jobber med fire oppgaver, mens to elever har jobbet med tre oppgaver.

I oppgaven er datamaterialet analysert ut fra følgende forskningsspørsmål:

1. *Hvilke strategier bruker elevene når de leser tekstoppgaver i matematikk?*
2. *Hvilke strategier bruker elevene når de løser tekstoppgaver i matematikk?*

Med utgangspunkt i funnene som gir svar på de to første forskningsspørsmålene, har jeg prøvd å svare på det tredje forskningsspørsmålet:

3. *Hvordan legge til rette for arbeid med tekstoppgaver i matematikk?*

1. Hvilke strategier bruker elevene når de leser tekstoppgaver i matematikk?

Undersøkelsen viser at de aller fleste oppgaver er løst ved å kombinere to eller flere strategier der det foregår et samspill mellom forståelsesfasen og løsingsfasen. Analysen av de oppgavebaserte intervjuene viser at de faglig sterke elevene har et større repertoar av lesestrategier og løsingsstrategier enn de faglig svake elevene. Funnene viser at "å trekke ut relevant informasjon ved første gangs gjennomlesing", "spørsmål-styrt" lesing og "analyse av semantiske trekk" strategier er svært effektive for å identifisere relevant informasjon i oppgaveteksten. Disse strategiene benyttes i større grad av de faglig sterke elevene.

Gjenlesing er den strategien som oftest er benyttet både når det gjelder antall elever og antall oppgaver den er benyttet på. Strategien benyttes av både faglig sterke og faglig svake elever, og de leser om igjen hele oppgaven eller deler av oppgaven. Når de faglig svake elevene leser oppgaveteksten om igjen, fokuserer de i større grad på å forstå oppgaven og danne seg en mental modell av det matematiske problemet. Funnet viser at selv om de leser oppgaveteksten igjen, klarer de ikke å forstå det matematiske problemet i oppgaven. Når de faglig sterke elevene leser om igjen, fokuserer de på å evaluere og overvåke sine tankeprosesser og eventuelt justere den mentale modellen, samt å kontrollere svaret mot betingelsene i teksten. Et av de funnene viser at eleven leser igjen ved å bevege seg gjennom spørsmålet, delproblemet som skal løses, og sluttsituasjonen,

Undersøkelsen viser videre at "se etter nøkkelordet" strategi kan anvendes på to måter: a) eleven ser etter nøkkelordet og reflekterer over dets funksjon i oppgavekonteksten for å se om det refererer til en direkte handling (operasjonsord), eller om det refererer til relasjoner mellom personer og mengder (relasjonsord), og b) som nøkkelordstrategi der eleven ser etter nøkkelordet, for det "forteller" hvilken regneoperasjon som skal brukes til å løse oppgaven. Den første tilnærmingen til lesing benytter gode lesere og problemløsere, og den andre tilnærmingen benyttes av mindre gode lesere og problemløsere. Et av de funnene viser at tekstoppgaver som inneholder inkonsistente nøkkelord kan være utfordrende å løse. Tekstoppgaver med mye informasjoner og med kun ett tall i oppgaven er det utpekt som vanskelige å forstå.

2. Hvilke strategier bruker elevene når de løser tekstoppgaver i matematikk?

Funnene fra undersøkelsen viser at det er flere løsingsstrategier som benyttes av de faglig sterke elevene enn de faglig svake. Funnene viser videre at strategien som er blitt benyttet av alle elevene er "å dele opp problemet i flere deler", med den forskjell at de faglig sterke elevene benytter den på flere oppgaver enn de faglig svake elevene.

Et annet funn viser at de faglig svake elevene kombinerer flere løsingsstrategier på en oppgave, minst 2 og opp til 5 strategier, mens de faglig sterke elevene i noen tilfeller har løst en oppgave ved å ha benyttet kun én løsingsstrategi. Dette kan forklares med at de faglig sterke elevene først prøver på en strategi, holder seg til den og utforsker alle muligheter innenfor den strategien før de prøver en ny strategi hvis den forrige ikke fører fram.

Et av funnene viser at elevene har lite erfaring med å tegne til oppgaven og med identifisere mønstre når de løser tekstoppgaver. Derfor kan det være hensiktsmessig å gi elevene erfaring i hvordan funksjonell tegning kan brukes for å visualisere oppgaven og hvordan mønstre i problemløsingsoppgaver kan identifiseres. Undersøkelsen viser at "tegn modell-metoden" kan være hensiktsmessig å benytte seg av for å visualisere informasjonen i oppgaven.

Undersøkelsen viser at "gjett og sjekk" metoden benyttes av alle elevene, både på hele oppgaven og på deler av oppgaven. Noen elever gjetter seg fram i oppgaveløsing, men hopper over å sjekke om det de er kommet fram stemmer.

Et av funnene viser at "tenke baklengs" strategi oftere benyttes av de faglig sterke elevene og blir som oftest anvendt på deler av problemet. Strategien anvendes alltid i kombinasjon med en eller flere andre løsingsstrategier. Undersøkelsen viser videre at eleven må ha forståelse av oppgavens språklige og matematiske struktur for å kunne benytte "tenke baklengs" strategi.
I undersøkelsen kommer det også fram at visse tekstoppgaver er egnet til visse strategier, noe som krever at eleven har evne til å utvikle løsingsstrategi, velge den strategien som er mest hensiktsmessig for å løse den aktuelle oppgaven, og anvende den.

Et sentralt funn i denne undersøkelsen er at eleven må ha gode språklige og problemløsingsferdigheter for å kunne løse oppgaven.

3. Hvordan legge til rette for arbeid med tekstoppgaver i matematikk?

Funnene i undersøkelsen viser at faglig svake elever ikke klarer å forstå oppgaven og danne seg en mental modell av situasjonen, selv etter at de har lest oppgaven igjen. Funnene viser også at elevene ikke er vant til å tegne til oppgaven når de løser tekstoppgaver, noe som vil hjelpe dem til lettere å håndtere informasjonen i teksten. *Tegn modell-metoden* kan med fordel brukes her da det vil hjelpe elevene til bedre å holde oversikt over informasjonen i oppgaveteksten, og samtidig blir de i stand til å identifisere relasjoner mellom elementene i oppgaven. Elevene må få reformulere tekstoppgaven til sitt eget daglige språk og overføre oppgaven til en annen kontekst ved å bruke andre ord.

Funnene viser videre at faglig svake elever ikke klarer å oversette situasjonen til et matematisk språk og formulere et matematisk uttrykk som representerer den matematiske situasjonen i oppgaven. For å kunne kjenne igjen problemets matematiske struktur, er det viktig at elevene får trening i å blande ulike problemtyper og oppgaveformater i øvingene.

Ved å be elevene identifisere ulike problemtyper, la dem plukke ut relevant informasjon og be dem tegne eller formulere problemer, vil det hjelpe dem til å bygge opp et repertoar av oppgaveformater som de kan kjenne igjen.

Funnene i undersøkelsen viser at de faglig sterke elevene har et større repertoar av løsingsstrategier enn de faglig svake elevene, men alle elevene vil tjene på å bli undervist i problemløsingsstrategier. Det er derfor viktig at læreren legger opp oppgaveløsingen slik at elevene får beskrive løsingsstrategiene sine og sammenligne sine framgangsmåter og løsninger med løsninger som er stilt til disposisjon av "eksperter", læreren eller læreboka. Direkte undervisning i heuristiske strategier for spesifikke problemer hører også med her. Det kan derfor være hensiktsmessig å gi elevene øving i grunnleggende algoritmer før man går videre til mer komplekse regnealgoritmer og regler.

Læreren kan benytte seg av "tenke-høyt-teknikken" når han modellerer for klassen bruken av ulike lesestrategier. Han leser langsomt og nøye for at en skal få med seg all informasjon, som er nødvendig for å danne seg en forståelse av situasjonen. Læreren tenker høyt om hvordan elementene i teksten henger sammen og trekker ut viktig informasjonen i teksten. Neste trinn er å tegne en modell på tavla som representerer situasjonen i oppgaven. Deretter løser læreren oppgaven på tavla. Elevene er delaktige i denne prosessen. Avslutningsvis organiserer læreren elevene i par slik at de kan jobbe videre sammen om problemløsingsoppgaver ved hjelp av visuell representasjon strategi.

6.2 Konklusjon

Funnene fra undersøkelsen er basert på datamateriale fra en liten gruppe på 5 elever fra 5. trinn. Elevene er ikke tilfeldig valgt, og de er derfor ikke representative for en større gruppe av elever, en klasse eller en skole. Ut fra studiens datamateriale og funn kan jeg heller ikke trekke generelle slutninger til å gjelde alle elever på 5. trinn enn de elevene som deltok i undersøkelsen. Det er rimelig å anta at hvis jeg hadde undersøkt andre elever, hadde jeg fått andre svar og undersøkelsen ville gitt også litt andre resultater. Jeg mener likevel at mine beskrivelser av funnene ligger til rette for at andre skal kunne sammenligne mine funn med lignende undersøkelser, og på den måten dra nytte av mine funn og tolkninger. Det vil si at andre kan benytte seg av de kategoriene som er benyttet i undersøkelsen min, og se om de får noen av de samme resultatene som jeg har fått.

Det er tre lesestrategier: "enkel sammenligning", "gripe til tall" og "velge opplysningen ut fra dens plassering" og tre løsingsstrategier: "bruke en tabell eller et diagram", "tenke logisk og trekke korrekte konklusjoner" og "bruke en modell for å løse problemet" som elevene i denne undersøkelsen ikke har benyttet seg av. Studien kan være utgangspunkt for videre forskning for å se om de strategiene som ikke er blitt benyttet i min undersøkelse, blir av andre elever benyttet i en annen.

7 LITTERATURLISTE

Alexander, P. A. (2003). The development of expertise: The journey from acclimation to proficiency. *Educational Researcher, 32*(8), 10-14.

Alseth, B. (2009). Kompetanse og grunnleggende ferdigheter i matematikk. I H. Traavik, O. Hallås & A. Ørvig (Red.). *Grunnleggende ferdigheter i alle fag* (s. 104-127).Oslo: Universitetsforlaget.

Bjørkås, Ø. J. (2013). Lesing i matematikk: En tverrfaglig utfordring. I M-B. Waale & M. Krogtoft (Red.). *Krafttak for lesing i fag* (s. 67-83). Trondheim: Akademika forlag

Björkqvist, O. (2003). Matematisk problemløsning. I B. Grevholm (Red.), *Matematikk for skolen* (s. 51-70). Bergen: Fagbokforlaget.

Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects — State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational studies in mathematics,* 22(1), 37-68.

Botten, G. (2003). *Meningsfylt matematikk - Nærhet og engasjement i læringen* (2. utgave). Bergen: Caspar forlag.

Breiteig, T. & Venheim, R. (2003). *Matematikk for lærere 2*. Oslo: Universitetsforlaget.

Buli-Holmberg, J. (2008): Lærerrollen og tilpasset opplæring. I H. Bjørnsrud & S. Nilsen (Red.). *Tilpasset opplæring - intensjoner og skoleutvikling* (s.168 – 198). Gyldendal Akademisk.

Chinn, S. (2013). *Når matte blir vanskelig. Hvordan hjelpe elever med matematikkvansker*. Oversatt av W . Gunnesdal & Ø. Randers-Pehrson. Oslo: Kommuneforlaget.

Clarke, D. M., Roche, A., & Mitchell, A. (2011). One-to-one student interviews provide powerful insights and clear focus for the teaching of fractions in the middle years. *Fractions: Teaching for understanding,* 23-32. Adelaide: The Australian Association of Mathematics Teachers Inc.

Cook, J. L. (2006). College students and algebra story problems: Strategies for identifying relevant information. *Reading Psychology, 27*(2-3), 95-125.

Cook, J. L. & Rieser, J. J. (2005). Finding the Critical Facts: Children's Visual Scan Patterns When Solving Story Problems That Contain Irrelevant Information. Journal of educational psychology, 97(2), 224.

Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal of Mathematics Teacher Education,* 11(5), 395-415.

Cummins, D. D., Kintsch, W., Reusser, K. & Weimer, R. (1988). The role of understanding in solving word problems. *Cognitive psychology*, *20*(4), 405-438

De Lange, J. (1995). Assessment: No change without problems. I T. A. Romberg (Red.), *Reform in school mathematics and authentic assessment* (s. 87-173). SUNY Press

Diezmann, C. M. & English, L. D. (2001). Promoting the use of diagrams as tools for thinking. *2001 National Council of Teachers of Mathematics Yearbook: The Role of Representation in School Mathematics*, 77-89.

Duncker, K. & Lees, L. S. (1945). On problem-solving. *Psychological monographs*, *58*(5), i.

Elstad, E. & Turmo, A. (2006). Hva er læringsstrategier? I E. Elstad & A.Turmo (Red.). *Læringsstrategier Søkelys på lærernes praksis* (s. 13 – 26). Oslo: Universitetsforlaget.

Evens, H. & Houssart, J. (2007). Paired interviews in mathematics education. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, *27*(2), 19-24.

Fan, L. & Zhu, Y. (2007). Representation of problem-solving procedures: a comparative look at China, Singapore and US mathematics textbooks. *Educational Studies in Mathematics*, 66, 61–75.

Fong, H. K. (1994). Bridging the gap between secondary and primary mathematics. *Teaching and Learning*, *14*(2), 73-84.

Fontana, A. & Frey, J. H. (2000). The interview: From structured questions to negotiated text. *Handbook of qualitative research*, *2*, 645-672.

Fontana, A. & Frey, J. (1994). The art of science. *The handbook of qualitative research*, 361-76.

Fredheim, G. (2014). Tekststykker i matematikk. *Bedre skole* nr. 3, (s. 45 – 49).

Gerofsky, S. (1999). Genre analysis as a way of understanding pedagogy in mathematics education. *For the Learning of Mathematics*, 36-46.

Goldin, G. A. (2000). A Scientific Perspective on Structured, Task-Based Interviews in Mathematics Education Research. I A. E. Kelly & R. A. Lesh (Red.), *Handbook of Research Design in Mathematics and Science Education* (s. 517-545). Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Goldin, G. A. (1997). Chapter 4: Observing Mathematical Problem Solving through Task-Based Interviews. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 40-177.

Greer, B. (1994). Extending the meaning of multiplication and division. In G. Harel & J. Confrey (Red.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 61–85). Albany, NY: State University of New York Press.

Grevholm, B., Riesbeck, E. & Taflin, E. (2013). Å lære matematikk gjennom problemløsning. I B. Grevholm (Red.), *Matematikkundervisning 1-7* (s. 207 – 237). Oslo: Cappelen Akademisk.

Grønmo, L. S. (2005). Ferdighetenes plass i matematikkundervisningen. *Nämnaren: tidskrift för matematikundervisning*, *32*(4), s 38- 44.

Grønmo, S. (2004). *Samfunnsvitenskapelige metoder*. Bergen: Fagbokforlaget.

Guðmundsdóttir, S. (2011). Den kvalitative forskningsprosessen. I T. Moen & R. Karlsdóttir (Red.), *Sentrale aspekter ved kvalitativ forskning* (s. 15-31). Trondheim: Tapir akademisk forlag.

Halvorsen, K. (2008). *Å forske på samfunnet, en innføring i samfunnsvitenskapelig metode* (5. utgave). Oslo: Cappelen akademisk forlag

Hana, G. M. (2013). *Matematiske byggesteiner. Metamatematikk for lærerutdanningen*. Bergen: Caspar forlag.

Hegarty, M., Mayer, R. E. & Monk, C. A. (1995). Comprehension of arithmetic word problems: A comparison of successful and unsuccessful problem solvers. *Journal of educational psychology*, *87*(1), 18.

Hegarty, M., Mayer, R. E., & Green, C. E. (1992). Comprehension of arithmetic word problems: Evidence from students' eye fixations. *Journal of Educational Psychology*, 84(1), 76.

Herbjørnsen, O. (2006). *Rom, form og tall: matematikkdidaktikk for grunnskolen* (2. utgave). Oslo: Universitetsforlaget.

Holm, M. (2012). *Opplæring i matematikk* (2. utgave). Oslo: Cappelen Damm Akademisk.

Houssart, J. & Evens, H. (2011). Conducting task-based interviews with pairs of children: consensus, conflict, knowledge construction and turn taking. *International Journal of Research & Method in Education*, *34*(1), 63-79.

Hurst, C. (2008). Using task-based interviews to assess mathematical thinking of primary school students. *Navigating currents and charting directions*, 273-280.

Høines, M. J. (2006). *Begynneropplæringen: fagdidaktikk for barnetrinnets matematikkundervisning* (2. utgave). Bergen: Caspar.

Jimenez, L. & Verschaffel, L. (2014). *Development of Children´ s Solutions of Non-Standard Arithmetic Word Problem Solving*.

Kantowski, M. G. (1981). Problem solving. I E. Fennema (Red.), *Mathematics Education Research: Implications for the 80's*, s. 111-126.

Karlsen, L. & Maagerø, E. (2010). Lesing av fagtekster i matematikk. I D. Skjelbred & B. Aamotsbakken (Red.), *Lesing av fagtekster som grunnleggende ferdighet* (s. 217-270). Oslo: Novus forlag.

Kaur, B. & Blane, D. (1994). *Probing children's strategies in mathematical problem solving.* University of Newcastle.

Kilpatrick, J., Swafford, J. & Findell, B. (2001). The strands of mathematical proficiency. *Adding it up: Helping children learn mathematics*, 115-155. Washington, DC: National Academy Press.

Kjærnsli, M., Lie, S., Olsen, R.V., Roe, A. & Turmo, A. (2004). *Rett spor eller ville veier? Norske elevers prestasjoner i matematikk, naturfag og lesing i Pisa 2003*. Oslo: Universitetsforlaget.

Koedinger, K. R. & Nathan, M. J. (2004). The real story behind story problems: Effects of representations on quantitative reasoning. *The Journal of the Learning Sciences*, *13*(2), 129-164.

Koichu, B. & Harel, G. (2007). Triadic interaction in clinical task-based interviews with mathematics teachers. *Educational Studies in Mathematics,65*(3), 349-365.

Kongelf, T. R. (2011). What characterises the heuristic approaches in mathematics textbooks used in lower secondary schools in Norway? *Nordic Studies in Mathematics Education*, 16 (4), 5–44.

Krumsvik, R. J. (2013). *Innføring i forskingsdesign og kvalitativ metode*. Bergen: Fagbokforlaget.

Kunnskapsdepartementet (2013a). *Læreplan i matematikk fellesplan*. Oslo: Departementet.

Kvale, S. & Brinkmann, S. (2010). *Det kvalitative forskningsintervju* (2. utg.). Oslo: Gyldendal Akademisk.

Lester, F. K. (1996). Problemlösningens natur. I R. Ahlström, B. Bergius, G. Emmanuelson, L. Emmanuelson, M. Holmquist, E. Rystedt & K. Wallby (Red.), *Matematik - ett kommunikationsämne* (s. 85-91). Göteborg: Nämnaren.

Lester, F. K., Garofalo, J. & Kroll, D. L. (1989). *The role of metacognition in mathematical problem solving: A study of two grade seven classes*. Final report to the National Science Foundation of NSF project MDR 85-50346. Bloomington.

Lester jr., F. K. (1985). Methodological considerations in research on mathematical problem-solving instruction. In E.A. Silver (ed.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives*, (pp. 41-69). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.

Lithner, J. (2000). Mathematical Reasoning in Task Solving. *Educational Studies in Mathematics*, 165-190.

Littlefield, J. & Rieser, J. J. (1993). Semantic features of similarity and children's strategies for identifying relevant information in mathematical story problems. *Cognition and Instruction*, 11(2), 133-188.

Lunde, O. (2008). Matematikkvansker. Samspillet mellom språk og matematikkvansker. I *Sprog og matematik – matematikkens sprog* (s. 5-12). Region Midtjylland: Tale og Høre Instituttet.

Lunde, O. (2004). Har eleven matematikkvansker – og hva skal vi gjøre for å oppnå mestring? (s. 17-33). I *Skolepsykologi. Tidskrift for pedagogiske – psykologiske tjeneste* nr 1.

Lunde, O. (2003). Språket som fundament for matematikkmestring. S*pesialpedagogikk* 1/2003. (38-44)

Maagerø, E. (2010). Teksters tilgjengelighet. Fagspråk. I D. Skjelbred og B. Aamotsbakken (Red.), *Lesing av fagtekst som grunnleggende ferdighet* (s.185-200). Oslo: Novus forlag.

Maagerø, E. & Skjelbred, D. (2010). *De mangfoldige realfagstekstene. Om lesing og skriving i matematikk og naturfag*. Bergen: Fagbokforlaget.

Maagerø, E. (2009). De langsomme tekstene. Om å lese i matematikk. *Læsepedagogen* 5, 22-27.

Maagerø, E. & Tønnessen, E. S. (2006). Å lese i alle fag. I E. Maagerø & E. S. Tønnessen (Red.), *Å lese i alle fag* (s. 13–30). Oslo: Universitetsforlaget.

Malmer, G. & Solem, H. (2007). *ALP: analyse av leseforståelse innenfor problemløsning: et kartleggingsmateriell i matematikk for 2-10. trinn*. Oslo: Gan Aschehoug.

Mason, J., Burton, L. & Stacey, K. (2010). *Thinking mathematically*. Harlow: Pearson Education Limited.

Mayer, R. E. & Hegarty, M. (1996). The process of understanding mathematical problems. I R. J. Sternberg & T. Ben-Zeev (Red.), *The nature of mathematical thinking* (pp. 29-53). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Mayer, R. E. (1985). Implications of cognitive psychology for instruction in mathematical problem solving. I E. Silver (Red.), *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (s. 123-138). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates.

Mellin-Olsen, S. (1996). Oppgavediskursen i matematikk: rekonstruksjon av en diskurs. *Tangenten, 2/96, 9-15*. Artikkelen finnes også i Tangenten, 2/09, 2-7. Tilgjengelig fra http://www.caspar.no/tangenten/1996/oppgavediskurs.html.

Meyer, D. K. & Turner, J. C. (2002). Using instructional discourse analysis to study the scaffolding of student self-regulation. *Educational Psychologist*, 37(1), 17-25.

Moen, T. & Karlsdóttir, R. (2011). Innledning. I T. Moen & R. Karlsdóttir (Red.), *Sentrale aspekter ved kvalitativ forskning* (s. 9-14). Trondheim: Tapir akademisk forlag.

Moen, T. (2011). Narrativ forskning – fundament, premisser og prosess. I T. Moen & R. Karlsdóttir (Red.), *Sentrale aspekter ved kvalitativ forskning* (s. 87-101). Trondheim: Tapir akademisk forlag.

Mortensen-Buan, A. B. (2006). Lesestrategier og metoder. Arbeid med fagtekster i klasserommet. I E. Maagerø & E. S. Tønnessen (Red.), *Å lese i alle fag* (s. 165-189) Oslo: Universitetsforlaget.

Muir, T. og Beswick, K. (2005). Where Did I Go Wrong? Students' Success at Various Stages of the Problem-Solving Process. *Proceedings of the 28th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia*. Melbourne, Australia, pp. 561-568.

Möllehed, E. (2001). *Problemlösning i matematik: en studie av påverkansfaktorer i årskurserna 4-9.* Malmö: Lärarutbildningen.

Ng, S. F., & Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. *Journal for Research in Mathematics Education,* 282-313.

Nilssen, V. (2012). *Analyse i kvalitative studier: den skrivende forskeren*. Oslo: Universitetsforlaget.

Niss, M. & Jensen, T. H. (Red.) (2002): *Kompetencer og matematiklæring*. Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 18. København: Undervisningsministeriets forlag.

Nortvedt, G. A. (2013). Leseforståelse og matematikk. *Bedre Skole*. (1), s 26-31.

Nortvedt, G. A. (2012). Bruk av tekstoppgaver på matematikktester og -prøver: et kort review, I T. N. Hopfenbeck, M. Kjærnsli & R. V. Olsen (Red.), *Kvalitet i norsk skole: Internasjonale og nasjonale undersøkelser av læringsutbytte og undervisning* (s. 212-222). Oslo: Universitetsforlaget.

Nortvedt, G.A**.** (2011a). *Norwegian Grade 8 students' competence for understanding and solving multistep arithmetic word problems.* PhD, Universitetet i Oslo, Oslo.

Nortvedt, G. A. (2011b). Coping strategies applied to comprehend multistep arithmetic word problems by students with above-average numeracy skills and below-average reading skills. *The Journal of Mathematical Behavior,* 30(3), 255-269

Nortvedt, G. A. (2010). Understanding and solving multistep arithmetic word problems. *Nordic Studies in Mathematics Education,* 15(3), 23-50.

Nortvedt, G. A. (2008). Reading word problems. I: C. Bergsten, B. Grevholm & T. Lingefjärd (Red.), *Perspectives on mathematical knowledge. Proceedings of MADIF 6, the 6th*

Swedish Mathematics Education Research Seminar (s. 74 -84) Stockholm, January 29-30, 2008. Linköping, Sweden: SMDF.

Nortvedt, Guri A. (1998): *Hva kan teksten fortelle? Tekstskriving som diagnostisk redskap for å kartlegge sjette og niendeklassingers volumbegrep*. Hovedfagsoppgave i realfagsdidaktikk. Oslo: Universitet i Oslo.

Olafsen, A. R., & Maugesten, M. (2009). *Matematikkdidaktikk i klasserommet*. Oslo: Universitetsforlaget.

Orton, A. (2004). *Learning mathematics: Issues, theory and classroom practice* (3. utgave) London – New York: Continuum.

Ostad, A. S. (2010). *Matematikkvansker. En forskningsbasert tilnærming*. Oslo: Unipub.

Ostad, S. A. (2008). *Strategier, strategiobservasjon og strategiopplæring: med fokus på elever med matematikkvansker*. Læreboka forlag.

Palm, T. (2009). Theory of authentic task situations. In L. Verschaffel, B. Greer, W. van Dooren & S. Mukhopadhyay (Red.). *Words and worlds. Modelling verbal descriptions of situations* (s. 3-19). Rotterdam: Sense Publishers.

Palm, T. (2008). Impact of authenticity on sense making in word problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 67(1), 37-58.

Polya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving.* New York: Wiley.

Pólya, G. (1971). *How to solve it: A new aspect of mathematical method* (2. utgave). Princeton, N.J. : Princeton University Press.

Posamentier, A. S. & Krulik, S. (Eds.). (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3-6: powerful strategies to deepen understanding*. Corwin Press.

Posamentier, A. S. & Krulik, S. (1998). *Problem-Solving Strategies for Efficient and Elegant Solutions: A Resource for the Mathematics Teacher.* Thousand Oakes: Corwin Press.

Postholm, M. B. (2010). *Kvalitativ metode. En innføring med fokus på fenomenologi, etnografi og kasusstudier* (2. utgave). Oslo: Universitetsforlaget

Pressley, M. & Afflerbach, P. (1995). *Verbal protocols of Reading.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.

Raiker, A. (2002). Spoken language and mathematics. *Cambridge Journal of Education,* 32(1), 45-60.

Reed, S. K. (1999). *Word problems: Research and curriculum reform*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Reikerås, E. (2009). Ulike regnere og ulike typer regning. I J. Fauskanger, R. Mosvold & E. Reikerås (Red.), *Å regne i alle fag* (s. 21-33). Oslo: Universitetsforlaget.

Reikerås, E. (2006). Å lese i matematikken. Hva betyr elevenes leseferdighet for tilrettelegging av matematikk? *Spesialpedagogikk*, 71(4), 51-55.

Roe, A. (2011). *Lesedidaktikk - etter den første leseopplæringen* (2. utgave). Oslo: Universitetsforlaget.

Roe, A. & Taube, K. (2004). How Can Reading Abilities Explain Differences in Maths Performances?. *Northern lights on PISA 2003: A reflection from the Nordic countries*.

Røsseland, M. (2008). *Hva er det de gjør som ikke vi gjør?* Artikkel fra LAMIS sommerkurs rapport 2008. Lokalisert på http://www.fiboline.no/presentasjoner/Lamis_sommerkurs_rapport_2008.pdf

Shuard, H. & Rothery, A. (Red.) (1984). *Children reading mathematics*. J. Murray.

Silver, E. A. (1985). Research on teaching mathematical problem solving: Some underrepresented themes and needed directions. I E. Silver (Red.). *Teaching and learning mathematical problem solving: Multiple research perspectives* (s. 247-266). Hillsdale: Lawrence Erlbaum Associates

Skovsmose, O. (1998). Undersøgelseslandskaber. I T. Dalvang, & V. Rohde (Red.), *Matematikk for alle*. (s. 24-37). Bergen: Landslaget for matematikk i skolen (LAMIS).

Sollid, H. (2013). Intervju som forskningsmetode i klasseromforskning. I M. Brekke & T, Tiller (Red.), Læreren *som forsker: innføring i forskningsarbeid i skolen* (s. 124-137). Oslo: Universitetsforlaget.

Solvang, R. (2005). Problemløsning og problemorientert matematikkundervisning. I R. Solvang, *Matematikkdidaktikk* (2. utgave). Bekkestua: NKI Forlaget.

Solvang, R. (1984). Problemlösning eller problemorienterte undervisningsopplegg. *Nämnaren* 4, 14-17.

Sowder, L. (1995). Addressing the story-problem problem. I J. T. Sowder, & B. P. Schappelle (Red.), *Providing a foundation for teaching mathematics in the middle grades*. (s. 121-142). Suny Press.

Sowder, L. (1988). Children's solutions of story problems. *The Journal of Mathematical Behavior*.

St.meld.nr. 31 (2007-2008). *Kvalitet i skolen.* Oslo: Utdannings og forskningsdepartementet.

Streitlien, Å. (2009). *Hvem får ordet og hvem har svaret?: om elevmedvirkning i matematikkundervisningen*. Universitetsforlaget.

Sweller. J. & Cooper, G. A. (1985). The use of worked examples as a substitute for problem-solving in learning algebra. *Cognition and Instruction*, *2*(1), 59-89.

Thagaard, T. (2013). *Systematikk og innlevelse. En innføring i kvalitativ metode* (4. utgave). Bergen: Fagbokforlaget.

Utdanningsdirektoratet (2104). *Eksempler på god praksis i lesing.*

Utdanningsdirektoratet (2006). Læreplanverket for Kunnskapsløftet (LK06). http://www.udir.no/Lareplaner/ Lokalisert 15.11.2014.

Van den Broek, P. & Kremer, K. (2000). The mind in action: What it means to comprehend during reading. *Reading for meaning: Fostering comprehension in the middle grades*, 1-31.

Van Someren, M. W., Barnard, Y. F. & Sandberg, J. A. (1994). *The think aloud method: A practical guide to modelling cognitive processes* (Vol. 2). London: Academic Press.

Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J. E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology, 28*(4), 409-426.

Wakefield, D. V. (2000). Math as a second language. In *The Educational Forum* (Vol. 64, No. 3, pp. 272- 279). Taylor & Francis Group.

Wood, D., Bruner, J. S. & Ross, G. (1976). The role of tutoring in problem solving. *Journal of child psychology and psychiatry*, 17(2), 89-100.

Wæge, K. (2007). *Elevenes motivasjon for å lære matematikk og undersøkende matematikkundervisning.* Trondheim: Doktorgrad, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet (NTNU).

Yeap, B. H. & Kaur, B. (2008). *Elementary school students engaging in making generalisation: A glimpse from a Singapore classroom*. *ZDM*, *40*(1), 55-64.

Øzerk, K. (2013). På tide at vi snakker om grunnleggende kunnskaper. *Bedre Skole*. (2), s 88-89.

Vedlegg 1

Lesestrategier

Lesestrategier	Hans				Teo				Rea				Malin				Nina			
	Oppgave				Oppgave				Oppgave				Oppgave				Oppgave			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Skille ut relevant informasjon ved første gangs lesing	x	x			x	x											x	x		
Spørsmål-styrt lesing	x	x		x	x	x		x				x					x	x	x	x
Analyse av semantiske trekk	x	x		x	x	x		x				x				x	x	x	x	x
Gjenlesing	x			x	x	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x
Se etter nøkkelord										x								x		

Løsingsstrategier

Løsingsstrategier	Hans				Teo				Rea				Malin				Nina			
	Oppgave				Oppgave				Oppgave				Oppgave				Oppgave			
	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Dele opp problemet i flere kjente deler	x	x		x	x	x		x		x		x				x	x	x	x	x
Tegne en figur eller visualisere problemet						x						x				x				
Oppdage et mønster				x																
Gjette en løsning	x				x					x						x	x		x	
Sjekke om den stemmer	x				x											x	x			
Foreta en systematisk undersøkelse eller lage en organisert liste				x								x								
Omformulere problemet eller tenke baklengs	x			x	x			x				x				x	x			
Begynne med å løse et enklere spesialtilfelle eller en del av problemet og å få innsikt i løsningen av det opprinnelige problem. (Spesialisering)				x																

Eleven fikk til oppgaven

Eleven fikk ikke til oppgaven

Eleven ga opp tidlig i oppgaveløsingsprosessen

Eleven jobbet ikke med denne oppgaven

Etter utfordring fra læreren

Vedlegg 2

Oppgaver benyttet i undersøkelsen

Oppgave 1

Alex, Thea og Ali har til sammen 104 kr. Alex har dobbelt så mange penger som Thea. Ali har 4 kr mer enn Alex.

Regn ut hvor mye penger Thea har.

Oppgave 2

Kai har halvparten så mye penger som Tim. Chris har 186 kr, og det er 126 kr mer enn Tim.

Hvor mye penger har Kai?

Oppgave 3

Susann, Mariell og Petter kjøper hver sin sekk. Sekken til Mariell er tre ganger så dyr som sekken til Susann. Petter sin sekk koster halvparten så mye som Mariells sekk. Petter betaler 50 kr mer for sin sekk enn Susann gjør for sin.

Hva er prisen på hver sekk?

Oppgave 4

May skal hente blyanter til 23 elever. Alle elevene skal få 3 blyanter hver. Blyantene ligger i esker. Det er 12 blyanter i hver eske.

Hva er det minste antallet esker May må hente?

Vedlegg 3

Informasjonsbrev til foresatte / elever på 5. trinn

Forespørsel om å observere og intervjue elever i forbindelse med min masteroppgave

Jeg er masterstudent i spesialpedagogikk og tilpasset opplæring ved Høgskolen i Finnmark og holder nå på med den avsluttende masteroppgaven. I tillegg jobber jeg til daglig som lærer ved [redacted].

Temaet for oppgaven er matematikk og språk, og jeg skal undersøke hvordan elever på 5. trinn forstår matematisk språk og hvordan de jobber med tekstoppgaver i matematikk. Jeg er interessert i å finne ut hvordan de leser og tolker tekstoppgaver i matematikk, hvilke strategier de anvender for å øke forståelsen av tekstoppgaver og hvordan de løser tekstoppgaver. Dette ønsker jeg å gjøre ved å studere elevenes strategier for lesing og løsing av tekstoppgaver.

For å finne ut av dette, ønsker jeg å teste elevenes leseforståelse innenfor problemløsing. Dette vil ta en skoletime. Deretter vil jeg velge 5 elever som jeg ønsker å gjennomføre oppgavebaserte intervjuer med for å se hvilke strategier de bruker i arbeid med tekstoppgaver. Dette vil utgjøre ca. 2 timer per uke. Hver time vil de bl.a. få jobbe med én tekstoppgave. I tillegg til denne observasjonen ønsker jeg også å intervjue disse elevene for å få et godt innblikk i hvordan de tenker og hvilke lese- og løsingsstrategier de bruker. Intervjuet vil ta 5-10 minutter per elev og blir tatt opp på bånd. All datainnsamling med elevene skal gjennomføres på skolen i skoletiden i mai-juni 2013.

Klassens matematikklærer har sagt seg villig til å la meg få komme i klassen for å gjennomføre mine undersøkelser.

Deltakelsen i prosjektet er frivillig og du har mulighet til å trekke deg når som helst underveis, uten å måtte begrunne dette nærmere. Ønsket om ikke å delta, eller trekke seg, vil ikke ha konsekvenser for forholdet til skolen. Opplysningene vil bli anonymisert og behandlet konfidensielt, slik at ingen enkeltpersoner vil kunne kjenne seg igjen i den ferdige oppgaven. Alle opplysningene, notatene og intervjuopptakene slettes når oppgaven er ferdig.

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste (NSD).

Spørsmål kan rettes til meg eller min veileder Trond Lekang ved Profesjonshøgskolen ved Universitetet i Nordland.

Jeg håper at dere vil la deres barn delta i dette prosjektet!

Med vennlig hilsen
Zdravko Kubat

Kontaktinformasjon:
zdravko.kubat@fauske.kommune.no
Trond Lekang: Trond.Lekang@uin.no

Det er fint om svarslippen kan returneres med eleven til skolen innen 23.5.2013

Samtykkeerklæring:

Jeg har lest og forstått informasjonen ovenfor og

samtykker ☐

ikke samtykker ☐ i at mitt barn kan delta i undersøkelsen.

Elevens navn: …………………………………………………….

Foresattes underskrift: …………………………………………

Dato og sted: ………………………………………

Vedlegg 4

TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 22.04.2013. Meldingen gjelder prosjektet:

34303	*Språkets betydning for arbeid med tekstoppgaver i matematikk*
Behandlingsansvarlig	*Høgskolen i Finnmark, ved institusjonens øverste leder*
Daglig ansvarlig	*Mirjam Harkestad Olsen*
Student	*Zdravko Kubat*

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, http://pvo.nsd.no/prosjekt.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 31.12.2013, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Vigdis Namtvedt Kvalheim

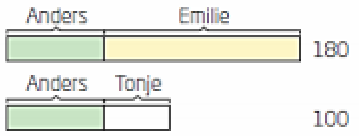
Hildur Thorarensen

Vedlegg 5

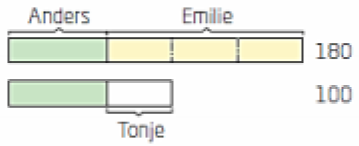
Eksempel

Lag en modell og regn ut.
Anders og Emilie har 180 kr til sammen. Anders og Tonje har 100 kr.
Emilie har tre ganger så mye penger som Tonje.
Hvor mye penger har Anders?

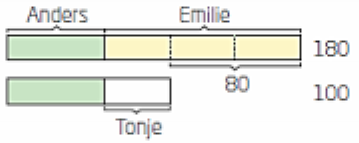
1 Anders og Emilie har 180 kr.
Anders og Tonje har 100 kr.



2 Emilie har tre ganger så
mye penger som Tonje.



De to delene som Emilie har mer,
har verdi 80 kr. $180 - 100 = 80$



Hver del har verdi 40 kr: $80 : 2 = 40$

Emilie har: $40 \cdot 3 = 120$
Anders har: $180 - 120 = 60$

Anders har 60 kr