

UiT

NORGES  
ARKTISKE  
UNIVERSITET

Institutt for lærerutdanning og pedagogikk

## Intuitiv tenkning i sannsynlighet

*En kvalitativ studie av 5. klasseelevers intuitive tenkning i sannsynlighet*

—

**Patrick Pettersen**

*Masteroppgave i lærerutdanning 5.-10. trinn. Mai 2016.*

*30 studiepoeng.*





## **Sammendrag**

Dette mastergradsprosjektet er et kvalitativt studie som bygger på et sosialkonstruktivistisk kunnskapssyn. Studiens forskningsspørsmål er: «hva kjennetegner elevers intuitive tenkning i sannsynlighet?». Et underliggende tema i studien er sammenhengen mellom elevenes intuisjoner og misoppfatninger i sannsynlighet.

Med et rammeverk basert på Efraim Fischbeins (1987) kjennetegn ved intuitiv tenkning, har jeg gjennomført en deduktiv analyse på et datamateriale fra 10 oppgavebaserte intervjuer med 5. klasseelever. Basert på elevenes løsninger og forklaringer til 7 utvalgte oppgave har jeg sett på 6 kjennetegn ved intuitiv tenkning:

- (1) Intuisjoner generer en oppfatning om at noe er selvinnlysende
- (2) Intuisjoner generer følelsen av sikkerhet
- (3) Intuisjoner virker tvingende
- (4) Intuisjoner virker utvidende
- (5) Intuisjoner generer et helhetlig perspektiv
- (6) Intuisjoner generer ubevisste tanker

Resultatene fra undersøkelsen viser at elevene i undersøkelsen ofte velger løsninger som representerer de vanligste misoppfatningene i sannsynlighet. I noen tilfeller fordi intuisjonens egenskaper (kjennetegn) leder til en misoppfatning, og i andre tilfeller fordi intuisjonen i seg selv er en misoppfatning.



## **Forord**

Denne mastergradsoppgaven markerer fullføringen av et 5-årig utdanningsløp ved Institutt for lærerutdanning og pedagogikk ved UiT – Norges arktiske universitet. Arbeidet med oppgaven har vært en krevende, men lærerik prosess.

Jeg vil takke min veileder Jonas Oskarsson for støtte og gode samtaler underveis. Jeg vil takke ledelsen og lærerne på skolen jeg gjennomførte min undersøkelse på. Jeg vil takke mine venner for all tiden som har gått med til prokrastinering. Men mest av alt vil jeg takke min samboer for å ha gitt meg min sønn som kom til verden bare dager før innleveringsfristen for denne oppgaven.

Patrick Pettersen, nybakt pappa og nyutdanna.

# Innholdsfortegnelse

<b>1. Innledning</b> .....	1
<b>1.1. Bakgrunn for valg av tema</b> .....	1
<b>1.2. Undersøkelsens formål</b> .....	2
<b>1.3. Forskningsspørsmål</b> .....	2
<b>2. Teori</b> .....	5
<b>2.1. Sannsynlighetsbegrepet</b> .....	5
<b>2.2. Sannsynlighet i Kunnskapsløftet</b> .....	6
<b>2.3. Misoppfatninger i sannsynlighet</b> .....	6
<b>2.4. Intuisjonsbegrepet</b> .....	10
<b>3. Metode</b> .....	15
<b>3.1. Sosialkonstruktivistisk kunnskapssyn</b> .....	15
<b>3.2. Metodisk tilnærming</b> .....	15
<b>3.2.1. Semistrukturert oppgavebasert intervju</b> .....	16
<b>3.3. Valg av informanter</b> .....	17
<b>3.4. Valg av oppgaver</b> .....	17
<b>3.4.1. Oppgave 1</b> .....	18
<b>3.4.2. Oppgave 2</b> .....	18
<b>3.4.3. Oppgave 3</b> .....	18
<b>3.4.4. Oppgave 4</b> .....	19
<b>3.4.5. Oppgave 5</b> .....	19
<b>3.4.6. Oppgave 6</b> .....	19
<b>3.4.7. Oppgave 7</b> .....	20
<b>3.5. Prøveintervjuene</b> .....	20
<b>3.6. Analyseprosessen</b> .....	20
<b>3.6.1. Teoretisk rammeverk</b> .....	21
<b>3.6.2. Dokumentering og transkribering</b> .....	23
<b>3.7. Reliabilitet og validitet</b> .....	24
<b>3.7.1. Reliabilitet</b> .....	24
<b>3.7.2. Validitet</b> .....	25
<b>3.8. Metodekritikk</b> .....	26
<b>3.9. Forskningsetiske overveielser</b> .....	29
<b>4. Resultat</b> .....	30
<b>4.1. Kjennetegn ved intuitiv tenkning i sannsynlighet</b> .....	31
<b>4.1.1. Når intuisjoner generer en oppfatning av at noe er selvincyniske</b> .....	31
<b>4.1.2. Når intuisjoner generer en følelse av sikkerhet</b> .....	31

4.1.3. Når intuisjoner virker tvingende.....	34
4.1.4. Når intuisjoner virker utvidende .....	35
4.1.5. Når intuisjoner generer et helhetlig perspektiv.....	36
4.1.6. Når intuisjoner genererer ubevisste tanker .....	37
4.2. Intuisjon og misoppfatninger i sannsynlighet.....	38
4.2.1. Intuisjon og representativitet.....	38
4.2.2. Intuisjon og misoppfatninger knyttet til tilfeldighet .....	39
4.2.3. Intuisjon og lik sannsynlighetsfeil.....	41
4.2.4. Intuisjon og konjunksjonsfeil.....	42
4.2.5. Intuisjon og løsningstilnærming .....	43
4.2.6. Intuisjon og Falk-fenomenet .....	44
4.2.7. Intuisjon og Monty-Hall-problemet.....	45
5. Diskusjon.....	48
5.1. Didaktiske implikasjoner .....	48
6. Oppsummering .....	51
Litteraturliste.....	I
Vedlegg 1. Oppgaveark.....	III
Vedlegg 2. Godkjenning fra NSD.....	VII
Vedlegg 3. Informasjonsskriv.....	VIII

# 1. Innledning

Denne mastergradsoppgaven undersøker kjennetegn ved elevers intuitive tenkning i sannsynlighet gjennom min analyse av et datamateriale fra oppgavebaserte intervjuer med 10 elever på 5. årstrinn.

## 1.1. Bakgrunn for valg av tema

Gjennom min egen skolegang har jeg hatt det man kan kalle et ambivalent forhold til sannsynlighetsemnet. På den ene siden var sannsynlighet den delen av matematikken jeg synes var mest interessant å jobbe med. Undervisningen var ofte praktisk med spill og eksperimenter, og oppgavene var enkle å relatere til hverdagslivet. På den andre siden var sannsynlighet også det emnet som var mest frustrerende å jobbe med. Det som ved første øyekast virket innlysende og opplagt, ble plutselig helt feil når man begynte å regne på det. Hvis det var 50% sannsynlighet for regn på lørdag, og 50% sannsynlighet for regn på søndag, hvordan kunne det ha seg at det var 75% sannsynlighet for regn den helgen? Burde det ikke vært 50%? Eller 100%? Jeg ble fascinert over hvordan mine intuisjoner gang på gang viste seg å stå i kontrast med det som var matematisk korrekt. Denne fascinasjonen ledet meg til å ville se nærmere på intuisjon og sannsynlighet når jeg omsider skulle skrive en mastergradsoppgave i matematikdidaktikk.

I *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (Lester et al. 2007) er det viet et kapittel til forskning på elevers læring i sannsynlighet (kapittel 20, Jones et al. 2007). Ved flere anledninger trekkes intuisjon frem som et viktig element i elevers læring og forståelse av sannsynlighet. Blant annet blir kapittelet innledet med følgende sitat:

«There is a broad consensus that the teaching of probability must begin early in order to build sound intuitions and that such efforts must be grounded in experience. ... However, mere experience is not sufficient, as the research on faulty intuitions and fallacious reasoning amply shows, and a major challenge to the field is harvesting what is known from this research to inform teaching.» (Greer & Mukhopadhyay 2005:314–315, i Jones et al. 2007:909).

Videre i kapittelet finner vi lignende sitater:

«The use of intuitive knowledge in probability [can] lead, in many cases, to wrong answers.» (Kvatinsky og Even 2002:5, i Jones et al. 2007:933)

«In essence, teachers not only need to be familiar with students' intuitions, they need to confront them in the classroom.» (Steinbring 1991, i Jones et al. 2007:933).

Sitatene gjenspeiler mine erfaringer med sannsynlighetsemnet. Men til tross for denne vektleggingen på viktigheten av å ta hensyn elevenes intuisjoner i undervisningen av



sannsynlighet, fremkom ingen tydelig definisjon på hva intuisjon egentlig er. Forskningen på elevers læring i sannsynlighet ser i stor grad ut til å omhandle misoppfatninger og feilresonnementer, og ikke nødvendigvis intuisjoner. Følgende sitat understreker min observasjon:

«Considerable research has been generated in recent decades that catalogues what children do *not* know. Regrettably, we have only limited evidence of the intuitions and meanings for stochastic ideas that students have available as starting points for new pedagogical approaches.» (Jones et al. 2005:8).

Det gjennomgående fokuset på intuisjon i forskningslitteraturen om elevers læring i sannsynlighet, der det samtidig fremkommer en noe upresis avklaring av intuisjonsbegrepet, gjorde meg enda mer nysgjerrig på temaet. Det er dette som er bakgrunnen for valget av temaet for dette mastergradsprosjektet, som er elevers intuitive tenkning i sannsynlighet.

## **1.2. Undersøkelsens formål**

Min undersøkelse av elevers intuitive tenkning i sannsynlighet, vil jeg knytte til flere formål. For det første ønsker jeg å kunne bidra til å danne et tydeligere bilde av hva intuisjon er, og hvordan elevers intuisjoner virker på forståelsen og læringen av sannsynlighet. Som jeg var inne på i forrige kapittel, og som jeg vil gå nærmere inn på i oppgavens teoridel, er det mye som tyder på at kunnskap om elevers intuitive tenkning er viktig for lærere som skal undervise i sannsynlighet. For det andre tar jeg sikte på å belyse sammenhenger mellom intuisjon og misoppfatninger i sannsynlighet. Hva er det som gjør at intuisjoner kan gi en følelse av at man har korrekt løsning, men som matematisk sett ikke stemmer? Når er det intuisjoner leder til korrekte løsninger, og når leder intuisjoner til feilsvar eller misoppfatninger? Dette er spørsmål jeg vil forsøke å svare på med min undersøkelse. Videre håper jeg at min undersøkelse kan stimulere andre til å forske på mer temaet. Store deler av litteraturen om intuisjon som jeg har benyttet i denne oppgaven dateres tilbake til 80-tallet, og slik jeg ser det har vi behov for nye bidrag og mer kunnskap om elevers intuitive tenkning.

## **1.3. Forskningsspørsmål**

Basert på undersøkelsens formål (se kapittel 1.2.) har jeg formulert følgende forskningsspørsmål:

**Hva kjennetegner elevers intuitive tenkning i sannsynlighet?**

Forskningsspørsmålet krever imidlertid noen presiseringer. Med *kjennetegn* mener jeg ulike karakteristikk ved intuisjon, og hvordan disse kommer til uttrykk i elevenes tenkning når de løser ulike oppgaver i sannsynlighet. *Elever* i denne sammenhengen er elever på 5. årstrinn. *Intuitiv tenkning* omhandler i stor grad til det som kalles primære intuisjoner, som er intuisjoner som baserer seg på kunnskaper og erfaringer som ikke er et resultat av systematisk tilegnelse av fagkunnskaper eller undervisning i sannsynlighet.

Et sentralt underordnet tema til dette forskningsspørsmålet er så se på sammenhengen mellom intuisjon og misoppfatninger i sannsynlighet.



## 2. Teori

Teoridelen for denne mastergradsoppgaven tar for seg problemstillingens to hovedbegreper: *sannsynlighet* og *intuisjon*.

### 2.1. Sannsynlighetsbegrepet

I likhet med mange andre begreper i matematikken er *sannsynlighet* et sammensatt begrep. Det råder ulike oppfatninger om hvordan det skal defineres, og det kan forstås på forskjellige måter avhengig av kontekst. På den ene siden bruker vi sannsynlighetsbegrepet i hverdagspråket vårt når vi for eksempel uttaler oss om hvordan været blir i morgen, og på den andre siden er sannsynlighet betegnelsen på et stort matematisk felt med sine notasjoner, aksiomer og teoremer. Noe av utfordringen med å definere begrepet sannsynlighet ligger i nettopp denne kompleksiteten. Jeg har derfor valgt en tredelt tilnærming til begrepet, som jeg mener på en tilstrekkelig måte omfavner de mest sentrale aspektene tilknyttet sannsynlighetsbegrepet. De tre tilnærmingene er *klassisk sannsynlighet*, *frekventistisk sannsynlighet* og *subjektivistisk sannsynlighet* (Borovcnik og Kapadia 2014:20).

*Klassisk sannsynlighet* baserer seg på en definisjon av sannsynlighet som ble formulert av den franske matematikeren Pierre Simon Laplace på begynnelsen av 1800-tallet. Denne definisjonen sier at sannsynligheten for en hendelse er lik antall gunstige utfall delt på antall mulige utfall når alle utfallene er like sannsynlige (Borovcnik og Kapadia 2014:20). Med matematisk notasjon skriver vi gjerne dette som  $P(A) = \frac{g}{m}$ , der  $g$  = antall gunstige utfall og  $m$  = antall mulige utfall. Fra dette følger det at klassisk sannsynlighet havner under det vi kaller en *a priori teori*, som betyr at vi kan si noe om sannsynligheten for en hendelse *før* vi har utført noe forsøk (Borovcnik og Kapadia 2014:24).

Den andre tilnærmingen til sannsynlighetsbegrepet er *frekventistisk sannsynlighet*. Her finner vi sannsynligheten for en hendelse ved å observere den relative frekvensen for den hendelsen i gjentatte forsøk (Borovcnik og Kapadia 2014:26). Dette kan med matematisk notasjon skrives  $P(A) \rightarrow \frac{fn(A)}{n}$ , når  $n \rightarrow \infty$ . Frekventistisk sannsynlighet er derfor det vi kaller en *a posteriori* tilnærming, siden vi bare kan si noe om sannsynligheten for en hendelse *etter* at forsøk blir gjort. Denne tilnærmingen gir ingen eksakt sannsynlighet, men den blir estimert basert på antall forsøk som gjøres (Borovcnik og Kapadia 2014:26). *De store talls lov* sier at etter mange nok

forsøk (mot uendelig) så vil andelen av et bestemt utfall nærme seg et bestemt tall som vi definerer som sannsynligheten for utfallet (Lysø 2010:41).

I *subjektivistisk sannsynlighet* forstås sannsynlighet som den subjektive vurderingen som en person gjør når han eller hun sier noe om sannsynligheten for et utfall. Disse vurderingene baserer seg i stor grad på en persons tidligere erfaringer, samt hvilken informasjon personen er blitt gitt om situasjonen (Jones et al. 2007:913). Subjektivistisk sannsynlighet beskriver altså sannsynlighet som noe som eksiterer i «hodet» på mennesket, og ikke utelukkende i den virkelige verden, slik som de to førstnevnte tilnærmingene implisitt gjør (Borovcnik og Kapadia 2014:26). For eksempel vil tallet som beskriver sannsynligheten for et utfall ofte variere, avhengig av hvem som tolker situasjonen. Borel (1930/1991) argumenterer for at en subjektivistisk tilnærming til sannsynlighet er den tilnærmingen som gir oss muligheten til å forstå hvordan mennesker gjør feil når de vurderer sannsynligheten (Batanero et al. 2005:24).

## **2.2. Sannsynlighet i Kunnskapsløftet**

Sannsynlighet faller inn under hovedområdet *statistikk, sannsynlighet og kombinatorikk*, som er ett av Kunnskapsløftets syv hovedområder i matematikkfaget i skolen. Her er sannsynlighetsregning beskrevet som prosessen der man tallfester hvor stor sjans det er for at en hendelse skal skje (Utdanningsdirektoratet 2013:3).

Går vi til kompetansemålene i læreplanen, ser vi at sannsynlighet er blitt viet noe mindre plass til enn hva statistikk og databehandling er. Under kompetansenemålene etter 2. og 4. årstrinn finner vi ingen mål som omhandler sannsynlighet. Det er først etter 7. årstrinn at vi finner et mål som har med sannsynlighet og gjøre. Her står det at eleven skal kunne «*vurdere og samtale om sjanser i dagligdagse sammenhenger, spill og eksperiment og beregne sannsynligheter i enkle situasjoner*» (Utdanningsdirektoratet 2013:9). Etter 10. årstrinn sier læreplanen at eleven skal kunne «*finne og diskutere sannsynligheter gjennom eksperimentering, simulering og beregning i dagligdagse sammenhenger og spill*» og «*beskrive utfallsrom og uttrykke sannsynligheter som brøk, prosent og desimaltall*» (Utdanningsdirektoratet 2013:10).

## **2.3. Misoppfatninger i sannsynlighet**

Siden sammenhengen mellom intuisjon og misoppfatninger er et underliggende tema i denne oppgaven vil jeg redegjøre for noen av de vanligste misoppfatningene i sannsynlighet. Misoppfatninger er ifølge Brekke (2003) ufullstendige tanker knyttet til et begrep, der han skiller mellom misoppfatninger og feil som elevene gjør. Feil kan være preget av tilfeldigheter

eller uoppmerksomhet når eleven for eksempel leser en oppgave, mens misoppfatninger er en bestemt type tenkning eller en idé som anvendes mer konsekvent. (Brekke 2002:10).

I min redegjørelse av misoppfatninger i sannsynlighet vil jeg hovedsakelig ta utgangspunkt i det Kahneman og Tversky (1974) kaller for *heuristiske misoppfatninger*. Heuristiske misoppfatninger brukes om strategier som går ut på å omforme problemer i sannsynlighet til enklere problem enn hva det i utgangspunktet er. Begrepet heuristikk kan vi i denne sammenhengen forstå som uformelle tilnærminger og tenkemåter i problemløsnings situasjoner. Heuristiske strategier kan ofte være nyttige og effektive, men vil også i noen tilfeller kunne føre til feilsvar og misoppfatninger. Kahneman og Tversky (1974) opererer med tre grupper av heuristiske misoppfatninger: representativitet (*representativity*), tilgjengelighet (*availability*) og ankring og tilpasning (*anchoring and adjustment*).

### **2.3.1. Representativitet**

Representativitet er en heuristikk som kommer til uttrykk på flere måter, men hovedsakelig handler det om tendensen som mennesker har til å vurdere sannsynligheten for en hendelse basert på hvor mye hendelsen ligner på (eller representerer) det gitte utfallsrommet. Et eksempel på dette er når man vurderer sannsynligheten for å vinne i Lotto med tallene «1, 8, 13, 24, 25, 30, 33» som større enn sannsynligheten for å vinne med tallene «1, 2, 3, 4, 5, 6, 7», nettopp fordi man feilaktig tenker at sannsynligheten øker ved at den førstnevnte tallrekken i større grad representerer utfallsrommet (i dette tilfellet tallene 1-34) enn hva den sistnevnte tallrekken gjør (Shaughnessey 1977:296).

Kahneman og Tversky (1974) redegjør for flere varianter av misoppfatninger knyttet til representativitet. Jeg vil redegjøre for de misoppfatningene som er relevant for dette prosjektet. Disse er «ufølsomhet tidligere sannsynligheter» (*insensitivity to prior probabilities*), og «misoppfatninger knyttet til tilfeldighet» (*misconceptions of chance*).

Med ufølsomhet til tidligere sannsynligheter menes tendensen til å løse sannsynlighetsproblemer uten å ta hensyn til sannsynligheter som er allerede er bestemt av forhold som eksisterer forut og eksplisitt for det gitte problemet. Ufølsomhet til tidligere sannsynligheter har vist seg i studier der deltakere blir gitt en rekke personlighetsopplysninger om en person, for så å rangere sannsynligheten for ulike yrker denne personen kan ha. Ufølsomhet til tidligere sannsynligheter bidrar dermed til at deltakerne utelukkende baserer sannsynlighetsvurderingene sine på personopplysningene de er blitt gitt, og overser den

allerede-eksisterende sannsynligheten for at en tilfeldig person har et bestemt yrke (Kahneman og Tversky 1974:1124).

Misoppfatninger knyttet til tilfeldighet handler om forventingen om at en serie hendelser generert av tilfeldige prosesser, i størst mulig grad skal representere eller ligne på den prosessen – selv i korte sekvenser. Et eksempel på dette er når personer tenker at en serie myntkast med resultatet «mynt, kron, mynt, kron» er mer sannsynlig enn «mynt, mynt, mynt, mynt». På denne måten blir tilfeldighet tolket som en prosess som korrigerer seg selv slik at en form for «likevekt» skal oppstå (Kahneman og Tversky 1974:1125). Det selvkorrigerende aspektet som noen personer tilegner tilfeldighet vil ofte komme til uttrykk på to måter, enten gjennom det vi kaller et negativt tilbakeblikk (*negative recency*) eller et positivt tilbakeblikk (*positive recency*). Negativt tilbakeblikk, også kjent som «the gambler's fallacy», ser vi for eksempel når personer sier at etter en sekvens myntkast med resultatet «mynt, mynt, mynt» så vil sannsynligheten for «kron» være større enn sannsynligheten for «mynt» på det neste kastet. Positivt tilbakeblikk, eller «the hot hand fallacy», er den motsatte tendensen. Med denne misoppfatningen vil personer tenke at siden det samme utfallet har inntruffet flere ganger, så er det en økt sannsynlighet for at dette utfallet vil inntreffe igjen. I et myntkasteksempel vil et positivt tilbakeblikk føre til at etter fire «mynt» på rad, så er sannsynligheten for «mynt» ved neste kast større enn sannsynligheten for «kron» (Jones og Thornton 2005:74).

### **2.3.2. Tilgjengelighet**

Tilgjengelighet er den andre typen misoppfatninger som Kahneman og Tversky (1974) operer med. Med tilgjengelighet menes hvordan personer bruker en hendelse de kjenner til, for å vurdere sannsynligheten for en annen hendelse. For eksempel vil personer som bes om å si noe om sannsynligheten for at en voksen mann får et hjerteinfarkt, bruke sine egne erfaringer og opplevelser med hjerteinfarkt når de oppgir sannsynligheten for en slik hendelse (Kahneman og Tversky 1974:1127).

### **2.3.3. Ankring og tilpasning**

Den tredje typen heuristiske misoppfatninger Kahneman og Tversky (1974) redegjør for er det de kaller ankring og tilpasning. Personer som bruker denne heuristikken feilvurderer sannsynligheten for en hendelse fordi de tar utgangspunkt i en opplysning (et anker), som de deretter tilpasser andre opplysninger som gis i oppgaven. Ankring og tilpasning kan fremkomme på to måter: konjunksjonsfeil (*conjunction fallacy*) og disjunksjonsfeil (*disjunction*

*fallacy*). Konjunksjonsfeil går ut på at man vurderer sannsynligheten for at *to* hendelser skal inntreffe til å være større enn sannsynligheten for *en* hendelse skal inntreffe. Dette ser vi for eksempel når personer vurderer sannsynligheten for å få to seksere på to kast med terninger, til å være større enn sannsynligheten for å få en sekser på det neste kastet. Disjunksjonsfeil er når personer vurderer sannsynligheten for å få to seksere på ett kast med to terninger som større enn sannsynligheten for at man får minst en sekser på tre kast med en terning (Kahneman og Tversky 1974:1129).

#### **2.3.4. Andre misoppfatninger**

I litteraturen om misoppfatninger i sannsynlighet omtales også andre misoppfatninger som ikke faller inn under Kahneman og Tverskys heuristikker. En av disse er «lik sannsynlighetsfeil» (*equiprobability bias*). Som begrepet tilsier handler denne misoppfatningen om tendensen til å vurdere to eller flere utfall som like sannsynlige, selv om de ikke er det. Lik sannsynlighetsfeil synes å henge sammen med personers hverdagspråk. For eksempel blir uttrykket «50-50» ofte brukt for å indikere at noe er usikkert eller tilfeldig, og ikke nødvendigvis som den konkrete sannsynlighetsverdien for hendelsen man vurderer (Jones et al. 2007:917).

En annen misoppfatning som ofte blir nevnt i litteraturen om misoppfatninger, er det såkalte «Falk-fenomenet» (også kjent som *the fallacy of the time axis*), oppkalt etter matematikeren Ruma Falk. Denne misoppfatningen går ut på at personer ikke tar hensyn til at kunnskapen om et senere utfall, kan gi informasjon som gjør de i stand til å si noe om sannsynligheten til et tidligere utfall, selv om de to hendelsene er uavhengige (Jones 2005:251).

Den siste misoppfatningen jeg vil redegjøre for er det Konold (1989) kaller for løsningsstilnærming (*outcome approach*). Løsningsstilnærming går ut på at personer oppfatter problemer i sannsynlighet til å handle om å forutsi sannsynligheten for det neste, enkelte utfallet. Dette fører til at personer ikke tar hele utfallsrommet i betraktning når de skal vurdere sannsynligheten for en hendelse (Konold 1989:61). For eksempel har dette vist seg i studier der elever skal sammenligne sannsynligheten for å trekke en blå kule fra en urne med 6 røde og 4 blå kuler, med sannsynligheten for å trekke en blå kule fra en urne med 60 røde og 40 blå kuler. Elever med en løsningsstilnærming som heuristikk vil ofte velge den sistnevnte urna, enten fordi den har flest kuler totalt, eller fordi den har flest blå kuler. De ugunstige kulene blir altså ikke tatt hensyn til (Watson et al. 1997:70).



## 2.4. Intuisjonsbegrepet

I litteraturen blir intuitiv tenkning ofte beskrevet som motsetningen til analytisk tenkning. En modell som tar utgangspunkt i dette synet er det som kalles to-prosessteorien (*dual-processing theory*). To-prosess teorien har ofte blitt trukket frem i både den kognitive psykologien og i sosialpsykologien, i forsøk på å forklare hvordan mennesker tenker i ulike valgsituasjoner (Evans 2007:263).

Grunnidéen i to-prosess teorien er at hjernen opererer med to forskjellige systemer i situasjoner der mennesket stimuleres til å tenke. *System 1* står for den intuitive tenkningen, og *system 2* står for den analytiske. Kjennetegn ved *system 1* er at det fungerer raskt og krever lite av hjernens arbeidsminnekapasitet. Derimot bruker *system 2* mer av hjernens arbeidsminne, og virker derfor også tregere enn *system 1*. Dette er blitt påvist i studier der deltakere har blitt bedt om å løse to oppgaver samtidig, der en av oppgavene tjente det formålet om å skulle overbelaste arbeidsminnet, og derfor tvinge hjernen til å benytte *system 1*. (Lem 2015:784). En mulig forklaring på hvorfor hjernen benytter seg av to ulike systemer på den måten som er beskrevet ovenfor, er at de to systemene utviklet seg på ulike stadier i menneskets evolusjon. Hypotesen springer ut fra antagelsen om at analytisk tenkning blant annet krever språk, og at *system 2* derfor må ha utviklet seg på et senere tidspunkt i evolusjonen enn *system 1* (Evans 2008:257).

Det må imidlertid presiseres at det ikke alltid er begrepene *intuisjon* og *analytisk tenking* som brukes som kategorier i de to systemene, men begreper som *automatisk vs. kontrollert*, *eksperimentell vs. rasjonell* eller *implisitt vs. eksplisitt* brukes også for å beskrive de to systemene i to-prosess teorien (Evans 2008:259). Denne tendensen til å bruke ulike begreper om hverandre for å beskrive samme fenomen, bidrar til uklarheten som råder vedrørende intuisjonsbegrepet.

En som derimot har forsøkt å gi en grundig avklaring av begrepet intuisjon er Efraim Fischbein (1920 – 1998). Hans innflytelse og bidrag på dette feltet, gjenspeiles i at hans arbeid er hyppig referert til, selv den dag i dag. Derfor har jeg i min redegjørelse av begrepet intuisjon hovedsakelig tatt utgangspunkt i Fischbeins (1987) definisjon.

### 2.4.1. Intuisjonens rolle og opphav

Fischbein (1987) redegjør for to definisjoner av intuisjonsbegrepet. Den første definisjonen tar utgangspunkt i intuisjonens rolle, der han deler intuisjoner inn i det han kaller bekreftende intuisjoner (*affirmatory intuitions*), antagelsesintuisjoner (*conjectural intuitions*),

forventingsintuisjoner (*anticipatory intuitions*) og avgjørende intuisjoner (*conclusive intuitions*). Bekreftende intuisjoner innebærer tolkninger av ulike typer fakta som vi aksepterer som selvsagte. For eksempel vil mange hevde at et tyngre objekt vil falle raskere enn et lettere objekt, noe som er en gal antagelse, men som likevel oppleves for å være selvinnsynende. Antagelsesintuisjoner innebærer antagelser om fremtidige hendelser eller årsaken til ulike fenomener, og generer en følelse av å være sikker på at antagelsen man fremsetter er korrekt. I hvilken grad slike intuisjoner faktisk leder til korrekte antagelser eller ikke, avhenger i stor grad av en persons kunnskaper og erfaringer. Eksempelvis vil en økonoms intuisjoner om boligprisen utvikling, ofte være mer nøyaktige enn den intuisjonen som personer uten økonomiutdanning har. Forventingsintuisjoner er den første fasen i en problemløsnings situasjon (før analytiske prosesser settes i gang) og er sammen med avgjørende intuisjoner det Fischbein (1987) kaller for problemløsningsintuisjoner. Forventingsintuisjoner leder oss til en følelse av å være på rett spor mot løsningen til et problem. Forventingsintuisjoner etablerer ikke nødvendigvis noen følelse av sikkerhet (slik antagelsesintuisjoner gjør), men representerer oppdagelsesøyeblikkene i en problemløsnings situasjon. Avgjørende intuisjoner er den helhetlige intuisjonen om de grunnleggende idéene man har om løsningen til et problem. Dermed er avgjørende intuisjoner noe som oppstår etter at analytiske prosesser (og intuitive prosesser) har funnet sted, og gir følelsen av at løsningen man sitter på må være korrekt (Fischbein 1987:202).

Den andre definisjonen Fischbein (1987) redegjør for, tar utgangspunkt i intuisjonens opphav. Her skiller Fischbein (1987) mellom det som kalles primære intuisjoner (*primary intuitions*) og sekundære intuisjoner (*secondary intuitions*). Primære intuisjoner er intuisjoner som personer utvikler individuelt og uten noen form for systematisk undervisning. For eksempel vil et barns evne til å bedømme avstander oppstå naturlig fra dets erfaringer med omgivelsene og kognitive utvikling. Det er slike prosesser som former primære intuisjoner. Sekundære intuisjoner er intuisjoner uten naturlige røtter, men oppstår som et resultat av en tilsiktet kunnskapsvervelsesprosess. For eksempel er det ikke selvinnsynende at summen av vinklene i en trekant er 180 grader, men vi kan gjennom læring påvirke vår intuisjon til at vi automatisk tenker «180 grader» hver gang vi ser en trekant. En slik intuisjon vil være en sekundær intuisjon (Fischbein 1987:68).

### 2.4.2. Intuisjon i matematikk og sannsynlighet

Det er blitt skrevet mye om heuristikker og misoppfatninger i sannsynlighet, der intuisjon ofte blir nevnt. Likevel, som jeg var inne på innledningsvis (kapittel 1.1.), er det noe uklart hva som egentlig legges i begrepet. Burton (1999) stilte spørsmålet «*hvorfor er intuisjon så viktig for matematikere, men er fraværende i matematikkutdanningen?*» i en artikkel publisert i det matematiske tidsskriftet «For the Learning of Mathematics». Her intervjuet han 70 matematikere om intuisjonens betydning i deres egne faglige utvikling og forskning. Flere av de som ble intervjuet hevdet at intuisjon var viktig i deres arbeid med matematikk, men at innsikt i hvordan deres intuisjoner var formet eller blitt stimulert i deres matematiske læringsprosess var fraværende (Burton 1999:31).

Fischbein og Schanrch (1997) gjennomførte en studie på fem grupper elever (20 elever på 5. årstrinn, 20 elever på 7. årstrinn, 20 elever på 9. årstrinn, 20 elever på 11. årstrinn og 18 studenter på universitet/høyskolenivå), der de så på sammenhengen mellom intuisjon og hvordan misoppfatninger i sannsynlighet vedvarer eller endres gjennom utdanningsløpet. Undersøkelsen tok utgangspunkt i oppgaver som er utarbeidet for å avdekke ulike misoppfatninger i sannsynlighet. Blant annet ble det testet for representativitet, positivt og negativt tilbakeblikk, Falk-fenomenet, lik sannsynlighetsfeil og konjunksjonsfeil. Stort sett viste det seg at elever på de lavere årstrinnene avga svar som representerer de vanligste misoppfatningene i sannsynlighet, men at forekomsten av misoppfatninger gikk ned ettersom elevenes alder økte. Lik sannsynlighetsfeil var imidlertid fremtredende og stabil i alle aldersgruppene. Omtrent 70% av elevene på hvert årstrinn svarte at sannsynligheten for å få «to sekser» på et terningkast med to terninger er like stor som sannsynligheten for «en femmer og en sekser». Også Falk-fenomenet skilte seg ut. Forekomsten av denne misoppfatningen økte med elevenes alder. Fischbein og Schnarch (1997) forklarer funnene sine med at intuisjoner fungerer som et *intellektuelt skjema*. Disse skjemaene består av generelle prinsipper som styrkes med årene og blir etter hvert en del elevens intellektuelle aktivitet. Dersom skjemaet i utgangspunktet er adekvat i forhold til et bestemt problem, vil misoppfatningen forsvinne med elevens alder, men om skjemaet til å begynne med har begrensinger ved seg, vil misoppfatningen vedvare eller styrkes med årene (Fischbein og Schnarch 1997:99-103).

Greer (2001) tar opp tråden fra Fischbeins arbeid om intuisjon og sannsynlighet, og argumenterer for at undervisning i sannsynlighet bør bygge på grunnlaget Fischbein la ned med sine bidrag til matematikdidaktikken. Blant annet mener Greer (2001) at undervisning i

sannsynlighet bør inneholde et fokus på å identifisere elevers primære intuisjoner, slik at elevene selv kan bli kjent med hvordan intuisjoner påvirker deres læringsprosesser. Videre bør undervisning i sannsynlighet handle om å etablere sekundære intuisjoner hos elevene. Her understreker Greer (2001) viktigheten av at elevene får arbeide aktivt med begreper, fenomener og eksperimenter i sannsynlighet. At primære intuisjoner er robuste, og sjelden endres, er også noe undervisere i sannsynlighet bør være oppmerksomme på.

Langrall og Mooney (2005) følger opp Greers (2001) ideer, og diskuterer mer konkret hvilke implikasjoner elevers intuisjoner har i forhold til undervisning i sannsynlighet på de lavere årstrinnene (7-11 år). Langrall og Mooney (2005) sier at undervisningen må legge til rette for at elevene tidlig får erfaringer med praktiske sannsynlighetssituasjoner. For eksempel har bruken av interaktive dataprogrammer som simulerer sannsynlighetsforsøk vist seg å være nyttige i elevers læringsprosesser i sannsynlighet. Også vil det å benytte ulike representasjonsformer som frekvenstabeller, grafer og tredigrammer i undervisningen, kunne bidra til å både forbedre primære intuisjoner og forme sekundære intuisjoner. I en studie av Horvath og Lehrer (1998) ble elever som arbeidet med utfallsrom som var presentert i stolpediagrammer flinkere til å ta hensyn til utfallsrommet når de senere skulle vurdere sannsynligheten for hendelser (Langrall og Mooney 2005:115). En vektlegging på begreper som sjanse og tilfeldighet er også viktig i følge Langrall og Mooney (2005). Ofte har elever uten formalkunnskaper (undervisning) i sannsynlighet etablerte intuisjoner om hva disse begrepene innebærer (Langrall og Mooney 2005:115).



### **3. Metode**

I oppgavens metodekapittel vil jeg redegjøre for hvordan jeg har gått frem for å finne svar på mitt forskningsspørsmål, med begrunnelser for valgene jeg har tatt. Jeg vil se på hva som kjennetegner mitt forskningsdesign og hvilket kunnskapssyn designet kan plasseres under. Andre aspekter som tas opp i dette kapittelet er metodens reliabilitet og validitet, metodekritikk og forskningsetiske overveielser.

#### **3.1. Sosialkonstruktivistisk kunnskapssyn**

Med utgangspunkt i mitt forskningsspørsmål har jeg valgt å plassere mitt studie i det sosialkonstruktivistiske paradigmat. Her blir kunnskap sett på som et konstruert fra menneskers samhandling basert på individenes subjektive erfaringer og opplevelser (Cresswell 2014:8). Siden jeg er ute etter å undersøke hvordan elever tenker når de presenteres for ulike oppgaver i sannsynlighet, gir en sosialkonstruktivistisk epistemologi muligheten til å bruke møtet mellom meg og elevene som kunnskapskilde. En sosialkonstruktivistisk tilnærming til denne studien er også i tråd med hvordan jeg har definert intuisjon (se kapittel 4.2.), ved at intuisjon i stor grad formes av menneskers subjektive erfaringer og opplevelser.

#### **3.2. Metodisk tilnærming**

I tillegg til å bygge min studie på et sosialkonstruktivistisk kunnskapssyn, befinner jeg meg også i kognitiv psykologiens paradigme ved at jeg tar sikte på å undersøke intuisjon. Kognitiv psykologi er studiet av mentale prosesser, som blant annet omfatter persepsjon, oppmerksomhet, læring, hukommelse, begrepsdannelse og problemløsning. Kognitive psykologer hevder at det er de mentale prosessene som forårsaker menneskers atferd og handlinger (Martin et al 2010:10). Den kognitive psykologien har et fokus på beskrive hvordan individer handler og tenker i en bestemt (her: matematisk) setting (Cobb 2007:21). Dette fokuset er i tråd med dette prosjektets formål.

Majoriteten av studier som gjennomføres i psykologien er preget av kvantitative forskningsdesign, der ofte eksperimenter under kontrollerte betingelser inngår. I tillegg har den teknologiske fremveksten som har funnet sted de senere årene dannet grunnlaget for nevrovitenskapen, som gitt oss helt nye instrumenter å studere menneskers mentale prosesser på (Martin et al 2010:10, 65). På den andre siden er det de som argumenterer for verdien av kvalitative data i psykologien. I en kvalitativ tilnærming er man opptatt av å utforske mer dyptgående om hvordan mennesker bruker språk, føler, tenker og handler, noe som gir

forskeren tilgang på et rikere datamateriale enn hva kvantitative design gir (Martin et al 2010:65). Ettersom jeg er ute etter å se etter kjennetegn ved en bestemt type mental prosess (intuisjon) har jeg behov for datamateriale som gir meg dybde og innsikt i elevers tenkning, og ikke utelukkende tall. På denne måten er mitt forskningsdesign av en kvalitativ karakter.

Det er imidlertid aspekter ved min studie som bryter med hva som tradisjonelt sett er gjeldende for kvalitative metoder. Kvalitativ forskning innebærer ofte en induktiv analyseprosess av data, noe jeg har gått bort fra dette prosjektet. I kapittel 3.6. redegjør jeg for mitt valg av en deduktiv analyseprosess, som ofte er forbundet med kvantitativ forskning (Cresswell 2014:4). Dette har ledet meg til behovet for en mer fleksibel metodisk tilnærming. Caelli et al. (2003) argumenterer for at forskning ikke behøver å være bundet til en bestemt tilnærming, og foreslår det som kalles *generisk kvalitativ metode*. Her gis forskeren muligheten til å gå på tvers av paradigmer for å benytte seg av de redskapene som på best mulig måte kan besvare et forskningsspørsmål (Caelli et al. 2003:2). På bakgrunn av at jeg er ute etter kvalitative data, men benytter en deduktiv analyse, anvender jeg en generisk kvalitativ metode i min studie.

For å undersøke elevers intuisjon i forhold til sannsynlighet, finner jeg det naturlig å ta utgangspunkt i sannsynlighetsoppgaver (presenteres i kapittel 3.4.), og med et sosialkonstruktivistisk læringssyn kan jeg bruke elevers egne utsagn om hvordan de tenker som empiri. Disse to forholdene har ledet meg til å velge oppgavebasert intervju som metode.

### **3.2.1. Semistrukturert oppgavebasert intervju**

Goldin (1997) hevder at oppgavebaserte intervjuer er verdifulle i skoleorientert forskning, fordi forskeren kan ta utgangspunkt i noe som er forankret i formålet med undervisningsvirksomheten. For eksempel kan oppgavebaserte intervjuer brukes til å undersøke elevers problemløsningstrategier, hvilket utbytte elever har hatt av et undervisningsopplegg eller elevenes kognitive og matematiske utvikling (Goldin 1997:41).

Siden oppgavebaserte intervjuer styres av oppgavene som benyttes og at svaralternativer blir presentert, klassifiseres ofte oppgavebaserte intervjuer som strukturerte intervjuer. Et strukturert intervju gir lite rom for å avvike fra manuskriptet man har utarbeidet (Martin et al. 2010:65). I min studie av elevers intuitive tenkning er det imidlertid ikke nødvendigvis selve svaralternativet elevene velger som er av interesse, men hvordan de har tenkt når de besvarer oppgavene. Det betyr at oppfølgingsspørsmålene jeg stiller til elevenes besvarelser blir sentrale denne studien. Jeg ønsker å ha muligheten til å utforske uforutsette svar og gå i dybden på elevenes forklaringer, noe et strukturert intervju vil sette begrensninger for. Et semistrukturert

intervju åpner for å være mer fleksibel i forhold til intervjuguiden, samtidig som det tillater meg å innta en mer utforskende rolle i intervjusituasjonen (Martin et al. 2011:65).

Min metode for innsamling av data omfatter også det som kalles for introspeksjon, som er bruken av personers muntlige utsagn for å si noe om personenes mentale prosesser. (Nisbett og Wilson 1977:231).

### **3.3. Valg av informanter**

Utvelgelsen av informantene som har deltatt i denne studien skjedde på bakgrunn av tre forhold: (1) elevene er på et årstrinn som er relevant for studiet jeg skriver en mastergrad i (5. – 10. trinn), (2) antallet informanter må være høyt nok for å besvare forskningsspørsmålet, og (3) elevene kan gi svar som i størst grad baserer seg på primære intuisjoner. Det to sistnevnte forholdene var de jeg la mest vekt på. Derfor siktet jeg inn på å finne informanter som hadde hatt lite eller ingen undervisning i sannsynlighet fra før av. Aktuelle informanter ble da elever på mellomtrinnet (5. – 7. årstrinn). Når det gjelder hvor mange informanter som skulle delta i studien, ble antallet i stor grad bestemt ut i fra tiden jeg hadde til rådighet, og hvor mange jeg faktisk kom til å få tilgang på. Forskere synes å ikke ville fastslå noen fasit på hvor mange informanter et kvalitativt studie krever, og at alt fra 1 – 60 informanter kan være hensiktsmessig, avhengig forskningsspørsmål og rammene for prosjektet (Baker og Edwards 2005). På bakgrunn av tidsaspektet råder Adler og Adler (2012) at universitetsstudenter kan begrense antallet informanter til rundt 12. Fra dette valgte jeg å gå for et utvalg på 12 informanter (Adler og Adler 2005:10).

Jeg utarbeidet et informasjonsskriv der jeg søkte om foreldres samtykke til å la deres barn delta i studien, og tok så kontakt med en barneskole i nærområdet. Rektor godkjente prosjektet og bevilget meg tilgang på to 5. klasser ved skolen. Fra disse klassene var det 12 elever som fikk samtykke fra sine foreldre til å delta i studien. Etersom jeg ønsket å gjennomføre 2 prøveintervjuer, ble antallet deltagende informanter redusert fra 12 til 10.

### **3.4. Valg av oppgaver**

Oppgavene jeg har benyttet i dette prosjektet er valgt med utgangspunkt i vanlige misoppfatninger elever har til sannsynlighet. På den måten er oppgavene diagnostiske, noe som åpner for muligheten til å kunne avdekke elevenes tenkning. Oppgavene er i stor grad inspirert av oppgaver som Fischbein og Schnarch (1997) brukte i sin studie om intuisjon og misoppfatninger (se kapittel 2.4.2.).



### 3.4.1. Oppgave 1

Oppgave 1 (se boks 1) tester for representativitet.

Den vanlige misoppfatningen elever har til oppgaver av denne typen er at hendelsen som i størst grad representerer utfallsrommet, vurderes som den mest sannsynlige hendelsen. I dette tilfellet vil derfor elever ofte svare alternativ B. For å svare rett på oppgave 1, som er alternativ C,

forutsetter det at elevene ser at det er den samme sannsynligheten for at hvilket som helst tall i utfallsrommet skal bli trukket ut.

<i>Boks 1: Oppgave 1</i>
I Lotto velger man 7 tall av totalt 34 tall. Hvilken av de følgende tallrekkene gir mest sannsynlig gevinst? A) «1, 2, 3, 4, 5, 6, 7». B) «1, 3, 8, 16, 19, 27, 32». C) De er like sannsynlige.

### 3.4.2. Oppgave 2

Oppgave 2 (se boks 2) er valgt med hensyn til misoppfatninger knyttet til tilfeldighet, hvor alternativ A representerer misoppfatningen negativt tilbakeblikk, og alternativ C representerer positivt tilbakeblikk. Korrekt løsning (alternativ B) krever at elevene ser på det fjerde myntkastet som uavhengig av de foregående, og at sannsynligheten for å få «kron» og «mynt» dermed er like stor.

<i>Boks 2: Oppgave 2</i>
Hvis du kaster en penge 3 ganger og får «mynt» alle gangene, hva er sannsynligheten for «mynt» på det fjerde kastet? A) Det er mindre sannsynlighet for at man får «mynt». B) Det er den samme sannsynligheten for «kron» og «mynt». C) Det er større sannsynlighet at man får «mynt».

### 3.4.3. Oppgave 3

Oppgave 3 (se boks 3) er ment å skulle avdekke misoppfatningen lik sannsynlighetsfeil. Ofte vil elever vurdere hendelsene i oppgaven som like sannsynlig (alternativ C), selv om det er alternativ A som gir størst sannsynlighet. Korrekt tenkning vil bestå av å ta hensyn til hele utfallsrommet, der man ser at det er flere muligheter for å få «5 og 6» enn «6 og 6».

<i>Boks 3: Oppgave 3</i>
Hvis du kaster to terninger samtidig, hvilket av de følgende hendelsene er mest sannsynlig? A) «5 og 6». B) «6 og 6». C) Begge hendelsene er like sannsynlige.

### 3.4.4. Oppgave 4

Oppgave 4 (se boks 4) tester for konjunksjonsfeil, som er en misoppfatning knyttet til tilpasning/ankring. Misoppfatningen går ut på at man vurderer sannsynligheten for at to utfall inntreffer til å være større enn sannsynligheten for at bare ett av utfallene inntreffer, som i denne oppgaven vil være å svare alternativ A.

<i>Boks 4: Oppgave 4</i>
Ola er en smart gutt som liker fotball. Hva er mest sannsynlig? A) Ola er flinkest på skolen i matematikk og spiller fotball. B) Ola spiller fotball. C) Begge påstandene er like sannsynlige.

### 3.4.5. Oppgave 5

Oppgave 5 (se boks 5) er valgt med utgangspunkt i misoppfatninger knyttet til løsningstilnærming. En vanlig misoppfatning til denne typen oppgaver er at man overser de ugunstige trekningene. I dette tilfellet vil det komme til uttrykk dersom urna med 2 blå og 4 røde kuler (alternativ B) blir valgt, fordi det er flere blå kuler

<i>Boks 5: Oppgave 5</i>
Hvis du vil trekke en blå kule, hvilken urne bør du trekke fra? A) Urna med 1 blå og 2 røde kuler. B) Urna med 2 blå og 4 røde kuler. C) Det er samme hvilken urne man trekker fra

enn i urna med 1 blå og 2 røde kuler (alternativ A), eller fordi det er flest kuler totalt. Korrekt tenkning vil innebære å se at forholdet mellom røde og blå kuler er den samme i begge urnene, som gir den samme sannsynligheten for å trekke en blå kule (alternativ C).

### 3.4.6. Oppgave 6

Oppgave 6 (se boks 6) tar sikte på å avdekke Falk-fenomenet (fallacy of the time axis), som vi har sett kapittel 2.3.4. handler om tendensen der man unnlater å bruke kunnskapen om et senere utfall, når man vurderer sannsynligheten for et tidligere utfall.

<i>Boks 6: Oppgave 6</i>
Du har en urne med 2 hvite og 2 svarte kuler i. Du trekker først en gang, men lar være å se på kula. Du trekker så en gang til, og denne gangen ser du på kula og ser at den er hvit. Hva er sannsynligheten for at den første kula du trakk er hvit? A) Den første kula er mest sannsynlig hvit. B) Den første kula er mest sannsynlig svart. C) Det er like stor sannsynlighet for at den første kula er hvit, som at den er svart.

### 3.4.7. Oppgave 7

Oppgave 7 (se boks 7) er en variant av det velkjente Monty-Hall-problemet. Grunnen til at jeg har valgt å ta med denne oppgaven er at den ofte nevnes i sammenhenger der det er snakk om kontra-intuitive oppgaver i matematikk. Korrekt løsning vil være å bytte kort, da det dobler sannsynligheten for å trekke «spar ess», som strider imot manges intuisjon som ofte er at det ikke har noe å si om man bytter eller ikke.

<i>Boks 7: Oppgave 7</i>
Monty-Hall-problemet: velg et av tre spillkort, hvor du tror «spar ess» ligger. Jeg fjerner så et av kortene som ikke er «spar ess». Du får nå muligheten til å beholde kortet du først valgte, eller bytte til det andre gjenværende kortet. Hva velger du å gjøre?
A) Beholde.
B) Bytte.

### 3.5. Prøveintervjuene

På grunn av manglende erfaring med intervjuerrollen ønsket jeg å gjennomføre prøveintervjuer før jeg satte i gang med de reelle intervjuene. Prøveintervjuene bidro til at jeg ble tryggere i intervjusituasjonen. I det første prøveintervjuet merket jeg at jeg stresset en del, og hastet meg gjennom oppgavene, noe som resulterte i at informanten avga svært korte svar og forklaringer. Jeg var også usikker på hvordan jeg skulle formulere meg når jeg forklarte oppgavene, som bidro til at informanten hadde behov for å få oppgavene forklart flere ganger. Til det neste prøveintervjuet skrev jeg ned oppgavene på hvert sitt ark med illustrasjoner til, slik at informanten ikke skulle behøve å belage seg så mye på mine forklaringer. Jeg forberedte meg også på å senke tempoet og fremstå mer rolig. Med disse to tiltakene gikk det andre prøveintervjuet mye bedre. Informanten ga gode svar, og hadde bare behov for å få oppgavene forklart en gang. Til de reelle intervjuene lagde jeg nye oppgaveark på PC, slik at oppgavene skulle bli enda tydeligere. Oppgavearkene er lagt med i vedlegg 1.

### 3.6. Analyseprosessen

Kvalitative studier er ofte kjennetegnet ved at de er induktive. Det betyr at forskeren samler data, og konstruerer deretter temaer eller kategorier ut ifra datamaterialet (Merriam 2009:15). På bakgrunn av mine begrensinger i kunnskap på området jeg skal undersøke, ser jeg imidlertid behovet for å skulle støtte meg til et teoretisk rammeverk. Det at jeg har et generisk kvalitativt design på min studie, åpner for at jeg kan ha en deduktiv tilnærming til min analyse. Med en deduktiv analyse har man på forhånd bestemt hvilke temaer eller kategorier man ser etter i datamaterialet (Braun og Clarke 2006:12). Siden jeg forsøker å si noe om elevers intuitive tenkning i dette prosjektet, er analyseprosessen min på et latent nivå. Det betyr at jeg ser etter

de underliggende idéene og forestillingene i informantenes verbale utsagn. På den måten er ikke analysen bare deskriptiv, men også i stor grad tolkende (Braun og Clarke 2006:13).

### 3.6.1. Teoretisk rammeverk

Kategoriene jeg har valgt som analytisk rammeverk er basert på Fischbeins (1987) åtte kjennetegn ved intuitiv tenkning:

- (1) Intuisjoner generer en oppfatning om at noe er selvinnlysende (*self-evidence*).
- (2) Intuisjoner generer følelsen av sikkerhet (*intrinsic certainty*).
- (3) Intuisjoner virker tvingende (*coerciveness*).
- (4) Intuisjoner virker utvidende (*extrapolativeness*).
- (5) Intuisjoner generer et helhetlig perspektiv (*globality*).
- (6) Intuisjoner generer ubevisste tanker (*implicitness*).
- (7) Intuisjoner har teori-status (*theory status*). - Inngår ikke i studien.
- (8) Intuisjoner er vedvarende (*perseverance*). - Inngår ikke i studien.

Jeg har valgt å ikke inkludere de to sistnevnte kjennetegnene (punkt 7 og 8) i min undersøkelse. At intuisjoner har teori-status handler om at intuisjoner ofte fungerer som et sett av regler og prinsipper som danner generelle idéer, eller «teorier», som personer anvender i ulike vurderingssituasjoner. Siden oppgavene jeg har valgt til denne studien er av såpass ulik karakter ved at de ikke fokuserer på ett enkelt område i sannsynlighetsfaget, er det vanskelig å skulle avdekke slike generelle idéer. Mitt forskningsdesign tillater meg heller ikke å undersøke kjennetegnet om at intuisjoner er vedvarende, som går ut på at intuisjoner varer over tid. Jeg vil her gå inn på hva de seks kjennetegnene jeg har valgt å inkludere i mitt studie innebærer. Jeg vil også redegjøre for hvordan jeg vil tolke elevenes forklaring for å avgjøre hvilke/hvilket kjennetegn deres intuisjoner er preget av.

*(1) Intuisjoner generer en oppfatning om at noe er selvinnlysende.*

Et grunnleggende trekk ved en intuitiv tanke er ifølge Fischbein (1987) at den genererer oppfatningen om at det man tenker er selvinnlysende. Denne følelsen vil komme frem av påstander eller idéer som personer opplever at forklarer seg selv. Et eksempel på en slik idé kan være at «etter alle tall, så følger et annet større tall» (Fischbein 1987:43).

Dersom eleven fremstår sikker på at løsningen hun har gitt må være korrekt, samtidig som hun gir en tydelig forklaring på hvorfor løsningen må være som den er, vil jeg påstå at elevens intuisjon har generert en oppfatning om at oppgavens løsning er selvinnlysende.

*(2) Intuisjoner generer følelsen av sikkerhet.*

At intuisjoner generer en følelse av sikkerhet henger tett sammen med det førstnevnte kjennetegnet, men skilles fra hverandre ved vi kan tenke at noe er helt sant, selv om det ikke innlysende for oss at det er sant. For eksempel vil mange akseptere og være helt sikre på at summen av vinklene i en trekant er 180 grader, men likevel mangle følelsen av at det er innlysende at det er slik (Fischbein 1987:45).

Dette kjennetegnet har jeg valgt å tilegne tenkning der eleven fremstår sikker i sitt svar. Eleven behøver derimot ikke nødvendigvis å kunne forklare hvorfor hun mener løsningen hun har valgt er korrekt.

*(3) Intuisjoner virker tvingende.*

Intuisjoner er også kjennetegnet ved at de virker tvingende på tankeprosesser. Med tvingende mener Fischbein (1987) at intuisjoner leder personer til en bestemt måte å tenke på, og samtidig utelukker alternative måter å tenke på. For eksempel vil intuisjonen vi har om hva tid er, «tvinge» oss til å knytte tid til en romlig forståelse ved å definere det som noe «langt» eller «kort» (Fischbein 1987:48).

I tilfeller der eleven virker å være styrt av en bestemt strategi eller tenkning, vil jeg hevde at elevens intuisjon virker tvingende. Dersom det også fremkommer at eleven unnlater å revurdere sin fremgangsmåte etter for eksempel en selvmotsigelse i resonnementet, er det et ytterligere tegn på intuisjonens tvingende effekt.

*(4) Intuisjoner virker utvidende.*

Med kjennetegnet om at intuisjoner virker utvidende, mener Fischbein (1987) at intuisjoner hjelper oss med å bevege oss «utenfor» den informasjonen vi har blitt gitt. Dette kommer til uttrykk når vi for eksempel blir presentert for et hint, og vi bruker hintet til å se det store bildet (Fischbein 1987:51).

For å avgjøre om elevens intuisjon kan kjennetegnes ved å virke utvidende vil jeg se etter forklaringer som tar eksplisitte forhold (som ikke er direkte nevnt i oppgaven) i betraktning når oppgaven løses.

### *(5) Intuisjoner generer et helhetlig perspektiv*

Kjennetegnet om at intuisjoner generer et helhetlig perspektiv er tilknyttet gestalt-prinsippet i psykologien. Denne egenskapen gjør at vi er i stand til utlede helheter fra mindre enheter som hint eller mønstre. Dette kjennetegnet henger sammen med intuisjoners utvidende egenskaper, men kan skilles fra hverandre ved at en utvidende intuisjon ikke nødvendigvis leder til et helhetlig bilde av situasjonen man vurderer (Fischbein 1987:53).

Fra beskrivelsen ovenfor følger det at tilfeller der eleven gir forklaringer der oppgaven relateres til en helhet, er en indikasjon på at intuisjonen generer et helhetlig perspektiv.

### *(6) Intuisjoner generer ubevisste tanker*

Når intuisjoner er kjennetegnet ved å generere ubevisste tanker, handler det om at intuisjoner ofte ligger skjult for den som tenker. Altså virker intuisjoner ofte å være utilgjengelig for vår bevissthet, som kan gjøre det vanskelig å sette ord på hvordan eller hvorfor man har tenkt som man har tenkt (Fischbein 1987:55).

Kjennetegnet om at intuisjon er en ubevisst prosess vil jeg påstå viser seg dersom eleven gir uttrykk for å være usikker på hvordan hun har tenkt for å svare på oppgaven, men samtidig gir en løsning på oppgaven.

## **3.6.2. Dokumentering og transkribering**

For å sikre at jeg i størst mulig grad kan være fokusert og tilstede i intervjusituasjonen, har jeg valgt å dokumentere intervjuene med lydopptaker. En fordel med lydopptak er at alt som blir sagt blir dokumentert, noe som gjør at man til enhver tid har tilgang på informasjonen som kommer frem av intervjuene. Derimot kan bruken av lydopptaker bidra til at informantene holder tilbake informasjon, ettersom bevisstheten knyttet til det å bli gjort opptak av kan oppleves som ubehagelig (Merriam 2009:109). Siden observasjon ikke er en del av min metode, var jeg frigjort fra å notere nevneverdig undervis, men penn og papir ble benyttet for å notere hvilke svaralternativer elevene valgte.

Etter at intervjuene var gjennomført startet transkriberingsarbeidet. Transkribering er prosessen der man omformer verbalt lydmateriale til skriftform. Dette er ofte en tidskrevende prosess, men det gir samtidig forskeren et godt grunnlag for analysen som skal gjøres i etterkant (Merriam 2009:110). Jeg transkriberte intervjuene selv, og endte opp med et samlet skriftlig materiale på omlag 15000 ord. I tillegg til å skrive ned ordene som ble sagt i intervjuene, noterte jeg også tiden elevene brukte på å tenke før de svarte på oppgavene og oppfølgingsspørsmålene,

da dette kunne brukes til å si noe om hvor sikre eller usikre elevene var i forhold til sine løsninger. Elevenes betenkningstid ble imidlertid ikke tatt med som en del av analysen, fordi jeg følte at det ikke bidro til å gi meg noe ytterligere informasjon om deres intuisjoner.

### **3.7. Reliabilitet og validitet**

Reliabilitet og validitet er sentrale begreper i all forskning. De to begrepene sier noe om troverdigheten og gyldigheten til resultatene og forskningen som er gjennomført, og er følgelig noe som må tas hensyn til gjennom hele forskningsprosessen (Merriam 2009:210). Reliabilitet og validitet er ofte forbundet med kvantitativ forskning, mens man i kvalitativ forskning gjerne bruker begrepene pålitelighet og gyldighet. Begrepsforskjellene springer ut fra det faktum at kvantitative og kvalitative studier har ulike måter å sikre at resultatene blir reliable eller valide på. Cohen (2007) argumenter likevel for at begrepene reliabilitet og validitet kan brukes i kvalitative studier, ettersom man etterstreber det samme målet, som er å produsere gyldig og troverdig data (Cohen 2007:133). Derfor jeg har valgt å bruke begrepene reliabilitet og validitet i min studie.

#### **3.7.1. Reliabilitet**

Reliabilitet handler om i hvilken grad en studie vil produsere de samme resultatene dersom studien etterprøves av andre. I følge LeCompte og Preissle (1993) kan reliabiliteten i kvalitativ forskning styrkes ved at forskeren er tydelig i sin redegjørelse av blant annet personlig bakgrunn og status, hvilke informanter som har deltatt i studien, undersøkelsens sosiale rammer, hvilke metoder som er benyttet for innsamling av data, og hvilke analytiske begreper og rammeverk som er brukt (Cohen et al. 2007:148). utfordringer knyttet til reliabilitet i kvalitativ forskning har å gjøre med at menneskelig atferd sjelden er statisk. Personers holdninger og kunnskaper er noe som kan endres over tid, og to like studier med de samme betingelsene og de samme informantene kan dermed generere ulike resultater (Merriam 2009:221).

For å sikre reliabilitet i min studie har jeg valgt å ta hensyn til LeCompte og Preissles (1993) (nevnt i forrige avsnitt) forslag til hvordan reliabilitet i kvalitativ forskning kan styrkes. I denne oppgaven har jeg forsøkt å redegjøre for mitt utgangspunkt som forsker, med de begrensningene og de manglende erfaringene jeg som forsker har. Jeg har også forsøkt å være tydelig på hvordan jeg har gått frem for å samle inn data, og hvordan dataen skal analyseres. Det at jeg har benyttet meg av oppgavebaserte intervjuer som metode er også med på å styrke studiens reliabilitet, ettersom oppgavene enkelt kan etterprøves i andre studier. Derimot er den

semistrukturerte delen av intervjuene med på å svekke reliabiliteten, fordi jeg ikke har fulgt et utarbeidet manuskript i forsøket på å få innblikk i elevenes intuisjoner.

### 3.7.2. Validitet

Validitet handler om gyldigheten av resultatene til en studie. Ofte skiller man mellom intern og ekstern validitet. Intern validitet viser til hvilken grad forskningsresultatene er konsistente med datamaterialet. Man reiser altså spørsmålet om hvorvidt resultatene er gyldige for utvalget man har undersøkt (Merriam 2009:221). Ekstern validitet sier noe om hvilken grad resultater fra en studie kan overføres til andre utvalg. På den måten henger ekstern validitet sammen med studiens generaliserbarhet, som handler om resultatenes relevans utover de informantene som inngår i studien. På samme måte som det menneskelige aspektet påvirker reliabiliteten i et kvalitativt studie (som vist ovenfor i kapittel 3.7.1.), får det også følger for validiteten. Menneskers atferd er komplisert, sosialt betinget og unikt, noe som gjør det problematisk og skulle snakke om generaliserbarhet i kvalitativ forskning (Cohen et al. 2007:137). Derimot hevder Merriam (2009) at måten man sikrer validitet i kvalitativ forskning i stor grad handler om å gi tydelige og detaljerte beskrivelser av studiens design. Generaliserbarhet i kvalitativ forskning, og især i samfunnsvitenskapelige disipliner, har derfor å gjøre med muligheten leseren får til å anvende resultatene til et utvalg som passer til beskrivelsene som er gitt (Merriam 2009:226).

Grepene jeg har gjort for å øke min undersøkelses indre validitet har hovedsakelig gått ut på at jeg har forsøkt å holde meg så nøytral og objektiv som mulig gjennom hele forskningsprosessen. I selve intervjusituasjonen var målet mitt å la informantene snakke mest mulig, og jeg minst mulig. Jeg var nøye med å presentere oppgavene på en ryddig måte, og ventet til elevene svarte, for deretter å stille enkle oppfølgingsspørsmål som for eksempel «*hvorfor tenker du det?*» eller «*hva mener du med at A er mer sannsynlig enn B?*». Jeg var oppmerksom på det å ikke skulle stille ledende spørsmål. Denne nøytrale og tilbakeholdne intervjuerrollen kan ha bidratt til at elevenes svar i mindre grad ble farget av mine holdninger og meninger, slik at elevenes forklaringer var deres egne. Før jeg startet å presentere oppgavene for elevene, presiserte jeg at hensikten med intervjuet ikke var om de svarte rett eller galt, og at det å være usikker eller svare feil er helt i orden. Dette kan ha redusert sjansen for at elevene holdt tilbake informasjon, eller at de svarte det de trodde jeg ville høre. Intervjuene foregikk også på elevenes skole, noe som er med på å gjøre intervjusituasjonen tryggere for elevene, som igjen kan ha bidratt til at elevene avga genuine svar. Uansett



tiltakene jeg har gjort for å gjøre intervjusituasjonen så trygg og komfortabel som mulig for elevene, er det ikke mulig å fullstendig eliminere muligheten for at elevenes svar blir preget av situasjonen.

En annen viktig faktor som kan prege min studies indre validitet er bruken av intervju som metode for å si noe om elevenes intuisjoner. Kan man egentlig si noe om personers mentale prosesser basert på deres muntlige utsagn? I hvilken grad har personer innsikt i hvordan de selv tenker? Og kan man i det hele tatt sett ord på en intuitiv tanke? Dette er viktige spørsmål som henger sammen med kritikken til introspeksjon som metode. I følge Nisbett og Wilson (1977) har det vist seg at mennesker i liten grad er i besittelse av evnen til å gjengi hvilke mentale prosesser som foregår i for eksempel evaluering –eller problemløsningssituasjoner (Nisbett og Wilson 1977:232). Til tross for kritikken, hevder Nisbett og Wilson (1977) likevel at personer kan ha tilgang på sine høyere kognitive prosesser, og at dette blant annet er tilfellet dersom man kan ser en sammenheng mellom responsen som gis og situasjonen som vurderes eller oppgaven som løses (Nisbett og Wilson 1977:253). For eksempel, hvis en elev hevder at det er mer sannsynlig å vinne i et lotteri med et rosa lodd enn med et blått lodd, og forklarer at måten hun har tenkt på er at rosa er at hennes favorittfarge er rosa og at hun alltid vinner med rosa, har vi da noen grunn til å påstå at dette ikke er hva hun faktisk tenker? I utsagnet ser vi en sammenheng mellom responsen som gis og situasjonen som vurderes, og det gir mening å anta at vi har fått et innblikk i personens tenkning. For at mine resultater skal være valide, forutsetter det at vi aksepterer premisset om at elevenes muntlige svar og forklaringer kan si noe om de mentale prosessene som ligger bak.

Den eksterne validiteten i min studie er antageligvis lav, ettersom dette er et kvalitativt studie. Mine funn er i all hovedsak gjeldene for de informantene som inngår i studien. Det kan hende at resultatene kan overføres til andre lignende utvalg, men dette har jeg liten dekning for å si noe om. Undersøkelsens hensikt har ikke vært å generalisere, men å belyse hva som kjennetegner 10 elever på 5. trinn sine intuitive tanker i sannsynlighet.

### **3.8. Metodekritikk**

I forrige kapittel (kapittel 3.7.) diskuterte jeg studiens reliabilitet og validitet, der en del av svakhetene med mitt forskningsdesign inngår. Blant annet studiens lave eksterne validitet og problematikken knyttet til introspeksjon er relevant i forhold til kritikken av de metodiske valgene jeg har gjort. I dette kapittelet vil jeg komme med ytterligere kritiske innvendinger til studiens forskningsdesign.

Den første kritiske innvendingen jeg vil komme med er knyttet til det sosialkonstruktivistiske kunnskapssynet jeg har lagt til grunn for denne studien. Med en epistemologi der kunnskap sees på som produktet av individers sosiale interaksjoner, kommer man ikke utenom kritikken knyttet til det som kalles epistemisk og ontologisk relativisme. Disse begrepene handler om at kunnskapssynet (epistemologien) og virkelighetssynet (ontologien) springer ut fra subjektive erkjennelser, som fører til at vi aldri kan fastslå en absolutt sannhet. Et av problemene med relativismen er at den har lett for å føre til selvmotsigelser. For eksempel, hvis to individer har to motstridene oppfatninger av hva som er sant, vil relativisten hevde at begge oppfatningene er like gyldige (Kukla 2000:133). Slik jeg ser det, kommer jeg ikke unna denne kritikken, og konsekvensen er at kunnskapen jeg har produsert med mitt studie ikke kan aksepteres som noen objektiv sannhet. Kanskje er intuisjon en mental prosess som heller bør studeres i positivistenes tradisjon, gjennom for eksempel eksperimenter i laboratoriet med nevroavbildning. Dette er noe som vanskelig ville latt seg gjennomføre med tanke på rammene for dette mastergradsprosjektet, og forskningsdesignets kunnskapssyn får stå med den kritikken jeg har nevnt her.

Den andre kritiske innvendingen jeg vil belyse er knyttet til valget av et kvalitativt forskningsdesign, fremfor et kvantitativt forskningsdesign. Jeg har allerede vært inne på studiens begrensinger i forhold til resultatenes generaliserbarhet (kapittel 3.7.2.), som er en konsekvens av de kvalitative egenskapene ved undersøkelsen jeg har gjennomført. Om jeg for eksempel hadde benyttet meg av spørreundersøkelser på et større utvalg, kan det hende at mine resultater ville hatt en høyere ekstern validitet. Tidlig i prosessen med dette mastergradsprosjektet var jeg inne på tanken om å gjennomføre et kvantitativt studie, men på grunn av mitt ønske om å kunne gå i dybden på fenomenet jeg har undersøkt, falt valget til slutt på en kvalitativ studie. I denne sammenhengen vil jeg også nevne at valget av et generisk kvalitativt forskningsdesign ikke nødvendigvis bare bringer med seg fordeler. Selv om jeg oppnår mer fleksibilitet med denne tilnærmingen, har jeg forsøkt å vie oppmerksomhet til det faktum at jeg bryter med godt etablerte forskningstradisjoner, som kan resultere i at jeg mister vesentlige elementer fra bestemte paradigmer som gjør forskningsprosessen fruktbar. At man selv velger et design som går på tvers av ulike paradigmer kan også føre til at det blir uklarheter i forhold til hva man faktisk har gjort.

Kritikken til min metode for innsamling av data går hovedsakelig ut på at jeg tar utgangspunkt i antagelsen om at muntlige utsagn kan si noe om en persons mentale prosesser. I kapittel 3.7.1.

viste jeg til noe av kritikken til introspeksjon som metode, som kan ha fått følger for validiteten i min studie. Hensikten med mitt forskningsprosjekt har vært å undersøke elevers intuitive tenkning i sannsynlighet, men kan man fastslå at elevenes besvarelser og forklaringer faktisk representerer deres intuisjoner? Her har jeg belaget meg på mitt analytiske rammeverk, men kanskje behøver man teknologi som kan spore tanker til et bestemt område i hjernen for å avgjøre om en tanken er intuitiv, analytisk eller ren gjetning.

Når det gjelder det analytiske rammeverket jeg har benyttet, som er Fischbeins (1987) syv kjennetegn ved intuitiv tenkning, er det ut i fra hva jeg vet ingen andre som har benyttet dette som rammeverk i andre studier. Det betyr at analysen min i stor grad baserer seg på mine tolkninger av hvordan rammeverket skal anvendes på datamaterialet. Selv om jeg har forsøkt å være så tro mot teorien om kjennetegn ved intuitiv tenkning som mulig, kan man ikke utelukke at jeg på enkelte området har mistolket eller misforstått innholdet i Fischbeins (1987) teorier. For eksempel har jeg argumentert for at kjennetegnet om at intuisjoner genererer oppfatningen om at noe er selvinnlysende viser seg i tilfeller der elevene er sikre på at deres løsning er korrekt, og samtidig kan gi tydelige forklaringer på hvordan de har tenkt. I min tolkning av dette kjennetegnet kan det omfatte tilfeller der elevenes svar er ukorrekte, men det kan hende at Fischbein (1987) har ment at oppfatningen om at noe er selvinnlysende bare gjelder i tilfeller der oppgaven eller utsagnet faktisk er selvinnlysende (som for eksempel ved selvforklarende utsagn som: «alle ungarer er ugifte»). Uansett, om mine tolkinger ikke er helt i tråd med hva Fischbein (1987) opprinnelig har ment, har jeg forsøkt å være tydelig på hva jeg legger i de ulike kjennetegnene, noe som forhåpentligvis har gitt nyttig informasjon om elevers intuitive tenkning likevel.

Annen kritikk forbundet med analyseprosessen, er den deduktive tilnærmingen til analysen. Når man har forhåndsbestemte kategorier man ser etter i et datamateriale, er det en fare for at man mister noe av helheten og bredden i datamaterialet (Braun og Clarke 2006:10). Alternativet ville vært å benytte meg av en induktiv analyse, som kunne ha produsert andre interessante funn som mine kategorier ikke fanget opp.

Den siste kritiske innvendingen jeg vil trekke frem er knyttet til utvelgelsen av informantene som har deltatt i studien. Her ble prosessen i stor grad styrt av hva jeg fikk tilgang på. Dersom jeg hadde satt noen kriterier for deltagelse, som for eksempel lavt, middels –og høyt presterende elever i matematikkfaget, kan det hende at jeg kunne ha trukket mer nyanserte konklusjoner om 5. klasseelevers intuitive tenkning i sannsynlighet. Det at jeg ikke hadde noe

bakgrunnsinformasjon om elevene, bidrar ytterligere til problematikken knyttet til hvem utvalget i studien er representativt for.

### **3.9. Forskningsetiske overveielser**

I arbeidet med dette mastergradsprosjektet har de etiske problemstillingene som følger med det å gjennomføre forskning stått sentralt gjennom hele prosessen. Spesielt viktig har det vært å ha et fokus på de etiske aspektene, ettersom barn under 18 år inngår i studien.

Før jeg kunne sette gang med prosjektet og innsamlingen av data, var det nødvendig å få prosjektet godkjent av Norsk senter for forskningsdata (NSD). NSD vurderte prosjektet til å være meldepliktig i henhold til personopplysningsloven §31, og godkjente prosjektet om kravene til trygg behandling og oppbevaring av personopplysninger ble overholdt (se vedlegg 2). Det ble også stilt krav til at de etiske retningslinjene for forskning med barn i skole og barnehage ble overholdt. Disse retningslinjene er at (1) deltagelsen skal være frivillig fra barnets side uavhengig om foreldrene har samtykket, (2) at nødvendig informasjon gis og at samtykke innvilges, (3) at prosjektet er avklart med den aktuelle skolen og (4) at taushetsplikten overholdes (nsd.no, personvern for forskning med barn i barnehage og skole). Alle disse punktene har jeg vært nøye med å overholde. Datamaterialet har til en hvert tid vært oppbevart et trygt sted bare jeg har hatt tilgang til. Skolen fikk nødvendig informasjon om prosjektet og de involverte partene (ledelsen og ansatte) var innforstått med hva jeg skulle gjøre. Informasjonsskriv med søknad om samtykke ble gitt til elever og foreldre (se vedlegg 3), og kun frivillig deltagere med samtykke fra foreldre ble tatt med i studien. Taushetsplikten har blitt overholdt gjennom hele prosessen. Informasjonsskrivet

I intervjusituasjonen var det viktig for meg at informantene ikke skulle føle ubehag ved å delta. Jeg var nøye med å forklare til informantene at intervjuet ikke handlet om å teste deres matematiske ferdigheter og at det var helt greit å ikke kunne svare på spørsmålene. Jeg var også opptatt av la informantene vite at de når som helst kunne velge å trekke seg fra studien, selv under intervjuet, om de ønsket det. Jeg informerte om lydopptakeren, og sørget for at informantene var klar over at det bare var jeg som hadde tilgang til det som ble tatt opp. Etter intervjuene spurte jeg informantene om hvordan de hadde opplevd situasjonen, og samtlige oppga at de synes det var gått bra.

I transkriberingen av lydopptakene var jeg nøye med å skrive ordrett ned det som ble sagt. Dette var tidskrevende, men nødvendig for å sikre at informantenes svar ikke skulle bli endret på. En

nøytral rolle i analyseprosessen var viktig i forhold til det å skulle sørge for at resultatene stemmer med det som faktisk kom frem av intervjuene.

Utover det jeg har nevnt til nå har jeg gjort mitt beste for å følge retningslinjene for samfunnsfag, humaniora, juss og teologi som er utarbeidet av De nasjonale forskningsetiske komiteene. Blant annet har jeg vært nøye med å utvise god henvisningsskikk ved å være tydelig på hvilke idéer som tilhører andre, og hvilke som er mine egne.

## **4. Resultat**

I dette kapitlet vil jeg presentere funnene fra de 10 intervjuene jeg gjennomførte med mine informanter. Jeg har valgt å strukturere kapitlet i to deler. I første del presenterer jeg de seks kjennetegnene for intuitivtenkning i sannsynlighet som fremkom av elevenes forklaringer. I andre del ser jeg nærmere på de ulike sammenhengene mellom de misoppfatningene elevene i

undersøkelsen hadde og deres intuisjoner. Jeg har valgt å gi informantene fiktive navn: Anne, Ben, Cecilie, Dan, Elise, Fredrik, Gunn, Harald, Ida og Jon. Jeg henviser til meg selv som *intervjuer*.

#### **4.1. Kjennetegn ved intuitiv tenkning i sannsynlighet**

##### **4.1.1. Når intuisjoner generer en oppfatning av at noe er selvinnlysende**

Som vi har sett ovenfor (kapittel 3.6.1.) kan intuisjoner kjennetegnes ved de generer oppfatningen om at noe er selvinnlysende. Jeg har argumentert for at dette er tilfellet når elevene på en tydelig måte evner å forklare hvorfor de mener løsningen på en oppgave er som den er, samtidig som de er sikre på at løsningen er korrekt. Dette hendte ikke ofte i løpet av intervjuene som ble gjort, men ved enkelte tilfeller virket elevenes forklaringer å være preget av oppfatningen om at løsningen var selvinnlysende.

På oppgave 2 har Jon svart at etter tre kast med resultatet «mynt», så vil sannsynligheten for «kron» øke på det fjerde kastet. Her er Jons forklaring på hvordan han har tenkt:

*Jon: Fordi man har kasta veldig mange ganger mynt, og da tenker jeg at det er mest sannsynlig at man får kron den gangen. Fordi en gang må det bli kron.*

Fredrik valgte en annen løsning, og hevdet at sannsynligheten for «mynt» har økt på det fjerde kastet.

*Fredrik: For da er krona, liksom, vant til å falle den veien, på en måte.*

Svarene til Jon og Fredrik faller inn under misoppfatningene negativt- og positivt tilbakeblikk. Det at intuisjoner bidrar til en oppfatning om at noe er selvinnlysende, betyr dermed ikke at løsningen man ender opp med er korrekt, men at den gir mening for eleven i den bestemte situasjonen. I dette tilfellet kan det se ut som at oppfatningen om at noe selvinnlysende er preget av de tidligere observasjonene som presenteres i oppgaven (her: tre «mynt» på rad). Jeg vil komme tilbake til misoppfatningene positivt –og negativt tilbakeblikk i kapittel 4.2.2.

##### **4.1.2. Når intuisjoner generer en følelse av sikkerhet**

At en intuitiv tanke kjennetegnes ved å generere en følelse av sikkerhet betyr ikke nødvendigvis at løsningen oppleves som selvinnlysende, men den aksepteres for å være rett. Jeg har hevdet at dette kjennetegnet viser seg i de tilfellene hvor elevene uttrykker seg usikkert på hvorfor løsningen er som den er, men samtidig hevder at den må være rett. Denne sikkerheten så i stor grad ut til å være formet av elevenes tidligere erfaringer, og ikke av tillærte fagkunnskaper. Noen av de tydeligste eksemplene på dette kom frem av oppgave 3, hvor flere av elevene

benyttet sine erfaringer med terningkast for å vurdere sannsynlighetene for hendelsene i oppgaven. Utdrag fra intervjuene med Ben og Dan illustrerer dette.

- Intervjuer:* *Hvorfor tenker du «5 og 6» er mer sannsynlig enn «6 og 6»?*
- Ben:* *Fordi at når jeg spilte Yatzy så fikk jeg bare sånn at jeg ikke fikk like tall. Kanskje bare på siste kastet fikk jeg to like.*
- Intervjuer:* *Ok, så like tall får du sjeldnere enn ulike tall?*
- Ben:* *Ja, i et spill på en computer så får jeg «4» eller «3». Jeg får aldri så mye. Kanskje to «4'ere» og eller to «5'ere».*
- Dan:* *Jeg vet ikke hvorfor det er vanskeligere å få «6'ere». Jeg synes i hvert fall det er vanskeligere å få «6'ere».*
- Intervjuer:* *Du mener det er vanskeligere å få en «6'er» enn for eksempel en «3'er»?*
- Dan:* *Ja.*
- Intervjuer:* *Hvorfor det, tror du?*
- Dan:* *Jeg vet ikke. Det er bare sånn som skjer.*

Vi ser her at elevene har forhånds etablerte idéer om sannsynligheter tilknyttet terningkast, og at disse påvirker deres intuisjoner i møte med oppgaven. Den korrekte løsningen på oppgave 3 er at hendelsen «5 og 6» er mer sannsynlig å få enn «6 og 6», noe både Ben og Dan svarte. Derimot er ikke deres forklaringer korrekte i forhold til de matematiske prinsippene som oppgaven krever.

En annen tendens jeg vil trekke frem i denne sammenhengen er de gangene elevene fastslår at «sånn er det bare», samtidig som at han eller hun virker sikker på at rett svar er avgitt. Et eksempel på dette er fra intervjuet med Ida, som har svart rett på oppgave 2. Hun hevdet at sannsynligheten for «kron» er like stor som sannsynligheten for «mynt» på det fjerde kastet etter tre myntkast med utfallet «mynt».

- Intervjuer:* *Så du tror sannsynligheten er like stor, selv om du har fått tre mynt først?*
- Ida:* *Ja.*
- Intervjuer:* *Er det noen grunn til at du tenker det?*
- Ida:* *Det bare er sånn.*

Elise ga lignende forklaring etter å ha svart rett på oppgave 3, hvor man skulle vurdere sannsynligheten for å få «5 og 5» på et terningkast med to terninger, mot sannsynligheten for å få «5 og 6». Her er Elises måte å forklare hvordan hun har tenkt:

*Elise: Fem og seks.*

*Intervjuer: Hvorfor det?*

*Elise: Det bare er sånn.*

*Intervjuer: Og hvorfor tror du at det er sånn?*

*Elise: Jeg vet ikke. Det egentlig bare er sånn. Det har vært sånn en liten stund.*

*Intervjuer: Så du tror ikke det er noen spesiell grunn til det?*

*Elise: Nei.*

Alle eksemplene jeg har vist til her, viser at elevenes intuisjoner kan lede til korrekte løsninger, selv om de ikke evner å forklare hvorfor løsningene må være rett. En følelse av sikkerhet så også ut til å kjennetegne intuisjoner som førte til feilsvar. På oppgave 4 var det flere elever som oppga at sannsynligheten for at en person både spiller fotball og er flinkest på skolen i matematikk, er større enn sannsynligheten for at personen bare spiller fotball. Årsaken til denne tenkningen ser ut til å være at elevene utelukkende tar utgangspunkt i informasjonen som blir gitt i oppgaven, som er at denne personen er smart og liker fotball. Noen av elevene så dermed ut til å være sikre på at deres løsning på oppgave 4 var rett. Under ser vi hvordan Fredrik og Jon forklarte sin tenkning.

*Fredrik: Han er mest sannsynlig flinkest på skolen i matte, og spiller fotball.*

*Intervjuer: Og hvorfor tenker du det?*

*Fredrik: Fordi han liker å spille fotball, og så er han ganske smart.*

*Jon: Jeg tenker at den (alternativ A) er mer sannsynlig fordi han er en smart gutt, og så liker han fotball. Og må være smart for å like fotball. Litt, kanskje. Og han er jo smart, og da er det ganske sannsynlig at han er flinkest på skolen i matematikk.*

Det kan dermed tyde på at når løsningen samsvarer med informasjonen i oppgaven, så er intuisjonen at det må være den korrekte løsningen. Jeg vil komme tilbake til oppgave 4 i kapittel 4.1.5., om intuisjoner som kjennetegnet ved å genere et helhetlig perspektiv.



### 4.1.3. Når intuisjoner virker tvingende

Som nevnt ovenfor (kapittel 3.5.1.) er et av kjennetegnene ved intuitiv tenkning at den virker tvingende på personers tankeprosesser slik at alternative måter å tenke på blir utelatt. Ser vi på det samlede datamaterialet fra mine intervjuer ser vi at elevene i liten grad endrer svaralternativ når de først har avgitt et svar. Forklaringene som elevene har gitt på hvordan de har tenkt på de ulike oppgave mangler ofte vurderinger som tar hensyn de øvrige alternativene som er presentert i oppgaven. Elevenes umiddelbare intuisjon ser altså ut til å tidlig avgjøre hvilket svaralternativ de ender opp med svare, selv når det blir utvist usikkerhet på om det faktisk er rett svar eller ikke. Bare 6 ganger i løpet av alle intervjuene hendte det at en elev valgte å endre svaralternativ. Noen utdrag fra intervjuene til oppgave 5, viser hvordan elevenes intuisjonen tvinger frem en bestemt måte å tenke på, men som ikke revurderes selv om eleven har vanskeligheter med å begrunne sitt svar. Under ser vi hvordan Anne forsøker å forklare hvordan hun har tenkt når hun har svart at sannsynligheten for å trekke en blå kule er like stor om den trekkes fra en urne med 1 blå og 2 røde kuler, eller om den trekkes fra en urne med 2 blå og 4 røde kuler.

*Anne: Jeg tror ikke det har noe å si hvilken (urne) man trekker fra, for der (urne A) har man to sjanser, men det er også fire røde kuler som vi ikke skal trekke. Og der (urne B) er det en sjanse, og to kuler man ikke skal ha. Så det blir sånn, like vanskelig. Så jeg tror ikke det har noe å si.*

*Intervjuer: Ok, så hva er det som egentlig gjør at det blir like sannsynlig?*

*Anne: For at der (urne A) er det en blå kule, og to røde. Nei, jeg tror ikke det har noe å si.*

Vi ser her at Annes intuisjon har ledet henne til rett svar på oppgaven, men at forklaringen på hvordan hun har tenkt mangler et overbevisende argument. Ettersom hun har svart rett, er ikke intuisjonens tvingende egenskap nødvendigvis negativt i dette tilfellet. For andre elever viste det seg imidlertid at det å utelate andre tilnærminger til oppgaven, kunne bidra til at gal løsning på oppgaven ble valgt. På oppgave 7, som er en variant av Monty Hall-problemet, valgte 8 av 10 elever å beholde kortet de først valgte. Selv om det første valget man foretar på denne oppgaven i stor grad er preget av å være ren gjetting, så kan det virke som at gjettingen etablerer en intuisjon om hvor kortet som gir gevinst ligger, noe som ser ut til å være vanskelig å bryte med når man får muligheten til å velge på nytt etter at ett kort blir fjernet. Anne og Ben var to av de som beholdte kortet de først valgte. Anne traff med sitt valg, mens Ben lyktes ikke med å finne kortet som ga gevinst. De ga lignende forklaringer på hvorfor de valgte å beholde:

*Anne:           Altså, måten jeg tenkte på var at «spar ess» lå i midten hele tiden. Da skal ikke jeg bytte.*

*Ben:            Jeg beholdte fordi jeg var helt sikker på at det var det kortet.*

Fra sitatene over ser vi to elever som var nokså sikre på at deres intuisjon ville gi de korrekte løsninger. Intuisjonens tvingende effekt ser dermed ut til å generere en følelse av sikkerhet, noe som viser at de ulike kjennetegnene ved intuitiv tenkning henger sammen med hverandre.

#### **4.1.4. Når intuisjoner virker utvidende**

Med tanke på hvor i skoleløpet mine informanter befinner seg (5. årstrinn), er det grunn til å anta at de ikke vant til å arbeide med oppgaver av den typen de har blitt presentert for i dette prosjektet. Det betyr at informasjonen de har å gå ut i fra, i stor grad er den informasjonen som blir gitt i oppgavene. Når elevene da beveger seg utover den informasjonen de har tilgjengelig for å løse oppgavene, tyder det på at deres intuisjoner virker utvidende. På oppgave 1 hevdet 8 av 10 informanter at tallrekken «1, 3, 8, 16, 19, 27, 32» har større sannsynlighet for å gi gevinst i Lotto enn tallrekken «1, 2, 3, 4, 5, 6, 7». Dette er et galt svar, men likevel underbygger noen av elevenes forklaringer for hvordan de har tenkt aspektet om den utvidende karakteristikken ved intuitiv tenkning. I utdragene fra samtalene nedenfor, viser Ben, Dan og Fredrik at de har lagt samme type tenkning til grunn for å besvare oppgaven.

*Ben:            Jeg tror ikke noen ville vunnet med det (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7). For ingen ville gjetta det. Så ingen har sjanse til å vinne. Og så er det flest av sånne her tall (viser til de tosfrede tallene i alternativ B).*

*Dan:            Fordi at, det her (alternativ A) er bare tall som har, liksom, det er ett tall, ikke to. Og det er flest tall som har to, og det er ikke flest som har ett tall. Og da er det mindre tall. Så det vil si at det er ganske stor sannsynlighet for at det kommer noen med to tall.*

*Fredrik:       Men det er liksom litt større tall (i alternativ B). Fordi, de (alternativ A) er under ti, og de (alternativ B) er over ti.*

Det interessante med de tre sitatene ovenfor er at de skiller seg fra andre svar som ble gitt på samme oppgave, som stort sett handlet om at tallene er «mer forskjellige» i alternativ A enn i alternativ B. Et utdrag fra intervjuet med Gunn er et eksempel på dette.

*Gunn:           Den (alternativ B).*

- Intervjuer:*     *Hvorfor tenker du at det er den?*
- Gunn:*            *Nei, den har bare forskjellige tall.*
- Intervjuer:*     *Men det er jo forskjellige tall her (alternativ A) og?*
- Gunn:*            *Ja, men det er fra 1,2,3,4 og så videre, liksom.*

Jeg antar at Gunn har en idé om at den mest sannsynlige hendelsen er den som ligner mest på utfallsrommet (representativitet), og så stopper det der. Svarene til Ben, Dan og Fredrik derimot, viser at de går litt lenger med sin tenkning, ettersom de er inne på en vurdering av sannsynligheten for tosifrede tall versus sannsynligheten for ensifrede tall. Dette kan være et eksempel på at intuisjonen kan kjennetegnes ved å virke utvidende.

#### **4.1.5. Når intuisjoner generer et helhetlig perspektiv**

I kapittel 3.5.1. så vi at intuisjoner kan kjennetegnes ved at de genererer et helhetlig perspektiv, og at dette innebærer evnen til å relatere en situasjon til den store sammenhengen. Resultatene fra intervjuene jeg har gjennomført, viser at elevenes intuisjon gjør de i stand til å bevege seg utover informasjon som er blitt gitt (se kapittel 4.1.4.). Det virker imidlertid som om elevenes intuisjoner stopper der, og at et helhetlig perspektiv mangler når de vurderer sannsynligheter. Med dette mener jeg at forhold som påvirker sannsynlighetene som elevene skulle vurdere, men som ikke blir nevnt i oppgaven, ikke ble tatt hensyn til. Hvordan elevene forklarte sin tenkning på oppgave 4 illustrerer dette. Her har jeg spurt Anne om hvorfor hun har tenkt at sannsynligheten for at Ola både spiller fotball og er best i matematikk, er større enn sannsynligheten for at han bare spiller fotball.

- Anne:*            *Fordi at dem sier, at han er en smart gutt som liker fotball. Så når dem sier det sånn, så sier dem kanskje at han liker matematikk, siden de sier han er smart.*

På oppgave 4 var elevenes tenkning stort sett av denne typen. Ingen tok hensyn til sannsynligheten som er for at en tilfeldig person i den virkelige verden har en eller to av de egenskapene som oppgaven nevner.

På oppgave 6 skulle elevene si noe om sannsynligheten for et tidligere utfall, etter at de hadde fått informasjon om et senere utfall. Et helhetlig perspektiv på denne oppgaven innebærer da at man forsøker å se for seg hvordan utfallsrommet kan se ut ved den siste trekningen. Det viste seg imidlertid at det å ta hensyn til et tidsaspekt, i tillegg til det å vurdere sannsynligheter, ble vanskelig for flere av elevene. Et eksempel på dette er fra intervjuet med Dan, som valgte å utelate tidsaspektet når han forklarte hvordan han har tenkt.

*Dan: Det er litt vanskelig å forklare. Jeg tror at kula er svart, siden det er like mange hvite som svarte. Og så trekker man en hvit, og da er det like stor sannsynlighet for svart fortsatt.*

Vi kan merke oss at løsningen Dan har valgt er rett, men at forklaringen viser en mangelfull forståelse av oppgaven. Trolig er hans intuisjon om sannsynligheten for fargen på den første kula man trekker preget av en representativ heuristikk, ved at både «svart» og «hvit» kule må være representert i hendelsen. Derimot var det en elev som forsøkte å si noe om hvordan urna kunne se ut ved trekning nummer to, og det var Anne (som på oppgave 4 ikke hadde satt oppgaven i et helhetlig perspektiv):

*Anne: Hvis du har trukket en sånn svart en, så trekker du en hvit, så er det ikke å rart. For hvis du har trukket en svart, så har du bare en svart igjen, og så trekker du en gang til, så blir den hvit, og da ser du på den, og da har du bedre sannsynlighet for hvit.*

*Intervjuer: Ok, kan du prøve å forklare igjen, så jeg skjønner hva du mener?*

*Anne: Ok. Hvis jeg trekker en svart først, så er den borte. Da er det to hvite igjen, og en svart igjen. Så er det jo større sjanse, fordi det er to hvite og en svart igjen. Og siden du trakk en hvit, så...*

Fraværet av helhetlige perspektiver i elevenes tenkning kan forklares med at intuisjonens tvingende effekt sammen med en følelse av sikkerhet, leder elevene vekk fra det å skulle se oppgavene i en større sammenheng. Når elevene opplever at deres intuisjoner tvinger frem en bestemt løsning, og at løsningen gir mening for de, så oppstår det heller ingen behov et helhetlig perspektiv.

#### **4.1.6. Når intuisjoner genererer ubevisste tanker**

Intuisjoner kan være kjennetegnet ved at de generer ubevisste tanker, som innebærer at tankeprosesser som leder frem til en løsning på et problem, ofte ligger skjult for personen som tenker. I resultatene fra intervjuene jeg har gjennomført hendte det ofte at informantene ikke kunne gi tilstrekkelige forklaringer på hvordan de har tenkt. Dette kan være tegn på at elevenes intuisjoner ligger i deres ubevissthet, som fører til at det blir vanskelig å sette ord på hvordan de har tenkt. Utdrag fra intervjuene med Harald og Jon viser dette.

Harald har svarte rett på oppgave 5, hvor han skulle vurdere sannsynligheten for å trekke en blå kule fra en urne med 1 blå og 2 røde kuler, mot sannsynligheten for å trekke en blå kule fra en urne med 2 blå og 4 røde kuler.

*Harald: Jeg vet ikke, jeg hadde bare tatt en av dem siden det liksom er like sannsynlig.*

- Intervjuer:* Ok, hva er det som gjør at du tenker at de er like sannsynlige?
- Harald:* Jeg vet ikke. Det er kanskje flere kuler å trekke mellom der (urne 2), og mindre i den andre (urne 1).
- Intervjuer:* Og påvirker det sannsynligheten på noen måte?
- Harald:* Jeg vet ikke.

En av de få som valgte å bytte kort på oppgave 7, som er valget som øker sannsynligheten for gevinst, var Jon. Forklaringen han ga om hvorfor han valgte å bytte, tyder på en intuisjon som er kjennetegnet ved å være ubevisst.

- Intervjuer:* Hvorfor tenker du at det er lurt å bytte kort?
- Jon:* Fordi, eh, jeg bruker bare magefølelsen.
- Intervjuer:* Kan du prøve å si hva magefølelsen forteller deg?
- Jon:* Jeg vet ikke. Det er bare magefølelsen, liksom.

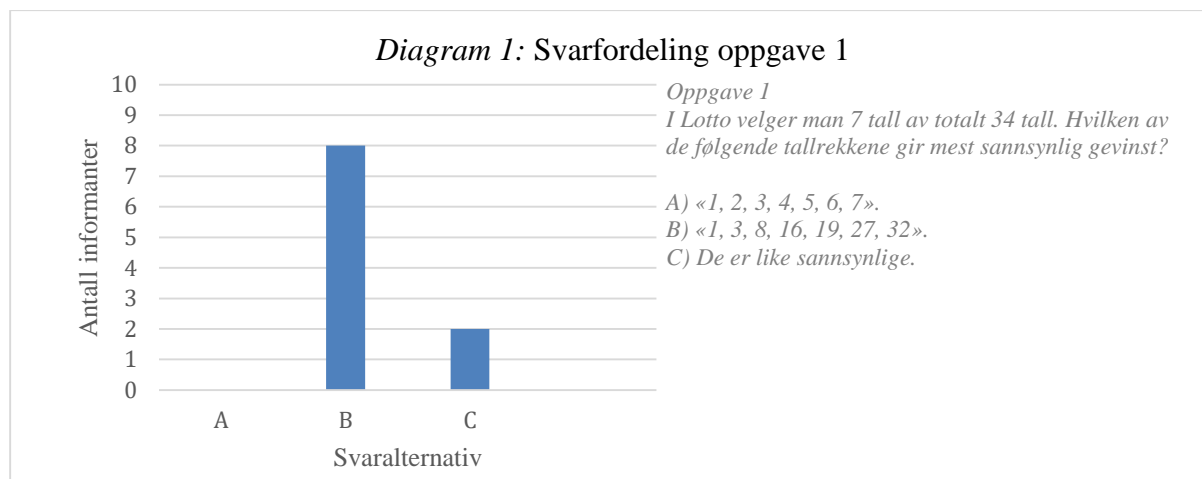
Vi ser her at det er noe i Jon som forteller han hva som er lurt å gjøre, men at han ikke klarer å sette ord på det. Han kalte det for «magefølelsen». Denne magefølelsen kan være intuisjonens ubevisste karakteristikk som kommer til uttrykk.

## **4.2. Intuisjon og misoppfatninger i sannsynlighet**

I forrige del av resultatkapittelet forsøkte jeg å vise hva som kjennetegner elevers intuitive tenkning i sannsynlighet gjennom min analyse av utsagn fra intervjuene jeg har gjennomført. Ved enkelte anledninger var jeg inne på bestemte misoppfatninger, men uten å gå i dybden på de. I dette kapittelet vil jeg se nærmere på de ulike misoppfatningene som elevene i dette prosjektet hadde, og hvordan disse misoppfatningene kan knyttes til elevenes intuisjoner.

### **4.2.1. Intuisjon og representativitet**

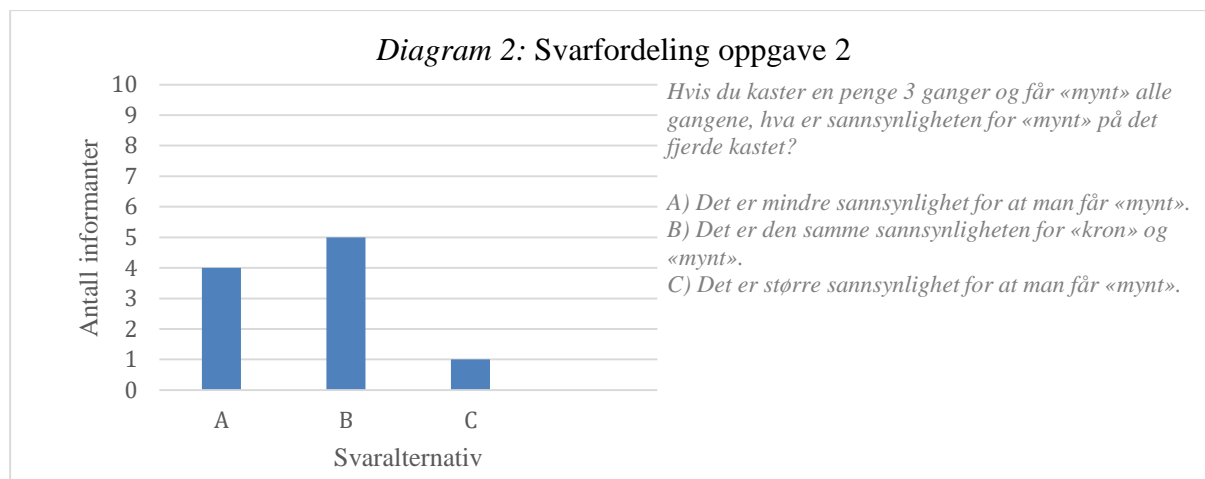
Oppgave 1 testet for misoppfatninger knyttet til representativitet, og i diagram 1 ser vi at flere av elevene valgte alternativet som representerer denne misoppfatningen (alternativ B)



I kapittel 4.1.4. viste jeg hvordan enkelte av elevenes intuisjoner var kjennetegnet ved å virke utvidende, og ledet til en sannsynlighetsvurdering som omhandlet forholdet mellom antall tosifrede tall i hendelsen og antallet tosifrede tall i utfallsrommet. Denne typen tenkning kan kategoriseres som en misoppfatning knyttet til representativitet, men er mer «sofistikert» enn de andre representative misoppfatningene som fremkom av elevenes forklaringer, som var av typen «det er mer forskjellige tall i alternativ B». Altså kom misoppfatningen representativitet til uttrykk på to måter: (1) hendelsen med flest ulike utfall gir størst sannsynlighet, og (2) hendelsen med utfall som har et bestemt fellestrekk (tosifrede tall) med utfallsrommet gir størst sannsynlighet, der (1) kan se ut til å være en intuisjon i seg selv, mens (2) er et resultat av intuisjonens utvidende egenskap.

#### 4.2.2. Intuisjon og misoppfatninger knyttet til tilfeldighet

Misoppfatninger knyttet til tilfeldighet er annen representativ heuristikk som også viste seg i en del av informantenes svar. Vi så i kapittel 2.3.1. at denne heuristikken kan komme til uttrykk gjennom enten et positivt eller negativt tilbakeblikk. Oppgave 2 var tilsiktet å skulle avdekke denne typen misoppfatninger, og i kapittel 4.1.1. argumenterte jeg for at intuisjonens evne til å genere en oppfatning av at noe er selvinnlysende, kan forklare tilbøyeligheten til å svare alternativ A (negativt tilbakeblikk) og alternativ B (positivt tilbakeblikk). I diagram 2 ser vi at elevene i min undersøkelse var mer tilbøyelige til å se på den tilfeldige prosessen med myntkast med et negativt tilbakeblikk, enn med et positivt tilbakeblikk.



På bakgrunn av at jeg har knyttet positive og negative tilbakeblikk til kjennetegnet om at intuisjoner generer oppfatningen om at noe er selvvinnende, følger det at positive og negative tilbakeblikk fremstår som selve startpunktet i elevenes tankeprosess. Derfor vil jeg påstå at positive og negative tilbakeblikk i seg selv er etablerte intuisjoner som elevene har.

I diagram 2 ser vi også at 5 elever svarte alternativ B på oppgave 2, som er den korrekte løsningen. Felles for forklaringene til disse 5 elevene er at de vurderte sannsynlighetene for «kron» og «mynt» til å være like store fordi myntkast har med *flaks* eller *tilfeldighet* å gjøre. Anne forklarte det slik:

*Anne: De må være like sannsynlige. Det må bare være flaks når man får samme type tre ganger på rad. Man må liksom bare kaste, og så ser man hva man får, eller ikke får.*

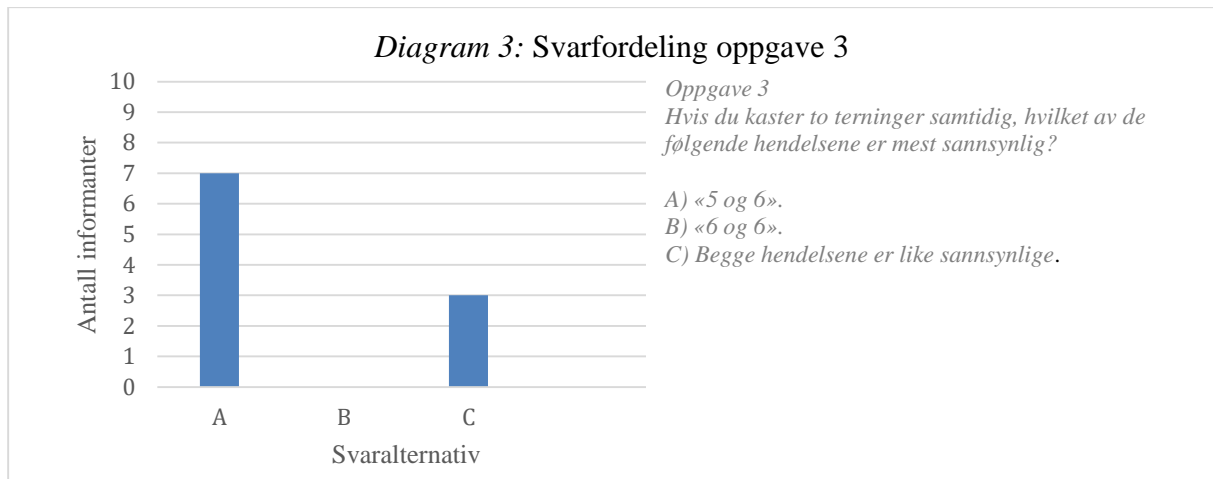
Elevene som svarte på samme måte som Anne, har ikke latt seg påvirke av kunnskapen de har om de tre foregående myntkastene, og vurderer sannsynligheten for «mynt» og «kron» til å være like store. Selv om dette har gitt elevene rett svar på oppgave 2, kunne samme type tenkning føre til feilsvar i andre tilfeller. Her ser vi Anne gi tilsvarende forklaring på oppgave 3:

*Anne: Egentlig må det bli like sannsynlig. For i Yatzy får man jo bare vanligvis forskjellige tall, men det er jo like sannsynlig hva man får, for man vet jo aldri hva man får.*

Dette kan tyde på at enkelte elever har utviklet en slags intuitiv regel som anvendes på oppgaver som har med tilfeldige prosesser å gjøre. Og naturligvis fungerer denne regelen når «lik sannsynlighet» er oppgavens løsning, men er lite gunstig i andre tilfeller. Jeg vil se nærmere på lik sannsynlighetsfeil i neste kapittel.

### 4.2.3. Intuisjon og lik sannsynlighetsfeil

Oppgave 3 skulle fange opp lik sannsynlighetsfeil, og i diagram 3 ser vi svarfordelingen til denne oppgaven.



De tre elevene som svarte alternativ C, ga alle forklaringer av typen som fremkom av sitatet fra intervjuet med Anne som vi så i forrige kapittel. Her er Cecilie og Ida sine forklaringer:

*Cecilie: Jeg tror det er like sannsynlig.*

*Intervjuer: Hvorfor tror du det?*

*Cecilie: Fordi terningen har mange sider. Det er bare tilfeldig hvilken side de lander på.*

*Ida: Like sannsynlig.*

*Intervjuer: Hvorfor tenker du at det er like sannsynlig?*

*Ida: Fordi at når man kaster, så kaster man bare. Man vet ikke hvilke tall som kommer, hvis ikke man har juksa.*

Lik sannsynlighetsfeil forekommer altså i situasjoner der elevene mener det ikke går an å forutsi neste hendelse, fordi det har med tilfeldigheter eller flaks å gjøre.

I diagram 3 ser vi imidlertid at majoriteten av elevene har valgt alternativ A, som er den korrekte løsningen på oppgave 3. I kapittel 4.1.2. så vi at det var elevenes personlige erfaringer med terningkast som bidro til at korrekt løsning på oppgave 3 ble valgt. Selv om elevene hadde vanskeligheter med å gi fullgode forklaringer for sitt valg, var de nokså overbeviste om at det måtte være mer sannsynlig å få «en femmer og en sekser» enn «to seksere», nettopp fordi dette var noe de hadde erfart. Med andre ord, når elevenes intuisjoner



ikke var knyttet til noen erfaringer, resulterte det i lik sannsynlighetsfeil på oppgave 3, mens når elevenes intuisjoner var formet av tidligere (adekvate) erfaringer unngikk de lik sannsynlighetsfeil og svarte korrekt.

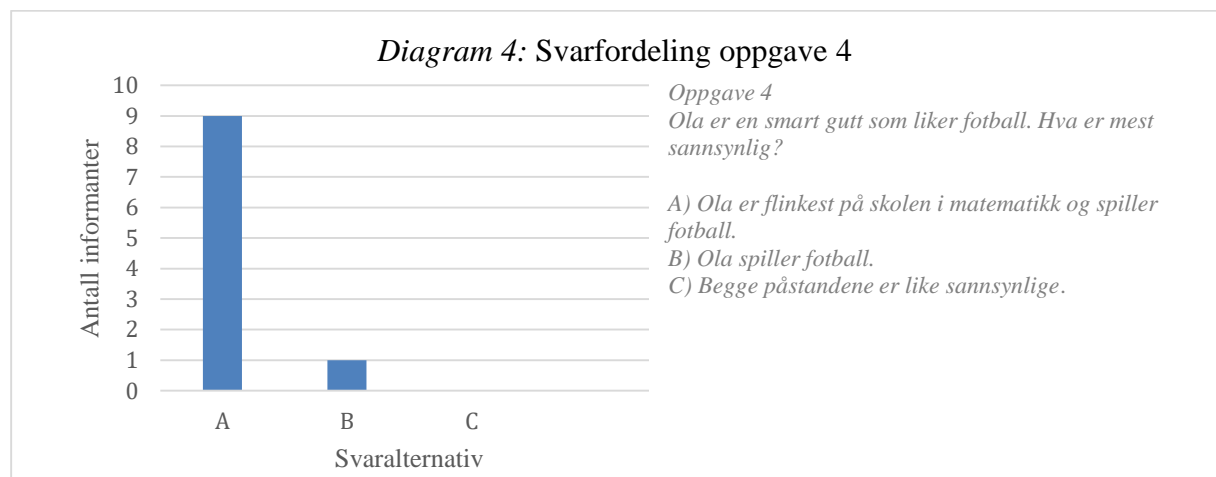
#### 4.2.4. Intuisjon og konjunksjonsfeil

Oppgave 4 ble tatt med i undersøkelsen for å teste for konjunksjonsfeil. I diagram 4 ser vi at 9 av 10 elever svarte alternativ A, som representerer misoppfatningen som sier at det er en større sannsynlighet for at to hendelser inntreffer, enn at bare en av hendelsene inntreffer. I deres forklaringer på hvordan de hadde tenkt, var det utelukkende informasjonen i oppgaven som dannet grunnlaget for deres vurderinger. Også den ene eleven som oppga rett svar (alternativ B) begrunnet sitt valg med utgangspunkt i informasjonen hun satt med.

*Gunn:* Ola spiller fotball (alternativ B).

*Intervjuer:* Og hvorfor er det mest sannsynlig?

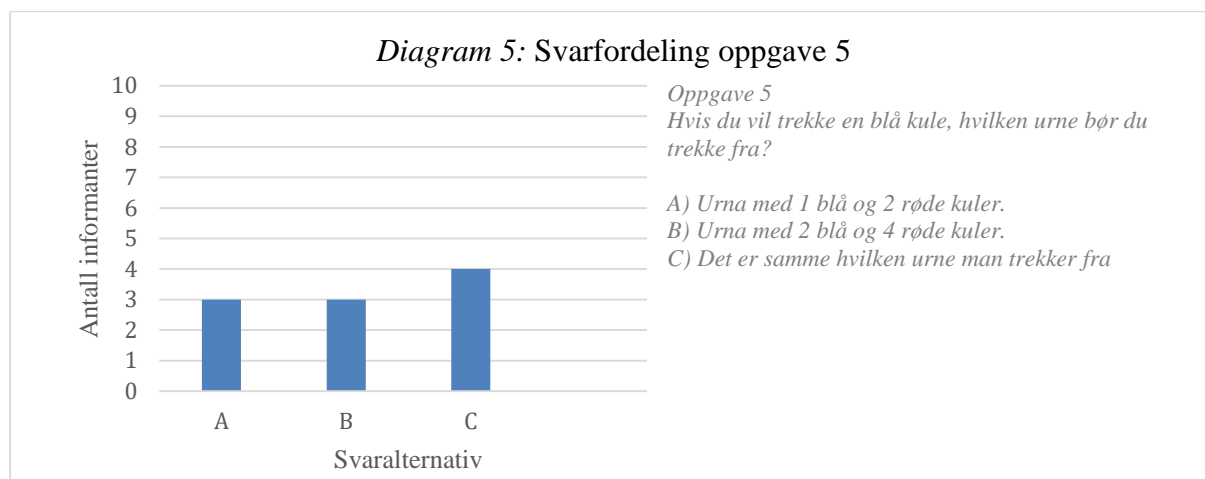
*Gunn:* Altså, han er jo smart, men det betyr jo ikke at han trenger å være det i matematikk.



Som nevnt i kapittel 4.1.5. kan det se ut som om intuisjonens tvingende effekt er det som hindrer elevene å se helhetlig på oppgaven, som ville vært å ta hensyn til tidligere sannsynligheter (sannsynligheten for at en tilfeldig person har en av egenskapene, mot sannsynligheten for at en tilfeldig person har begge egenskapene). I motsetning til flere av de andre misoppfatningene som elevene i undersøkelsen hadde, kan ikke konjunksjonsfeil sies å være en intuisjon i seg selv. Det at kombinasjonen av to betingelser ble vurdert til å være mer sannsynlig enn en betingelse alene, er ikke en intuisjon elevene har, men feilen oppstår fordi elevene ser ut til å forstå oppgave 6 som en oppgave som går ut på å tolke en tekst, snarere enn en oppgave som går ut på å vurdere sannsynligheter.

#### 4.2.5. Intuisjon og løsningstilnærming

I diagram 5 ser vi at elevene er jevnt fordelt på de tre svaralternativene til oppgave 5. Fra forklaringene til de som svarte galt (alternativ A og B) fremkom to distinktive idéer knyttet til løsningstilnærming som elevene så ut å basere sine avgjørelser på.



Elevene som svarte alternativ B, valgte urna der de kunne telle flest gunstige (blå) kuler, og tok ikke hensyn til de ugunstige (røde) kulene. Fredrik sin forklaring til oppgave 2 er et eksempel på dette:

*Fredrik: Da tror jeg at jeg ville valgt den (alternativ B).*

*Intervjuer: Åja, hvorfor den da?*

*Fredrik: For der er det flere blå kuler enn i den andre.*

*Intervjuer: Ok, enn de røde kulene som er der da, har de noe å si?*

*Fredrik: Nei, tror ikke det.*

Elevene som svarte alternativ A ga uttrykk for samme type tenkning, men med motsatt resultat: urna med færrest ugunstige (røde) kuler, gir størst sannsynlig for å trekke en gunstig (blå) kule. Elise og Jon forklarte det slik:

*Elise: Den der (alternativ A).*

*Intervjuer: Og hvorfor det, da?*

*Elise: For at det er mer sannsynlig å få blå*

*Intervjuer: Fordi?*

*Elise: Fordi det er mindre sånne.*

*Intervjuer: Mindre røde?*

*Elise: Jepp.*

*Jon: Den (alternativ A).*

*Intervjuer: Hvorfor den?*

*Jon: Fordi det er mindre røde kuler, og da er det lettere å finne en blå kule i den urna.*

Måten Elise og Jon løste oppgaven på var noe uventet, da det ikke helt samsvarer med hvordan jeg definerte løsningstilnærming i kapittel 2.3.4. Jeg vil likevel kalle begge tilnærmingene vi har sett her for løsningstilnærminger, fordi utfallsrommet for hendelsene ikke blir tatt hensyn til. To intuitive prinsipper som elevene har utviklet ser dermed ut til å avgjøre hva elevene mener gir størst sannsynlighet: (1) alternativet med flest gunstige, og (2) alternativet med færrest ugunstige.

#### **4.2.6. Intuisjon og Falk-fenomenet**

Oppgave 6 var ment å avdekke Falk-fenomenet, som er misoppfatningen som går ut på å vurdere sannsynligheten for at fargen på den første kula man trekker er hvit til å være like stor som sannsynligheten for at den er svart, fordi man ikke tar hensyn til kunnskapen man får av den andre trekningen som gjøres. Cecilie og Elises forklaringer på hvordan de tenkte illustrerer Falk-fenomenet:

*Cecilie: Kanskje like stor sannsynlighet.*

*Intervjuer: Hvorfor sier du det?*

*Cecilie: For man ser ikke hvilken man trekker.*

*Elise: Det er like sannsynlig, egentlig.*

*Intervjuer: Hvorfor tenker du det?*

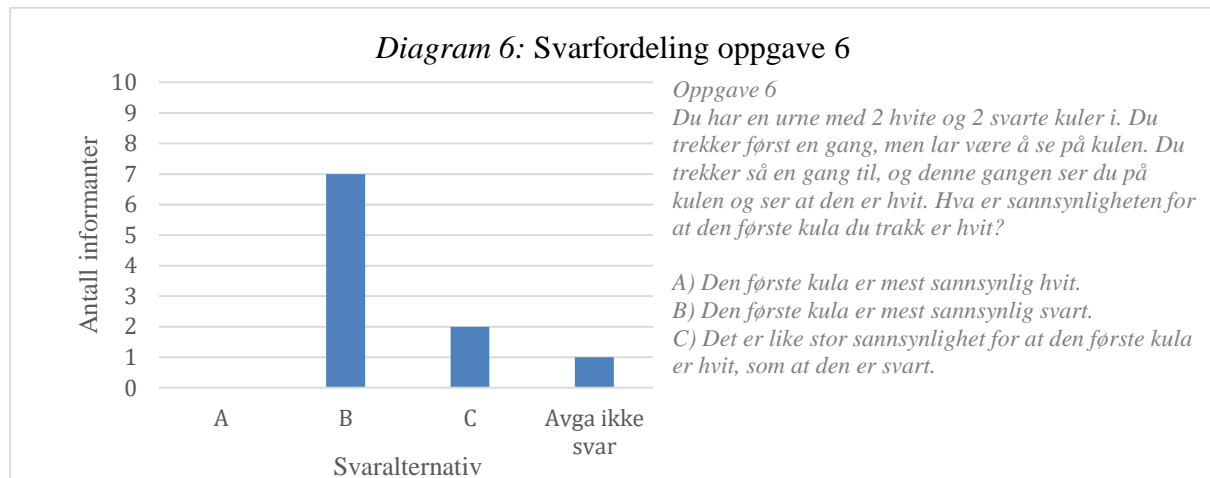
*Elise: Fordi det er to forskjellige.*

*Intervjuer: Hva mener du med det?*

*Elise: Det er like mange av hver.*

I diagram 6 ser vi imidlertid at flere av elevene har valgt den korrekte løsningen på oppgave 6. I kapittel 4.1.5. nevnte jeg at flere av elevene som svarte rett hadde vanskeligheter med å forklare hvorfor de mente alternativ B måtte være korrekt løsning, ettersom tidsaspektet (rekkefølgen på trekningene) ikke ble tatt hensyn til. Dette knyttet jeg til intuisjonens tvingende egenskaper, samt kjennetegnet om at intuisjoner generer en følelse av sikkerhet, som resulterer i at et helhetlig perspektiv på oppgaven ikke oppstår. På den måten ligger det

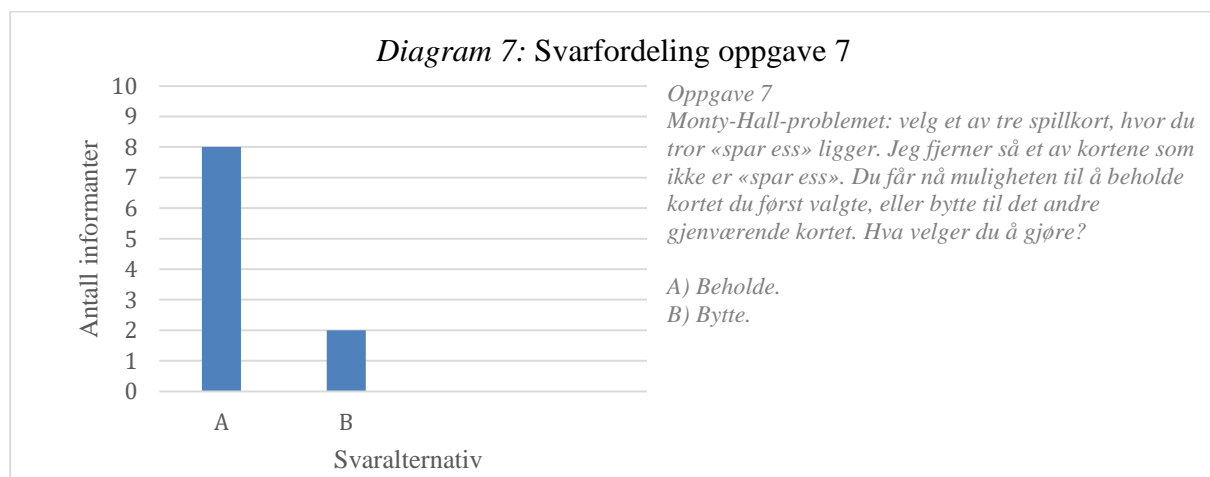
også en misoppfatning i intuisjonen til elevene som svarte rett på oppgave 6, ved at de benytter seg av en representativ heuristikk (se kapittel 4.1.5. – Dans forklaring).



Vi så kapittel 4.1.5 at bare en elev evnet å ta hensyn til tidsaspektet og rekkefølgen på trekningene i oppgaven. Det var tydelig at denne eleven hadde forstått oppgaven, og ga en tilfredsstillende forklaring der hun så oppgaven i et helhetlig perspektiv. Oppgave 6 resulterte altså i tre ulike intuitive tilnærminger: (1) Falk-fenomenet, (2) representativitet, og (3) helhetlig perspektiv.

#### 4.2.7. Intuisjon og Monty-Hall-problemet

I min versjon av Monty-Hall-problemet, var tendensen blant mine informanter å beholde sitt førstvalgte kort (se diagram 7). Altså valget som gir lavest sannsynlighet for gevinst.



Jeg har ovenfor (kapittel 4.1.3.) knyttet elevenes svar på oppgave 7 til intuisjonens tvingende effekt, fordi gjetningen de foretar ved første valg ser ut til å etablere en intuisjon om hvor kortet med gevinst ligger. Slik jeg ser det er det ikke forventet at elever på 5. årstrinn skal kunne

redegjøre for matematikken som oppgaven bygger på. Uansett er det ikke det at elevene ikke har de matematiske forutsetningene til å løse problemet som er det interessante i denne sammenhengen. Det interessante er at elevenes intuisjoner står såpass i kontrast til hva som faktisk lønner seg å gjøre. Når sannsynligheten dobles ved å bytte kort, skulle man tro at elevenes intuisjoner ville fange opp dette. Jeg vil se nærmere på en mulig årsak til intuisjonens manglende evne til å generere tilstrekkelige sannsynlighetsvurderinger i oppgavens diskusjonsdel (kapittel 5.1).



## 5. Diskusjon

Til flere av oppgavene i undersøkelsen fremkom det av elevenes forklaringer at bestemte idéer om sannsynlighet så ut til å ligge til grunn for løsningsvalget. Disse idéene var enten en allerede-etablert intuisjon, eller resultatet av intuisjonens ulike egenskaper (kjennetegn) i løsningsprosessen. I enkelte tilfeller genererte elevenes intuisjoner korrekte løsninger, men ofte ledet elevenes intuitive tenkning i sannsynlighet til løsninger som var misoppfatningen til oppgavene. I dette kapittelet vil jeg diskutere de didaktiske implikasjonene som kunnskapen om elevenes intuitive tenkning i sannsynlighet kan ha.

### 5.1. Didaktiske implikasjoner

Det at intuisjoner generer en oppfatning av at noe er selvinnlysende, og at dette forekommer både ved korrekte og ukorrekte sannsynlighetsvurderinger, forteller oss at det vil være nyttig for læreren å få en oversikt over hvilke intuitive idéer elevene har når de skal introduseres for sannsynlighet i skolen. Dersom Fischbein (1987) har rett i at primære intuisjoner har vanskelig for å bli erstattet med sekundære intuisjoner, følger det at mange elever også vil beholde sine opprinnelige intuisjoner selv om de har lært de sentrale matematiske begrepene prosedyrene i sannsynlighetsemnet. Om man ser at elevene opplever at matematikken strider imot hva de mener er selvinnlysende, kan det være fornuftig å ikke fokusere for mye på å skulle endre elevenes intuisjoner, men heller lære de å akseptere at matematikken i noen tilfeller vil oppleves som kontraintuitiv.

At elevene har robuste intuisjoner betyr imidlertid ikke at undervisning i sannsynlighet ikke bør ta sikte på å etablere sekundære intuisjoner. I følge Greer (2001) er det å legge til rette for at elevene bygger nye, gode intuisjoner noe undervisere i sannsynlighet bør fokusere på. Vi har sett at elevenes primære intuisjoner er formet av deres erfaringer og opplevelser med sannsynligheter, og at tendenser i observasjoner kan omdannes til intuitive regler som blir anvendt i bestemte situasjoner. Dersom erfaringene var adekvate, fungerte intuisjonene som et nyttig redskap. Men var erfaringene utilstrekkelige, ble intuisjonene en årsak til feilsvar og misoppfatninger. Langrall og Mooneys (2005) presisering av at undervisning i sannsynlighet bør handle om å gi elevene praktiske erfaringer med sannsynligheter ser altså ut til å være en fornuftig idé. For eksempel, har elevene en intuisjon om at «6» er mindre sannsynlig enn «3» på et terningkast, kan det å la elevene gjennomføre forsøk med terningkast mange nok ganger til at de ser at utfallene inntreffer like ofte, være en god måte å etablere sekundære intuisjoner

på. Når man senere innfører de matematiske begrepene (brøk, desimaltall og prosent), kan det hende at elevenes nye intuisjoner samsvarer med matematikken, som igjen vil kunne bidra til en bedre læringsprosess.

På grunn av sammenhengen mellom elevenes intuisjoner og misoppfatninger i sannsynlighet, vil jeg påstå at det å ta utgangspunkt i elevenes intuisjoner i undervisningen om sannsynlighet vil være hensiktsmessig. Det vil kunne gi læreren innsikt i hvordan elevenes misoppfatninger oppstår, som er nyttig kunnskap ha når man tilrettelegger undervisningen. Ved å være oppmerksom på hvilke aspekter ved sannsynlighet som elevene har ugunstige intuisjoner til, kan man fokusere på disse områdene slik at misoppfatninger ikke etableres. Videre kan man la eleven bruke sine intuisjoner, og la de selv bli kjent med hvordan de virker i løsningsprosesser. Dersom intuisjonen resulterer i en misoppfatning, eller at intuisjonen er en misoppfatning i seg selv, vil man kunne bruke elevenes intuisjoner til å lede de til en kognitiv konflikt. Da vil eleven selv oppdage at måten de har tenkt på er gal, og et behov for nye løsningsstrategier vil kunne oppstå. Eksempelvis har vi sett at intuisjonens tvingende egenskaper kan virke sterkere på elevenes tenkning enn intuisjonens evne til å generere et helhetlig perspektiv. Dette var tilfellet på oppgave 4, som resulterte i konjunksjonsfeil ved at kombinasjonen av to betingelser ble vurdert til å være mer sannsynlig enn en av betingelsene alene. Som lærer kan man da stimulere elevene til å sette løsningen inn i et helhetlig perspektiv ved å spørre hva sannsynligheten er for at en tilfeldig person man møter har en eller begge egenskapene som nevnes i oppgaven.

Et annet funn jeg vil trekke frem er hvordan intuisjonens utvidende egenskaper ledet enkelte elever til en variant av misoppfatningen representativitet på oppgave 1, som gikk ut på å se på forekomsten av tosifrede tall i hendelsen og forekomsten av tosifrede tall i utfallsrommet. Jeg synes denne måten å vurdere sannsynlighet på er interessant, fordi den virker tilsynelatende fornuftig. Hvis det er flere tosifrede tall enn ensifrede tall i utfallsrommet, er det ikke da større sannsynlighet for at tallrekken med flest tosifrede tall blir trukket? Det er klart at denne idéen er ukorrekt, men elevene ender opp med en rasjonalisering som være med på å forsterke misoppfatningen. Her må lærere være oppmerksomme på intuisjonens utvidende egenskap, slik at ukorrekte idéer ikke fester seg. En måte å illustrere for elevene hvorfor deres løsning er feil, er å bytte ut de 34 Lotto-kulene med 34 kuler uten tall, men med ulike farger. I dette tilfellet tror jeg de færreste vil påstå at en bestemt kombinasjon av farger er mer sannsynlig å trekke ut enn en annen kombinasjon.



Når det gjelder de matematiske begrepene som er knyttet til sannsynlighetsemnet, var det tydelig at elevene i min undersøkelse i stor grad manglet disse. På noen oppgaver viste det seg at enkelte elever utviste korrekt forståelse for oppgaven, men at de manglet de nødvendige begrepene for å gi en overbevisende forklaring for hvorfor løsningen måtte være rett. I henhold til læreplanen i matematikk er brøk noe elevene skal være kjent med på 5. årstrinn, ettersom det kommer inn som et kompetansemål etter 4. årstrinn:

«Elevene skal kunne beskrive plassverdisystemet for de hele tallene, bruke positive og negative hele tall, enkle brøker og desimaltall i praktiske sammenhenger, og uttrykke tallstørrelser på varierte måter». (Utdanningsdirektoratet 2013:6).

La oss ta oppgave 5 som et eksempel, hvor elevene som svarte korrekt i liten grad evnet å gi noen fullgod forklaring på hva det var som gjorde at sannsynligheten for å trekke en blå kule var like stor som sannsynligheten for å trekke en rød kule. De så at forholdet mellom røde og blå kuler var det samme i begge urnene, men manglet det matematiske språket (for eksempel brøk eller forholdstall) for å fastslå at det var slik. Dette bygger opp under Langrall og Mooneys (2005) argument for at undervisning i sannsynlighet bør legge vekt på de sentrale sannsynlighetsbegrepene, der jeg mener brøk inngår. Siden vi også har sett at elevene i denne undersøkelsen hadde en oppfatning om at tilfeldighet, sjanse eller flaks generer like store sannsynligheter, er det nok et argument for å vie oppmerksomhet til elevenes begrepsforståelse i sannsynlighetsundervisningen.

Et sentralt spørsmål som oppstår fra det vi har sett av resultatene fra min undersøkelse, er hvorfor elevenes intuisjoner ofte ikke evner å generere løsninger som er i tråd med hva matematisk korrekt. En mulig forklaring på dette vil jeg knytte til to-prosess-teorien og hvordan menneskets kognitive evner har utviklet seg i gjennom evolusjonen (se kapittel 2.4). Dersom hjernens evne til å generere intuisjoner oppsto i en tid der våre forfedre var opptatt av helt andre ting enn å analysere abstrakte konsepter, er det kanskje ikke så rart at våre intuisjoner er dårlige på nettopp det. Eksempelvis kan dette være en på hvorfor elevenes intuisjoner fullstendig «overser» det faktum at sannsynligheten for gevinst doubles om man bytter kort i Monty-Hall-problemet (oppgave 6). Intuisjonens funksjon oppsto ikke fra et behov om å analysere bakenforliggende abstrakte strukturer, men fra et behov for å handle raskt og effektivt. Fra dette perspektivet gir det fullstendig mening å «bli ved sitt førstevalg» på Monty-Hall-problemet.

## 6. Oppsummering

I dette mastergradsprosjektet har jeg undersøkt hva som kjennetegner elevens intuitive tenkning i sannsynlighet, og sett på sammenhengen mellom intuisjon og misoppfatninger i emnet. Gjennom oppgavebaserte intervjuer med 10 elever på 5. årstrinn har jeg fått tilgang til et datamateriale med svar og forklaringer til 7 utvalgte oppgaver i sannsynlighet. Dette datamaterialet danner grunnlaget for min deduktive analyse der jeg tolket elevenes muntlige utsagn mot Fischbeins (1987) seks kjennetegn ved intuitiv tenkning.

### (1) Intuisjoner generer en oppfatning om at noe er selvinnlysende

- «Fordi man har kasta veldig mange ganger mynt, og da tenker jeg at det er mest sannsynlig at man får kron den gangen. Fordi en gang må det bli kron. (Jon).

### (2) Intuisjoner generer følelsen av sikkerhet

- «Det bare er sånn.» (Ida).

### (3) Intuisjoner virker tvingende

- «Altså, måten jeg tenkte på var at «spar ess» lå i midten hele tiden. Da skal ikke jeg bytte.» (Anne)

### (4) Intuisjoner virker utvidende

- «Fordi at, det her (alternativ A) er bare tall som har, liksom, det er ett tall, ikke to. Og det er flest tall som har to, og det er ikke flest som har ett tall. Og da er det mindre tall. Så det vil si at det er ganske stor sannsynlighet for at det kommer noen med to tall.» (Dan).

### (5) Intuisjoner generer et helhetlig perspektiv

- «Ok. Hvis jeg trekker en svart først, så er den borte. Da er det to hvite igjen, og en svart igjen. Så er det jo større sjanse, fordi det er to hvite og en svart igjen. Og siden du trakk en hvit, så...» (Anne)

### (6) Intuisjoner generer ubevisste tanker

- «Jeg vet ikke. Det er bare magefølelsen, liksom.» (Jon).

Sammenhengen mellom elevenes intuisjoner og misoppfatningene de hadde, viste seg enten ved at intuisjonen ledet til en misoppfatning, eller at intuisjonen i seg selv er en misoppfatning. Blant annet intuisjonens tvingende egenskaper ser ut til å virke sterkere enn intuisjonens evne til å generere et helhetlig perspektiv, og ledet til konjunksjonsfeil eller ufølsomhet til tidligere sannsynligheter. Når intuisjonen genererte en følelse av sikkerhet så vi nytten av hensiktsmessige erfaringer som leder til korrekte løsninger, men ufullstendige forklaringer. Intuisjonens evne til å generere oppfatningen om at noe er selvinnlysende kom til uttrykk gjennom misoppfatningene positivt og negativt tilbakeblikk. Kjennetegnet om at intuisjoner virker utvidende kunne lede til

en «søfistikert» måte å rasjonalisere en representativ misoppfatning på. Og intuisjonene kunne være ubevisste tanker, som både viste seg i korrekte og ukorrekte sannsynlighetsvurderinger.

Denne tilknytningen mellom elevers intuitive tenkning og misoppfatninger i sannsynlighet, forteller oss at undervisning i sannsynlighet bør ta utgangspunkt i elevenes intuisjoner, og legge til rette for at elevene får hensiktsmessige erfaringer med sannsynlighet, slik at nye og bedre sekundære intuisjoner kan etableres.

## Litteraturliste

- Adler, P. A., Adler, P. (2003). «*How Many Qualitative Interviews is Enough?*» i Baker, S. E., Edwards, R., *How Many Qualitative Interviews is Enough?* (s. 8 -10). National Centre for Research Methods.
- Batanero, C., Henry, M., Parzys, B., (2005). «*The Nature of Chance and Probability*» i Jones, G. A. *Exploring Probability in School, Challenges for Teaching and Learning* (s. 15 – 39). USA: Springer Science+Buisniss Media, Inc.
- Borvcnik, M., Kapadia, R. (2014). «*A Historical and Philosophical Perspective on Probability*» i Chernoff, E. J., Sriraman, B., *Probabilistic Thinking, Presenting Plural Perspectives* (s. 7 – 35). Dordrecht: Springer Science+Buisniss Media, Inc.
- Braun, V., Clarke, V. (2006). «*Using Thematic Analysis in Psychology*» i *Qualitative Research in Psychology* (volum 3, s. 77 – 101).
- Brekke, G. (2002). *Kartlegging av matematikkforståelse, Introduksjon til diagnostisk undervisning i matematikk*. Læringscenteret.
- Burton, L. (1999). «*Why Is Intuition so Important to Mathematicians but Missing from Mathematics Education?*» i *For the Learning of Mathematics* (volum 19, s. 27 – 32). FLM Publishing Association.
- Caelli, K., Ray, L., Mill, J. (2003). «*Clear as Mud: Toward Greater Clarity in Generic Qualitative Research*» i *International Journal of Qualitative Methods*.
- Cobb, P. (2007). «*Putting Philosophy to Work, Coping with Multiple Theoretical Perspectives*» i Lester, F. K., *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (kapittel 1, s. 3 - 38). USA: Information Age Publishing.
- Cohen, L., Manion, L., Morrison, K. (2007). *Research Method in Education*. USA: Routledge.
- Creswell, J. W. (2014). *Research Design, Qualitative, Quantitative, and Mixed Methods Approaches*. United Kingdom: SAGE Publications, Inc.
- Evans, J. B. T. (2008). «*Dual-processing Accounts of Reasoning, Judgement and Social Cogition*» i *The Annual Review of Psychology* (volum 59, s. 255 – 278). Annual Reviews.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in Science and Mathematics, an Educational Approach*. Tel Aviv University, School of Education.
- Fischbein, E., Schnarch, D. (1997). «*The Evolution with Age of Probabilistic, intuitively Based Misconceptions*» i *Journal for Research in Mathematics Education* (volum 28, s. 96 – 105). National Council of Teacher of Mathematics.
- Goldin, G. A. (1997). «*Observing Mathematical Problem Solving through Task-Based Interviews*» i *Journal for Research in Mathematics Education* (s. 40 – 62, 164 – 177). National Council of Teachers of Mathematics.



- Greer, B. (2001). «*Understanding probabilistic thinking: The legacy of Efraim Fischbein*» i *Educational Studies in Mathematics* (volum 45, s. 15 – 33). Kluwer Academic Publishers.
- Jones, G. A. (2005). *Exploring Probability in School, Challenges for Teaching and Learning*. USA: Springer Science+Buisniss Media, Inc.
- Jones, G. A., Langrall, C.W., Mooney, E.S. (2007). «*Research in Probability, Responding to Classroom Realities*» i Lester, F. K., *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (kapittel 20, s. 909 - 949). USA: Information Age Publishing.
- Jones, G. A., Thornton, C. A. (2005). «*An Overview of Research into the Teaching and Learning of Probability*» i Jones, G. A. *Exploring Probability in School, Challenges for Teaching and Learning* (s. 65 – 95). USA: Springer Science+Buisniss Media, Inc.
- Kahneman, D., Tversky, A. (1974). «*Judgement under Uncertainty: Heuristics and Biases*» i *Science, New Series* (volum 185, s. 1124 – 1131). American Association for the Advancement of Science.
- Konold, C. (1989). «*Informal Conceptions of Probability*» i *Cognition and Instruction* (volum 6, s. 59 – 98). Taylor & Francis Ltd.
- Kukla, A. (2000). *Social Constructivism and the Philosophy of Science*. London: Routledge.
- Langrall, C. W., Mooney, E. S. (2005). «*Characteristics of Elementary School Students' Probabilistic Thinking*» i Jones, G. A. *Exploring Probability in School, Challenges for Teaching and Learning* (s. 95 – 120). USA: Springer Science+Buisniss Media, Inc.
- Lem, S. (2015). «*The Intuitiveness of the Law of Large Numbers*» i *ZDM* (volum 47, s. 783 – 792). Heidelberg: Springer Berlin.
- Lester, F. K. (2007). *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*. USA: Information Age Publishing Inc.
- Lysø, K. O. (2010). *Sannsynlighetsregning og statistisk metodelære*. Bergen: Caspar Forlag AS.
- Martin, G. N., Carlson, N. R., Buskist, W. (2010). *Psychology*. Great Britain: Pearson Education Ltd.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative Research A Guide to Design and Implementation*. USA: Jossey Bass.
- Nisbett, R. E., Wilson, T. D. (1977). «*Telling More Than We Can Know, Verbal Reports on Mental Processes*» i *Psychological Review* (volum 84, s. 231 – 359). American Psychological Association Inc.
- Shaughnessey, J. M. (1977). «*Misconceptions of probability: An experiment with a small-group, activity-based, model building approach to introductory probability at the college level*» i *Educational Studies in Mathematics* (volum 8, s. 295 - 316). Kluwer Academic Publishers.
- Utdanningsdirektoratet (2013). *Læreplan i matematikk fellesfag*. Kunnskapsdepartementet.
- Watson, J. M., Collins, K. F., Moritz, J. B. (1997). «*The Development of Chance Measurement*» i *Mathematic Education Research Journal* (volum 9, s. 60 – 82). Nederland: Springer.

## Vedlegg 1. Oppgaveark

### OPPGAVE 1

---

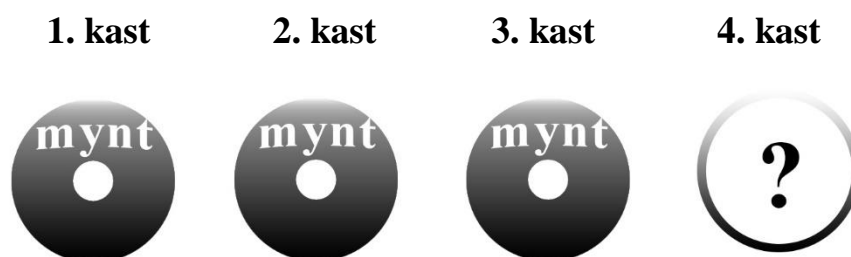
I Lotto velger man 7 tall av totalt 34 tall. Hvilken av de følgende tallrekkene gir mest sannsynlig gevinst?

- A) 
- B) 
- C) De er like sannsynlige.

### OPPGAVE 2

---

Hvis du kaster en penge 3 ganger og får «mynt» alle gangene, hva er sannsynligheten for «mynt» på det fjerde kastet?



- A) Det er mindre sannsynlighet for at man får «mynt».
- B) Det er den samme sannsynligheten for «kron» og «mynt».
- C) Det er større sannsynlighet at man får «mynt».

### OPPGAVE 3

---

Hvis du kaster to terninger samtidig, hvilket av de følgende hendelsene er mest sannsynlig?



C) Begge hendelsene er like sannsynlige.

### OPPGAVE 4

---

Ola er en smart gutt som liker fotball. Hva er mest sannsynlig?

A) Ola er flinkest på skolen i matematikk og spiller fotball.

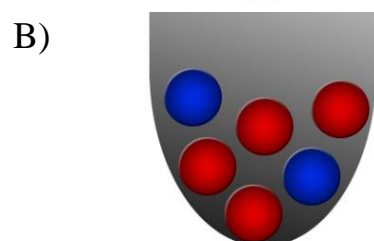
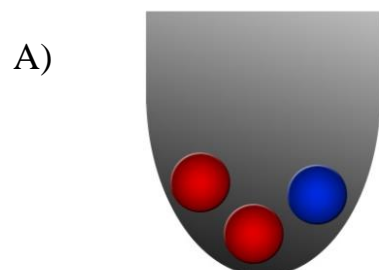
B) Ola spiller fotball.

C) Begge påstandene er like sannsynlige.

## OPPGAVE 5

---

Hvis du vil trekke en blå kule, hvilken urne bør du trekke fra?



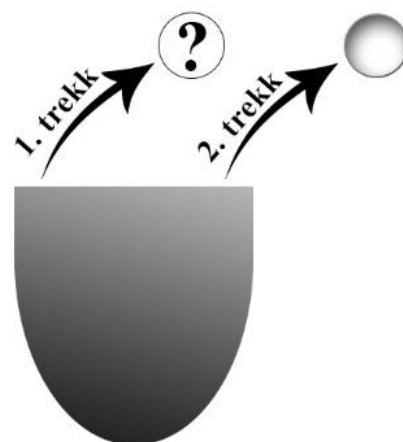
C) Det er samme hvilken urne man trekker fra.

## OPPGAVE 6

---

Du har en urne med 2 hvite og 2 svarte kuler i. Du trekker først en gang, men lar være å se på kula. Du trekker så en gang til, og denne gangen ser du på kula og ser at den er hvit. Hva er sannsynligheten for at den første kula du trakk er hvit?

- A) Den første kula er mest sannsynlig hvit.
- B) Den første kula er mest sannsynlig svart.
- C) Det er like stor sannsynlighet for at den første kula er hvit, som at den er svart.





## OPPGAVE 7

---

Monty-Hall-problemet: velg et av tre spillkort, hvor du tror «spar ess» ligger. Jeg fjerner så et av kortene som ikke er «spar ess». Du får nå muligheten til å beholde kortet du først valgte, eller bytte til det andre gjenværende kortet. Hva velger du å gjøre?

A) Beholde.

B) Bytte.

# Vedlegg 2. Godkjenning fra NSD

Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS  
NORWEGIAN SOCIAL SCIENCE DATA SERVICES



Harald Hårfagres gate 29  
N-5007 Bergen  
Norway  
Tel: +47-55 58 21 17  
Fax: +47-55 58 96 50  
nsd@nsd.uib.no  
www.nsd.uib.no  
Org.nr. 985 321 884

Jonas Oskarsson  
Institutt for lærerutdanning og pedagogikk UiT Norges arktiske universitet

9006 TROMSØ

Vår dato: 18.02.2016

Vår ref: 46726 / 3 / BGH

Deres dato:

Deres ref:

## TILBAKEMELDING PÅ MELDING OM BEHANDLING AV PERSONOPPLYSNINGER

Vi viser til melding om behandling av personopplysninger, mottatt 17.01.2016. Meldingen gjelder prosjektet:

46726	<i>Elevers intuitive tenkning i temaet sannsynlighet (matematikk)</i>
Behandlingsansvarlig	<i>UiT Norges arktiske universitet, ved institusjonens øverste leder</i>
Daglig ansvarlig	<i>Jonas Oskarsson</i>
Student	<i>Patrick Pettersen</i>

Personvernombudet har vurdert prosjektet og finner at behandlingen av personopplysninger er meldepliktig i henhold til personopplysningsloven § 31. Behandlingen tilfredsstiller kravene i personopplysningsloven.

Personvernombudets vurdering forutsetter at prosjektet gjennomføres i tråd med opplysningene gitt i meldeskjemaet, korrespondanse med ombudet, ombudets kommentarer samt personopplysningsloven og helseregisterloven med forskrifter. Behandlingen av personopplysninger kan settes i gang.

Det gjøres oppmerksom på at det skal gis ny melding dersom behandlingen endres i forhold til de opplysninger som ligger til grunn for personvernombudets vurdering. Endringsmeldinger gis via et eget skjema, <http://www.nsd.uib.no/personvern/meldeplikt/skjema.html>. Det skal også gis melding etter tre år dersom prosjektet fortsatt pågår. Meldinger skal skje skriftlig til ombudet.

Personvernombudet har lagt ut opplysninger om prosjektet i en offentlig database, <http://pvo.nsd.no/prosjekt>.

Personvernombudet vil ved prosjektets avslutning, 18.05.2016, rette en henvendelse angående status for behandlingen av personopplysninger.

Vennlig hilsen

Katrine Utaaker Segadal

Belinda Gloppen Helle

Kontaktperson: Belinda Gloppen Helle tlf: 55 58 28 74

Vedlegg: Prosjektvurdering

*Dokumentet er elektronisk produsert og godkjent ved NSDs rutiner for elektronisk godkjenning.*

*Avdelingskontorer / District Offices:*

OSLO: NSD, Universitetet i Oslo, Postboks 1055 Blindern, 0316 Oslo. Tel: +47-22 85 52 11 nsd@uio.no  
TRONDHEIM: NSD, Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet, 7491 Trondheim. Tel: +47-73 59 19 07 kyrr.svarva@svt.ntnu.no  
TROMSØ: NSD, SVF, Universitetet i Tromsø, 9037 Tromsø. Tel: +47-77 64 43 36 nsdmaa@sv.uit.no

## Vedlegg 3. Informasjonsskriv

### Forespørsel om deltakelse i forskningsprosjektet

#### ”Elevens intuitive tenkning i sannsynlighet”

##### Bakgrunn og formål

I forbindelse med mitt mastergradsprosjekt ved Universitetet i Tromsø, Institutt for lærerutdanning og pedagogikk, ønsker jeg å undersøke elevens intuitive tenkning i matematikkemnet sannsynlighet. Formålet med studien er å se på hva som kjennetegner en intuitiv forståelse av ulike begreper og oppgaver tilknyttet sannsynlighetsemnet, og i hvilken grad intuisjon bidrar til forståelse eller misoppfatninger i temaet.

##### Hva innebærer deltakelse i studien?

Deltagelse i studien innebærer at eleven tar del i et oppgavebasert intervju som vil vare i 30-40 minutter, der eleven blir bedt om å «tenke høyt» når han/hun presenteres for ulike begreper og oppgaver i sannsynlighet. Under intervjuet vil det bli benyttet lydopptaker for å registrere elevens svar.

Spørsmålene som stilles i intervjuet tar *ikke* sikte på å «teste» elevens kunnskaper der matematiske korrekte svar er målet. Hensikten er å få frem utsagn som kan gi innsikt i hva intuisjon er. For eksempel vil et spørsmål kunne være: «Hva er mest sannsynlig av at man får 3 eller 6 på et terningkast?». Dersom det er ønskelig kan du/dere (foresatte) ved forespørsel få tilgang på intervjuguiden før du/dere gir samtykke om deres barns deltagelse i studien.

##### Hva skjer med informasjonen?

Alle personopplysninger vil bli behandlet konfidensielt. Lydopptakene vil bli lagret på en privat PC, og senere bli transkribert i et dokument som kun jeg og min veileder i prosjektet vil ha tilgang til. Den eneste personopplysningen som er relevant for prosjektet er elevens klasstrinn (alder). Alle andre personopplysninger vil bli anonymisert. Deltakerne vil ikke kunne gjenkjennes i en publikasjon.

Prosjektet skal etter planen avsluttes 18.05.2016. På dette tidspunktet vil det ikke lenger være nødvendig å oppbevare datamaterialet, og det vil da bli slettet. Informasjonen som hentes ut fra intervjuene vil bli brukt i en analyse i mastergradsoppgaven, som etter hvert vil bli publisert i Universitetet i Tromsøs arkiv for faglig og forskningsbasert materiale (Munin.uit.no).

### **Frivillig deltakelse**

Det er frivillig å delta i studien, og du kan når som helst trekke ditt samtykke uten å oppgi noen grunn. Dersom du trekker ditt samtykke, vil alle opplysninger om ditt barn bli anonymisert (slettet).

Dersom du ønsker å la ditt barn delta, og har spørsmål til studien, ta kontakt med meg, Patrick Pettersen (tlf: ██████████) eller veileder Jonas Oskarsson (tlf: ██████████).

Studien er meldt til Personvernombudet for forskning, Norsk samfunnsvitenskapelig datatjeneste AS.

## **Samtykke til deltakelse i studien**

Jeg har mottatt informasjon om studien, og er villig til å la mitt barn delta.

Prosjektdeltagers (elevens) navn:

---

Signert av prosjektdeltakers forelder:

---